Курсовая работа — часть 2: Матричная математика и работа с пакетами

Для первоначального знакомства с пакетом рекомендую прочитать небольшой ман 1 (англ.). Те, у кого плохо с английским, а это очень плохо для людей из мира информационных технологий, могут обратиться к Habr 2 , где есть более-менее полный и грамотный перевод упомянутого мана 3 :

- **NumPy в Python. Часть 1**⁴. Введение, общая характеристика библиотеки. Установка. Массивы в Python/
- **NumPy в Python. Часть 2**⁵. Создание массивов и манипуляции с элементами.
- **NumPy в Python. Часть 3**⁶. Операторы сравнения и тестирования значений. Матричная и векторная математика.
- **NumPy в Python. Часть 4**⁷. Математика многочленов. Статистика. Случайные числа. Модули SkiPy.

Для ускорения процесса написания курса молодого бойца нет смысла «толочь воду в ступе», используя собственное стилевое решение при редактировании еще одного варианта перевода известных основ. Частично материалы упомянутого выше перевода использованы в качестве базы фрагментов текста настоящих указаний, однако, в настолько переработанном виде, что это уже нельзя назвать цитированием

Итак,

Кто такой этот NumPy?

NumPy — это open-source модуль для python, который предоставляет общие математические и числовые операции в виде пре-скомпилированных, быстрых функций. Они объединяются в высокоуровневые пакеты. Они обеспечивают функционал, который можно сравнить с функционалом MatLab. NumPy (Numeric Python) предоставляет базовые методы для манипуляции с большими

¹ https://engineering.ucsb.edu/~shell/che210d/numpy.pdf

² https://habr.com/

³ Ман (проф. диалект) – от *manual* (англ.), руководство

⁴ https://habr.com/ru/post/352678/

⁵ https://habr.com/ru/post/353416/

⁶ https://habr.com/ru/post/413381/

⁷ https://habr.com/ru/post/415373/

массивами и матрицами. SciPy (Scientific Python) расширяет функционал питру огромной коллекцией полезных алгоритмов, таких как минимизация, преобразование Фурье, регрессия и другие прикладные математические техники.

До сих пор, решая задачи «Разминки», мы не использовали пакеты расширений и особой настройки наша основная инструментальная среда, а это PyCharm, не требовала дополнительных настроек. Теперь нам потребуется, как минимум, установить нужные пакеты.

Можно воспользоваться оригинальной документацией, Имеется подробный «Путеводитель по NumPy»⁸, который занимает 371 страницу английского текста. Имеется официальный сайт библиотеки⁹, которым, при должном усердии, вы будете пользоваться постоянно. Но для PyCharm разберёмся с этим вопросом подробнее.

Hастройка PyCharm и подключение библиотек NumPy и MathPlotLib

Вспомним, как создаётся новый проект в РуCharm, см. Рис. 1-49.

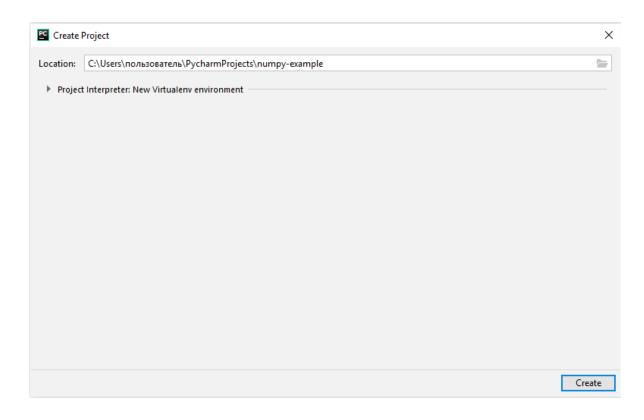


Рис. 2. Создаём и именуем новый проект

⁸ http://web.mit.edu/dvp/Public/numpybook.pdf

⁹ http://www.numpy.org

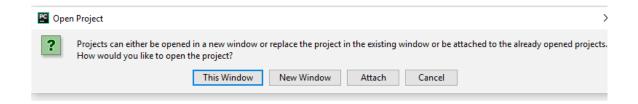


Рис. 3. Новый проект размещаем в текущем окне РуСharm. Не нравиться — поступайте по-своему

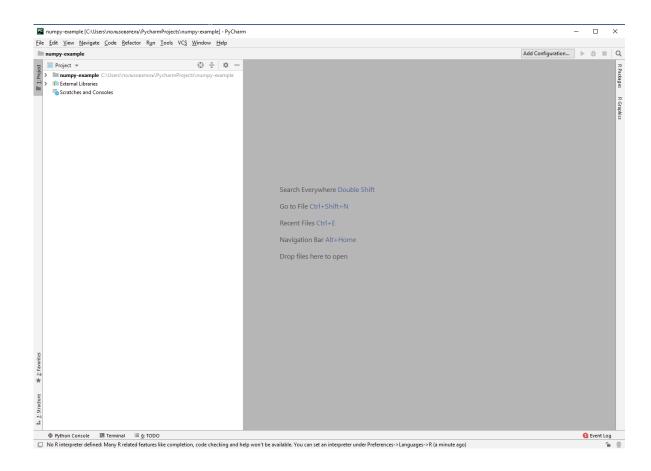


Рис. 4. Новый проект создан, приступаем к реализации

Первое, что мы сделаем, создадим новый проект, куда будем записывать все коды программ. Думаю, что особых трудностей это не вызовет см. рис. 47, 48 и 49.

Далее приступим к настройкам окружения для решения последующих задач, см. рис. 50, 51, 52, 53 и 54, как на путеводитель в интерфейсе — «делай раз, дела два, делай три ...».

