

Universidade de São Paulo
Escola Politécnica da USP
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
Disciplina: Identificação de Sistemas
Solução da Lista 2

Danilo Henrique Costa Souza

02 de Maio de 2016

1 Item a

Este item foi respondido na lista anterior. O valor encontrado para o tempo de estabilização foi $t_s = 46$

2 Item b

Fazendo $T = \frac{\tau}{10} = \frac{10}{10}$ e $T = \frac{t_s}{10} = \frac{46}{10}$, obtém-se, respectivamente, $T = 1$ e $T = 4,6$ segundos, portanto, o tempo de amostragem T mais adequado para o processo em questão é $T = 1$

3 Item c

A função de transferência $G(q)$ do processo é mostrada na equação 1 e o modelo discreto da perturbação v_1 é mostrado na equação 2, pode-se extrair, portanto, a expressão para $y(t)$, mostrada na equação 3. O processo descrito nesta equação como ser classificado como BJ, as ordens dos polinômios $B(q)$, $F(q)$, $C(q)$ e $D(q)$ são, respectivamente, 1, 1, 1 e 1.

$$G(q) = \frac{0.1903q^{-4}}{1 - 0.9048q^{-1}} \quad (1)$$

$$H_{v_1}(q) = \frac{0.1823q^{-1}}{1 - 0.8187q^{-1}} \quad (2)$$

$$y(t) = \frac{B(q)}{F(q)} + \frac{C(q)}{D(q)} = \frac{0.1903q^{-4}}{1 - 0.9048q^{-1}}u(t) + \frac{0.1823q^{-1}}{1 - 0.8187q^{-1}}e(t) \quad (3)$$

4 Item d

As Figuras 1, 2 mostram, respectivamente, as saídas do processo sem perturbação e com as perturbações v_1 e v_2 . Analisando a resposta com perturbação, é possível perceber que não há diferença entre o sinal puro de perturbação ($t < 275$) e o sinal do processo com perturbação ($t \geq 275$), ou seja, não é possível identificar visualmente o comportamento do sistema.

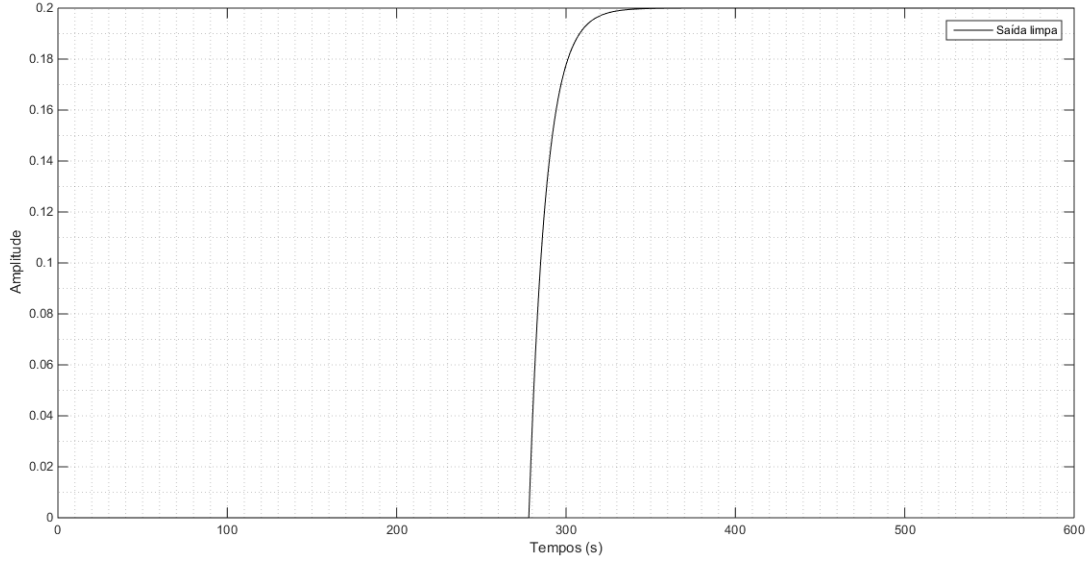


Figura 1: Saída limpa do processo.

