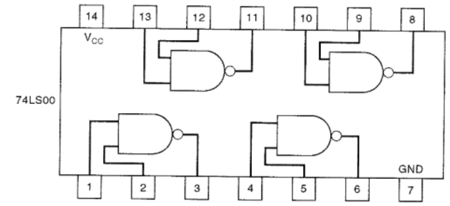
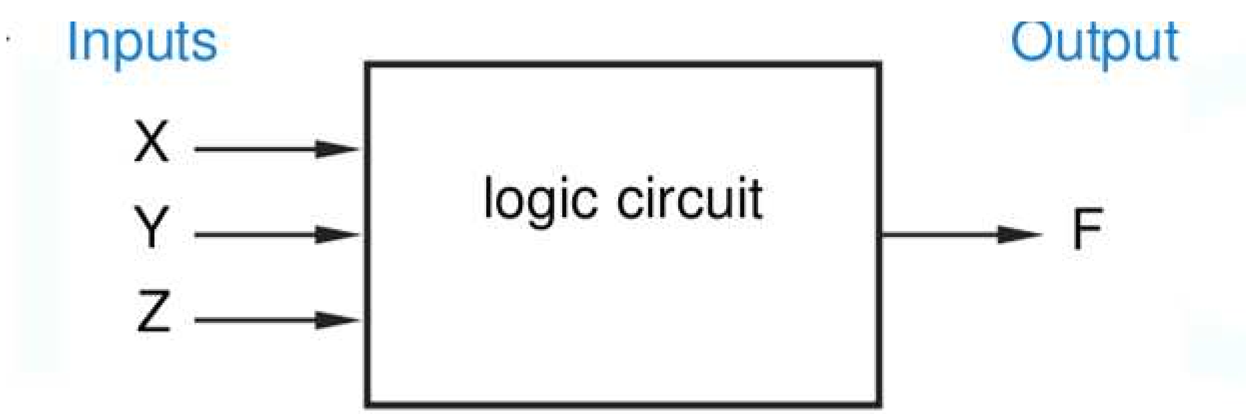
- Álgebra booleana
- Portas lógicas
- Tabela verdade

Lógica Digital

- Importância



- "0" e "1"
  - Dígitos de uma base (binária)
  - Estados ligado/desligado, condições falso/verdadeiro, opções A ou B, etc.
  - Baixa e alta tensão elétrica
- Um circuito lógico pode ser representado por uma caixa preta



Lógica Digital

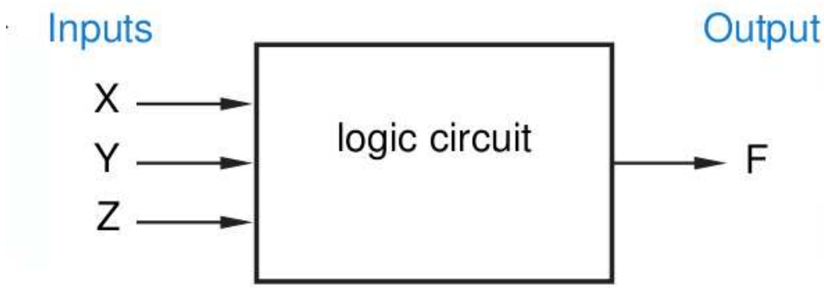
- Combinacional
  - Saída só depende dos sinais de entrada
  - Descrita por uma tabela verdade
    - lista todas as combinações possíveis das entradas e as saídas resultantes
    - Se há n entradas, há 2^n possíveis combinações
- Sequencial
  - Saída depende das entradas e também dos seus valores passados (memória)

Tabela Verdade

- Especifica os valores de saída para todos os valores de entrada
- Podem descrever qualquer função lógica combinacional

Entradas			Saídas		
A	B	C	D	E	F
0	0	0	0	0	0
0	0	1	1	0	0
0	1	0	1	0	0
0	1	1	1	1	0
1	0	0	1	0	0
1	0	1	1	1	0
1	1	0	1	1	0
1	1	1	1	0	1

Lógica Digital



X	Y	Z	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	0
1	1	0	1
1	1	1	1

Álgebra Booleana

- Álgebra para os circuitos lógicos
- Todas as variáveis possuem valores 0 ou 1
- Operadores:
  - OR (+)
  - AND (.)
  - NOT (barra)
- Leis:
  - Identidade, zero e um, inversas
  - Comutativas, associativas, distributivas
  - DeMorgan

Funções lógicas básicas

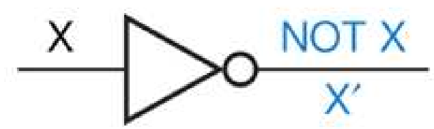
(A simbologia pode ser diferente em outros livros!)

(a)


X	Y	X AND Y
0	0	0
0	1	0
1	0	0
1	1	1

(b)

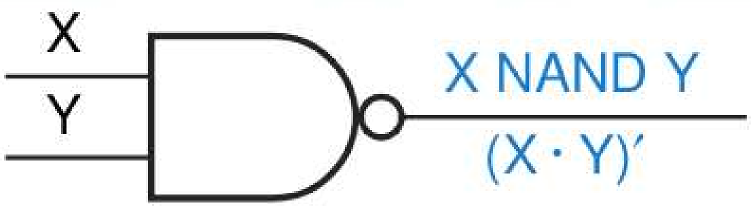

X	Y	X OR Y
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	1

(c)


X	NOT X
0	1
1	0

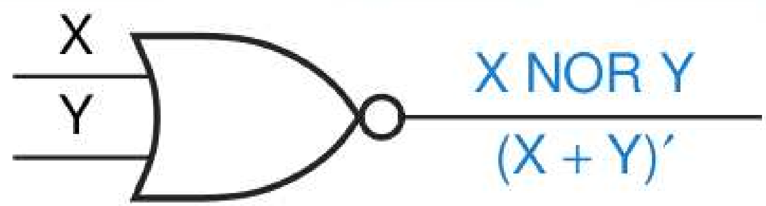
Funções lógicas básicas

(a)



