

Estrutura de Dados

Professor: Thiago Queiroz

Aluno: Danilo Alexandrino de Miranda

Matrícula: 20152045050382

## → Bateria de Complexidade

01. Limite assintótico superior:  $O(f(n))$

Uma função  $g(n) = O(f(n))$ , se  $g(n) \leq c_1 \cdot f(n)$   
para uma constante  $c_1 > 0$  e para  $n \geq n_0$ .

02. Limite assintótico exato:  $\Theta(f(n))$

Uma função  $g(n) = \Theta(f(n))$ , se  $c_1 \cdot f(n) \leq g(n) \leq c_2 \cdot f(n)$   
para constantes  $c_1$  e  $c_2 > 0$  e para  $n \geq n_0$ .

03. Limite assintótico inferior:  $\Omega(f(n))$

Uma função  $g(n) = \Omega(f(n))$ , se  $g(n) \geq c_1 \cdot f(n)$   
para uma constante  $c_1 > 0$  e para  $n \geq n_0$ .

04.  $n^2 - n + 549 = 49n + 49 \Rightarrow$

$$n^2 - 50n + 500 = 0$$

$$n_1 = 13,819$$

$$\text{Para } n = 14 //$$

05.  $\Theta(n^2)$

06.  $2n^3 + 5 = \Theta(n^3)$

Se  $f(n) = \Theta(g(n)) = \Theta(n)$ , isto é,  $g(n) = n$

Seguindo a definição de limite assintótico

$$f(n) = 2n^3 + 5$$

07. Utilizaria o algoritmo B  
no lugar do A quando  $n$   
for maior que 1. Pois quan-  
do for  $n=1$ , o A é melhor  
que o B.

08. a) 1. Para  $i=1 \dots n$  faça

2. Para  $j=1 \dots 2^i$  faça

3. } Operações de tempo

4. } constantes

Como  $j$  é  $2^i$  para cada iteração de  $i$ , as linhas 3 e 4  
vão executar um número  $\leq n \cdot 2^n$  vezes. Logo o  
algoritmo é  $O(n \cdot 2^n)$

A aplicação anterior não está errada, mas  $n \cdot 2^n$  é um exagero. Podemos fazer melhor:

$$\left. \begin{array}{l} i=1, j=1 \dots 2^1 \text{ vezes} \\ i=2, j=1 \dots 2^2 \text{ vezes} \\ \vdots \\ i=n, j=1 \dots 2^n \text{ vezes} \end{array} \right\} \rightarrow$$

$$\frac{2^1 + 2^2 + 2^3 + \dots + 2^n \text{ (PG de razão 2)}}{2-1} = \frac{2(2^n - 1)}{2-1} = 2 \cdot 2^n - 2 \text{ é } O(2^n)$$

constante      constante

b)  $S = 1^2 + 2^2 + \dots + n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$   
 ↳ soma dos  $n$  primeiros quadrados

Agora para o algoritmo:

$$i=1: j=1 \dots 2^1$$

$$\downarrow$$

$$1^2 + 2^{1-2}$$

$$i=2: j=1 \dots 2^2$$

$$\downarrow \quad \downarrow$$

$$1^2 + 2^2 + \dots + 2^{2-2}$$

$$i \text{ genérico: } j=1 \dots 2^i \quad \left. \begin{array}{l} \downarrow \\ 1^2 + 2^2 + \dots + 2^{i-2} \end{array} \right\} \frac{2^i(2^i+1)(2^{i+1}+1)}{6} \text{ é } O(2^i)$$

$$i=n: j=1 \dots 2^n$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$1^2 + 2^2 + \dots + 2^{n-2}$$

$$\leq \sum_{i=1}^n 2^{2^i} = \sum_{i=1}^n 8^i \text{ PG de razão 8}$$

$$\leq \frac{8(8^n - 1)}{8-1} \text{ é } O(8^n)$$

- c) 1. para  $i=1 \dots n$  faça  
 2. para  $j=1 \dots n$  faça  
 3. operação  $O(2^i)$

Para o algoritmo:

$$i=1; j=2^1 + 2^1 \dots \rightarrow n \cdot 2^n \rightarrow n^2 \cdot 2^n \rightarrow \Theta(n^2 \cdot 2^n)$$

↳  $n$  vezes de iteração       $\hookrightarrow \Theta(2^n)$

$$1 \cdot 2^1 + 2 \cdot 2^2 + \dots + n \cdot 2^n$$

- d) 1. Para  $i = 1, \dots, n$  faça  
 2.  $t = 1$   
 3. enquanto  $t \leq i$  faça  
 4. operação  $\Theta(2^t)$   
 5.  $t = t + 1$

$$t = 2^t \Rightarrow t = i$$

$$i = 1, t = 1 \rightarrow 2^1$$

$$i = n, t = n \rightarrow 2^n$$

$$(n \cdot 2^n) \cdot n \rightarrow n \cdot 2^n \rightarrow \Theta(2^n)$$

09. Entrada + vetor de tamanho  $n$

maior = 0, seq. maior = 0,

for  $i = 0 \dots n$  de

if (vetor[i] > maior)

maior = vetor[i]

end for

for  $j = 0 \dots n$  de

if (vetor[i] != maior)

seq. maior = vetor[i]

end for

complexidade  $\rightarrow \Theta(n^2)$