



## Cálculo 1

### Integração por frações parciais - Parte 1

(solução da tarefa)

---

Vamos inicialmente tentar decompor a função da seguinte maneira

$$\frac{x+1}{x(1+x^2)} = \frac{A}{x} + \frac{B}{1+x^2} = \frac{A(1+x^2) + Bx}{x(1+x^2)}.$$

A igualdade acima é satisfeita desde que

$$x+1 = Ax^2 + Bx + A,$$

e portanto as constantes devem ser tais que

$$A = 0, \quad B = 1, \quad A = 1.$$

Olhando para a primeira e para a terceira equação acima, percebemos que este sistema não tem solução. Assim, a decomposição que tentamos é impossível.

Vamos fazer então uma nova tentativa, considerando agora a seguinte decomposição

$$\frac{x+1}{x(1+x^2)} = \frac{A}{x} + \frac{Bx+C}{1+x^2} = \frac{A(1+x^2) + (Bx+C)x}{x(1+x^2)},$$

e portanto

$$x+1 = (A+B)x^2 + Cx + A,$$

de modo que as constantes devem satisfazer

$$A+B=0, \quad C=1, \quad A=1.$$

Resolvendo o sistema obtemos  $A=1$ ,  $B=-1$  e  $C=1$ . Logo,

$$\int \frac{x+1}{x(1+x^2)} dx = \int \frac{1}{x} dx - \int \frac{x}{1+x^2} dx + \int \frac{1}{1+x^2} dx,$$

de onde se conclui que

$$\int \frac{x+1}{x(1+x^2)} dx = \ln|x| - \frac{1}{2} \ln(1+x^2) + \arctan(x) + K.$$