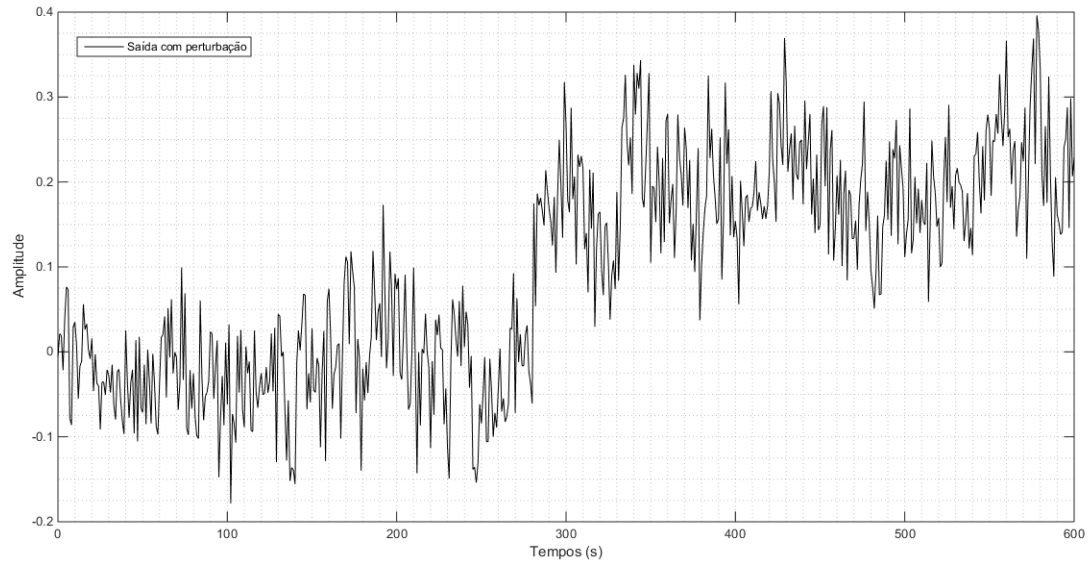


Figura 2: Saída do processo com as perturbações v_1 e v_2 .

5 Item e

Para este item e para os próximos itens da lista, foram geradas duas saídas, y para o processo sem perturbação, e y_2 para o processo com perturbação, onde y_2 é o resultado da soma do processo com as perturbações v_1 e v_2 de baixa e alta amplitude.

Considerando a função de transferência discreta do processo na equação 1, apenas os parâmetros do polinômio $B(q)$ apresentaram leve divergência para a estimativa usando as estruturas ARX, ARMAX e BJ, apresentando $a_1 = 0.9049$, os outros parâmetros obtidos são iguais aos da equação 1.

A Figura 3 mostra a comparação da resposta do modelo ao degrau com a resposta ao degrau dos modelos estimados, apenas a resposta ao degrau do modelo FIR apresentou diferença em relação ao modelo real livre de

perturbação.

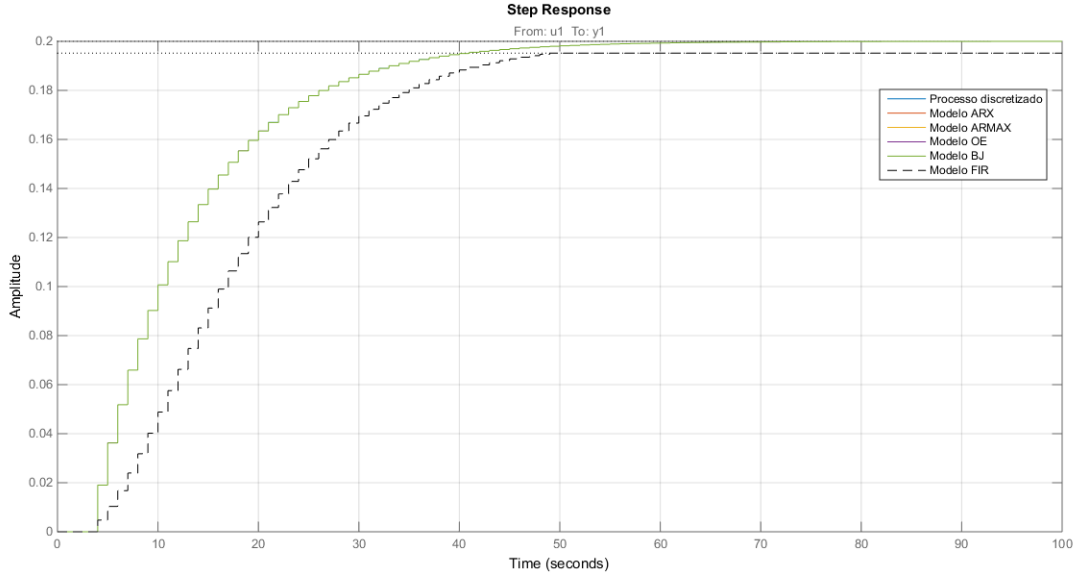


Figura 3: Comparação da resposta ao degrau dos modelos estimados com o modelo real livre de perturbação.

As previsões para infinitos passos à frente usando os modelos estimados foram comparadas, com a saída limpa do processo e com a saída afetada por v_1 e v_2 , apresentadas respectivamente, nas Figuras 4 e 5. Para o processo com perturbação a predição não apresentou bons resultados (com exceção do FIR), apresentando um “fit” de $\pm 6 - 8\%$, o que é esperado, uma vez que os modelos foram estimados usando dados coletados da saída do processo sem perturbação. O modelo FIR apresentou um “fit” de 27% para o modelo obtido com dados afetados por perturbação em comparação com a saída do processo afetada por perturbação, em outras palavras, ao analisar a Figura 5 é possível perceber que o modelo FIR consegue representar exatamente a perturbação do processo até o instante $t = t_s = 46$, que foi o número de coeficientes utilizados para estimar o modelo FIR, portanto é possível concluir que o modelo FIR é capaz de modelar as perturbações do processo para $t = n_b * T$ segundos, onde n_b é o número de coeficientes estimados da função-peso do modelo FIR e T é o período de amostragem, apesar de apresentar uma perda no ganho. Este comportamento do modelo FIR também se repete na Figura 4 quando o modelo é comparado com a saída limpa do processo, é possível perceber que o ganho do modelo FIR cai em $t \geq t_s$.

