

# Лабораторная работа 8

Серенко Данил Сергеевич, НФИбд-03-19

## Содержание

Цель работы .....	1
Теоретическое введение .....	1
Условия задачи .....	3
Выполнение лабораторной работы .....	4
Выводы .....	6
Список литературы .....	6

РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ

Факультет физико-математических и естественных наук

Кафедра прикладной информатики и теории вероятностей

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №8

дисциплина: Математическое моделирование

Преподаватель: Кулябов Дмитрий Сергеевич

Студент: Серенко Данил Сергеевич

Группа: НФИбд-03-19

МОСКВА

2022 г.

## Цель работы

Построение модели конкуренции двух фирм.

## Теоретическое введение

Для построения модели конкуренции хотя бы двух фирм необходимо рассмотреть модель одной фирмы. Вначале рассмотрим модель фирмы, производящей продукт длительного пользования, когда цена его определяется балансом спроса и предложения. Примем, что этот продукт занимает определенную нишу рынка и конкуренты в ней отсутствуют.

Обозначим:  $N$  – число потребителей производимого продукта.  $S$  – доходы потребителей данного продукта. Считаем, что доходы всех потребителей одинаковы. Это предположение справедливо, если речь идет об одной рыночной нише, т.е. производимый продукт ориентирован на определенный слой населения.  $M$  – оборотные средства предприятия  $\tau$  – длительность производственного цикла  $p$  – рыночная цена товара  $\tilde{p}$  – себестоимость продукта, то есть переменные издержки на производство единицы продукции.  $\delta$  – доля оборотных средств, идущая на покрытие переменных издержек.  $\kappa$  – постоянные издержки, которые не зависят от количества выпускаемой продукции.

$Q(S/p)$  – функция спроса, зависящая от отношения дохода  $S$  к цене  $p$ . Она равна количеству продукта, потребляемого одним потребителем в единицу времени. Функцию спроса товаров долговременного использования часто представляют в простейшей форме:

$$Q = q - k \frac{p}{S} = q \left( 1 - \frac{p}{p_{cr}} \right)$$

*Функция спроса товаров долговременного использования*

где  $q$  – максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени. Эта функция падает с ростом цены и при  $p = p_{cr}$  (критическая стоимость продукта) потребители отказываются от приобретения товара. Величина  $p_{cr} = Sq/k$ . Параметр  $k$  – мера эластичности функции спроса по цене. Таким образом, функция спроса в форме (1) является пороговой (то есть,  $Q(S/p) = 0$  при  $p \geq p_{cr}$ ) и обладает свойствами насыщения.

Уравнения динамики оборотных средств можно записать в виде:

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{M\delta}{\tau} + NQp - \kappa = -\frac{M\delta}{\tau} + Nq \left( 1 - \frac{p}{p_{cr}} \right) p - \kappa$$

*Уравнения динамики оборотных средств*

После некоторых преобразований получаем два состояния стационарных значений  $M$ :

$$\tilde{M}_+ = Nq \frac{\tau}{\delta} \left( 1 - \frac{\tilde{p}}{p_{cr}} \right) \tilde{p}, \quad \tilde{M}_- = \kappa \tilde{p} \frac{\tau}{\delta(p_{cr} - \tilde{p})}$$

*Стационарные значения  $M$  после преобразования*

Первое состояние  $M_+$  устойчиво и соответствует стабильному функционированию предприятия. Второе состояние  $M_-$  неустойчиво, так, что при  $M < M_-$  оборотные средства падают ( $dM/dt < 0$ ), то есть, фирма идет к банкротству. По смыслу  $M_-$  соответствует начальному капиталу, необходимому для входа в рынок.

В обсуждаемой модели параметр  $\delta$  всюду входит в сочетании с  $\tau$ . Это значит, что уменьшение доли оборотных средств, вкладываемых в производство, эквивалентно удлинению производственного цикла.

## Условия задачи

### Вариант 20

Случай 1. Рассмотрим две фирмы, производящие взаимозаменяемые товары одинакового качества и находящиеся в одной рыночной нише. Считаем, что в рамках нашей модели конкурентная борьба ведётся только рыночными методами. То есть, конкуренты могут влиять на противника путем изменения параметров своего производства: себестоимость, время цикла, но не могут прямо вмешиваться в ситуацию на рынке («назначать» цену или влиять на потребителей каким-либо иным способом.) Будем считать, что постоянные издержки пренебрежимо малы, и в модели учитывать не будем. В этом случае динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned}\frac{dM_1}{d\theta} &= M_1 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2 \\ \frac{dM_2}{d\theta} &= \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2,\end{aligned}$$

где  $a_1 = \frac{P_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 Nq}$ ,  $a_2 = \frac{P_{cr}}{\tau_2^2 \tilde{p}_2^2 Nq}$ ,  $b = \frac{P_{cr}}{\tau_1^2 \tilde{p}_1^2 \tau_2^2 \tilde{p}_2^2 Nq}$ ,  $c_1 = \frac{P_{cr} - \tilde{p}_1}{\tau_1 \tilde{p}_1}$ ,  $c_2 = \frac{P_{cr} - \tilde{p}_2}{\tau_2 \tilde{p}_2}$ .

