

Министерство образования Республики Беларусь
Учреждение образования
«Белорусский государственный университет информатики и
радиоэлектроники»

Факультет информационных технологий и управления

Кафедра интеллектуальных информационных технологий

**Отчёт по лабораторной работе №1 по курсу «МРЗвИС»
на тему «Реализация модели решения задачи
на конвейерной архитектуре»**

Выполнил студенты гр. 821702:

Богомолов Д.В.

Кондеев П.Ю.

Проверил:

Крачковский Д. Я.

МИНСК 2020

Вариант 7

Постановка задачи: Реализовать и исследовать модель решения на конвейерной архитектуре задачи вычисления попарного произведения компонентов двух векторов чисел.

Описание модели. Краткое описание особенностей

Алгоритм вычисления произведения пары 6-разрядных чисел умножением с младших разрядов со сдвигом множимого (частичного произведения) влево.

	Этапы					
Такт	Умножен ие 1	Сумма 2	Умноже ние 3	Сумма 4	Умножен ие 5	Сумма 6
1	1 разряд $a_1 * b_1$					
2	2 разряд $a_1 * b_1$	частич.сумм(1 разряд $a_1 * b_1$)				
3	1 разряд $a_2 * b_2$	частич.сумм(2 разряд $a_1 * b_1$)	3 разряд $a_1 * b_1$			
4	2 разряд $a_2 * b_2$	частич.сумм(1 разряд $a_2 * b_2$)	4 разряд $a_1 * b_1$	частич.сумм(3 разряд $a_1 * b_1$)		
5	1 разряд $a_3 * b_3$	частич.сумм(2 разряд $a_2 * b_2$)	3 разряд $a_2 * b_2$	частич.сумм(4 разряд $a_1 * b_1$)	5 разряд $a_1 * b_1$	
6	2 разряд $a_3 * b_3$	частич.сумм(1 разряд $a_3 * b_3$)	4 разряд $a_2 * b_2$	частич.сумм(3 разряд $a_2 * b_2$)	6 разряд $a_1 * b_1$	частич.сумм(5 разряд $a_1 * b_1$)
7		частич.сумм(2 разряд $a_3 * b_3$)	3 разряд $a_3 * b_3$	частич.сумм(4 разряд $a_2 * b_2$)	5 разряд $a_2 * b_2$	частич.сумм(6 разряд $a_1 * b_1$)
8			4 разряд $a_3 * b_3$	частич.сумм(3 разряд $a_3 * b_3$)	6 разряд $a_2 * b_2$	частич.сумм(5 разряд $a_2 * b_2$)
9				частич.сумм(4 разряд $a_3 * b_3$)	5 разряд $a_3 * b_3$	частич.сумм(6 разряд $a_2 * b_2$)
10					6 разряд $a_3 * b_3$	частич.сумм(5 разряд $a_3 * b_3$)
11						частич.сумм(6 разряд $a_3 * b_3$)

