# Introdução à Criptografia

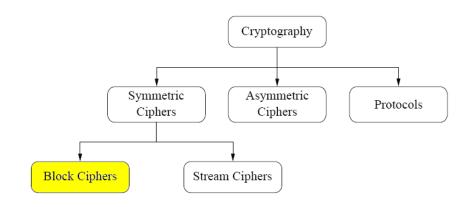
## Cifras de Bloco AES

Prof. Rodrigo Minetto rminetto@dainf.ct.utfpr.edu.br Universidade Tecnológica Federal do Paraná Baseado em: Understanding Cryptography by Paar e Pelzl

#### Sumário

- Introdução
- Quality Galois Field
- 3 Cifrando com AES
- 4 Key scheduling (Escalonamento de chaves
- **5** Decifrando com o AES
- 6 Construindo uma S-box

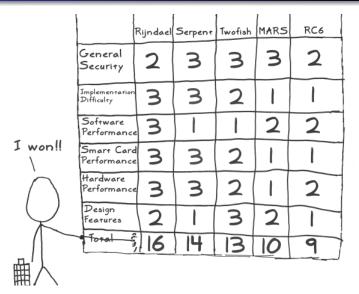
## Algoritmos para criptografia



Em 1997, o governo americano, representado pelo NIST (National Institute of Standards and Technology), promoveu uma seleção para a adoção de um novo algoritmo de chave privada simétrica para proteger informações do governo federal americano. Ao algoritmo vencedor foi atribuído o nome de AES (Advanced Encryption Standard). O algoritmo AES tornou-se um padrão efetivo em 26 de Maio de 2002 e rapidamente substitui o DES em muitas aplicações. Em 2006, o AES já era considerado um dos algoritmos mais populares usados para criptografia de chave simétrica no mundo.

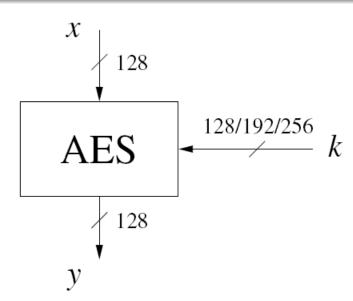
#### Requisitos para participar da competição:

- Divulgação pública.
- Livre de direitos autorais.
- Operar em blocos de 128 bits.
- Permitir chaves de 128, 192 e 256 bits.
- Eficiente em hardware e software.
- Segurança (esforço requerido para criptoanálise).
- Eficiência computacional e de memória.
- Simplicidade e facilidade de implementação.



https://www.techbliss.org/threads/history-of-aes.35/

Curiosidade: em 2003 a NSA (National Security Agency) anunciou a permissão para utilizar o AES para cifrar documentos da categoria SECRET para qualquer tamanho de chave, e documentos da categoria **TOP SECRET** para chaves de 192 e 256 bits. Até aquele momento, somente algoritmos de domínio não-público eram utilizados para cifrar documentos secretos.



O algoritmo AES cifra todos os 128 bits a cada iteração (NÃO utiliza uma rede de Feistel)

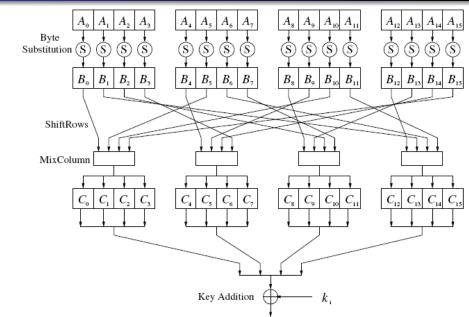
Tamanho da chave	Número de rodadas
128 bits	10
192 bits	12
256 bits	14

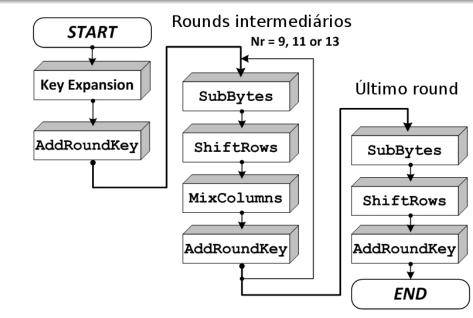
O DES utiliza 16 rodadas para uma chave de 56 bits (cifra metade dos bits por iteração).

No AES os módulos são chamados de layers. Cada layer manipula 128 bits de dados. Existem três tipos diferentes de layers no AES:

- Key Addition layer: escalonador de sub-chaves.
- Byte Substitution layer (S-Box): operação não-linear (confusão).
- Diffusion layer: operações lineares (difusão)
  - ShiftRows: permutação de bytes.
  - MixColumn: permutação de blocos.

O AES é orientado a **byte**, ao contrário do DES que é orientado a **bit**.

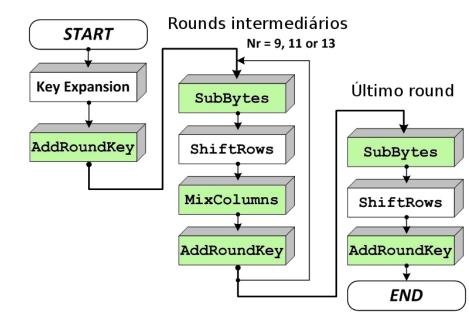




#### Sumário

- Introdução
- Q Galois Field
- Cifrando com AES
- 4 Key scheduling (Escalonamento de chaves
- 5 Decifrando com o AES
- 6 Construindo uma S-box

#### Os módulos em verde usam a teoria de Galois



O algoritmo AES é baseado na teoria de **corpos finitos de Galois**. Os elementos de um corpo primo GF(p) são os inteiros que pertecem ao conjunto  $\{0,1,2,\ldots,p-1\}$ . As operações de adição e multiplicação em GF(p) são operações modulares.

Um corpo de extensão de Galois é representado por  $GF(2^n)$ , observe que  $2^n$  pode não produzir um número primo. Analogamente ao corpo GF(p), uma redução polinomial de grau n é utilizada para construir  $GF(2^n)$ . A adição no corpo de extensão  $GF(2^n)$ é realizada em módulo 2 nos coeficientes dos dois polinômios. Já para a multiplicação necessitamos de um polinômio irredutível, pois o resultado da multiplicação pode produzir resultados com grau maior que n. Um polinômio é irredutível se ele não pode ser representado como a multiplicação de outros dois polinômios de menor grau.

