



## Matemática 1

### O problema da velocidade instantânea

(solução da tarefa)

Após fazer os cálculos até a quarta casa decimal a tabela fica como se segue:

$h \neq 0$	instante final $t = 3 + h$	velocidade média $\frac{s(3+h)-s(3)}{(3+h)-3}$
1	4	-0,0833
0,1	3,1	-0,1075
0,01	3,01	-0,1107
0,001	3,001	-0,1110

A análise dos dados acima parece mostrar que a velocidade no instante  $t = 3$  é de, aproximadamente,  $-0,11$  km/h. Para saber o valor exato temos que fazer simplificação do quociente que nos dá a velocidade média, e depois fazer  $h \rightarrow 0$ . Faremos isso para um instante arbitrário  $t > 0$ , de modo a obter a velocidade  $v(t)$ :

$$\frac{s(t+h) - s(t)}{h} = \frac{\frac{1}{t+h} - \frac{1}{t}}{h} = \frac{1}{h} \cdot \frac{[t - (t+h)]}{(t+h)t} = \frac{1}{h} \cdot \frac{-h}{(t+h)t} = \frac{-1}{(t+h)t}.$$

A velocidade agora pode ser obtida fazendo  $h \rightarrow 0$  na expressão acima:

$$v(t) = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{s(t+h) - s(t)}{h} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{-1}{(t+h)t} = -\frac{1}{t^2}.$$

Em particular, fazendo  $t = 3$  na expressão acima, obtemos que  $v(3) = -1/9 \sim -0,1111$ .

O sinal de menos na expressão da velocidade indica que ela é negativa. Do ponto de vista físico, isso significa que o carro está se movendo na direção oposta ao que estabelecemos como sendo o sentido positivo. Isso está de acordo com o esperado, visto que a função  $s(t) = 1/t$  é decrescente.