



## Matemática 1

### A posição de um carro

(solução da tarefa)

---

Vamos denotar por  $h(t)$  a altura da árvore  $t$  após ter sido transplantada. Usando as informações do enunciado da tarefa concluímos que a função  $h : [0, +\infty) \rightarrow \mathbb{R}$  satisfaz o seguinte problema

$$\begin{cases} h'(t) = 1 + \frac{1}{(t+1)^2}, & t \in (0, +\infty), \\ h(2) = 5. \end{cases}$$

Procedendo como no texto temos que

$$h(t) + K_1 = \int h'(t) dt = \int \left( 1 + \frac{1}{(t+1)^2} \right) dt = t - \frac{1}{1+t} + K_2. \quad (1)$$

Um cálculo direto mostra que a derivada da última expressão acima coincide com  $1 + (t+1)^{-2}$ . O segundo termo pode trazer alguma dificuldade e sua integral pode ser feita substituindo-se a expressão  $(1+t)$  por  $u$ . Desse modo, temos que  $du = dt$ , e portanto

$$\int \frac{1}{(t+1)^2} dt = \int \frac{1}{u^2} du = \int u^{-2} du = -u^{-1} + K_3 = -\frac{1}{t+1} + K_3.$$

Voltado à expressão (1), podemos juntar as constantes de integração para escrever

$$h(t) = t - \frac{1}{1+t} + K.$$

Para determinar  $K$  vamos utilizar a informação da altura no instante  $t = 2$ :

$$5 = h(2) = 2 - \frac{1}{2+1} + K \Rightarrow K = \frac{10}{3},$$

de modo que a expressão para a altura da árvore é dada por

$$h(t) = t - \frac{1}{1+t} + \frac{10}{3}, \quad t \geq 0.$$

O momento em que a árvore foi transplantada corresponde ao instante  $t = 0$ . Logo, a sua altura neste instante era

$$h(0) = 0 - \frac{1}{0+1} + \frac{10}{3} = -1 + \frac{10}{3} = \frac{7}{3},$$

isto é, aproximadamente 2,3 metros.