Оглавление

Глава 1

Электрическое поле в вакууме

1.1 Электрический заряд

Определение 1.1.1. Электрический заряд — физическая величина, определяющая силу создаваемого им электрического взаимодействия. Единица измерения заряда в СИ — Кулон (Кл). Также заряд — это внутреннее свойство элементарных частиц, а также источник и объект действия электромагнитного поля;

Определение 1.1.2. Кулон — электрический заряд, проходящий через поперечное сечение проводника при силе тока 1 ампер за 1 секунду.

Все тела образованы из атомов или молекул, которые, в свою очередь, состоят из ядер и электронов, обладающих электрическим зарядом. Существует два типа зарядов, условно называемых *отрицательными* (электроны) и *положительными* (ядра атомов). Силы электрического взаимодействия связывают ядро и электроны в единую систему — атом.

Наименьший по величине электрический заряд (элементарный заряд), экспериментально обнаруженный в природе, — заряд электрона:

$$q_e = -e, \quad e = 1.6 \cdot 10^{-19} \text{ Кл}.$$

Положительный заряд атомных ядер образован входящими в их состав протонами. Заряд протона положителен и по величине равен заряду электрона $q_p = +e$. В каждом атоме суммы положительных и отрицательных зарядов равны по абсолютной величине, и поэтому обычно тела оказываются электронейтральными. Однако можно оторвать электроны от одних тел, которые становятся при этом положительно заряженными, и передать их другим телам, которые заряжаются отрицательно. Такие тела являются *макроскопически заряженными*. Электрический заряд любого тела кратен элементарному заряду e, т. е. изменяется дискретно на величину

$$\Delta q = \pm Ne, \quad N \in \mathbb{Z}.$$

Между заряженными телами возникают особые силы, называемые *электрическими силами*.Одноименные заряды отталкиваются, а разноименные — притягиваются.

Определение 1.1.3. Точечные заряды — это два заряженных тела настолько малых по сравнению с расстоянием между ними, что при дальнейшем уменьшении размеров этих тел и изменении их формы сила взаимодействия между ними *не будет изменяться* в пределах заданной точности измерений.

Определение 1.1.4. Пробный заряд — это точечный заряд, настолько малый, что его перемещение не вызывает перераспределения электрических зарядов на окружающих телах и поэтому не искажает исследуемое поле.

Определение 1.1.5. Электростатическое поле — это поле неподвижных зарядов.

1.2 Закон сохранения электрического заряда

В электрически изолированной системе сумма электрических зарядов остается неизменной:

$$\sum_i q_i = \text{const}.$$

1.3 Электромагнитное поле

Оно обладает *энергией* и *импульсом*. Заряженное тело создает в пространстве вокруг себя *электромагнитное поле*. Это поле действует на помещенные в него заряды и токи. По представлениям современной физики электромагнитное поле является один из видов материи.

1.4 Закон Кулона

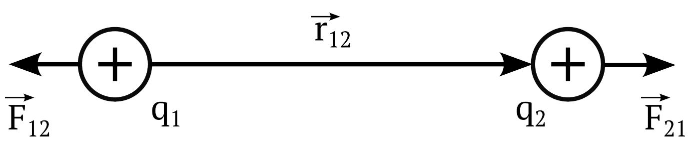
Сформулируем закон Кулона. Пусть имеются две заряженные частицы, причем

- q_1 и q_2 — величина зарядов;
- $\vec{F}_{12}$ — сила, с которой действует заряд 1 на заряд 2;
- $\vec{F}_{21}$ — сила, с которой действует заряд 2 на заряд 1;
- $\vec{r}_{12}$ — вектор, направленный от заряда 1 к заряду 2 и по модулю равный расстоянию между ними (r);

Тогда закон Кулона можно сформулировать следующим образом:

Определение 1.4.1. Сила взаимодействия двух неподвижных точечных зарядов в пустоте пропорционально величине каждого из зарядов, обратно пропорциональна квадрату расстояния между ними и направлена по прямой, соединяющей эти заряды

$$\vec{F}_{12} = -\vec{F}_{21}, \qquad \vec{F}_{12} = k\frac{q_1 q_2}{r^2}\frac{\vec{r}_{12}}{r}.$$



Закон кулона применим, если в условии данной задачи заряды можно рассматривать как *точечные*.

