

Universidade de São Paulo
Escola Politécnica da USP
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
Disciplina: Identificação de Sistemas
Solução da Lista 1

Danilo Henrique Costa Souza

11 de Abril de 2016

1 Item a

As funções de transferência contínua e discreta para o sistema apresentado estão descritas nas equações 1 e 2, respectivamente. O modelo implementado no *Simulink*® está representado na Figura 2.

$$G(s) = \frac{2e^{-3s}}{10s + 1} \quad (1)$$

$$G(z) = \frac{0.1903z^{-3}}{z - 0.9048} \quad (2)$$

A Figura 1 mostra que a saída do sistema discretizado sofre um atraso de 1 segundo (começando em 4s) em relação ao sistema contínuo (começando em 3s) devido ao atraso ocasionado pelo conversor A/D (segurador de ordem zero).

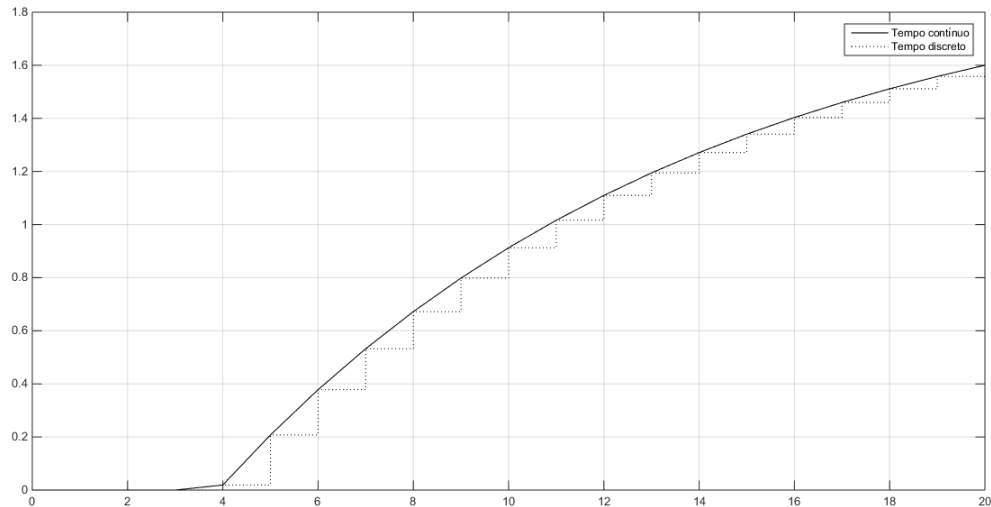


Figura 1: Saídas dos sistemas contínuo e discreto.

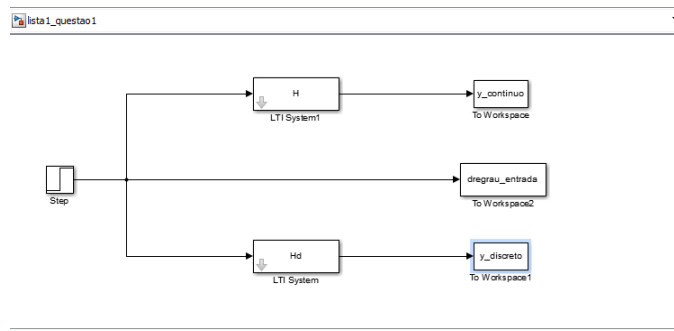


Figura 2: Modelo no *Simulink*® do item a.

2 Item b

As Figuras 3 e 4 mostram, respectivamente, os gráficos da saída do sistema afetado por um ruído aleatório gaussiano com média nula e $\lambda^2 = e^{-6}$. O modelo implementado no *Simulink*® está representado na Figura 5.

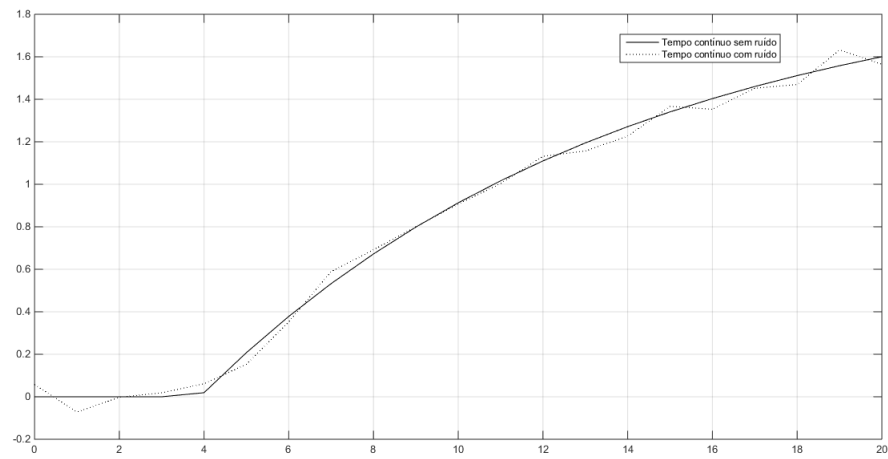


Figura 3: Saída do sistema contínuo com ruído.

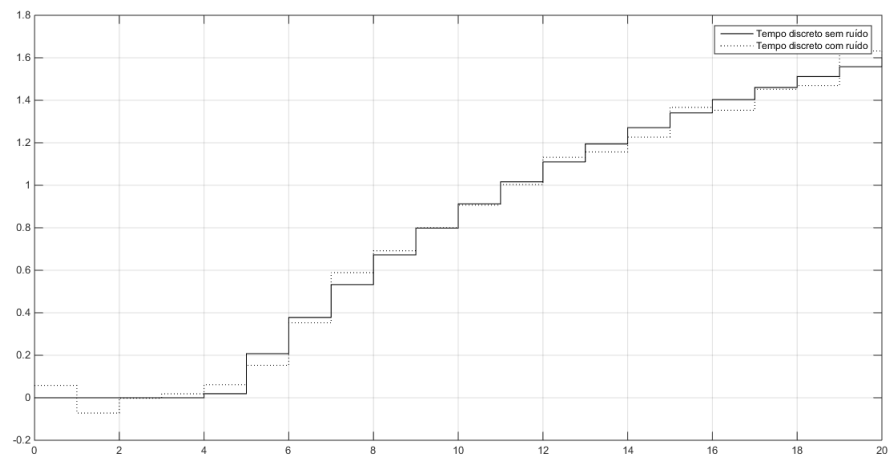


Figura 4: Saída do sistema discreto com ruído.

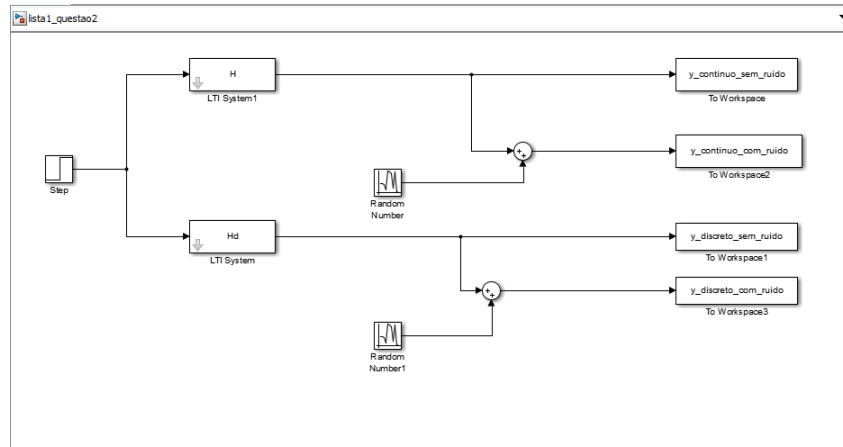


Figura 5: Modelo no *Simulink*® do item b.

