Cálculo 1

O limite de uma função

(solução da tarefa)

Temos que

$$f(x) = \begin{cases} 5x - 7, & \text{se } x \le 1, \\ \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}, & \text{se } x > 1. \end{cases}$$

Para o cálculo do limite pela esquerda observe que, quando x está um pouco à esquerda de 1, temos que f(x) = (5x - 7). Assim

$$\lim_{x \to 1^{-}} f(x) = \lim_{x \to 1^{-}} (5x - 7) = 5 \cdot 1 - 7 = -2,$$

e portanto o limite lateral pela esquerda existe e vale -2.

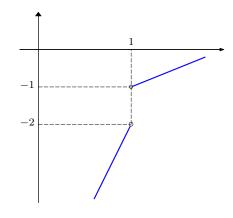
Pela direita temos que

$$\lim_{x \to 1^+} f(x) = \lim_{x \to 1^+} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}.$$

A situação aqui é um pouco mais delicada porque o denominador se aproxima de zero. O mesmo ocorre com o numerador, indicando que x=1 é uma raiz do numerador. Logo, ele é divisível por (x-1). Uma conta simples nos permite fatorar o numerador e escrever

$$\lim_{x \to 1^+} \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1} = \lim_{x \to 1^+} \frac{(x - 1)(x - 2)}{x - 1} = \lim_{x \to 1^+} (x - 2) = -1,$$

e portanto o limite pela direita existe e é igual a -1.



Uma vez que os limites laterais são diferentes, concluímos que não existe o limite $\lim_{x\to 1} f(x)$.