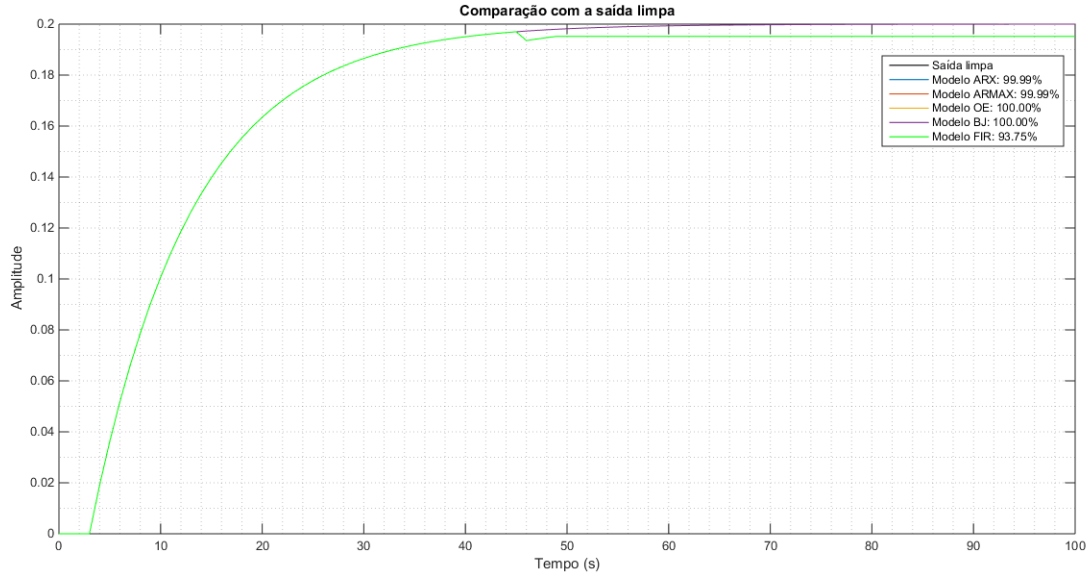


Figura 4: Comparação dos modelos com a saída limpa.

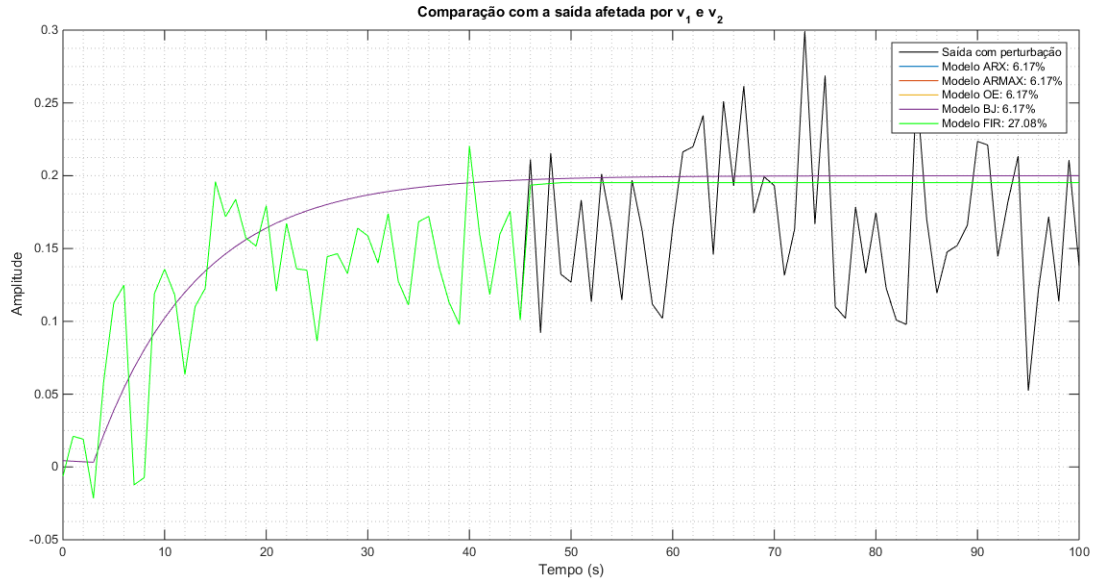


Figura 5: Comparação dos modelos com a saída afetada pelas perturbações v_1 e v_2 .

6 Item f

Dos modelos obtidos no item “e”, apenas o modelo FIR apresentou um ganho estacionário diferente dos demais, entretanto essa diferença é de menos de 5%, os outros modelos apresentaram ganho igual ao do sistema sem perturbação.

7 Item g

A Figura 6 mostra a função peso do modelo FIR obtido no item “e” e da resposta impulsiva do processo sem perturbação. Os primeiros 12 coeficientes (não nulos) no modelo FIR apresentaram um amortecimento, ou seja,

são menores do que os da resposta impulsiva, entretanto, a partir de em torno do 12º coeficiente, o modelo FIR apresenta valores ligeiramente maiores do que os valores da resposta ao impulso, mas o comportamento permanece o mesmo, em outras palavras, a diferença de comportamento entre o modelo FIR e a resposta impulsiva existe apenas nos primeiros coeficientes das respectivas funções-peso.

