Universidade de Brasília
Departamento de Matemática

Cálculo 1

Teorema Fundamental do Cálculo - Parte 1

(solução da tarefa)

Vamos denotar por $F(x)$ e $G(x)$ uma escolha arbitrária de primitivas para as funções f e g. Nestas condições, o TFC-Teorema Fundamental do Cálculo- nos diz que $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a)$, valendo uma identidade análoga para o caso da função g.

A solução de cada item da tarefa é simples e será indicada abaixo, deixando-se os detalhes para o aluno.

1. Basta notar que $(cx)' = c$ e usar o TFC.

2. Basta notar que $(cF(x))' = cF'(x) = cf(x)$ e usar o TFC.

3. Basta lembrar que $(F(x) + G(x))' = f(x) + g(x)$ e usar o TFC.

4. Basta lembrar que $(F(x) - G(x))' = f(x) - g(x)$ e usar o TFC.

5. Segue diretamente do TFC, usando-se a primitiva F.

6. Neste item note que $F'(x) = f(x) \geq 0$, o que mostra que a função F é não decrescente. Logo $F(b) \geq F(a)$, e portanto $\int_a^b f(x)dx = F(b) - F(a) \geq 0$.

7. Este item segue do anterior e da Propriedade 4. De fato, como $f(x) \geq g(x)$, temos que $(f - g) \geq 0$ em $[a, b]$. Logo, $\int_a^b f(x)dx - \int_a^b g(x)dx = \int (f(x) - g(x))dx \geq 0$.

8. Basta usar a Propriedade 1 e o item anterior com as funções $(f - m)$ e $(M - f)$.