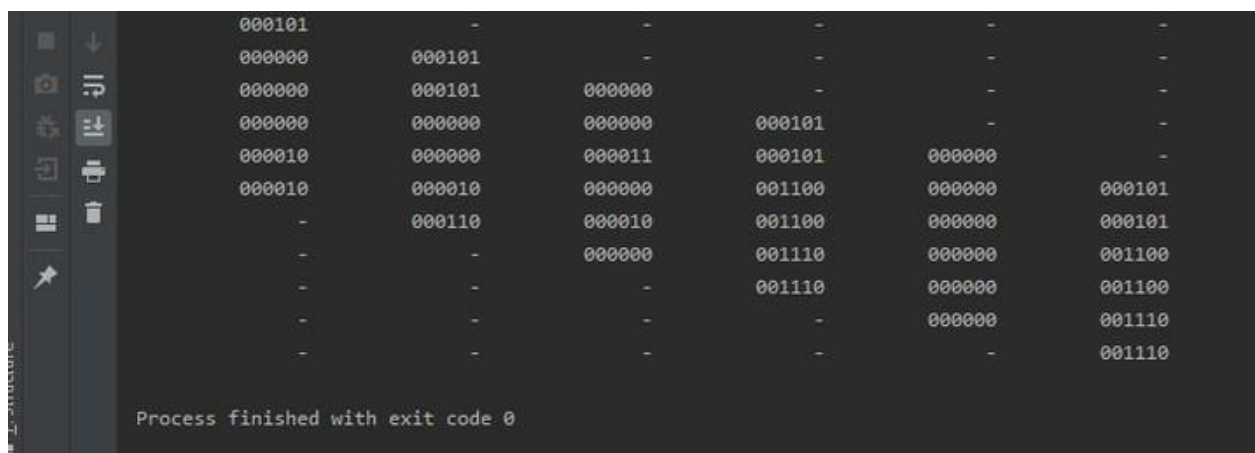
Рисунок 1 Схема работы конвейера

Входные данные:

- m – количество пар(в данном примере равно 3, но может быть любым);
- p – разрядность умножаемых попарно чисел (6);
- n – количество процессорных элементов в системе ($n = 6$);
- r – ранг задачи (количество объектов, которые в процессе решения задачи могли бы обрабатываться параллельно, $r = m$);
- $t = 1$ – время счёта на этапах сбалансированного конвейера;
- 2 числовых вектора равной длины:
 $A = \langle 1, 4, 7 \rangle$,
 $B = \langle 5, 3, 2 \rangle$.

На каждом такте мы выполняем текущее действие (либо сложение с частичным произведением либо само частичное произведение для всех объектов “находящихся” на конвейере

На первом такте мы “ставим” на конвейер первый элемент и выполняем частичное произведение, на втором “ставим” на конвейер второй элемент и выполняем для него частичное произведение, а для первого элемента на этом же такте выполняем сдвиг и сложение частичного произведения. Алгоритм продолжает работать по данному принципу пока не посчитаем произведение для последних элементов.



```
000101 - - - -
000000 000101 - - -
000000 000101 000000 - -
000000 000000 000000 000101 -
000010 000000 000011 000101 000000 -
000010 000010 000000 001100 000000 000101
- 000110 000010 001100 000000 000101
- - 000000 001110 000000 001100
- - - 001110 000000 001100
- - - - 000000 001110
- - - - - 001110

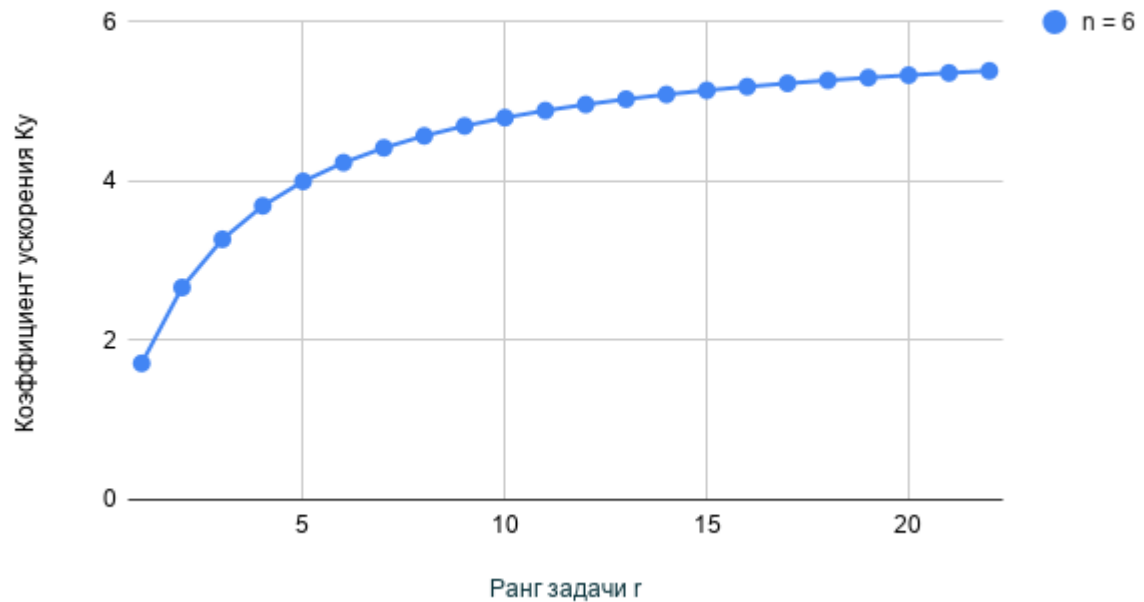
Process finished with exit code 0
```