Также введена нормировка  $t = c_1 \theta$ .

### Система уравнений для модели варианта-20. Случай 1

Случай 2. Рассмотрим модель, когда, помимо экономического фактора влияния (изменение себестоимости, производственного цикла, использование кредита и т.п.), используются еще и социально-психологические факторы – формирование общественного предпочтения одного товара другому, не зависимо от их качества и цены. В этом случае взаимодействие двух фирм будет зависеть друг от друга, соответственно коэффициент перед  $M_1 M_2$  будет отличаться. Пусть в рамках рассматриваемой модели динамика изменения объемов продаж фирмы 1 и фирмы 2 описывается следующей системой уравнений:

$$\begin{aligned}\frac{dM_1}{d\theta} &= M_1 - \left( \frac{b}{c_1} + 0,0012 \right) M_1 M_2 - \frac{a_1}{c_1} M_1^2 \\ \frac{dM_2}{d\theta} &= \frac{c_2}{c_1} M_2 - \frac{b}{c_1} M_1 M_2 - \frac{a_2}{c_1} M_2^2\end{aligned}$$

### Система уравнений для модели варианта-20. Случай 2

Для обоих случаев рассмотрим задачу со следующими начальными условиями и параметрами:

$M_0^1 = 3.9, M_0^2 = 3,$   
 параметрами:  $p_{cr} = 9.9, N = 24, q = 1$   
 $\tau_1 = 12, \tau_2 = 18,$   
 $\tilde{p}_1 = 6, \tilde{p}_2 = 4$

*Начальные условия и параметры для модели варианта-20*

1. Постройте графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 1.
2. Постройте графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 2.

## Выполнение лабораторной работы

### Построение модели конкуренции двух фирм

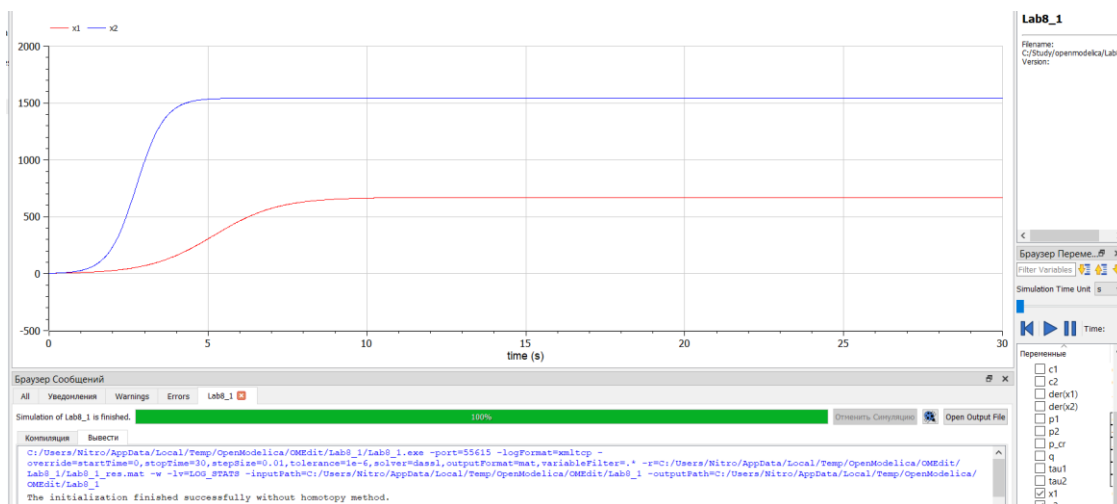
Чтобы построить графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 1, я написал следующий код:

```

1  model Lab8_1
2  parameter Real M0_1 = 3.9; // Начальное x1
3  parameter Real M0_2 = 3; // Начальное x2
4  parameter Real p_cr = 9.9; // Критическая стоимость продукта
5  parameter Real tau1 = 12; // Длительность производственного цикла 1 фирмы
6  parameter Real tau2 = 18; // Длительность производственного цикла 2 фирмы
7  parameter Real p1 = 6; // Себестоимость продукта фирмы 1
8  parameter Real p2 = 4; // Себестоимость продукта фирмы 2
9  parameter Real N = 24; // Число потребителей производимого продукта
10 parameter Real q = 1; // максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени
11 Real x1(start = M0_1);
12 Real x2(start = M0_2);
13
14 parameter Real a1 = p_cr / (tau1 * tau1 * p1 * p1 * N * q);
15 parameter Real a2 = p_cr / (tau2 * tau2 * p2 * p2 * N * q);
16 parameter Real b = p_cr / (tau1 * tau1 * tau2 * tau2 * p2 * p2 * N * q);
17 parameter Real c1 = (p_cr - p1) / (tau1 * p1);
18 parameter Real c2 = (p_cr - p2) / (tau1 * p2);
19
20 equation
21 der(x1) = (c1/c1) * x1 - (b/c1) * x1 * x2 - (a1/c1) * x1 * x1;
22 der(x2) = (c2/c1) * x2 - (b/c1) * x1 * x2 - (a2/c1) * x2 * x2;
23
24 end Lab8_1;
25