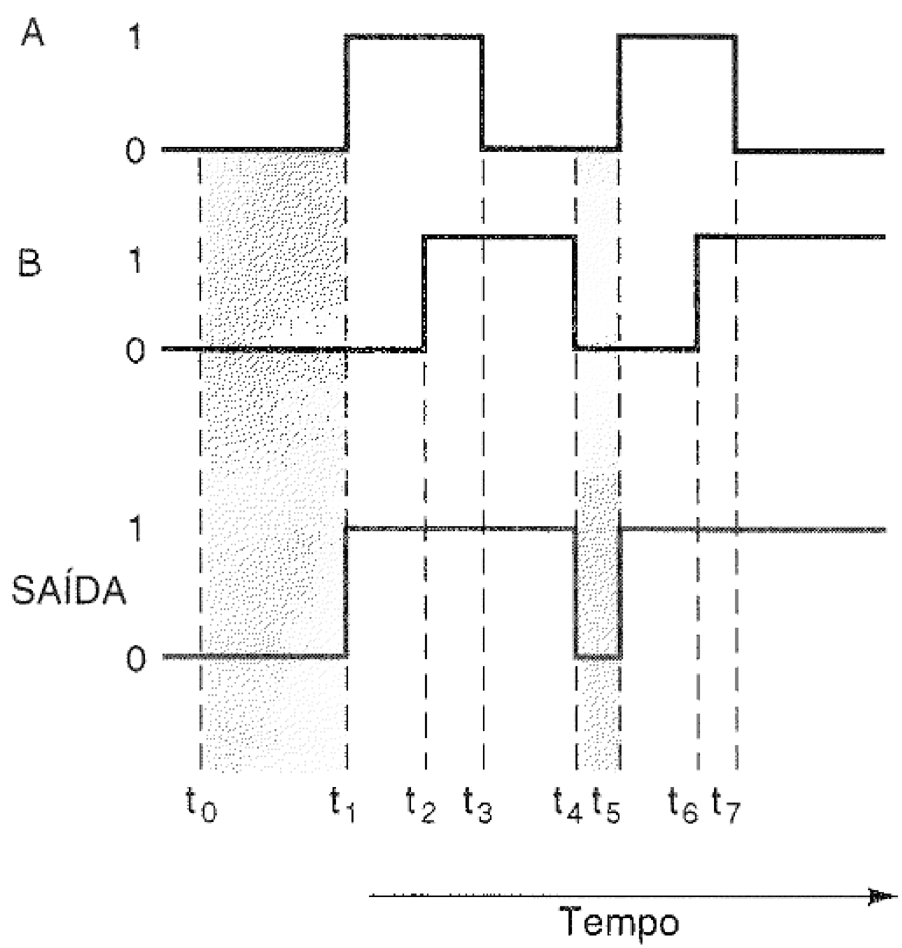
X	Y	X NAND Y
0	0	1
0	1	1
1	0	1
1	1	0

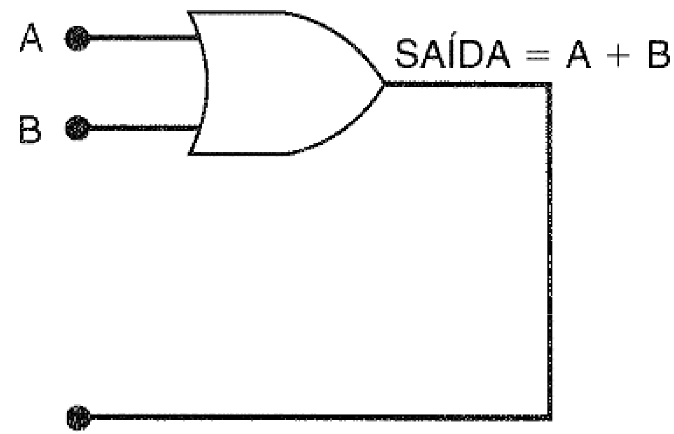
(b)