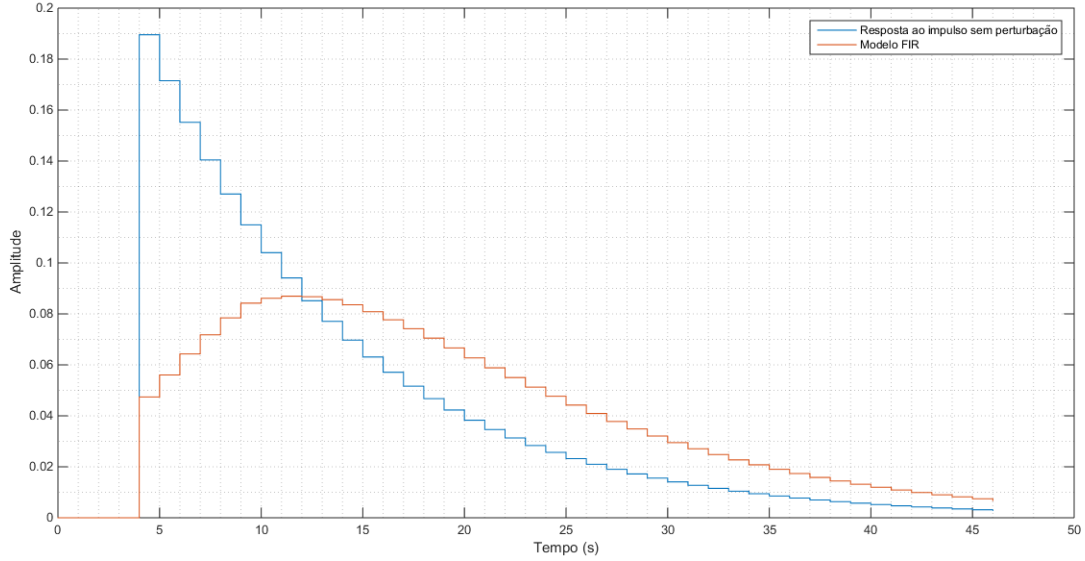


Figura 6: Coeficientes da função peso do modelo FIR e da resposta impulsiva do processo sem perturbação.

8 Item h

As funções de transferência estimadas para os modelos AR, ARMAX, BJ e OR estão listadas abaixo, respectivamente:

- $G(q)_{ARX} = \frac{1.163z^{-4}}{1-0.2404z^{-1}}$
- $G(q)_{ARMAX} = \frac{0.2184z^{-4}}{1-0.8656z^{-1}}$
- $G(q)_{OE} = \frac{0.2146z^{-4}}{1-0.8663z^{-1}}$
- $G(q)_{BJ} = \frac{0.2156z^{-4}}{1-0.8676z^{-1}}$

Analisando as funções de transferência acima nota-se que, embora todos os modelos estimados tenham divergido do modelo original (o que é esperado devido às perturbações), eles possuem grande semelhança entre si, com exceção do modelo AR que apresentou valores de parâmetros muito distantes dos outros 3 modelos. Essa diferença é esperada, uma vez que a estrutura ARX define que o polinômio do denominador do modelo de perturbação deve ser igual ao polinômio do denominador do modelo da perturbação e como o numerador da perturbação é unitário, não há liberdade para ajustes no modelo de perturbação, isto fica claro na Figura 7, que mostra a resposta ao degrau de todos os modelos estimados com dados coletados do processo com perturbação.

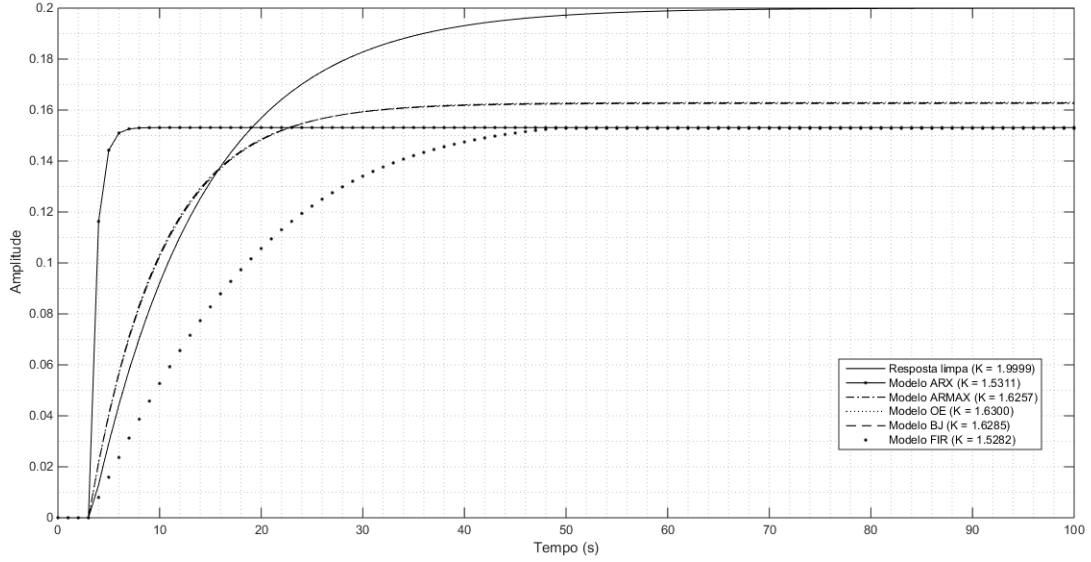


Figura 7: Resposta ao degrau do processo limpo e dos modelos estimados com dados coletados com perturbação.

