

Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого
Институт машиностроения, материалов и транспорта
Высшая школа автоматизации и робототехники

ОТЧЁТ ПО НАУЧНО-ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКОЙ РАБОТЕ

**Разработка системы управления для пятизвенного манипулятора с
ременными передачами на шарниры**

| | | |
|---------------------------------------|-----------|----------------|
| Выполнил студент гр. 3331506/60401 | <подпись> | Д.Д. Сидоренко |
| Руководитель старший преподаватель | <подпись> | А.С. Габриель |
| Научный консультант доцент, к.т.н. | <подпись> | И.А. Васильев |

«___» _____ 201__ г.

Санкт-Петербург
2019

Реферат

На 33 с., 9 рисунков, 3 таблицы, 3 приложения

РОБОТОТЕХНИКА, МАНИПУЛЯТОР, ОБРАТНАЯ ЗАДАЧА КИНЕМАТИКИ. БОРТОВАЯ СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ, СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ МАНИПУЛЯТОРОМ, ФОРМАЛИЗМ ДЕНАВИТА – ХАРТЕНБЕРГА, ОБОБЩЕННЫЕ КООРДИНАТЫ.

В настоящей работе проводится описание разработки бортовой программы управления для подвешенного пятиосевого манипулятора с ременными приводами на шарнирах. В рамках исследования произведено описание кинематики манипулятора с использованием формализма Денавита – Хартенберга и с использованием геометрического представления. Так же в рамках работы получены решения обратной задачи кинематики с использованием методов, описанных выше. Сравнение полученных методов производилось по времени решения ОЗК для одного набора входных координат.

Программа управления на вход получает вектор скоростей захватного устройства в декартовом пространстве координат, а на выходе формирует управляющие сигналы приводов манипулятора. Так же в рамках работы разработана структура системы управления манипулятором, включающая в себя защиту от столкновений манипулятора со средой.

Полученные результаты решений и сравнения ОЗК, структура бортовой системы управления, описание возможных положений манипулятора при столкновении с телеуправляемым катамараном исследовательским, на котором базируется манипулятор, будут применимы для реализации программы управления непосредственно на борту робота.

Содержание

| | |
|---|----|
| Введение | 5 |
| 1 Постановка задачи | 6 |
| 1.1 Кинематическая схема манипулятора..... | 7 |
| 2 Обзор готовых решений | 9 |
| 2.1 Matlab Robotic System Toolbox..... | 9 |
| 2.2 ROS MoveIt..... | 10 |
| 3 Разработка алгоритма управления | 11 |
| 3.1 Решение через ДХ представление..... | 12 |
| 3.2 ОЗК методом ДХ..... | 16 |
| 3.3 Геометрический метод решения ОЗК | 19 |
| 3.4 Защита от столкновений | 21 |
| 4 Расчет углов шаговых двигателей и сервоприводов | 24 |
| 4.1 Сравнение решений | 27 |
| Вывод..... | 28 |
| Список литературы | 29 |
| Приложение 1 | 31 |
| Приложение 2 | 32 |
| Приложение 3 | 33 |

Перечень сокращений и условных обозначений

В настоящем отчете по НИР применяются следующие обозначения и сокращения.

ЗУ – Захватное устройство

ДХ – Денавита – Хартенберга

ПЗК – прямая задача кинематики

ОЗК – обратная задача кинематики

ШД – шаговый двигатель

МР – мотор-редуктор

ЗР – задающие рукоятки

Введение

В рамках гранта Фонда содействия инновациям командой резидентов «ФАБЛаб Политех» был разработан телеуправляемый исследовательский катамаран «Кадет-М». Одной из полезных нагрузок катамарана, согласно техническому заданию, является манипулятор, предназначенный для сбора плавающих объектов с поверхности воды. Так же в конструкцию манипулятора была заложена возможность обслуживания и замены аккумуляторов на сигнальных буйках.

Манипулятор предусматривает управление только в ручном режиме с пульта корабля сопровождения. Для эргономичного управления движением манипулятора необходимо преобразовывать движение задающих рукояток на пульте управления в изменение декартовых координат рабочего инструмента манипулятора. Что приводит к необходимости преобразования декартовых координат захватного устройства в обобщенные координат манипулятора.

В рамках данной работы разработано математическое описание манипулятора, которое в дальнейшем будет применимо для реализации бортовой системы управления. Так же сравнение нескольких подходов к разработке позволили выбрать наиболее оптимальный по удобству управления оператором вариант.

Разработанная система управления учитывает особенности передачи вращательного момента на звенья манипулятора через ременный привод. Данная особенность не позволяет напрямую преобразовывать угловые координаты звеньев в координаты приводов. [2, 4]

1 Постановка задачи

Разработать систему управления пятизвенным манипулятором, установленном на катамаране, с ременными передачами в приводах. Система управления должна давать возможность управление от задающих рукояток, как в декартовых, так и в обобщенных координатах, предотвращать столкновение манипулятора с корпусом катамарана.

Оператор с помощью задающих рукояток, установленных на пульте управления, отправляет сигналы на микроконтроллер, который с помощью алгоритма управления принимает решение об изменении обобщённых координат. Оператор управляет с манипулятором посредством визуального контроля с помощью бортовой камеры, так же ему передаются сообщения об ошибках в управлении и невозможности достижения заданного управления. Оператор имеет возможность изменять декартовые координаты рабочего инструмента манипулятора, углы крена и тангажа кисти, а также управлять одноосевым рабочим устройством.

Для понимания конструктивных особенностей манипулятора ниже приведена кинематическая схема конструкции

1.1 Кинематическая схема манипулятора

На рисунке 1 приведена кинематическая схема манипулятора. [10]

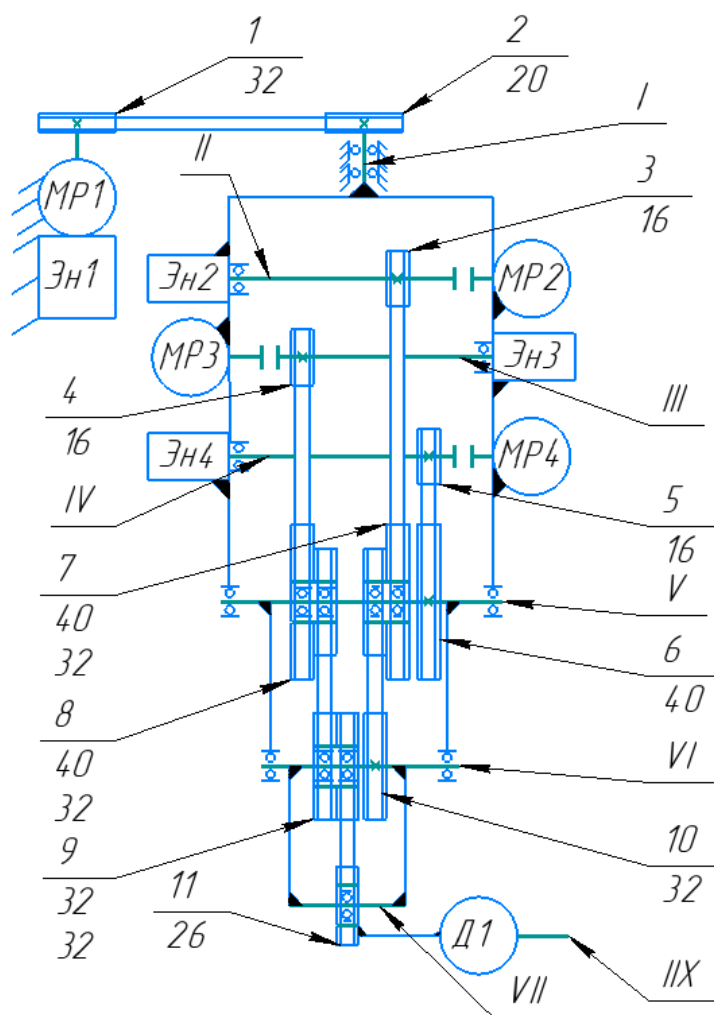


Рисунок 1

На валу мотор-редуктора [8, 7] 1 (MP1) установлен шкив 1. С обратной стороны установлен инкрементальный энкодер. MP1 приводит в движение ось колонны манипулятора. к корпусу колонны присоединены мотор-редуктора 2, 3 и 4.

