



Cálculo 1

Rotação em torno do eixo $\mathcal{O}y$

(solução da tarefa)

Conforme observado na tarefa, precisamos calcular dois volumes separadamente. Observe que as funções f e g são iguais exatamente nos pontos $x = 0$ e $x = 1$. Além disso, ambas são não negativas no intervalo $[0, 1]$.

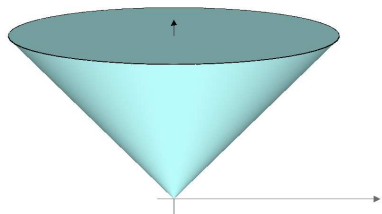


Figura 1: O sólido \mathcal{S}_f

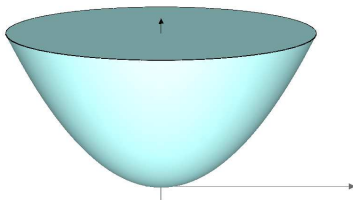


Figura 2: O sólido \mathcal{S}_g

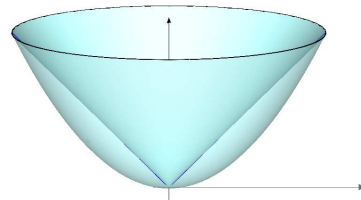


Figura 3: O sólido \mathcal{S}

Calculamos primeiro o volume do sólido \mathcal{S}_f que obtemos ao girar a região abaixo do gráfico de f e acima do eixo $\mathcal{O}x$ em torno do eixo $\mathcal{O}y$. Este volume é dado por

$$\text{volume}(\mathcal{S}_f) = \int_0^1 2\pi x f(x) dx = 2\pi \int_0^1 x^2 dx = \frac{2\pi}{3}.$$

Em seguida, vamos rotacionar a região abaixo do gráfico de g para obter o sólido \mathcal{S}_g com volume

$$\text{volume}(\mathcal{S}_g) = \int_0^1 2\pi x g(x) dx = 2\pi \int_0^1 x^3 dx = \frac{2\pi}{4}.$$

Note agora que o volume procurado é exatamente a diferença entre os dois anteriores, isto é,

$$\text{volume}(\mathcal{S}) = 2\pi \left(\frac{1}{3} - \frac{1}{4} \right) = \frac{\pi}{6}.$$