

Universidade de São Paulo
Escola Politécnica da USP
Programa de Pós-Graduação em Engenharia Elétrica
Disciplina: Identificação de Sistemas
Solução da Lista 2

Danilo Henrique Costa Souza

02 de Maio de 2016

1 Item a

Este item foi respondido na lista anterior. O valor encontrado para o tempo de estabilização foi $t_s = 46$

2 Item b

Fazendo $T = \frac{\tau}{10} = \frac{10}{10}$ e $T = \frac{t_s}{10} = \frac{46}{10}$, obtém-se, respectivamente, $T = 1$ e $T = 4,6$ segundos, portanto, o tempo de amostragem T mais adequado para o processo em questão é $T = 1$

3 Item c

A função de transferência $G(q)$ do processo é mostrada na equação 1 e o modelo discreto da perturbação v_1 é mostrado na equação 2, pode-se extrair, portanto, a expressão para $y(t)$, mostrada na equação 3. O processo descrito nesta equação como ser classificado como BJ, as ordens dos polinômios $B(q)$, $F(q)$, $C(q)$ e $D(q)$ são, respectivamente, 4, 1, 1 e 1.

$$G(q) = \frac{0.1903q^{-4}}{1 - 0.9048q^{-1}} \quad (1)$$

$$H_{v_1}(q) = \frac{0.1823q^{-1}}{1 - 0.8187q^{-1}} \quad (2)$$

$$y(t) = \frac{B(q)}{F(q)} + \frac{C(q)}{D(q)} = \frac{0.1903q^{-4}}{1 - 0.9048q^{-1}}u(t) + \frac{0.1823q^{-1}}{1 - 0.8187q^{-1}}e(t) \quad (3)$$

4 Item d

As Figuras 1, 2 mostram, respectivamente, as saídas do processo sem perturbação e com as perturbações v_1 e v_2 . Analisando estas imagens, é possível perceber que para as duas intensidades de perturbação não há diferença entre o sinal puro de perturbação ($t < 275$) e o sinal do processo com perturbação ($t \geq 275$), ou seja, não é possível identificar visualmente o comportamento do sistema.

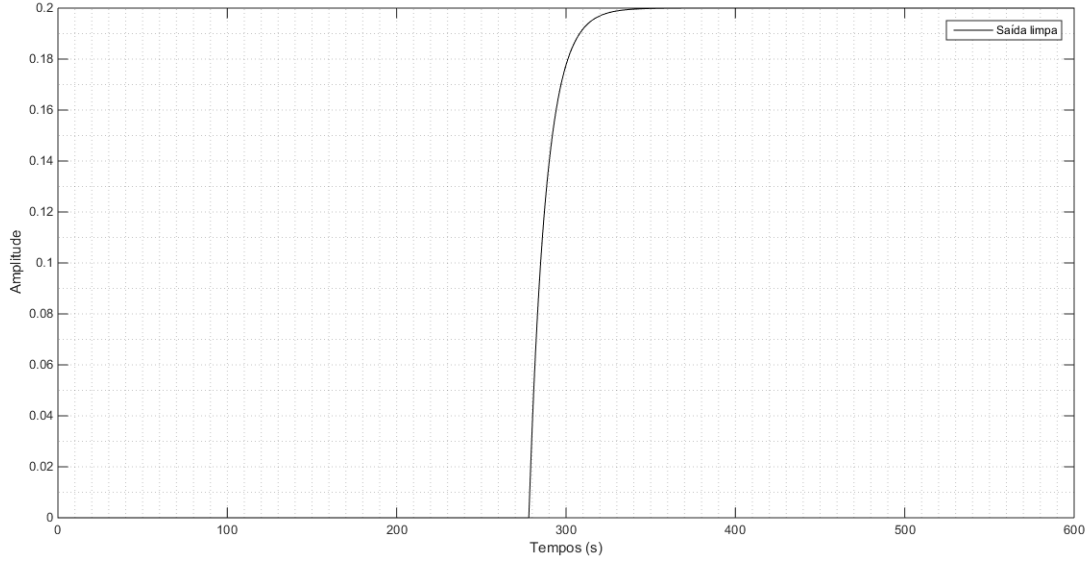


Figura 1: Saída limpa do processo.

