

# Лабораторная работа 5

Серенко Данил Сергеевич, НФИбд-03-19

## Содержание

Цель работы .....	1
Теоретическое введение .....	1
Условия задачи .....	2
Выполнение лабораторной работы .....	3
Выводы .....	4
Список литературы .....	4

РОССИЙСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ ДРУЖБЫ НАРОДОВ

Факультет физико-математических и естественных наук

Кафедра прикладной информатики и теории вероятностей

ОТЧЕТ ПО ЛАБОРАТОРНОЙ РАБОТЕ №5

дисциплина: Математическое моделирование

Преподаватель: Кулябов Дмитрий Сергеевич

Студент: Серенко Данил Сергеевич

Группа: НФИбд-03-19

МОСКВА

2022 г.

## Цель работы

Построение модели Лотки-Вольтерры “хищник-жертва”.

## Теоретическое введение

Данная двувидовая модель основывается на следующих предположениях: 1. Численность популяции жертв  $x$  и хищников  $y$  зависят только от времени (модель не учитывает пространственное распределение популяции на занимаемой территории) 2. В отсутствии взаимодействия численность видов изменяется по модели Мальтуса, при этом число жертв увеличивается, а число хищников падает 3. Естественная смертность

жертвы и естественная рождаемость хищника считаются несущественными 4. Эффект насыщения численности обеих популяций не учитывается 5. Скорость роста численности жертв уменьшается пропорционально численности хищников

Уравнение имеет следующий вид:

$$\begin{aligned}\frac{dx}{dt} &= ax(t) - bx(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} &= -cy(t) + dx(t)y(t)\end{aligned}$$

*photo1. ур-я модели Лотки-Вольтерры “хищник-жертва”*

В этой модели  $x$  – число жертв,  $y$  – число хищников. Коэффициент  $a$  описывает скорость естественного прироста числа жертв в отсутствие хищников,  $c$  – естественное вымирание хищников, лишенных пищи в виде жертв. Вероятность взаимодействия жертвы и хищника считается пропорциональной как количеству жертв, так и числу самих хищников ( $xy$ ). Каждый акт взаимодействия уменьшает популяцию жертв, но способствует увеличению популяции хищников (члены  $-bxy$  и  $dxy$  в правой части уравнения).

Стационарное состояние системы уравнений (положение равновесия, не зависящее от времени решение) будет в точке:

$$x_0 = \frac{c}{d}, y_0 = \frac{a}{b}$$

*photo2. Стационарное состояние системы уравнений*

## Условия задачи

*Вариант 20*

Для модели «хищник-жертва»:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.61x(t) + 0.051x(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = 0.41y(t) - 0.031x(t)y(t) \end{cases}$$

*photo3. Система для модели варианта-20*

Постройте график зависимости численности хищников от численности жертв, а также графики изменения численности хищников и численности жертв при следующих начальных условиях:

$$x_0 = 6, y_0 = 14$$

Найдите стационарное состояние системы. (интервал  $t = [0; 400]$  (шаг = 0.1)).

## Выполнение лабораторной работы

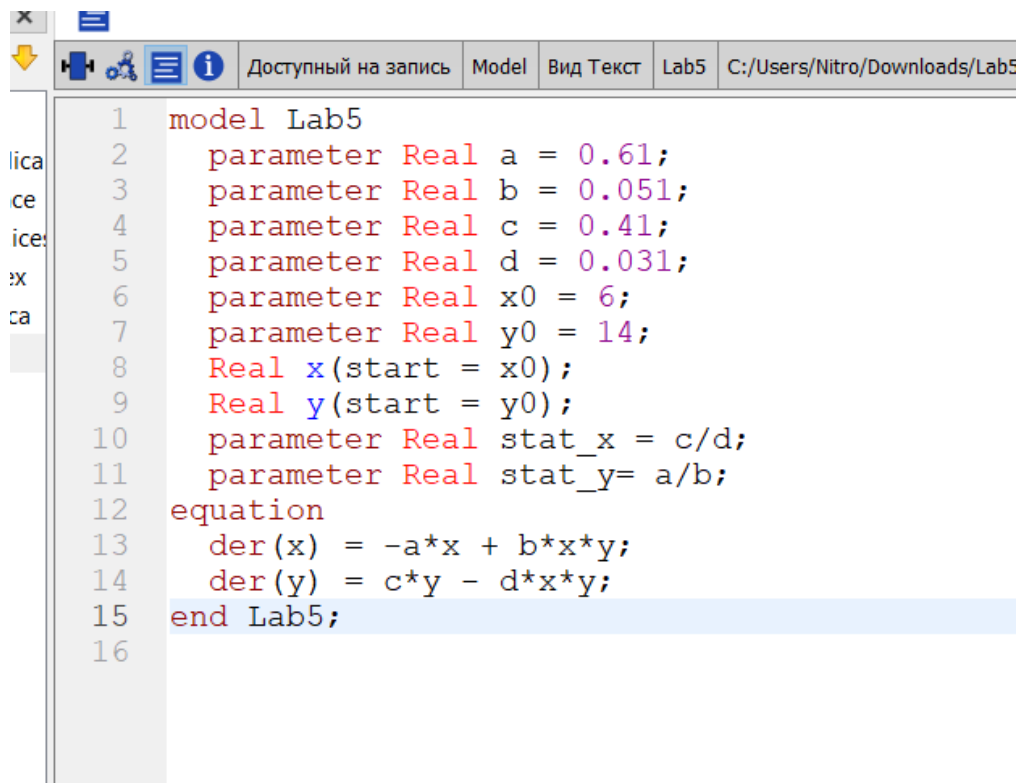
### Построение модели Лотки-Вольтерры “хищник-жертва”

