

# Linguagens Formais

UNICAP

Eduardo Araújo Oliveira  
<http://sites.google.com/site/eaoufpe>



## Estrutura

- Definição de AFND
- Equivalência entre AFD e AFND

## AFD vs. AFND

- Determinístico
  - Transições bem-definidas
  - Função de transição leva a um único estado
  - Sequência de estados é única para cada palavra
- Não-determinístico
  - Transições ambíguas
  - Função de transição leva a vários estados alternativos
  - Várias seqüências possíveis

## Autômatos Finitos Não Determinísticos

- Até agora, quando um AF está em um dado estado e lê o próximo símbolo da entrada, nós sabemos exatamente qual seu próximo estado (é bem determinado) :
- Máquinas que se comportam dessa forma são chamadas de *determinísticas*.
- Máquinas ***não-determinísticas*** são aquelas em que diversas escolhas podem existir para o próximo estado em qualquer ponto da execução.

## Autômatos Finitos Não Determinísticos

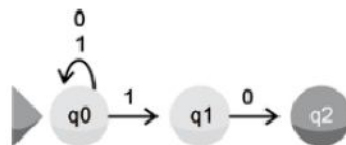
O próximo estado não é necessariamente unicamente determinado pelo estado atual e pelo símbolo de entrada.

Podemos ter zero, uma ou mais transições de estado com o mesmo símbolo de entrada.

slide 5

## Autômatos Finitos Não Determinísticos

Exemplo:  $N_1$

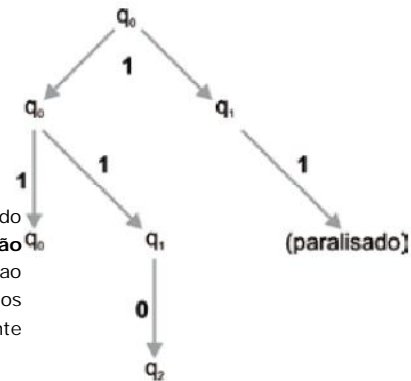
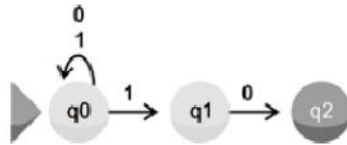


- Um estado pode ter zero, um ou mais arcos "saindo" para cada símbolo do alfabeto;
- zero, um ou mais arcos podem sair de cada estado rotulados com  $\lambda$ .

slide 6

## Autômatos Finitos Não Determinísticos

Vamos considerar  $N_1$  com a entrada 110



Apresentamos que lendo cada um dos papeis esta no estado de **aceitação**. E quando o característico do AFMD não é AFMD zero de outros estados, ou quando detegam ao estado final **Estado de aceitação** então os mesmos **verificam** o resultado de q0 lendo 0, simplesmente aceitamos a cadeia.

slide 7

## Autômatos Finitos Não Determinísticos



$\delta$	0	1
$\rightarrow q_0$	$\{q_0\}$	$\{q_0, q_1\}$
$q_1$	$\{q_2\}$	$\emptyset$
$*q_2$	$\emptyset$	$\emptyset$

slide 8

## Autômatos Finitos Não Determinísticos

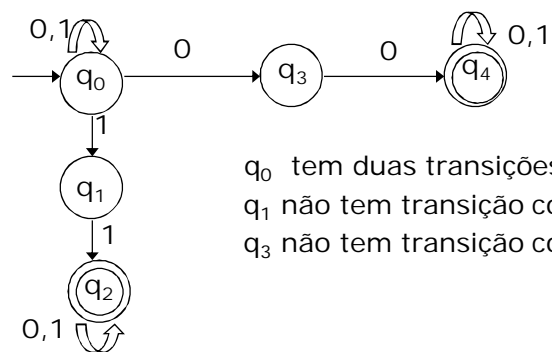
- Definição Formal

Um Autômato Finito Não-Determinístico (AFND) é uma 5-tupla onde:

1.  $Q$  é um conjunto finito de estados;
2.  $\Sigma$  é um alfabeto finito;
3.  $\delta : Q \times \Sigma \rightarrow P(Q)$  é a função de transição;
4.  $q_0 \in Q$  é o estado inicial; e
5.  $F \subseteq Q$  é o conjunto de estados de aceitação.

slide 9

## Autômatos Finitos Não Determinísticos



$q_0$  tem duas transições com 0 e duas com 1  
 $q_1$  não tem transição com 0  
 $q_3$  não tem transição com 1