As operações no algoritmo AES são realizadas no campo finito  $GF(2^8)$ . Esse campo foi escolhido para permitir a representação de cada elemento por um único byte (8 bits). A notação  $GF(2^8)$  considera um conjunto de  $2^8$  polinômios possíveis com a seguinte representação

$$f(x) = a_7x^7 + \cdots + a_1x + a_0, \ a_i \in GF(2) = \{0, 1\}.$$

Observe que cada polinômio pode ser representado na forma digital pelo seguinte vetor de 8-bits

$$f = (a_7, a_6, a_5, a_4, a_3, a_2, a_1, a_0)$$

## **Exemplos:**

$$x^{0} = (00000001)_{2} = (01)_{\text{hex}}$$
 $x^{1} = (00000010)_{2} = (02)_{\text{hex}}$ 
 $x^{2} = (00000100)_{2} = (04)_{\text{hex}}$ 
 $x^{3} = (00001000)_{2} = (08)_{\text{hex}}$ 
 $x^{3} + x^{2} + x^{1} + x^{0} = (00001111)_{2} = (0F)_{\text{hex}}$ 
 $x^{7} + x^{6} + x = (11000010)_{2} = (C2)_{\text{hex}}$ 
 $x^{5} + x^{3} + x^{2} + x + 1 = (00101111)_{2} = (2F)_{\text{hex}}$ 
 $x^{7} + x^{6} + x^{5} + x^{4} + x = (11110010)_{2} = (F2)_{\text{hex}}$ 

#### Adição em $GF(2^m)$

A soma de F(x) e  $G(x) \in GF(2^m)$  é definida por

$$H(x) = F(x) + G(x) = \sum_{i=0}^{m-1} c_i x^i, \ c_i \equiv f_i + g_i \bmod 2$$

$$F(x) = x^7 + x^6 + x^4 + 1$$

$$G(x) = x^4 + x^2 + 1$$

$$H(x) = x^7 + x^6 + x^2$$

#### Multiplicação em $GF(2^m)$

Seja F(x) e  $G(x) \in GF(2^m)$  e seja também

$$P(x) \equiv \sum_{i=0}^{m} p_i x^i, \ p_i \in GF(2)$$

um **polinômio irredutível**. A multiplicação é então definida por

$$H(x) \equiv F(x) \cdot G(x) \bmod P(x)$$

No AES  $P(x) = x^8 + x^4 + x^3 + x + 1$ .

Multiplicação no *GF*(2<sup>8</sup>)

$$F(x) = x^6 + x^4 + x^2 + x + 1 = (01010111)_2$$

$$G(x) = x^4 + x + 1 = (00010011)_2$$

$$P(x) = x^8 + x^4 + x^3 + x + 1 = (100011011)_2$$

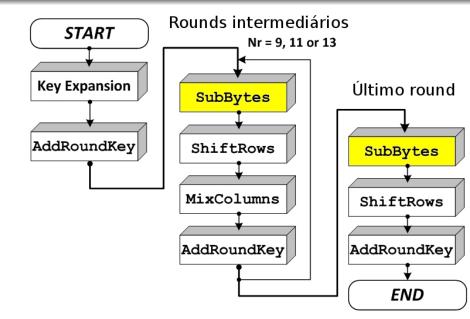
$$F(x) = x^6 + x^4 + x^2 + x + 1 \times G(x) = x^{10} + x^8 + x^7 + x^3 + 1$$

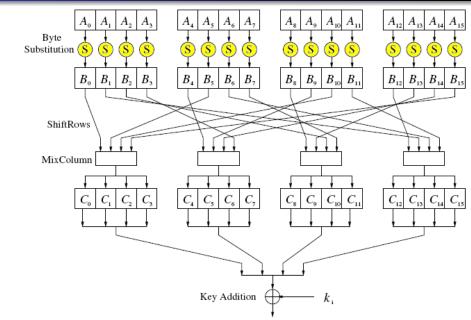
Redução modular por  $P: H(x) \mod P(x)$ 

**Resp**:  $x^7 + x^6 + x^5 + x^4 + x^3 + x^2 + x = 111111110 = FE_{hex}$ .

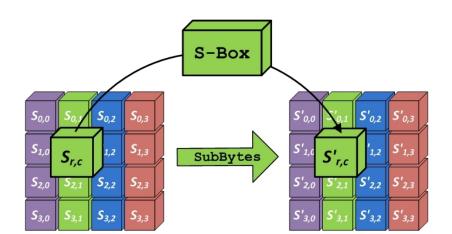
#### Sumário

- Introdução
- Q Galois Field
- 3 Cifrando com AES
- 4 Key scheduling (Escalonamento de chaves
- Decifrando com o AES
- 6 Construindo uma S-box

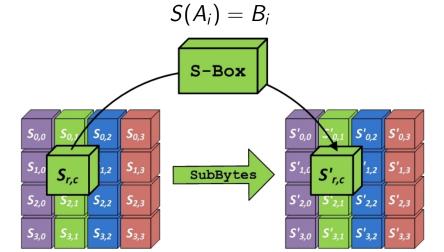




No AES as 16 **S-boxes** são idênticas (note que no DES todas eram diferentes).

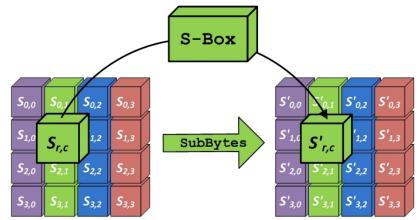


A **S-box** é indexada por 1 byte (8 bits) e produz como saída 1 byte ( $A_i$  e  $B_i$  são bytes!).



O elemento **S-box** é a única operação **não-linear** no AES, assim

 $ByteSub(A) + ByteSub(B) \neq ByteSub(A+B)$ 



Tab	Tabela de substituição <b>S-box</b> para o AES!														
	0 1 2 3 4 5 6 7 8 9 A B C D E														
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Α	В	C	D	Е
0	63	7C	77	7B	F2	6B	6F	C5	30	01	67 A2	2B	FE	D7	AB
1	CA	82	C9	7D	FΑ	59	47	FO	AD	D4	A2	AF	9C	A4	72
2	В7	FD	93	26	36	3F	F7	CC	34	A5	E5	F1	71	D8	31
											80				
4	09	83	2C	1A	1B	6E	5A	A0	52	3B	D6	В3	29	E3	2F
5	53	D1	00	ED	20	FC	B1	5B	6A	CB	BE	39	4A	4C	58
6	D0	EF	AA	FΒ	43	4D	33	85	45	F9	02	7F	50	3C	9F

