

Linguagens Formais

UNICAP

Eduardo Araújo Oliveira
<http://sites.google.com/site/eaoufpe>



Estrutura

1. Gramáticas
2. Gramáticas Lineares
3. Conversão para AFe

Expressões Regulares

- Dada a expressão regular $a(a^* + b^*)b$
- Quais palavras ela denota/gera?

3

Expressões Regulares

- Dada a expressão regular $a(a^* + b^*)b$
- Podemos imaginar uma descrição do processo de geração de palavras
 - Primeiro, gera um **a**
 - Depois, escolhe entre:
 - Gerar vários **a**, ou
 - Gerar vários **b**
 - Depois gera um **b**

4

Gramáticas

- Uma gramática define regras de geração, lembrando a descrição anterior
- Usa símbolos intermediários durante o processo de geração
 - Símbolos **não-terminais** (representaremos com maiúsculas: A, B, X, Y, ...)
- Ao final ficam só os símbolos do alfabeto
 - Símbolos **terminais** (usaremos minúsculas e outros caracteres: a, b, c, +, -, ...)

5

Gramáticas

- Regras para gerar $a(a^* + b^*)b$
- Símbolos não-terminais
 - **X** para a primeira parte
 - **Y** para a segunda parte
 - **Z** para a parte final
 - **A** para repetições de **a**
 - **B** para repetições de **b**
 - **S** para o início do processo

6

Gramáticas

- Regras para gerar $a(a^* + b^*)b$
- Regras
 - $S \rightarrow XYZ$
 - $X \rightarrow a$
 - $Z \rightarrow b$
 - $Y \rightarrow A$
 - $\rightarrow B$
 - $A \rightarrow aA$
 - $\rightarrow \varepsilon$
 - $B \rightarrow bB$
 - $\rightarrow \varepsilon$

7

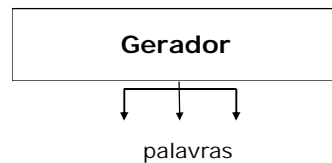
Exemplo

- Como gerar "aaaab" ?
 - Tudo começa em **S**...
 - Notação resumida: **$S \Rightarrow^+ aaaab$**
 - A palavra "aaaab" é gerada a partir de "S" aplicando uma ou mais regras

8

Gramáticas

- Uma outra classe de formalismo
 - Define regras que podem ser aplicadas de diversas maneiras para gerar palavras
- Formalismo gerador



9

Gramáticas (Irrestritas)

- Definição formal: $G = (V, T, P, S)$
 - V – símbolos não-terminais (variáveis)
 - Intermediários
 - T – símbolos terminais
 - Formam as palavras/cadeias finais
 - S – símbolo inicial ($\in V$)

10

Gramáticas (Irrestritas)

- Definição formal: $G = (V, T, P, S)$
 - P – relação de produções (regras)
 - $P: (V \cup T)^+ \rightarrow (V \cup T)^*$
 - Definem as regras, com lado esquerdo e lado direito
 - Dada uma palavra de V e T (lado esquerdo) a regras diz que outra(s) palavras de V e T podem ser geradas (lado direito)

11

Exemplo

- A gramática $G = (\{S, A, B\}, \{a,b\}, P, S)$
 - Conjunto de produções P :
 - $S \rightarrow AA$
 - $A \rightarrow a$
 - $aA \rightarrow abA$
 - $bA \rightarrow baA$
 - $A \rightarrow \varepsilon$
- Quais palavras/cadeias ela gera?

12

Linguagem Gerada

- Dada uma gramática G , $GERA(G)$ é o conjunto das palavras geradas por G
- $GERA(G) = \{ w \in T \mid S \Rightarrow^+ w \}$
 - Palavras geradas a partir de **S** aplicando uma ou mais regras
- Análogo ao conjunto ACEITA, para autômatos

13

Gramáticas (Irrestritas)

- Formalismo muito poderoso
- Pode gerar linguagens regulares e não-regulares
- Como definir gramáticas que reconheçam apenas linguagens regulares?
 - Faremos restrições nas produções...

14

Gramáticas Lineares

- Reconhecem apenas linguagens regulares
 - Gramática Linear à Direita
 - Produções na forma: $A \rightarrow wB$ ou $A \rightarrow w$
 - Gramática Linear à Esquerda
 - Produções na forma: $A \rightarrow Bw$ ou $A \rightarrow w$
- (onde w é uma cadeia formada de terminais)

15

Gramáticas Lineares Unitárias

- As gramáticas lineares são ditas “unitárias” se $|w| \leq 1$
 - Ou seja, w é vazia ou tem apenas um símbolo
- Portanto, são quatro tipos de Gramáticas Lineares
 - Gramática Linear à Direita
 - Gramática Linear à Esquerda
 - Gramática Linear Unitária à Esquerda
 - Gramática Linear Unitária à Direita

16

Gramáticas Lineares

- Os quatro tipos são equivalentes, então usaremos apenas a Gramática Linear Unitária à Direita (GLUD) como referência
- Exemplo
$$\begin{aligned}S &\rightarrow aA \\A &\rightarrow bB \\A &\rightarrow \epsilon \\B &\rightarrow aA\end{aligned}$$

17

Equivalência GLUD / $AF\epsilon$

- Como já foi dito, as Gramáticas Lineares reconhecem as Linguagens Regulares
 - Ou seja, as linguagens que podem ser representadas pelos autômatos vistos e por expressões regulares
- Para comprovar, mostraremos a conversão de uma GLUD G para um $AF\epsilon$ M equivalente
 - Ou seja, criar M tal que $Gera(G) = ACEITA(M)$

18

Equivalência GLUD / AF ϵ

- Dada a gramática $G = (V, T, P, S)$, construir o AF ϵ $M = (T, Q, \delta, q_0, F)$ da seguinte forma:

- $Q = V \cup \{ Q_f \}$

- $F = \{ Q_f \}$

- $q_0 = S$

19

Equivalência GLUD / AF ϵ

- Dado $G = (V, T, P, S)$, construir $M = (T', Q, \delta, q_0, F)$
 - Como construir δ a partir de P

Tipo da Produção	Transição Gerada
$X \rightarrow \epsilon$	$\delta(X, \epsilon) = Q_f$
$X \rightarrow a$	$\delta(X, a) = Q_f$
$X \rightarrow Y$	$\delta(X, \epsilon) = Y$
$X \rightarrow aY$	$\delta(X, a) = Y$

20

Equivalência AFD / GLUD

- Para provar realmente que Gramáticas Lineares reconhecem as mesmas linguagens que os autômatos, falta converter na outra direção...
 - Tudo que um autômato faz, uma gramática pode fazer?
- Não veremos essa outra direção ...

21

Linguagens Formais

UNICAP

Eduardo Araújo Oliveira
<http://sites.google.com/site/eaoufpe>