Universidade de Brasília
Departamento de Matemática

Matemática 1

Lista de Exercícios da Semana 1

Temas abordados: Funções

Seções do livro: 1.1; 1.2; 1.3; 1.4

1) A função módulo é definida, para todo $x \in \mathbb{R}$, como sendo

$$|x| = \begin{cases} x & \text{se } x \geq 0 \\ -x & \text{se } x < 0. \end{cases}$$

Marcando o ponto x na reta real, o módulo de x é exatamente a distância desse ponto até o ponto 0. Utilizando a definição acima descreva o conjunto dos valores x que satisfazem as seguintes relações.

(a) $|2x + 5| = 4$ (b) $|x - 3| = |2x + 1|$

(c) $|3x - 8| < 4$ (d) $|x + 3| \geq 2$

2) Determine o domínio de cada uma das funções abaixo.

(a) $f(x) = \dfrac{3x + 4}{x^2 - x - 2}$ (b) $g(x) = \dfrac{|x^2 - 1|}{\sqrt[3]{x + 1}}$ (c) $h(x) = \sqrt{|x| - x}$

(d) $r(x) = \dfrac{x}{\sqrt{|x| - 1}}$ (e) $p(x) = \sqrt{1 - \sqrt{1 - x^2}}$

3) Considerando $f(x) = 2x^2 - 8$ e $g(x) = 2/(x - 7)$, determine o domínio e a expressão de cada uma das funções abaixo.

(a) $(f + g)(x)$ (b) $(f \cdot g)(x)$ (c) $\left(\dfrac{f}{g}\right)(x)$

(d) $\left(\dfrac{g}{f}\right)(x)$ (e) $(f \circ g)(x) = f(g(x))$ (f) $(g \circ f)(x) = g(f(x))$

4) Considerando $f(x) = (4 - x)/x$, determine a expressão de cada uma das funções abaixo.

(a) $f\left(\dfrac{1}{x}\right) - \dfrac{1}{f(x)}$ (b) $f(x^2) - f(x)^2$ (c) $f(f(x))$

5) Em cada um dos itens abaixo, encontre a equação da reta que satisfaz as exigências apresentadas.

(a) passa pelos pontos $(3, 4)$ e $(-2, 5)$

(b) passa pelo ponto $(-1, 3)$ e tem inclinação igual a -1

(c) passa pelo ponto $(5, -1)$ e é paralela à reta $2x + 5y = 15$

(d) passa pelo ponto $(0, 1)$ e é perpendicular à reta $8x - 13y = 13$

6) Denotando por x e y os lados de um retângulo cujo perímetro é igual a 100, determine o domínio e a expressão da função $d(x)$ que fornece o comprimento da diagonal do retângulo em função de x.

7) A partir de uma cartolina medindo 14×22 vamos construir uma caixa sem tampa como segue: recortamos quadrados de lado x em cada um dos vértices da cartolina e dobramos as abas. Determine a expressão e o domínio da função $V(x)$ que fornece o volume da caixa em função de x.

8) Sejam x, y e z os lados de um triângulo retângulo, onde x é a hipotenusa. Suponha que o triângulo tem perímetro igual a 6. Determine a expressão da função $A(x)$ que fornece a área do triângulo em função de x.

Dica: *eleve os dois lados da igualdade* $y + z = 6 - x$ *ao quadrado.*

9) Um grama de gelo, inicialmente a -40^oC, é posto em uma fonte de calor. Neste experimento, observa-se a menor quantidade de calor absorvido $Q(T)$, em calorias, para que a amostra atinja temperatura T, em ^{o}C. Sabe-se que a cada 1 cal, o gelo aumenta sua temperatura em 2^oC. Quando atinge 0^oC, são necessárias mais 80 cal para o derretimento total (que ocorre sob temperatura constante). Depois de liquefeita, a água necessita de 1 cal para aumentar sua temperatura em 1^oC.