X	Y	X NOR Y
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

Temporização, timming





Axiomas

X = 0 se X # 1

X = 1 se X # 0

Se X = 0, então X' = 1

Se X = 1, então X' = 0

1 + 1 =1

0 . 0 = 0

1 . 1 = 1

0 + 0 = 0

0 . 1 = 1 . 0 = 0

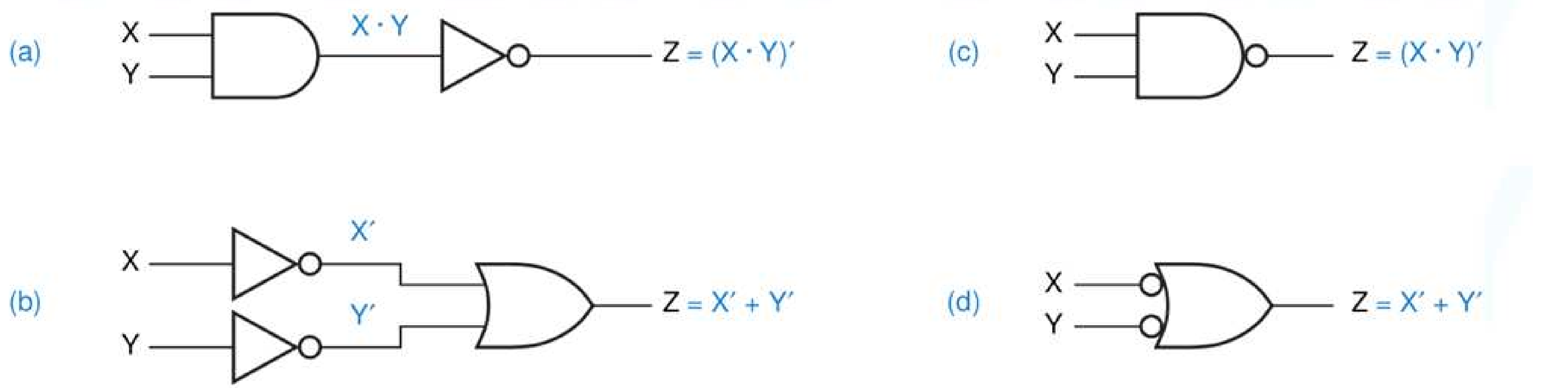
1 + 0 = 0 + 1 = 1

Teoremas

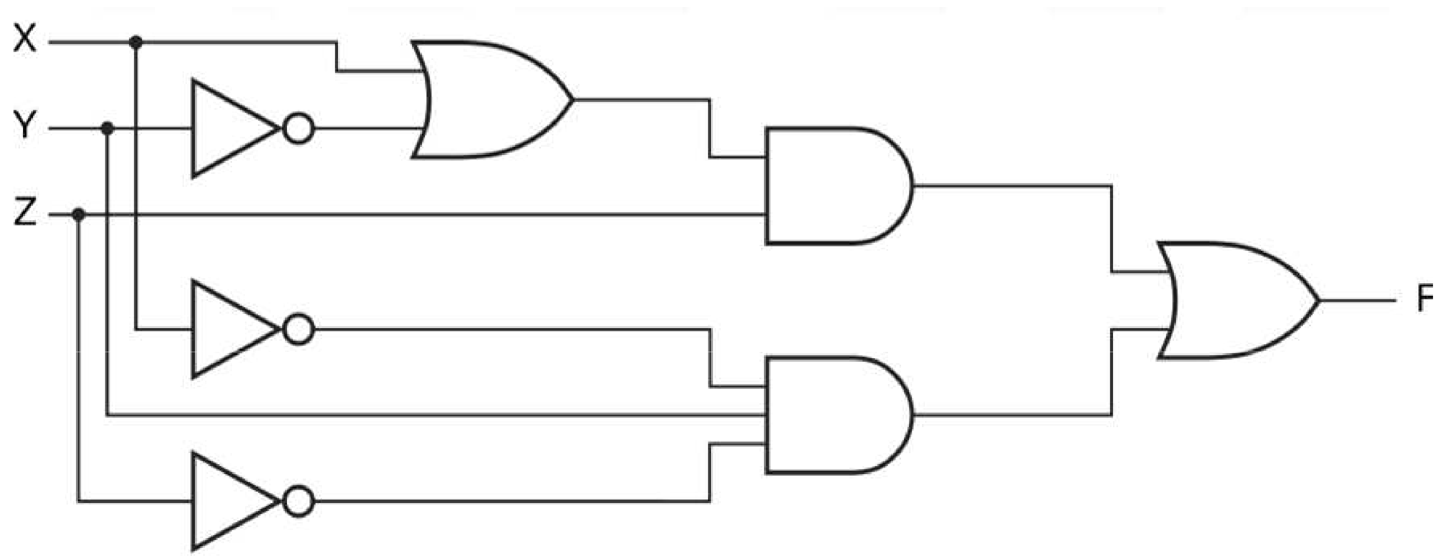
(T1)	$X + 0 = X$	(T1′)	$X \cdot 1 = X$	(Identities)
(T2)	$X + 1 = 1$	(T2′)	$X \cdot 0 = 0$	(Null elements)
(T3)	$X + X = X$	(T3′)	$X \cdot X = X$	(Idempotency)
(T4)	$(X')' = X$			(Involution)
(T5)	$X + X' = 1$	(T5′)	$X \cdot X' = 0$	(Complements)

(T12)	$X + X + \cdots + X = X$	(Generalized idempotency)
(T12′)	$X \cdot X \cdot \cdots \cdot X = X$	
(T13)	$(X_1 \cdot X_2 \cdot \cdots \cdot X_n)' = X_1' + X_2' + \cdots + X_n'$	(DeMorgan's theorems)
(T13′)	$(X_1 + X_2 + \cdots + X_n)' = X_1' \cdot X_2' \cdot \cdots \cdot X_n'$	
(T14)	$[F(X_1, X_2, \ldots, X_n, +, \cdot)]' = F(X_1', X_2', \ldots, X_n', \cdot, +)$	(Generalized DeMorgan's theorem)
(T15)	$F(X_1, X_2, \ldots, X_n) = X_1 \cdot F(1, X_2, \ldots, X_n) + X_1' \cdot F(0, X_2, \ldots, X_n)$	(Shannon's expansion theorems)
(T15′)	$F(X_1, X_2, \ldots, X_n) = [X_1 + F(0, X_2, \ldots, X_n)] \cdot [X_1' + F(1, X_2, \ldots, X_n)]$	