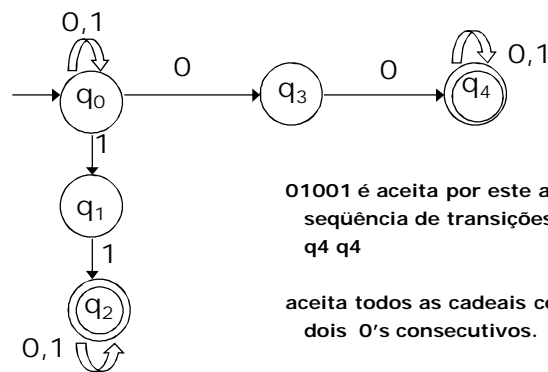
slide 10

## Autômatos Finitos Não Determinísticos

Uma sequência de entrada  $a_1a_2 \dots a_n$  é aceita por um autômato finito não determinístico se existe uma sequência de transições, correspondendo a sequência de entrada, que leva do estado inicial a algum dos estados finais.

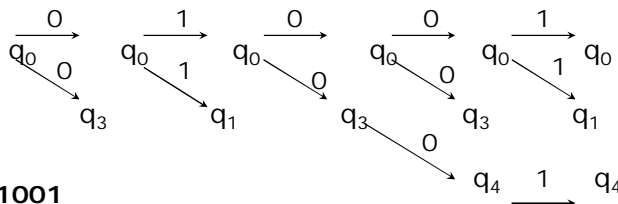
slide 11

## Autômatos Finitos Não Determinísticos



01001 é aceita por este autômato pois a sequência de transições é  $q_0 \xrightarrow{0} q_0 \xrightarrow{1} q_1 \xrightarrow{0} q_0 \xrightarrow{0} q_3 \xrightarrow{1} q_4$

aceita todos as cadeais com dois 1's ou dois 0's consecutivos.



Cadeia: 01001

slide 12

## Autômatos Finitos Não Determinísticos

- Exercício:

- Dado  $M = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{a, b\}, \delta, q_0, \{q_f\})$
- Diga se a palavra  $bab$  é aceita ou rejeitada e justifique!

	a	b
$q_0$	$\{q_1\}$	$\{q_0, q_1\}$
$q_1$	$\{\}$	$\{q_f\}$
$q_f$	$\{q_f\}$	$\{q_f\}$

slide 13

## Relação entre AFD e AFND

slide 14

## Equivalência AFND / AFD

- De um AFD é possível criar um AFND equivalente?
  - Trivial de mostrar
  - Basta criar um AFND cuja função leva a conjuntos unitários
- De um AFND é possível criar um AFD equivalente?
  - Dado  $M = (T, Q, \delta, q_0, F)$  não-determinístico, construir  $M'$  determinístico
  - Veremos como fazer...

## Relação entre AFD e AFND

### Transformação de AFND em AFD

$A = (\{q_0, q_1, q_2\}, \{0, 1\}, \delta, q_0, \{q_2\})$

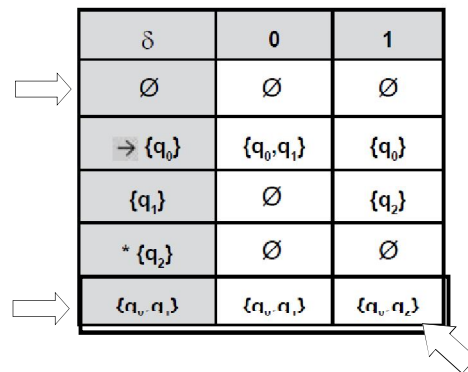
$\delta$	0	1
$\rightarrow q_0$	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0\}$
$q_1$	$\emptyset$	$\{q_2\}$
$* q_2$	$\emptyset$	$\emptyset$

slide 16



## Relação entre AFD e AFND

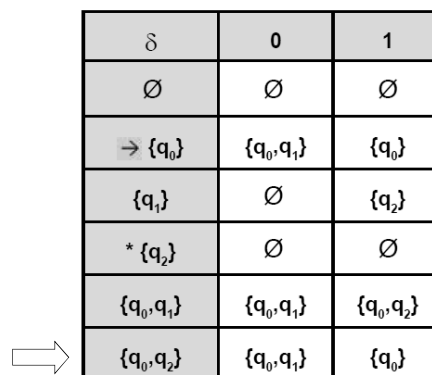
Transições do estado vazio + estados resultantes da junção de dois ou mais estados da transição...