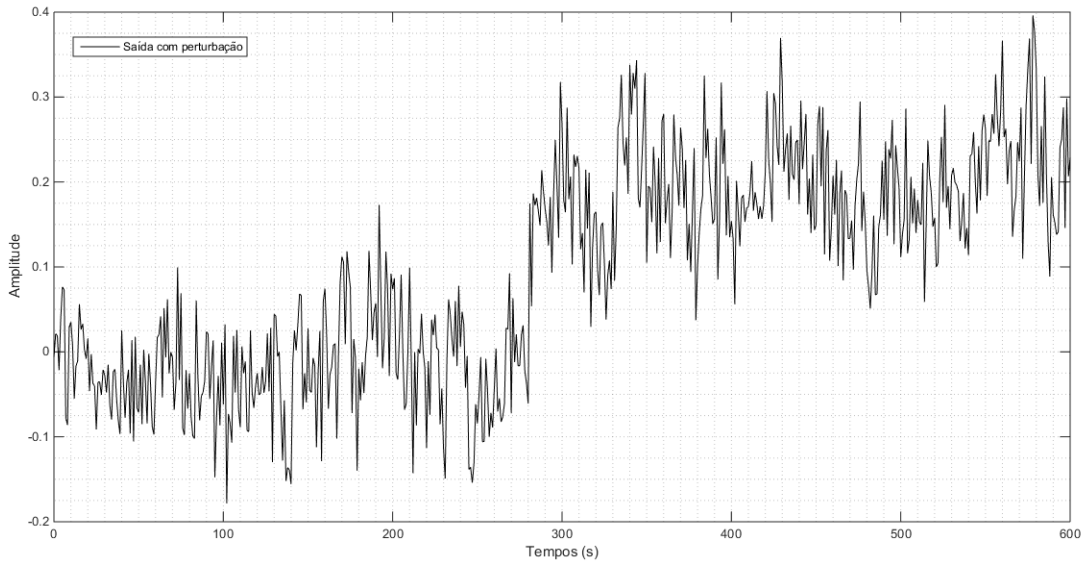


Figura 2: Saída do processo com as perturbações v_1 e v_2 .

5 Item e

Considerando a função de transferência discreta do processo na equação 1, apenas os parâmetros do polinômio $B(q)$ apresentaram leve divergência para a estimativa usando as estruturas ARX, ARMAX e BJ, apresentando $f_1 = 0.9049$, os outros parâmetros obtidos são iguais aos da equação 1.

A Figura 3 mostra a comparação da resposta do modelo ao degrau com a resposta ao degrau dos modelos estimados, apenas a resposta ao degrau do modelo FIR apresentou diferença em relação ao modelo real livre de perturbação.

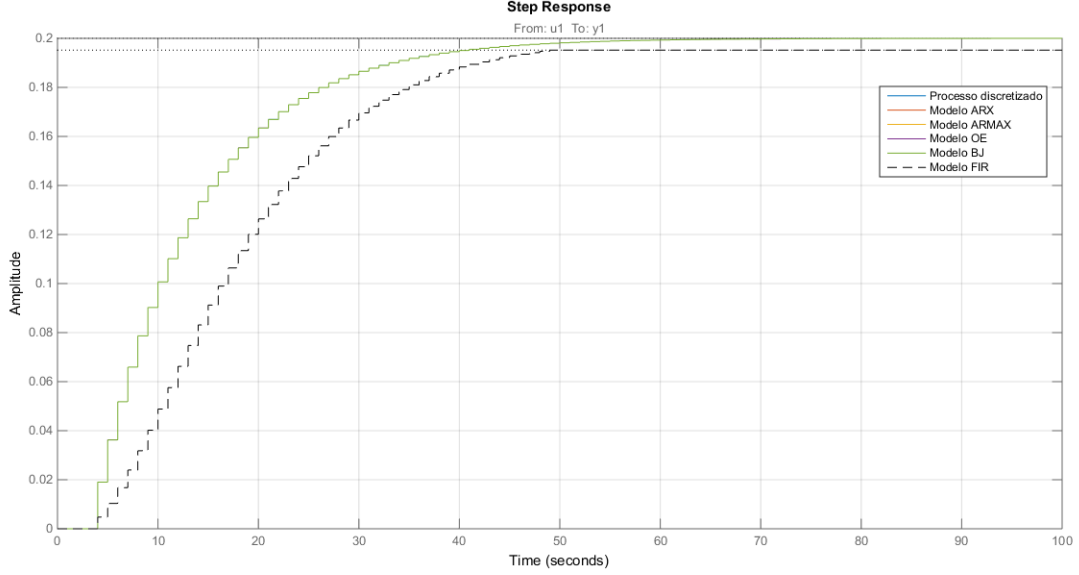


Figura 3: Comparação da resposta ao degrau dos modelos estimados com o modelo real livre de perturbação.