Коэффициент пропорциональности k в СИ равен (здесь ε_0 – электрическая постоянная):

$$k = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} = 9 \cdot 10^9\ \frac{\text{Н} \cdot \text{м}^2}{\text{Кл}^2}, \qquad \varepsilon_0 = 8.85 \cdot 10^{-12}\ \frac{\text{Кл}^2}{\text{Н} \cdot \text{м}^2},$$

1.5 Напряженность электростатического поля

Определение 1.5.1. Напряженность электростатического поля — это векторная величина, характеризующая электрическое поле в данной точке. Напряженность является **силовой характеристикой поля**. Она равна отношению силы $\vec{F}$, действующей на неподвижный пробный электрический заряд, к величине этого заряда q:

$$\vec{E} = \frac{\vec{F}}{q}, \qquad [E] = \text{В/м}.$$

1.6 Силовые линии электростатического поля

Особенности силовых линий:

- начинаются на положительных зарядах, оканчиваются на отрицательных или уходят в бесконечность;
- не замкнуты;
- не пересекаются;
- густота линий прямо пропорциональна модулю напряженности.

1.7 Принцип суперпозиции

Определение 1.7.1. Напряженность электростатического поля системы точечных зарядов равна векторной сумме напряженностей полей, которые создавал бы каждый из этих зарядов в отсутствии остальных:

$$\vec{E} = \sum_i \vec{E}_i.$$

1.8 Макроскопических заряженное тело

Если распределение зарядов непрерывно, справедливы следующие формулы:

- Объемная плотность заряда:

$$\rho = \frac{dq}{dv}, \qquad [\rho] = \frac{\text{Кл}}{\text{м}^3}.$$

- Поверхностная плотность заряда:

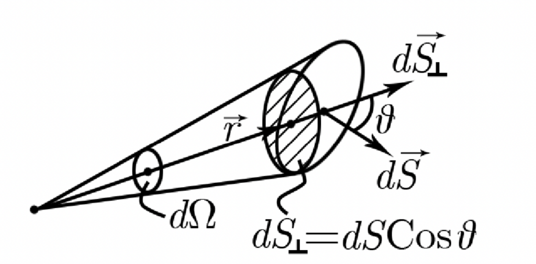
$$\sigma = \frac{dq}{dS}, \qquad [\sigma] = \frac{\text{Кл}}{\text{м}^2}.$$

- Линейная плотность заряда:

$$\tau = \frac{dq}{dl}, \qquad [\sigma] = \frac{\text{Кл}}{\text{м}}.$$

1.9 Телесный угол

Определение 1.9.1. Пусть есть точка, из которой наблюдается бесконечно малая площадка, характеризуемая вектором нормали $d\vec{S}$. Телесный конус, включающий в себя часть пространства, и есть телесный угол $d\Omega$:



Более формально, телесный угол — часть пространства, которая является объединением всех лучей, выходящих из данной точки (вершины угла) и пересекающих некоторую поверхность (которая называется поверхностью, стягивающей данный телесный угол).

Телесный угол обозначается буквой Ω. Измеряется отношением площади той части сферы с центром в вершине угла, которая вырезается этим телесным углом, к квадрату радиуса сферы:

$$d\Omega = \frac{dS_\perp}{r^2} = \frac{dS\cos\theta}{r^2}, \qquad \Omega = \frac{4\pi r^2}{r^2} = 4\pi \text{ ср}, \qquad [\Omega] = \text{стерадиан} = \text{ср},$$

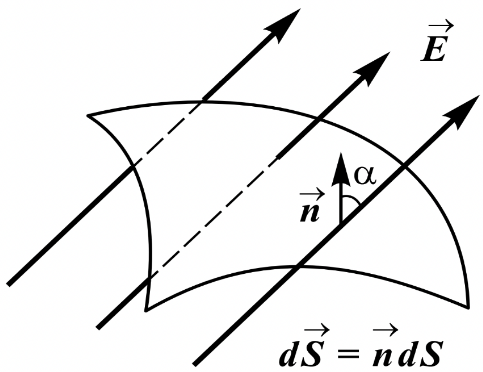
где θ — угол между направлением вектора $\vec{r}$ в эту точку и нормалью к площадке dS, в общем случае направленной к нему под углом.

