

Trabalho Prático 3

1 Eliminação de Times em Campeonatos

O jornalista esportivo Teodoro trabalhará na Copa do Mundo 2014. Ele quer saber, dada a classificação dos times em algum momento durante o campeonato, quais times serão eliminados e apresentar uma justificativa quantitativa para isso. Para isso, ele pediu a sua ajuda para desenvolver um programa que resolva isso automaticamente. Suponha que a eliminação na Copa do Mundo leve em consideração apenas o número de vitórias de cada time e o número de jogos que ocorrerão entre cada time.

Mais especificamente, há N times. Em um determinado momento, o time i tem w_i vitórias e g_{ij} jogos para disputar contra cada time j . Um time é eliminado se não é possível que ele termine o campeonato em primeiro lugar ou empatado com o primeiro lugar. O objetivo é determinar quais times serão eliminados. Mas o problema não é tão simples quanto Teodoro disse, devido ao fato de que, entre outras razões, a resposta não depende apenas do número de jogos ganhos e que ainda vão acontecer, mas também da agenda dos jogos que irão acontecer. Por exemplo, considere o cenário da Tabela 1:

Tabela 1: Configuração atual de um campeonato

Time	#vitórias (w)	#derrotas (l)	#jogos restantes (r)	Adversários (g)			
				Brasil	França	Inglaterra	Argentina
Brasil	83	71	8	-	1	6	1
França	80	79	3	1	-	0	2
Inglaterra	78	78	6	6	0	-	0
Argentina	77	82	3	1	2	0	-

A Argentina está matematicamente eliminada, já que pode terminar com, no máximo, 80 vitórias e o Brasil já tem 83 vitórias. Esta é a razão mais simples para a eliminação. No entanto, pode haver razões mais complicadas. Por exemplo, a França está também matematicamente eliminada. Ela pode terminar a temporada com até 83 vitórias, o que parece ser o suficiente para empatar com o Brasil. Mas isso exigiria que o Brasil perdesse todos os seus jogos restantes, incluindo os 6 contra a Inglaterra, caso em que a Inglaterra terminaria com 84 vitórias. Notamos então que a Inglaterra ainda não está matematicamente eliminada, apesar do fato de que ela tem menos vitórias do que França.

Às vezes não é tão fácil para um jornalista esportivo explicar por que um determinado time é eliminado e jornais eventualmente erram. Considere o cenário da Tabela 2. Note que o número total de jogos restantes de um time não é necessariamente igual ao número de jogos restantes contra os adversários da divisão (matriz g) visto que os times podem jogar fora da atual divisão.

À primeira (ou segunda) vista, pode parecer que o time E ainda tem uma chance remota de alcançar o time A e vencer a divisão, porque E pode terminar com até 76 vitórias. Tente verificar que isso não é verdade, ou seja, que E já está matematicamente eliminado.

Tabela 2: Configuração atual de um campeonato

x	Time				Adversários (g)				
		#vitórias (w)	#derrotas (l)	#jogos restantes (r)	A	B	C	D	E
0	A	75	59	28	0	3	8	7	3
1	B	71	63	28	3	0	2	7	4
2	C	69	66	27	8	2	0	0	0
3	D	63	72	27	7	7	0	0	0
4	E	49	86	27	3	4	0	0	0

2 Rumor à Solução

Seja x o identificador do time que queremos testar se será eliminado ou não. Para que x não seja eliminado, temos que assinalar vencedores para todos os jogos restantes de tal forma que nenhum time ganhe mais vezes do que x .

Suponha que queremos testar o time E da Tabela 2 ($x=4$). A Figura 1 mostra o grafo que representa as competições envolvendo os outros times (isto é, $x \in \{0, 1, 2, 3\}$). Note que de todos os $g_{12} = 2$ jogos restantes entre os times 1 e 2, as vitórias serão distribuídas (através das duas arestas de saída do vértice 1-2), entre os nós 1 e 2.

Pede-se:

1. Quais informações devemos associar com cada aresta nesse grafo? Em particular, qual o valor de m na Figura 1, ou seja, o número máximo de vezes que o time 2 pode vencer, na melhor das hipóteses possíveis para o time x ?
2. Implemente um algoritmo eficiente (executa em tempo polinomial) utilizando esse grafo para decidir se x está matematicamente eliminado ou não.
3. Qual a condição, ao término do algoritmo do item (2), corresponde a assinalar vencedores a todos os jogos restantes de modo que nenhum time vença mais jogos do que x ?

