

1. Calcule o quociente e o resto das seguintes divisões:

1.1. $(x^5 + 1) : (x + 3)$

1.3. $(x^4 - 3x^2 + 2) : (x^2 + 1)$

1.2. $(-x^4 + 6x^2 + 4x) : (3x + 6)$

1.4. $(6x^3 + 5x^2 - 9x - 2) : (3x - 1)$

usando, se possível:

- Algoritmo da divisão
- Regra de Ruffini

2. Determine as raízes de cada um dos seguintes polinómios e decompõe-os em fatores:

2.1. $x^2 - 5x - 14$

2.2. $2x^3 + 3x^2 - 2x$

2.3. $x^3 - 2x^2 - x + 2$

2.4. $-2x^3 - 2x^2 + 2x + 2$

3. Resolva, em IR, cada uma das seguintes equações:

3.1. $\frac{1}{25} = 5^{1-x^2}$

3.6. $\ln x^4 - \ln x = 18$

3.2. $8e^{-0,2t} + 20 = 120 + 6e^{-0,2t}$

3.7. $9^x - 6 \cdot 3^x + 5 = 0$

3.3. $3^{x-4} + 4 = 2 + 2 \times 3^{x-4}$

3.8. $x \ln x + 5 \ln x = 0$

3.4. $\ln(x^2 + 5) = 2 \ln(x - 1)$

3.9. $\log_5(5 - x) = 1 - \log_5(x)$

3.5. $\ln(x) + \ln(2x + 1) = 0$

4. Dadas as funções definidas por:

▪ $f(x) = x + 2$ e $g(x) = \frac{2x^2 + 1}{3}$

▪ $f(x) = \frac{2}{x^2 - 9}$ e $g(x) = 2x - 1$

▪ $f(x) = -x + \sqrt{4 - x}$ e $g(x) = 2x^2$

▪ $f(x) = 2 + \sqrt{x^2 - 9}$ e $g(x) = 3x$

4.1. Determine, para cada par, o domínio das funções.

4.2. Caracterize, para cada par, as funções $f + g$, $f - g$, $f \times g$, $\frac{f}{g}$, $f \circ g$ e $g \circ f$.

5. Caracterize a inversa de f , sendo f uma função real de variável real, definida por:

5.1. $f(x) = -4x$

5.2. $f(x) = -3x + 1$

5.3. $f(x) = \frac{2x+3}{x+1}$

5.4. $f(x) = \sqrt{x-1}$

6. Calcule os seguintes limites:

6.1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{x^2 - 5x + 4}$

6.2. $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{10x^3 - x^2 + 7}{4x^2 - 5}$

6.3. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{x^5 + 2x + 3}{(2x - 5)^2}$

6.4. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x+2} - 2}{x - 2}$

6.5. $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{3x}$

6.6. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(x+1)}{2x}$

6.7. $\lim_{z \rightarrow 5} \frac{z^2 - 10z + 25}{z - 5}$

6.8. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^{x+1} - e}{x^2 - x}$

6.9. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{e^{2x} - 1}{x} \right)$

6.10. $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x+1} - \sqrt{x})$

6.11. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x \ln x^4}{2x - 2}$

7. Estude a continuidade de cada uma das seguintes funções nos pontos indicados. Caso não seja contínua, estude a continuidade à esquerda e à direita do ponto indicado.

7.1. $f(x) = |x|$ para $x = 0$

7.2. $h(x) = \begin{cases} 3x^2 - 1 & \text{se } x < 1 \\ 2 & \text{se } x = 1 \\ 1 + x^3 & \text{se } x > 1 \end{cases}$ para $x = 1$

7.3. $g(x) = \begin{cases} \frac{x}{x-1} & \text{se } x \neq 1 \\ 2 & \text{se } x = 1 \end{cases}$ para $x = 1$

8. Mostre, aplicando o teorema de Bolzano, que a equação:

8.1. $x^3 - 2x + 5 = 0$ tem pelo menos uma raiz no intervalo $]-3, 0[$

8.2. $x^4 - 2x - 1 = 0$ tem pelo menos uma raiz no intervalo $[-1, 0]$

9. Para cada uma das seguintes funções escreva uma equação para as assintotas do respetivo gráfico:

9.1. $f(x) = \frac{8}{4 - x^2}$

9.2. $f(x) = \frac{x^4 - 16}{x^3}$

9.3. $f(x) = \frac{2x^2}{\sqrt{x^2 - 16}}$

9.4. $f(x) = \frac{x+1}{x-2}$

9.5. $f(x) = x \cdot \ln x$

9.6. $f(x) = \frac{\ln x^3}{x}$