40 8F 92 9D 38 F5 BC B6 DA 21

06 24 5C C2

C4 A7 7E

EE

D3

56 F4

DD 74

35 57 Β9

1E 87 E9 CE 55

99 2D 0F B054

6C

E8

61

9B

EC 5F 97 44 17 C4 DC 22 2A 90 88 46

8D D5 4E A9

1C A6 B4 C6

03 F6 0E

69 D9 8E 94 9B BF E6 42 68 41

0A 49

2E

3E

E1

В5 66 48

98

9

C0

15

75

84

CF

Α8

D2

9E

F3

FF

5D

5E

95

3D

62

EΑ 65

1F

91

B8 14

AC

# S(11000010)? (indexado por 1 byte!)

	y															
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	В	C	D	Е	F
0	63	7C	77	7B	F2	6B	6F	C5	30	01	67	2B	FE	D7	AB	76
1	CA	82	C9	7D	FA	59	47	FO	AD	D4	A2	AF	9C	A4	72	C0
2	В7	FD	93	26	36	3F	F7	CC	34	A5	E5	F1	71	D8	31	15
3	04	C7	23	C3	18	96	05	9A	07	12	80	E2	EΒ	27	B2	75
4	09	83	2C	1A	1B	6E	5A	A0	52	3B	D6	В3	29	E3	2F	84
5	53	D1	00	ED	20	FC	B1	5B	6A	CB	BE	39	4A	4C	58	CF
6	D0	EF	AA	FΒ	43	4D	33	85	45	F9	02	7F	50	3C	9F	A8
7	51	A3	40	8F	92	9D	38	F5	BC	B6	DA	21	10	FF	F3	D2
X 8	CD	0C	13	EC	5F	97	44	17	C4	A7	7E	3D	64	5D	19	73
9	60	81	4F	DC	22	2A	90	88	46	EE	B8	14	DE	5E	0B	DΒ
A	E0	32	3A	0A	49	06	24	5C	C2	D3	AC	62	91	95	E4	79
В	E7	C8	37	6D	8D	D5	4E	A9	6C	56	F4	EΑ	65	7A	ΑE	08
	LD.	70	2.5	O.E.	10		D 4	00	TO.	DD	~ 4		4D	DD.	OD	0.4

0E

9Β

8E

35

1E 99

## S(11000010) = S(C2)

	l v															
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Α	В	C	D	Е	F
0	63	7C	77	7B	F2	6B	6F	C5	30	01	67	2B	FΕ	D7	AB	76
1	CA	82	C9	7D	FA	59	47	FO	AD	D4	A2	AF	9C	A4	72	C0
2	В7	FD	93	26	36	3F	F7	CC	34	A5	E5	F1	71	D8	31	15
3	04	C7	23	C3	18	96	05	9A	07	12	80	E2	EΒ	27	B2	75
4	09	83	2C	1A	1B	6E	5A	A0	52	3B	D6	В3	29	E3	2F	84
5	53	D1	00	ED	20	FC	B1	5B	6A	CB	BE	39	4A	4C	58	CF
6	D0	EF	AA	FΒ	43	4D	33	85	45	F9	02	7F	50	3C	9F	A8
7	51	A3	40	8F	92	9D	38	F5	BC	B6	DA	21	10	FF	F3	D2
X 8	CD	0C	13	EC	5F	97	44	17	C4	A7	7E	3D	64	5D	19	73
9	60	81	4F	DC	22	2A	90	88	46	EE	B8	14	DE	5E	0B	DB
Α	E0	32	3A	0A	49	06	24	5C	C2	D3	AC	62	91	95	E4	79
В	E7	C8	37	6D	8D	D5	4E	A9	6C	56	F4	EΑ	65	7A	ΑE	08
C	BA	78	25	2E	1C	A6	B4	C6	E8	DD	74	1F	4B	BD	8B	8A
	1															

57 B9 87 E9 2D 0F

B5 66 48 03 F6 0E 61 35 98 11 69 D9 8E 94 9B 1E 89 0D BF E6 42 68 41 99 3

# S(11000010) = S(C2)

98

		l								٠,							
		0	1	2	3	4	5	6	7	<i>y</i> 8	9	Α	В	С	D	Е	F
_	0	63	7C	77	7B	F2	6B	6F	C5	30	01	67	2B	FE	D7	AB	76
	1	CA	82	C9	7D	FA	59	47	FO	AD	D4	A2	AF	9C	A4	72	C0
	2	В7	FD	93	26	36	3F	F7	CC	34	A5	E5	F1	71	D8	31	15
	3	04	C7	23	C3	18	96	05	9A	07	12	80	E2	EΒ	27	B2	75
	4	09	83	2C	1A	1B	6E	5A	A0	52	3B	D6	В3	29	E3	2F	84
	5	53	D1	00	ED	20	FC	B1	5B	6A	CB	BE	39	4A	4C	58	CF
	6	D0	EF	AA	FΒ	43	4D	33	85	45	F9	02	7F	50	3C	9F	A8
	7	51	A3	40	8F	92	9D	38	F5	BC	B6	DA	21	10	FF	F3	D2
x	8	CD	0C	13	EC	5F	97	44	17	C4	A7	7E	3D	64	5D	19	73
	9	60	81	4F	DC	22	2A	90	88	46	EE	B8	14	DE	5E	0B	DB
	Α	E0	32	3A	0A	49	06	24	5C	C2	D3	AC	62	91	95	E4	79
	В	E7	C8	37	6D	8D	D5	4E	A9	6C	56	F4	EΑ	65	7A	ΑE	08
	C	BA	78	25	2E	1C	Α6	В4	C6	E8	DD	74	1F	4B	BD	8B	8A

0E

69 D9 8E 94 9B BF E6 42 68 41 35

1E

99

В9

0F

87 E9

## S(C2) = 25 = 00100101.

B5

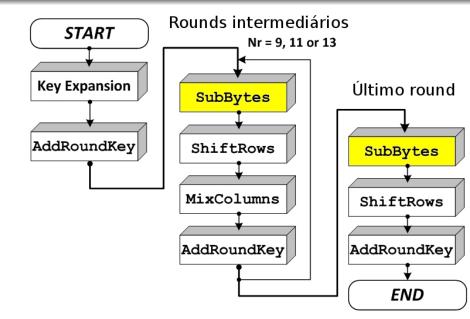
		у у															
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Α	В	C	D	E	F
	0	63	7C	77	7B	F2	6B	6F	C5	30	01	67	2B	FΕ	D7	AB	76
	1	CA	82	C9	7D	FA	59	47	FO	AD				9C	A4	72	C0
	2	В7	FD	93	26	36	3F	F7	CC	34	A5	E5	F1	71	D8	31	15
	3	04	C7	23	C3	18	96	05	9A	07	12	80	E2	EΒ	27	B2	75
	4	09	83	2C	1A	1B	6E	5A	A0	52	3B	D6	В3	29	E3	2F	84
	5	53	D1	00	ED	20	FC	B1	5B	6A	CB	BE	39	4A	4C	58	CF
	6	D0	EF	AA	FΒ	43	4D	33	85	45	F9	02	7F	50	3C	9F	A8
	7	51	A3	40	8F	92	9D	38	F5	BC	B6	DA	21	10	FF	F3	D2
$\lambda$	8 3	CD	0C	13	EC	5F	97	44	17	C4	A7	7E	3D	64	5D	19	73
	9	60	81	4F	DC	22	2A	90	88	46	EE	B8	14	DE	5E	0B	DΒ
	Α	E0	32	3A	0A	49	06	24	5C	C2	D3	AC	62	91	95	E4	79
	В	E7	C8	37	6D	8D	D5	4E	A9	6C	56	F4	EA	65	7A	ΑE	08
	С	RA	78	25	2E	1C	Δ6	R4	C6	F8	DD	74	1E	4R	RD	8B	84

