



# Matemática 1

## Lista de Exercícios da Semana 13

*Temas abordados:* Integral indefinida; Regra de substituição

*Seções do livro:* 5.1; 5.2

1) Calcule as integrais indefinidas abaixo.

(a)  $\int (2t + 1) dt$

(b)  $\int \left( \frac{1}{x} + \frac{3}{x^2} - 4x \right) dx$

(c)  $\int \left( 3t^2 + \frac{t}{2} \right) dt$

(d)  $\int (2 \cos \theta - \sin \theta) d\theta$

(e)  $\int (\sqrt{x} + 3e^x) dx$

(f)  $\int 3 dx$

2) Determine a função  $y(x)$  que satisfaz as condições abaixo.

(a)  $y'(x) = 2x + 4$ ,  $y(2) = 1$

(b)  $y'(x) = e^{3x} + 5e^{-x}$  e o gráfico de  $y$  passa pelo ponto  $(0, -5)$

(c)  $y'(x) = x^{-2} - 6x^2 - \frac{1}{3}$ ,  $y(1) = -1$

(d)  $y'(x) = 2 \cos(2x) + 3$  e o gráfico de  $y$  passa pelo ponto  $(\pi, 0)$

3) Usando uma substituição apropriada, calcule as integrais indefinidas abaixo.

(a)  $\int (3x^2 - 1)e^{(x^3-x)} dx$

(b)  $\int x\sqrt{1-x^2} dx$

(c)  $\int e^{e^x} e^x dx$

(d)  $\int \frac{\ln(t)}{t} dt$

(e)  $\int \frac{1}{y(\ln y)^2} dy$

(f)  $\int (e^{-t} + te^{t^2}) dt$

(g)  $\int y \sin(y^2) dy$

(h)  $\int \tan(x) dx = \int \frac{\sin(x)}{\cos(x)} dx$

(i)  $\int x\sqrt{x-1} dx$

(j)  $\int \frac{e^{\sqrt{x}}}{\sqrt{x}} dx$

(k)  $\int \frac{\cos \sqrt{t}}{\sqrt{t}} dt$

(l)  $\int \frac{x}{x+1} dx$

4) Uma árvore foi transplantada e  $x$  anos depois está crescendo à razão de  $1 + \frac{1}{(x+1)^2}$  metros por ano. Após 2 anos, atingiu uma altura de 5 metros. Qual era a altura da árvore quando ela foi transplantada?

5) A receita marginal com a venda de  $x$  unidades de uma certa mercadoria é  $R'(x) = 50 + 3,5xe^{-0,01x^2}$  reais por unidade, onde  $R(x)$  é a receita unitária em reais.

(a) Determine  $R(x)$ , supondo que  $R(0) = 0$ .

(b) Qual é a receita esperada com a venda de 1000 unidades?

## RESPOSTAS

1) Em todos os itens abaixo  $K \in \mathbb{R}$  é uma constante de integração.

- (a)  $t^2 + t + K$
- (b)  $\ln|x| - \frac{3}{x} - 2x^2 + K$
- (c)  $t^3 + \frac{t^2}{4} + K$
- (d)  $2\operatorname{sen}\theta + \cos\theta + K$
- (e)  $\frac{2}{3}x^{3/2} + 3e^x + K$
- (f)  $3x + K$

- 2)
- (a)  $x^2 + 4x - 11$
  - (b)  $\frac{1}{3}e^{3x} - 5e^{-x} - \frac{1}{3}$
  - (c)  $-\frac{1}{x} - 2x^3 - \frac{x}{3} + \frac{7}{3}$
  - (d)  $\operatorname{sen}(2x) + 3x - 3\pi$

3) Em todos os itens abaixo  $K \in \mathbb{R}$  é uma constante de integração.

- (a)  $e^{(x^3-x)} + K$
- (b)  $1/3$
- (c)  $e^{e^x} + K$
- (d)  $1/2$
- (e)  $\frac{-1}{\ln x} + K$
- (f)  $(e-1)/2 - (1/e)$
- (g)  $1$
- (h)  $-\ln|\cos x| + K$
- (i)  $\frac{2}{15}(x-1)^{3/2}(3x+2) + K$
- (j)  $2(e^2 - e)$
- (k)  $2\operatorname{sen}(\sqrt{t}) + K$
- (l)  $x - \ln|x+1| + K$

4) aproximadamente 2,3 metros

- 5)
- (a)  $R(x) = 50x - 175e^{-0,01x^2} + 175$
  - (b) R\$ 50.175,00