

Osnove modelovanja i simulacije sistema

Modeliranje i simulacija sistema

Predmeti modeliranja i simulacije

- Proizvodni, industrijski pogoni
- Distribucija vode, struje, gasa, transport materijala
- Banke, pošte, samoposluge, restorani “brze hrane”, službe za hitne intervencije ...
- Saobraćajni sistemi (raskrsnice, luke, ...)
- Računarski sistemi
- Vremenska prognoza, prirodne katastrofe i elementarne nepogode
- Medicinski, biološki sistemi
- Ekonomski sistemi
- ...

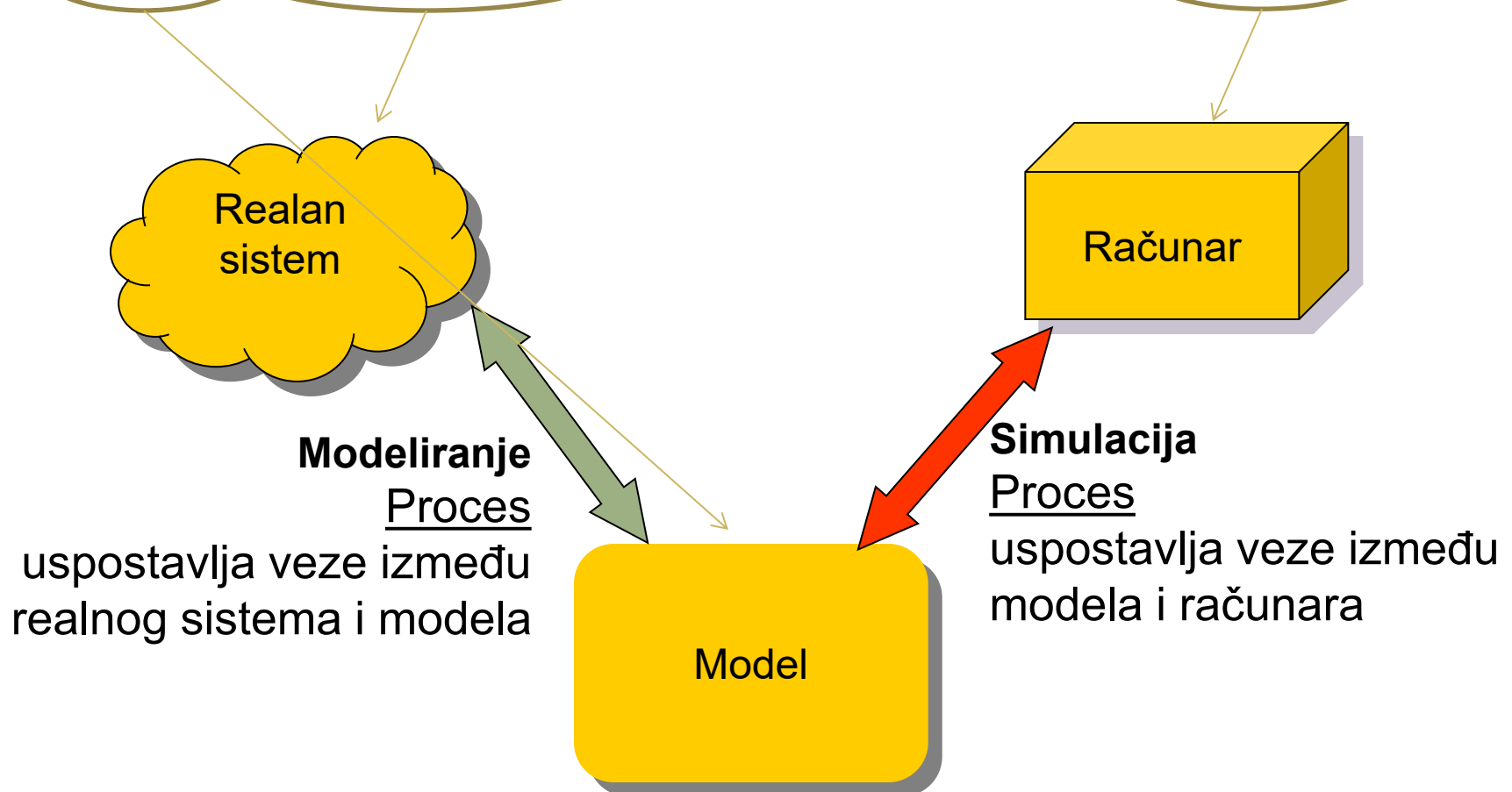
Razlozi za primenu simulacionih metoda

- Bezbednost
- Cena
- Sveobuhvatnost
- Brzina – vreme izvršavanja
- Obuka osoblja

Razlozi - ciljevi

Modeliranje i simulacija – osnovni elementi

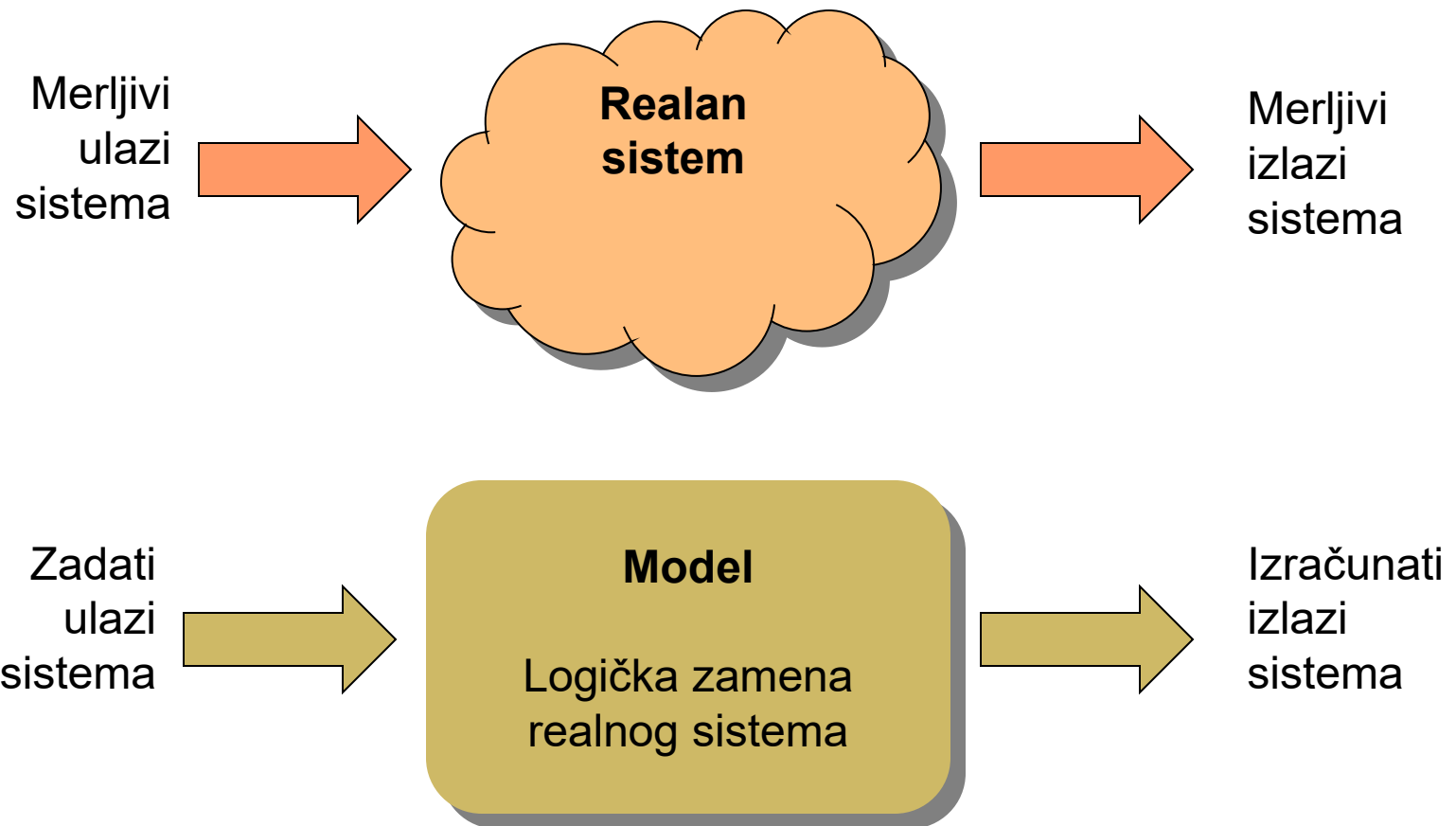
Zeigler: Modeliranje i simulaciju čine niz aktivnosti za pravljenje modela realnog sistema i njegovu simulaciju na računaru.