3 Item c

As Figuras 6 e 7 mostram as respostas do sistema para as três formas de perturbação com variância baixa ($\lambda^2 = 0.001$) e alta ($\lambda^2 = 0.1$), respectivamente. A perturbação com variância alta aumentou a amplitude do ruído em 10 vezes em relação a perturbação com variância baixa. É possível perceber que para os dois valores de λ^2 , as perturbações filtradas tiveram sua amplitude muito próxima de zero, sendo que o filtro de 2ª ordem inibiu praticamente toda a perturbação enquanto que o filtro de 1ª ordem apresenta alguma oscilação. O modelo implementado no *Simulink*® está representado na Figura 8.

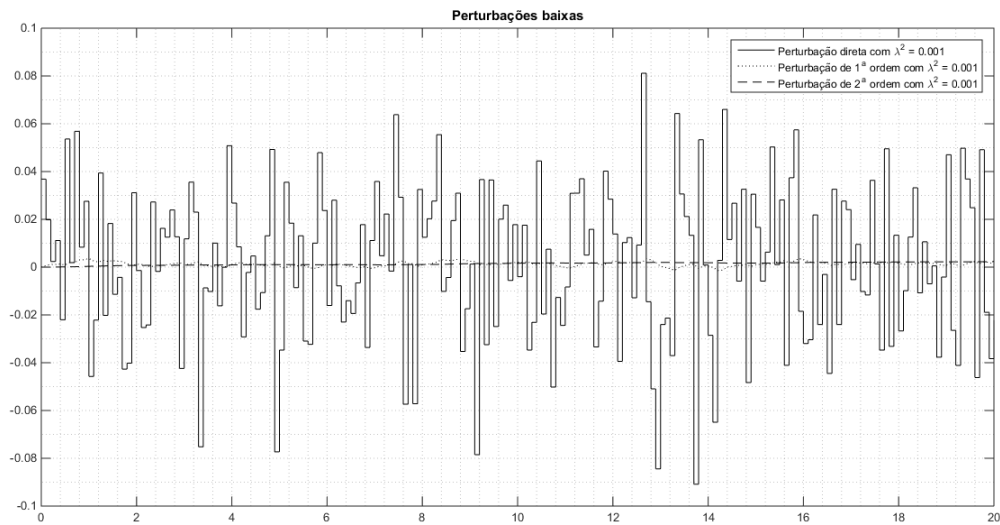


Figura 6: Perturbações de baixa intensidade.

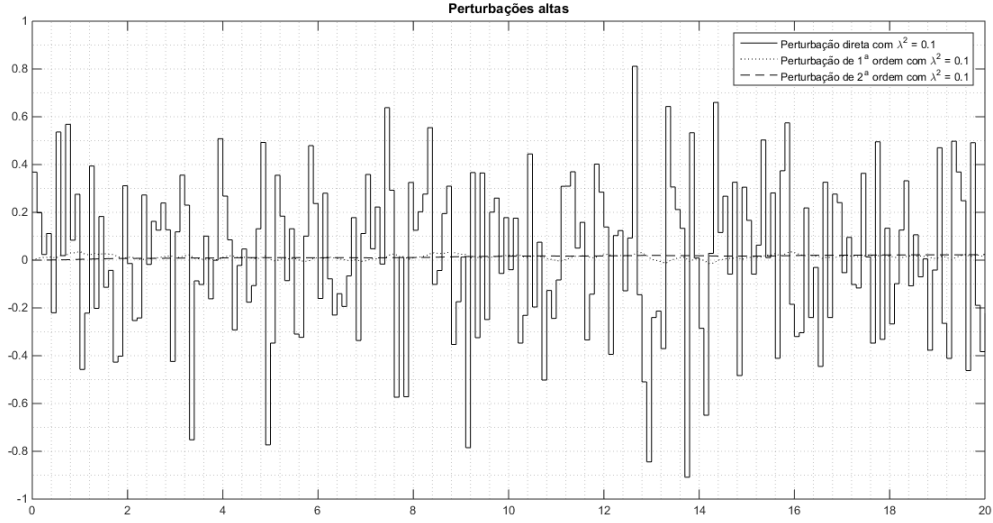


Figura 7: Perturbações de alta intensidade.

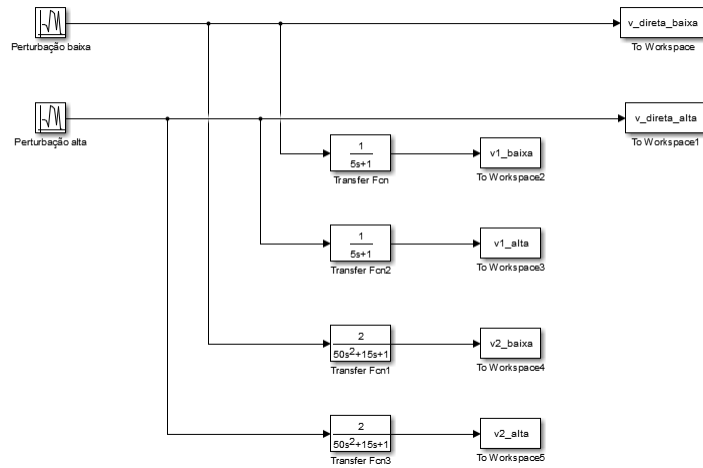


Figura 8: Modelo no *Simulink*® do item c.

As funções de transferência discretizadas com os filtros de 1ª e 2ª ordem estão são mostradas nas Figuras 9a e 9b, respectivamente.

4 Item d

Para o ruído de baixa intensidade ($\lambda^2 = 0.001$) as perturbações filtradas não alteram significativamente a saída do processo, enquanto que a perturbação direta possui um efeito maior na saída do processo, sem comprometer no entanto, a sua forma, ou seja, ainda é possível determinar o comportamento do sistema, como mostrado na Figura 10.

Para o ruído de alta intensidade ($\lambda^2 = 0.1$) as perturbações filtradas alteram a saída do processo mas sem alterar o seu comportamento, enquanto que a perturbação direta nesse caso é a que mais afeta a saída do processo, conforme mostrado na Figura 11. Com base nestes dados é possível perceber que ambos os filtros empregados na perturbação reduzem drasticamente seu efeito na saída do sistema, mesmo para altas perturbações. O modelo implementado no *Simulink*® está representado na Figura 12.

```
>> G_pert_1 = tf([1], [5 1])
G_pert_1_discreta = c2d(G_pert_1,1)
```

G_pert_1 =

$$\frac{1}{5s + 1}$$

Continuous-time transfer function.

G_pert_1_discreta =

$$\frac{0.1813}{z - 0.8187}$$

Sample time: 1 seconds

Discrete-time transfer function.

(a) $H(z)$ com filtro de 1ª ordem

```
>> G_pert_2 = tf([2], [50 15 1])
```

G_pert_2 =

$$\frac{2}{50s^2 + 15s + 1}$$

Continuous-time transfer function.

```
>> G_pert_2_discreta = c2d(G_pert_2,1)
```

G_pert_2_discreta =

$$\frac{0.01811z + 0.01639}{z^2 - 1.724z + 0.7408}$$

Sample time: 1 seconds

Discrete-time transfer function.

