Linguagens Formais

UNICAP

Eduardo Araújo Oliveira
http://sites.google.com/site/eaoufpe

UNIVERSIDADE CATÓLICA DE PERNAMBUCO

Estrutura

1. Revisão
2. Formalismos e Classes de Linguagens
3. Autômatos Finitos Determinísticos

Linguagens Formais

- Como expressar formalmente uma linguagem computacional?
- Enfoque teórico no problema da sintaxe
  - Sintaxe vs. Semântica
- Auxílio na evolução dos algoritmos de compilação

Autômatos Finitos Determinísticos – Cadeias e Linguagens

Um **alfabeto** Σ é um conjunto finito (não-vazio) de símbolos

Uma **cadeia** (string) em um alfabeto Σ é uma seqüência finita de símbolos deste alfabeto

Ex.:	Alfabetos	Ex.:	Cadeias
	$\Sigma_1 = \{0,1\}$		01001
	$\Sigma_2 = \{a, b, c, \ldots, z\}$		abracadabra

Autômatos Finitos Determinísticos - Cadeias e Linguagens

Se $w = w_1 w_2 \cdots w_n$ é uma cadeia sobre Σ, o comprimento de w, denotado por $|w|$, é n

Ex.: |abracadabra| = 11

A cadeia de comprimento 0, é denominada cadeia nula e é representada por λ

slide 5

Autômatos Finitos Determinísticos - Cadeias e Linguagens

Se $u = u_1 u_2 \cdots u_n$ e $v = v_1 v_2 \cdots v_m$ são cadeias no alfabeto Σ, então a concatenação de u com v, denotada por uv, é definida por:

$$uv = u_1 u_2 \cdots u_n v_1 v_2 \cdots v_m$$

Ex.: u = abra e v = cadabra $\Rightarrow$ uv = abracadabra

❑ Propriedades da concatenação

- $u\lambda = \lambda u = u$
- $u(vw) = (uv)w$
- $|uv| = |u| + |v|$

slide 6

Autômatos Finitos Determinísticos – Concatenação

A concatenação da mesma cadeia várias vezes é definida por:

$w^0 = \lambda$, e

$w^{n+1} = w^n w$, para $n \geq 0$

Se $w = w_1 w_2 \cdots w_n$ é uma cadeia no alfabeto Σ, então a reversa (inversa) de w, denotada por w^R, é definida por $w^R = w_n \cdots w_2 w_1$

❑ Observações

- $\lambda^R = \lambda$
- $(vw)^R = w^R v^R$

slide 7

Autômatos Finitos Determinísticos – Linguagens

Seja Σ um alfabeto. Então:

$$\Sigma^0 = \{ \lambda \}$$
$$\Sigma^1 = \{ w : |w| = 1 \}$$
$$\Sigma^2 = \{ w : |w| = 2 \}$$
$$\Sigma^n = \{ w : |w| = n \}$$

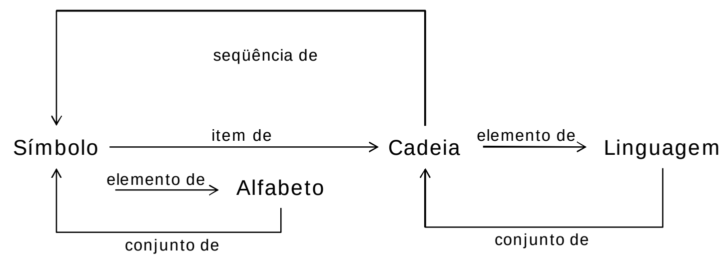
$$\Sigma^* = \Sigma^0 \cup \Sigma^1 \cup \ldots \cup \Sigma^n \cup \Sigma^{n+1} \cup \ldots$$

ou seja,

$$\Sigma^* = \{ w : w \text{ é uma cadeia em } \Sigma \}$$

slide 8

Símbolo, alfabeto, cadeia e linguagem



slide 9

Linguagens Formais

- Veremos como descrever uma linguagem , seja ela finita ou infinita
  - Formalismos matemáticos
- Existem três tipos de formalismos...