Na Figura 8 é mostrada uma comparação das respostas ao degrau de cada modelo (AR, ARMAX, OE, BJ e FIR) estimados com dados coleados com e sem perturbação. Como esperado, todos o modelos estimados com dados coletados com perturbação obtiveram um ganho abaixo dos modelos estimados com dados coletados sem perturbação, porém, apresentaram o mesmo comportamento. A exceção foi o modelo AR, que para o modelo estimado com perturbação, apresentou um tempo de estabilização menor do que o modelo estimado sem perturbação, para este modelo a curva do processo ficou mais parecida com o próprio degrau de entrada, isso mostra mais uma vez a falta de liberdade para ajustar o modelo de perturbação da estrutura ARX.

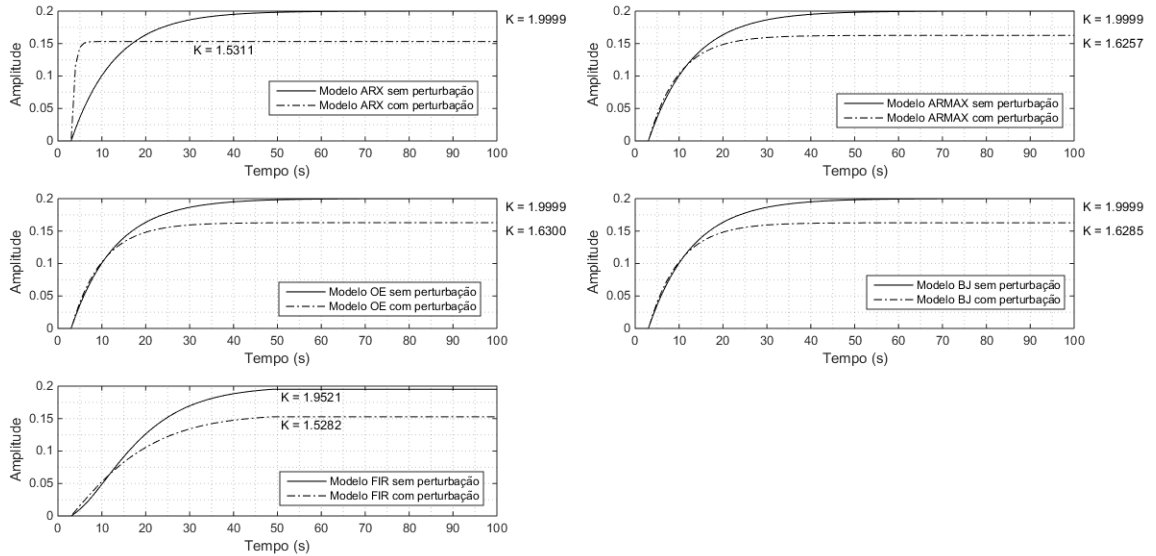


Figura 8: Comparação entre os modelos estimados com dados coletados com e sem perturbação.

9 Item i

Na Figura 7 são mostrados os ganhos dos modelos estimados com perturbação e do processo limpo, percebe-se que os modelos ARMAX, OE e BJ apresentaram ganhos muito parecidos de aproximadamente 82% do ganho estacionário do processo, enquanto que os modelos AR e FIR também apresentaram ganhos parecidos, porém abaixo dos outros modelos, ficando em torno de 75% do ganho estacionário do processo.

10 Item j

As funções de transferência estimadas para os modelos AR, ARMAX, BJ e OR (estimados com duas entradas e com as perturbações v_1 e v_2) estão listadas abaixo, respectivamente:

- $G(q)_{ARX} = \frac{0.2429z^{-4}}{1-0.7795z^{-1}}$
- $G(q)_{ARMAX} = \frac{0.2072z^{-4}}{1-0.8798z^{-1}}$
- $G(q)_{OE} = \frac{0.179z^{-4}}{1-0.8957z^{-1}}$
- $G(q)_{BJ} = \frac{0.01573z^{-4}}{1-0.8939z^{-1}}$

As funções de transferência acima apresentadas mostram que todos os modelos apresentam parâmetros parecidos, com exceção do .