(b) $H(z)$ com filtro de 2ª ordem

Figura 9: $H(z)$ com filtro de 2ª ordem.

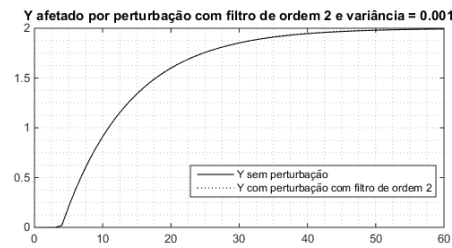
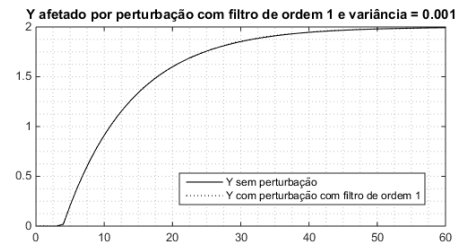
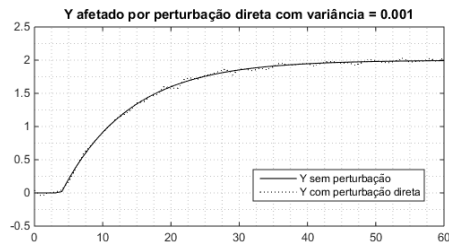


Figura 10: Comparação entre o sistema sem perturbação com as 3 perturbações de baixa intensidade.

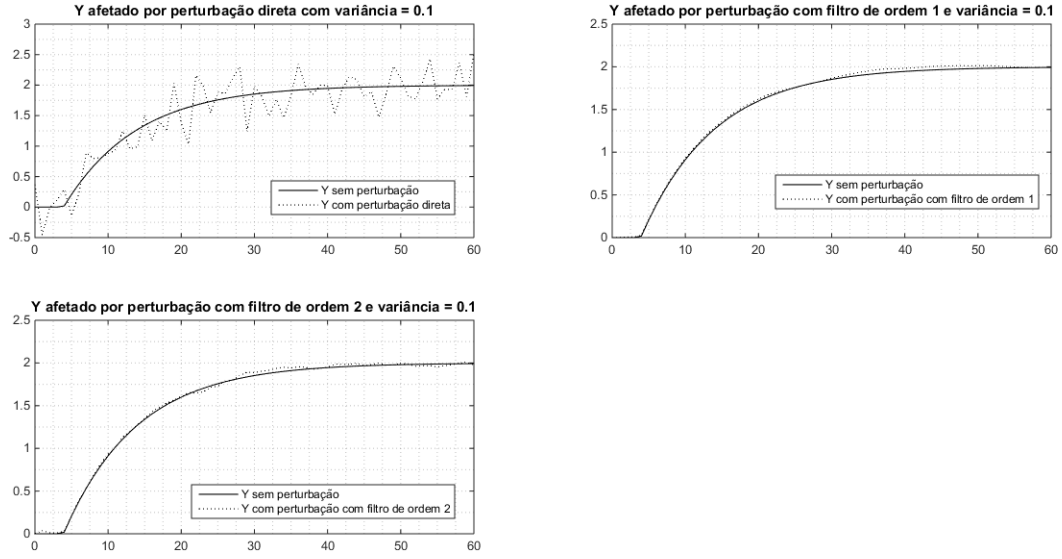


Figura 11: Comparação entre o sistema sem perturbação com as 3 perturbações de baixa intensidade.

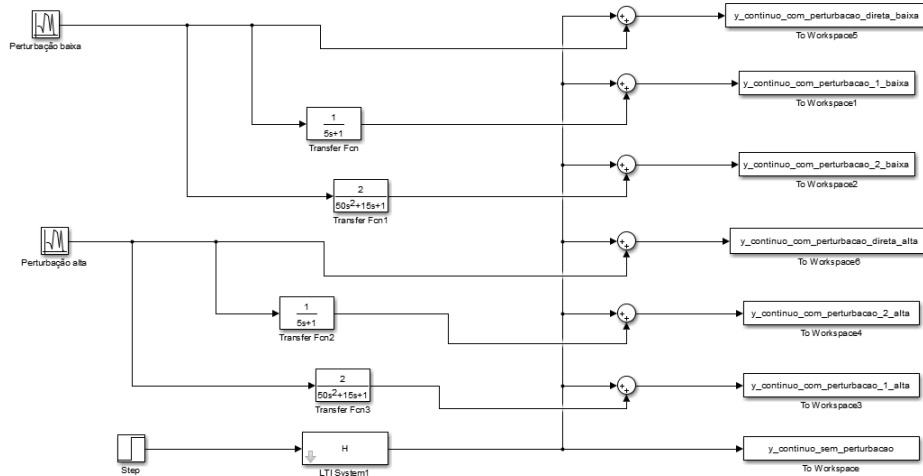


Figura 12: Modelo no *Simulink*® do item d.

5 Item e

As Figuras 13 e 14 mostram, respectivamente, a saída $y(t)$, afetada por perturbações de baixa e alta intensidade, usando sementes diferentes para criação dos ruídos de tal forma que eles não são correlacionados. Nota-se que nas duas intensidades de perturbação, a saída do sistema não sofreu um desvio muito significativo em relação à saída sem perturbação. O modelo implementado no *Simulink*® está representado na Figura 15.

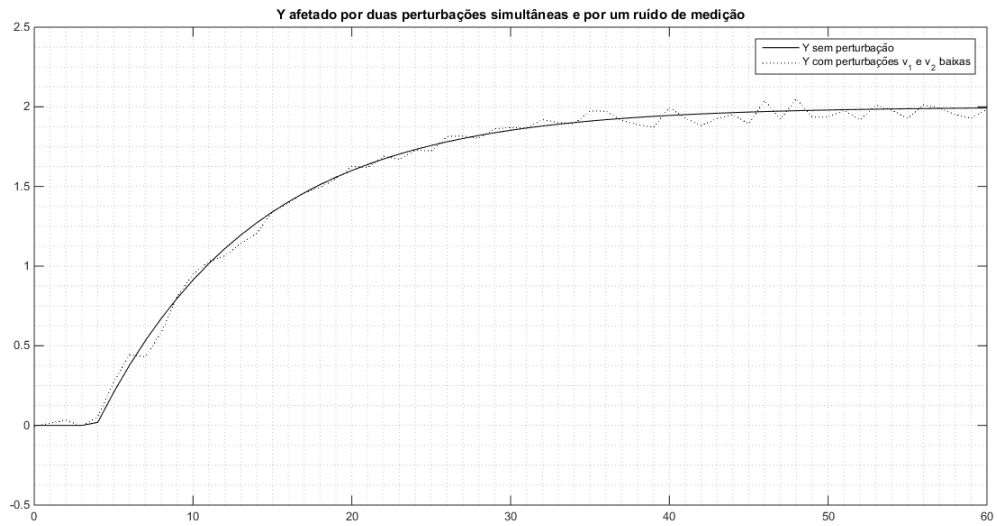


Figura 13: Saída do processo para perturbações de baixa intensidade simultâneas.