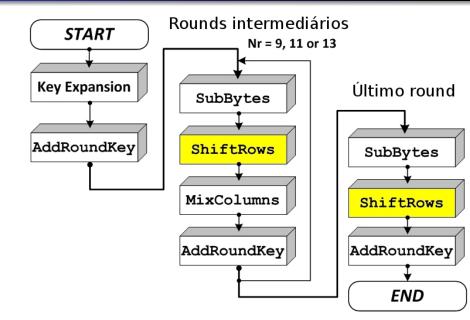
61 35 57

98 | 11 69 D9 8E 94 9B 1E 87 E9 CE 55 28 89 | 0D BF E6 42 68 41 99 2D 0F B0 54 BB

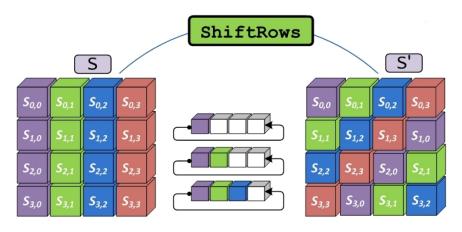
В9

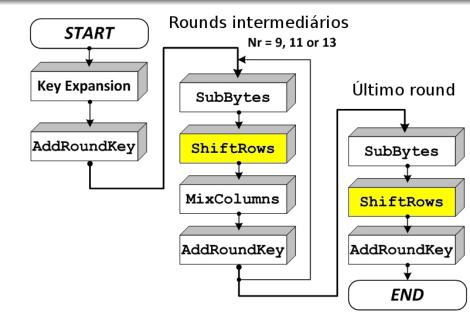
66 48 03 F6 0E

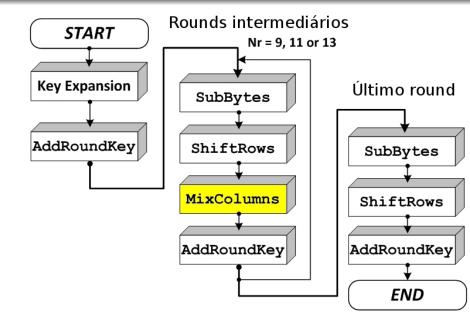


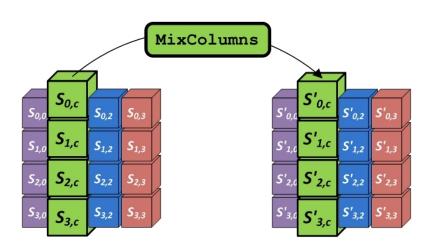


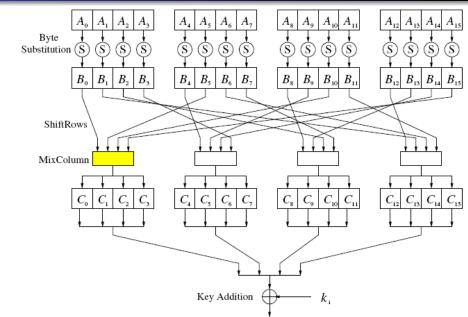
### Elemento de Difusão











#### Operação MixColumn

$$\begin{array}{l} C_0 \\ C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{array} = \left( \begin{array}{cccc} 02 & 03 & 01 & 01 \\ 01 & 02 & 03 & 01 \\ 01 & 01 & 02 & 03 \\ 03 & 01 & 01 & 02 \end{array} \right) \begin{array}{l} B_0 \\ B_5 \\ B_{10} \\ B_{15} \end{array}$$

Multiplicação no  $GF(2^8)$ 

$$\begin{array}{l}
C_0 \\
C_1 \\
C_2 \\
C_3
\end{array} = \begin{pmatrix}
02 & 03 & 01 & 01 \\
01 & 02 & 03 & 01 \\
01 & 01 & 02 & 03 \\
03 & 01 & 01 & 02
\end{pmatrix}
\begin{array}{l}
B_0 \\
B_5 \\
B_{10} \\
B_{15}
\end{array}$$

Exemplo: multiplicação por um bloco de 25's.

Z5 s. 
$$C_0$$
  $C_1$   $C_2$   $C_3$   $C_3$   $C_3$   $C_4$   $C_5$   $C_5$   $C_5$   $C_5$   $C_5$   $C_5$   $C_6$   $C_6$   $C_7$   $C_8$   $C_8$   $C_8$   $C_8$   $C_9$   $C_9$ 

Exemplo: multiplicação por um bloco de

25's. 
$$\begin{array}{c} C_0 \\ C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{array} = \begin{pmatrix} 02 & 03 & 01 & 01 \\ 01 & 02 & 03 & 01 \\ 01 & 01 & 02 & 03 \\ 03 & 01 & 01 & 02 \end{pmatrix} \begin{array}{c} 25 \\ 25 \\ 25 \\ 25 \end{array}$$

Exemplo: multiplicação por um bloco de 25's

25's. 
$$\begin{array}{c} C_0 \\ C_1 \\ C_2 \\ C_3 \end{array} = \begin{pmatrix} 02 & 03 & 01 & 01 \\ 01 & 02 & 03 & 01 \\ 01 & 01 & 02 & 03 \\ 03 & 01 & 01 & 02 \end{pmatrix} \begin{array}{c} 25 \\ 25 \\ 25 \\ 25 \end{array}$$

$$02 \cdot 25 = x \cdot (x^5 + x^2 + 1) = x^6 + x^3 + x$$

$$03 \cdot 25 = (x+1) \cdot (x^5 + x^2 + 1)$$

$$= (x^6 + x^3 + x) + (x^5 + x^2 + 1)$$

$$= x^6 + x^5 + x^3 + x^2 + x + 1$$

Suponha um bloco B = (25, 25, ..., 25)