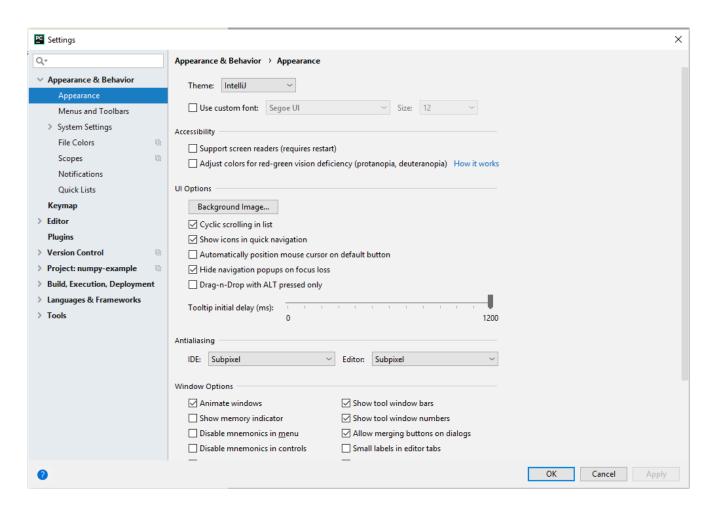


Рис. 5. Настройка окружения проекта

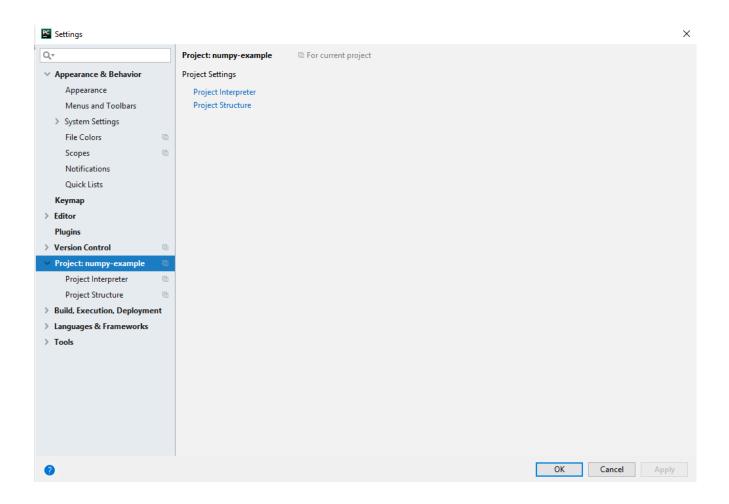


Рис. 6. Очень важно выбрать интерпретатор Project Interpreter

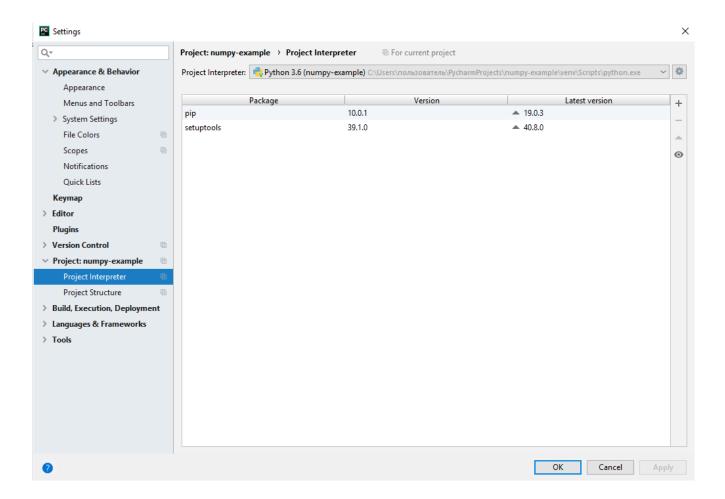


Рис. 7. Выбираем интерпретатор и добавляем пакеты — посмотрите на «+» справа в вверху

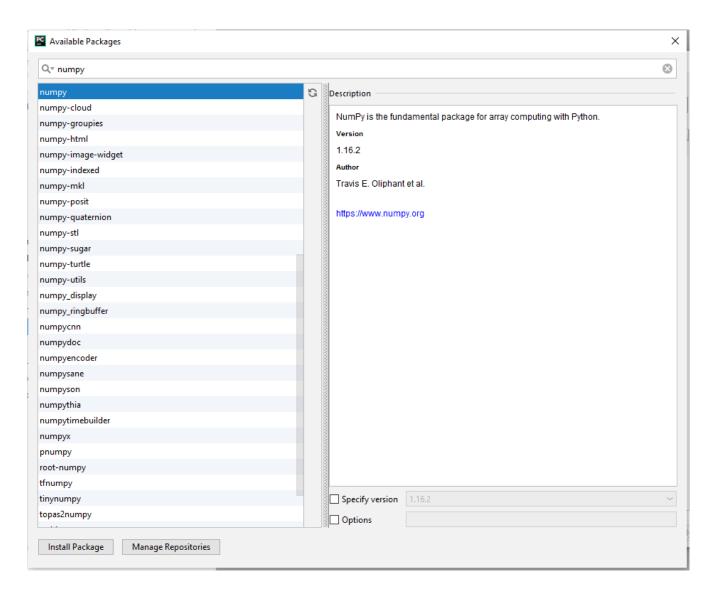


Рис. 8. Ищем питру в репозитарии и как только он будет найден, смело жмём кнопку «Install Package» для начала процесса установки пакета в окружение нашего проекта

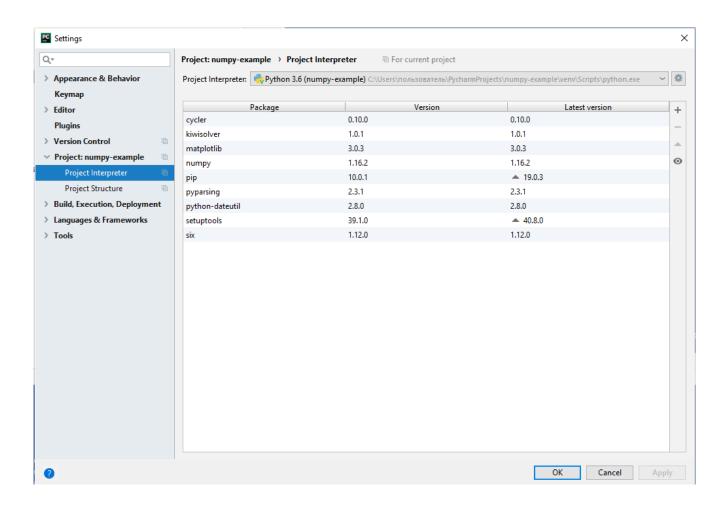


Рис. 9. Убедимся, что нужные пакеты есть в списке и установлены

Если всё сделали правильно, то можно приступить к записи кода и проверке работы пакетов. Ниже приведены примеры, которые можно просто скопировать в отдельные файлы, запустить и посмотреть, как это работает.

Примеры использования библиотек NumPy и MatPlotLib

Код примеров, приведённых ниже, базируется на кодах, описанных на ресурсе «Записки программиста» 10, но значительно переработаны, проверены и всё как положено. Исходные тексты программ можно получить по адресу

Итак, начинаем — создаем новый файл Python, в который записываем программный код первого примера (рис. 55).