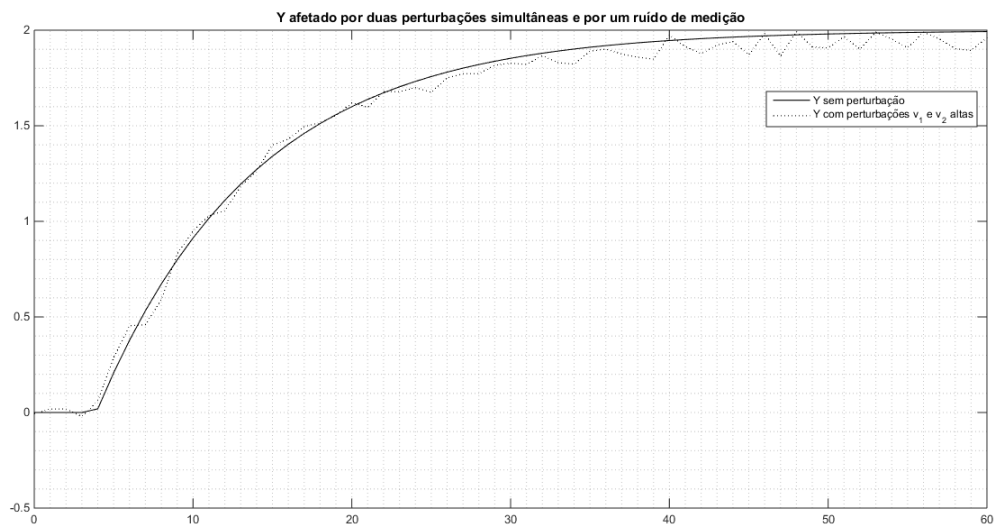


Figura 14: Saída do processo para perturbações de alta intensidade simultâneas.

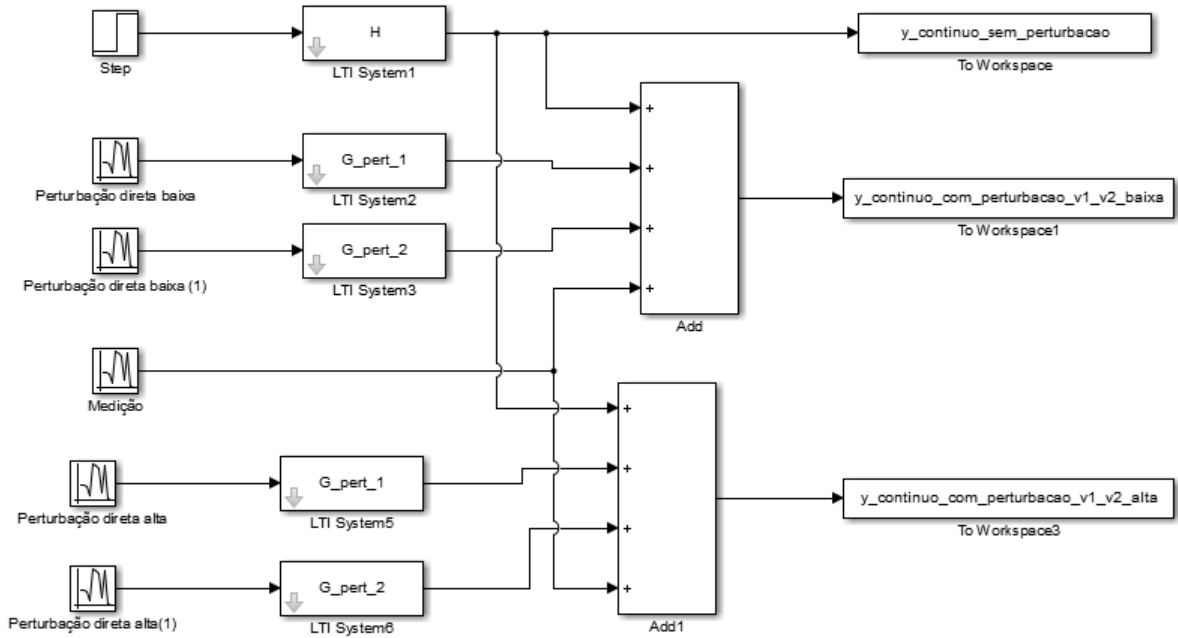


Figura 15: Modelo no *Simulink*[®] do item e.

6 Item f

A Figura 16 mostra o modelo implementado no *Simulink*[®] para obtenção da resposta ao degrau para os sistemas sem perturbação, com baixa perturbação e com alta perturbação. Estas respostas serão usadas para estimar os parâmetros e obter os modelos estimados do processo com baixa e alta perturbação, representados, respectivamente, nas equações 3 e 4.

A Figura 17 mostra a comparação entre a saída do processo sem perturbação e os dois modelos aproximados, é possível perceber que os modelos aproximados possuem grande semelhança com o processo sem perturbação, apresentando apenas um pequeno aumento de ganho e um atraso em torno de 30% maior do que o atraso original do processo, pode-se, portanto, considerar este, um método eficaz para estimativa de parâmetros, dependendo do erro admissível. O modelo do *Simulink*[®] que simula os processos estimados é mostrado na Figura 18. O tempo de estabilização para o processo estimado com perturbações de baixa intensidade é: $t_s = 46 \text{ segundos}$.

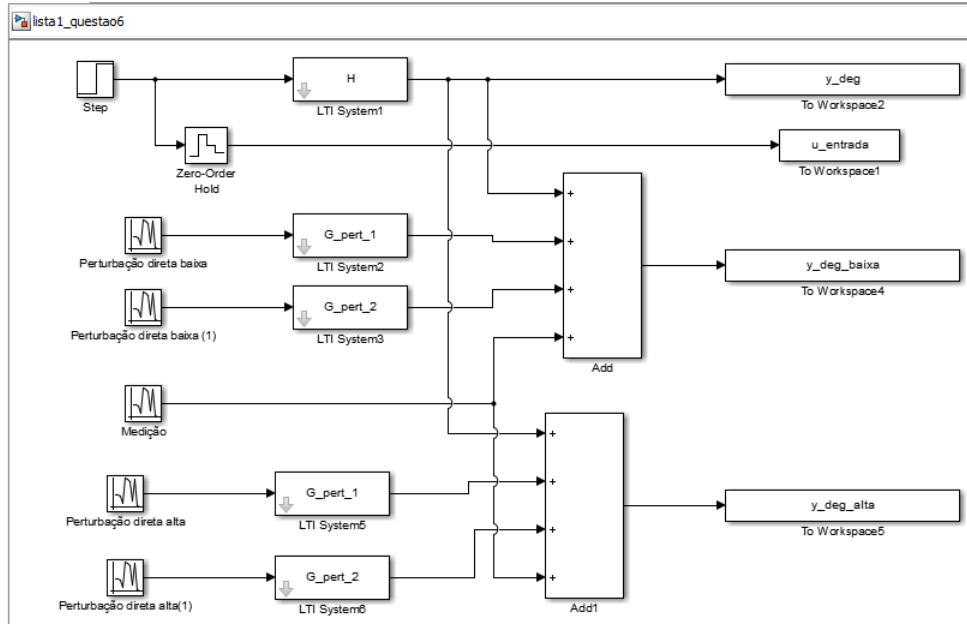


Figura 16: Modelo no *Simulink*® do item f.

$$H_{\text{estimado}} (\text{baixa perturbação}) = \frac{2.057}{10.13s + 1} e^{(-4.59s)}, \text{ onde } \tau = 10.13 \text{ segundos, } \theta = 4.59 \text{ segundos e } k = 2.057 \quad (3)$$

$$H_{\text{estimado}} (\text{alta perturbação}) = \frac{2.057}{11.48s + 1} e^{(-4s)}, \text{ onde } \tau = 11.48 \text{ segundos, } \theta = 4. \text{ segundos e } k = 2.057 \quad (4)$$

