



## Cálculo 1

### A derivada de uma função

(solução da tarefa)

Note que

$$f'(a) = \lim_{x \rightarrow a} \frac{\sqrt{x} - \sqrt{a}}{x - a} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{(\sqrt{x} - \sqrt{a})(\sqrt{x} + \sqrt{a})}{(x - a)(\sqrt{x} + \sqrt{a})} = \lim_{x \rightarrow a} \frac{1}{(\sqrt{x} + \sqrt{a})} = \frac{1}{2\sqrt{a}}.$$

Denotando por  $y_a$  a equação da reta tangente, temos então que  $y_a - f(a) = f'(a)(x - a)$ , ou ainda,

$$y_a(x) = \frac{1}{2\sqrt{a}}(x - a) + \sqrt{a} = \frac{1}{2\sqrt{a}}x + \frac{\sqrt{a}}{2}.$$

Se denotarmos por  $(b, 0)$  o alvo atingido por um disparo efetuado do ponto  $(a, f(a))$ , temos que  $y_a(b) = 0$ . Um cálculo simples mostra então que

$$\frac{1}{2\sqrt{a}}b + \frac{\sqrt{a}}{2} = 0 \quad \implies \quad b = -a.$$

Logo, para atingir um alvo em  $(-9, 0)$  devemos escolher  $a = 9$  e efetuar o disparo do ponto  $(9, 3)$ .