$$01 \cdot 25 = x^{5} + x^{2} + 1$$

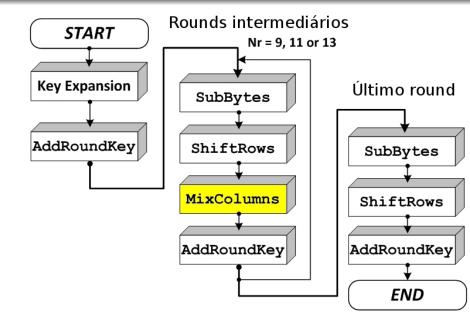
$$01 \cdot 25 = x^{5} + x^{2} + 1$$

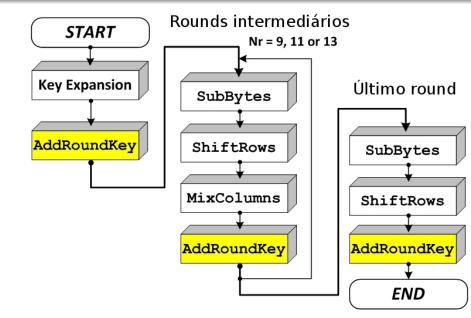
$$02 \cdot 25 = x^{6} + x^{3} + x$$

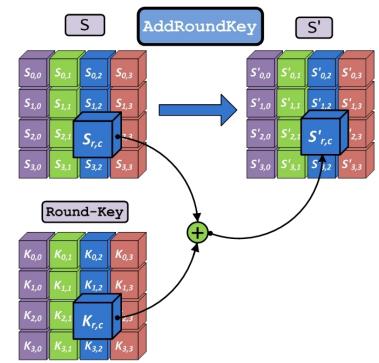
$$03 \cdot 25 = x^{6} + x^{5} + x^{3} + x^{2} + x + 1$$

$$C_{i} = x^{5} + x^{2} + 1$$

Resultado:  $x^5 + x^2 + 1 = (25)_2$  para todo  $C_i$ . Se necessário, devemos usar redução modular por  $P(x) = x^8 + x^4 + x^3 + x + 1$ .

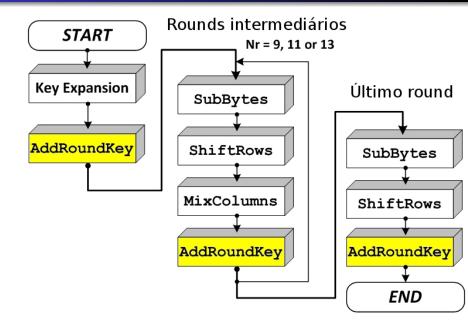


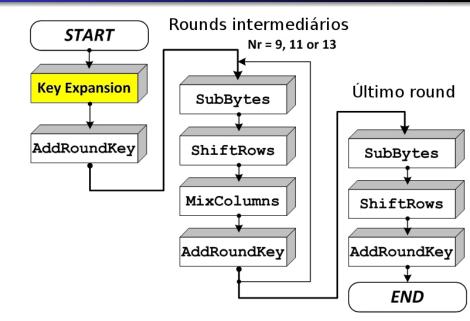




#### Sumário

- Introdução
- Quality Galois Field
- 3 Cifrando com AES
- 4 Key scheduling (Escalonamento de chaves)
- Decifrando com o AES
- 6 Construindo uma S-box





O módulo key schedule (expansion) recebe uma chave do usuário de 128. 192 ou 256 bits e deriva sub-chaves de 128 bits para cada um dos **rounds**. O número de subchaves é igual ao número de rounds mais um, pois a primeira sub-chave não é manipulada (chave original do usuário). As chaves no AES são armazenadas e manipuladas na unidade de medida word (32 bits).

A chave original é armazenada na posição  $W[0], \ldots, W[3]$  do array (cada W com 32 bits)!

- Array para chaves 128 bits: W[0], ..., W[43]
- Array para chaves 192 bits:  $W[0], \dots W[51]$
- Array para chaves 256 bits:  $W[0], \dots W[59]$

k <sub>3</sub>	k <sub>7</sub>	<sup>k</sup> 11	<sup>k</sup> 15
k 2	k 6	k <sub>10</sub>	k 14
k 1	k <sub>5</sub>	$k_9$	k 13
$k_0$	k 4	k <sub>8</sub>	k 12

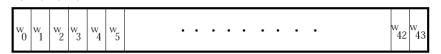
W_	W.	W_	w_	W.	W_	
- 0	1	2	3	4	5	

W W 43

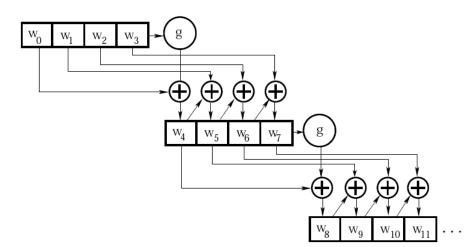
Questão: como obter as demais sub-chaves (W[4],...,W[43] ou W[51] ou W[59])?

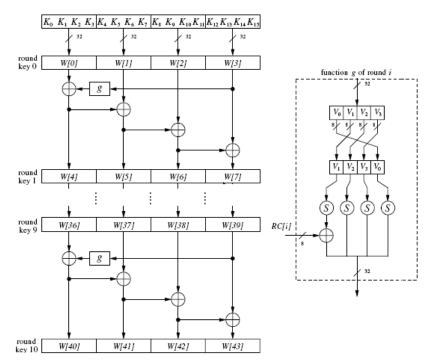
- Array para chaves 128 bits:  $W[0], \dots W[43]$
- Array para chaves 192 bits:  $W[0], \dots W[51]$
- Array para chaves 256 bits:  $W[0], \dots W[59]$

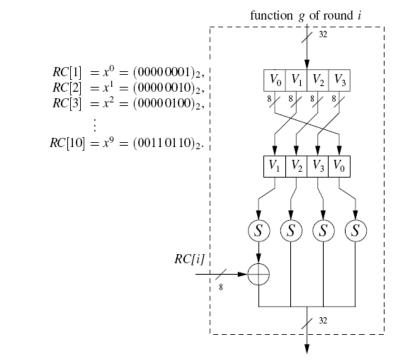
<sup>k</sup> 0	k <sub>4</sub>	k <sub>8</sub>	k <sub>12</sub>
k 1	k <sub>5</sub>	$k_9$	k 13
$^{k}2$	<sup>k</sup> 6	k <sub>10</sub>	k 14
$k_3$	k 7	<sup>k</sup> 11	<sup>k</sup> 15
Ţ	Ţ	Ţ	T



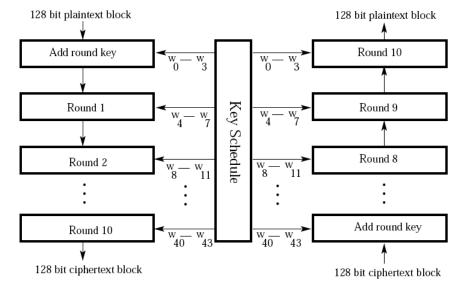
Observe que as sub-chaves são calculadas recursivamente, para derivar  $k_i$  é necessário calcular  $k_{i-1}$ .