Tipos de Formalismos

- Reconhecedores
  - Recebe uma palavra e retorna um valor para dizer se ela é ou não da linguagem
- Geradores
  - Define um conjunto de regras que podem ser combinadas para gerar palavras
- Denotacional (Gerador?)
  - Uma expressão que denota de modo geral as palavras da linguagem

Linguagens Formais

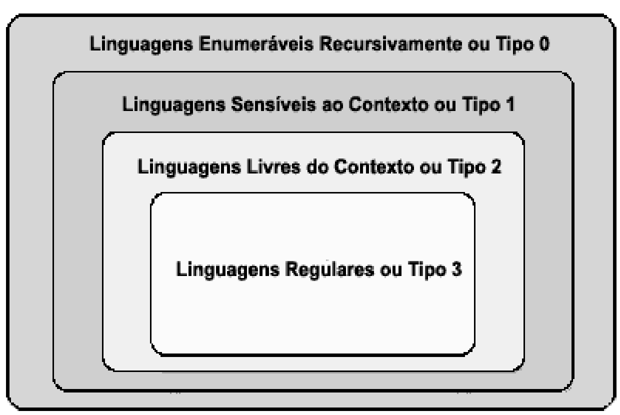
- Veremos diversos formalismos de cada um dos três tipos
- Alguns formalismos são mais poderosos do que outros
  - Especificam mais linguagens
- Linguagens classificadas segundo os formalismos que as reconhecem

Classificação das Linguagens

- Hierarquia de Chomsky
  - Quatro categorias hierárquicas
  - Categorias superiores incluem todas as demais
  - Cada categoria é reconhecida por certos formalismos característicos

Classificação das Linguagens

- Hierarquia de Chomsky



Linguagens Regulares

- Chamadas de Linguagens Tipo 3
  - Classe mais simples e restrita

Autômato Finito Determinístico

- Formalismo reconhecedor
  - Recebe uma palavra de entrada
  - Indica se ela é aceita ou rejeitada
- Baseado no conceito de “máquinas de estados finitas”

Máquina de Estados Finitos

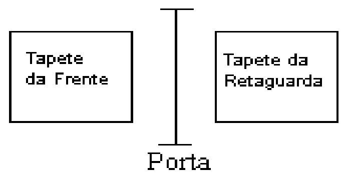
- Conjunto finito de estados
  - Um estado representa a “situação atual”
- Mudanças de estados
  - Depende do estado atual
  - Depende de uma certa entrada
- Não guarda histórico de estados

Máquina de Estados Finitos

- Reconhecedor de palavras ou cadeia de caracteres
- Bons modelos para computadores com capacidade de memória reduzida
- Fazem parte de vários dispositivos eletro-mecânicos do dia-a-dia

Máquina de Estados Finitos

- Exemplo 1



Visão aérea de uma porta automática

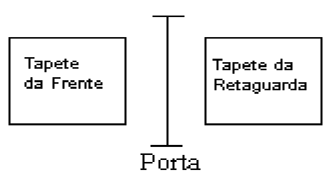
slide 19

Máquina de Estados Finitos

- Exemplo 1

O controlador da porta pode estar em 2 **estados**:
- aberto (significando porta aberta)
- fechado (significando porta fechada)

O controlador passa de um estado para outro dependendo do estímulo (entrada) que recebe:



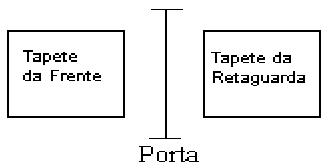
slide 20

Máquina de Estados Finitos

- Exemplo 1

Entradas: Existem 4 condições de entrada possíveis

Frente: significando que uma pessoa está em pé sobre o tapete da frente;
Retaguarda: significando que uma pessoa está em pé sobre o tapete de dentro;
Ambos: significando que existem pessoas sobre os 2 tapetes;
Nenhum: significando que ninguém está sobre os tapetes.

