Método das Componentes - Projeção da Mortalidade

1

Projeção da Mortalidade

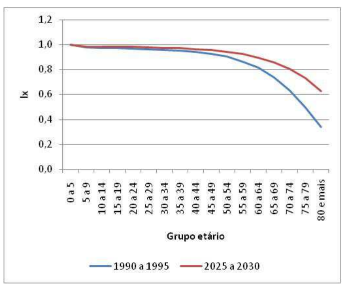
Projeção de Mortalidade

- Para a projeção da mortalidade é necessário contar, em parte, com tábuas de mortalidade iniciais determinadas para algum momento anterior ao período de projeção, e por outro, com tábuas de mortalidade limite. Isso faz com que o problema da projeção da mortalidade se reduza a um problema de interpolação entre ambas as tábuas (CELADE, 1984).

3

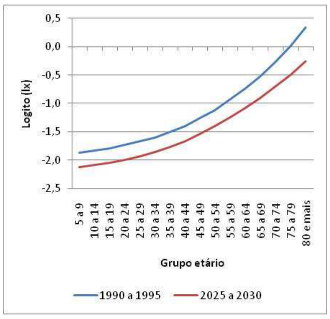
Mulheres, Goiás.
1990 a 1995: Taxa observada em Goiás
2025 a 2030: Taxas projetadas pelo CELADE

- Suposição: a probabilidade de sobrevivência aumentará. Ou seja, com o passar do tempo, a função de sobrevivência do meu estado se aproximará da função de sobrevivência limite.



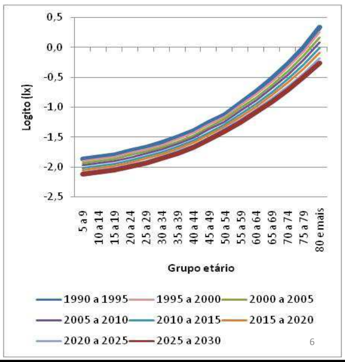
4

- Como encontrar as funções para períodos intermediários se as duas funções não são lineares?
- Resposta: elas são lineares em seus logitos para cada idade. Então, fazer transformação logital e encontrar as funções para períodos intermediários.



5

- Após a transformação linear, utilizamos transformações lineares para encontrar as funções de sobrevivência intermediárias.



6

Precisamos de:

- Taxas de mortalidade para o início do período de projeção
- Taxas de Mortalidade para o final do período de projeção

7

Como fazer a transformação logital?

$$\log ito(x) = y_x = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1-l_x}{l_x}\right)$$

$$y_x^k = \frac{(t_k - t_i)y_x^L + (t_L - t_k)y_x^i}{(t_L - t_i)}$$

- onde,
- i designa inicial,
- L designa limite, a função a ser alcançada no fim do período de projeção,
- K designa os valores de períodos intermediários entre o período inicial e o final;
- t é o tempo desde o início da projeção.
- lx é a probabilidade de sobreviver do nascimento até a idade x. Ou seja, lx quando lo=1.

8

O mecanismo da logito transformada para a projeção de mortalidade

- Suponha que tábuas de mortalidade inicial e limite possam ser descritas em função de um mesmo padrão:

$$1)\quad y_x^L = a_L + b_L y_x^S$$
$$2)\quad y_x^I = a_I + b_I y_x^S$$

- 1) e 2) estão relacionados por um mesmo padrão $\rightarrow$ pode-se supor que a e b variam linearmente no tempo.

O mecanismo da logito transformada para a projeção de mortalidade

- Se y_x^L e y_x^I referem-se aos logitos (1-lx) nos tempos t_L e t_I, estamos interessados em t_k, onde k é uma data intermediária aos instantes L e I. Então, a mortalidade determinada por y_x^k, expressada em função da mortalidade inicial e limite será:

$$y_x^{t_k} = \omega\left(a_L + b_L y_x^S\right) y_x^{t_L} + (1-\omega)\left(a_I + b_I y_x^S\right)$$

O mecanismo da logito transformada para a projeção de mortalidade

$$y_x^{t_k} = \omega\left(a_L + b_L y_x^S\right) y_x^{t_L} + (1-\omega)\left(a_I + b_I y_x^S\right)$$

$$\Downarrow \qquad\qquad \Downarrow$$

$$\frac{t_k - t_I}{t_L - t_I} \qquad\qquad \frac{t_L - t_I}{t_L - t_I}$$

$$y_x^{t_k} = \frac{(t_k - t_i) y_x^L + (t_L - t_k) y_x^i}{(t_L - t_i)}$$

- $y_x^{t_k}$ é uma simples interpolação linear dos logitos no tempo entre as tábuas inicial e limite.