Realan sistem

- **deo realnog sveta (od interesa)**
 - postojeći
 - planirani
 - zamišljen (sa teorijskom osnovom)
- **izvor podataka o ponašanju**
 - ponašanje je bitno ako se može zabeležiti
 - vremenski dijagrami
 - merenja → model
 - poređenje dva modela - kriterijumi
- **skup komponenti sa karakteristikama - atributima**

Model i realan sistem



Model

- *Pogodan način predstavljanja ukupnog čovekovog iskustva i njegovog načina razmišljanja o sistemu koji istražuje*
- Skup instrukcija za generisanje podataka o ponašanju
- Model je rezultat modeliranja
- Apstrakcija realnosti – uprošćena, idealizovana
 - U jednom delu realnosti – za nas relevantan
 - Ne može da obuhvati sve aspekte
- Sadrži izabrane elemente i karakteristike sistema
 - Uključujući i uvedene pretpostavke o uslovima valjanosti modela
- Sistem se može predstaviti na nekoliko načina – različitim modelima

Simulacioni model

- Program za generisanje ponašanja sistema
 - Na osnovu zadatih ulaza i parametara modela izračunava izlaze modela
 - Programski izvršava instrukcije za generisanje podataka o ponašanju
- Nastao na osnovu modela (tipično matematičkog modela)
- Omogućava simulacione eksperimente – simulacije
- Jedno izvršavanje simulacionog programa se naziva **simulacioni eksperiment**
- Simulacioni jezici su složeni
 - Nekada je jezik složeniji od modela koji se pravi!

Simulacija

- **Simulacija** = određivanje ponašanja modela na osnovu vrednosti ulaza (ili skupa opisnih promenljivih)
- **Računarska simulacija** = eksperimenti na računaru
 - Uključuje i izgradnju apstraktnog modela – programiranjem
- Računar se upotrebljava za
 - Formiranje modela (razvoj modela)
 - Numeričke proračune na osnovu modela
- Simulaciono vreme

Studija simulacije

- Sastoji se od više izvedenih simulacionih eksperimenata
- Simulacija daje izlaze samo za neke vrednosti ulaza i parametara modela
 - Ne dobija se funkcionalna zavisnost

Model i teorija

- *Teorija je opšti iskaz principa izveden iz posmatranja sistema i podataka dobijenih posmatranjem.*
 - neophodan element koji povezuje model i sistem
 - objašnjava ponašanje sistema
 - omogućava predviđanje zaključaka koji se mogu proveriti.
- Model je samo predložena teorija
 - konkretan je i omogućava da se teorija proverí na delu
- **Model ne može postojati ako nema teorije** – teorija mora biti prethodno formulisana

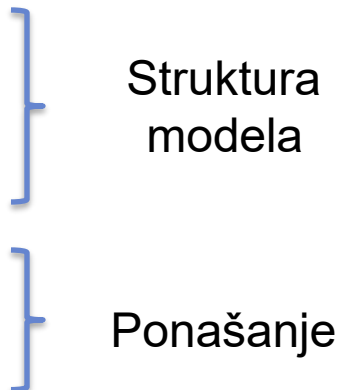
Faze modelovanja i simulacije

- Modelovanje prethodi simulaciji
- Simulaciji u širem smislu
 1. razumevanje sistema i vršenje merenja
 2. formiranje teorije
 3. formiranje neformalnog modela
 4. razrada u formalan model
 5. izgradnja simulacionog modela
 6. testiranje i verifikacija modela
 7. simulacije (u užem smislu) i prikupljanje simulacionih rezultata
 8. analiza rezultata i formiranje dokumentacije
- Proces je često iterativan

Neformalan i formalan model

- **Neformalan opis** daje osnovne pojmove o modelu
- **Formalan model** treba da obezbedi veću preciznost i potpunost opisa sistema
 - opisuje sistem na jasan i nedvosmislen način
 - koristi poznate metodologije (oslanja se na konvencije i pravila)
 - naučno-inženjerski pristup
 - Izgradnja modela – formalizacija
 - Upotreba modela – analiza dobijenih rezultata

Neformalan model

- Brzo i lako se formira
 - Izbor je prepušten modelaru
- Uvodi
 - **Objekte** – gradivne jedinice modela
 - **Opisne promenljive** – opisuju stanja objekata i njihove karakteristike
 - **Ponašanje i pravila interakcije objekata** – opis međusobnih uticaja objekata

Struktura modela

Ponašanje
- Najčešće je
 - **nejasan** – postoje akcije nepoznatog redosleda
 - **nekompletan** – ne opisuje sve situacije
 - **nekonzistentan** – postoji više pravila koja se mogu primeniti u istoj situaciji

Primer definisanja neformalnog modela

Posmatra se prevoz putnika autobusom između dve stanice. Putnici se mogu ukrcati u autobus na bilo kojoj od stanica i ostati u njemu koliko žele, jer nakon ulaska putnika u autobus više nema provere važenja putničkih karata.

Primer (nastavak) - Komponente

- Stanica 1
- Stanica 2
- Kapija 1 - ulazna kapija stanice 1
- Kapija 2 - ulazna kapija stanice 2
- Autobus

Primer (nastavak) - Opisne promenljive

- Ulaz u stanicu i ($i = \{1,2\}$)
 - dolasci – označava se broj ljudi x_i ($x_i \in N_0$) koji pristižu u stanicu u tekućem trenutku;
- Stanica i ($i = \{1,2\}$)
 - čekanja - označava se broj ljudi y_i ($y_i \in N_0$) koji čekaju autobus u stanici u tekućem trenutku;
- Autobus
 - u autobusu - označava se broj ljudi z_i ($z_i \in N_0$) koji su u autobusu u tekućem trenutku;
 - trajanje vožnje – slučajna promenljiva (pozitivan broj) koja određuje broj sekundi da se autobus preveze od jedne do druge stanice;
 - silasci putnika – slučajna nenegativna celobrojna vrednost koja određuje broj putnika koji na stanici izlaze iz autobusa.