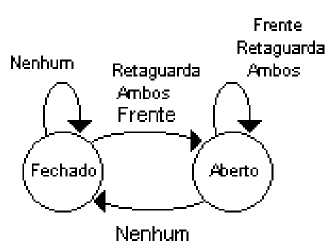


slide 21

Máquina de Estados Finitos

- Exemplo 1

Entradas: Existem 4 condições de entrada possíveis



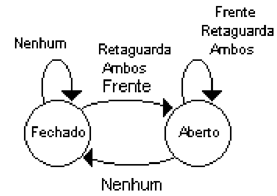
slide 22

Máquina de Estados Finitos

- Exemplo 1

Tabela de Transição

	NENHUM	FRENTE	RETAGUARDA	AMBOS
FECHADO	FECHADO	ABERTO	ABERTO	ABERTO
ABERTO	FECHADO	ABERTO	ABERTO	ABERTO



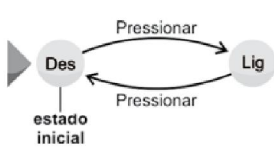
slide 23

Máquina de Estados Finitos

- Exemplo 2

Interruptor

Estados: Ligado ou Desligado



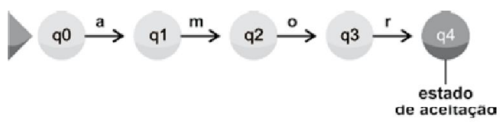
slide 24

Máquina de Estados Finitos

- Exemplo 3

Palavra AMOR

Qualquer outra palavra deve ser descartada

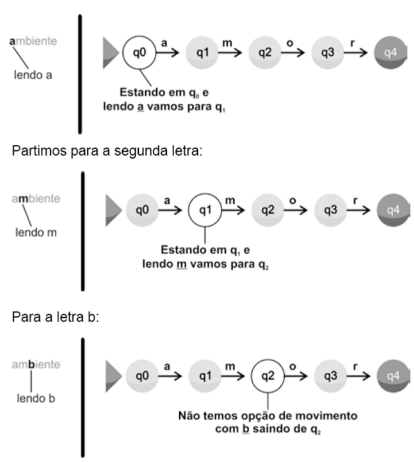


slide 25

Máquina de Estados Finitos

- Exemplo 3

Tentativa de leitura da Palavra AMBIENTE



slide 26

Máquina de Estados Finitos

- Controladores para:
  - **Lavadoras de louça / roupa**
  - **Termômetros eletrônicos**
  - **Relógios digitais**
  - **Calculadoras**
  - **Máquinas de venda automática**

slide 27

Autômatos Finitos

- O AF é uma máquina, reconhecedora de palavras ou cadeia de caracteres, que sempre pára retornando uma resposta sim (cadeia reconhecida) ou não (cadeia não conhecida)
- Podem ser classificados em:
  - Autômatos Finitos Determinísticos (AFD)
  - Autômatos Finitos Não-Determinísticos (AFND)

slide 28

Autômatos Finitos Determinísticos – Definição Formal

Definição formal de um Autômato Finito Determinístico:

Um Autômato Finito Determinístico (AFD) M é uma 5-upla:

$$M = (Q, \Sigma, \delta, q_0, F), \text{ onde}$$

Q: conjunto finito de estados do autômato;

Σ: alfabeto de símbolos de entrada;

δ: função programa ou função de transição (parcial)

$\delta: Q \times \Sigma \rightarrow Q$. Significa dizer que permanecendo em um estado e lendo um símbolo do alfabeto faz o autômato passar para outro estado ou mesmo ficar no mesmo

q_0: estado inicial ($q_0 \in Q$)

F: conjunto de estados finais ou estados de aceitação ($F \subseteq Q$)

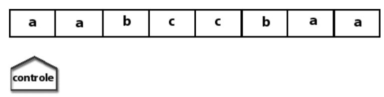
slide 29

AFD – Definição Informal

- Autômatos Finitos Determinísticos podem ser pensados em termos dos componentes abstratos:
  - Fita
  - Unidade de controle
  - Tabela de Transições
  - Estados inicial e final