MP4 через неразъемную муфту со шпоночным пазом передает вращение на вал IV. На валу IV жестко закреплены шкив 5 и подвижная головка инкрементального энкодера. Корпус энкодера в свою очередь жестко соединен с корпусом колонны. Так же вал IV соединён с корпусом колонны через шариковый опорный подшипник. Вращение со шкива 5 передается на

шкив 6, который в свою очередь жестко закреплен на валу V с помощью шпоночного соединения. Вал V жестко соединен с корпусом плеча. Вышеописанная кинематическая цепь приводит в движение плече манипулятора.

Конструкция вала II, соединенного с MP2, аналогична валу VI. Вращательное движение со шкива 3 передается на шкив ступичный 7, который закреплен на валу V через пару шариковых опорных подшипников. Далее вращательное движение со ступичного шкива 7 передается на шкив 10, который жестко соединен с валом VI с помощью шпоночного соединения. Вал VI в свою очередь жестко соединен с корпусом предплечья. Вышеописанная кинематическая цепь приводит в движение предплечье манипулятора. Особенность поворота шарнира предплечья состоит в том, что обобщенные координаты поворота предплечья зависят не только от координат MP2, но и от обобщенных координат плеча.

Конструкция вала III аналогична ранее рассмотренным. Передача момента на кисть манипулятора осуществляется аналогично с передачей момента на предплечье, за одним исключением, обобщенные координаты крена кисти зависят не от одной родительской координаты, а от двух.

Согласованное изменение координат MP1, MP2, MP3 обеспечивают изменение декартовых координат рабочего инструмента, а изменение координат MP4 и Д1 изменение ориентации устройства.

Данная кинематическая схема создает особенности расчета управляющих сигналов мотор-редукторов в зависимости от положения ременных приводов в пространстве. Обобщенные координаты углов между плечом и предплечьем, а также между предплечьем и кистью зависят не только от координат управляющих приводов, но и от обобщенных координат родительских звеньев. Для корректного расчета управляющих сигналов MP3 и MP4 необходимо добавить блок расчета новых управляющих сигналов.

2 Обзор готовых решений

2.1 Matlab Robotic System Toolbox

Первая кинематическая модель манипулятора была создана с применением пакета Matlab Robotic System Toolbox [11, 12]. Данный пакет применим не только к манипуляционным роботам, а также и к мобильным. Он имеет встроенные решения SLAM и может интегрироваться с ROS. Инструменты пакета для управления манипуляционными роботами:

- Построение древовидной структуры манипуляционных систем
- Построение кинематической и динамической моделей роботов.
- Решение обратной задачи кинематики итерационными алгоритмами Левенберга – Марквардта и Бройана –Флетчера – Гольдфарба – Шанно.
- Алгоритмы решения

Модули управления манипулятором в Matlab после преобразования скрипта в код на C++ заняли размер 8 МБ, что было недопустимо для размера памяти микроконтроллера всего 256 кбайт. Так же использование методов Robotic System Toolbox не позволяло задать углы крена и тангажа кисти, и при каждом вызове решения необходимо переводить углы Эйлера в матрицу поворота, что отрицательным образом сказывается на быстродействии системы.

Параметры модели, созданной с помощью данного пакета, приведены в приложении 1.

2.2 ROS MoveIt

Данное расширение для ROS разработано специально для управления манипуляторами. Функционал расширения:

- Генератор траекторий, избегающий локальны минимумов
- Анализ взаимодействия захватного устройства со средой
- Решение обратной задачи кинематики, в том числе и для манипуляторов с большим числом степеней свободы, больше шести
- Исполнение команд на контроллерах приводов
- Подключение к датчикам глубины и камерам RGBZ.
- Построение траекторий в изменяющейся среде, благодаря обработки облака точек, поступающего с RGBZ камер.

Среда разработки Arduino, в связи с ограничениями разработчиками ROS и возможностями микроконтроллера поддерживает только урезанную версию данной системы – `rosserial_client`, которая не позволяет воспользоваться возможностями расширения.

В дальнейшем планируется поменять контроллер манипулятора на одноплатный компьютер с поддержкой обработки сигналов, что позволит расширить возможности манипулятора и использовать средства технического зрения для захвата объектов с детерминированными параметрами в автоматическом режима, а также позволит стабилизировать положение захватного устройства при волнении. [5]

3 Разработка алгоритма управления

На рисунке 2 представлена блок-схема алгоритма управления манипулятора оператором от ЗР.

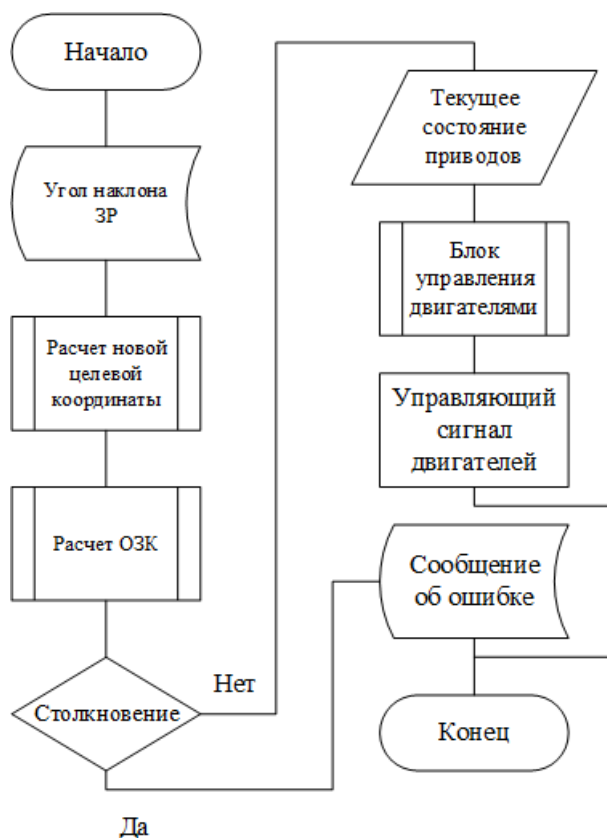


Рисунок 2

В блоке расчета новой целевой координаты происходит перевод заданных оператором с помощью ЗР скоростей в текущее положение целевой точки. В блоке проверки на столкновение происходит проверка не только на столкновение манипулятора с катамараном, но и проверка на самопересечение, а также проверка достижения целевой координаты. В данной работе внимание уделяется блоку расчёта ОЗК, как самому затратному по вычислительной мощности. Существует несколько способов решения ОЗК, рассмотрим один из них далее.