As predições para infinitos passos à frente usando os modelos estimados foram comparadas, com a saída limpa do processo e com a saída afetada por v_1 e v_2 , apresentadas respectivamente, nas Figuras 4 e 5. Para o processo com perturbação a predição não apresentou bons resultados (com exceção do FIR), apresentando um “fit” de $\pm 6 - 8\%$, o que é esperado, uma vez que os modelos foram estimados usando dados coletados da saída do processo sem perturbação. O modelo FIR apresentou um “fit” de 27% para o modelo obtido com dados afetados por perturbação em comparação com a saída do processo afetada por perturbação, em outras palavras, ao analisar a Figura 5 é possível perceber que o modelo FIR consegue representar exatamente a perturbação do processo até o instante $t = t_s = 46$, que foi o número de coeficientes utilizados para estimar o modelo FIR, portanto é possível concluir que o modelo FIR é capaz de modelar as perturbações do processo para $t = n_b * T$ segundos, onde n_b é o número de coeficientes estimados da função-peso do modelo FIR e T é o período de amostragem, apesar de apresentar uma perda no ganho. Este comportamento do modelo FIR também se repete na Figura 4 quando o modelo é comparado com a saída limpa do processo, é possível perceber que o ganho do modelo FIR cai em $t = t_s$.

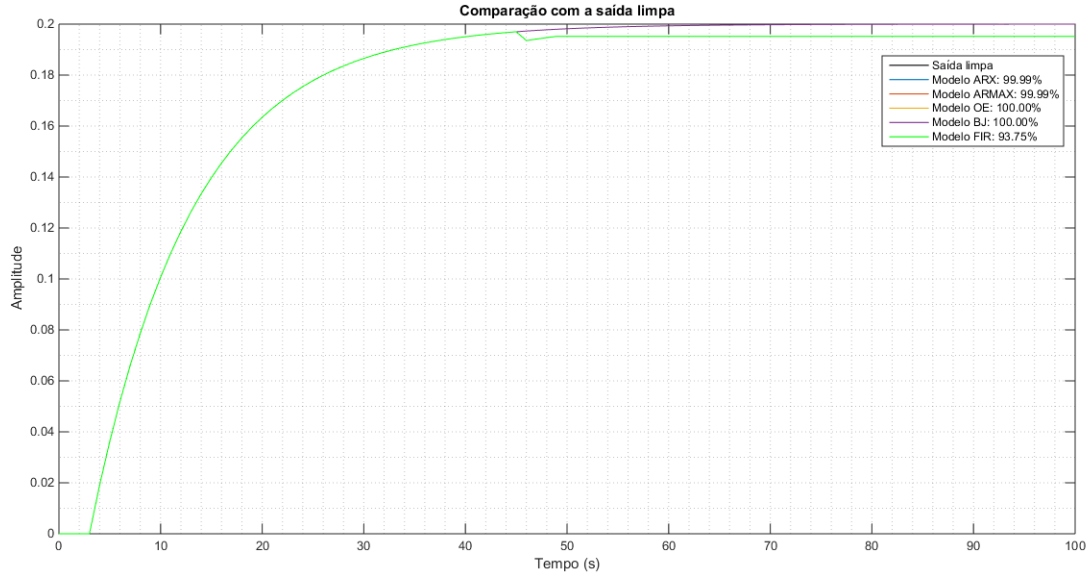


Figura 4: Comparação dos modelos com a saída limpa.

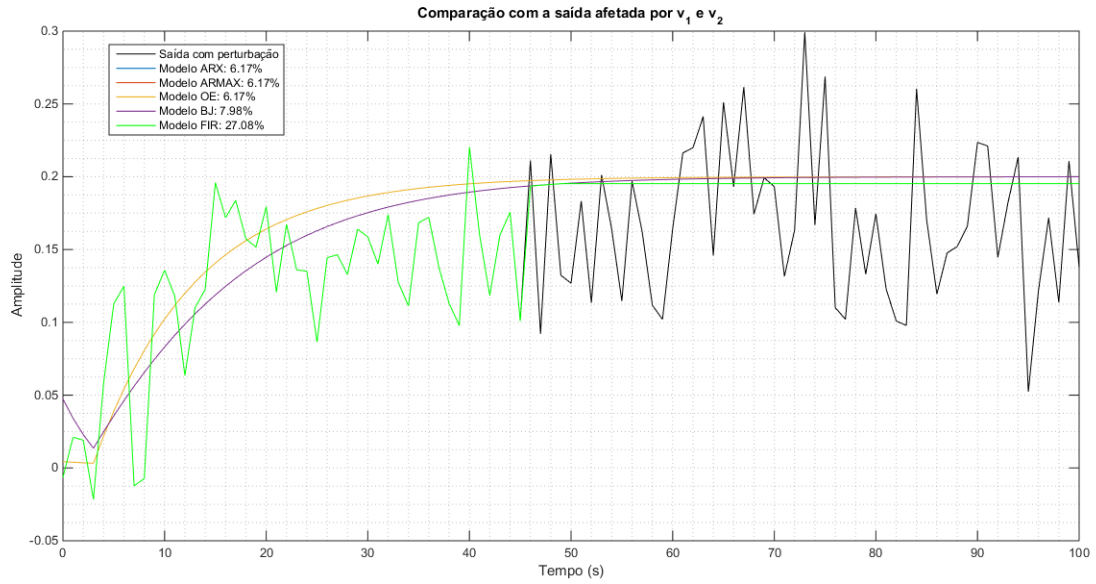


Figura 5: Comparação dos modelos com a saída afetada pelas perturbações v_1 e v_2 .