_

¹⁰ https://eax.me/python-numpy/

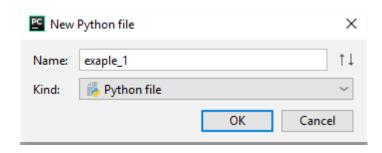


Рис. 10. Добавляем в проект numpy-example новый файл example_1.py «Визуализация функций»

Код примера «Визуализация функций»

```
#имя проекта: numpy-example
#имя файла: example_1.py
#номер версии: 1.0^{11}
#автор и его учебная группа: Е. Волков, ЭУ-142
#дата создания: 20.03.2019
# дата последней модификации: 25.03.2019
#связанные файлы: пакеты numpy, matplotlib
# описание: построение графика сигма-функции
#версия Python: 3.6
import matplotlib.pyplot as plt
import numpy as np
x = np.linspace(-5, 5, 100)
def sigmoid(alpha):
return 1 / (1 + np.exp(- alpha * x))
fig = plt.figure(dpi = dpi, figsize = (512 / dpi, 384 / dpi))
plt.plot(x, sigmoid(0.5), 'ro-')
plt.plot(x, sigmoid(1.0), 'go-')
plt.plot(x, sigmoid(2.0), 'bo-')
plt.legend(['A = 0.5', 'A = 1.0', 'A = 2.0'], loc = 'upper left')
plt.show()
```

¹¹ Версия состоит из нескольких чисел (как правило, трёх), разделённых точкой: например, 1.5.2. Первое из них — старшая версия (major), второе — младшая (minor), третья — мелкие изменения (maintenance, micro). Для более подроной информации пройдите по этой ссылке и прочитайте в Wikpedia

Результат примера «Визуализация функций»

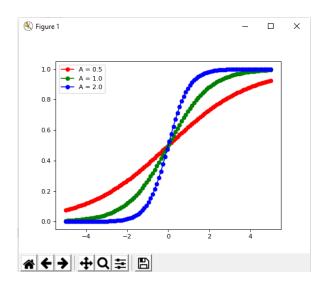


Рис. 11. Наблюдаем сигма-функцию

Код примера «Статистика»

np.mean(samples)

np.median(samples)

Медиану:

Процентили:

```
#имя проекта: numpy-example
#номер версии: 1.0
#имя файла: example_2.py
#автор и его учебная группа: Е. Волков, ЭУ-142
#дата создания: 20.03.2019
# дата последней модификации: 25.03.2019
#связанные файлы: пакеты numpy, matplotlib
# описание: простейшие статистические вычисления
#версия Python: 3.6
ones = np.ones(50)
rnd = np.random.random(50) * 0.1
samples = ones + rnd
# Посчитаем среднее:
np.average(samples)
```

```
np.percentile(samples, 50)
np.percentile(samples, 95)
np.percentile(samples, 99)
# Максимум, минимум, peak-to-peak:
samples.max()
samples.min()
samples.ptp()
# А заодно уж и стандартное отклонение с дисперсией:
np.std(samples)
np.var(samples)
# Использованная выше функция np.random.random генерирует случайные числа с
равномерным распределением. А если мы хотели бы использовать нормальное
распределение? Нет проблем:
import matplotlib.pyplot as plt
samples = np.random.normal(loc=0, scale=5, size=100000)
plt.hist(samples, 200)
plt.show()
```

Результат примера «Статистика»

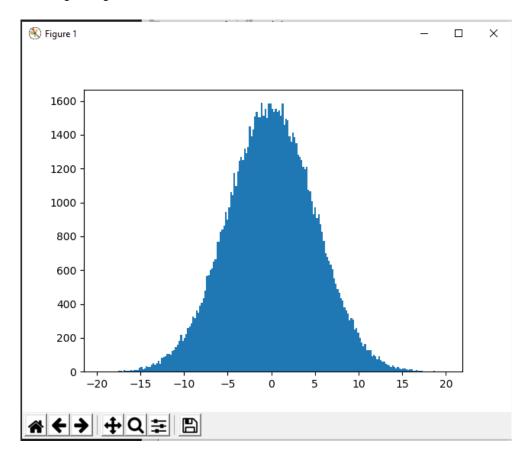


Рис. 12. Функция плотности вероятности случайной величины с нормальным законом распределения

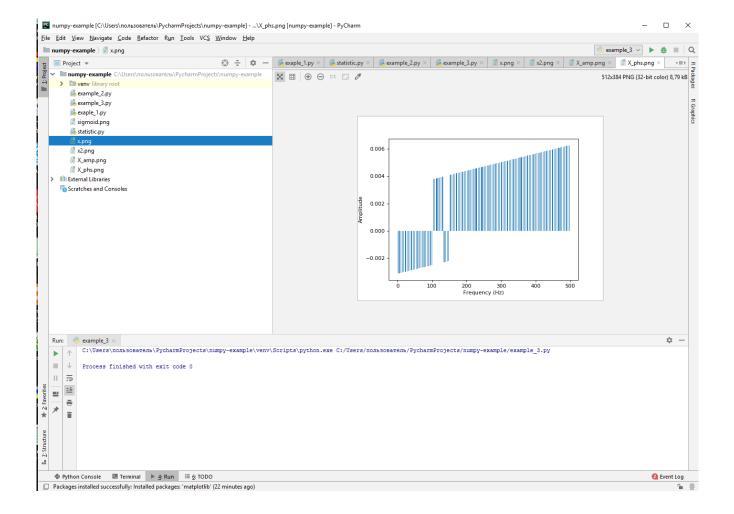
Код примера «Линейная алгебра»

```
#имя проекта: numpy-example
#номер версии: 1.0
#имя файла: example_3.py
#автор и его учебная группа: Е. Волков, ЭУ-142
#дата создания: 20.03.2019
# дата последней модификации: 25.03.2019
#связанные файлы: пакеты numpy, matplotlib
# описание: линейная алгебра
#версия Python: 3.6
import numpy as np
import numpy.matlib
import numpy.linalg
m1 = np.arange(1, 10).reshape(3,3)
print(m1)
m2 = np.identity(3)
print(m2)
# Транспонируем первую матрицу, а также посчитаем след и детерминант второй:
m1.transpose()
print(m1)
m2.trace()
print(m2)
det = np.linalg.det(m2)
print(det)
# Матрицы можно складывать, умножать на число, умножать на вектор, а также
умножать на другую матрицу:
print(m1 + m2)
print(m1 * 3)
m1 + np.array([1,2,3])
print(m1 * m2)
# Посчитать матрицу, обратную к данной, можно функцией np.linalg.inv:
m3 = np.matlib.rand(3, 3)
(m3 * np.linalg.inv(m3))
print(m3)
print((m3 * np.linalg.inv(m3)).round())
```

Результат примера «Линейная алгебра»

```
[[1 2 3]
[4 5 6]
[7 8 9]]
[[1. 0. 0.]
[0. 1. 0.]
[0. 0. 1.]]
[[1 2 3]
[4 5 6]
[7 8 9]]
[[1. 0. 0.]
[0. 1. 0.]
[0. 0. 1.]]
1.0
[[ 2. 2. 3.]
[ 4. 6. 6.]
[ 7. 8. 10.]]
[[ 3 6 9]
[12 15 18]
[21 24 27]]
[[1. 0. 0.]
[0.5.0.]
[0. 0. 9.]]
[[0.21960198 0.79353093 0.71379042]
[0.79998886 0.24333293 0.4619364 ]
[0.08058218 0.6665476 0.38367675]]
[[ 1. -0. -0.]
[-0. 1. 0.]
 [ 0. 0. 1.]]
```

Process finished with exit code 0



Содержание части 2 курсовой работы

Для начала понимания, как работать с матрицами решите следующие задачи, количеством 31. Их можно записать в одном проекте.