3.1 Решение через ДХ представление

Одним из способов задания системы координат для геометрии манипулятора для решения прямой и обратной задач кинематики является представление Денавита – Хартенберга, которое кинематически связывает сочленения звеньев. Описание связей происходит с помощью матриц 4x4 и однородных преобразований. Начальная система координат связана с основанием манипулятора и имеет нулевой номер. Ниже приведен алгоритм назначения и описание систем координат звеньев, а также нахождения параметров ДХ для каждого сочленения 1 – 5.

Оси z_i следует направить параллельно осям дочернего вращательного сочленения.

Началом i -й системы координат служит точка пересечения осей z_i и z_{i-1} , либо точка пересечения нормали к тем же осям и оси z_i .

Ось x_i задается следующим соотношением $x_i = \pm(z_{i-1} \times z_i)$, если оси z_i и z_{i-1} параллельны, то ось x_i задается вдоль общей нормали к этим осям.

Ось y_i дополняет уже заданные оси в каждом сочленении до правосторонней системы координат.

Параметры ДХ:

Расстояние от точки начало координат $(i - 1)$ системы координат до точки пересечения осей z_{i-1} и x_i является параметром d_i .

Расстояние от пересечения оси z_{i-1} с общей нормалью осей z_{i-1} и z_i до начала i -й система координат является параметром a_i .

Угол поворота от оси x_{i-1} до оси x_i является параметром θ_i .

Угол поворота от оси z_{i-1} до оси z_i относительно оси x_i является параметром θ_i .

Ниже на рисунке 3 приведена кинематическая схема выбранными системами координат системами координат. Примем данное положение манипулятора за нулевое.

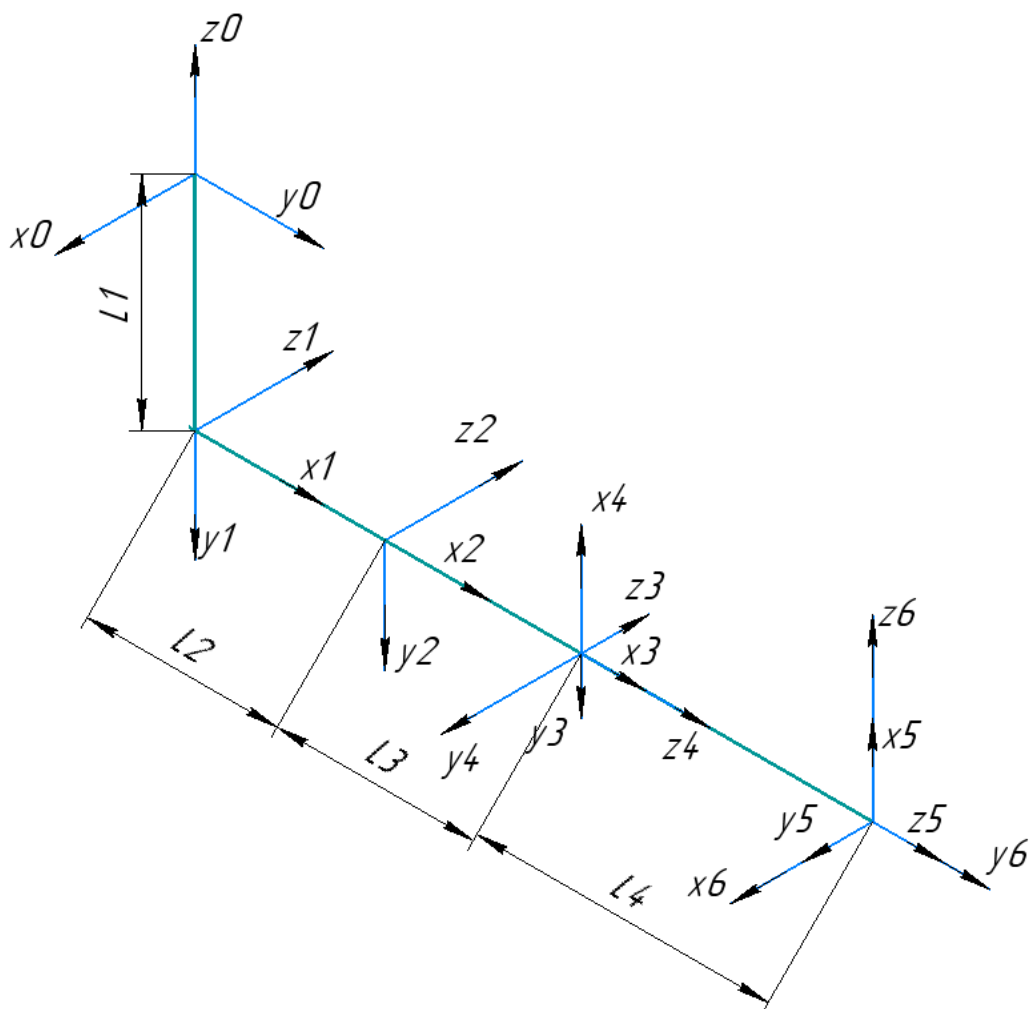


Рисунок 3

В таблице 1 представлены параметры ДХ для данной конструкции манипулятора.

Таблица 1 - Значение параметров ДХ

| | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 |
|----------|----------|-------|-------|----------|-------|---------|
| α | $\pi/2$ | 0 | 0 | $-\pi/2$ | 0 | $\pi/2$ |
| θ | $-\pi/2$ | 0 | 0 | $-\pi/2$ | 0 | $\pi/2$ |
| a | 0 | L_2 | L_3 | 0 | 0 | 0 |
| d | $-L_1$ | 0 | 0 | 0 | L_4 | 0 |

Здесь θ_i . выступает в роле присоединительной координаты, а значения, указанные в таблицы, являются нулевыми.

Шестое сочленение было введено для удобства измерения декартовых координат в матрице Т6. В нулевом положении оси шестой системы координат сонаправленны с осями базовой системы координат.

Связь системы координат последнего, шестого, звена манипулятора с базовой системой координат осуществляется благодаря матрице однородного преобразования Т6, которая имеет вид:

$$T_0^6 = A_1 A_2 A_3 A_4 A_5 A_6 \quad (1)$$

Последовательное перемножение матриц поворота и переноса, согласно методу ДХ, дает матрицу A_i

$$A_i = \begin{pmatrix} \cos \theta_i & -\cos \alpha_i \sin \theta_i & \sin \alpha_i \sin \theta_i & a_i \cos \theta_i \\ \sin \theta_i & \cos \alpha_i \cos \theta_i & \sin \alpha_i \cos \theta_i & a_i \sin \theta_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (2)$$

Матрица A_i осуществляет переход от $(i - 1)$ системы координат к i -й

Матрица T_0^6 имеет вид

$$T_0^6 = \begin{pmatrix} n_x & o_x & a_x & p_x \\ n_y & o_y & a_y & p_y \\ n_z & o_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 0 \end{pmatrix} \quad (3)$$

где n_i , o_i , a_i – элементы матрицы поворота R, а p_i – вектор положения координат захватного устройства относительно базовой системы координат