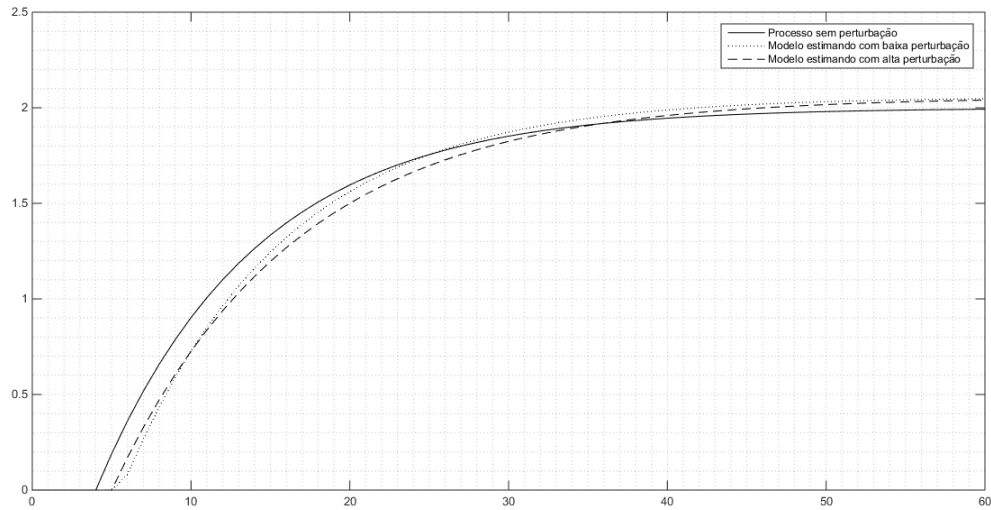


Figura 17: Comparação dos modelos aproximados com a saída do processo sem perturbação.

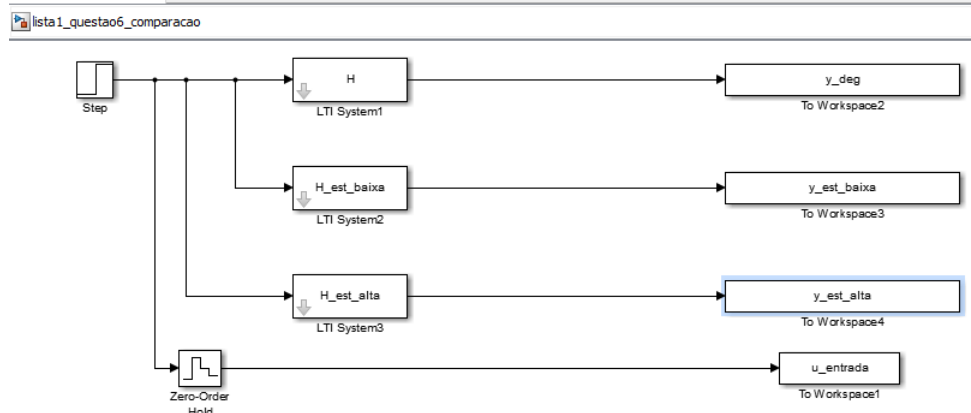


Figura 18: Modelo no *Simulink*® do item f.

7 Item g

A Figura 19 mostra o modelo implementado no *Simulink*® para obtenção das respostas ao pulso unitário, mostradas na Figura 20. A partir destas respostas, apenas para o processo sem perturbação é possível visualizar de forma clara a função peso do sistema, em ambas as respostas com perturbação não é possível identificar a função peso.

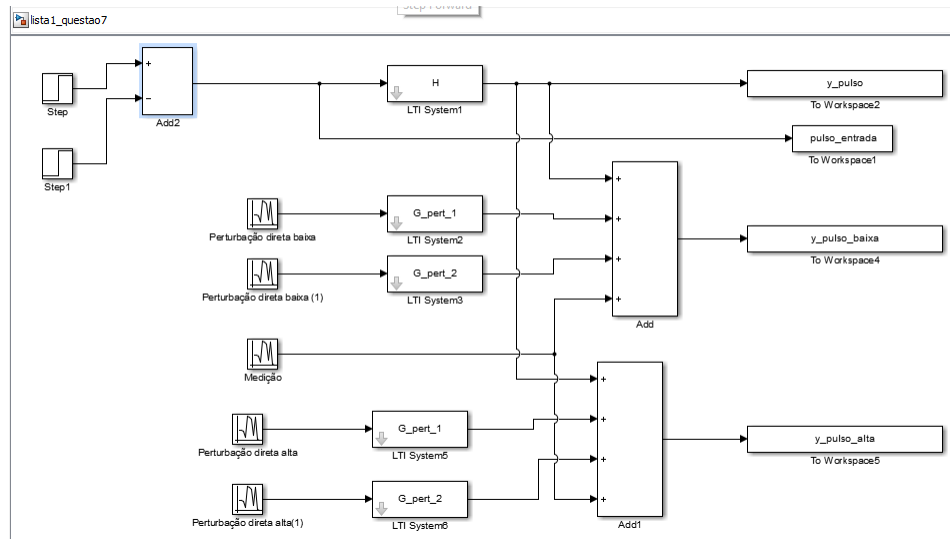


Figura 19: Modelo no *Simulink*® do item g.

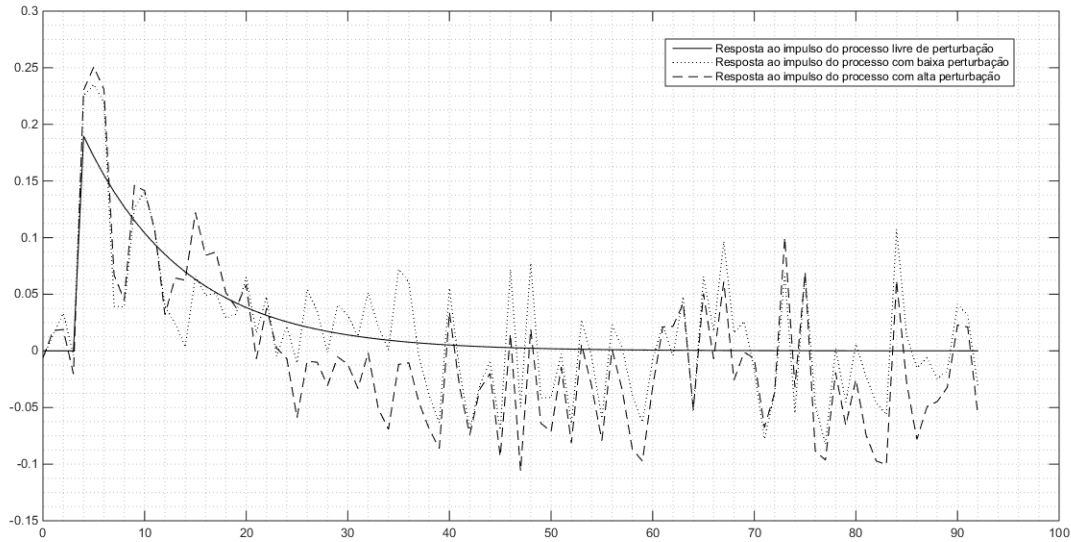


Figura 20: Resposta do processo ao pulso unitário para todos os tipos de perturbação.