DeMorgan

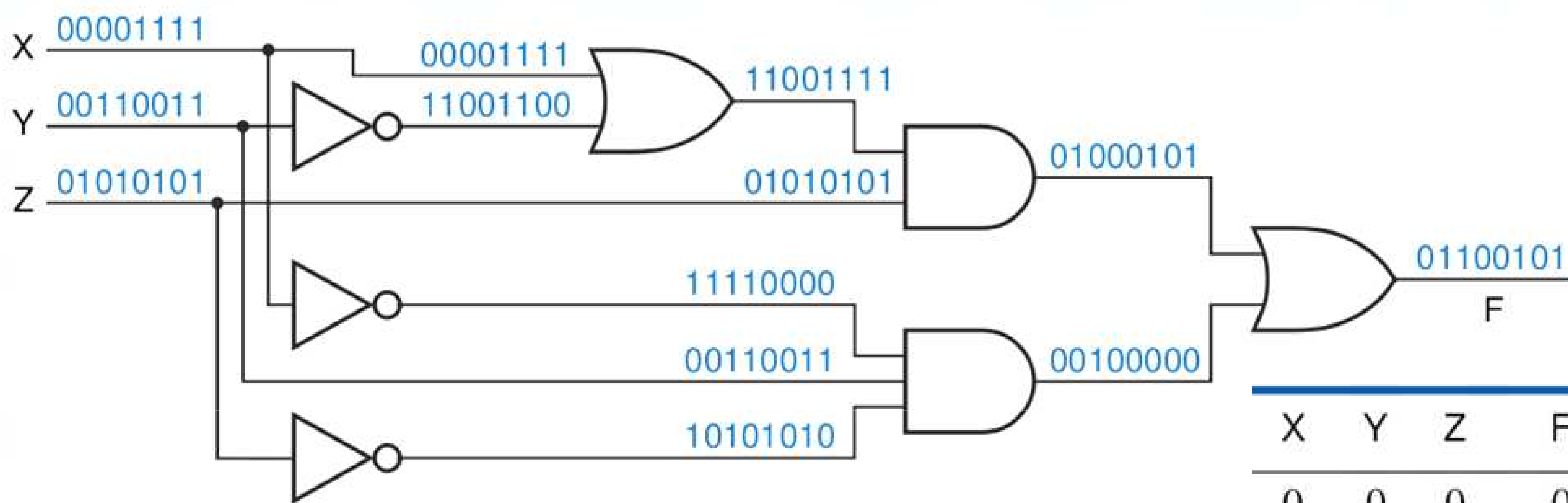


Formas de obter a função de saída



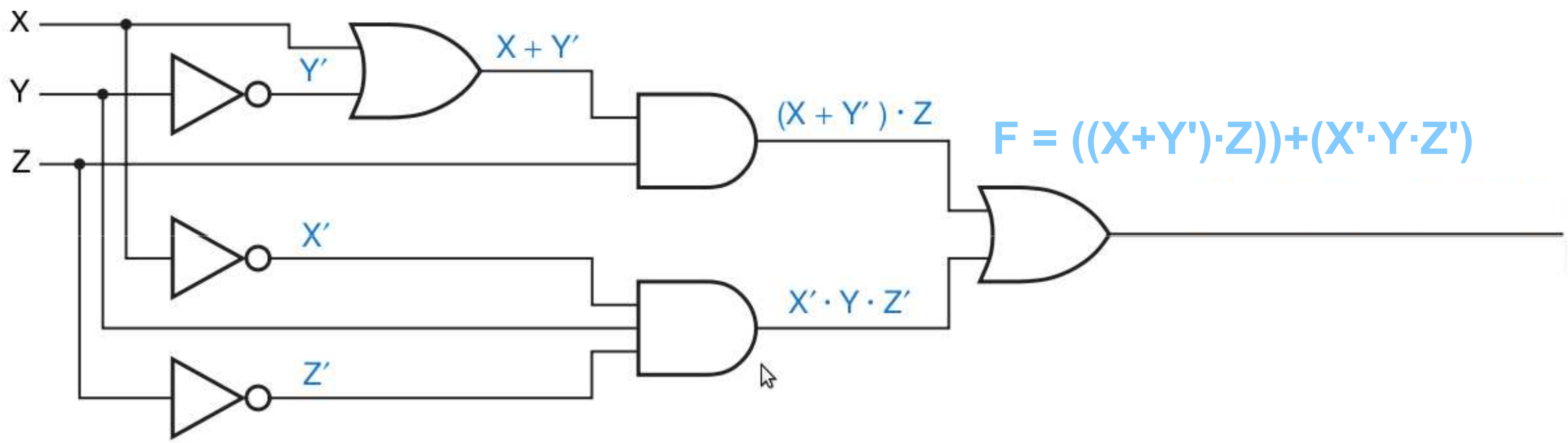
-Tabela verdade ou
-Expressões

Tabela verdade

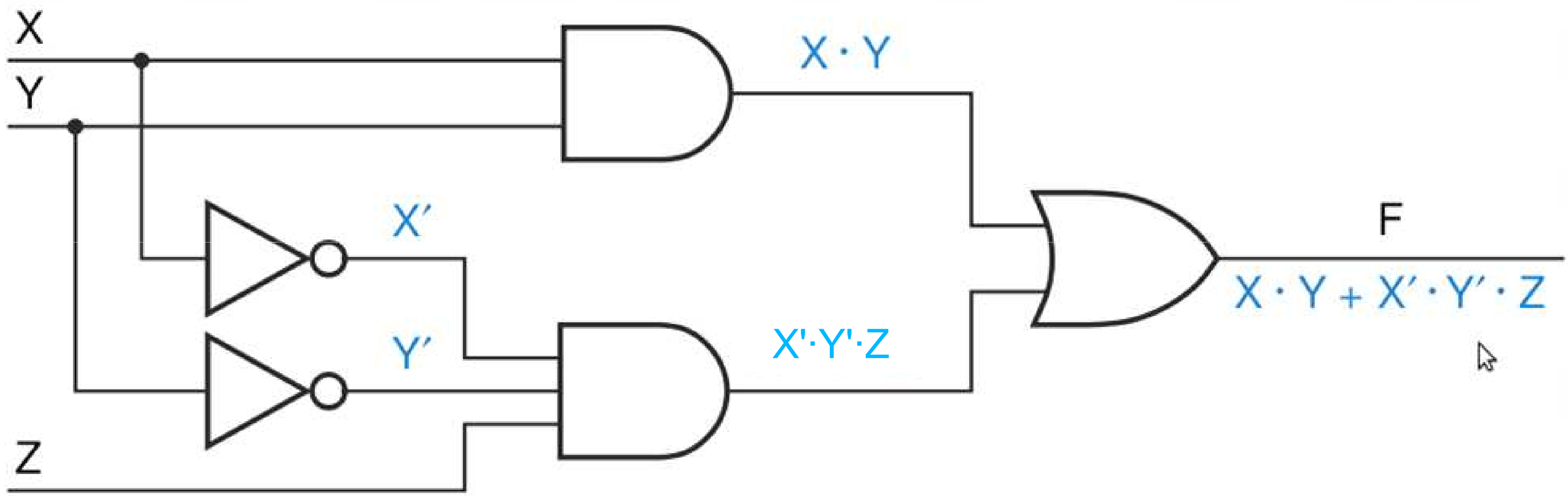


X	Y	Z	F
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	0