Рисунок 2 Результат выполнения программы

Графики:

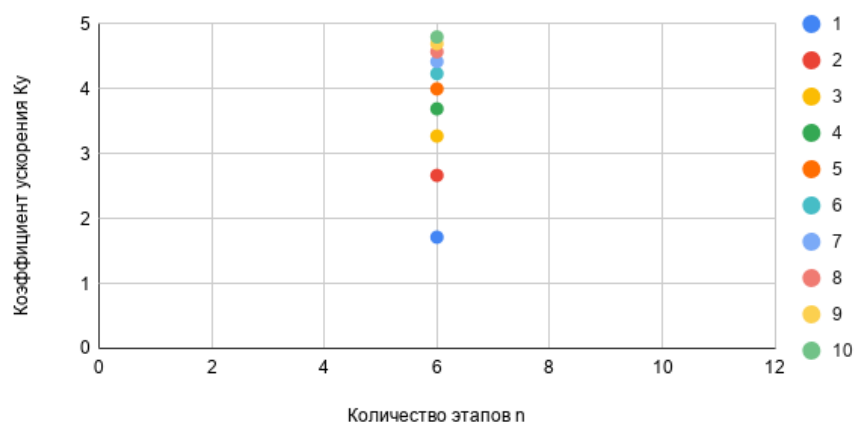
$$K_y(r) = T_1 / T_n$$

Зависимость коэффициента ускорения K_y от ранга задачи r



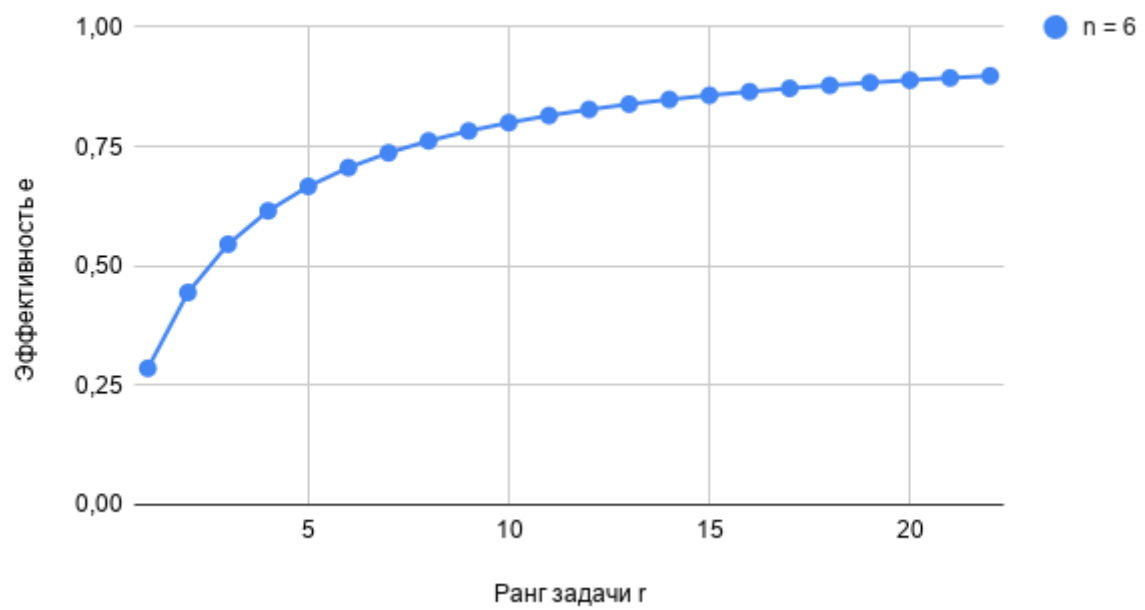
$$K_y(n) = T_1 / T_n$$

Зависимость коэффициента ускорения K_y от количества этапов n



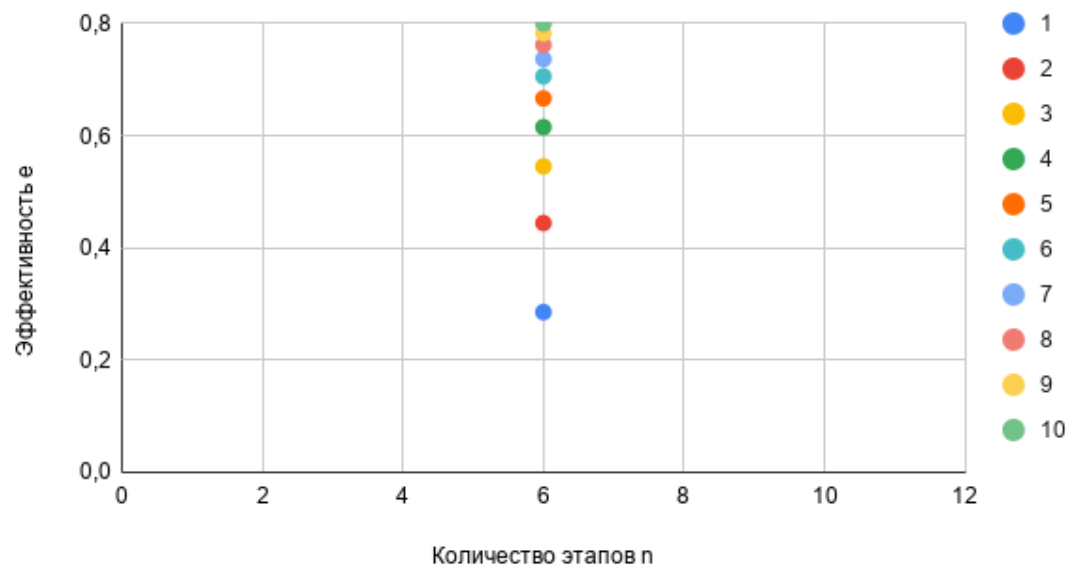
$$e(r) = K_y(r) / n$$

Зависимость эффективности e от ранга задачи r



$$e(r) = Ky(r)/n$$

Зависимость эффективности e от количества этапов n



Ответы на вопросы:

1. Проверить, что модель создана верно: программа работает правильно.

Ответ:

Проверка правильности работы программы:

a. $1 * 5 = 5$;

b. $4 * 3 = 12$;

c. $7 * 2 = 14$;

Вывод: Программа работает верно.

2. Объяснить на графиках точки перегиба и асимптоты.

Асимптоты на графиках объясняются законом, по которому происходит ограничение роста характеристик конвейера (коэффициент ускорения и эффективность) с увеличением конкретного из параметров (n и r).

Асимптоты:

Для K_y :

$$\frac{rn}{n+r-1} = n$$

Эта асимптота показывает, что конвейер выполнит операцию не более, чем в n раз быстрее, чем на последовательной системе, благодаря параллельной обработке числовых векторов.