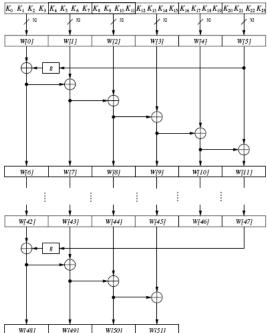




w[0] - w[3] = 128 bits (4 palavras de 4 bytes).



#### Escalonamento para chaves de 192 bits (12 rounds)



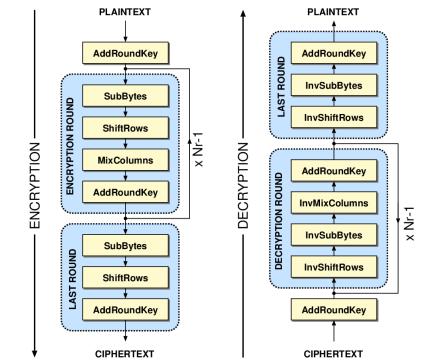
Cada sub-chave é composta por 4 palavras W[i], W[i+1], W[i+2], W[i+3] diferentes.

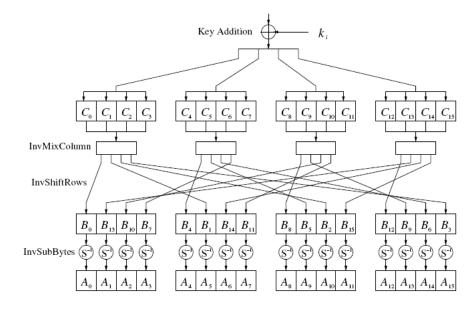
- Chave de 128 bits:
  - $W[0] \dots W[3]$  no round inicial.
  - *W*[4] . . . *W*[43] nos 10 rounds seguintes.
- Chave de 192 bits:
  - $W[0] \dots W[3]$  no round inicial.
  - W[4]...W[51] nos 12 rounds seguintes.
- Chave de 256 bits:
  - $W[0] \dots W[3]$  no round inicial.
  - *W*[4]...*W*[59] nos 14 rounds seguintes.

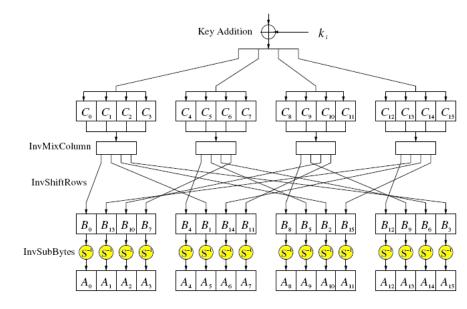
#### Sumário

- Introdução
- Quality Galois Field
- 3 Cifrando com AES
- 4 Key scheduling (Escalonamento de chaves)
- 5 Decifrando com o AES
- 6 Construindo uma S-box

A algoritmo AES NÃO utiliza um rede de Feistel, desta forma, para a decifragem todos os layers necessitam ser **invertidos**!

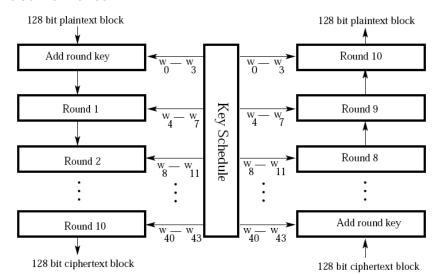






									,	/							
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	В	C	D	Е	F
_	0	52	09	6A	D5	30	36	Α5	38	BF	40	A3	9E	81	F3	D7	FB
	1	7C	E3	39	82	9B	2F	FF	87	34	8E	43	44	C4	DE	E9	CB
	2	54	7B	94	32	A6	C2	23	3D	EE	4C	95	0B	42	FA	C3	4E
	3	08	2E	A1	66	28	D9	24	B2	76	5B	A2	49	6D	8B	D1	25
	4	72	F8	F6	64	86	68	98	16	D4	A4	5C	CC	5D	65	B6	92
	5	6C	70	48	50	FD	ED	В9	DA	5E	15	46	57	Α7	8D	9D	84
	6	90	D8	AB	00	8C	BC	D3	0A	F7	E4	58	05	B8	В3	45	06
	7	D0	2C	1E	8F	CA	3F	0F	02	C1	AF	BD	03	01	13	8A	6B
	<i>x</i> 8	3A	91	11	41	4F	67	DC	EΑ	97	F2	CF	CE	FO	B4	E6	73
	9	96	AC	74	22	E7	AD	35	85	E2	F9	37	E8	1C	75	DF	6E
	Α	47	F1	1A	71	1D	29	C5	89	6F	В7	62	0E	AA	18	BE	1B
	В	FC	56	3E	4B	C6	D2	79	20	9A	DB	C0	FE	78	CD	5A	F4
	C	1F	DD	A8	33	88	07	C7	31	B1	12	10	59	27	80	EC	5F
	D	60	51	7F	Α9	19	B5	4A	0D	2D	E5	7A	9F	93	C9	9C	EF
	Е	A0	EO	3B	4D	ΑE	2A	F5	B0	C8	EB	BB	3C	83	53	99	61
	F	17	2B	04	7E	BA	77	D6	26	E1	69	14	63	55	21	0C	7D
		•															

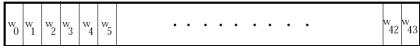
As sub-chaves são utilizadas em ordem inversa no deciframento:



Na prática, todas as sub-chaves são calculadas da mesma maneira que no ciframento, armazenadas em um array e utilizadas na ordem inversa. Esse processo produz uma pequena latência no deciframento que não existe no ciframento.

$^{k}0$	k 4	k <sub>8</sub>	k <sub>12</sub>	
k 1	k <sub>5</sub>	$k_9$	k 13	
k 2	k 6	k <sub>10</sub>	k 14	
k <sub>3</sub>	k 7	<sup>k</sup> 11	<sup>k</sup> 15	





#### Sumário

- Introdução
- Quality Galois Field
- 3 Cifrando com AES
- 4 Key scheduling (Escalonamento de chaves
- **5** Decifrando com o AES
- 6 Construindo uma S-box

Е

B275

2F

4C 58 9F F3

Porque o valor 53 resulta em ED na Sbox?