As Figuras 9 e 10 mostram, respectivamente, a resposta ao degrau dos modelos estimados sem perturbação e com perturbação para as duas entradas (degrau mais e_1). Na primeira imagem é possível perceber que a adição do ruído e_1 na estrada do processo acarretou em uma variação na resposta dos modelos ARX e FIR, tendo este último apresentado um ganho 30% menor que o ganho estacionário do processo, enquanto que os outros modelos apresentaram ganhos ligeiramente maiores (de 2% a 4%) que o ganho estacionário do processo. Enquanto que na segunda imagem, para o processo com perturbação, os modelos apresentaram comportamentos distintos, os modelos OE e ARMAX apresentaram melhor desempenho, enquanto que os modelos ARX e BJ apresentaram ganho bem abaixo do ganho do processo, especialmente o modelo BJ, por fim, o modelo FIR foi fortemente afetado pela ruído de medição e_1 .

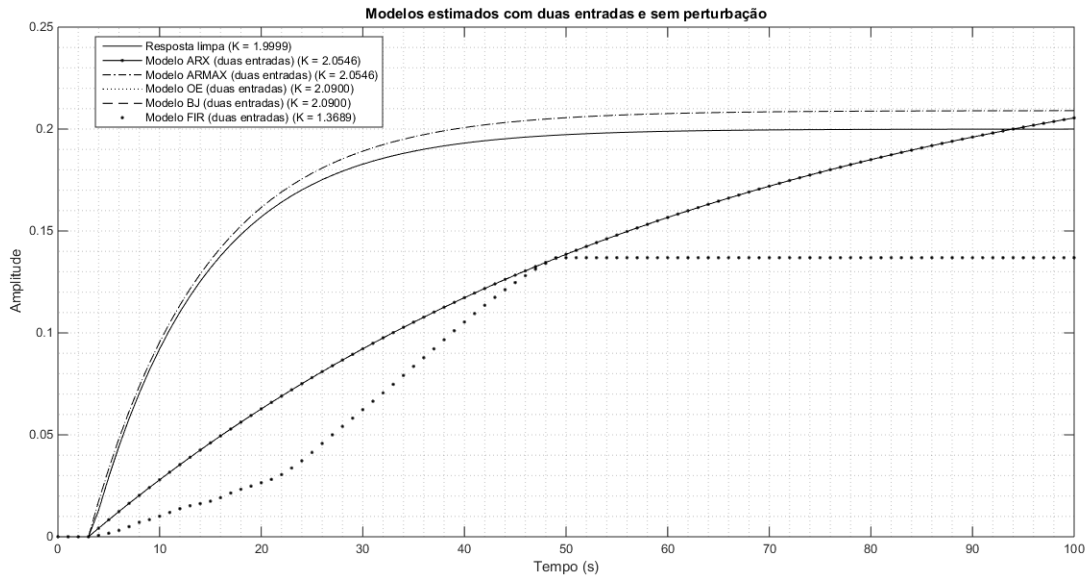


Figura 9: Resposta ao degrau do processo limpo e dos modelos estimados com dados coletados sem perturbação (para duas entradas).

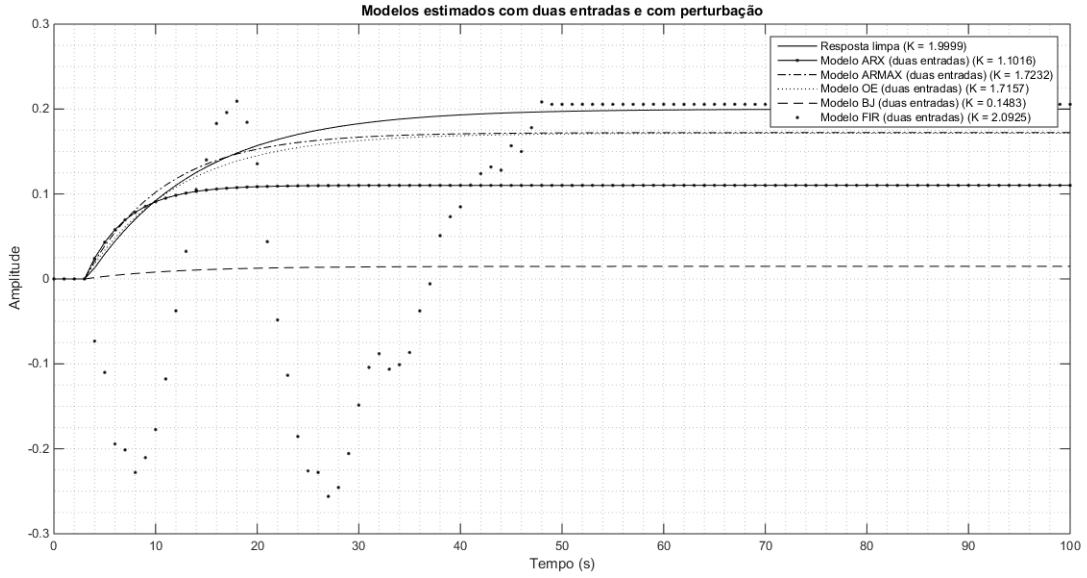


Figura 10: Resposta ao degrau do processo limpo e dos modelos estimados com dados coletados com perturbação (para duas entradas).

As Figuras 11 e 12 mostram, respectivamente, a comparação do processo sem e com perturbação, com os modelos gerados para uma e para as duas entradas (degrau mais e_1). Analisando o “fit” das comparações percebe-se que os modelos obtidos com apenas uma entrada foram ligeiramente superiores aos modelos obtidos com duas entradas, isto se deve à presença do ruído de medição e_1 , que ocasiona uma variação do degrau de entrada, ou seja, a entrada não é mais um degrau limpo e sim um degrau ruidoso.