$$\frac{rn}{n+r-1} = r$$

Эта асимптота показывает, что конвейер выполнит операцию не более, чем в r раз быстрее, чем на последовательной системе, благодаря параллельной обработке числовых векторов. При n стремящемся к бесконечности конвейер сможет обрабатывать пары одновременно.

Для e :

$$\frac{r}{n+r-1} = 1$$

$$\frac{r}{n+r-1} = 0$$

Эффективность показывает «эффективную» работу процессорных элементов (этапов) в рамках системы:

1. при возрастании ранга задачи,
2. при возрастании количества самих процессорных элементов к бесконечности.

3. Спрогнозируйте, как изменится вид графиков при изменении параметров модели? Если модель позволяет, то проверьте на ней правильность ответа.

- Параметр r : при его увеличении растет значение K_y и e ;
- Параметр n : при его увеличении растет значение K_y , а e – уменьшается.

4. Каково соотношение между параметрами n , r , m , p модели сбалансированного конвейера?

m – задает пользователь, $p = 4$, $n = 2 \cdot p$, $r = m$.

5. Допустим: имеется некоторая характеристика h (эффективность e или ускорение K_y) и для неё выполняется:

$$h(n_1, r_1) = h(n_2, r_2) \text{ и } n_1 > n_2.$$

Каким будет соотношение между r_1 и r_2 ?