Так как 6 сочленение мнимое, то матрица A_6 известна заранее

$$A_5^6 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

Получившаяся система уравнений имеет вид:

$$n_x = \sin \theta_1 \cdot \sin \theta_5 + \cos(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) \cdot \cos \theta_1 \cdot \cos \theta_5 \quad (5)$$

$$n_y = \cos \theta_1 \cdot \sin \theta_5 + \cos(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) \cdot \sin \theta_1 \cdot \cos \theta_5 \quad (6)$$

$$n_z = -\sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) \cdot \cos \theta_5 \quad (7)$$

$$o_x = \sin \theta_1 \cdot \cos \theta_5 - \cos(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) \cdot \cos \theta_1 \cdot \sin \theta_5 \quad (8)$$

$$o_y = -\cos \theta_1 \cdot \cos \theta_5 - \cos(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) \cdot \sin \theta_1 \cdot \sin \theta_5 \quad (9)$$

$$o_z = \sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) \cdot \sin \theta_5 \quad (10)$$

$$a_x = -\sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) \cdot \cos \theta_1 \quad (11)$$

$$a_y = -\sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) \cdot \sin \theta_1 \quad (12)$$

$$a_z = -\cos(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) \quad (13)$$

$$p_x = \cos \theta_1 \cdot (L3 \cdot \cos(\theta_2 + \theta_3) + L2 \cdot \cos \theta_2 - L4 \cdot \sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)) \quad (14)$$

$$p_y = \sin \theta_1 \cdot (L3 \cdot \cos(\theta_2 + \theta_3) + L2 \cdot \cos \theta_2 - L4 \cdot \sin(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4)) \quad (15)$$

$$p_z = -L1 - L3 \cdot \sin(\theta_2 + \theta_3) - L2 \cdot \sin \theta_2 - L4 \cdot \cos(\theta_2 + \theta_3 + \theta_4) \quad (16)$$

Как видно из системы уравнений выше, параметры шестого сочленения никак не учувствуют в конечном расчете и не усложняют систему.

Данная система уравнение позволяет решать ПЗК – нахождение декартовых координат захватного устройства в зависимости от обобщенных координат манипулятора. Так же нахождение элементов p_x , p_y , p_z для матриц однородного преобразования T_6 , T_4 и T_3 позволяет избегать столкновений с дном катамарана.

Решение системы уравнений относительно обобщенных координат манипулятора позволит решить ОЗК, что является одним из блоков системы управления манипулятором в целом.

3.2 ОЗК используя формализм ДХ [9]

Решим получившуюся систему уравнений и найдем зависимость обобщенных координат от декартовых координат. Для удобства будем обозначать $\cos\theta_1$ как C_1 , косинус суммы углов $\cos(\theta_1 + \theta_2)$ как C_{12} . Для синусов введем аналогичные обозначения.

Из уравнения (13) получим

$$\theta_2 + \theta_3 + \theta_4 = \arccos(-a_z) \quad (17)$$

Далее из формул (14) и (14) получим

$$\theta_1 = \arctg\left(\frac{p_y}{p_x}\right) \quad (18)$$

Если $S_{234} \neq 0$, то из формул (7) и (10) следует:

$$\theta_5 = \arctg\left(\frac{-o_z}{n_z}\right), S_{234} \neq 0 \quad (19)$$

Если $S_{234} = 0$, то $C_{234} = 1$ и тогда из формул (4) и (8) следует

$$\theta_5 \pm \theta_1 = \arctg\left(\frac{o_x}{n_x}\right), S_{234} = 0 \quad (20)$$

Знак \pm появляется из-за периодичности тригонометрических функций.

Так как

Из формул (14) и (15) можно показать, что

$$p_x C_1 + p_y S_1 = L_3 C_{23} + L_2 C_2 + L_4 S_{234} \quad (21)$$

Далее из формул (16) и (21) можно увидеть, что

$$L_3 S_{23} + L_2 S_2 = -L_1 - L_4 C_{234} - p_z = \alpha \quad (22)$$

$$L_3 C_{23} + L_2 C_2 = C_1 p_x + S_1 p_y - L_4 C_{234} = \beta \quad (23)$$

Возведем выражения (22) и (23) в квадрат и сложим друг с другом

$$\alpha^2 + \beta^2 = L_3^2 + L_2^2 + 2L_2 L_3 C_3 \quad (24)$$

Из выражения (24) найдем угол θ_3

$$\theta_3 = \arccos\left(\frac{\alpha^2 + \beta^2 - L_2^2 - L_3^2}{2L_2L_3}\right) \quad (25)$$

Разложим сумму косинусов и синусов в выражениях (22) и (23)

$$L_3(S_2C_3 + C_2S_3) + L_2S_2 = \alpha \quad (26)$$

$$L_3(C_2C_3 - S_2S_3) + L_2S_2 = \beta \quad (27)$$

Далее умножим выражения (26) и (27) на S_2 и C_2 и сложим их друг с другом

$$L_3C_2 + L_2 = \alpha C_2 + S_2\beta \quad (28)$$

Далее умножим выражения (26) и (27) на C_2 и S_2 и сложим их друг с другом

$$L_3S_2 = \alpha C_2 - S_2\beta \quad (29)$$

Умножим выражения (28) и (29) на α и β и сложим их друг с другом, затем умножим те же выражения на β и α и так же сложим

$$\alpha(L_3C_3 + L_2) - \beta S_3L_3 = (\alpha^2 + \beta^2)S_2 \quad (30)$$

$$\beta(L_3C_3 + L_2) + \alpha S_3L_3 = (\alpha^2 + \beta^2)C_2 \quad (31)$$

Из выражений (30) и (31) найдем угол θ_2

$$\theta_2 = \arctg\left(\frac{\alpha(L_3C_3 + L_2) - \beta S_3L_3}{\beta(L_3C_3 + L_2) + \alpha S_3L_3}\right) \quad (32)$$

И в конце из выражений (17), (25) и (32) найдем угол θ_4

$$\theta_4 = \arccos(-a_z) - \theta_2 - \theta_3 \quad (33)$$

ОЗК решена. Сводная таблица решения приведена ниже

Таблица 2 - Сводная таблица решения ОЗК

| | |
|--------------------------|---|
| 1 | $\theta_1 = \arctg\left(\frac{p_y}{p_x}\right)$ |
| 2 | $\theta_2 = \arctg\left(\frac{\alpha(L_3C_3 + L_2) - \beta S_3L_3}{\beta(L_3C_3 + L_2) + \alpha S_3L_3}\right)$ |
| 3 | $\theta_3 = \arccos\left(\frac{\alpha^2 + \beta^2 - L_2^2 - L_3^2}{2L_2L_3}\right)$ |
| 4 | $\theta_4 = \arccos(-a_z) - \theta_2 - \theta_3$ |
| 5 | $\theta_5 = \arctg\left(\frac{-o_z}{n_z}\right), S_{234} \neq 0$ $\theta_5 = \theta_1 - \arctg\left(\frac{o_x}{n_x}\right), S_{234} = 0$ |
| Дополнительные параметры | |
| α | $\alpha = -L_1 - L_4C_{234} - p_z$ |
| β | $\beta = C_1p_x + S_1p_y - L_4C_{234}$ |

Решение ОЗК с помощью представления ДХ для данной системы управление будет избыточным, так как для ориентации ЗУ в пространстве оператор с помощью рукояток управления задает углы крена и тангажа, а представление ДХ предполагает задание матрицы поворота. Чтобы использовать данное решение необходимо будет переводить вторую систему углов Эйлера (крен, тангаж, рысканье) в матрицу поворота, что увеличит число операций и негативно скажется на времени вычислений. Применим альтернативный метод решения ОЗК с помощью геометрической интерпретации кинематики сочленений манипулятора.

