



## Matemática 1

### Volume de um gás em um pistão

(solução da tarefa)

---

Vamos mostrar que  $x = 0$  é uma assíntota vertical de  $V$ , verificando que  $\lim_{p \rightarrow 0^+} V(p) = +\infty$ . De fato, seja dado  $M > 0$ . Como estamos interessado nos valores de  $V(p)$  para  $p$  próximo de zero (e positivo), vamos assumir que  $p \leq 100$ , de modo que  $V(p) = 200/p$ . Desse modo

$$V(p) > M \iff \frac{200}{p} > M \iff p < \frac{200}{M}.$$

Assim, tomando  $p_0 = 200/M$  temos que  $V(p) > M$  sempre que  $0 < p < p_0$ .

Para mostrar que  $y = 1/2$  é uma assíntota horizontal vamos verificar que  $\lim_{p \rightarrow +\infty} V(p) = 1/2$ . De fato, seja dado  $\varepsilon > 0$ . Como estamos interessando nos valores de  $V(p)$  para  $p$  muito grande, vamos assumir que  $p > 150$ , de modo que  $V(p) = 1/2$ . Desse modo

$$\left| V(p) - \frac{1}{2} \right| = \left| \frac{1}{2} - \frac{1}{2} \right| = 0 < \varepsilon,$$

e portanto, nesse caso, podemos tomar qualquer  $N_0 > 150$  para concluir que  $|V(p) - 1/2| < \varepsilon$  sempre que  $p > N_0$ .

Observamos que a reta  $y = 1/2$  é a única assíntota horizontal de  $V$ , visto que não faz sentido fazer  $p \rightarrow -\infty$ . Observamos ainda que, na definição de limite no infinito, o número  $N_0$  em geral depende do tamanho de  $\varepsilon$ . No nosso caso ele não depende porque a função  $V$  é constante a partir de um determinado valor de  $p$ .