Проанализируем соотношение и сравним данные с построенными графиками характеристик. При таком соотношении для K_y - $r_1 < r_2$, для e - $r_1 > r_2$.

Ответ: K_y : $r_1 < r_2$; e : $r_1 > r_2$.

6. Дано:

- несбалансированный конвейер (заданы конкретные значения: n , $\{t_i\}$ – времена выполнения обработки на этапах конвейера);
- e_0 – некоторое фиксированное значение эффективности.

Определить значение r_0 , при котором выполняется $e(n, r_0) > e_0$? (Получить формулу, затем подставить в неё значения параметров.)

Эффективность определяется по формуле: $e = \frac{K_y(r)}{n}$ (1)

Коэффициент ускорения определяется по формуле: $K_y(r) = \frac{T_1}{Tn}$ (2)

$$T(n) = \sum_{i=1}^n t_i + (r-1)t_{max} \quad (3)$$

$$T_1 = r \sum_{i=1}^n t_i \quad (4)$$

Подставим (3), (4) в формулу (2):

$$Ky(n, r) = \frac{r \sum_{i=1}^n t_i}{\sum_{i=1}^n t_i + (r-1)t_{max}} \quad (5)$$

Итоговая формула эффективности:

$$e(n, r) = \frac{Ky(r, n)}{n} = \frac{r \sum_{i=1}^n t_i}{n(\sum_{i=1}^n t_i + (r-1)t_{max})} \quad (6)$$

Подставим полученную формулу (6) в исходное неравенство:

$$\left\{ \frac{r_0 \sum_{i=1}^n t_i}{n(\sum_{i=1}^n t_i + (r_0-1)t_{max})} > e_0 \mid r_0 \geq 1, t_i \geq 1, n \geq 1, t_{max} \geq t_i \right\}$$

$$\left\{ r_0 \sum_{i=1}^n t_i > e_0 n \left(\sum_{i=1}^n t_i + (r_0-1)t_{max} \right) \mid r_0 \geq 1, t_i \geq 1, n \geq 1, t_{max} \geq t_i, e_0 > 0 \right\}$$

$$\left\{ r_0 \sum_{i=1}^n t_i > e_0 n \sum_{i=1}^n t_i + e_0 r_0 n t_{max} - e_0 n t_{max} \mid r_0 \geq 1, t_i \geq 1, n \geq 1, t_{max} \geq t_i, e_0 > 0 \right\} \Rightarrow$$

$$\left\{ r_0 \sum_{i=1}^n t_i - e_0 r_0 n t_{max} > e_0 n \sum_{i=1}^n t_i - e_0 n t_{max} \mid r_0 \geq 1, t_i \geq 1, n \geq 1, t_{max} \geq t_i, e_0 > 0 \right\} \Rightarrow$$

$$\left\{ r_0 \left(\sum_{i=1}^n t_i - e_0 n t_{max} \right) > e_0 n \left(\sum_{i=1}^n t_i - e_0 n t_{max} \right) \mid r_0 \geq 1, t_i \geq 1, n \geq 1, t_{max} \geq t_i, e_0 > 0 \right\} \Rightarrow$$

Т.к. для любого несбалансированного конвейера: $\sum_{i=1}^n t_i - t_{max} \geq 0$ и

- при $\sum_{i=1}^n t_i - e_0 n t_{max} > 0$: $\{r_0 > \frac{e_0 n (\sum_{i=1}^n t_i - t_{max})}{\sum_{i=1}^n t_i - e_0 n t_{max}} \mid r_0 \geq 1, t_i \geq 1, n \geq 1, t_{max} \geq t_i, e_0 > 0\}$
- при $\sum_{i=1}^n t_i - e_0 n t_{max} < 0$: $\{r_0 < \frac{e_0 n (\sum_{i=1}^n t_i - t_{max})}{\sum_{i=1}^n t_i - e_0 n t_{max}} \mid r_0 \geq 1, t_i \geq 1, n \geq 1, t_{max} \geq t_i, e_0 > 0\}$

$\{r_0 > \frac{e_0 n (\sum_{i=1}^n t_i - t_{max})}{\sum_{i=1}^n t_i - e_0 n t_{max}} \mid r_0 \geq 1, t_i \geq 1, n \geq 1, t_{max} \geq t_i, e_0 > 0\}$, т.к. 2-ое уравнение имеет решением пустое мн-во.