		$\mathcal{V}$												
		0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Α	В	C
	0	63	7C	77	7B	F2	6B	6F	C5	30	01	67	2B	FE
	1	CA	82	C9	7D	FA	59	47	F0	ΑD	D4	A2	AF	9C
	2	В7	FD	93	26	36	3F	F7	CC	34	A5	E5	F1	71
	3	04	C7	23	C3	18	96	05	9A	07	12	80	E2	EΒ
	4	09	83	2C	1A	1B	6E	5A	A0	52	3B	D6	В3	29
	5	53	D1	00	ED	20	FC	B1	5B	6A	CB	BE	39	4A
	6	D0	EF	AA	FB	43	4D	33	85	45	F9	02	7F	50
	7	51	A3	40	8F	92	9D	38	F5	BC	B6	DA	21	10
х	8	CD	0C	13	EC	5F	97	44	17	C4	A7	7E	3D	64
	9	60	81	4F	DC	22	2A	90	88	46	EE	B8	14	DE
	Α	E0	32	3A	0A	49	06	24	5C	C2	D3	AC	62	91

Α9

35 57 В9

1E

99

Ε9

F6 0E 61

8E 94 9B

6D

2E

66 48

11 98

> 0DBFE6

69

В5

 $53 = 01010011 = x^6 + x^4 + x + 1$ 

В

AF 9C

**B**3 29 E3 2F 84 CF

7F 50

21

AC 62

F4

BE39

02

D3

56

35 57 В9

1E 87 E9

99 2D

6C

E8

27

4C 58

3C 9F

10 FF

91

B275

9E

						ı				y	
		0	1		3						9
	0	63	7C	77	7B	F2	6B	6F	C5	30	0
										AD	
	2	В7	FD	93	26	36	3F	F7	CC	34	Α
	3									07	
	4	09	83	2C	1A	1B	6E	5A	A0	52	3
	5	53	D1	00	ED	20	FC	B1	5B	6A	C
	6	D0	EF	AA	FB	43	4D	33	85	45	F
	7	51	A3	40	8F	92	9D	38	F5	BC	Е
x	8	CD	0C	13	EC	5F	97	44	17	C4	Α

3A | 0A |

37

25

В5

98 11

6D

2E

66 48

2A 90 88 46 EE B8

1C A6 B4

69 D9 8E

49 06 24 5C C2

F6 0E 61

BF E6 42 68 41

94 9B

8D D5 4E A9

Qual o inverso multiplicativo de  $x^6 + x^4 + x + 1$ ?

Qual o inverso marapin		X   I:
$x^6 + x^4 + x + 1$		

No AES o polinômio irredutível é  $x^8 + x^4 + x^3 + x + 1$ .

$x^6 + x^4 + x + 1$	

No AES o polinômio irredutível é  $x^8 + x^4 + x^3 + x + 1$ .

$x^{8} + x^{4} + x^{3} + x + 1$ $x^{6} + x^{4} + x + 1$	

$x^8 + x^4 + x^3 + x + 1$		
$x^6 + x^4 + x + 1$		
	$x^2 + 1$	

$$x^{8} + x^{4} + x^{3} + x + 1$$
 $x^{6} + x^{4} + x + 1$ 
 $x^{2} + 1$ 

$$= (x6 + x4 + x + 1) \times (x2 + 1)$$
  
=  $x8 + x6 + x6 + x4 + x3 + x + x2 + 1$ 

$$\begin{vmatrix} x^8 + x^4 + x^3 + x + 1 \\ x^6 + x^4 + x + 1 \end{vmatrix}$$
 $\begin{vmatrix} x^2 + 1 \end{vmatrix}$ 

$$= (x6 + x4 + x + 1) \times (x2 + 1)$$
  
=  $x8 + x4 + x3 + x + x2 + 1$ 

$$= (x^{6} + x^{4} + x + 1) \times (x^{2} + 1)$$

$$= x^{8} + x^{4} + x^{3} + x + x^{2} + 1$$

$$= x^{8} + x^{4} + x^{3} + x + 1$$

$$= x^{2}$$

$$\begin{vmatrix} x^8 + x^4 + x^3 + x + 1 \\ x^6 + x^4 + x + 1 \end{vmatrix}$$
 $x^2$ 
 $x^2 + 1$ 

$$= (x^{6} + x^{4} + x + 1) \times (x^{2} + 1)$$

$$= x^{8} + x^{4} + x^{3} + x + x^{2} + 1$$

$$= x^{8} + x^{4} + x^{3} + x + 1$$

$$= x^{2}$$

$x^8 + x^4 + x^3 + x + 1$		
$x^6 + x^4 + x + 1$		
$\chi^2$	$x^{2} + 1$	
	$\begin{vmatrix} x^2 + 1 \\ x^4 + x^2 \end{vmatrix}$	

$$\begin{vmatrix}
 x^8 + x^4 + x^3 + x + 1 \\
 x^6 + x^4 + x + 1
 \end{vmatrix}
 \begin{vmatrix}
 x^2 + 1 \\
 x^4 + x^2
 \end{vmatrix}$$

$$= (x^2) \times (x^4 + x^2) = x^6 + x^4$$

$$\begin{vmatrix}
 x^8 + x^4 + x^3 + x + 1 \\
 x^6 + x^4 + x + 1
 \end{vmatrix}
 \begin{vmatrix}
 x^2 + 1 \\
 x^4 + x^2
 \end{vmatrix}$$

$$= (x^{2}) \times (x^{4} + x^{2})$$

$$= x^{6} + x^{4}$$

$$= x^{6} + x^{4} + x + 1$$

$$= x + 1$$

$$\begin{vmatrix}
 x^8 + x^4 + x^3 + x + 1 \\
 x^6 + x^4 + x + 1
 \end{vmatrix}$$
 $\begin{vmatrix}
 x^2 \\
 x + 1
 \end{vmatrix}$ 
 $\begin{vmatrix}
 x^2 + 1 \\
 x^4 + x^2
 \end{vmatrix}$ 

$$= (x^{2}) \times (x^{4} + x^{2})$$

$$= x^{6} + x^{4}$$

$$= x^{6} + x^{4} + x + 1$$

$$= x + 1$$

$x^8 + x^4 + x^3 + x + 1$		
$x^6 + x^4 + x + 1$		
$\chi^2$	$x^{2} + 1$	
x + 1	$x^2 + 1$ $x^4 + x^2$	
	x+1	

$$\begin{vmatrix} x^{8} + x^{4} + x^{3} + x + 1 \\ x^{6} + x^{4} + x + 1 \end{vmatrix}$$
 $\begin{vmatrix} x^{6} + x^{4} + x + 1 \\ x^{2} \\ x + 1 \end{vmatrix}$ 
 $\begin{vmatrix} x^{2} + 1 \\ x^{4} + x^{2} \\ x + 1 \end{vmatrix}$ 

$$= (x+1) \times (x+1) = x^2 + x + x + 1$$

$$\begin{vmatrix} x^{8} + x^{4} + x^{3} + x + 1 \\ x^{6} + x^{4} + x + 1 \end{vmatrix}$$
 $\begin{vmatrix} x^{6} + x^{4} + x + 1 \\ x^{2} \\ x + 1 \end{vmatrix}$ 
 $\begin{vmatrix} x^{2} + 1 \\ x^{4} + x^{2} \\ x + 1 \end{vmatrix}$ 