Vale ressaltar que para o modelo ARX obtido com dados da planta com perturbação, a diferença entre o desempenho do modelo com uma entrada e com duas entradas é muito grande, variando de 14.04% a -19.37%, respectivamente

Neste experimento os modelos obtidos com apenas uma entrada apresentaram melhor desempenho do que os modelos obtidos com duas entradas. O ruído de medição e_1 usado como entrada do processo possui variância de baixa amplitude, $\sigma^2 = e^{-6}$, mas se essa variância tiver um amplitude significativa em relação ao sinal de entrada, o ruído afetaria o modelo de tal forma que o “fit” seria muito prejudicado, uma solução para contornar este problema seria utilizar um degrau de máxima amplitude possível, que ocasione em uma perda mínima de materiais e/ou produtos na hora da coleta de dados na planta, e que resulte em uma boa relação sinal-ruído (SNR).

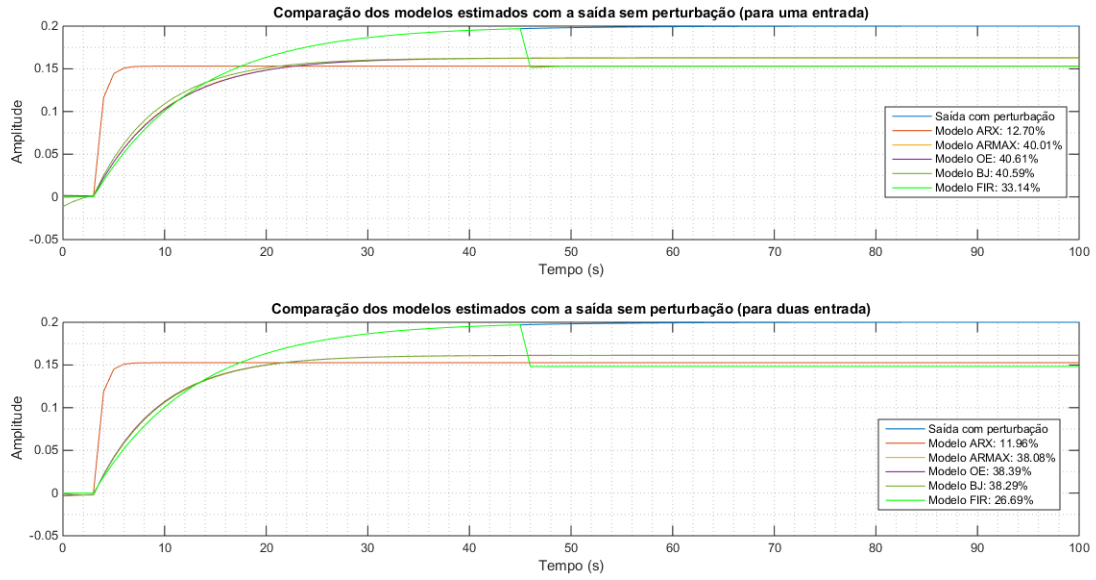


Figura 11: Comparação dos modelos com uma entrada e com duas entradas para o processo sem perturbação.

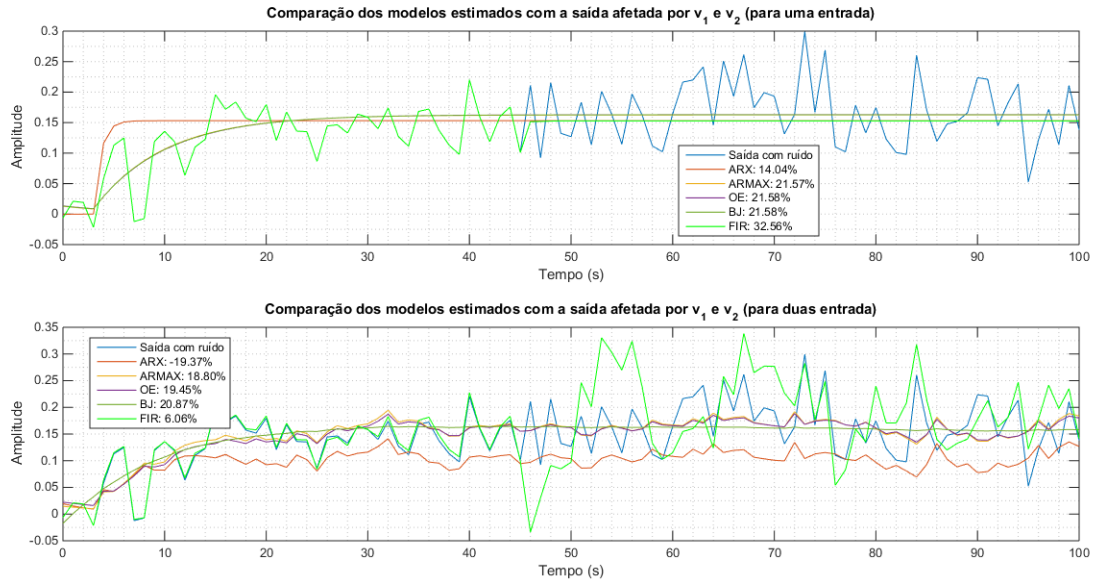


Figura 12: Comparação dos modelos com uma entrada e com duas entradas para o processo com perturbação.