Primer (nastavak) - Parametri

- **Kapacitet** – maksimalan broj putnika u autobusu (pozitivan ceo broj);
- p_i - verovatnoća da putnik napusti autobus u stanici i ;
- T, σ - srednja vrednost i standardna devijacija trajanja putovanja između stanica (pozitivni realni brojevi);
- τ_1, τ_2 – vremena potrebna jednom putniku da uđe, odnosno izađe, iz autobusa (pozitivni realni brojevi);

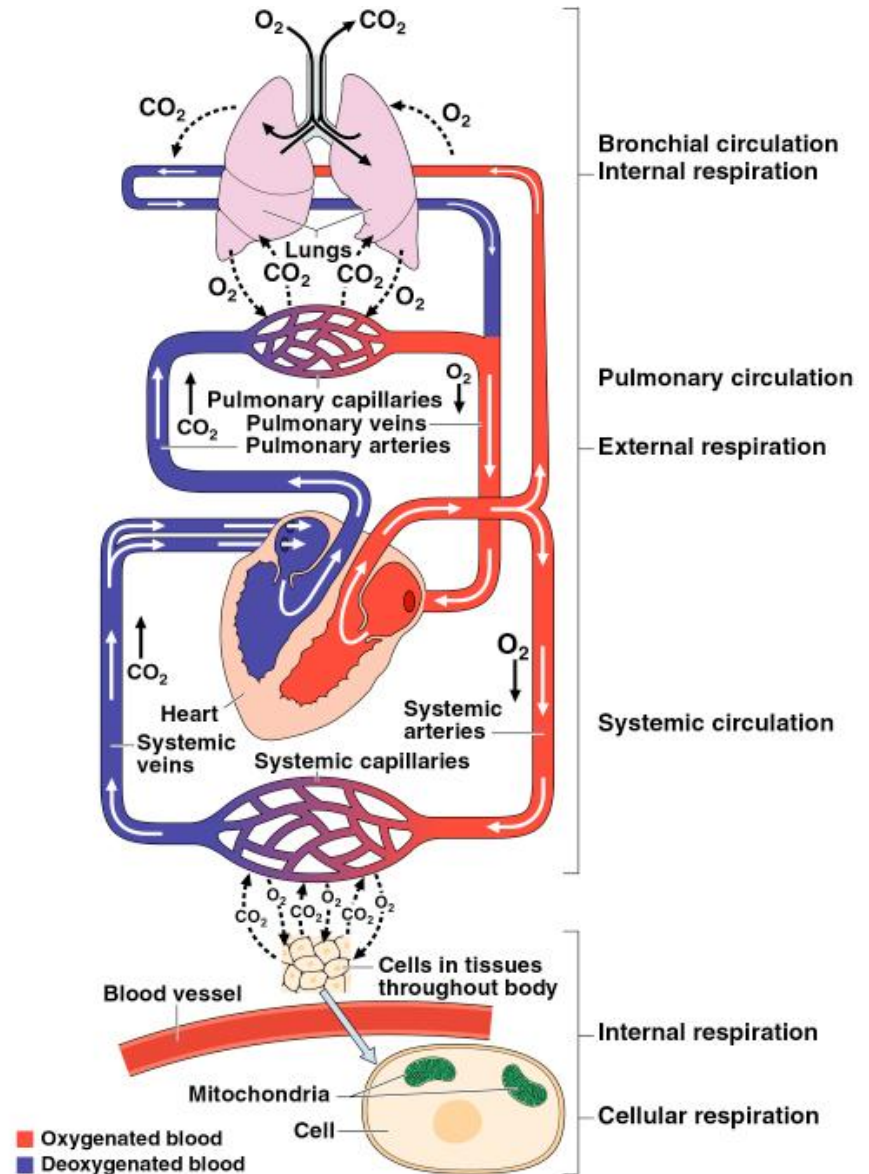
Primer (nastavak) - Interakcija komponenti

- Autobus prevozi putnike od stanice i do stanice j gde se vreme pristizanja u stanicu određuje postavljanjem trajanje vožnje (po normalnoj raspodeli sa srednjom vrednosti T i standardnom devijacijom σ).
- Nakon pristizanja u stanicu
 - a) slučajno se odredi broj putnika koji izlazi iz autobusa, i
 - b) prihvataju se novi putnici sve dok stanica ne bude prazna ili se autobus ne popuni.
- Zadržavanje autobusa u stanici je jednako maksimumu vremena potrebnog da se obave akcije pod a) i b).

Primer 2 – Definisanje neformalnog modela - Kardiorespiratorni sistem

Komponente

- Kardiovaskularni podsistem
 - Srce = pumpa između spoljašnjeg i unutrašnjeg disanja
 - Krvni sudovi - transport
- Respiratorni podsistem
 - Pluća - razmena gasova
- Tkiva i organi
 - okruženje



