

Subsequência Comum Mais Longa (*Longest Common Subsequence - LCS*)

Programação Dinâmica

Integrantes

- Alana Brolezzi
- Amanda Fructuozo
- Natália Marcondes
- Wilson Júnior

Roteiro

- Introdução ao Problema
- Solução
- Exemplo
- Complexidade

Introdução ao Problema

Dada sequência $X = \{x_1, x_2, \dots, x_n\}$, $Z = \{z_1, z_2, \dots, z_k\}$ é uma subsequência de X se existir uma sequência estritamente crescente $\{i_1, i_2, \dots, i_k\}$ de índices de X tais que, para todo $j = 1, 2, \dots, k$, temos $x_{i_j} = z_j$.

Por exemplo, sendo $Z = \{C, A, D, D\}$ e $X = \{C, B, B, A, D, E, D\}$, temos que Z é uma subsequência de X com sequência de índices iguais a $\{1, 4, 5, 7\}$.

Introdução ao Problema

Dizemos que uma sequência Z é uma subsequência comum de X e Y, se Z é subsequência de X e Y ao mesmo tempo.

Por exemplo, se $X = \{A, B, C, B, D, A, B\}$ e $Y = \{B, D, C, A, B, A\}$, a sequência $\{B, C, A\}$ é uma subsequência comum das sequências X e Y. Entretanto esta não é a subsequência comum mais longa, pois ela tem comprimento três e existe uma subsequência comum a X e Y de comprimento quatro ($\{B, C, B, A\}$). Buscamos então a maior subsequência comum à duas outras sequências.

Programação Dinâmica

- A melhor maneira para solucionar o problema apresentado é a utilização de Programação Dinâmica, que se baseia no conceito de guardar os resultados de subproblemas computados em uma tabela.
- A ideia é dividir o problema em partes menores, e resolver cada subproblema, guardando sua solução em uma tabela, evitando assim um possível recálculo posterior.
- Um algoritmo de programação dinâmica é aplicado para problemas de otimização com muitas soluções possíveis, mas com uma única solução ótima.

Solução

Pseudocódigo utilizado para o cálculo do comprimento da LCS:

```
1 m ← comprimento[X]
2 n ← comprimento[Y]
3 for i ← 1 to m
4   do c[i,0] ← 0
5   for j ← 0 to n
6     do c[0,j] ← 0
7   for i ← 1 to m
8     do for j ← 1 to n
9       do if xi = yi
10         then c[i,j] ← c[i-1,j-1] + 1;
11         b[i,j] ← "\"
12       else if c[i-1,j] >= c[i,j-1]
13         then c[i,j] ← c[i-1,j]
14         b[i,j] ← "|"
15       then c[i,j] ← c[i,j-1]
16         b[i,j] ← "_"
17 return c e b
```

Solução

Para Construção/Impressão da LCS, utilizamos o algoritmo:

```
PRINT-LCS(b, X, i, j)
1 if (i = 0 or j = 0)
2   then return
3   if b[i, j] = "\"
4     then PRINT-LCS(b, X, i, j)
5     print xi
6 else if b[i, j] = "|"
7   then PRINT-LCS(b, X, i-1, j)
8 else PRINT-LCS(b, X, i, j-1)
```

Exemplo

Tendo as sequências:

$$X = \{A, B, C, B, D, A, B\}$$

$$Y = \{B, D, C, A, B, A\}$$

Podemos acompanhar a construção das matrizes B e C, que nos fornecerão a subsequência comum mais longa dessas sequências.

Exemplo - Matrizes

Matriz B

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0							
A	1							
B	2							
C	3							
B	4							
D	5							
A	6							
B	7							

Matriz C

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0							
A	1							
B	2							
C	3							
B	4							
D	5							
A	6							
B	7							

Exemplo - Preenchimento

Matriz B

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0							
A	1							
B	2							
C	3							
B	4							
D	5							
A	6							
B	7							

Matriz C

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0	0	0	0	0	0	0	0
A	1	0						
B	2	0						
C	3	0						
B	4	0						
D	5	0						
A	6	0						
B	7	0						

Exemplo - Preenchimento

Matriz B

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0							
A	1		1					
B	2							
C	3							
B	4							
D	5							
A	6							
B	7							

Matriz C

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0	0	0	0	0	0	0	0
A	1	0	0					
B	2	0						
C	3	0						
B	4	0						
D	5	0						
A	6	0						
B	7	0						