3.3 Геометрический метод решения ОЗК

Для данного метода необходимо ввести несколько новых углов, которые показаны на рисунке 4 ниже. Так же перенесем точку начала базовой системы координат в сочленение первого и второго звеньев, что позволит исключить длину первого звена из расчетов.

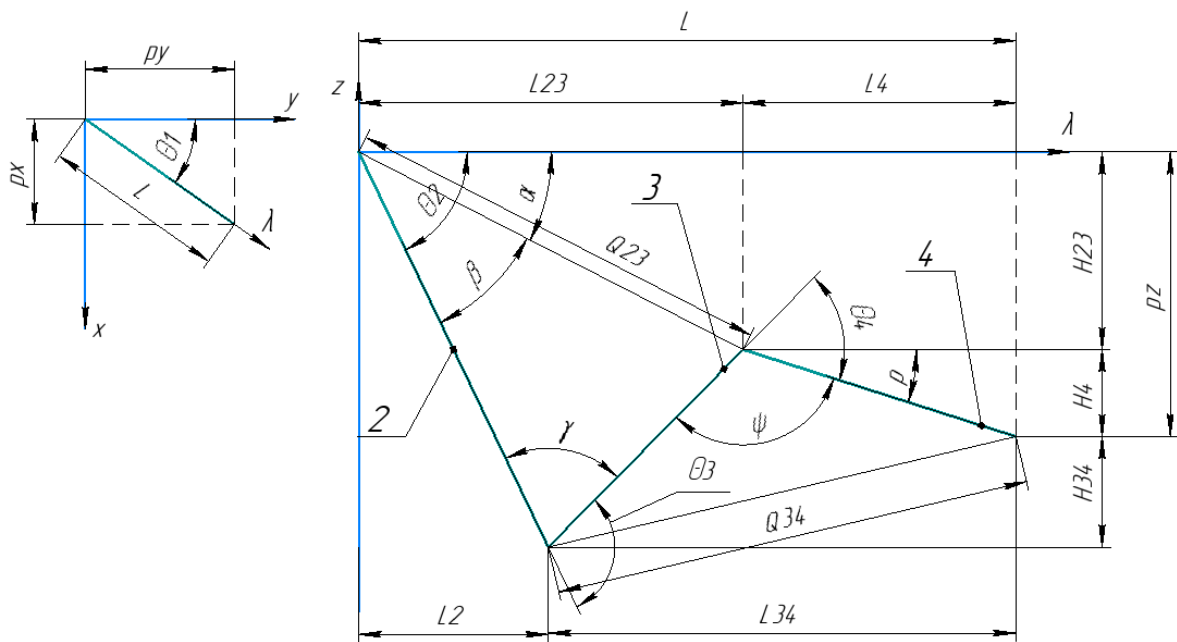


Рисунок 4

На рисунке 4 слева представлена проекция манипулятора на плоскость xOy . Введем новую ось λ так, что звенья манипулятора лежат в плоскости $zO\lambda$. На рисунке 4 справа представлено расположение манипулятора в плоскости $zO\lambda$. Так же на рисунке 4 обозначены длины отрезков, которые потребуются для дальнейшего решения.

Использование геометрического подхода позволит находить угол θ_5 без дополнительных вычислений, сократит количество уравнений и избавит от необходимости перевода углов Эйлера в матрицу поворота.

Оператор задает следующие приращения координат

Таблица 3 - Координаты

| Обозначение | Название |
|-------------|--|
| x | Значение координаты x , p_x на чертеже |
| y | Значение координаты y , p_y на чертеже |
| z | Значение координаты z , p_z на чертеже |
| r | Значение угла крена (roll) |
| p | Значение угла тангажа (pitch) |

Так как за расчет скоростей приводов отвечает другой блок системы управления, то для данного раздела примем значения из таблицы за абсолютные. Для расчетов все угловые значения выражаются в радианах. Размерность линейных размеров для данной задачи не важна, так как легко масштабируется.

Значение угла θ_5 можно найти без каких-либо расчетов.

$$\theta_5 = r \quad (34)$$

Далее найдем длину проекции манипулятора на плоскость xOy

$$L = \sqrt{x^2 + y^2} \quad (35)$$

Угол θ_1 можно найти следующим образом

$$\theta_1 = \arctg\left(\frac{x}{y}\right) \quad (36)$$

Далее найдем дополнительные значения и по теореме косинусов найдем значение угла θ_2

$$L_{23} = L - l_4 \cdot \cos(p) \quad (37)$$

$$H_{23} = L - l_4 \cdot \sin(p) \quad (38)$$

$$Q_{23} = \sqrt{H_{23}^2 + L_{23}^2} \quad (39)$$

$$\alpha = \arccos\left(\frac{L_{23}^2 + Q_{23}^2 - H_{23}^2}{2 \cdot L_{23} \cdot Q_{23}}\right) \quad (40)$$

$$\beta = \arccos\left(\frac{Q_{23}^2 + l_2^2 - l_3^2}{2 \cdot l_2 \cdot Q_{23}}\right) \quad (41)$$

$$\theta_2 = -\alpha - \beta, H_{23} \leq 0 \quad (42)$$

$$\theta_2 = \alpha - \beta, H_{23} \geq 0 \quad (43)$$

Далее найдем значение углов θ_4 и θ_3 по такому же принципу.

$$H_{34} = l_2 \cdot \cos(\theta_2) - z \quad (44)$$

$$L_{34} = L - l_2 \cdot \sin(\theta_2) \quad (45)$$

$$Q_{34} = \sqrt{H_{34}^2 + L_{34}^2} \quad (46)$$

$$\varphi = \arccos\left(\frac{l_3^2 + l_4^2 - Q_{34}^2}{2 \cdot l_3 \cdot l_4}\right) \quad (47)$$

$$\gamma = \arccos\left(\frac{l_2^2 + l_3^2 - Q_{23}^2}{2 \cdot l_2 \cdot l_3}\right) \quad (48)$$

$$\theta_4 = \pi - \varphi \quad (49)$$

$$\theta_3 = \pi - \gamma \quad (50)$$

3.4 Защита от столкновений

Как видно из диаграммы управления после расчета новых обобщенных координат необходимо провести проверку на возможность столкновений с элементами конструкции катамарана. Ниже на рисунке 5 приведены схемы столкновения манипулятора с дном катамарана.

