



# Cálculo 1

## Lista de Exercícios – Semana 06

*Temas abordados:* Derivada de funções trigonométricas

*Seções do livro:* 3.4

- 1) Os passos seguintes nos permitem calcular a derivada de  $f(x) = \sin(x)$  e  $g(x) = \cos(x)$ .  
(veja [Vídeo 1](#))

- (a) Use o Limite Trigonométrico Fundamental para calcular a derivadas das duas funções no ponto  $x = 0$ , isto é,

$$f'(0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(h) - f(0)}{h}, \quad g'(0) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{g(h) - g(0)}{h}$$

- (b) Use a identidade  $\sin(a + b) = \sin(a)\cos(b) + \cos(a)\sin(b)$ , os limites acima e definição de derivada para concluir que  $(\sin(x))' = \cos(x)$ .  
(c) Repita o argumento acima com a identidade  $\cos(a + b) = \cos(a)\cos(b) - \sin(a)\sin(b)$  para concluir que  $(\cos(x))' = -\sin(x)$ .  
2) Use o exercício anterior e a regra do quociente para determinar a derivada das funções abaixo. Em seguida, determine as assíntotas verticais de cada uma delas. (veja [Vídeo 1](#))

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} \tan(x) = \frac{\sin(x)}{\cos(x)} & \text{(b)} \sec(x) = \frac{1}{\cos(x)} \\ \text{(c)} \csc(x) = \frac{1}{\sin(x)} & \text{(d)} \cot(x) = \frac{\cos(x)}{\sin(x)} \end{array}$$

- 3) Calcule a derivada de cada uma das funções abaixo. (veja [Vídeo 2](#))

$$\begin{array}{ll} \text{(a)} f(x) = \cos(x) + (x^2 + 1)\sin(x) & \text{(b)} f(x) = \sqrt{x}\sec(x) \\ \text{(c)} f(x) = \frac{\sin(x)(\sqrt{x} + 4)}{\cos(x)} & \text{(d)} f(x) = \frac{\tan(x)}{x + \cos(x)} \\ \text{(e)} f(x) = e^x \sin(x) - \frac{4}{x} & \text{(f)} f(x) = (3x + 2e^x)(1 + \tan(x)) \end{array}$$

- 4) Considere as funções  $f$  e  $g$  definidas abaixo

$$f(x) = \begin{cases} x^2 \sin(1/x) & \text{se } x \neq 0, \\ 0 & \text{se } x = 0, \end{cases} \quad g(x) = \begin{cases} x \sin(1/x) & \text{se } x \neq 0, \\ 0 & \text{se } x = 0. \end{cases}$$

Usando a definição, verifique que  $f$  é derivável (e portanto contínua) em  $x = 0$ . Verifique em seguida que  $g$  é contínua em  $x = 0$  mas não é derivável nesse mesmo ponto.

## RESPOSTAS

1)

2) (a)  $(\tan(x))' = \sec^2(x)$

(b)  $(\sec(x))' = \sec(x) \tan(x)$

(c)  $(\csc(x))' = -\csc(x) \cotan(x)$

(d)  $(\cotan(x))' = -\csc^2(x)$

3) (a)  $(2x - 1) \sin(x) + (x^2 + 1) \cos(x)$

(b)  $\sqrt{x} \sec(x) \tan(x) + \frac{1}{2\sqrt{x}} \sec(x)$

(c) 
$$\frac{\cos(x) \left( \frac{\sin(x)}{2\sqrt{x}} + \cos(x)(\sqrt{x} + 4) \right) + \sin^2(x)(\sqrt{x} + 4)}{\cos^2(x)}$$

(d) 
$$\frac{(x + \cos(x)) \sec^2(x) - \tan(x)(1 - \sin(x))}{(x + \cos(x))^2}$$

(e)  $e^x (\sin(x) + \cos(x)) + \frac{4}{x^2}$

(f)  $(3 + 2e^x)(1 + \tan(x)) + (3x + 2e^x) \sec^2(x)$