Primer 2 – Kardiovaskularni podsistem

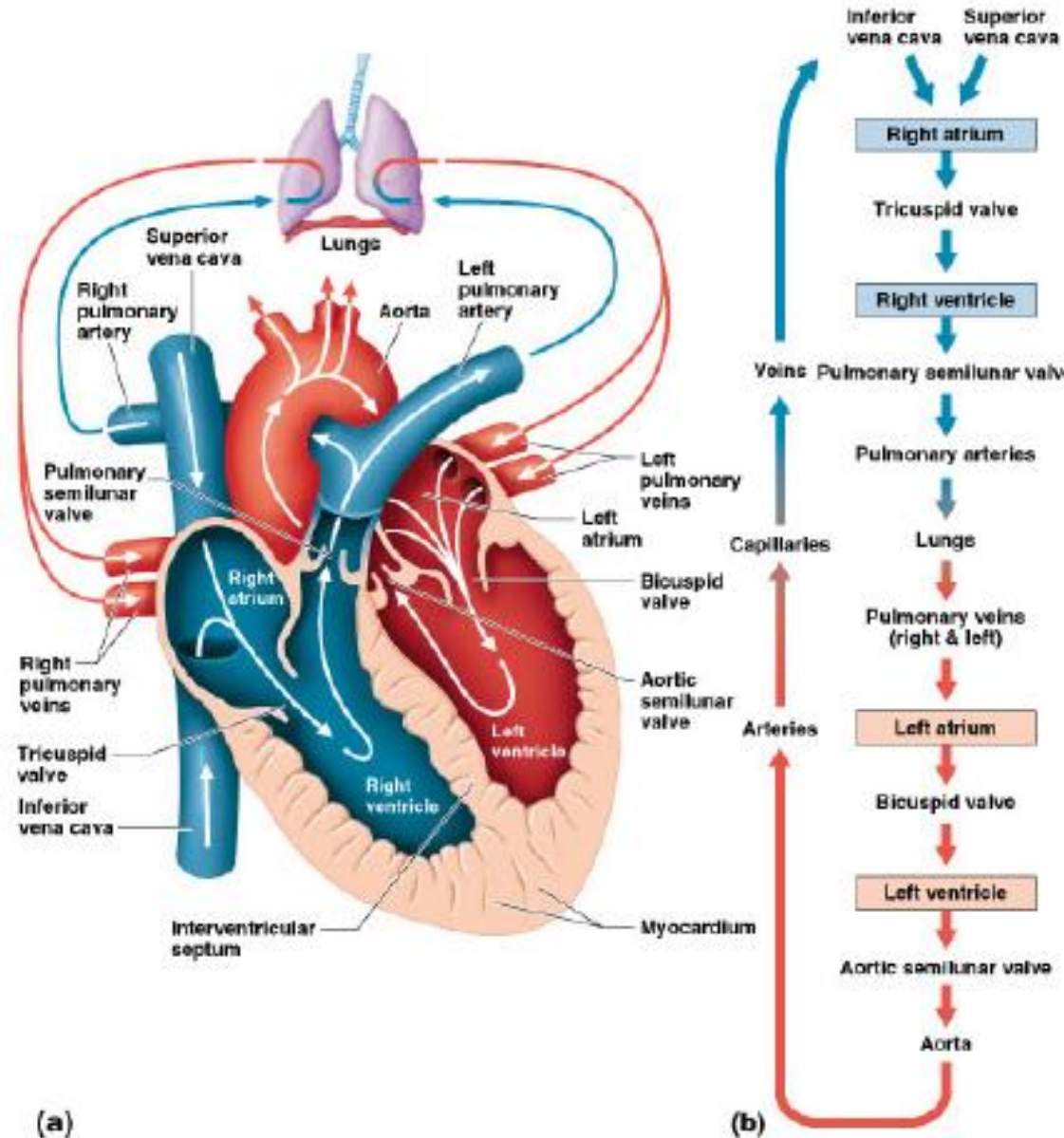
Dve cirkulacione petlje

– Plućna

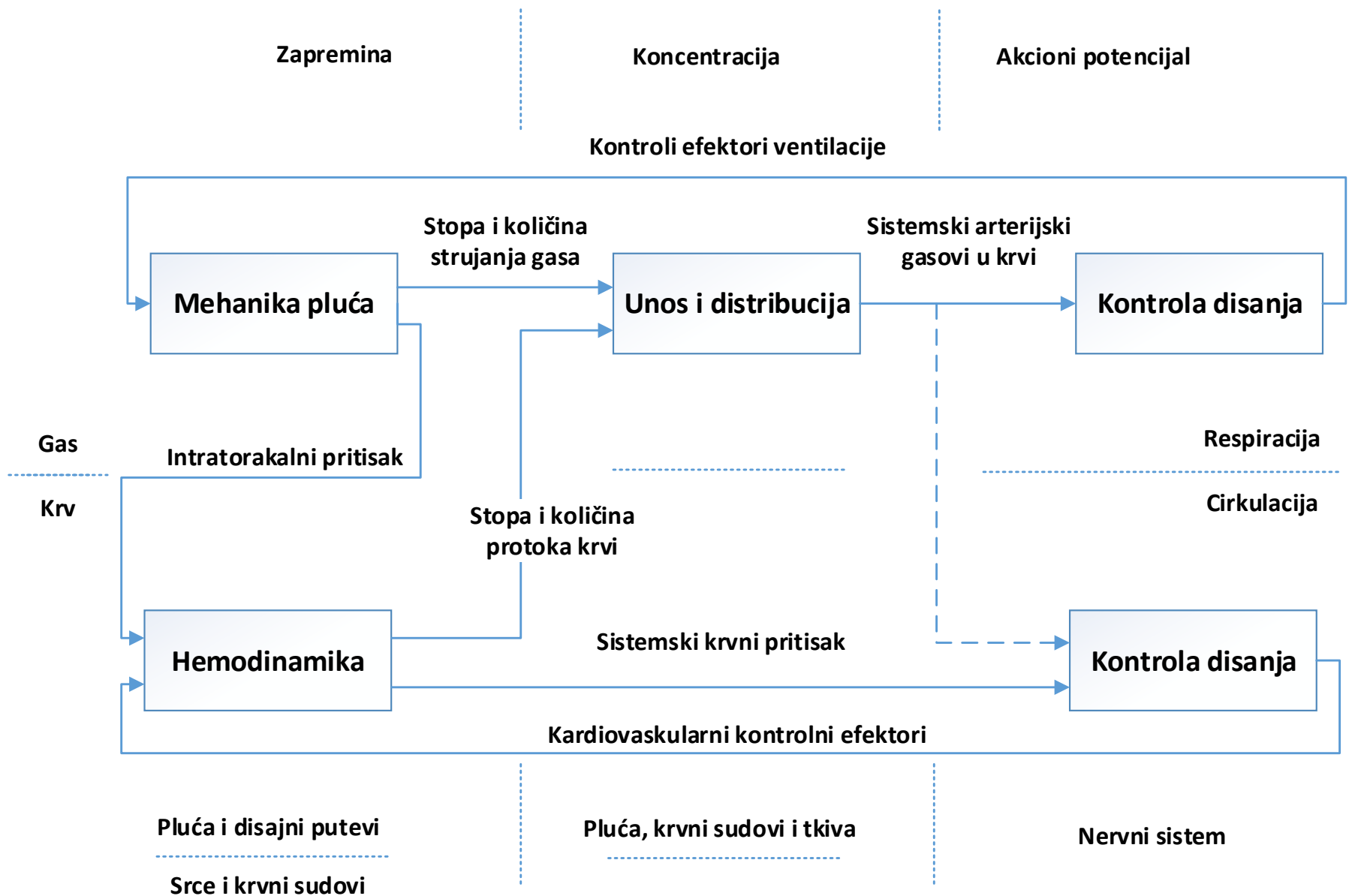
- Transportuje deoksigenizovanu krv iz desne komore srca u pluća, gde se pretvara u kiseonik i vraća u levu stranu srca

– Sistemska

- Prenosi visoko oksigenizovanu krv iz leve komore srca ka ostalim organima (sem pluća)



Primer 2 - Blok dijagram kardiorespiratornog sistema



Promenljive

Ulazi	U sistem
Unošenje tečnosti	HD*, zajedno sa drugim kontrolnim efektorima
Udahnuti CO ₂	UD
Izlazi	Iz sistema
Srčani ritam (puls)	CC
Sistemijski krvni pritisak	HD
Plućni krvni pritisak	HD
Minutni volumen srca	HD, , zajedno sa drugim protocima krvi
Disajni volumen	LM, sadržan u stopi i količini protoka gasa
Broj udisaja u minuti	CB, zajedno sa drugim kontrolnim efektorima
Arterijska zasićenje kiseonikom	UD
Parcijalni pritisci kiseonika	UD
Parcijalni pritisci ugljendioksida	UD

Sistemi: **HD** – Hemodinamički, **UD** – Unos i distribucija (Uptake and distribution), **CC** – kontrola cirkulacije, **LM** – mehanika pluća, **CB** – kontrola disanja

*Pretpostavka: Unošenje tečnosti ne utiče na koncentraciju O₂ u krvi, tj. UD, itd.

