

Em seguro prestamista, como se calcula o valor presente do VABF?

O ChatGPT disse:

Boa pergunta, Danilo. Vamos organizar bem isso.

No **seguro prestamista** (ou seguro de crédito), o **VABF** significa **Valor Atual dos Benefícios Futuros**. Ele corresponde ao valor presente esperado dos capitais segurados a serem pagos pela seguradora em caso de sinistro (geralmente morte ou invalidez do mutuário), ponderado pelas probabilidades de ocorrência desses eventos.

Estrutura do cálculo do VABF

1. Identificar o benefício em cada período

O benefício é, normalmente, o **saldo devedor** do financiamento em determinado mês t .

- Se o segurado falece em t , o seguro cobre o saldo devedor vigente (às vezes limitado a percentuais ou valores contratados).

2. Probabilidade de ocorrência do sinistro em cada período

Usa-se a tábua biométrica apropriada (de mortalidade, invalidez etc.).

- Para morte: probabilidade $q_{x+t-1}q_{x+t-1}$, ou seja, probabilidade de um indivíduo de idade $x+t-1$ falecer entre $t-1$ e t .
- Também é preciso considerar a probabilidade de sobrevivência até o período $t-1$.

3. Valor esperado do benefício no período t

$$E[\text{Benefício}_t] = (\text{Saldo Devedor}_t) \times {}_{t-1}p_x \times q_{x+t-1}$$
$$E[\text{Benefício}_t] = (\text{Saldo Devedor}_t) \times {}_{t-1}p_x \times q_{x+t-1}$$

onde:

- ${}_{t-1}p_x$ é a probabilidade de sobreviver até $t-1$,
- q_{x+t-1} é a probabilidade de morte no ano/mês seguinte.

4. Trazer a valor presente

Cada expectativa de benefício é descontada pela taxa de juros técnica i usada na precificação/reserva:

$$VP_t = \frac{E[\text{Benefício}_t]}{(1+i)^t}$$
$$VP_t = \frac{E[\text{Benefício}_t]}{(1+i)^t}$$

5. Somatório ao longo do prazo do financiamento

$$VABF = \sum_{t=1}^n \frac{\text{Saldo Devedor}_{t-1} p_{x+t-1}}{(1+i)^t}$$

$$VABF = \sum_{t=1}^n \frac{\text{Saldo Devedor}_{t-1} p_{x+t-1}}{(1+i)^t}$$

👉 Em resumo: o **VABF** é o valor presente esperado dos saldos devedores em caso de sinistro, considerando a evolução do saldo devedor, as probabilidades biométricas e o desconto atuarial.

Quer que eu monte um **exemplo numérico completo** (tipo financiamento de 12 meses com taxa de 1% e probabilidade de morte simples) para você ver o cálculo linha a linha?

Você disse:

dado quantas parcelas faltam para o pagamento do seguro prestamista por uma tabela price, como se calcula o VABF?

O ChatGPT disse:

Pensou

Perfeito — com “faltam mmm parcelas” (tabela Price) dá para escrever o VABF de forma fechada usando o saldo devedor da tabela Price em cada período. Vou ser direto e objetivo.

Notação

- PPP = saldo devedor atual (principal) — ou valor financiado remanescente no início do período (antes de qualquer pagamento).
- mmm = número de parcelas restantes.
- iii = taxa de juros por período (ex.: mensal).
- $v = \frac{1}{1+i}$
- AAA = parcela fixa (Price) sobre mmm períodos: $A = P \cdot i \cdot \frac{1-v^m}{1-v}$
- ${}_t p_{x+t-1}$ = probabilidade de sobreviver até o início do período ttt (ou seja, sobreviver t-1 períodos).
- q_{x+t-1} = probabilidade de sinistro (ex.: morte) ocorrendo entre o início do período ttt e o início do t+1 período.
- Consideramos que, se o sinistro ocorre no período ttt, o segurador paga o **saldo devedor vigente** imediatamente naquele pagamento (isto é, pago no instante ttt). Ajuste se o contrato pagar em momento diferente.