Exemplo - Preenchimento

Matriz B

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0							
A	1							
B	2							
C	3							
B	4							
D	5							
A	6							
B	7							

Matriz C

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0	0	0	0	0	0	0	0
A	1	0	0	0	0	0	0	0
B	2	0						
C	3	0						
B	4	0						
D	5	0						
A	6	0						
B	7	0						

Exemplo - Preenchimento

Matriz B

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0							
A	1							
B	2							
C	3							
B	4							
D	5							
A	6							
B	7							

Matriz C

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0	0	0	0	0	0	0	0
A	1	0	0	0	0	0	0	0
B	2	0						
C	3	0						
B	4	0						
D	5	0						
A	6	0						
B	7	0						

Exemplo - Preenchimento

Matriz B

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0							
A	1					\		
B	2							
C	3							
B	4							
D	5							
A	6							
B	7							

● Matriz C

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0	0	0	0	0	0	0	0
A	1	0	0	0	0	1		
B	2	0						
C	3	0						
B	4	0						
D	5	0						
A	6	0						
B	7	0						

Exemplo - Preenchimento

Matriz B

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0							
A	1					\	-	
B	2							
C	3							
B	4							
D	5							
A	6							
B	7							

Matriz C

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0	0	0	0	0	0	0	0
A	1	0	0	0	0	1	1	
B	2	0						
C	3	0						
B	4	0						
D	5	0						
A	6	0						
B	7	0						

Exemplo - Preenchimento

Matriz B

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0							
A	1					\	-	\
B	2							
C	3							
B	4							
D	5							
A	6							
B	7							

Matriz C

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0	0	0	0	0	0	0	0
A	1	0	0	0	0	1	1	1
B	2	0						
C	3	0						
B	4	0						
D	5	0						
A	6	0						
B	7	0						

Exemplo - Preenchimento

Matriz B

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0							
A	1					\	-	\
B	2		\					
C	3							
B	4							
D	5							
A	6							
B	7							

Matriz C

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0	0	0	0	0	0	0	0
A	1	0	0	0	0	1	1	1
B	2	0	1					
C	3	0						
B	4	0						
D	5	0						
A	6	0						
B	7	0						

Exemplo - Preenchimento

Matriz B

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0							
A	1					\	-	\
B	2		\	-				
C	3							
B	4							
D	5							
A	6							
B	7							

Matriz C

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0	0	0	0	0	0	0	0
A	1	0	0	0	0	1	1	1
B	2	0	1	1				
C	3	0						
B	4	0						
D	5	0						
A	6	0						
B	7	0						

Exemplo - Preenchimento

Matriz B

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0							
A	1					\	-	\
B	2		\	-	-			
C	3							
B	4							
D	5							
A	6							
B	7							

Matriz C

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0	0	0	0	0	0	0	0
A	1	0	0	0	0	0	1	1
B	2	0	1	1	1			
C	3	0						
B	4	0						
D	5	0						
A	6	0						
B	7	0						

Exemplo - Preenchimento

Matriz B

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0							
A	1					\	-	\
B	2		\	-	-			
C	3							
B	4							
D	5							
A	6							
B	7							

Matriz C

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0	0	0	0	0	0	0	0
A	1	0	0	0	0	1	1	1
B	2	0	1	1	1	1		
C	3	0						
B	4	0						
D	5	0						
A	6	0						
B	7	0						

Exemplo - Preenchimento

Matriz B

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0							
A	1					\	-	\
B	2		\	-	-		\	
C	3							
B	4							
D	5							
A	6							
B	7							

Matriz C

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0	0	0	0	0	0	0	0
A	1	0	0	0	0	1	1	1
B	2	0	1	1	1	1	2	
C	3	0						
B	4	0						
D	5	0						
A	6	0						
B	7	0						

Exemplo - Preenchimento

Matriz B

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0							
A	1					\	-	\
B	2		\	-	-		\	-
C	3							
B	4							
D	5							
A	6							
B	7							

Matriz C

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0	0	0	0	0	0	0	0
A	1	0	0	0	0	1	1	1
B	2	0	1	1	1	1	2	2
C	3	0						
B	4	0						
D	5	0						
A	6	0						
B	7	0						

Exemplo - Preenchimento

Matriz B

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0							
A	1					\	-	\
B	2		\	-	-		\	-
C	3							
B	4							
D	5							
A	6							
B	7							