6 Item f

Dos modelos obtidos no item “e”, apenas o modelo FIR apresentou um ganho estacionário diferente dos demais, entretanto essa diferença é de menos de 5%, os outros modelos apresentaram ganho igual ao do sistema real.

7 Item g

A Figura 6 mostra a função peso do modelo FIR obtido no item “e” e da resposta impulsiva do processo sem perturbação. Os primeiros 12 coeficientes (não nulos) no modelo FIR apresentaram um amortecimento, ou seja,

são menores do que os da resposta impulsiva, entretanto, a partir de em torno do 12º coeficiente, o modelo FIR apresenta valores ligeiramente maiores do que os valores da resposta ao impulso, mas o comportamento permanece o mesmo, em outras palavras, a diferença de comportamento entre o modelo FIR e a resposta impulsiva existe apenas nos primeiros coeficientes das respectivas funções-peso.

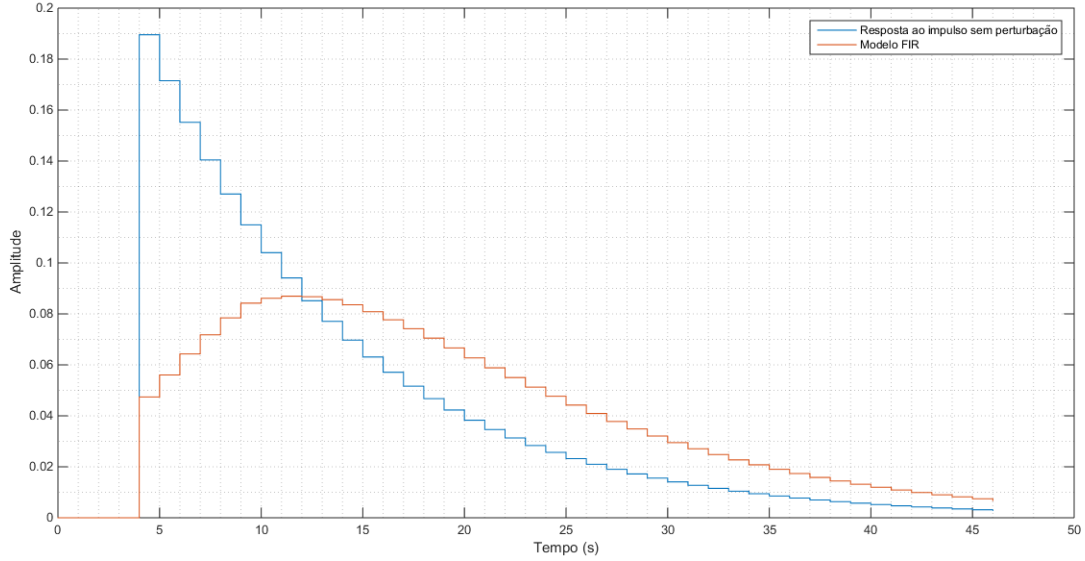


Figura 6: Coeficientes da função peso do modelo FIR e da resposta impulsiva do processo sem perturbação.

8 Item h

As funções de transferência estimadas para os modelos AR, ARMAX, BJ e OR estão listadas abaixo, respectivamente:

- $G(q)_{AR} = \frac{1.163z^{-4}}{1-0.2404z^{-1}}$
- $G(q)_{ARMAX} = \frac{0.2184z^{-4}}{1-0.8656z^{-1}}$
- $G(q)_{OE} = \frac{0.2146z^{-4}}{1-0.8663z^{-1}}$
- $G(q)_{BJ} = \frac{0.2156z^{-4}}{1-0.8676z^{-1}}$

Analisando as funções de transferência acima nota-se que, embora todos os modelos estimados tenham divergido do modelo original (o que é esperado devido às perturbações), eles possuem grande semelhança entre si, com exceção do modelo AR que apresentou valores de parâmetros muito distantes dos outros 3 modelos. Essa diferença fica mais clara na Figura 7, que mostra a resposta ao degrau de todos os modelos estimados com dados coletados do processo com perturbação.