8 Item h

A Figura 21 mostra o modelo implementado no *Simulink*® para obtenção das respostas ao degrau do processo sem perturbação que será comparada com a convolução da resposta ao pulso unitário (do processo sem perturbação) com o degrau de entrada. A Figura 22 mostra esta comparação. As saídas do processo obtidas via somatório de convolução estão representadas na Figura 23. Percebe-se que para o processo com perturbação de alta amplitude, não é mais possível observar o comportamento esperado da saída, enquanto que para perturbações de baixa amplitude o sistema apresenta um comportamento parecido com o esperado. A Figura 22 mostra que convolução do pulso unitário sem perturbação com o degrau provê uma resposta praticamente igual à resposta do sistema ao degrau, sem perturbação.

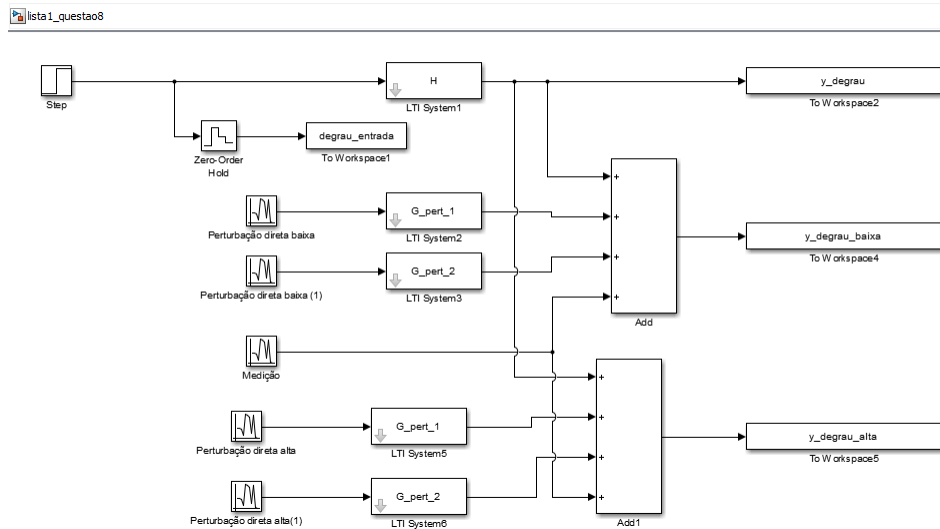


Figura 21: Modelo no *Simulink*® do item h.

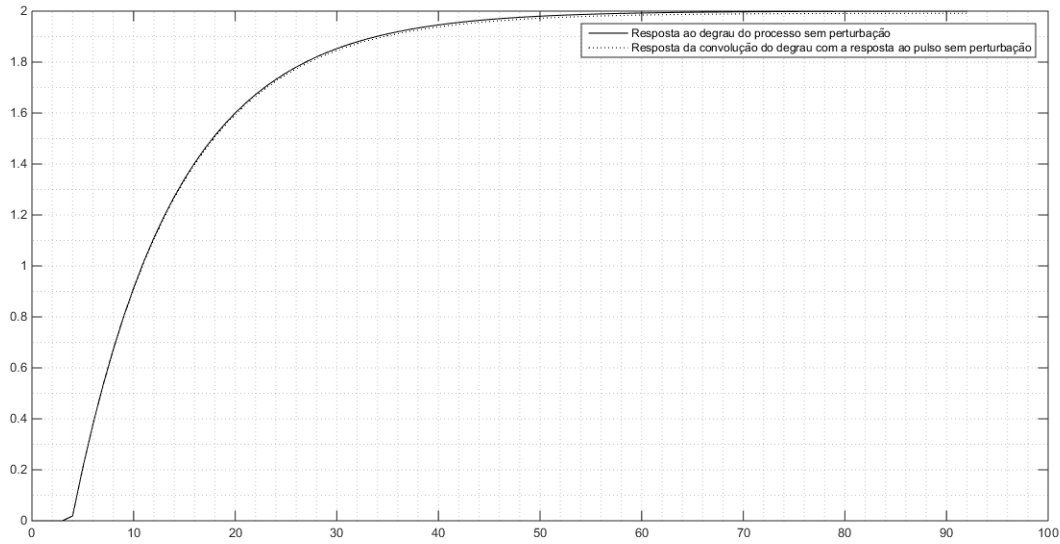


Figura 22: Comparação entre a resposta ao degrau e a resposta via convolução, do processo sem perturbação.

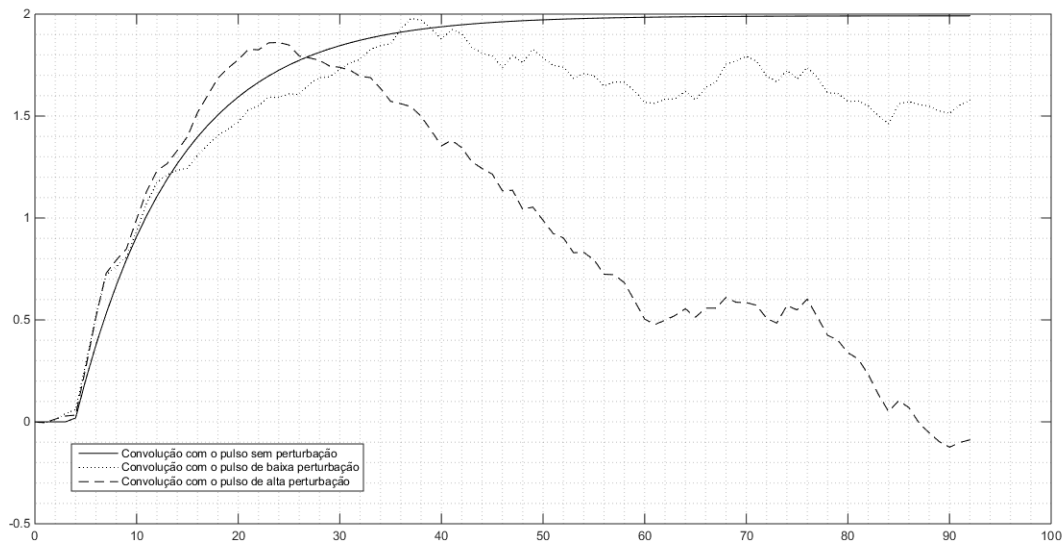


Figura 23: Saídas do processo para os diferentes tipos de perturbação, obtidas via somatório de convolução.

9 Item i

A Figura 24 mostra o modelo implementado no *Simulink*[®] para obtenção das respostas do processo sem, com baixa e com alta perturbação, ao ruído para serem utilizadas na obtenção da função peso (resposta impulsiva) para cada um dos casos de perturbação. As Figuras 25, 26 e 27 mostram a comparação, entre as respostas impulsivas obtidas no item “g” com as respostas obtidas via análise de correlação com $N = 1000$ para o processo sem perturbação, com perturbação de baixa amplitude e com perturbação de alta amplitude, respectivamente.

Ao observar as Figuras 25, 26 e 27 é possível notar que para os casos em que há perturbação a função-peso diverge bastante da função-peso encontrado no item “g” (resposta do processo ao pulso unitário), isto ocorre porque com $N = 1000$ não são utilizados pontos suficientes da resposta do processo ao ruído, para o cálculo da função-peso

$g(t)$, entretanto, para o caso sem perturbação percebe-se que a função-peso obtida através da análise de correlação segue um comportamento parecido com a resposta ao pulso unitário, enquanto que para o caso com perturbação de alta amplitude, a convolução com a função-peso da análise de correlação apresentou um comportamento totalmente diferente da convolução com a resposta impulsiva (do item “g”).