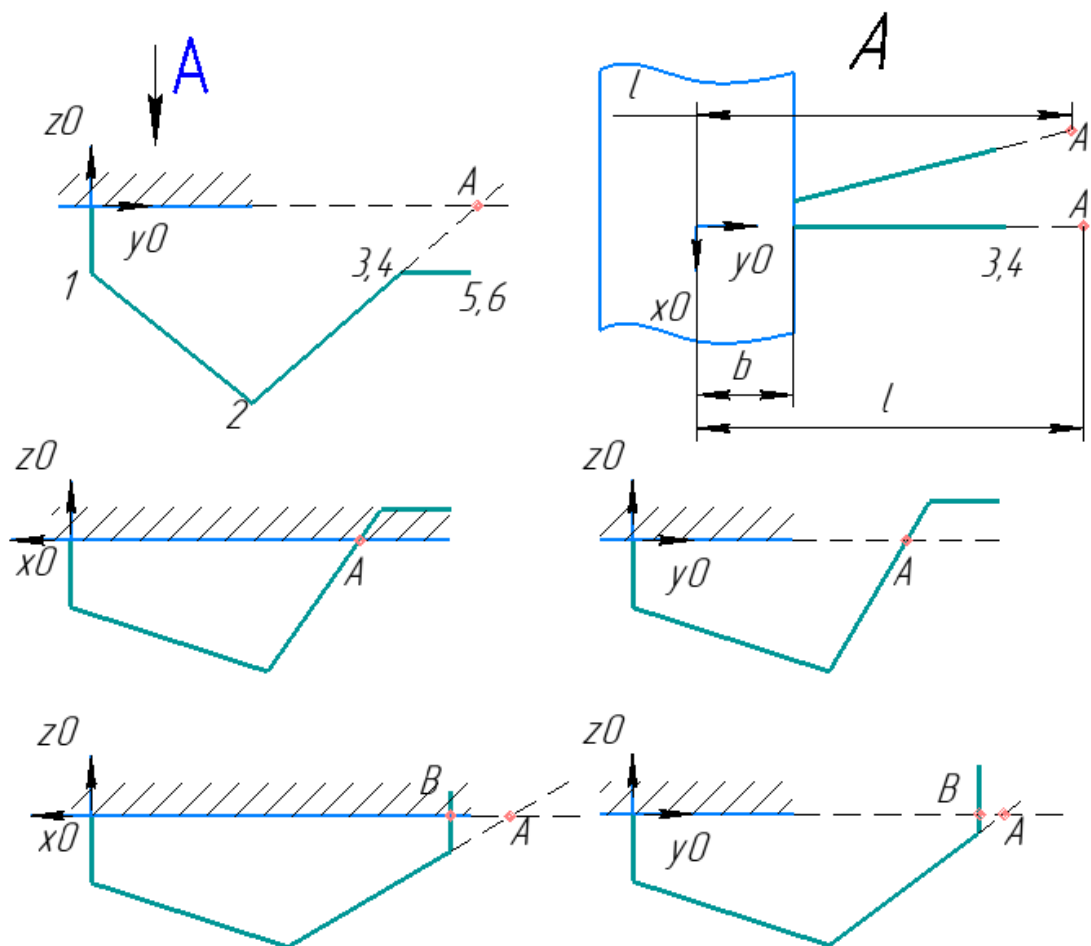


Рисунок 5

Обозначим точкой A точку пересечения плоскости xOy и прямой, проходящей через начала систем координат 2 и 3, точкой B точку пересечения той же плоскости и прямой, проходящей через начала координат систем 3 и 5. Для предотвращения такого рода столкновений необходимо вычислять координаты данных точек и запрещать изменение обобщённых координат, если длина l меньше конструктивного размера b . Так же необходимо добавить зону безопасности от столкновений, так как все координаты пересечений считаются по центру звеньев, а реальные звенья манипулятора обладают толщиной.

Декартовы координаты сочленения для синтеза уравнений прямых можно взять из матриц T_2 , T_3 и T_5 .

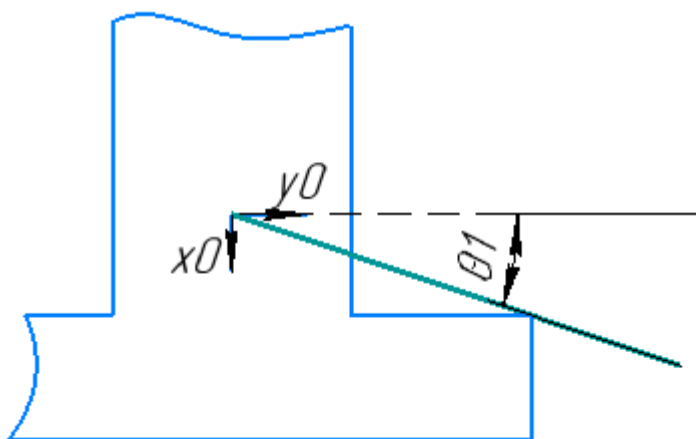


Рисунок 6

На рисунке 6 схематично показан правый поплавок катамарана и столкновение манипулятора с поплавком. Для предотвращения столкновений такого рода необходимо наложить ограничения на угол θ_1 . Конструкция манипулятор не позволяет ему дотянуться до левого поплавка.

4 Расчет углов шаговых двигателей и сервоприводов

Обозначим углы приводов как γ_i . Вращение мотор-редукторов по часовой стрелке примем за положительное. Шаговые двигатели имеют дискретность в 1000 шагов на оборот, а сервопривод 360 шагов на оборот. Изначально все обобщенные координаты рассчитывались в радианах. Такая система координат при необходимости позволит сократить число вычислений с плавающей точкой на микроконтроллерах, не обладающих аппаратными возможностями для быстрых операций с плавающей точкой. Примем что нулевое положение всех шаговых двигателей и сервоприводов совпадает с нулевым положением манипулятора. Все шаговые двигатели оснащены редукторами с соотношением 1:5. Будем вести расчет координат шаговых двигателей сразу в шагах, а координат сервопривода в градусах.

Введем функцию перевода радиан в координаты шаговых двигателей.

$$rad2step(x) = \frac{x \cdot 1000}{2\pi} \quad (51)$$

Так же введем функцию перевода обобщенных координат в координаты сервоприводов

$$rad2deg(x) = \frac{x \cdot 360}{2\pi} \quad (52)$$

На рисунке 7 приведен кинематический узел, обеспечивающий поворот манипулятора вокруг оси z.

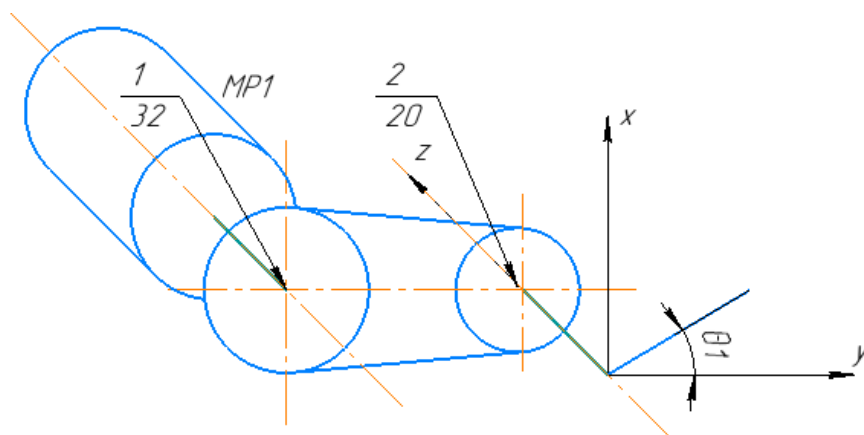


Рисунок 7

Как видно из рисунка 7

$$\gamma_1 = rad2step(\theta_1) \cdot 5 \cdot \frac{20}{32} \quad (53)$$

Далее на рисунке 8 приведена пространственная кинематическая схема, которая позволяет найти углы γ_2 , γ_3 и γ_4 .