O mecanismo da logito transformada para a projeção de mortalidade

- Uma vez determinado $y_x^{t_k}$, determina-se lx e, consequentemente, as demais funções da tábua de mortalidade para o ano t_k

$$y_x^k = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1 - l_x^k}{l_x^k}\right) \Rightarrow l_x^k = 1 \Big/ \left(1 + \exp(2 y_x^k)\right)$$

Hipóteses

- O logito (1-*lx*) da tábua inicial varia linearmente no tempo, tendendo ao logito (1-*lx*) da tábua de mortalidade limite.
- O mecanismo do método está no ritmo de variação que se supõe para o declínio da mortalidade.

Formas alternativas de projeção da mortalidade

- **1ª Alternativa:** a mortalidade limite é alcançada em uma data L determinada. Para encontrar a mortalidade nas datas intermediárias, basta aplicar a equação para $y_x^{t_k}$
- **2ª Alternativa:** estabelecemos uma e(0) a ser alcançada em uma data futura (por um critério ad hoc). Neste caso, não se conhece a priori da data (L) em que se alcançará a mortalidade limite. Então, aplicamos a equação para $y_x^{t_k}$ variando t_L até determinar o logito que implicará na e(0) proposta.
- **3ª Alternativa:** dispomos da e(0) para qualquer período de projeção. Então estabelecemos o valor de t_L que determinará o nível da mortalidade dado por e(0) naquele período.

- Exemplo: Entre 1990 e 1995 observou-se que a probabilidade de um indivíduo sobreviver até os 40 anos exatos é de 0,9415. Acredita-se que essa probabilidade será de 0,9655 entre 2025 e 2030.
- Usando a transformação logital, calcule a probabilidade de sobreviver até os 40 anos entre 2010 e 2015.
- Definindo:

$$t_i = 1992{,}5 \qquad t_k = 2012{,}5 \qquad t_L = 2027{,}5$$

$$y_x^i = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1-l_x^i}{l_x^i}\right)$$

$$y_x^L = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1-l_x^L}{l_x^L}\right)$$

$$y_x^k = \frac{(t_k - t_i)y_x^L + (t_L - t_k)y_x^i}{(t_L - t_i)}$$

$$y_x^i = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1-l_x^i}{l_x^i}\right) = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1-0{,}9415}{0{,}9415}\right) = \text{-}1{,}3895$$

$$y_x^L = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1-l_x^L}{l_x^L}\right) = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1-0{,}9655}{0{,}9655}\right) = \text{-}1{,}6663$$

$$y_x^k = \frac{(t_k - t_i)y_x^L + (t_L - t_k)y_x^i}{(t_L - t_i)} =$$

$$= \frac{(2012{,}5-1992{,}5)(\text{-}1{,}6663) + (2027{,}5-2012{,}5)(\text{-}1{,}3895)}{(2027{,}5-1992{,}5)} = \text{-}1{,}5477$$

$$y_x^k = \frac{1}{2}\ln\left(\frac{1-l_x^k}{l_x^k}\right) \Rightarrow l_x^k = 1\Big/\left(1+\exp(2y_x^k)\right)$$

$$l_{40}^{2012,5} = 1\Big/\left(1+\exp(2(-1{,}5477))\right) = 0{,}9567$$

Que dados utilizar?

- Em 2004, o CELADE publicou as funções de mortalidade utilizadas para projeção populacional para diversos países da América Latina.
- Tais tábuas se referem à provável função de mortalidade alcançada por cada país no futuro.
- Elas podem ser utilizadas como tábua limite para o seu estado, em um determinado período.

Próximos passos:

- Uma vez calculados os valores dos logitos de (1-l_x) para o momento t(k), se determina a função de sobrevivência às idades exatas, l_x. A partir desta função, se obtém as demais funções da tabela de vida.
- **Depois, encontre, para cada período a ser projetado, as demais funções da tabela de vida.**
- Obs: Para o último grupo etário considere

$$_{\infty}L_{80} = 4{,}424 l_x + 0{,}0000674 l_x^2$$

Tábua Inicial: nível e estrutura da mortalidade corrente

- Qualidade das informações disponíveis:
  - Cobertura e erro de declaração
  - Diferencial nos erros por sexo e idade
  - Mortalidade infantil e dos idosos
  - Fontes de dados: numerador e denominador das taxas $\rightarrow$ limitações
- Desejável, mas não necessário, tábuas por idades simples até os 5 anos $\rightarrow$ depende muito da qualidade dos dados

Tábua Limite: nível e estrutura da mortalidade futura

- Mesma desagregação que a tábua inicial
- É plausível com tendências futuras do padrão de mortalidade da população em estudo?

Possíveis Tábuas Limite

- Em 2004, o CELADE publicou as funções de mortalidade utilizadas para projeção populacional para diversos países da América Latina.
  - Tais tábuas se referem à provável função de mortalidade alcançada por cada país no futuro.
  - Elas podem ser utilizadas como tábua limite para o seu estado, em um determinado período.
- Projeção da mortalidade para São Paulo: dados históricos de qualidade satisfatória

21

Créditos

Os slides desta aula foram cedidos pela Professora Cristiane Corrêa e pelo Professor Marcos Gonzaga.