Verifikacija i valjanost modela

- *Verifikacija modela* je provera da li se model, kao celina i u svim svojim delovima, ponaša onako kako je zamislio modelar
- Korektan program – uspešno realizuje model
- Provera *valjanosti modela* se svodi na upoređivanje ponašanja modela i realnog sistema.
- Apsolutno podudaranje - nemoguće

- Kvantitativni kriterijum

$$\mathcal{J} = \sum_{\substack{\text{po svim} \\ \text{slučajevima } (i)}} \sum_{\substack{\text{po svim} \\ \text{izlazima } (k)}} \alpha_k (y_{i,k} - d_{i,k})^2$$

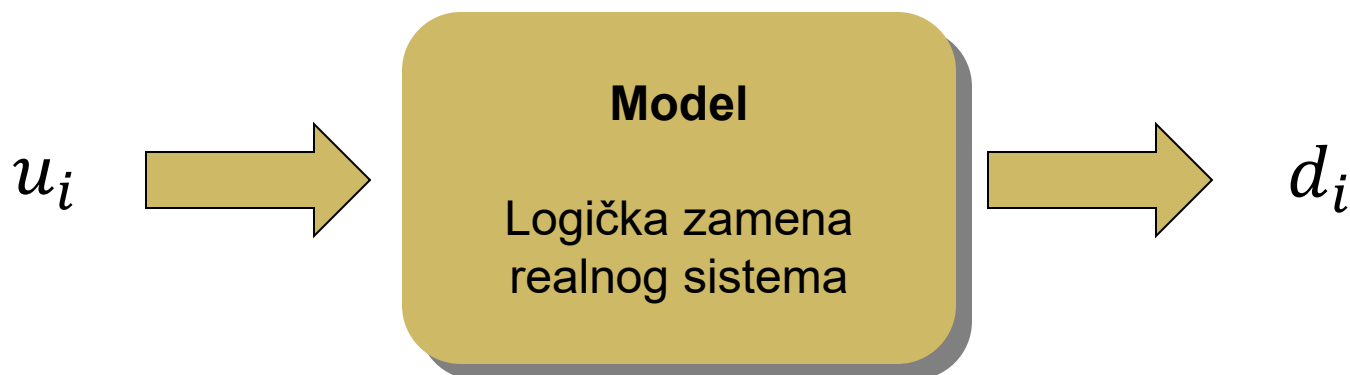
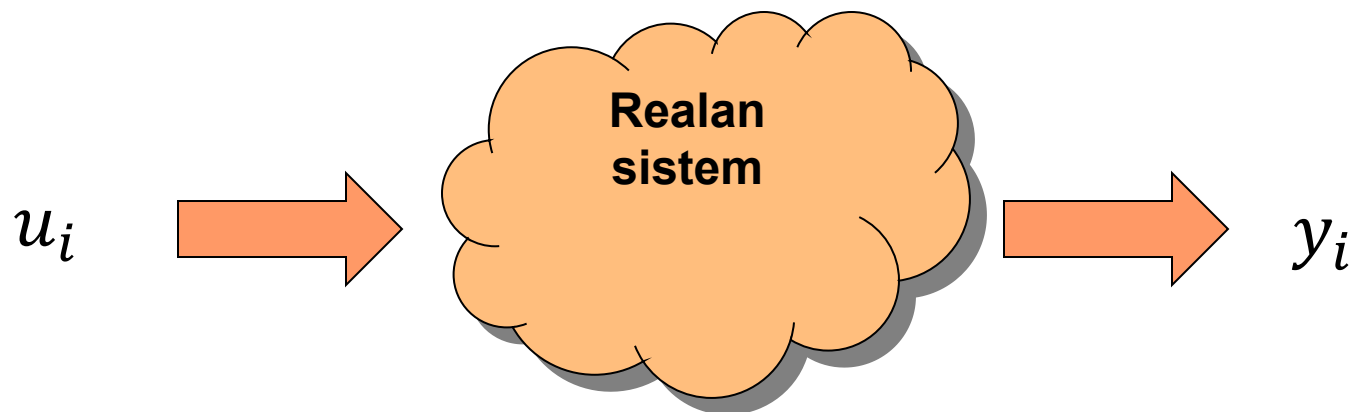
- Dodatni uslov – granična vrednost \mathcal{J}_{gr}
 - Valjan model - $\mathcal{J} \leq \mathcal{J}_{gr}$

Stepeni podudaranja modela

Tri stepena podudaranja (valjanosti)

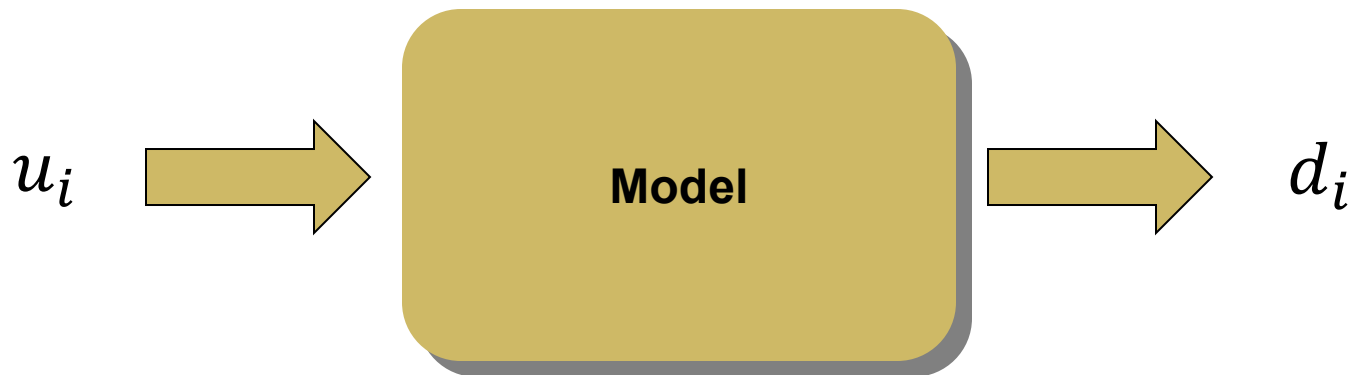
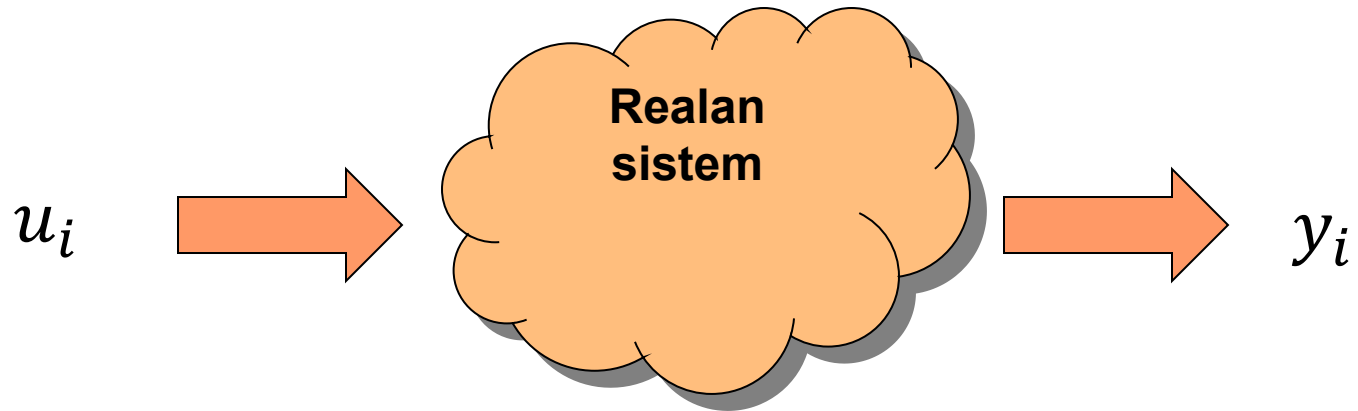
1. Replikativna valjanost
2. Prediktivna valjanost
3. Strukturna valjanost