$\delta$	0	1
$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
$\rightarrow \{q_0\}$	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0\}$
$\{q_1\}$	$\emptyset$	$\{q_2\}$
$* \{q_2\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_2\}$

slide 17

## Relação entre AFD e AFND



$\delta$	0	1
$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
$\rightarrow \{q_0\}$	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0\}$
$\{q_1\}$	$\emptyset$	$\{q_2\}$
$* \{q_2\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_2\}$
$\{q_0, q_2\}$	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0\}$

slide 18

## Relação entre AFD e AFND

$\{q_2\}$  = estado de aceitação, então todos os estados que tiverem  $q_2$  também serão estados de aceitação

$\delta$	0	1
$\emptyset$	$\emptyset$	$\emptyset$
$\rightarrow \{q_0\}$	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0\}$
$\{q_1\}$	$\emptyset$	$\{q_2\}$
$\Rightarrow * \{q_2\}$	$\emptyset$	$\emptyset$
$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_2\}$
$\Rightarrow * \{q_0, q_2\}$	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0\}$

slide 19

## Relação entre AFD e AFND

Será que temos estados inacessíveis que podem ser removidos?  
Para facilitar a identificação, renomear os estados.

$\delta$	0	1
A	A	A
$\rightarrow B$	E	B
C	A	D
$* D$	A	A
E	E	F
$\wedge F$	E	B

Quem acessa o estado C? Retirando o estado C, quem acessará o estado D? ...

slide 20

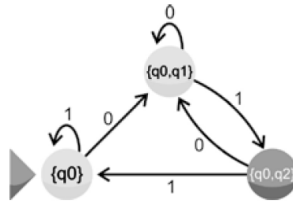
## Relação entre AFD e AFND

Após simplificação...

$\delta$	0	1
$\rightarrow B$	E	B
E	E	F
F	E	B

=

$\delta$	0	1
$\rightarrow \{q_0\}$	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0\}$
$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0, q_2\}$
$\{q_0, q_2\}$	$\{q_0, q_1\}$	$\{q_0\}$



slide 21

## Relação entre AFD e AFND

### Algoritmo de conversão de AFND para AFD

1. Tome o diagrama de transição do AFND e crie para cada conjunto de estados, um novo estado onde o rótulo é o próprio conjunto.
2. Complete as transições de cada novo estado acompanhando o comportamento de cada estado individualmente e tomando a união dos estados acessados.
3. Adicione como estados finais aqueles estados que tem como rótulo um estado final.
4. Elimine os estados nunca acessados a partir do estado inicial.
5. Complete o AFD da seguinte forma:
  - 5.1. Q do AFD são os estados resultantes dos passos até este ponto.
  - 5.2. O alfabeto não é alterado
  - 5.3. A construção do delta já foi mencionada.
  - 5.4. O estado inicial não se altera
  - 5.5. Os estados finais são a união de todos os estados finais do delta resultante.

slide 22

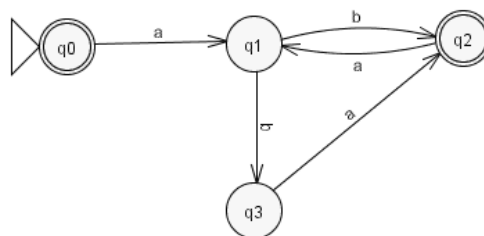
## AFND

- Portanto, os AFNDs não são mais expressivos do que os AFDs
  - São formalismos equivalentes
- Ambos reconhecem a mesma classe de linguagens
  - Linguagens Regulares (ou Tipo-3)

## Exercício - AFND

Transformar de AFND para AFD

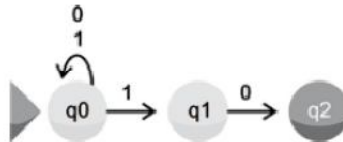
autômato B:



slide 24

## Autômatos Finitos Não Determinísticos

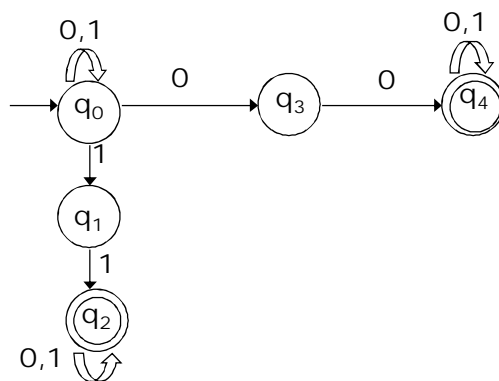
Transformar de AFND para AFD



slide 25

## Autômatos Finitos Não Determinísticos

Transformar de AFND para AFD



slide 26

## Linguagens Formais

UNICAP

Eduardo Araújo Oliveira  
<http://sites.google.com/site/eaoufpe>