1	1	1	1

Expressões

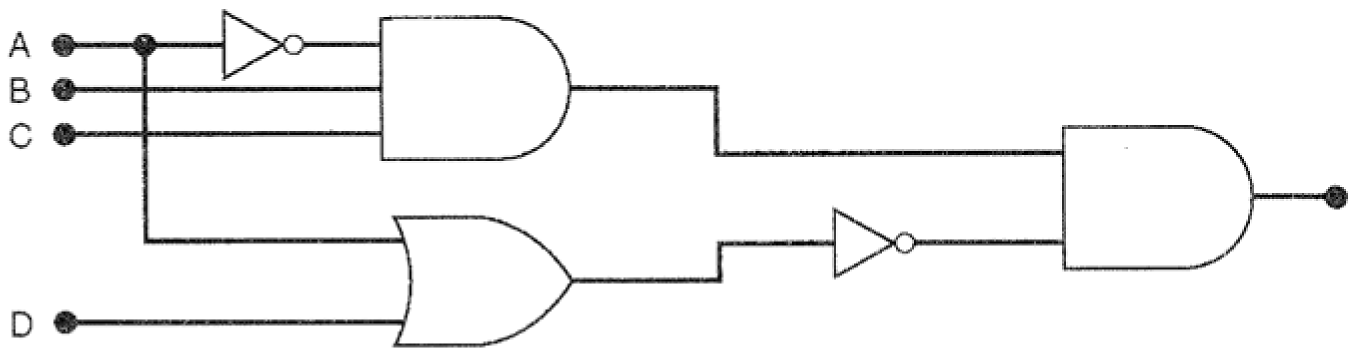


Exemplo

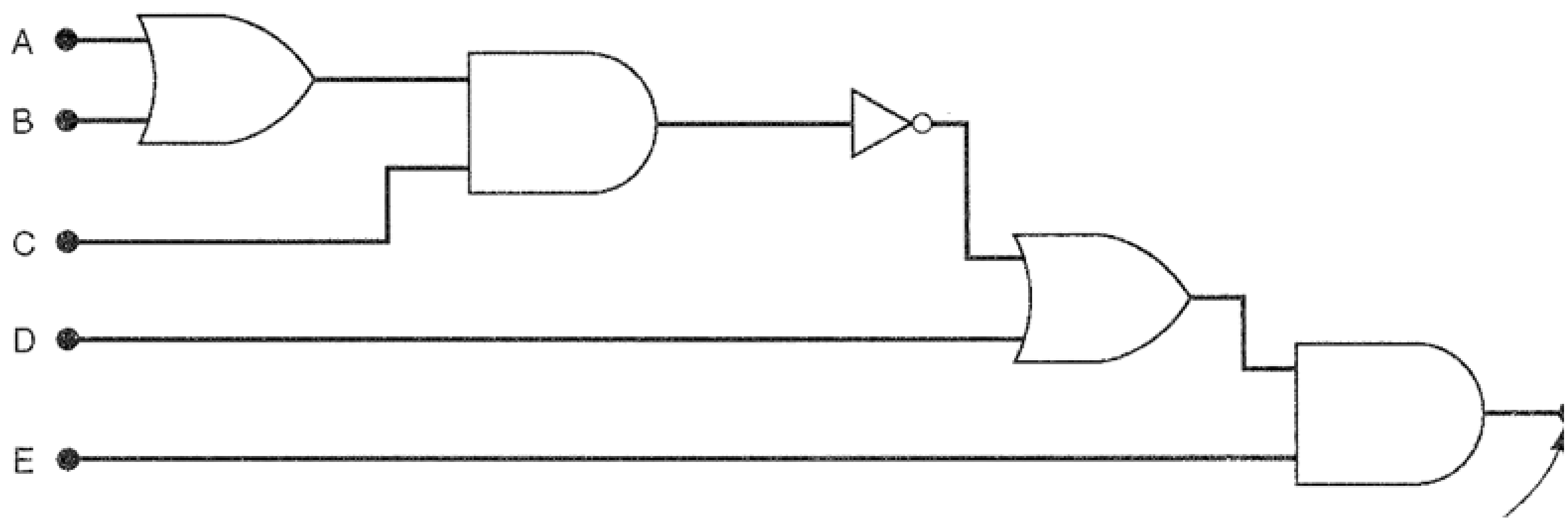


Exercício em Sala:

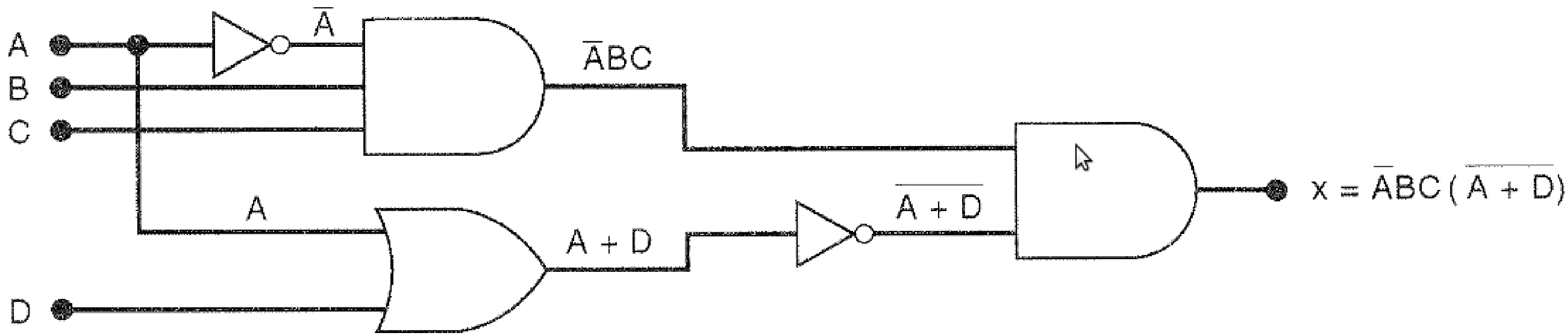
Obtenha as expressões lógicas e as tabelas verdade:



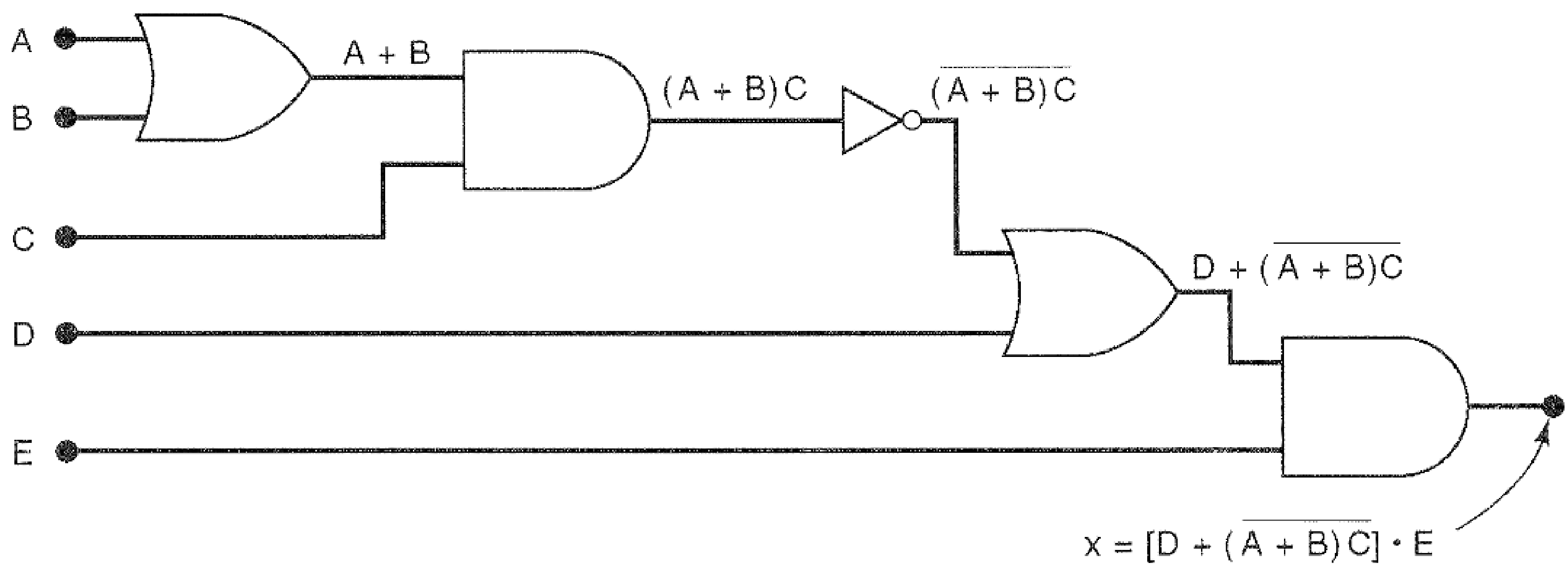
(a)



(b)

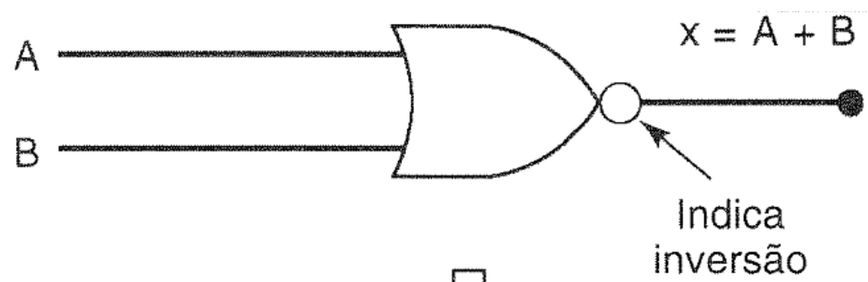

A
B
C
D
$\overline{A}$
$\overline{A}BC$
A
A + D
$\overline{A + D}$
$x = \overline{A}BC(\overline{A + D})$

(a)

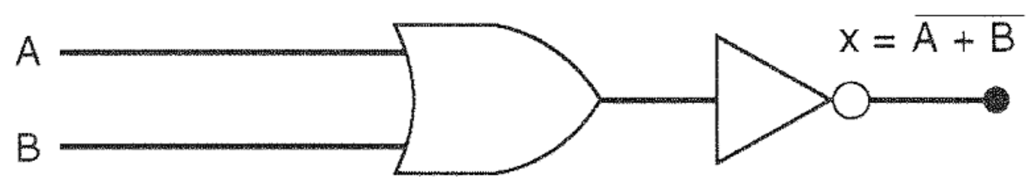

A
B
C
D
E
A + B
(A + B)C
$\overline{(A + B)C}$
$D + \overline{(A + B)C}$
$x = [D + \overline{(A + B)C}] \cdot E$

(b)

Porta NOR



(a)

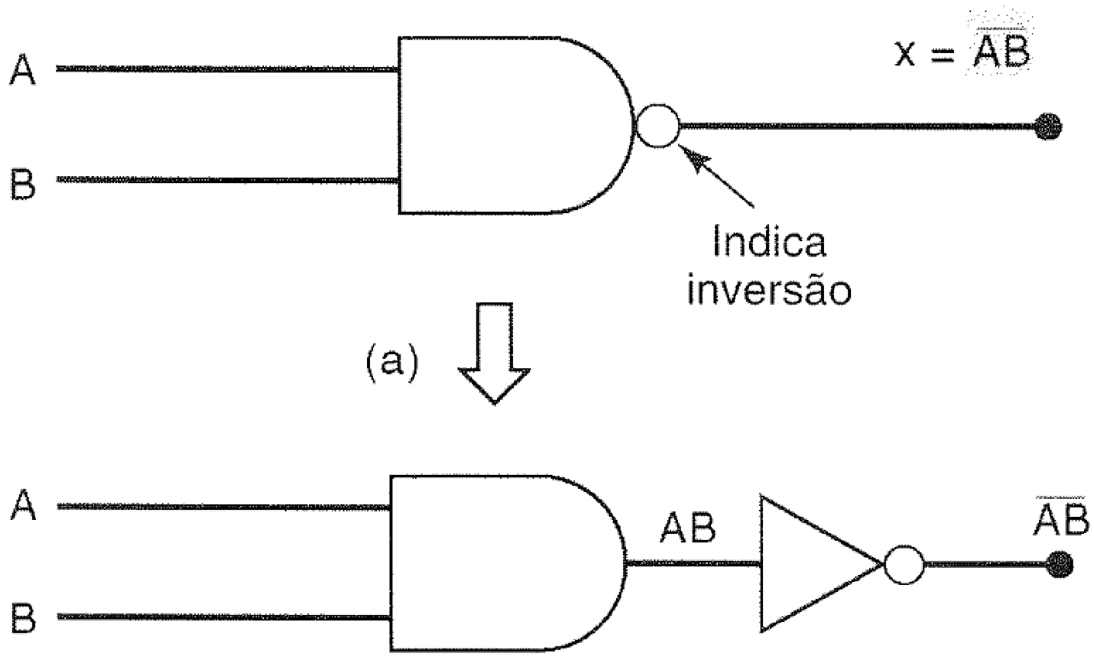


(b)

		OR	NOR
A	B	$A + B$	$\overline{A + B}$
0	0	0	1
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	1	0

(c)