Модели «хищник-жертва» Варианта-20:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = -0.61x(t) + 0.051x(t)y(t) \\ \frac{dy}{dt} = 0.41y(t) - 0.031x(t)y(t) \end{cases}$$

photo4. Система для модели варианта-20

Чтобы построить фазовый портрет модели, я написал следующий код:



```
1 model Lab5
2   parameter Real a = 0.61;
3   parameter Real b = 0.051;
4   parameter Real c = 0.41;
5   parameter Real d = 0.031;
6   parameter Real x0 = 6;
7   parameter Real y0 = 14;
8   Real x(start = x0);
9   Real y(start = y0);
10  parameter Real stat_x = c/d;
11  parameter Real stat_y = a/b;
12  equation
13    der(x) = -a*x + b*x*y;
14    der(y) = c*y - d*x*y;
15  end Lab5;
16
```

photo5. код для фазового портрета модели в варианте

и получил фазовый портрет модели в варианте для обычной системы, зависящей от времени:

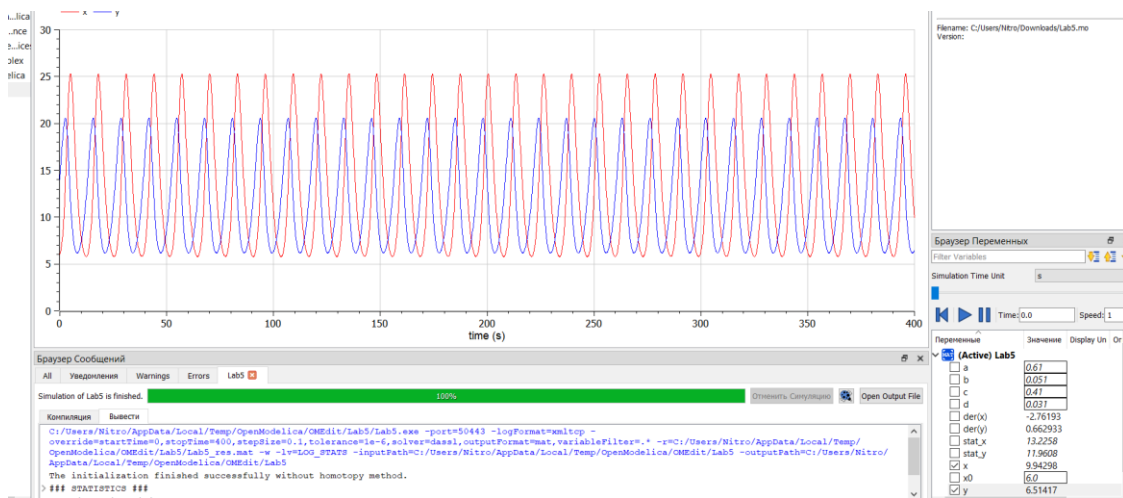


photo6. фазовый портрет модели в варианте для обычной системы

и фазовый портрет модели в варианте для параметрической системы:

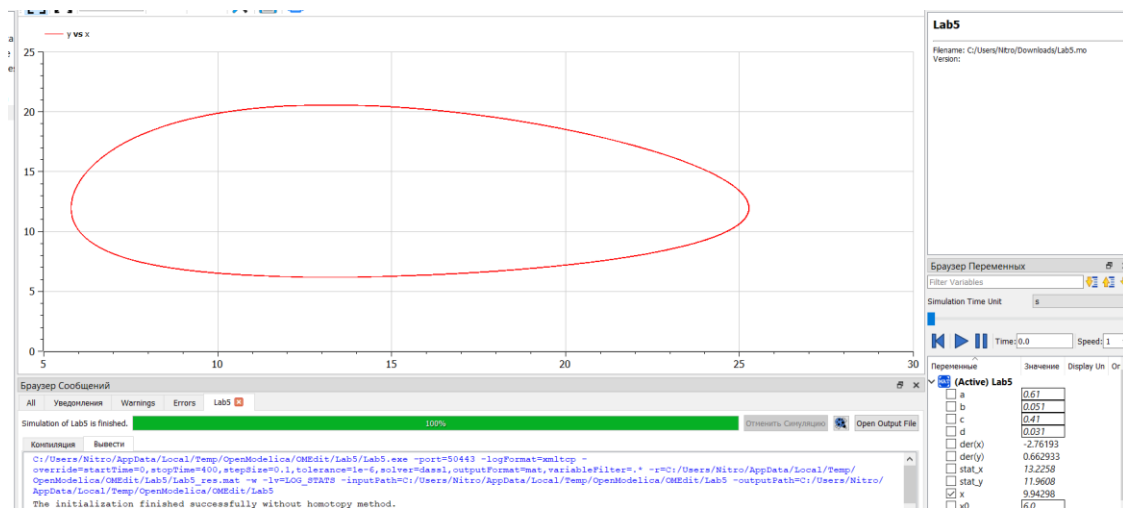


photo6. фазовый портрет модели в варианте параметрической системы

## Выводы

После завершения данной лабораторной работы - я научился выполнять построение модели Лотки-Вольтерры "хищник-жертва" в OpenModelica.

## Список литературы

1. Кулябов, Д.С. - Модель хищник-жертва  
[https://esystem.rudn.ru/pluginfile.php/1343893/mod\\_resource/content/2/Лабораторная%20работа%20№%204.pdf](https://esystem.rudn.ru/pluginfile.php/1343893/mod_resource/content/2/Лабораторная%20работа%20№%204.pdf)