Работа с двумерными массивами (матрицами)

- 1. Создать прямоугольную матрицу A, имеющую N строк и M столбцов со случайными элементами. Найти наибольший элемент столбца матрицы A, для которого сумма абсолютных значений элементов максимальна.
- 2. Создать прямоугольную матрицу A, имеющую N строк и M столбцов со случайными элементами. Найти наибольшее значение среди средних значений для каждой строки матрицы.
- 3. Создать прямоугольную матрицу A, имеющую N строк и M столбцов со случайными элементами. Найти наименьший элемент столбца матрицы A, для которого сумма абсолютных значений элементов максимальна.

- 4. Создать прямоугольную матрицу A, имеющую N строк и M столбцов со случайными элементами. Найти наименьшее значение среди средних значений для каждой строки матрицы.
- Создать прямоугольную матрицу А, имеющую N строк и М столбцов со случайными элементами. Определить средние значения по всем строкам и столбцам матрицы. Результат оформить в виде матрицы из N + 1 строк и М + 1 столбцов.
- Создать прямоугольную матрицу А, имеющую N строк и М столбцов со случайными элементами. Найти сумму элементов всей матрицы.
 Определить, какую долю в этой сумме составляет сумма элементов каждого столбца. Результат оформить в виде матрицы из N + 1 строк и М столбцов.
- 7. Создать прямоугольную матрицу A, имеющую N строк и M столбцов со случайными элементами. Найти сумму элементов всей матрицы. Определить, какую долю в этой сумме составляет сумма элементов каждой строки. Результат оформить в виде матрицы из N строк и M+1 столбцов.
- 8. Создать прямоугольную матрицу A, имеющую N строк и M столбцов со случайными элементами. Определить, сколько отрицательных элементов содержится в каждом столбце и в каждой строке матрицы. Результат оформить в виде матрицы из N + 1 строк и M + 1 столбцов.
- 9. Создать прямоугольную матрицу A, имеющую N строк и M столбцов со случайными элементами. Определить, сколько нулевых элементов содержится в верхних L строках матрицы и в левых K столбцах матрицы.
- 10. Создать прямоугольную матрицу A, имеющую N строк и M столбцов со случайными элементами. Перемножить элементы каждого столбца матрицы с соответствующими элементами K-го столбца.
- 11. Создать прямоугольную матрицу A, имеющую N строк и M столбцов со случайными элементами. Просуммировать элементы каждой строки матрицы с соответствующими элементами L-й строки.

- 12. Создать прямоугольную матрицу A, имеющую N строк и M столбцов со случайными элементами. Разделить элементы каждой строки на элемент этой строки с наибольшим значением.
- 13. Создать прямоугольную матрицу A, имеющую N строк и M столбцов со случайными элементами. Разделить элементы каждого столбца матрицы на элемент этого столбца с наибольшим значением.
- 14. Создать прямоугольную матрицу A, имеющую N строк и M столбцов со случайными элементами. Разделить элементы матрицы на элемент матрицы с наибольшим значением.
- 15. Создать прямоугольную матрицу A, имеющую N строк и M столбцов со случайными элементами. Все элементы имеют целый тип. Дано целое число H. Определить, какие столбцы имеют хотя бы одно такое число, а какие не имеют.
- 16. Создать прямоугольную матрицу A, имеющую N строк и M столбцов со случайными элементами. Исключить из матрицы строку с номером L. Сомкнуть строки матрицы.
- 17. Создать прямоугольную матрицу A, имеющую N строк и M столбцов со случайными элементами. Добавить к матрице строку и вставить ее под номером L.
- 18. Создать прямоугольную матрицу A, имеющую N строк и M столбцов со случайными элементами. Найти сумму элементов, стоящих на главной диагонали, и сумму элементов, стоящих на побочной диагонали (элементы главной диагонали имеют индексы от [0,0] до [N,N], а элементы побочной диагонали от [N,0] до [0,N]).
- 19. Создать квадратную матрицу A, имеющую N строк и N столбцов со случайными элементами. Определить сумму элементов, расположенных параллельно главной диагонали (ближайшие к главной). Элементы главной диагонали имеют индексы от [0,0] до [N,N].
- 20. Создать квадратную матрицу A, имеющую N строк и N столбцов со случайными элементами. Определить произведение элементов,

- расположенных параллельно побочной диагонали (ближайшие к побочной). Элементы побочной диагонали имеют индексы от [N,0] до [0,N].
- 21. Создать квадратную матрицу A, имеющую N строк и N столбцов со случайными элементами. Каждой паре элементов, симметричных относительно главной диагонали (ближайшие к главной), присвоить значения, равные полусумме этих симметричных значений (элементы главной диагонали имеют индексы от [0,0] до [N,N]).
- 22. Создать прямоугольную матрицу A, имеющую N строк и M столбцов со случайными элементами. Исходная матрица состоит из нулей и единиц. Добавить к матрице еще один столбец, каждый элемент которого делает количество единиц в каждой строке чётным.
- 23. Создать квадратную матрицу A, имеющую N строк и N столбцов со случайными элементами. Найти сумму элементов, расположенных выше главной диагонали, и произведение элементов, расположенных выше побочной диагонали (элементы главной диагонали имеют индексы от [0,0] до [N,N], а элементы побочной диагонали от [N,0] до [0,N]).
- 24. Создать прямоугольную матрицу A, имеющую N строк и M столбцов со случайными элементами. Дан номер строки L и номер столбца K, при помощи которых исходная матрица разбивается на четыре части. Найти сумму элементов каждой части.
- 25. Создать прямоугольную матрицу A, имеющую N строк и M столбцов со случайными элементами. Определить, сколько нулевых элементов содержится в каждом столбце и в каждой строке матрицы. Результат оформить в виде матрицы из N + 1 строк и M + 1 столбцов.
- 26. Создать прямоугольную матрицу A, имеющую N строк и M столбцов со случайными элементами. Дан номер строки L и номер столбца K, при помощи которых исходная матрица разбивается на четыре части. Найти среднее арифметическое элементов каждой части.
- 27. Создать прямоугольную матрицу A, имеющую N строк и M столбцов со случайными элементами. Все элементы имеют целый тип. Дано целое число