Porta NAND

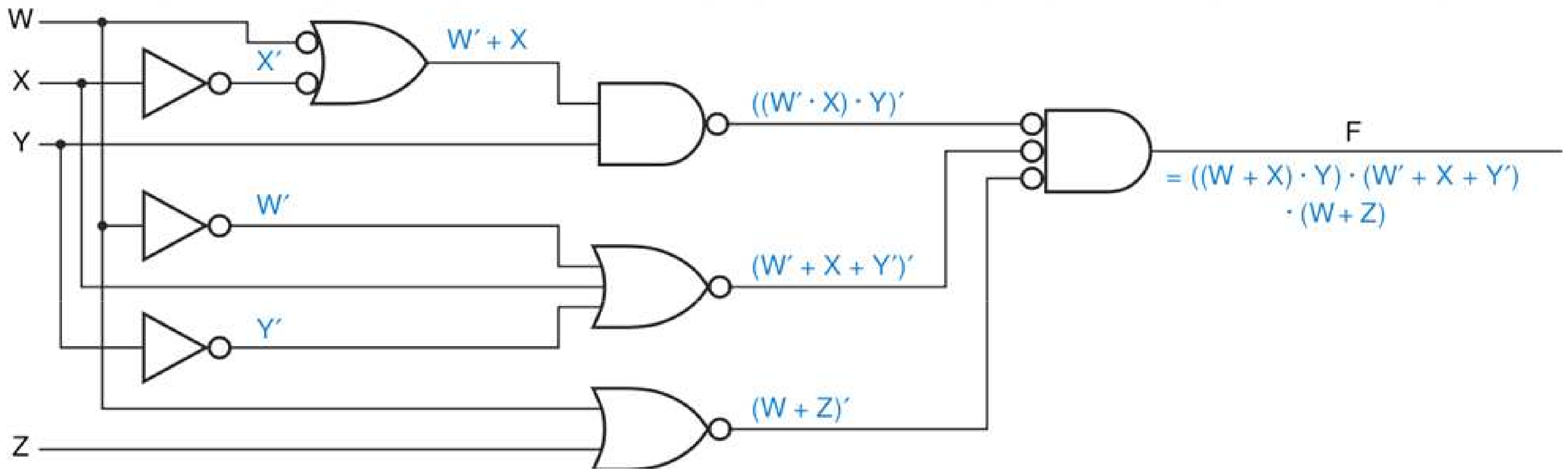


(b)

		AND	NAND
A	B	AB	$\overline{AB}$
0	0	0	1
0	1	0	1
1	0	0	1
1	1	1	0

(c)

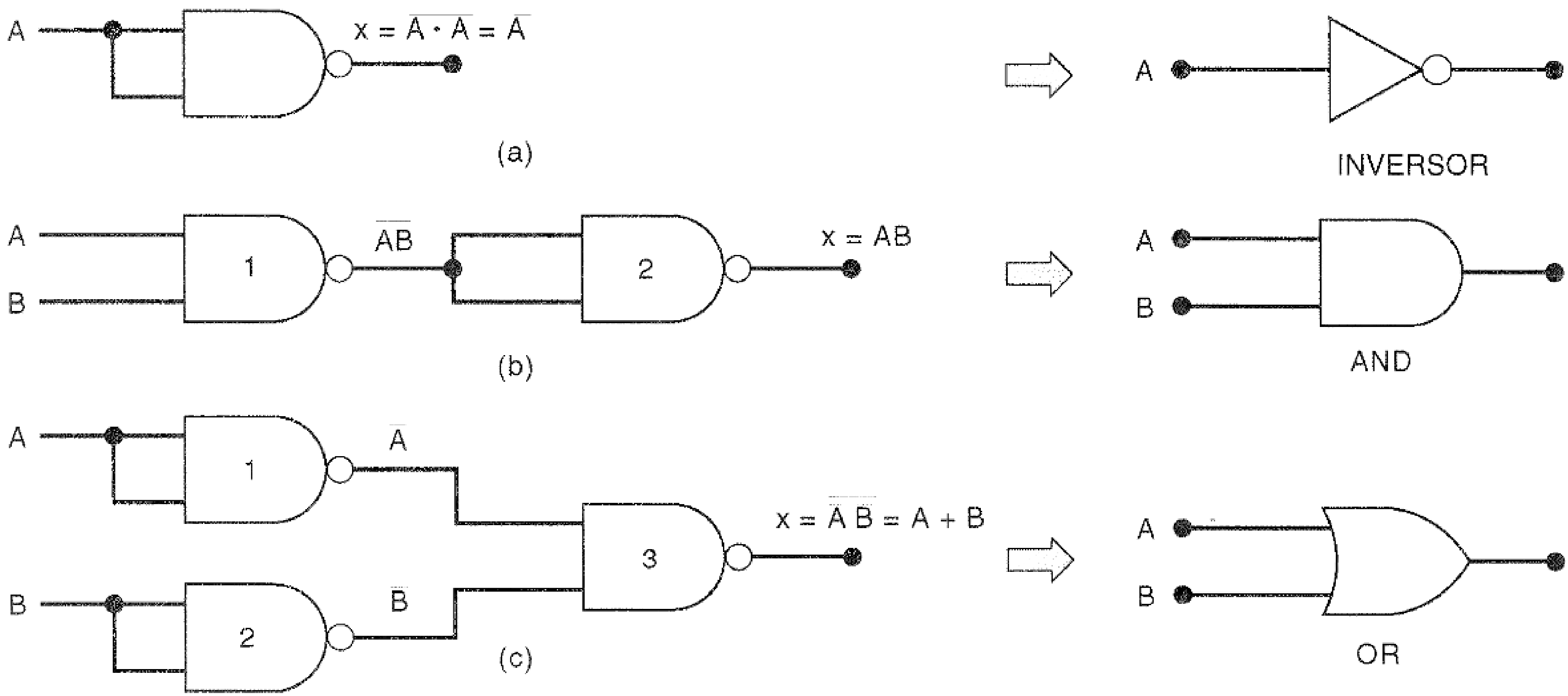
Com NANDs e NORs



$$
\begin{aligned}
F &= [((W \cdot X')' \cdot Y)' + (W' + X + Y')' + (W + Z)']' \\
&= ((W' + X)' + Y')' \cdot (W \cdot X' \cdot Y)' \cdot (W' \cdot Z')' \\
&= ((W \cdot X')' \cdot Y) \cdot (W' + X + Y') \cdot (W + Z) \\
&= ((W' + X) \cdot Y) \cdot (W' + X + Y') \cdot (W + Z)
\end{aligned}
$$