Replikativna valjanost



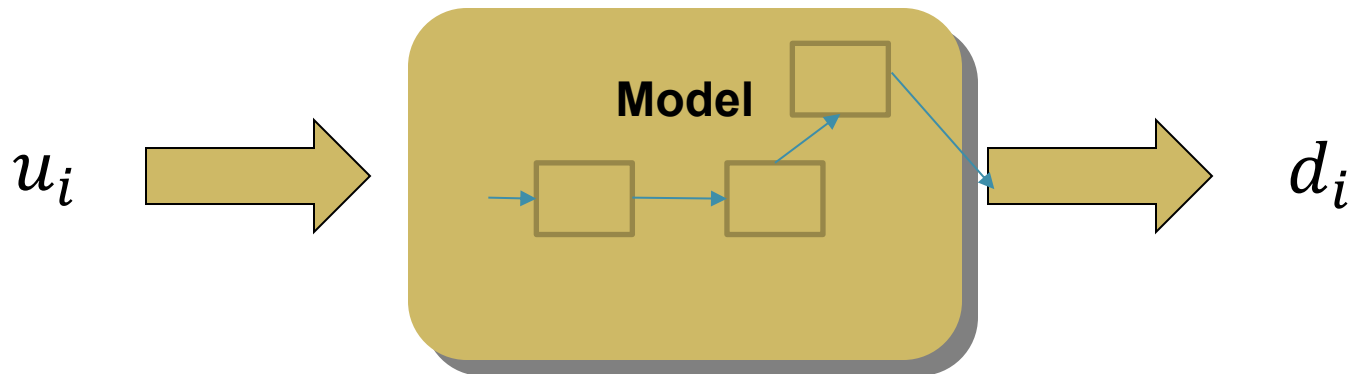
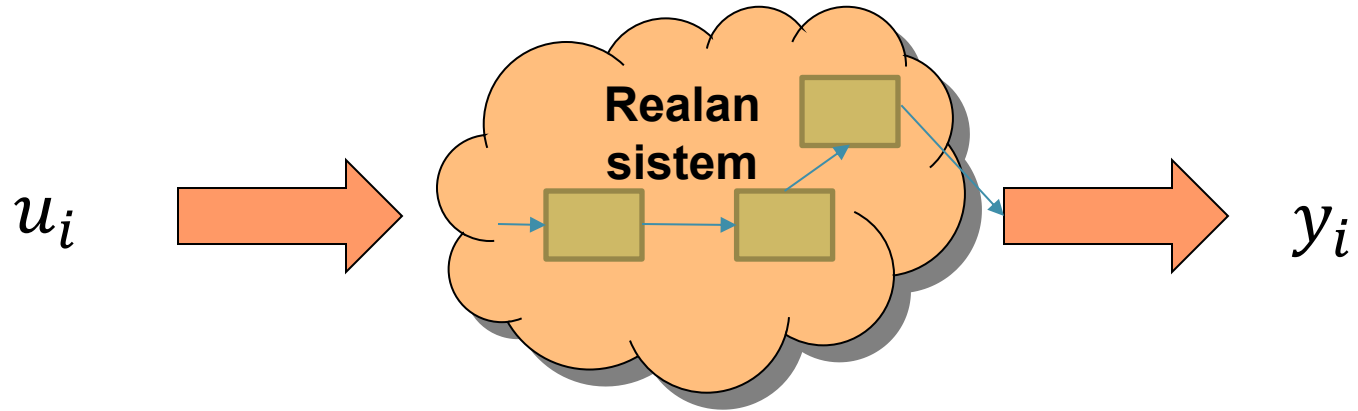
$$\mathcal{J} \sum_{\substack{\text{po svim} \\ \text{slučajevima (i) izlazima (k)}}} \sum_{\text{po svim}} \alpha_k (y_{i,k} - d_{i,k})^2 \leq \mathcal{J}_{gr}$$

Prediktivna valjanost



$$\mathcal{J} \sum_{\substack{\text{po svim} \\ \text{slučajevima (i) izlazima (k)}}} \sum_{\text{po svim}} \alpha_k (y_{i,k} - d_{i,k})^2 \leq \mathcal{J}_{gr}$$

Strukturna valjanost



$$\mathcal{J} \sum_{\substack{\text{po svim} \\ \text{slučajevima (i) izlazima (k)}}} \sum_{\text{po svim}} \alpha_k (y_{i,k} - d_{i,k})^2 \leq \mathcal{J}_{gr}$$

Stepeni podudaranja modela

Tri stepena podudaranja (valjanosti)

1. Replikativna valjanost (najniži stepen)

- Porede se izlazi modela i sistema

2. Prediktivna valjanost

- Model proizvodi dobre vrednosti na izlazima pre nego što se mogu izmeriti u realnom sistemu
- Omogućava istraživanje situacija koje nisu posmatrane u sistemu

3. Strukturna valjanost

- Model u potpunosti odslikava **način** na koji realan sistem funkcioniše
- Omogućava istraživanje operacija sistema koje se ne mogu meriti

Nivo detaljnosti modela

- Utiče na valjanost modela
- Složen/detaljan model
 - Za iste ulaze daju iste izlaze kao i realan sistem
 - Skup je i glomazan za eksperimentisanje
- Veoma jednostavan model
 - Neodgovarajući (pogrešni) rezultati?
- Inženjerski pristup:
Model treba što vernije da preslikava stvarnost u skladu sa traženom složenosti i cenom razvoja

Bazni model i sažeti model

- Model koji uključuje sve promenljive i veze među njima je **bazni model**
 - Apsolutno je valjan
 - Ne može se praktično realizovati
 - Poznavanje sistema nije potpuno
 - Glomazan model je neekonomičan i neooperativan
- Pojednostavljen bazni model je **sažeti** ili **grubi model**
 - Osnosi se na izabran **eksperimentalni okvir**

Preporuke u izradi modela

- jasno odrediti granicu sistema sa okolinom – *eksperimentalni okvir*
- uključiti sve promenljive važne za opis sistema
- razgraditi sistem na funkcionalne celine i modelovati takve delove
- ne treba praviti suviše detaljan i složen model
- koristiti proverenu teoriju kao i metode za razvoj algoritama i programa