Matriz C

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0	0	0	0	0	0	0	0
A	1	0	0	0	0	1	1	1
B	2	0	1	1	1	1	2	2
C	3	0	1					
B	4	0						
D	5	0						
A	6	0						
B	7	0						

Exemplo - Preenchimento

Matriz B

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0							
A	1					\	-	\
B	2		\	-	-		\	-
C	3							
B	4							
D	5							
A	6							
B	7							

Matriz C

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0	0	0	0	0	0	0	0
A	1	0	0	0	0	1	1	1
B	2	0	1	1	1	1	2	2
C	3	0	1	1				
B	4	0						
D	5	0						
A	6	0						
B	7	0						

Exemplo - Preenchimento

Matriz B

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0							
A	1					\	-	\
B	2		\	-	-		\	-
C	3				\			
B	4							
D	5							
A	6							
B	7							

Matriz C

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0	0	0	0	0	0	0	0
A	1	0	0	0	0	1	1	1
B	2	0	1	1	1	1	2	2
C	3	0	1	1	2			
B	4	0						
D	5	0						
A	6	0						
B	7	0						

Exemplo - Preenchimento

Matriz B

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0							
A	1					\	-	\
B	2		\	-	-		\	-
C	3				\	-		
B	4							
D	5							
A	6							
B	7							

Matriz C

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0	0	0	0	0	0	0	0
A	1	0	0	0	0	1	1	1
B	2	0	1	1	1	1	2	2
C	3	0	1	1	2	2		
B	4	0						
D	5	0						
A	6	0						
B	7	0						

Exemplo - Preenchimento

Matriz B

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I\J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0							
A	1					\	-	\
B	2		\	-	-		\	-
C	3				\	-		
B	4							
D	5							
A	6							
B	7							

Matriz C

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I\J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0	0	0	0	0	0	0	0
A	1	0	0	0	0	1	1	1
B	2	0	1	1	1	1	2	2
C	3	0	1	1	2	2	2	
B	4	0						
D	5	0						
A	6	0						
B	7	0						

Exemplo - Preenchimento

Matriz B

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0							
A	1					\	-	\
B	2		\	-	-		\	-
C	3				\	-		
B	4							
D	5							
A	6							
B	7							

Matriz C

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0	0	0	0	0	0	0	0
A	1	0	0	0	0	1	1	1
B	2	0	1	1	1	1	2	2
C	3	0	1	1	2	2	2	2
B	4	0						
D	5	0						
A	6	0						
B	7	0						

Exemplo - Preenchimento

Matriz B

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0							
A	1					\	-	\
B	2		\	-	-		\	-
C	3				\	-		
B	4		\					
D	5							
A	6							
B	7							

Matriz C

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0	0	0	0	0	0	0	0
A	1	0	0	0	0	1	1	1
B	2	0	1	1	1	1	2	2
C	3	0	1	1	2	2	2	2
B	4	0	1					
D	5	0						
A	6	0						
B	7	0						

Exemplo - Preenchimento

Matriz B

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0							
A	1					\	-	\
B	2		\	-	-		\	-
C	3				\	-		
D	4		\					
A	5							
B	6							
B	7							

Matriz C

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0	0	0	0	0	0	0	0
A	1	0	0	0	0	1	1	1
B	2	0	1	1	1	1	2	2
C	3	0	1	1	2	2	2	2
D	4	0	1	1				
A	5	0						
A	6	0						
B	7	0						

Exemplo - Preenchimento

Matriz B

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0							
A	1					\	-	\
B	2		\	-	-		\	-
C	3				\	-		
B	4		\					
D	5							
A	6							
B	7							

Matriz C

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0	0	0	0	0	0	0	0
A	1	0	0	0	0	1	1	1
B	2	0	1	1	1	1	2	2
C	3	0	1	1	2	2	2	2
B	4	0	1	1	2			
D	5	0						
A	6	0						
B	7	0						

Exemplo - Preenchimento

Matriz B

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0							
A	1					\	-	\
B	2		\	-	-		\	-
C	3				\	-		
B	4		\					
D	5							
A	6							
B	7							

Matriz C

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0	0	0	0	0	0	0	0
A	1	0	0	0	0	1	1	1
B	2	0	1	1	1	1	2	2
C	3	0	1	1	2	2	2	2
B	4	0	1	1	2	2		
D	5	0						
A	6	0						
B	7	0						