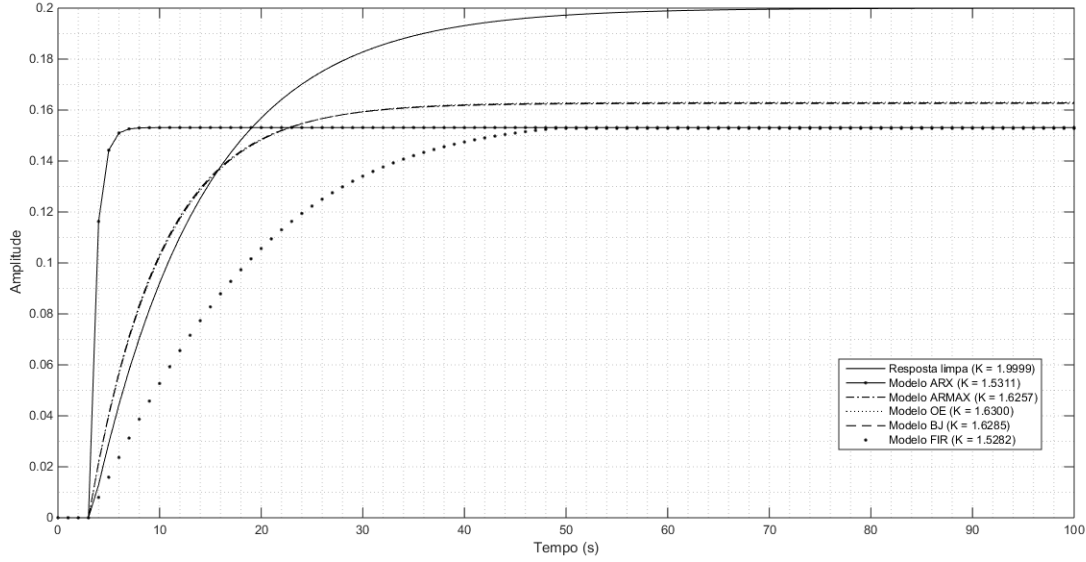


Figura 7: Resposta ao degrau do processo limpo e dos modelos estimados com dados coletados com perturbação.

Na Figura 8 é mostrada uma comparação das respostas ao degrau de cada modelo (AR, ARMAX, OE, BJ e FIR) estimados com dados coleados com e sem perturbação. Como esperado, todos o modelos estimados com dados coletados com perturbação obtiveram um ganho abaixo dos modelos estimados com dados coletados sem perturbação, porém, apresentaram o mesmo comportamento. A exceção foi o modelo AR, que para o modelo estimado com perturbação, apresentou um tempo de estabilização menor do que o modelo estimado sem perturbação, para este modelo a curva do processo ficou mais parecida com o próprio degrau de entrada.

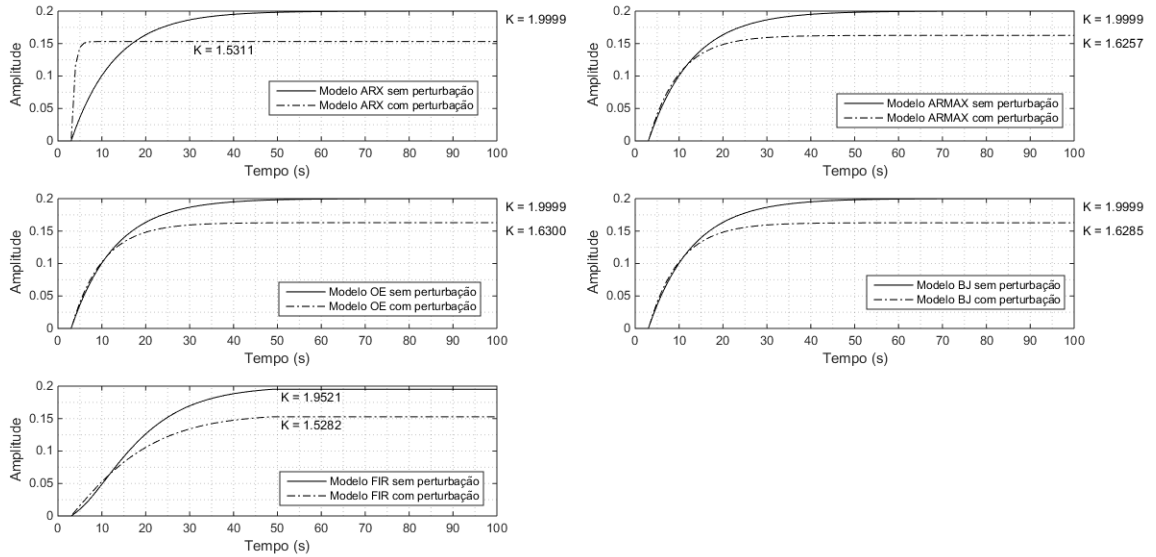


Figura 8: Comparação entre os modelos estimados com dados coletados com e sem perturbação.

