

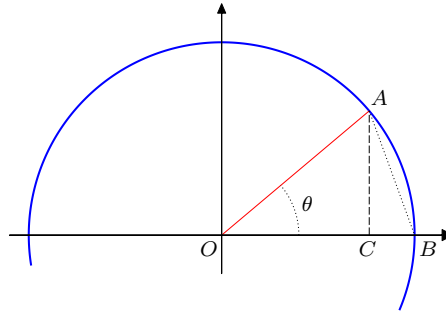


Cálculo 1

Limite trigonométrico fundamental

(solução da tarefa)

Vamos supor inicialmente que $\theta \in (0, \pi/2)$, de modo a usar a figura abaixo.



Como o raio do círculo vale 1, comprimento do arco que une os pontos A e B é exatamente θ . Assim, como $\sin(\theta)$ é o comprimento do segmento AC , devemos ter

$$0 < \sin(\theta) < \overline{AB} < \theta.$$

Uma vez que $\lim_{\theta \rightarrow 0^+} 0 = 0 = \lim_{\theta \rightarrow 0^+} \theta$, segue do Teorema do Confronto que

$$\lim_{\theta \rightarrow 0^+} \sin(\theta) = 0.$$

Para calcular o limite pela esquerda fazemos $\beta = -\theta$, e procedemos como no texto, para obter

$$\lim_{\theta \rightarrow 0^-} \sin(\theta) = \lim_{\beta \rightarrow 0^+} \sin(-\beta) = - \lim_{\beta \rightarrow 0^+} \sin(\beta) = -0 = 0.$$

Como os dois limites laterais existem e são iguais a zero, concluímos que

$$\lim_{\theta \rightarrow 0} \sin(\theta) = 0.$$