Klasifikacije modela

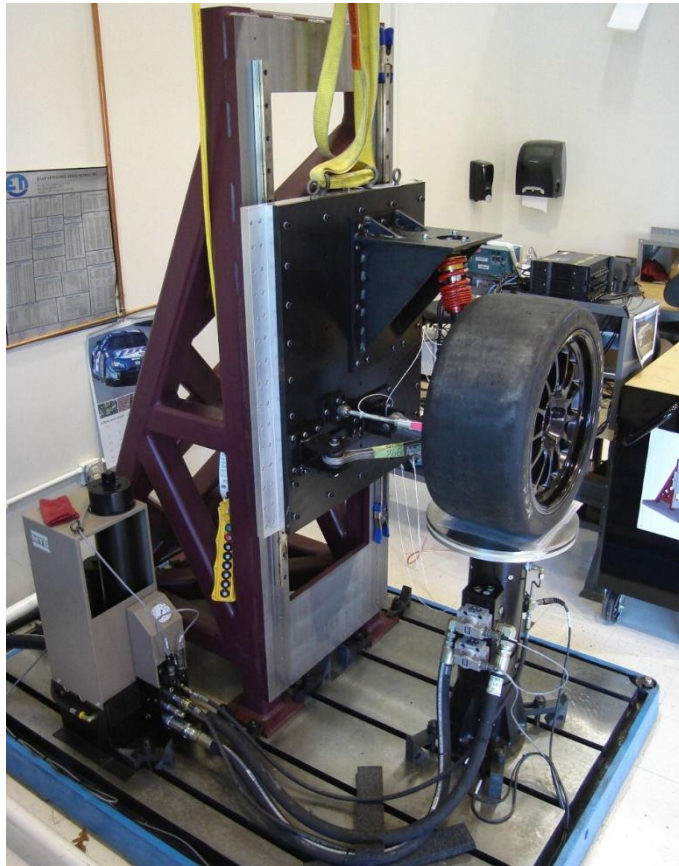
- Brojne su – razni kriterijumi se odnose na:
 - prirodu opisnih promenljivih i domene vrednosti,
 - način promene simulacionog vremena,
 - vremensku zavisnost modela,
 - determinizam,
 - linearnost,
 - fizičku “opipljivost” modela,
 - itd.

Fizički i apstraktni modeli

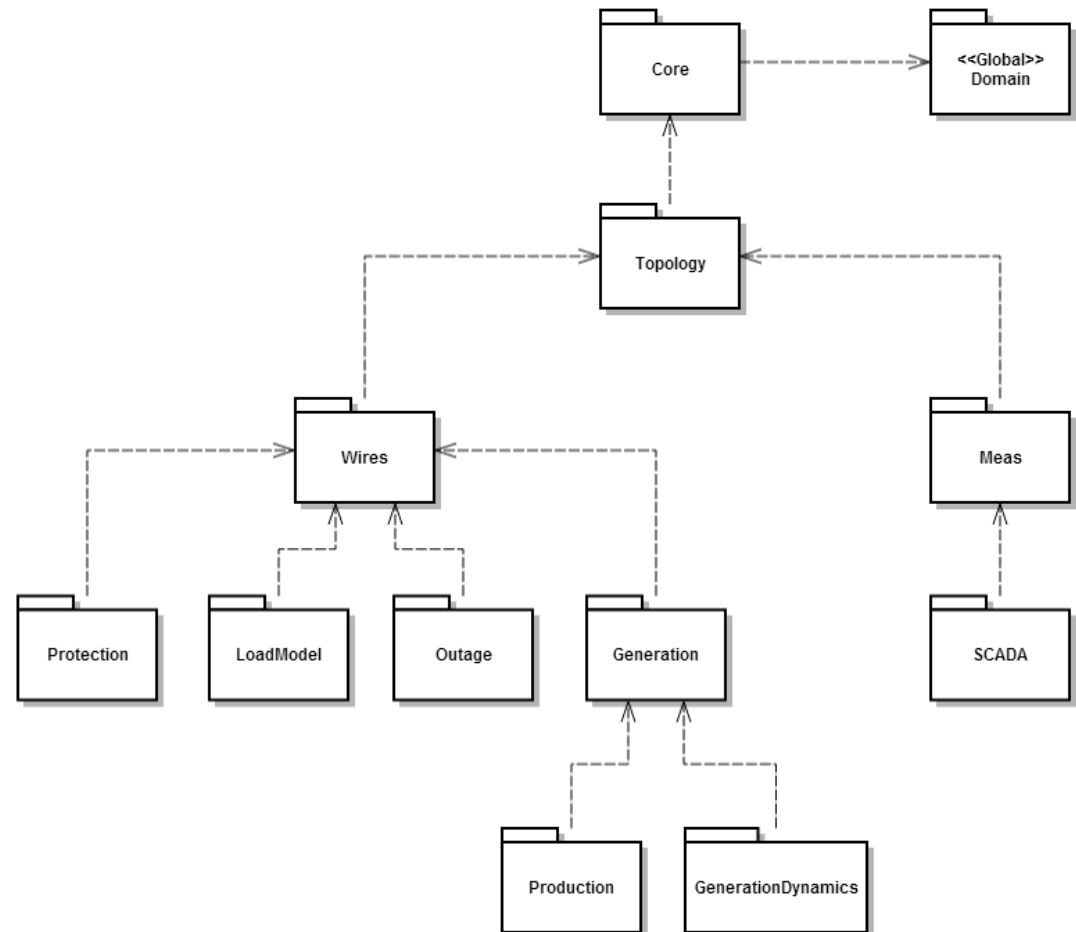
- Fizički modeli su materijalne reprezentacije istraživanih sistema zasnovane na analogiji fizičkih zakona.
- Apstraktni modeli su simbolična, verbalna i matematičko-logička reprezentacija sistema
 - Upotrebljavaju simboličku notaciju
 - Imaju promenljive i
 - Matematičke funkcije ili
 - Dijagrame stanja i sl.