Universalidade das NAND

Com portas NAND é possível implementar várias funções lógicas



Universalidade das NOR

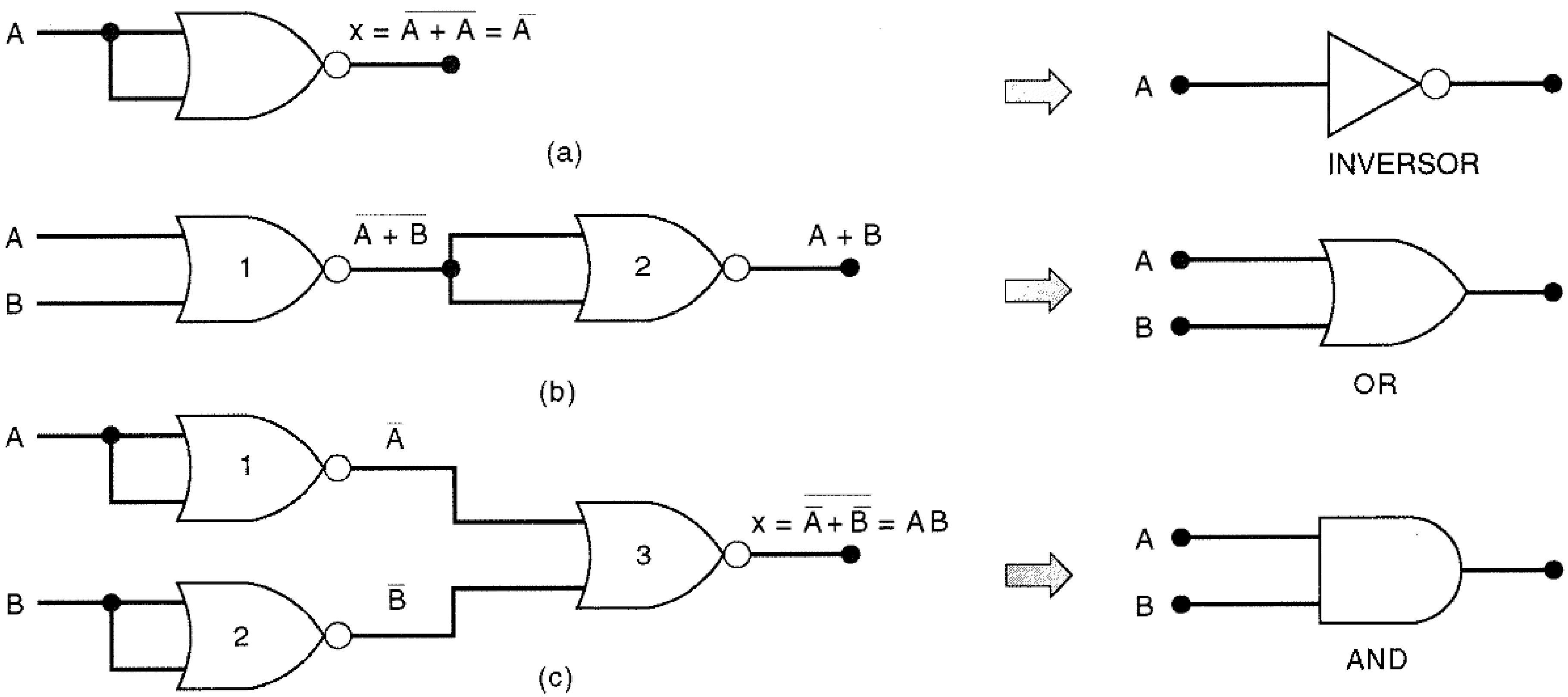
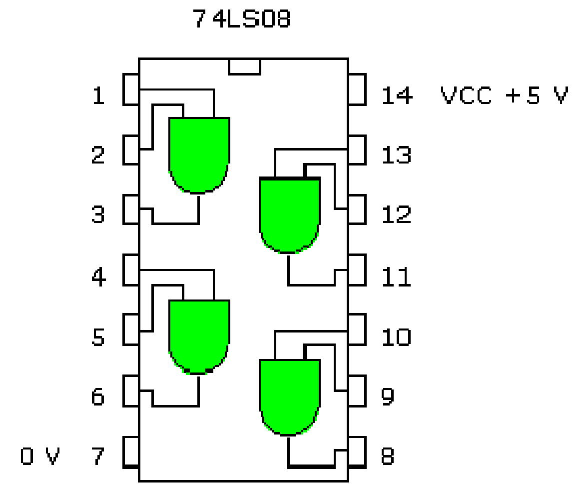
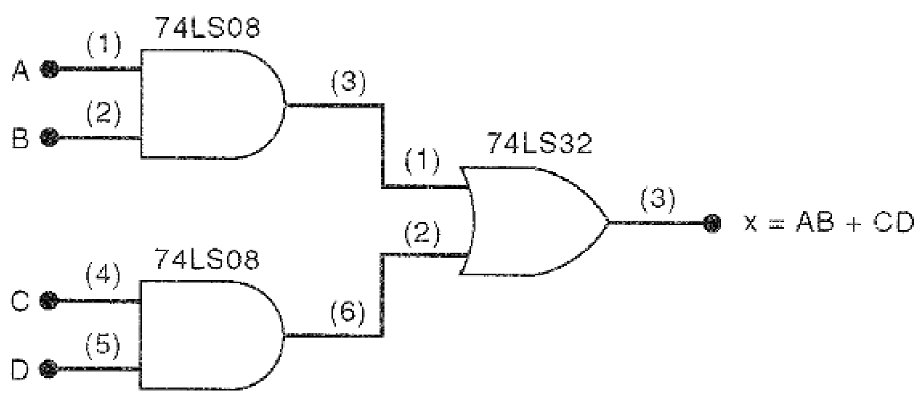


Fig. 3-30 Portas NOR podem ser usadas para implementar qualquer função booleana.

Chips eletrônicos





Exemplo Ilustrativo

Alarme de nível de água: acusa tanque cheio

(Não se preocupe em conhecer os componentes eletrônicos!)