9 Item i

Na Figura 7 são mostrados os ganhos dos modelos estimados com perturbação e do processo limpo, percebe-se que os modelos ARMAX, OE e BJ apresentaram ganhos muito parecidos de aproximadamente 82% do ganho estacionário

do processo, enquanto que os modelos AR e FIR também apresentaram ganhos parecidos, porém abaixo dos outros modelos, ficando em torno de 75% do ganho estacionário do processo.

10 Item j

As funções de transferência estimadas para os modelos AR, ARMAX, BJ e OR (estimados com duas entradas) estão listadas abaixo, respectivamente:

- $G(q)_{AR} = \frac{1.189z^{-4}}{1-0.2208z^{-1}}$
- $G(q)_{ARMAX} = \frac{0.2361z^{-4}}{1-0.8535z^{-1}}$
- $G(q)_{OE} = \frac{0.2341z^{-4}}{1-0.855z^{-1}}$
- $G(q)_{BJ} = \frac{0.2343z^{-4}}{1-0.8548z^{-1}}$

As funções de transferência acima apresentadas permitem chegar à mesma conclusão já apresentada no item h, para o processo com duas entradas (degrau mais o ruído de medição e_1).

A Figura 9 mostra a resposta ao degrau dos modelos estimados com perturbação para as duas entradas (degrau mais e_1). As análises feitas no item anterior também são válidas para o caso com duas entradas, com exceção de que no caso apresentado neste item, o ganho estacionário para todos os modelos foi ligeiramente menor.

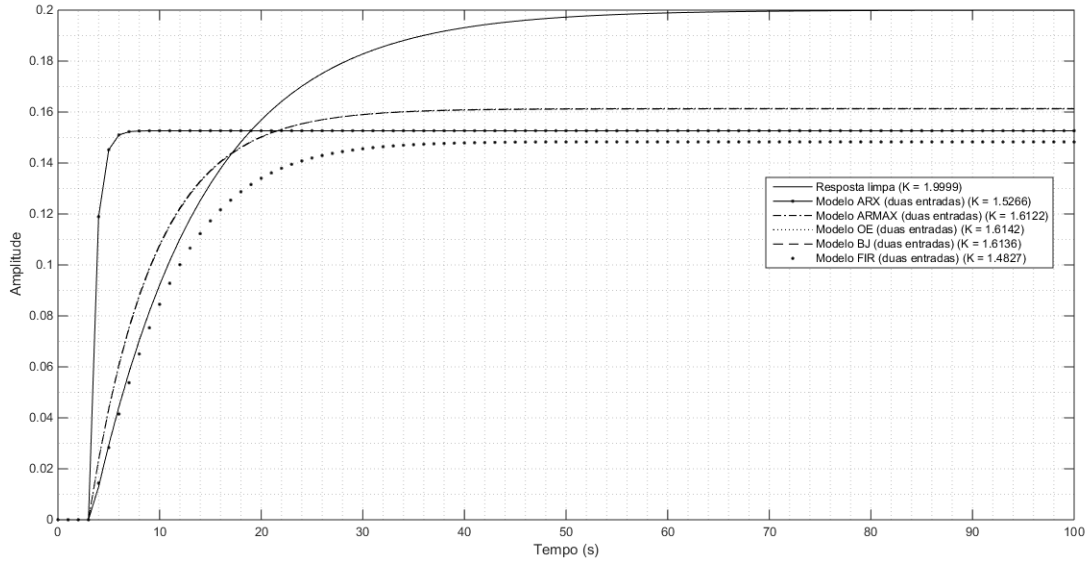


Figura 9: Resposta ao degrau do processo limpo e dos modelos estimados com dados coletados com perturbação (para duas entradas).

As Figuras 10 e 11 mostram, respectivamente, a comparação do processo sem e com perturbação, com os modelos gerados para uma e para as duas entradas (degrau mais e_1). Analisando o “fit” das comparações percebe-se que os modelos obtidos com apenas uma entrada foram ligeiramente superiores aos modelos obtidos com duas entradas, isto se deve à presença do ruído de medição e_1 , que ocasiona uma variação do degrau de entrada, afetando assim os valores de saída do processo. Neste experimento o ruído de medição possui variância de baixa amplitude ($\sigma^2 = e^{-6}$), mas se essa variância tiver um amplitude significativa em relação ao sinal de entrada, o ruído afetaria o modelo de tal forma que o “fit” estaria abaixo do desejado, uma solução para contornar este problema seria utilizar o máximo valor de entrada possível que ocasiona em uma perda mínima de materiais e/ou produtos na hora da coleta de dados na planta.