Primeri

- Fizički model



Apstraktni model



Statički i dinamički modeli

- Statički modeli daju izlaze modela za sistem u ravnoteži – tzv. stacionarno stanje
 - Ako se stanje ravnoteže promeni, izlazi se menjaju, ali se ne prikazuju načini i uzroci prelaza iz jednog stacionarnog stanja u drugo
 - Promene u modelu ne zavise od vremena
 - Opisuje se algebarskim jednačinama
- Dinamički modeli daju promene tokom vremena izazvane aktivnostima u sistemu
 - Opisuje se diferencijalnim jednačinama
- Kvazi statički modeli
 - Statički modeli koji se menjaju tokom vremena – npr. vodovod

Modeli diskretnih i kontinualnih stanja

- Modeli sa kontinualnim stanjima
 - Opisne promenljive uzimaju vrednosti opsega realnih brojeva
- Modeli sa diskretnim stanjima
 - Opisne promenljive uzimaju vrednosti iz skupova čiji su elementni diskretne vrednosti
- Modeli sa mešovitim stanjima

Deterministički i stohastički modeli

- Da li model sadrži slučajne promenljive?
- Ako su izlazi modela uvek isti za iste ulaze i stanje modela – deterministički model
- Suprotno, stohastički model (nedeterministički ili probabilistički)
- Model sa barem jednom stohastičkom promenljivom = stohastički model

Modeli bez memorije, autonomni i neautonomni modeli

			Postojanje opisnih promenljivih		
			stanja	ulazne	izlazne
Modeli bez memorije (trenutne funkcije)			Ne	Da	Da
Modeli sa memorijom	Autonomni modeli	Bez izlaza - zatvoren	Da	Ne	Ne
		Sa izlazom	Da	Ne	Da
	Neautonomni modeli	Bez izlaza	Da	Da	Ne
		Sa izlazom	Da	Da	Da

Invarijantni i varijantni modeli

- Da li se model menja sa vremenom?
- Ukoliko se struktura modela ili pravila interakcije menjaju sa vremenom – vremenski promenljiv model - varijantan
- Suprotno, vremenski nepromenljiv model – invarijantan

Linearni i nelinearni modeli

- Nelinearni modeli su opštiji, ali i složeniji
- Linearni modeli menjaju stanja i daju izlaze poštujući linearne transformacije
 - Principi: superpozicije, homogenosti...

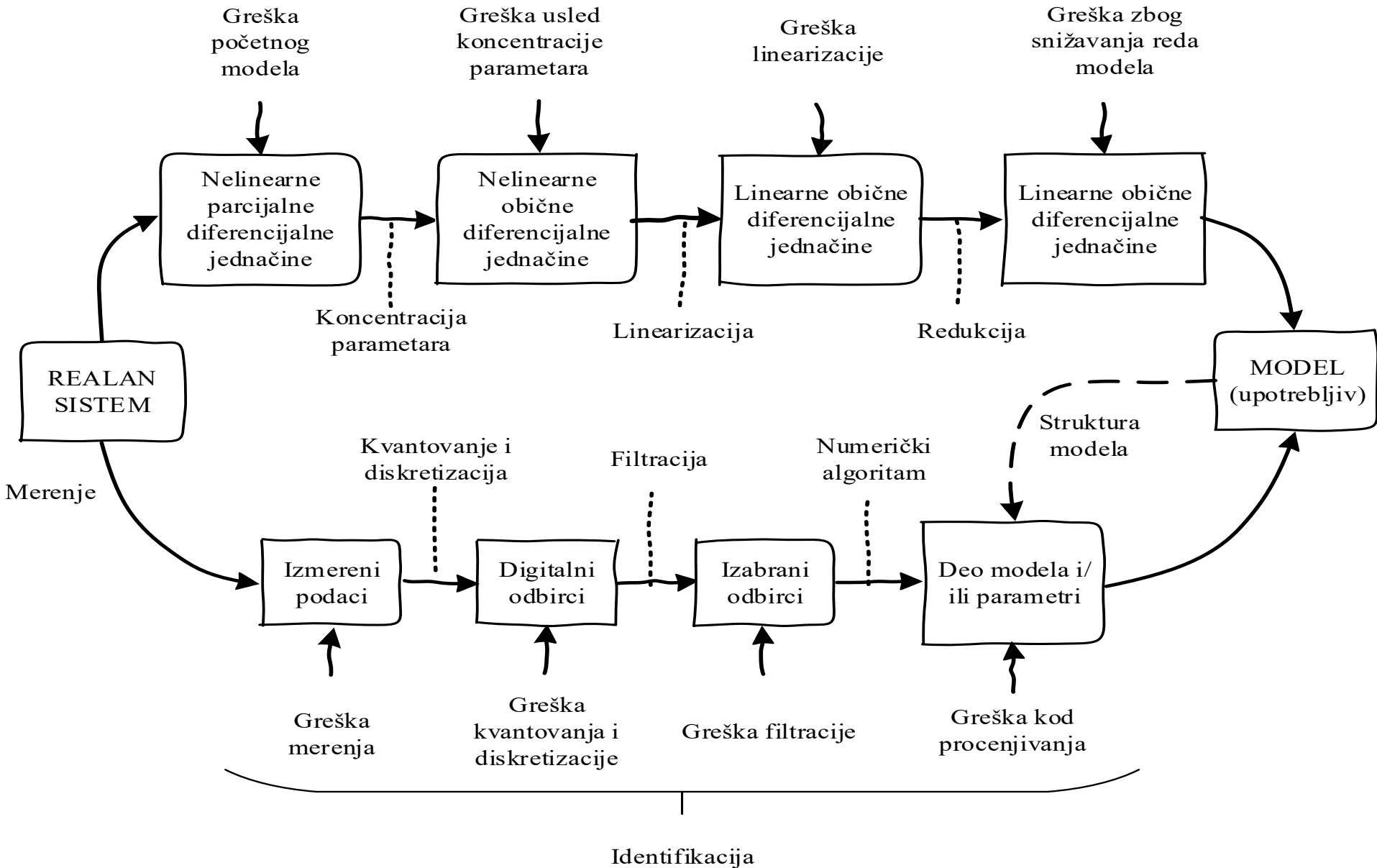
$$L[c_1 u_1(t) + c_2 u_2(t)] = c_1 L[u_1(t)] + c_2 L[u_2(t)]$$

- Tipično nastaju postupkom **linearizacije** radi jednostavnije upotrebe modela
 - Teorija linearnih sistema je veoma dobro poznata
 - Linearizacija se tipično sprovodi za određeni režim rada sistema – ponašanje u okolini radne tačke

Pojednostavljenje modela

- Odbaciti neke komponente, opisne promenljive i/ili pravila interakcije
 - Snižavanje broja (reda) jednačina
- Pojednostavljivanje pravila interakcije
 - Izbacivanje (smanjenje) uslova
 - Ukupnjavanje skupova diskretnih vrednosti promenljivih
 - Ograničavanje opsega promene vrednosti, npr. linearizacija modela
- Grupisanje komponenti u veće celine (blokove) i postavljanje opisnih promenljivih na nivou takvih celina
 - Koncentracija parametara: npr. prelazak sa parcijalnih na obične diferencijalne jednačina
- Zameniti neke od deterministički određenih promenljivih sa slučajno generisanim vrednostima

Primer procesa dobijanja modela



Analitičko rešenje modela

- Koristi deduktivne postupke matematičke analize
- Daje opšte rešenje u obliku formule
- Važi za razne kombinacije ulaza i parametara
- Koristiti ga uvek kada je to moguće!
- Ograničenja:
 - Sistem i njegovi odnosi nisu dovoljno poznati da se opišu matematički
 - Složeno se sprovodi, a često je i nemoguće

Numeričko rešenje modela

- Dobija se izvršavanjem programa na računaru
- Ne dobija se funkcionalna zavisnost izlaza sistema od ulaza i parametara
- Najčešće se unapred ne može odrediti izlaz za promene ulaze i/ili parametara– bez simulacionog eksperimenta
- Analitičko rešenje je tačno i pogodnije za analizu sistema, ali se ne može izvesti za proizvoljan model – tada se koristi numeričko