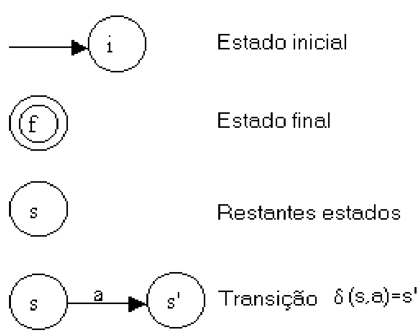
AFD

- Fita
  - Contém a palavra a ser reconhecida
  - A cada leitura, caminha um símbolo para a esquerda
  - Quando não há mais símbolos a máquina para



Autômatos Finitos Determinísticos - Representação Gráfica

- Representação Gráfica



slide 32

AFD

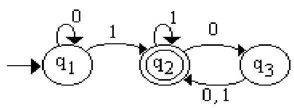
- A máquina inicia sua execução em um *estado inicial*, com a fita no primeiro símbolo da palavra
  - Estado inicial é único
- Ao final, a máquina deve terminar em um *estado final* para a palavra ser reconhecida
  - O número de estados finais é livre

AFD – Representação Gráfica

- Um Autômato Finito Determinístico pode ser representado por meio de um diagrama similar ao de “máquinas de estados finitos”
- Serve como uma representação mais intuitiva das transições

Autômatos Finitos Determinísticos

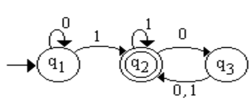
Um autômato finito M_1: (diagrama de estados)



M_1 tem **3 estados**, q_1, q_2, q_3 ;
M_1 **inicia** no estado q_1 ;
M_1 tem um **estado final**, q_2 ;
Os arcos que vão de um estado p/ outro chamam-se **transições**.

slide 35

Autômatos Finitos Determinísticos



- O autômato finito M_1 recebe os símbolos de entrada um por um;

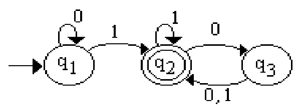
- Depois de ler cada símbolo, M_1 move-se de um estado para outro, de acordo com a transição que possui aquele símbolo como seu rótulo;

- Quando M_1 lê o ultimo símbolo ele produz uma saída:

reconhece se M_1 está no estado final
não-reconhece se M_1 não estiver.

slide 36

Autômatos Finitos Determinísticos



Exemplo: entrada 1101

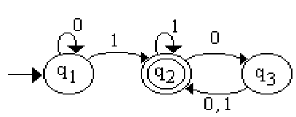
1. Inicia no estado q_1.
2. Lê 1, segue transição de q_1 p/ q_2.
3. Lê 1, segue transição de q_2 p/ q_2.
4. Lê 0, segue transição de q_2 p/ q_3.
5. Lê 1, segue transição de q_3 p/ q_2.
6. Pára c/ saída <u>reconhece</u>.

slide 37

Autômatos Finitos Determinísticos

Vamos aprender!

Testar: 1, 01, 11, 0101 (em M_1)



Percebemos que :

- M_1 reconhece qualquer cadeia que termine com 1 (vai p/ o estado final q_2 toda vez que lê 1);

- M_1 não reconhece cadeias como 0, 10, 101000.

slide 38

Autômatos Finitos Determinísticos

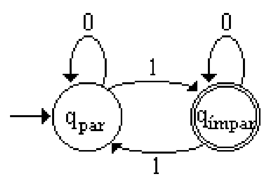
Exemplo: Autômato que reconhece a linguagem de números binários com quantidade ímpar de 1s.

$M = (\Sigma, Q, \delta, q_o, F)$

$Q = \{ q_o, q_1 \}, \Sigma = \{ 0, 1 \}, F = \{ q_1 \}$

Função de Transição

δ	**0**	**1**
$\mathbf{q_{par}}$	$\mathbf{q_{par}}$	$\mathbf{q_{ímpar}}$
$\mathbf{q_{ímpar}}$	$\mathbf{q_{ímpar}}$	$\mathbf{q_{par}}$



$\delta\ (q_{par},0) = q_{par}$

...

slide 39

Autômatos Finitos Determinísticos

- Um Autômato Finito nunca entra em “loop” infinito
- Novos símbolos da entrada são lidos a cada aplicação da função programa, o processo de reconhecimento de qualquer cadeia pára de duas maneiras:
  - Aceitando ou;
  - rejeitando uma entrada.