```

*Код для построения графиков изменения оборотных средств в варианте. Случай 1*  
 и получил график:



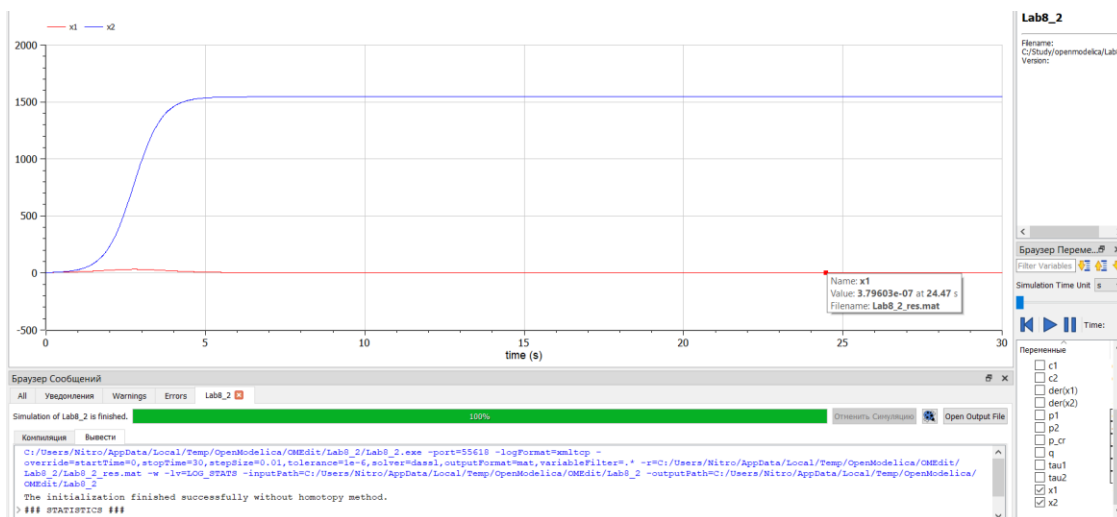
### График модели конкуренции двух фирм. Случай 1

Чтобы построить графики изменения оборотных средств фирмы 1 и фирмы 2 без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой для случая 2, я написал следующий код:

```
1 model Lab8_2
2   parameter Real M0_1 = 3.9; // Начальное x1
3   parameter Real M0_2 = 3; // Начальное x2
4   parameter Real p_cr = 9.9; // Критическая стоимость продукта
5   parameter Real tau1 = 12; // Длительность производственного цикла 1 фирмы
6   parameter Real tau2 = 18; // Длительность производственного цикла 2 фирмы
7   parameter Real p1 = 6; // Себестоимость продукта фирмы 1
8   parameter Real p2 = 4; // Себестоимость продукта фирмы 2
9   parameter Real N = 24; // Число потребителей производимого продукта
10  parameter Real q = 1; // максимальная потребность одного человека в продукте в единицу времени
11  Real x1(start = M0_1);
12  Real x2(start = M0_2);
13
14  parameter Real a1 = p_cr / (tau1 * tau1 * p1 * p1 * N * q);
15  parameter Real a2 = p_cr / (tau2 * tau2 * p2 * p2 * N * q);
16  parameter Real b = p_cr / (tau1 * tau1 * tau2 * tau2 * p2 * p2 * N * q);
17  parameter Real c1 = (p_cr - p1) / (tau1 * p1);
18  parameter Real c2 = (p_cr - p2) / (tau1 * p2);
19
20  equation
21    der(x1) = (c1/c1) * x1 - (b/c1 + 0.0012) * x1 * x2 - (a1/c1) * x1 * x1;
22    der(x2) = (c2/c1) * x2 - (b/c1) * x1 * x2 - (a2/c1) * x2 * x2;
23
24  end Lab8_2;
25
```

Код для построения графиков изменения оборотных средств в варианте. Случай 2

и получил график:



*График модели конкуренции двух фирм. Случай 2*

## Выводы

После завершения данной лабораторной работы - я научился выполнять построение модели конкуренции двух фирм без учета постоянных издержек и с введенной нормировкой в OpenModelica.

## Список литературы

1. Кулябов, Д.С. - Модель конкуренции двух фирм  
[https://esystem.rudn.ru/pluginfile.php/1343905/mod\\_resource/content/2/Лабораторная%20работа%20№%207.pdf](https://esystem.rudn.ru/pluginfile.php/1343905/mod_resource/content/2/Лабораторная%20работа%20№%207.pdf)