1.10 Поток вектора напряженности

Определение 1.10.1. Элемент поверхности $d\vec{S}$ — это вектор, направленный перпендикулярно элементарной площадке dS и численно равный ее площади:

$$d\vec{S} = \vec{n}dS,$$

где $\vec{n}$ — единичный вектор нормали к площадке dS в данной точке поверхности.



Определение 1.10.2. Поток вектора напряженности $\vec{E}$ через малую площадку $d\vec{S}$ есть скалярное произведение векторов $\vec{E}$ и $d\vec{S}$:

$$d\Phi = (\vec{E}\cdot d\vec{S}) = (\vec{E}\cdot d\vec{n})dS = E\cos\alpha dS = E_n dS,$$

где α — угол между векторами $\vec{E}$ и $\vec{n}$, E_n - нормальная к поверхности dS составляющая вектора $\vec{E}$.

Определение 1.10.3. Поток вектора $\vec{E}$ через произвольную поверхность S равен интегралу по поверхности:

$$\Phi = \int_S (\vec{E}\cdot\vec{n})dS.$$

Поток вектора — величина скалярная. Если величина нормальной составляющей E_n поля остается постоянной на всей поверхности S, то поток равен

$$\Phi = E_n S.$$

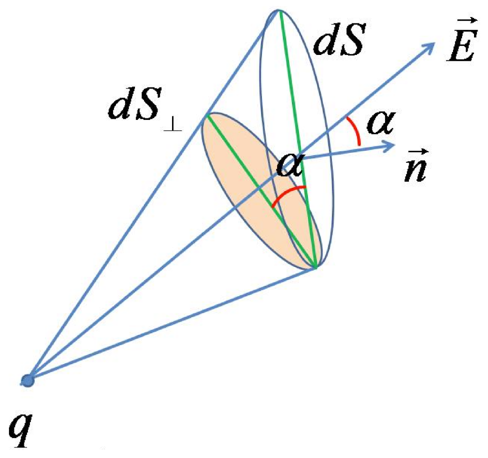
1.11 Теорема Остоградского-Гаусса

Теорема Остоградского-Гаусса позволяет связать поток вектора напряженности с величиной зарядов.

Теорема 1.11.1 (Остоградского-Гаусса). *Поток вектора напряженности электрического поля через любую замкнутую поверхность равен алгебраической сумме электрических зарядов, охватываемой этой поверхностью, деленной на ε_0:*

$$\Phi = \oint_S E_n ds = \frac{1}{\varepsilon_0}\sum_i q_i.$$

Доказательство.



$$d\Phi = \vec{E} \cdot d\vec{S} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot \frac{q}{r^2} dS \cos\alpha$$

$$d\Omega = \frac{dS_\perp}{r^2} = \frac{dS\cos\alpha}{r^2} \Rightarrow dS\cos\alpha = r^2 d\Omega$$

$$\Phi = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \cdot q \int\limits_S d\Omega = \frac{4\pi q}{4\pi\varepsilon_0} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

Что и требовалось доказать.

Поток напряженности равен нулю, если:

- полный заряд внутри поверхности равен нулю (все $q_i = 0$);
- поверхность не охватывает зарядов. ($d\Phi_1 = -d\Phi_2 \Rightarrow \Phi = 0$).

В случае, если заряды распределены непрерывно, теорема Остоградского-Гаусса записывается следующим образом:

$$\oint\limits_S E_n dS = \frac{1}{\varepsilon_0} \int\limits_V \rho dV,$$

где V – объем, охваченный гауссовой поверхностью S, ρ — объемная плотность заряда.