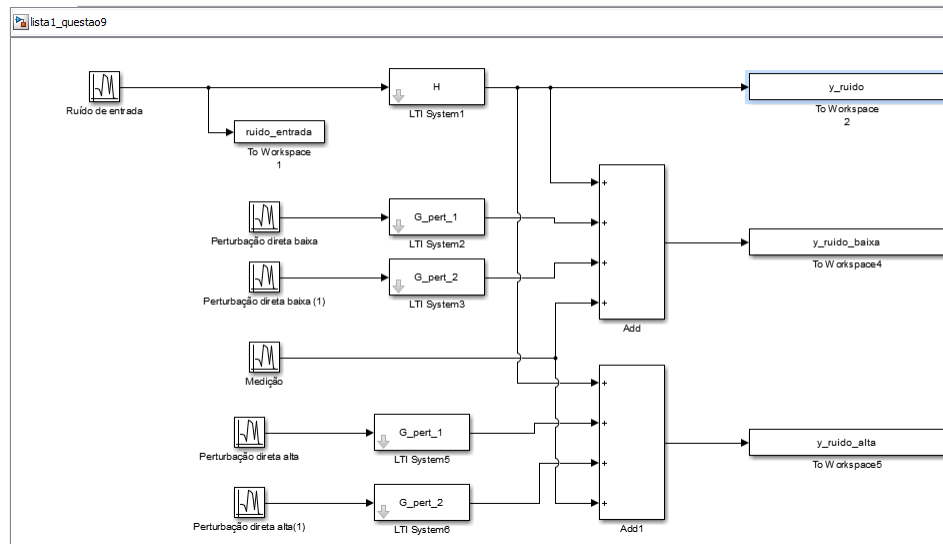


Figura 24: Modelo no *Simulink*® do item i.

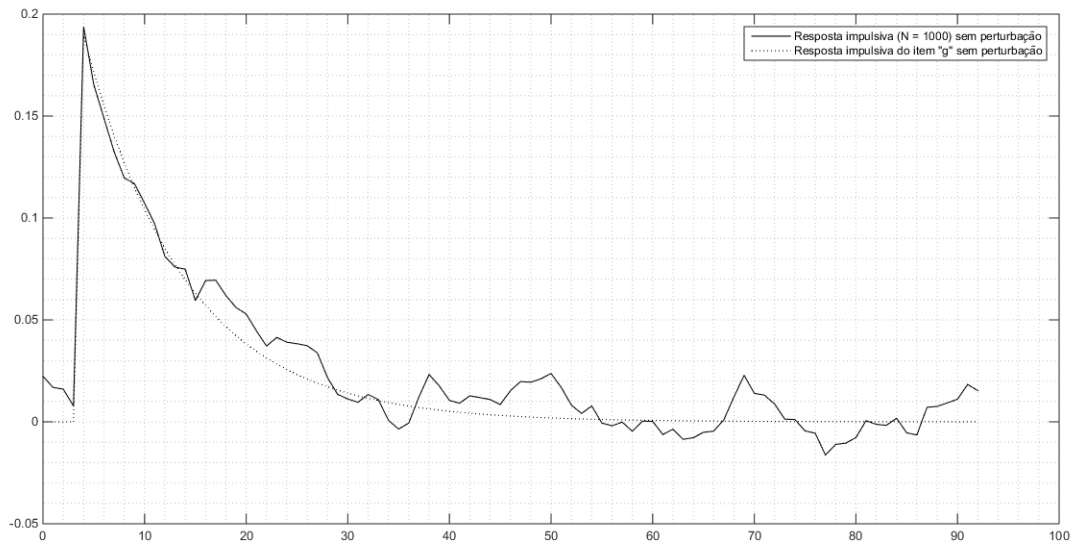


Figura 25: Comparação do processo sem perturbação entre as respostas impulsivas do item “g” e via análise de correlação.

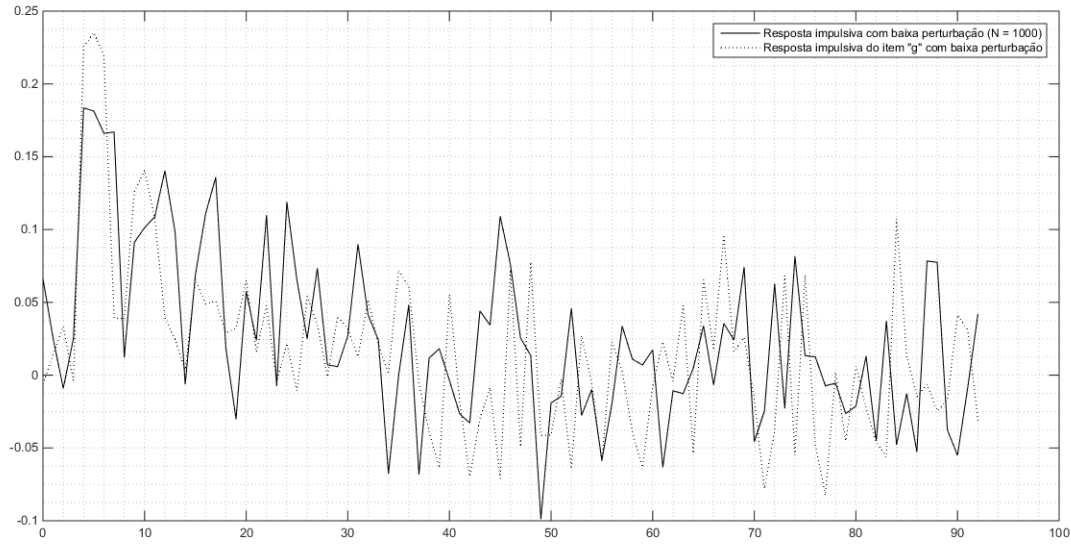


Figura 26: Comparação do processo com baixa perturbação entre as respostas impulsivas do item “g” e via análise de correlação.

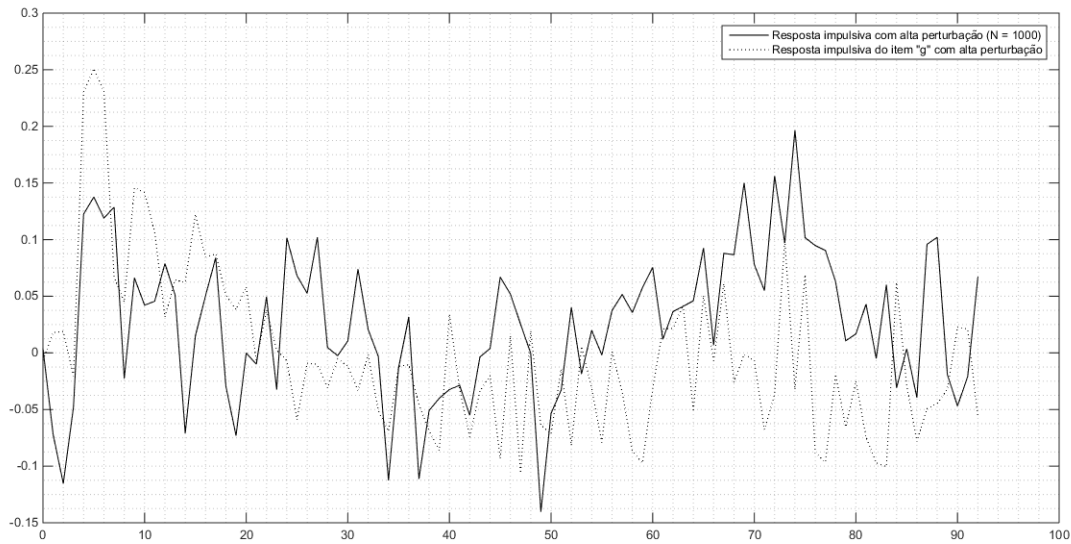


Figura 27: Comparação do processo alta perturbação entre as respostas impulsivas do item “g” e via análise de correlação.