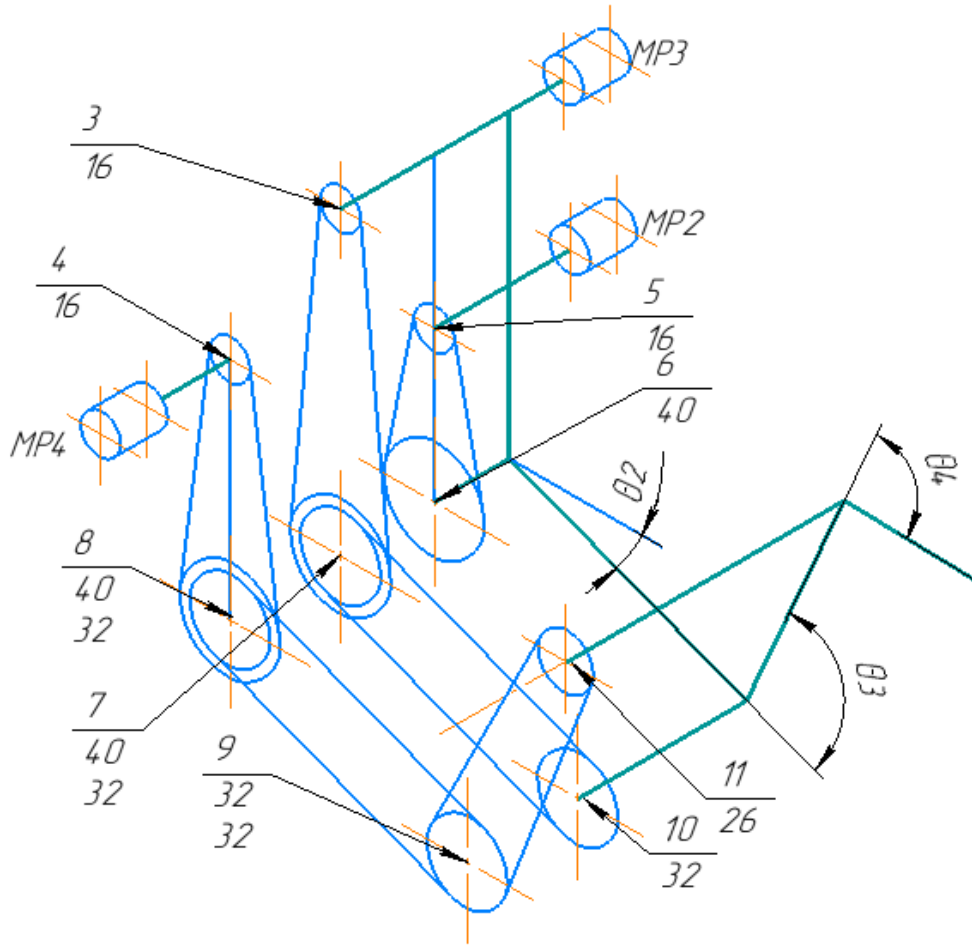


Рисунок 8

$$\gamma_2 = \text{rad2step}(\theta_2) \cdot 5 \cdot \frac{40}{16} \quad (54)$$

Далее для расчёта углов γ_3 и γ_4 следует учесть, что данные координаты зависят не только от обобщенных координат сочленения, но и от обобщенных координат родительских сочленений.

$$\gamma_3 = -\text{rad2step}(\theta_3) \cdot 5 \cdot \frac{40}{16} - \text{rad2step}(\theta_2) \cdot \frac{40}{32} \quad (55)$$

$$\gamma_4 = \text{rad2step}(\theta_4) \cdot 5 \cdot \frac{40}{16} \cdot \frac{30}{24} + \text{rad2step}(\theta_2) \cdot \frac{40}{32} + \text{rad2step}(\theta_3) \cdot \frac{32}{26} \quad (56)$$

$$\gamma_5 = rad2deg(\theta_5) \quad (57)$$

4.1 Сравнение решений

Сравнение полученных методов решения ОЗК производилось по времени работы решения. Для сравнения использовался микроконтроллер STM32F103T6 с тактовой частотой 8 МГц. Для более корректного сравнения алгоритмов оптимизацию компилятора примем за 00. Программный код для метода ДХ приведен в приложении 3, программный код для метода геометрического представления структурно эквивалентен приложению 2. На рисунке 9 представлены диаграммы сравнения двух способов решения ОЗК – с помощью геометрического представления звеньев и с помощью формализма ДХ. На диаграммах представлено время расчета одного решения ОЗК в мс. Также на рисунке 9 приведена диаграмма аналогичного сравнения для микроконтроллера ATmega 2560 на восьмибитной архитектуре. Как видно из графиков, решение с использованием геометрического представления дает результат примерно в 3 раза быстрее, чем решение с использованием формализма ДХ, не зависимо от архитектуры микроконтроллера. Для дальнейшей разработки бортовой программы манипулятора примем решение через геометрическое представление манипулятора как основное.

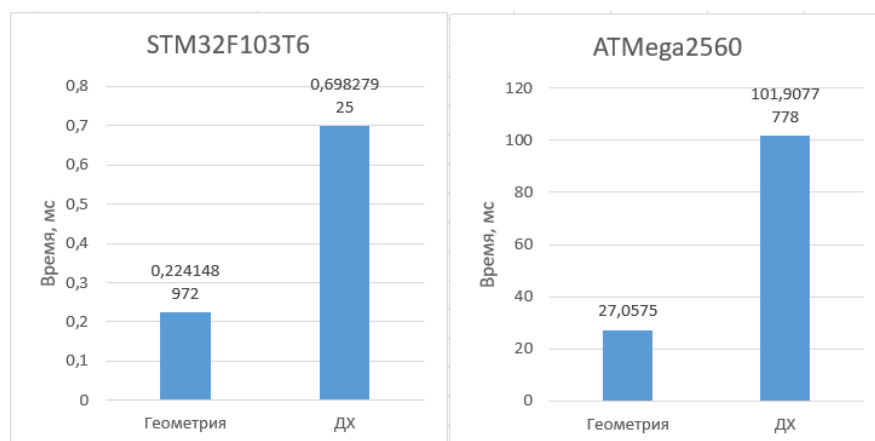


Рисунок 9

Вывод

Полученные закономерности и алгоритмы дают возможность начать разработку программного обеспечения под конкретный микроконтроллер, что позволит реализовать систему управления манипулятором не только в симуляции, но и на физическом образце.

Переход от представления Денавита-Хартенберга к геометрическому представлению позволил значительно сократить число математических операций для расчета обратной задачи кинематики, что положительно скажется на быстродействии микроконтроллера в реальном манипуляторе.

В ВКР бакалавра планируется рассмотреть и математически описать все случаи столкновения, перевод скоростей ЗР в текущие координаты, а также сделать реализацию полученных алгоритмов на микроконтроллере STM с ядром cortex M4.