Exemplo - Preenchimento

Matriz B

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0							
A	1					\	-	\
B	2		\	-	-		\	-
C	3				\	-		
B	4		\				\	
D	5							
A	6							
B	7							

Matriz C

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0	0	0	0	0	0	0	0
A	1	0	0	0	0	1	1	1
B	2	0	1	1	1	1	2	2
C	3	0	1	1	2	2	2	2
B	4	0	1	1	2	2	3	
D	5	0						
A	6	0						
B	7	0						

Exemplo - Preenchimento

Matriz B

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0							
A	1					\	-	\
B	2		\	-	-		\	-
C	3				\	-		
B	4		\				\	-
D	5							
A	6							
B	7							

Matriz C

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0	0	0	0	0	0	0	0
A	1	0	0	0	0	1	1	1
B	2	0	1	1	1	1	2	2
C	3	0	1	1	2	2	2	2
B	4	0	1	1	2	2	3	3
D	5	0						
A	6	0						
B	7	0						

Exemplo - Preenchimento

Matriz B

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0							
A	1					\	-	\
B	2		\	-	-		\	-
C	3				\	-		
B	4		\				\	-
D	5							
A	6							
B	7							

Matriz C

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0	0	0	0	0	0	0	0
A	1	0	0	0	0	1	1	1
B	2	0	1	1	1	1	2	2
C	3	0	1	1	2	2	2	2
B	4	0	1	1	2	2	3	3
D	5	0	1					
A	6	0						
B	7	0						

Exemplo - Preenchimento

Matriz B

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0							
A	1					\	-	\
B	2		\	-	-		\	-
C	3				\	-		
B	4		\				\	-
D	5			\				
A	6							
B	7							

Matriz C

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0	0	0	0	0	0	0	0
A	1	0	0	0	0	1	1	1
B	2	0	1	1	1	1	2	2
C	3	0	1	1	2	2	2	2
B	4	0	1	1	2	2	3	3
D	5	0	1	2				
A	6	0						
B	7	0						

Exemplo - Preenchimento

Matriz B

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0							
A	1					\	-	\
B	2		\	-	-		\	-
C	3				\	-		
B	4		\				\	-
D	5			\				
A	6							
B	7							

Matriz C

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0	0	0	0	0	0	0	0
A	1	0	0	0	0	1	1	1
B	2	0	1	1	1	1	2	2
C	3	0	1	1	2	2	2	2
B	4	0	1	1	2	2	3	3
D	5	0	1	2	2			
A	6	0						
B	7	0						

Exemplo - Preenchimento

Matriz B

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0							
A	1					\	-	\
B	2		\	-	-		\	-
C	3				\	-		
B	4		\				\	-
D	5			\				
A	6							
B	7							

Matriz C

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0	0	0	0	0	0	0	0
A	1	0	0	0	0	1	1	1
B	2	0	1	1	1	1	2	2
C	3	0	1	1	2	2	2	2
B	4	0	1	1	2	2	3	3
D	5	0	1	2	2	2		
A	6	0						
B	7	0						

Exemplo - Preenchimento

Matriz B

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0							
A	1					\	-	\
B	2		\	-	-		\	-
C	3				\	-		
B	4		\				\	-
D	5			\				
A	6							
B	7							

Matriz C

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0	0	0	0	0	0	0	0
A	1	0	0	0	0	1	1	1
B	2	0	1	1	1	1	2	2
C	3	0	1	1	2	2	2	2
B	4	0	1	1	2	2	3	3
D	5	0	1	2	2	2	3	
A	6	0						
B	7	0						

Exemplo - Preenchimento

Matriz B

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0							
A	1					\	-	\
B	2		\	-	-		\	-
C	3				\	-		
B	4		\				\	-
D	5			\				
A	6							
B	7							

Matriz C

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0	0	0	0	0	0	0	0
A	1	0	0	0	0	1	1	1
B	2	0	1	1	1	1	2	2
C	3	0	1	1	2	2	2	2
B	4	0	1	1	2	2	3	3
D	5	0	1	2	2	2	3	3
A	6	0						
B	7	0						

Exemplo - Preenchimento

Matriz B

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0							
A	1					\	-	\
B	2		\	-	-		\	-
C	3				\	-		
B	4		\				\	-
D	5			\				
A	6							
B	7							

Matriz C

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0	0	0	0	0	0	0	0
A	1	0	0	0	0	1	1	1
B	2	0	1	1	1	1	2	2
C	3	0	1	1	2	2	2	2
B	4	0	1	1	2	2	3	3
D	5	0	1	2	2	2	3	3
A	6	0	1					
B	7	0						