slide 40

Autômatos Finitos Determinísticos

- Definir um AF engloba definir
  - Um conjunto finito de estados;
  - Um alfabeto de entrada que indica os símbolos de entrada permitidos;
  - Um conjunto de regras de movimento que indicam como ir de um estado p/ outro, dependendo do símbolo de entrada;
  - Um estado escolhido como estado inicial;
  - Um conjunto de estados escolhidos como estados finais (de reconhecimento);

slide 41

Autômatos Finitos Determinísticos – Praticando…

Prove que a seguinte linguagem é regular exibindo um autômato que a reconheça:

- Qualquer cadeia que termine com um *a*.

slide 42

Autômatos Finitos Determinísticos – Praticando…

w^n, onde $n \geq 0$ é o número de vezes que a palavra é repetida.

w^3 = ?

$(01)^2$ = ?

slide 43

Autômatos Finitos Determinísticos – Praticando…

Prove que a seguinte linguagem é regular exibindo um autômato que a reconheça:

– Conjunto de todas as palavras que contém 101 como subcadeia.

slide 44

Autômatos Finitos Determinísticos – Praticando…

Prove que a seguinte linguagem é regular exibindo um autômato que a reconheça:

– {w | w possui **ccc** como subpalavra}

slide 45

Autômatos Finitos Determinísticos – Praticando…

Prove que a seguinte linguagem é regular exibindo um autômato que a reconheça:

{w | w começa e termina por a e possui bb como subpalavra}

slide 46

Autômatos Finitos Determinísticos – Praticando…

Diga **a seqüência de estados** pelos quais passa o AFD A dado abaixo quando recebe como entrada a palavra **01010**. Diga **se a palavra é aceita ou rejeitada e justifique.**

A = $(\{q_0, q_1, q_2, q_3\}, \{0,1\}, \delta_A, q_0, \{q_3\})$, onde δ_A é dado abaixo:

δ	**0**	**1**
q_0	q_1	q_2
q_1	q_3	q_2
q_2	q_1	q_3
q_3	q_3	q_3

slide 47

Autômatos Finitos Determinísticos – Praticando…

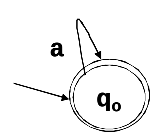
Construir um AFD que reconhece a linguagem a*.

$$M = (\Sigma, Q, \delta, q_o, F)$$

$$Q = \{ q_o \}, \Sigma = \{ a \}, F = \{ q_0 \}$$

Função de Transição

δ	**a**
q_o	**q_o**



slide 48

Autômatos Finitos Determinísticos – Praticando…

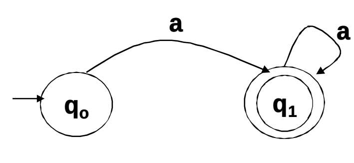
Construir um AFD que reconhece a linguagem aa*

$M = (\Sigma, Q, \delta, q_o, F)$

$Q = \{ q_o, q_1 \}, \Sigma = \{ a \}, F = \{ q_1 \}$

Função de Transição

δ	a
q_o	q_1
q_1	q_1



slide 49

Autômatos Finitos Determinísticos – Praticando…

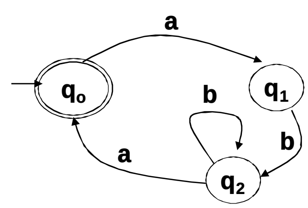
Construir um AFD que reconhece a linguagem (abb*a)*

$M = (\Sigma, Q, \delta, q_o, F)$

$Q = \{ q_o, q_1, q_2 \}, \Sigma = \{ a, b \}, F = \{ q_0 \}$

Função de Transição

δ	a	b
q_o	q_1	q_{rej}
q_1	q_{rej}	q_2
q_2	q_0	q_2



slide 50

Linguagens Formais

UNICAP

Eduardo Araújo Oliveira
http://sites.google.com/site/eaoufpe

UNIVERSIDADE CATÓLICA DE PERNAMBUCO