Saldo devedor justo antes do pagamento do período t

O saldo devido imediatamente **antes** do pagamento t (ou seja, após $t-1$ pagamentos) na Price com m parcelas iniciais remanescentes é o valor presente das parcelas remanescentes:

$$B_{t-1} = A \cdot 1 - v^{m-(t-1)}i = A \cdot 1 - v^{m-t+1}i, t=1, \dots, m. B_{t-1} = A \cdot \frac{1-v^{m-(t-1)}}{i} = A \cdot \frac{1-v^{m-t+1}}{i}, \text{ para } t=1, \dots, m. B_{t-1} = A \cdot i \cdot \frac{1-v^{m-(t-1)}}{i} = A \cdot i \cdot \frac{1-v^{m-t+1}}{i}, t=1, \dots, m.$$

(Para $t=1$, B_0 é o saldo atual PPP — checa que a fórmula coincide com PPP.)

Valor Atual dos Benefícios Futuros (VABF)

Traindo cada benefício ao instante zero (ou ao instante considerado como time-0), e supondo pagamento do benefício no tempo t :

$$VABF = \sum_{t=1}^m B_{t-1} v^t p_{x+t-1} q_{x+t-1} \quad VABF = \sum_{t=1}^m B_{t-1} v^t p_{x+t-1} q_{x+t-1}$$

Substituindo B_{t-1} pela forma em AAA:

$$VABF = \sum_{t=1}^m [A \cdot 1 - v^{m-t+1}i] v^t p_{x+t-1} q_{x+t-1} = A \cdot \sum_{t=1}^m v^t p_{x+t-1} q_{x+t-1} - i \cdot \sum_{t=1}^m v^{m-t+1} v^t p_{x+t-1} q_{x+t-1}$$

E, se quiser eliminar AAA em favor de PPP:

$$A = P \cdot i \cdot 1 - v^m \Rightarrow VABF = \sum_{t=1}^m [P \cdot 1 - v^{m-t+1}i] v^t p_{x+t-1} q_{x+t-1} = P \cdot \sum_{t=1}^m v^t p_{x+t-1} q_{x+t-1} - i \cdot \sum_{t=1}^m v^{m-t+1} v^t p_{x+t-1} q_{x+t-1} = P \cdot 1 - v^m i \Rightarrow VABF = P \cdot 1 - v^m i$$

Observações práticas e ajustes usuais

- Periodicidade das tábuas:** se q é anual e seus períodos são mensais, converta probabilidades (por exemplo via transformação efetiva ou assumindo distribuição uniforme) — tipicamente você transforma q anual em probabilidade mensal equivalente.
- Momento do pagamento do benefício:** aqui assumi pagamento no instante t . Se o pagamento for imediato ao sinistro (no meio do período) use desconto $v^{t-1+\delta} = v^{t-1} \cdot v^\delta$ com δ apropriado (por exemplo 0.50.50.5 para meio-período). Ajuste também as probabilidades de sobrevivência conforme o modelo de tempo de ocorrência.

3. **Coberturas complementares:** se o seguro cobre também invalidez ou franquias, some os respectivos fluxos esperados.
4. **Taxa técnica:** a taxa i usada para descontar normalmente é a taxa técnica/atuarial do produto (não confundir com a taxa do financiamento, embora frequentemente sejam iguais em precificação simplificada).
5. **Simplificações:** quando q é pequeno e períodos curtos, às vezes usa-se aproximação ${}_{t-1}p_x \approx {}_{t-1}p_x$; $q_{x+t-1} \approx {}_{t-1}q_x$; $q_{x+t-1} \approx {}_{t-1}q_x$ conforme a tábua escolhida; cuidado com aproximações em idades avançadas.

Quer que eu monte isso em uma tabela (média/linha a linha) com um exemplo numérico — por exemplo $P=10.000$, $m=12$, $i=1\%$ ao mês e uma q mensal qualquer — para você visualizar os B_{t-1} , probabilidades e o somatório do VABF? Eu monto direto.

Você disse:

monte um exemplo do cálculo desse VABF sabendo que faltam 10 pagamentos de parcelas nesse financiamento price

O ChatGPT disse:

Pensou

Exemplo numérico — VABF com 10 parcelas restantes (Price)

Vou ser direto. faço um exemplo com $P = 10.000$, $m = 10$, $i = 1\%$ ao mês e assumo uma probabilidade de sinistro **mensal constante** $q=0,001$ (0,1% por mês). Também assumi que o pagamento do benefício ocorre no instante t (após $t-1$ pagamentos) e que a sobrevivência até $t-1$ é $(1-q)^{t-1}$.

