



Cálculo 1

O cálculo do imposto de renda

(solução da tarefa)

Lembremos que

$$I_2(r) = \begin{cases} 0, & \text{se } 0 \leq r \leq 10, \\ 0,1r - 1, & \text{se } 10 < r \leq 20, \\ 0,2r - b, & \text{se } r > 20. \end{cases}$$

Procedendo como no texto, calculamos primeiro os limites laterais no ponto $r = 20$:

$$\lim_{r \rightarrow 20^-} I_2(r) = \lim_{r \rightarrow 20^-} (0,1r - 1) = 1, \quad \lim_{r \rightarrow 20^+} I_2(r) = \lim_{r \rightarrow 20^+} (0,2r - b) = 4 - b.$$

Para que exista o limite devemos ter $1 = 4 - b$, isto é, $b = 3$. Nesse caso, o limite no ponto $r = 20$ será igual a 1. A fim de que I_2 seja contínua em $r = 20$, resta somente verificar se o valor de I_2 nesse ponto coincide com o valor do limite, o que de fato ocorre, visto que, para essa escolha de b , temos

$$\lim_{r \rightarrow 20} I_2(r) = 1 = I_2(20).$$

Assim, para que tenhamos uma função de imposto contínua em todos os pontos, devemos fazer $b = 3$, para obter

$$I_2(r) = \begin{cases} 0, & \text{se } 0 \leq r \leq 10, \\ 0,1r - 1, & \text{se } 10 < r \leq 20, \\ 0,2r - 3, & \text{se } r > 20. \end{cases}$$

Observe que o gráfico dessa nova função, esboçado ao lado, não possui nenhum salto, como era de se esperar.