Список литературы

1. Guo, D., Ju, H., Yao, Y., Ling, F., & Li, T. (2009). Efficient Algorithms for the Kinematics and Path Planning of Manipulator. 2009 International Conference on Artificial Intelligence and Computational Intelligence.
2. Kondak, K., Huber, F., Schwarzbach, M., Laiacker, M., Sommer, D., Bejar, M., & Ollero, A. (2014). Aerial manipulation robot composed of an autonomous helicopter and a 7 degrees of freedom industrial manipulator. 2014 IEEE International Conference on Robotics and Automation (ICRA).
3. From, P. J., Duindam, V., Pettersen, K. Y., Gravdahl, J. T., & Sastry, S. (2010). Singularity-free dynamic equations of vehicle–manipulator systems. *Simulation Modelling Practice and Theory*, 18(6), 712–731.
4. Wuthier, D., Kominiak, D., Kanellakis, C., Andrikopoulos, G., Fumagalli, M., Schipper, G., & Nikolakopoulos, G. (2016). On the design, modeling and control of a novel compact aerial manipulator. 2016 24th Mediterranean Conference on Control and Automation (MED).
5. Love, L. J., Jansen, J. F., & Pin, F. G. (2004). On the modeling of robots operating on ships. *IEEE International Conference on Robotics and Automation, 2004. Proceedings. ICRA '04.* 2004.
6. A revert of the clone armdroid 1 / Derek F. Stubbs. <http://www.theoldrobots.com/Teachmover.html> (20.11.2019)
7. AR2 Robot Documentation / Chris Annin. <https://www.anninrobotics.com> (20.11.2019)
8. <https://www.bcn3d.com/bcn3d-moveo-the-future-of-learning/> , 20.11.2019
9. Шахинпур М. Курс робототехники / Шахинпур М. Пер с англ – М. Мир, 1990 – 572 с, ил.

10. Иванов М.Н. Детали машин / Иванов М.Н., Финогенов В.А. – Высшая школа, 2008 – 480 с, ил
11. Matlab Robotic System Toolbox User`s Guide, 2019 – 294 с.
12. <https://github.com/auralius/my-matlab-robotics-toolbox> / 20.11.2019

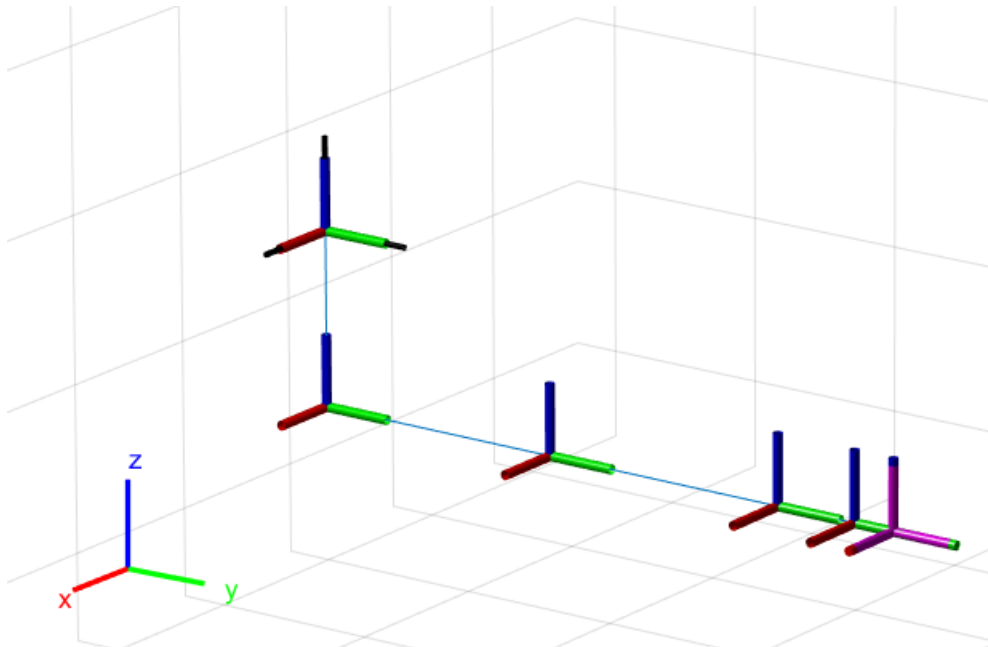
Приложение 1

Параметры модели манипулятора в Matlab Robotic System Toolbox

Robot: (6 bodies)

| Idx | Body Name | Joint Name | Joint Type | Parent Name (Idx) | Children Name(s) |
|-----|-----------|------------|------------|-------------------|------------------|
| 1 | base2 | joint1 | revolute | base(0) | column(2) |
| 2 | column | joint2 | revolute | base2(1) | shoulder(3) |
| 3 | shoulder | joint3 | revolute | column(2) | forearm(4) |
| 4 | forearm | pitch | revolute | shoulder(3) | wrist(5) |
| 5 | wrist | roll | revolute | forearm(4) | tool(6) |
| 6 | tool | fixed | fixed | wrist(5) | |

Так же на рисунке ниже приведена получившаяся модель.



Приложение 2

Функция в MATLAB для проверки правильности расчета ОЗК.

```
1 function [theta] = IK(x, y, z, r, p)
2 theta = [pi/2 0 0 -pi/2 0 pi/2];
3 s = [0 0 0 0 0];
4 s(5) = r;
5 L = sqrt(x^2 + y^2);
6 s(1) = atan2(x, y);
7 L23 = L - l4 * cos(p);
8 H23 = z - l4 * sin(p);
9 Q23 = sqrt(H23^2 + L23^2);
10 alpha = acos((L23^2 + Q23^2 - H23^2)/(2 * L23 * Q23));
11 betta = acos((Q23^2 + l2^2 - l3^2)/(2 * Q23 * l2));
12 if H23 <= 0
13     s(2) = -alpha - betta;
14 else
15     s(2) = -betta + alpha;
16 end
17 H34 = l2 * sin(s(2)) - z;
18 L34 = L - l2 * cos(s(2));
19 Q34 = sqrt(L34^2 + H34^2);
20 psi = acos((l3^2 + l4^2 - Q34^2)/(2 * l3 * l4));
21 s(4) = pi - psi;
22 gamma = acos((l2^2 + l3^2 - Q23^2)/(2 * l2 * l3));
23 s(3) = pi - gamma;
24 theta(1) = s(1) + pi/2;
25 theta(2) = -s(2);
26 theta(3) = -s(3);
27 theta(4) = s(4) - pi / 2;
28 theta(5) = s(5);
29 theta(6) = pi/2;
30 end
```


Приложение 3

```
1 float* IKDH (float x, float y, float z ,float p ,float r)
2 {
3     float s [5] = {0};
4     float nx = cos(s[0] * cos(r) * cos(p) - cos(s[0] * sin(p)));
5     float ny = sin(s[0] * cos(r) * cos(p) + cos(s[0] * sin(p)));
6     float nz = -sin(r) * cos(p);
7     float ox = cos(s[0] * cos(r) * sin(p) - sin(s[0] * cos(p)));
8     float oy = -sin(s[0] * cos(r) * sin(p) + cos(s[0] * sin(p)));
9     float oz = sin(r) * sin(p);
10    float ax = sin(r) * cos(p);
11    float ay = sin(r) * sin(p);
12    float az = cos(r);
13    float s234 = acos(-az);
14    s[0] = atan(-y / x);
15    if (s234 != 0)
16        s[4] = atan(-oz / nz);
17    else
18        s[4] = s[0] - atan(ox / nx);
19    int al = -l1 - l4*cos(s234) - 0 * sin(s234) - z;
20    int b = cos(s[0]) * x + sin(s[0]) * y + l4 * sin((s234)) - 0 *
        cos(s234);
21    s[2] = acos((pow(al, 2) + pow(b, 2) - pow(l2, 2) - pow(l3, 2))/
22                (2 * l2 * l3));
23    s[1] = atan((al * (l3 * sin(s[2]))+ l2) - b * l3 * sin(s[2]))/
24                b * (l3 * cos(s[3]) + l2) + al * l3 * sin(s[2]));
25    s[3] = acos(-az) - s[2] - s[1];
26    float *s2 = s;
27    return s2;
28 }
```