Fórmulas usadas:

- $v = (1+i)^{-1}$
- Parcela Price: $A = P \cdot i \cdot \frac{1-v^m}{1-v}$
- Saldo antes do pagamento t : $B_{t-1} = A \cdot \frac{1-v^{m-t+1}}{1-v}$
- Contribuição ao VABF no período t :

$\text{contrib}_t = B_{t-1} \cdot t-1p \cdot q \cdot v^t$ com $t-1p = (1-q)^{t-1}$. $\text{contrib}_t = B_{t-1} \cdot (1-q)^{t-1} \cdot p \cdot q \cdot v^t$ com $t-1p = (1-q)^{t-1}$.

- $VABF = \sum_{t=1}^m \text{contrib}_t$. $VABF = \sum_{t=1}^m \text{contrib}_t$.

Parâmetros calculados:

- $A \approx 1.055,82$ $\approx 1,055$ (parcela mensal).

Tabela (valores arredondados):

t	B_{t-1} B _{t-1} (saldo)	$t-1p$ p _{t-1}	$t-1p \cdot q$ p _{t-1} · q	v^t	contrib === VP do benefício
1	10.000,00	1,000000	0,00100000	0,990099	9,90099
2	9.044,18	0,999000	0,00099900	0,980296	8,85711
3	8.078,80	0,998001	0,00099800	0,970590	7,82553
4	7.103,77	0,997003	0,00099700	0,960980	6,80612
5	6.118,98	0,996006	0,00099601	0,951466	5,79875
6	5.124,35	0,995010	0,00099501	0,942045	4,80328
7	4.119,78	0,994015	0,00099401	0,932718	3,81959
8	3.105,15	0,993021	0,00099302	0,923483	2,84754
9	2.080,38	0,992028	0,00099203	0,914340	1,88701
10	1.045,37	0,991036	0,00099104	0,905287	0,93787

Somando as contribuições:

$VABF \approx 53,48$ $\boxed{VABF \approx 53,48}$ $VABF \approx 53,48$

(ou seja, aproximadamente **R\$ 53,48** no instante zero, usando as hipóteses acima).

Observações rápidas

- O resultado é pequeno porque a probabilidade de morte q escolhida é muito baixa e os saldos vão decrescendo; com q maior (idades avançadas) o VABF cresce proporcionalmente.

- Se você tiver uma tabela (probabilidades por idade) ou um qqq variável por período, basta substituir $t-1p_{t-1}$ e qt_{t-1} na soma; a fórmula e a tabela seguem iguais.
- Se o benefício for pago imediatamente ao sinistro (meio do período), mude o desconto para $v^{t-1+\delta}$ com δ apropriado (ex.: 0,5).
- A taxa de desconto para precificação/ reserva pode ser diferente da taxa do financiamento — use a taxa técnica pertinente ao produto.

Quer que eu rode esse mesmo exemplo com seus parâmetros (P, i, q por mês ou uma tabela) para gerar a tabela completa? Posso ajustar sem frescura.

Você disse:

supondo a probabilidade do mutuário morrer entre a idade 18 e a idade 19 é de 0,000469999, a taxa de juros anual é de 6,5%, o saldo devedor atualmente é de 10.000, faltando pagar ainda 12 parcelas, e o mutuário tem 18 anos, qual seria o valor do VABF nesse caso? Lembre de mensalizar essa taxa usando raiz 1/12.

O ChatGPT disse:

Pensou

Pronto — rodei o cálculo e montei a tabela detalhada (você deve conseguir visualizar como uma planilha interativa). Principais resultados:

- Taxa mensal i_m : **0,526169427684775%** (aprox. 0,0052616943)
- Probabilidade mensal q_m : **0,00003917502298456111** (aprox. $3,9175 \times 10^{-5}$)
- Parcela Price AAA: **R\$ 862,1083699758316**
- **VABF (valor presente dos benefícios futuros): R\$ 2,508321**
(aproximadamente **R\$ 2,51**)

Interpretação rápida: com a probabilidade anual muito baixa e apenas 12 parcelas, o VABF fica pequeno (~R\$2,51). Se quiser, adapto para tabela biométrica (q variável por mês/idade) ou para pagamento no meio do período (desconto em $v^{t-1+0,5}$).

O ChatGPT pode cometer erros. Por isso, lembre-se de conferir informações relevantes.