Exemplo - Preenchimento

Matriz B

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0							
A	1					\	-	\
B	2		\	-	-		\	-
C	3				\	-		
B	4		\				\	-
D	5			\				
A	6							
B	7							

Matriz C

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0	0	0	0	0	0	0	0
A	1	0	0	0	0	1	1	1
B	2	0	1	1	1	1	2	2
C	3	0	1	1	2	2	2	2
B	4	0	1	1	2	2	3	3
D	5	0	1	2	2	2	3	3
A	6	0	1	2				
B	7	0						

Exemplo - Preenchimento

Matriz B

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0							
A	1					\	-	\
B	2		\	-	-		\	-
C	3				\	-		
B	4		\				\	-
D	5			\				
A	6							
B	7							

Matriz C

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0	0	0	0	0	0	0	0
A	1	0	0	0	0	1	1	1
B	2	0	1	1	1	1	2	2
C	3	0	1	1	2	2	2	2
B	4	0	1	1	2	2	3	3
D	5	0	1	2	2	2	3	3
A	6	0	1	2	2			
B	7	0						

Exemplo - Preenchimento

Matriz B

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0							
A	1					\	-	\
B	2		\	-	-		\	-
C	3				\	-		
B	4		\				\	-
D	5			\				
A	6					\		
B	7							

Matriz C

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0	0	0	0	0	0	0	0
A	1	0	0	0	0	1	1	1
B	2	0	1	1	1	1	2	2
C	3	0	1	1	2	2	2	2
B	4	0	1	1	2	2	3	3
D	5	0	1	2	2	2	3	3
A	6	0	1	2	2	3		
B	7	0						

Exemplo - Preenchimento

Matriz B

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0							
A	1					\	-	\
B	2		\	-	-		\	-
C	3				\	-		
B	4		\				\	-
D	5			\				
A	6					\		
B	7							

Matriz C

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0	0	0	0	0	0	0	0
A	1	0	0	0	0	1	1	1
B	2	0	1	1	1	1	2	2
C	3	0	1	1	2	2	2	2
B	4	0	1	1	2	2	3	3
D	5	0	1	2	2	2	3	3
A	6	0	1	2	2	3	3	
B	7	0						

Exemplo - Preenchimento

Matriz B

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0							
A	1					\	-	\
B	2		\	-	-		\	-
C	3				\	-		
B	4		\				\	-
D	5			\				
A	6					\		\
B	7							

Matriz C

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0	0	0	0	0	0	0	0
A	1	0	0	0	0	1	1	1
B	2	0	1	1	1	1	2	2
C	3	0	1	1	2	2	2	2
B	4	0	1	1	2	2	3	3
D	5	0	1	2	2	2	3	3
A	6	0	1	2	2	3	3	4
B	7	0						

Exemplo - Preenchimento

Matriz B

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0							
A	1					\	-	\
B	2		\	-	-		\	-
C	3				\	-		
B	4		\				\	-
D	5			\				
A	6					\		\
B	7		\					

Matriz C

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0	0	0	0	0	0	0	0
A	1	0	0	0	0	1	1	1
B	2	0	1	1	1	1	2	2
C	3	0	1	1	2	2	2	2
B	4	0	1	1	2	2	3	3
D	5	0	1	2	2	2	3	3
A	6	0	1	2	2	3	3	4
B	7	0	1					

Exemplo - Preenchimento

Matriz B

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0							
A	1					\	-	\
B	2		\	-	-		\	-
C	3				\	-		
B	4		\				\	-
D	5			\				
A	6					\		\
B	7		\					

Matriz C

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0	0	0	0	0	0	0	0
A	1	0	0	0	0	1	1	1
B	2	0	1	1	1	1	2	2
C	3	0	1	1	2	2	2	2
B	4	0	1	1	2	2	3	3
D	5	0	1	2	2	2	3	3
A	6	0	1	2	2	3	3	4
B	7	0	1	2				

Exemplo - Preenchimento

Matriz B

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0							
A	1					\	-	\
B	2		\	-	-		\	-
C	3				\	-		
B	4		\				\	-
D	5			\				
A	6					\		\
B	7		\					