- Н. Определить, какие строки имеют хотя бы одно такое число, а какие не имеют.
- 28. Создать прямоугольную матрицу A, имеющую N строк и M столбцов со случайными элементами. Исключить из матрицы столбец с номером K. Сомкнуть столбцы матрицы.
- 29. Создать прямоугольную матрицу A, имеющую N строк и M столбцов со случайными элементами. Добавить к матрице столбец чисел и вставить его под номером K.
- 30. Создать прямоугольную матрицу А, имеющую N строк и М столбцов со случайными элементами. Добавить к элементам каждого столбца такой новый элемент, чтобы сумма положительных элементов стала бы равна модулю суммы отрицательных элементов. Результат оформить в виде матрицы из N + 1 строк и М столбцов.
- 31. Создать прямоугольную матрицу A, имеющую N строк и M столбцов со случайными элементами. Добавить к элементам каждой строки такой новый элемент, чтобы сумма положительных элементов стала бы равна модулю суммы отрицательных элементов. Результат оформить в виде матрицы из N строк и M + 1 столбцов.

Решение СЛАУ методом Гаусса — немного теории

Метод Гаусса при решении СЛАУ 12 позволяет ответить на вопросы о совместности или несовместности, определенности или неопределенности системы линейных уравнений, а также отыскать все решения совместной системы.

В основе метода лежит идея последовательного исключения неизвестных с помощью подстановок, суть которой состоит в приведении данной системы к другой, равносильной ей, но более простой системе. Это приведение одной системы к другой осуществляется путем элементарных преобразований, которые производятся над уравнениями системы или, что удобнее, над строками расширенной матрицы. Элементарному преобразованию системы линейных уравнений соответствует одноименное элементарное преобразование строк ее расширенной матрицы.

.

¹² СЛАУ – система линейных алгебраических уравнений

Суть и алгоритм решение СЛАУ методом Гаусса — пример:

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6 \\ 2x_1 - x_2 - 2x_3 - 3x_4 = 8 \\ 3x_1 + 2x_2 - x_3 + 2x_4 = 4 \\ 2x_1 - 3x_2 + 2x_3 + x_4 = -8 \end{cases}$$

Решение:

Выпишем расширенную матрицу ${\bf B}$ данной системы и приведем ее к ступенчатому виду:

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -2 & 6 \\ 2 & -1 & -2 & -3 & 8 \\ 3 & 2 & -1 & 2 & 4 \\ 2 & -3 & 2 & 1 & -8 \end{pmatrix}$$

Последовательно умножим первую строку на (-2) и прибавим ее ко второй строке, затем умножим на (-3) и прибавим к третьей строке, умножим на (-2) и прибавим к четвертой строке, получим

$$B \to \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & -2 & 6 \\ 0 & -5 & -8 & 1 & -4 \\ 0 & -4 & -10 & 8 & -14 \\ 0 & -7 & -4 & 5 & -20 \end{pmatrix}$$

Ко второй строке полученной матрицы прибавим третью строку, умноженную на (-1), затем во вновь полученной матрице умножим третью строку на (-1/2), четвертую — на (-1), затем последовательно умножим вторую строку на 2 и прибавим ее к третьей строке, умножим на 7 и прибавим к четвертой строке, получим

$$\begin{pmatrix}
1 & 2 & 3 & -2 & 6 \\
0 & -1 & 2 & -7 & 10 \\
0 & 2 & 5 & -4 & 7 \\
0 & 7 & 4 & -5 & 20
\end{pmatrix}
\rightarrow
\begin{pmatrix}
1 & 2 & 3 & -2 & 6 \\
0 & -1 & 2 & -7 & 10 \\
0 & 0 & 9 & -18 & 27 \\
0 & 0 & 18 & -54 & 90
\end{pmatrix}$$

Третью строку полученной матрицы умножим на 1/9, четвертую — на 1/18, затем третью строку умножим на (-1) и прибавим к четвертой строке, получим

$$\begin{pmatrix}
1 & 2 & 3 & -2 & 6 \\
0 & -1 & 2 & -7 & 10 \\
0 & 0 & 1 & -2 & 3 \\
0 & 0 & 1 & -3 & 5
\end{pmatrix}
\rightarrow
\begin{pmatrix}
1 & 2 & 3 & -2 & 6 \\
0 & -1 & 2 & -7 & 10 \\
0 & 0 & 1 & -2 & 3 \\
0 & 0 & 0 & -1 & 2
\end{pmatrix}$$

Найденная матрица имеет треугольный вид; по этой матрице запишем систему уравнений, эквивалентную исходной системе,

$$\begin{cases} x_1 + 2x_2 + 3x_3 - 2x_4 = 6 \\ -x_2 + 2x_3 - 7x_4 = 10 \end{cases}$$
$$x_3 - 2x_4 = 3$$
$$-x_4 = 2$$

- 1. Последовательно находим неизвестные, начиная с последнего уравнения, $x_4 = -2$;
- 2. подставим x_4 в третье уравнение и найденное x_3 , $x_3 = -1$;
- 3. затем из второго уравнения находим $x_2 = 2$;
- 4. из первого уравнения получим $x_1 = 1$.

```
Otbet: x_1 = 1, x_2 = 2, x_3 = -1, x_4 = -2.
```