$$= (x+1) \times (x+1)$$
  
 $= x^2 + 1$ 

$$\begin{vmatrix} x^{8} + x^{4} + x^{3} + x + 1 \\ x^{6} + x^{4} + x + 1 \end{vmatrix}$$
 $\begin{vmatrix} x^{2} \\ x + 1 \end{vmatrix}$ 
 $\begin{vmatrix} x^{2} + 1 \\ x^{4} + x^{2} \\ x + 1 \end{vmatrix}$ 

$$= (x+1) \times (x+1)$$
  
 $= x^2 + 1$ 

$$\begin{vmatrix} x^{8} + x^{4} + x^{3} + x + 1 \\ x^{6} + x^{4} + x + 1 \end{vmatrix}$$
 $\begin{vmatrix} x^{2} & x^{2} + 1 \\ x + 1 & x^{4} + x^{2} \\ x + 1 & x + 1 \end{vmatrix}$ 

$$= (x+1) \times (x+1) = x^2 + 1 = x^2 = 1$$

$x^8 + x^4 + x^3 + x + 1$		0
$x^6 + x^4 + x + 1$		1
$\chi^2$	$x^{2} + 1$	
x + 1	$x^4 + x^2$	
1	x+1	

$x^8 + x^4 + x^3 + x + 1$		0
$x^6 + x^4 + x + 1$		1
$x^2$	$x^{2} + 1$	
x + 1	$x^4 + x^2$	
1	x+1	

$$= (x^2 + 1) \times 1 + 0$$
  
=  $x^2 + 1$ 

$$= (x^2 + 1) \times 1 + 0$$
  
=  $x^2 + 1$ 

$x^8 + x^4 + x^3 + x + 1$		0
$x^6 + x^4 + x + 1$		1
$\chi^2$	$x^{2} + 1$	$x^2 + 1$
x + 1	$x^4 + x^2$	
1	x+1	

$$= (x^4 + x^2) \times (x^2 + 1) + 1$$
$$= x^6 + x^4 + x^4 + x^2 + 1$$

$$= (x^4 + x^2) \times (x^2 + 1) + 1$$
$$= x^6 + x^2 + 1$$

$$= (x^4 + x^2) \times (x^2 + 1) + 1$$
$$= x^6 + x^2 + 1$$

$x^8 + x^4 + x^3 + x + 1$		0
$x^6 + x^4 + x + 1$		1
$\chi^2$	$x^{2} + 1$	$x^2 + 1$
x + 1	$x^4 + x^2$	$x^2 + 1$ $x^6 + x^2 + 1$
1	x+1	

$$= (x+1) \times (x^6 + x^2 + 1) + x^2 + 1$$
  
=  $x^7 + x^3 + x + x^6 + x^2 + 1 + x^2 + 1$ 

= 
$$(x+1) \times (x^6 + x^2 + 1) + x^2 + 1$$
  
=  $x^7 + x^3 + x^6 + x$ 

= 
$$(x+1) \times (x^6 + x^2 + 1) + x^2 + 1$$
  
=  $x^7 + x^3 + x^6 + x$ 

O inverso multiplicativo é  $x^7 + x^6 + x^3 + x$ .

$x^8 + x^4 + x^3 + x + 1$		0
$x^6 + x^4 + x + 1$		1
$x^2$	$x^{2} + 1$	$x^2 + 1$ $x^6 + x^2 + 1$
x + 1	$x^4 + x^2$	$x^6 + x^2 + 1$
1	x+1	$x^7 + x^6 + x^3 + x$

$$x^{7} + x^{6} + x^{3} + x = 11001010$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \mod 2$$

$$x^{7} + x^{6} + x^{3} + x = 11001010$$

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \mod 2$$

$$x^7 + x^6 + x^3 + x = 11001010$$

$$\begin{pmatrix} 2 \\ 3 \\ 3 \\ 3 \\ 2 \\ 2 \\ 2 \\ 3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \mod 2$$

$$x^7 + x^6 + x^3 + x = 11001010$$

$$\begin{pmatrix} 3 \\ 4 \\ 3 \\ 3 \\ 2 \\ 3 \\ 3 \end{pmatrix} \mod 2$$

$$x^7 + x^6 + x^3 + x = 11001010$$

$$\left( egin{array}{c} 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ \end{array} 
ight)$$

Inverso de:

$$x^6 + x^4 + x + 1 = 01010011 (0 \times 53)$$

Resultado: 11101101 (0  $\times$  ED)

$$\left( egin{array}{c} 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 1 \ \end{array} 
ight)$$

98

									y							
	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	В	C	D	Е	F
0	63	7C	77	7B	F2	6B	6F	C5	30	01	67	2B	FΕ	D7	AB	76
1	CA	82	C9	7D	FA	59	47	FO	ΑD	D4	A2	ΑF	9C	A4	72	C0
2	В7	FD	93	26	36	3F	F7	CC	34	A5	E5	F1	71	D8	31	15
3	04	C7	23	C3	18	96	05	9A	07	12	80	E2	EΒ	27	B2	75
4	09	83	2C	1A	1B	6E	5A	A0	52	3B	D6	В3	29	E3	2F	84
5	53	D1	00	ED	20	FC	B1	5B	6A	CB	BE	39	4A	4C	58	CF
6	D0	EF	AA	FB	43	4D	33	85	45	F9	02	7F	50	3C	9F	A8
7	51	A3	40	8F	92	9D	38	F5	BC	B6	DA	21	10	FF	F3	D2
X 8	CD	0C	13	EC	5F	97	44	17	C4	A7	7E	3D	64	5D	19	73
9	60	81	4F	DC	22	2A	90	88	46	EE	B8	14	DE	5E	0B	DΒ
A	E0	32	3A	0A	49	06	24	5C	C2	D3	AC	62	91	95	E4	79
В	E7	C8	37	6D	8D	D5	4E	Α9	6C	56	F4	EΑ	65	7A	ΑE	08
C	ВА	78	25	2E	1C	A6	B4	C6	E8	DD	74	1F	4B	BD	8B	8A
D	70	3E	В5	66	48	03	F6	0E	61	35	57	B9	86	C1	1D	9E

9B

1E 99

#### Considerações

O algoritmo AES não se baseia em nenhum problema matemático de difícil solução. A substituição é uma transformação não linear que introduz o conceito de confusão na cifra. A transformação não linear, essencial em toda cifra moderna, é provada ser uma primitiva criptográfica forte contra a criptoanálise linear e diferencial. A substituição no AES está presente na S-Box (Substitution Box).

Xuanping Zhang, Zhongmeng Zhao e Jiayin Wang. Chaotic image encryption based on circular substitution box and key stream buffer, Elsevier. 2014.