11 Item k

As Figuras 13 e 14 mostram, respectivamente, a comparação dos ganhos dos modelos obtidos sem perturbação e com perturbação. O ganho dos modelos obtidos sem perturbação ficou praticamente igual ao ganho do processo, tendo o modelo FIR apresentado o menor desempenho com um ganho de 97% do ganho original. Para os modelos obtidos com dados do processo com perturbação, o ganho variou entre aproximadamente 76% e 81% do ganho original, com os modelos FIR e ARX apresentando menor desempenho em relação ao ganho estacionário do processo.

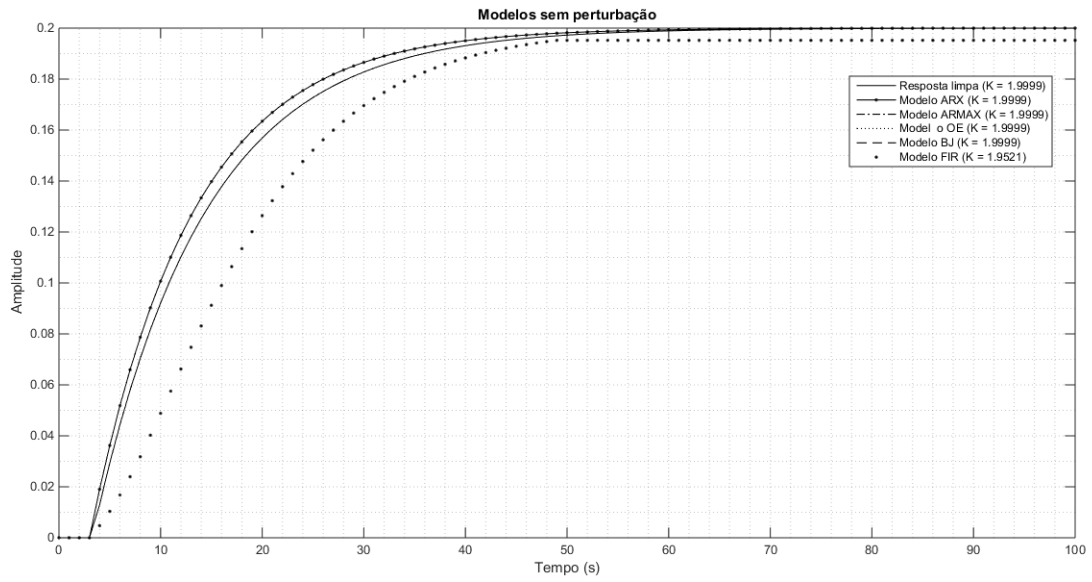


Figura 13: Comparação dos ganhos dos modelos gerados sem perturbação com o ganho do processo.
c

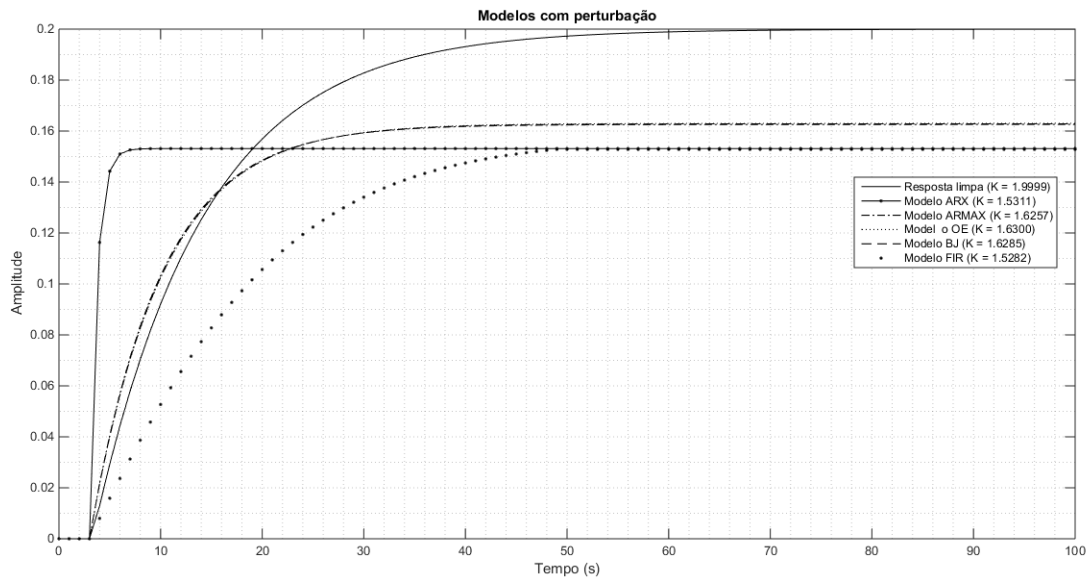


Figura 14: Comparação dos ganhos dos modelos gerados com perturbação com o ganho do processo.