#имя проекта: numpy-example

Код программы решения СЛАУ методом Гаусса

```
#номер версии: 1.0
#имя файла: gauss.py
#автор и его учебная группа: Е. Волков, ЭУ-142
#дата создания: 20.03.2019
#дата последней модификации: 25.03.2019
#связанные файлы: нет
#описание: решение СЛАУ методом Гаусса
#версия Python: 3.6

# --- исходные данные
myA = [
    [1.0, -2.0, 3.0, -4.0],
    [3.0, 3.0, -5.0, -1.0],
```

```
[3.0, 0.0, 3.0, -10.0],
    [-2.0, 1.0, 2.0, -3.0]
7
myB = [
    2.0,
    -3.0,
    8.0,
    5.0]
# --- end of исходные данные
# --- вывод системы на экран
def FancyPrint(A, B, selected):
    for row in range(len(B)):
        print("(", end='')
        for col in range(len(A[row])):
            print("\t{1:10.2f}{0}".format(" " if (selected is None
or selected != (row, col)) else "*", A[row][col]),
                  end='')
        print("\t) * (\tX{0}) = (\t{1:10.2f})".format(row + 1,
B[row])
# --- end of вывод системы на экран
# --- перемена местами двух строк системы
def SwapRows(A, B, row1, row2):
    A[row1], A[row2] = A[row2], A[row1]
    B[row1], B[row2] = B[row2], B[row1]
# --- end of перемена местами двух строк системы
# --- деление строки системы на число
def DivideRow(A, B, row, divider):
    A[row] = [a / divider for a in A[row]]
    B[row] /= divider
\# --- end of деление строки системы на число
# --- сложение строки системы с другой строкой, умноженной на число
def CombineRows (A, B, row, source row, weight):
    A[row] = [(a + k * weight)  for a, k in zip(A[row],
```

```
A[source row])]
    B[row] += B[source row] * weight
# --- end of сложение строки системы с другой строкой, умноженной на
число
# --- решение системы методом Гаусса (приведением к треугольному
виду)
def Gauss(A, B):
   column = 0
    while (column < len(B)):</pre>
        print("Ищем максимальный по модулю элемент в {0}-м
столбце:".format(column + 1))
        current row = None
        for r in range(column, len(A)):
            if current row is None or abs(A[r][column]) >
abs(A[current row][column]):
                current row = r
        if current row is None:
            print ("решений нет")
            return None
        FancyPrint(A, B, (current row, column))
        if current row != column:
            print ("Переставляем строку с найденным элементом
повыше: ")
            SwapRows (A, B, current row, column)
            FancyPrint(A, B, (column, column))
        print ("Нормализуем строку с найденным элементом:")
        DivideRow(A, B, column, A[column][column])
        FancyPrint(A, B, (column, column))
        print ("Обрабатываем нижележащие строки:")
        for r in range(column + 1, len(A)):
            CombineRows (A, B, r, column, -A[r][column])
        FancyPrint(A, B, (column, column))
        column += 1
    print("Матрица приведена к треугольному виду, считаем решение")
    X = [0 \text{ for } b \text{ in } B]
    for i in range (len (B) - 1, -1, -1):
```

```
X[i] = B[i] - sum(x * a for x, a in zip(X[(i + 1):], A[i]](i)
+ 1):]))
   print("Получили ответ:")
   print("\n".join("X{0}) = \t{1:10.2f}".format(i + 1, x) for i, x in
enumerate(X)))
   return X
# --- end of решение системы методом Гаусса (приведением к
треугольному виду)
print("Исходная система:")
FancyPrint(myA, myB, None)
print("Pewaem:")
Gauss (myA, myB)
   Результат работы программы для решения СЛА методом Гаусса
C:\Users\пользователь\PycharmProjects\numpy-
example\venv\Scripts\python.exe
C:/Users/пользователь/PycharmProjects/numpy-example/gauss.py
Исходная система:
   1.00 - 2.00
                  3.00 - 4.00 ) * ( X1 ) = ( 2.00 )
(
   3.00
          3.00 -5.00 -1.00) * ( X2) = ( -3.00)
                 3.00 -10.00 ) * ( X3 ) = (
   3.00
          0.00
                                              8.00)
(-2.00
                 2.00 - 3.00 ) * ( X4 ) = (
           1.00
                                               5.00)
Решаем:
Ищем максимальный по модулю элемент в 1-м столбце:
                 3.00 - 4.00 ) * ( X1 ) = ( 2.00 )
   1.00 - 2.00
   3.00*
          3.00 -5.00 -1.00) * (X2) = (-3.00)
(
          0.00
                 3.00 -10.00 ) * ( X3 ) = (
   3.00
                                               8.00)
(-2.00
                  2.00 - 3.00 ) * ( X4 ) = (
          1.00
                                               5.00)
Переставляем строку с найденным элементом повыше:
   3.00*
          3.00 -5.00 -1.00) * (X1) = (-3.00)
   1.00 - 2.00
                 3.00 - 4.00 ) * ( X2) = ( 2.00)
   3.00
          0.00
                 3.00 -10.00 ) * ( X3 ) = (
                                              8.00)
(-2.00
          1.00
                 2.00 - 3.00 ) * ( X4 ) = (
                                              5.00)
Нормализуем строку с найденным элементом:
          1.00 -1.67 -0.33) * (X1) = (-1.00)
   1.00*
   1.00 - 2.00
                 3.00 - 4.00 ) * ( X2) = ( 2.00)
                 3.00 -10.00 ) * ( X3 ) = (
   3.00
          0.00
                                              8.00)
(-2.00)
          1.00
                  2.00 -3.00
                               ) * (X4) = (
                                              5.00)
Обрабатываем нижележащие строки:
```

```
1.00*
          1.00
                  -1.67
                          -0.33
(
                                ) * (X1) = (
                                               -1.00)
   0.00
         -3.00
                  4.67
                          -3.67
                               ) * (X2) = (
                                                3.00)
(
   0.00
          -3.00
                  8.00
                          -9.00
                                ) * (X3) = (
                                               11.00)
   0.00
           3.00
                  -1.33
                          -3.67
                                ) * (X4) = (
                                                3.00)
Ищем максимальный по модулю элемент в 2-м столбце:
   1.00
           1.00
                  -1.67
                         -0.33
                                ) * (X1) = (-1.00)
(
(
   0.00
          -3.00*
                  4.67
                          -3.67
                                ) * (X2) = (
                                                3.00)
   0.00
          -3.00
                  8.00
                          -9.00
                                ) * (X3) = (
                                               11.00)
   0.00
           3.00
                  -1.33
                          -3.67
                                 ) * (X4) = (
                                                3.00)
(
Нормализуем строку с найденным элементом:
   1.00
           1.00
                  -1.67
                         -0.33
                                 ) * (X1) = (
                                               -1.00)
           1.00* -1.56
                          1.22
(-0.00
                                ) * (X2) = (
                                               -1.00)
( 0.00
          -3.00
                  8.00
                          -9.00
                                ) * (X3) = (
                                               11.00)
   0.00
           3.00
                                ) * (X4) = (
                  -1.33
                          -3.67
                                                3.00)
Обрабатываем нижележащие строки:
           1.00
                  -1.67
                         -0.33
                                ) * (X1) = (
                                               -1.00)
   1.00
           1.00* -1.56
(-0.00
                          1.22
                                ) * (X2) = (-1.00)
           0.00
                          -5.33 ) * ( X3 ) = (
( 0.00
                  3.33
                                                8.00)
                                ) * (X4) = (
   0.00
           0.00
                   3.33
                          -7.33
                                                6.00)
Ищем максимальный по модулю элемент в 3-м столбце:
   1.00
           1.00
                  -1.67
                         -0.33
                                ) * (X1) = (
                                               -1.00)
(
(-0.00
           1.00
                 -1.56
                          1.22
                                ) * (X2) = (-1.00)
( 0.00
           0.00
                  3.33
                          -5.33
                                ) * (X3) = (
                                                8.00)
   0.00
           0.00
                  3.33*
                          -7.33
                                ) * (X4) = (
                                                6.00)
Переставляем строку с найденным элементом повыше:
   1.00
           1.00
                 -1.67
                         -0.33
                                ) * (X1) = (
                                               -1.00)
(
(-0.00
           1.00
                 -1.56
                          1.22
                                ) * (X2) = (-1.00)
( 0.00
           0.00
                  3.33*
                          -7.33 ) * ( X3 ) = (
                                               6.00)
   0.00
           0.00
                  3.33
                          -5.33
                                ) * (X4) = (
                                                8.00)
(
Нормализуем строку с найденным элементом:
   1.00
           1.00
                  -1.67
                          -0.33
                                ) * (X1) = (
                                               -1.00)
           1.00
                                ) * (X2) = (-1.00)
(-0.00
                 -1.56
                          1.22
( 0.00
           0.00
                  1.00*
                          -2.20 ) * ( X3 ) = (
                                               1.80)
                                ) * (X4) = (
   0.00
           0.00
                   3.33
                          -5.33
                                                8.00)
(
Обрабатываем нижележащие строки:
           1.00
                 -1.67
                          -0.33 ) * ( X1 ) = (
   1.00
                                               -1.00)
(-0.00
           1.00
                 -1.56
                          1.22 ) * ( X2) = ( -1.00)
( 0.00
           0.00
                  1.00*
                          -2.20 ) * ( X3) = (
                                               1.80)
   0.00
           0.00
                   0.00
                           2.00
                                ) * (X4) = (
                                                2.00)
(
Ищем максимальный по модулю элемент в 4-м столбце:
   1.00
           1.00
                  -1.67
                         -0.33 ) * ( X1 ) = ( -1.00 )
(
(-0.00
           1.00
                 -1.56
                          1.22
                                ) * (X2) = (-1.00)
( 0.00
           0.00
                  1.00
                          -2.20
                                ) * (X3) = (
                                               1.80)
                          2.00*) * (X4) = (
   0.00
           0.00
                   0.00
                                                2.00)
Нормализуем строку с найденным элементом:
                 -1.67 \quad -0.33 ) * ( X1) = ( -1.00)
   1.00
           1.00
(
```

```
(-0.00 	 1.00 	 -1.56 	 1.22) * (X2) = (-1.00)
( 0.00
          0.00
                  1.00 -2.20 ) * ( X3) = ( 1.80)
( 0.00 0.00
                 0.00
                          1.00*) * (X4) = (1.00)
Обрабатываем нижележащие строки:
          1.00 - 1.67 - 0.33) * (X1) = (-1.00)
   1.00
(-0.00
                          1.22 ) * ( X2) = ( -1.00)
          1.00 -1.56
( 0.00
                  1.00 -2.20 ) * ( X3) = ( 1.80)
           0.00
(0.00 \quad 0.00 \quad 0.00 \quad 1.00*) * (X4) = (1.00)
Матрица приведена к треугольному виду, считаем решение
Получили ответ:
X1 = 2.00
X2 =
      4.00
X3 = 4.00
X4 = 1.00
Process finished with exit code 0
   Программа решения СЛАУ с использованием пакета numpy
#имя проекта: numpy-example
#номер версии: 1.0
#имя файла: numpy-gauss.py
#автор и его учебная группа: Е. Волков, ЭУ-142
#дата создания: 20.03.2019
# дата последней модификации: 25.03.2019
#связанные файлы: пакеты питру
# описание: решение СЛАУ с использование библиоттеки питру
#версия Python: 3.6
import numpy # импортируем библиотеку
# --- исходные данные
mvA = \int
    [1.0, -2.0, 3.0, -4.0],
    [3.0, 3.0, -5.0, -1.0],
    [3.0, 0.0, 3.0, -10.0],
   [-2.0, 1.0, 2.0, -3.0]
]
myB = [
   2.0,
    -3.0,
    8.0,
    5.01
# --- end of исходные данные
```

```
# --- вывод системы на экран
def FancyPrint(A, B, selected):
    for row in range(len(B)):
        print("(", end='')
        for col in range(len(A[row])):
            print("\t{1:10.2f}{0}".format(" " if (selected is None))
or selected != (row, col)) else "*", A[row][col]),
                  end='')
        print("\t) * (\tX{0}) = (\t{1:10.2f})".format(row + 1,
B[row]))
# --- end of вывод системы на экран
print("Исходная система:")
FancyPrint(myA, myB, None)
slv = numpy.linalg.solve(myA, myB)
print("Pewaem:")
print(slv)
```