(a) Calcule $Q(-40)$, $Q(-38)$, $Q(0)$, $Q(1)$ e $Q(2)$.

(b) Determine a expressão de $Q(T)$, para $T \in [-40, 80]$. Em seguida, desenhe o gráfico da função.

10) A figura abaixo ilustra um recipiente formado por dois cilindros circulares retos justapostos de altura 10m e raios respectivamente 12m e 6m. Suponha que, a partir do instante $t = 0$, o recipiente comece a ser abastecido a uma vazão constante de modo que o nível da água $s(t)$ no recipiente é dada por

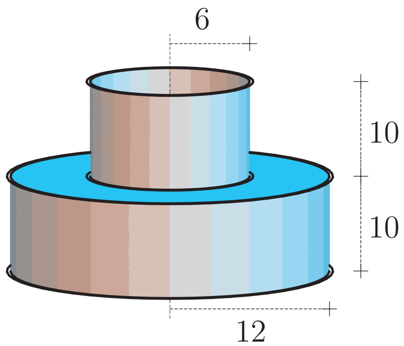
$$s(t) = \begin{cases} 2t, & \text{para } 0 \leq \text{t} \leq 5 \\ 8t - 30, & \text{para } 5 < \text{t} \leq 6 \end{cases}$$

onde a altura é dada em metros e o tempo é dado em segundos.

(a) Esboce o gráfico da função $s(t)$.

(b) Determine, caso existam, os instantes $\tau \in [0, 6]$ nos quais $s(\tau) = 15$.

(c) Determine a imagem da função s.



RESPOSTAS

1) (a) $x \in \left\{-\frac{9}{2}, -\frac{1}{2}\right\}$ (b) $x \in \left\{-4, \frac{2}{3}\right\}$ (c) $x \in (\frac{4}{3}, 4)$ (d) $x \in (-\infty, -5] \cup [-1, +\infty)$

2) (a) $\mathbb{R} \setminus \{-1, 2\}$ (b) $\mathbb{R} \setminus \{-1\}$ (c) $\mathbb{R}$ (d) $(-\infty, -1) \cup (1, +\infty)$ (e) $[-1, 1]$

3) (a) $2x^2 - 8 + \dfrac{2}{(x-7)}$, para $x \neq 7$

(b) $\dfrac{4x^2 - 16)}{(x-7)}$, para $x \neq 7$

(c) $(x^2 - 4)(x - 7)$, para $x \in \mathbb{R}$

(d) $\dfrac{1}{(x-7)(x^2-4)}$, para $x \notin \{-2, 2, 7\}$

(e) $\dfrac{8}{(x-7)^2} - 8$, para $x \neq 7$

(f) $\dfrac{2}{2x^2 - 15}$, para $x \neq \pm\sqrt{15/2}$

4) (a) $\dfrac{-4(x^2 - 4x + 1)}{4 - x}$

(b) $\dfrac{-2(x^2 - 4x + 6)}{x^2}$

(c) $\dfrac{5x - 4}{4 - x}$

5) (a) $y = -\frac{1}{5}x + \frac{23}{5}$ (b) $y = -x + 2$ (c) $y = -\frac{2}{5}x + 1$ (d) $y = -\frac{13}{8}x + 1$

6) $d(x) = \sqrt{x^2 + (50 - x)^2}$, $x \in (0, 50)$

7) $V(x) = x(22 - 2x)(14 - 2x)$, $x \in (0, 7)$

8) $A(x) = 9 - 3x$

9) (a) $Q(-40) = 0$, $Q(-38) = 1$, $Q(0) = 20$, $Q(1) = 101$, $Q(2) = 102$

(b) $Q(T) = \begin{cases} (T/2) + 20 & \text{se } T \in [-40, 0] \\ T + 100 & \text{se } T \in (0, 80] \end{cases}$

10) (a) $\tau = 45/8$ (b) $\mathrm{Im}(\tau) = [0, 18]$