Ответ: $r_0 > \frac{e_0 n (\sum_{i=1}^n t_i - t_{max})}{\sum_{i=1}^n t_i - e_0 n t_{max}}$

7. Для несбалансированного конвейера (использовать исходные данные предыдущего вопроса) определить: $e(n, r)$.

Так как $e(n, r) = \frac{r \sum_{i=1}^n t_i}{n(\sum_{i=1}^n t_i + (r-1)t_{max})}$,

то, предел находим по правилу Лопиталя $e(n, r)$

$$= \frac{r \sum_{i=1}^n t_i}{n(\sum_{i=1}^n t_i + (r-1)t_{max})} = \left(\frac{r' \sum_{i=1}^n t_i}{r' n t_{max}} \right) = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{n t_{max}}$$

8. Дан несбалансированный конвейер (использовать исходные данные предыдущего вопроса). Каким образом можно перестроить данный конвейер, чтобы для заданного r_0 выполнялось $e(n, r_0) > e_0$?

Т.к. e функция от двух переменных, и r_0 задано, то необходимо найти при каком n будет выполняться заданное условие.

$$\text{Т.к. } e(n, r) = \frac{r_0 \sum_{i=1}^n t_i}{n(\sum_{i=1}^n t_i + (r_0-1)t_{max})} > e_0$$

$$n < \frac{r_0 \sum_{i=1}^n t_i}{e_0(\sum_{i=1}^n t_i + (r_0-1)t_{max})}, \text{ но т.к. } n \geq 1, \text{ то}$$

Ответ: необходимо перестроить конвейер путем объединения этапов конвейера таким образом, чтобы $1 \leq n < \frac{r_0 \sum_{i=1}^n t_i}{e_0(\sum_{i=1}^n t_i + (r_0-1)t_{max})}$ выполнялось.

9. Дан несбалансированный конвейер (использовать исходные данные предыдущего вопроса) и значение минимального кванта времени t_0 (условной временной единицы). Каким образом нужно перестроить данный конвейер, чтобы получить максимально быстрый конвейер? Получить для него формулы $K_y(n, r)$, $e(n, r)$?

Конвейер нужно перестроить так, чтобы он был сбалансированным и каждый этап выполнялся за минимальную по емкости единицу времени t_0 . Это значит, что нужно разделить этапы конвейера, которые длятся дольше, чем t_0 , на более мелкие этапы, которые будут длиться t_0 .

Выразим N - время выполнения для обработки одной пары чисел:

$$\{T_0 = N t_0 \quad T_0 = \sum_{i=1}^n t_i \quad t_i > 0 \Rightarrow \{N = \frac{\sum_{i=1}^n t_i}{t_0} \quad t_i > 0$$

Числовые характеристики полученного конвейера:

$$K_y(N, r) = \frac{T_1}{T_N} = \frac{\frac{\sum_{i=1}^n t_i}{t_0} r t_0}{\left(\frac{\sum_{i=1}^n t_i}{t_0} + (r-1) \right) t_0} = \frac{\frac{\sum_{i=1}^n t_i}{t_0} r}{\frac{\sum_{i=1}^n t_i}{t_0} + (r-1)}$$

$$e(N, r) = \frac{T_1}{NT_N} = \frac{Nrt_0}{N(\frac{\sum_{i=1}^n t_i}{t_0} + (r - 1))t_0} = \frac{r}{\frac{\sum_{i=1}^n t_i}{t_0} + (r - 1)}$$

Вывод:

В результате выполнения лабораторной работы была реализована модель сбалансированного конвейера для вычисления произведения шести разрядных двоичных пар чисел умножением с младших разрядов со сдвигом частичной суммы влево. Реализованная модель была проверена на работоспособность и правильность получаемых результатов. Данная модель позволяет ускорить процесс вычисления результата для векторов значений (нескольких пар).

Были исследованы числовые характеристики конвейерной архитектуры: коэффициент ускорения и эффективность в решении поставленной задачи.