Matriz C

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0	0	0	0	0	0	0	0
A	1	0	0	0	0	1	1	1
B	2	0	1	1	1	1	2	2
C	3	0	1	1	2	2	2	2
B	4	0	1	1	2	2	3	3
D	5	0	1	2	2	2	3	3
A	6	0	1	2	2	3	3	4
B	7	0	1	2	2			

Exemplo - Preenchimento

Matriz B

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0							
A	1					\	-	\
B	2		\	-	-		\	-
C	3				\	-		
B	4		\				\	-
D	5			\				
A	6					\		\
B	7		\					

Matriz C

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0	0	0	0	0	0	0	0
A	1	0	0	0	0	1	1	1
B	2	0	1	1	1	1	2	2
C	3	0	1	1	2	2	2	2
B	4	0	1	1	2	2	3	3
D	5	0	1	2	2	2	3	3
A	6	0	1	2	2	3	3	4
B	7	0	1	2	2	3		

Exemplo - Preenchimento

Matriz B

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0							
A	1					\	-	\
B	2		\	-	-		\	-
C	3				\	-		
B	4		\				\	-
D	5			\				
A	6					\		\
B	7		\				\	

Matriz C

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0	0	0	0	0	0	0	0
A	1	0	0	0	0	1	1	1
B	2	0	1	1	1	1	2	2
C	3	0	1	1	2	2	2	2
B	4	0	1	1	2	2	3	3
D	5	0	1	2	2	2	3	3
A	6	0	1	2	2	3	3	4
B	7	0	1	2	2	3	4	

Exemplo - Preenchimento

Matriz B

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0							
A	1					\	-	\
B	2		\	-	-		\	-
C	3				\	-		
B	4		\				\	-
D	5			\				
A	6					\		\
B	7		\				\	

Matriz C

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0	0	0	0	0	0	0	0
A	1	0	0	0	0	1	1	1
B	2	0	1	1	1	1	2	2
C	3	0	1	1	2	2	2	2
B	4	0	1	1	2	2	3	3
D	5	0	1	2	2	2	3	3
A	6	0	1	2	2	3	3	4
B	7	0	1	2	2	3	4	4

Exemplo – Obtendo a Subsequência

Matriz B

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0							
A	1					\	-	\
B	2		\	-	-		\	-
C	3				\	-		
B	4		\				\	-
D	5			\				
A	6					\		\
B	7		\				\	

 Caminho

 Pertence a subsequência

Matriz C

		Yi	B	D	C	A	B	A
	I \ J	0	1	2	3	4	5	6
Xi	0	0	0	0	0	0	0	0
A	1	0	0	0	0	1	1	1
B	2	0	1	1	1	1	2	2
C	3	0	1	1	2	2	2	2
B	4	0	1	1	2	2	3	3
D	5	0	1	2	2	2	3	3
A	6	0	1	2	2	3	3	4
B	7	0	1	2	2	3	4	4

 Caminho

 Pertence a subsequência

Complexidade

- A Complexidade para a solução apresentada utilizando Programação Dinâmica é $O(m \cdot n)$ para o Cálculo do Comprimento da LCS e de $O(m+n)$ para a Impressão da Solução Ótima (matriz B).
- Há um grande ganho em relação ao tempo de execução, pois quando se é utilizada a Força Bruta para a resolução do problema, temos complexidade $O(2^m)$.
 $O(2^m)$: para gerar todas as subsequências de X e para verificar se uma subsequência de X é subsequência de Y.

Conclusão

- A programação dinâmica pode nos ajudar a melhorar muito o tempo de execução de algoritmos que aparentemente não poderiam apresentar soluções eficientes. Todavia, os algoritmos projetados desse modo precisam de um maior custo espacial, visto que precisam armazenar os dados computados.
- Outra dificuldade também é entender a natureza do problema, para que o algoritmo usando programação dinâmica possa ser projetado.
- Apesar das dificuldades de projetar algoritmos usando programação dinâmica, a mesma tende a contribuir muito para que cada vez mais sejam possíveis resolver problemas que aparentemente não poderiam ser resolvidos em tempo aceitável.

Referências Bibliográficas

- CORMEN, T. LEISERSON, C. RIVEST, R. STEIN, C. **Algoritmos - Teoria e Prática.** 6^a edição, Editora Campus - São Paulo, 2002.

Referências da Web

- LOBO, F. **Subsequência comum mais longa.** Disponível em <<http://www.fernandolobo.info/aed-II/teoricas/a13e14.print.pdf>>. Acesso em: 27 nov. 2013.