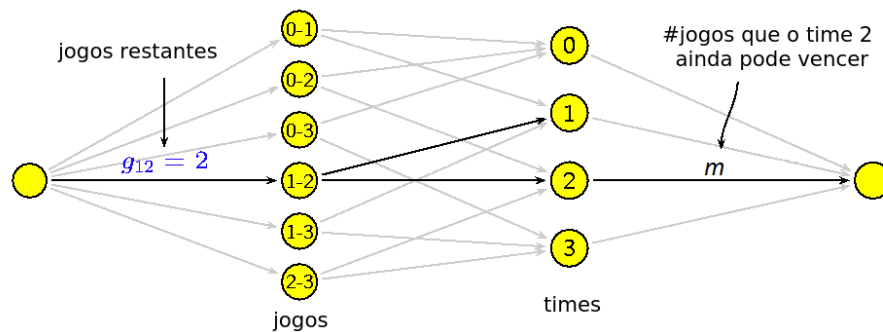


Figura 1: Grafo da competição

2.1 Explicando o motivo da eliminação

Um motivo mais convincente para a eliminação do time E (Tabela 2) é o seguinte: na melhor das hipóteses, o time E terminará o campeonato com $49 + 27 = 76$ vitórias. Considere o subconjunto de times $R = \{A, B, C, D\}$. Coletivamente, eles têm $75+71+69+63+49=278$ vitórias entre eles. Há $3+8+7+2+7 = 27$ jogos restantes entre eles, logo, coletivamente, esses quatro times devem vencer pelo menos 27 outros jogos, totalizando $278+27=305$ vitórias. Assim, em média, os times em R vencem pelo menos $305/4 = 76.25$ jogos. Logo, independentemente do resultado, um time em R irá vencer pelo menos 77 jogos, eliminando, portanto, o time E .

Note que o conjunto R não necessariamente conterá todos os outros times, como ocorreu no exemplo acima. Pede-se: como encontrar o conjunto R , ou seja, o conjunto dos times que, em média, vencem mais vezes que o time x ? Note que, uma vez encontrado o conjunto R , a justificativa para a eliminação de um time não envolve nenhuma matemática sofisticada.

3 Entrada e Saída

A entrada e saída de seu programa devem ser feitas em arquivos-texto. A entrada de seu programa é um arquivo contendo:

- A primeira linha contém o inteiro N (número de times)
- Nas linhas seguintes, temos a tabela com a configuração atual do campeonato: a primeira coluna contém os nomes dos times (uma string com 1 a 50 caracteres). A segunda, terceira e quarta colunas contêm o número de vitórias, derrotas e jogos restantes, respectivamente. As últimas N colunas contêm a matriz g .

Exemplo:

```
4
A 83 71 8 0 1 6 1
B 80 79 3 1 0 0 2
C 78 78 6 6 0 0 0
D 77 82 3 1 2 0 0
```

A saída é a lista de todos os times que estão matematicamente eliminados. Para cada time, dê uma razão convincente, da forma mostrada no exemplo abaixo.

Para o exemplo de entrada acima, a saída correspondente é:

B é eliminado

Ele pode ganhar, no máximo, $80 + 3 = 83$ jogos.

A e C ganharam um total de 161 jogos.

Eles jogam entre si 6 vezes.

Assim, em média, cada uma das equipes vence $167/2 = 83.5$ jogos.

D é eliminado.

Ele pode ganhar, no máximo, $77 + 3 = 80$ jogos.

A ganhou um total de 83 jogos.

Eles jogam entre si 0 vezes.

Assim, em média, cada uma das equipes neste grupo ganha $83/1 = 83$ jogos.

Hipóteses simplificadoras: suponha que nenhum jogo termine em empate, e que todo jogo programado é jogado.

4 Entrega

- O código e a documentação devem ser submetidos em um arquivo compactado (zip ou tar.gz), através do *minha.ufmg*
- O arquivo compactado deve conter:

- Makefile
- arquivos fonte
- Documentacao.pdf

4.1 Código

Serão aceitas implementações nas linguagens C, C++ e Java. Seu executável deve se chamar `tp3` (ou `tp3.jar`, no caso de Java) e deve ser chamado da seguinte maneira:

```
./tp3 <arquivo-entrada> <arquivo-saida>
```

ou

```
java -jar tp3.jar <arquivo-entrada> <arquivo-saida>
```

4.2 Documentação

O relatório do trabalho não deve exceder 8 páginas e deve conter:

- Uma breve introdução do problema em questão.
- Modelagem e solução proposta para o problema. Relatar: (1) como é construído o grafo, (2) quais informações as arestas carregam e porque (3) como funciona o algoritmo no grafo e (4) como interpretar a resposta do algoritmo para saber se o time deve ser eliminado ou não e qual a justificativa matemática para isso.
- Análise de complexidade de tempo e espaço da solução implementada.
- Experimentos variando o tamanho da entrada e quaisquer outros parâmetros que afetem significativamente o desempenho. Procure verificar por exemplo, se os resultados obtidos estão ou não de acordo com a análise teórica de complexidade e porquê.
- Uma breve conclusão do trabalho implementado.

Não será necessário imprimir a documentação.

A data de entrega, para ambos TP2 e TP3 é 17/06.