Результат решения СЛАУ с использованием пакета numpy

```
C:\Users\пользователь\PycharmProjects\numpy-
example\venv\Scripts\python.exe

C:/Users/пользователь/PycharmProjects/numpy-example/numpy-gauss.py

Исходная система:

( 1.00 -2.00 3.00 -4.00 ) * (X1) = ( 2.00)

( 3.00 3.00 -5.00 -1.00 ) * (X2) = ( -3.00)

( 3.00 0.00 3.00 -10.00 ) * (X3) = ( 8.00)

( -2.00 1.00 2.00 -3.00 ) * (X4) = ( 5.00)

Решаем:

[2. 4. 4. 1.]
```

Process finished with exit code 0

Задание курсовой работы для решения СЛАУ методом Гаусса

Варианты задания находятся в приложении 5. Номер вашего индивидуального задания — это две последние цифры студенческого билета. Например, номер студенческого 301/08 — Ваш вариант 08.

В приведенных выше примерах исходные данные, квадратная матрица А и вектор В правой части СЛАУ задаются операцией присваивания:

```
# --- исходные данные

myA = [[1.0, -2.0, 3.0, -4.0],
       [3.0, 3.0, -5.0, -1.0],
       [3.0, 0.0, 3.0, -10.0],
       [-2.0, 1.0, 2.0, -3.0]]

myB = [2.0, -3.0, 8.0, 5.0]

# --- end of исходные данные
```

Ваша задача — записать в файл формата .cvs (MS Exell) исходные для всех систем уравнений своего, применить к ним последовательно соответствующий метод решения и результаты вывести на экран и записать в файл.