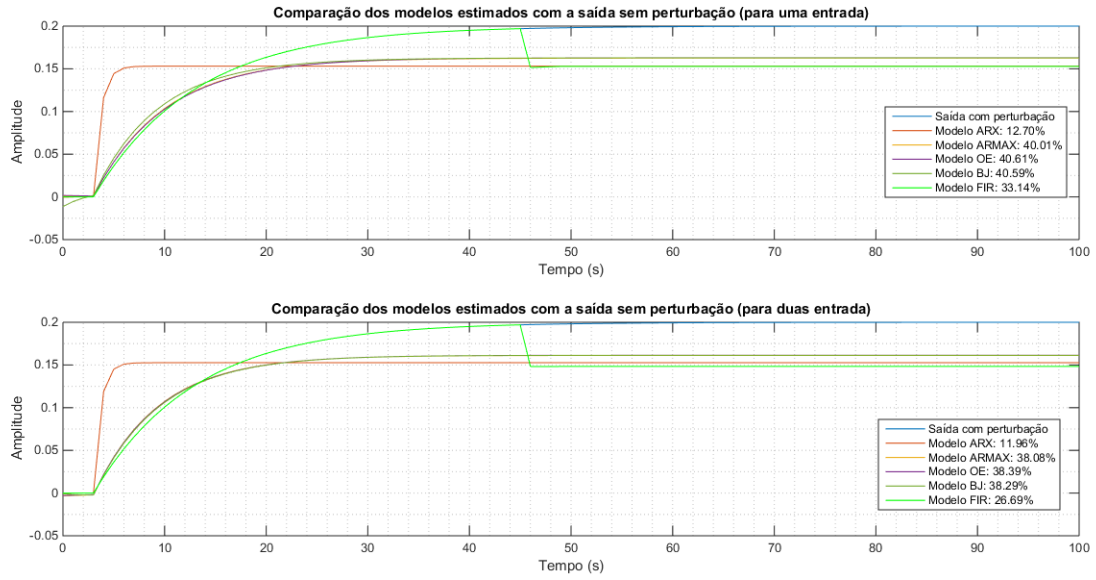


Figura 10: Comparação dos modelos com uma entrada e com duas entradas para o processo sem perturbação.

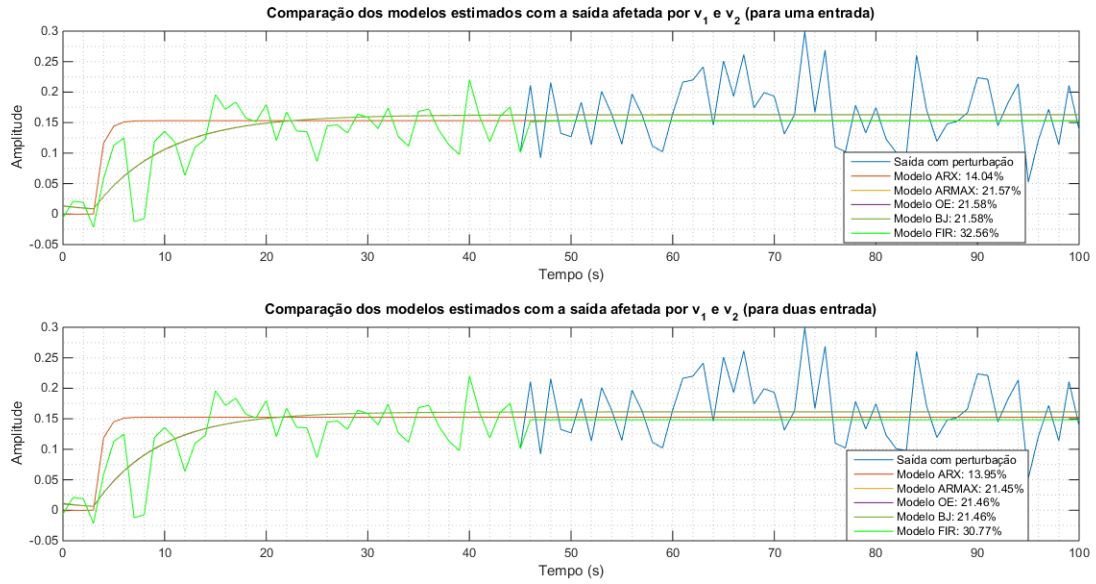


Figura 11: Comparação dos modelos com uma entrada e com duas entradas para o processo com perturbação.