10 Item j

O modelo utilizado no *Simulinnk*® para este item é o mesmo da Figura 21, pois o degrau de entrada utilizado para fazer a convolução é o mesmo do referido item. As Figuras 28, 29 e 30 mostram, respectivamente, para o processo sem perturbação, com baixa e com alta perturbação, a comparação entre as saídas do processo resultando da convolução do degrau com a resposta ao pulso unitário e da convolução do degrau com a função-peso obtida via análise de correlação. É possível notar que para os processos sem perturbação e com baixa perturbação, as saídas do processo possuem o mesmo comportamento, apesar de apresentarem um desvio em relação ao ganho (a

convolução com a função-peso obtida via análise de correlação apresentou maior ganho).

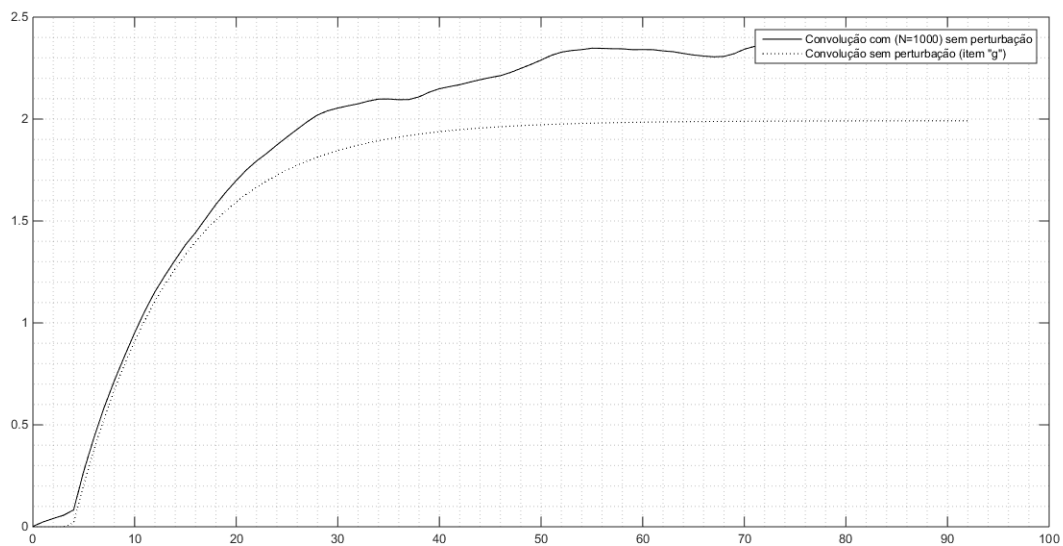


Figura 28: Comparação do processo sem perturbação entre a convolução do degrau com, as as respostas impulsivas do item “g” e com a função-peso obtida via análise de correlação.

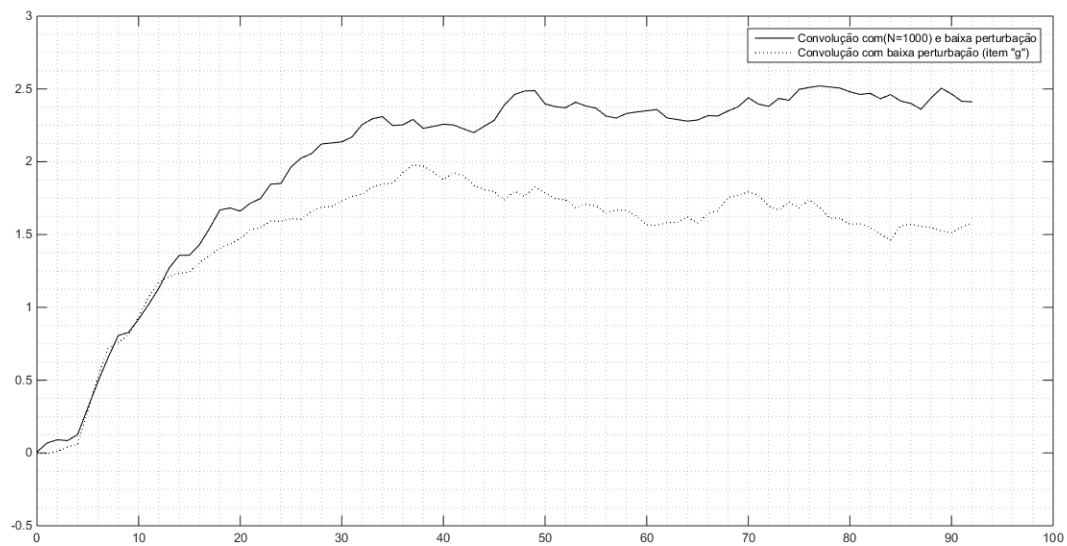


Figura 29: Comparação do processo com baixa perturbação entre a convolução do degrau com, as as respostas impulsivas do item “g” e com a função-peso obtida via análise de correlação.

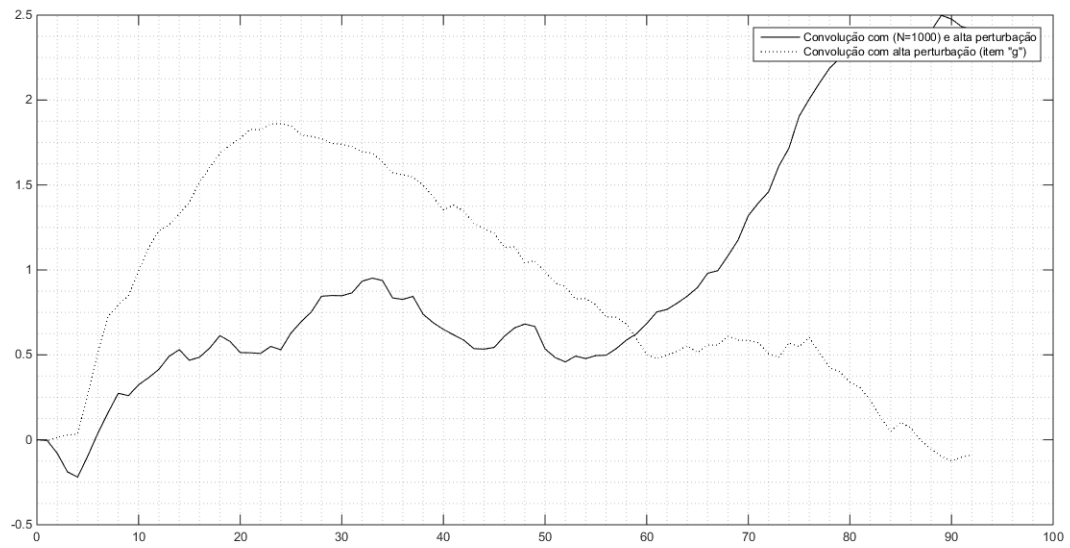


Figura 30: Comparação do processo com alta perturbação entre a convolução do degrau, com as as respostas impulsivas do item “g” e com a função-peso obtida via análise de correlação.