11 Item k

As Figuras 12 e 13 mostram, respectivamente, a comparação dos ganhos dos modelos obtidos sem perturbação e com perturbação. O ganho dos modelos obtidos sem perturbação ficou praticamente igual ao ganho do processo, a maior perda foi no modelo FIR que apresentou um ganho de 97% do ganho original. Para os modelos obtidos com perturbação, o ganho variou entre aproximadamente 76% e 81% do ganho original.

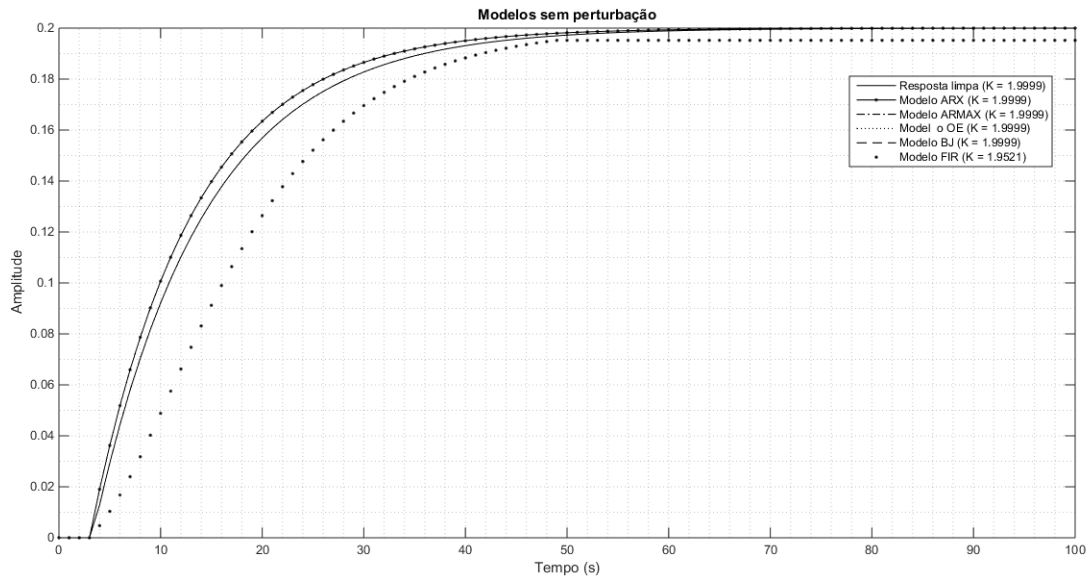


Figura 12: Comparação dos ganhos dos modelos gerados sem perturbação com o ganho do processo.
c

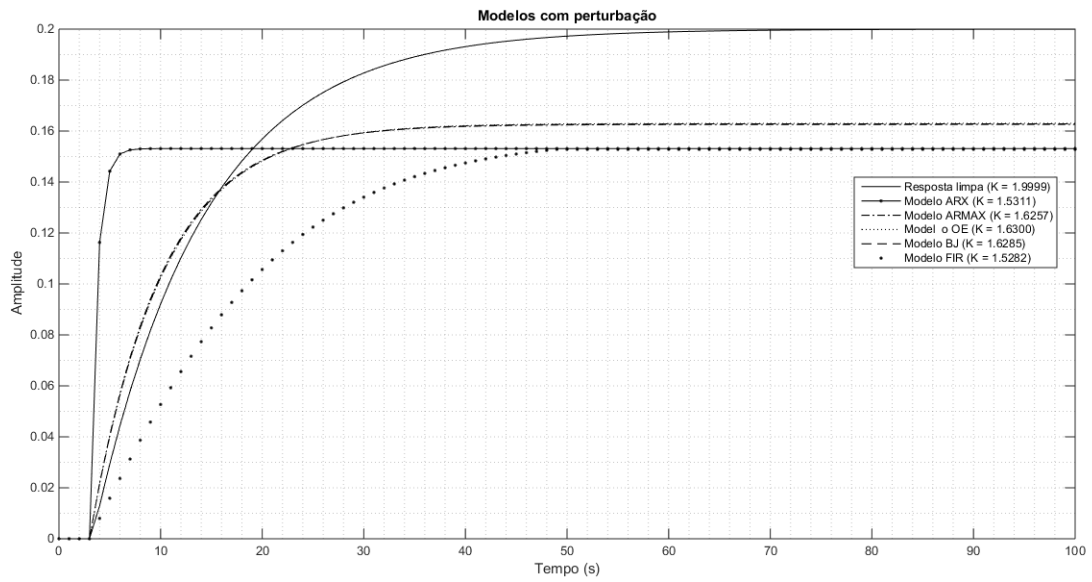


Figura 13: Comparação dos ganhos dos modelos gerados com perturbação com o ganho do processo.