Библиографический список

1. Вирт, Н. Алгоритмы и структуры данных / Н. Вирт. – М: Изд-во «Мир», 1989. – 360 с.;

Приложение 1

Шпаргалка Python №1

```
Контейнерные типы
                     Базовые типы
integer, float, boolean, string

    упорядоченная последовательность, быстрый доступ по индекс

         int 783 0 -192
float 9.23 0.0 -1.7e-6
 bool True False 10°
  str "One\nTwo" 'I\'m'
многострочные ("""X\tY\tZ
неименемы, упорядеченныя последенемые симполов
                     t2\t3
                                        set {"key1", "key2"}
                                                                    {1,9,3,0}
                                       -----
для переменных, функций,
модулей, классов...
                                                              type (выражение) Преобразования
                                int ("15") можно указать целое основание системы исчисленя вторым параметром
a_zA..Z потом a..zA..Z 0_9

    пелатинские буквы разрешены, но избегайте их int (15.56)
    отбросить дробную часть (для округления делайте round (15.56))

    ключевые слова языка запрешены

                               float ("-11.24e8")

    маленькие/БОЛЬШИЕ буквы отличаются

                                str (78.3) и для буквального преобразования → repr ("Text")
 o a toto x7 y_max BigOne
                                       см. форматирование строк на другой стороне для более тонкого контроля
 ⊗ 8y and
                                bool — непользуйте сравнения (==, !=, <, >, ...), дающие логический результат
Присвоение переменным
                               list("abc") ucnawayem кажажай элемент ,['a','b','c']
                                                    последовательности
x = 1.2 + 8 + \sin(0)
                                dict([(3, "three"), (1, "one")]) ----
                                                                     значение или вычислимое выражение
                                имя переменной (идентификатор)
y,z,r = 9.2,-7.6, "bad"
                                ":".join(['toto','12','pswd'])--- 'toto:12:pswd'
          контейнер с несколькими
                               соединяющая строка последовательность строк
переменных значениями (здесь кортеж)
                                x+=3 <sup>←</sup> добавление н=2
                             x=None «неопределённая» константа
                                                        Доступ к элементам последовательностей
                          для списков, кортежей, строк...
                          -4 -3 -2 -1
2 3 4 5
траципельный андекс —6
                  -5
                                                    len(lst) \longrightarrow 6
     1 2 3 4 5 доступ к отдельным элементам через [индекс]

1st=[ 11, 67, "abc", 3.14, 42, 1968] 1st[1]→67 1st[0]→11 мункы

сынкы срег 0 1 2 3 4 5 6 1st[-2]→42 1st[-1]→1968 посындай
положительный индикс
попоженный срег 0 1 2 3 4 5 6
оправытельный срег –6 –5 –4 –3 –2 –1
                                                доступ к подпоследовательности [мачало среза : комы среза : ман]
      lst[:-1] → [11,67, "abc", 3.14,42]
                                                    lst[1:3] → [67, "abc"]
      lst[1:-1] → [67, "abc", 3.14, 42]
                                                     lst[-3:-1] \rightarrow [3.14,42]
      lst[::2] → [11, "abc", 42]
                                                     lst[:3] → [11,67, "abc"]
      lst[:] + [11,67, "abc", 3.14,42,1968]
                                                     lst[4:] \rightarrow [42, 1968]
                срез без указания границ → с начала до конца
  Для изменяемых последовательностей, полежо удаление del lst[3:5] и изменение с помощью присвоения lst[1:4]=['hop',9]
   ______
                                Блоки инструкций 💥
                                                      выражения в блоке выполняется Условный оператор
Сравнения: < > <= >= == !=
≤ ≥ = ≠
                                                      талько если целовие истивно
a and b догическое или
a or b догическое или
пot a догическое или
Тrue константа «истина»

False константа «ложь»

→ блок инструкций 1...

                                                              if логическое выражение:
                                                               —→ блок выражений
                                                      может сопровождаться несколькими elif, elif, ...,
                                                      но только одним окончательним else. Пример:
                                                          # блок выполнится, если х==42 истинно
False константа «ложь»
   130 kinetania (kiokio
                                                     print("real truth")
elif x>0:
# иначе блок, если лог. выражение х > 0 истивно
🕏 числа с плавающей точкой... приближенные значения!
                                                     print("be positive")
elif bFinished:
                                                         # иначе блок, если лог. перем. bFinished истипна
                                                          print ("how, finished")
                                                          # иначе блок для всех остальных случаев
                                                          print ("when it's not")
round(3.57,1)→3.6 log(e**2)→2.0 um.à.(cu. àmu)
```

Приложение 2

Шпаргалка Python №2

```
Цикл с условием 🐪 блок инструкций выполняется
                                                                                                                                                      Цикл перебора
 блок инструкций выполняется
                                                                                           для всех элементов контейнера или итератора
 до тех пор, пока условие истинно
                   while логическое выражение:
                                                                                                           for переменная in подследовательность:
                    — блок инструкций
                                                                      Управление циклом
                                                                                                             блок инструкций
                                                                       break
 і = 1 } инациализации перед цаклон
                                                                                                         Проход по элементам последовательности
                                                                            пемедленный выход
                                                                                                           s = "Some text" | ununquancaquu neped циклом
                                                                       continue
   условие с хотя бы одним изменяющимся значением
                                                                       следующая итерация cnt = 0
 while i <= 100:
                                                                                                             переменная цикла, значение управляется циклом for
         # выражения вычисляются пока і ≤ 100
                                                                       s = \sum_{i=100}^{i=100} i^2
                                                                                                           for c in s:
         # вырключия об

s = s + i**2

i = i + 1 ризменяет переменную цикла
                                                                                                                  if c == "e":
                                                                                                                                                           бика 🛊 в строке
                                                                                                          cnt = cnt + 1
print("found", cnt, "'e'")
 print ("sum: ", s) } вычисленный результат цикла
                                                                                              цикл по dict/set = цикл по последовательности ключей
                          в остерегайтесь бесконечных циклов !
                                                                                              используйте срезы для проходов по подпоследовательностям
                                                                                              Проход по индексам последовательности
                                                               Печать / Ввод

    можно присваивать элемент по индексу

                                                            ",y+4)

    доступ к соседним элементам

                                                                                              lst = [11,18,9,12,23,4,17]
                                                                                              lost = []
for idx in range(len(lst)):
     элементы для отображения : литералы, переменные, выражения
     настройки print:

" sep=" " (разделитель аргументов, по умолч. пробел)

" end="\n" (конец печати, по умолч. перевод строки)
                                                                                                      val = lst[idx]
                                                                                                     if val > 15:
lost.append(val)
                                                                                                                                                        больше 15. заполнати

    file=f (печать в файл, по умолч. стандартный вывод)

                                                                                                             lst[idx] = 15
  s = input("Instructions:")
                                                                                              print("modif:",1st,"-lost:",lost)
     в input всегда возвращает строку, преобразуйте её к нужному
                                                                                              Пройти одновременно по видексам и значениям 
for idx, val in enumerate(lst):
     типу сами (см. «Преобразования» на другой стороне).

п (с) → количество элементов Операции с контейнерами
len (с) → количество элементов
                                                                                                                  Генераторы последовательностей int
                                                                                                                                                          не включается
min(c) max(c) sum(c) Прим.: для словарей и мнеокесте эти
                                                                                                   часто используются — по умолчанию 0
 sorted(c) \rightarrow orcoptuponanas кония операции работают с ключами.
                                                                                                                          range ([start, [stop [, step])
                                                                                                  a makaax for
 val in c → boolean, membersihp operator in (absence not in)
                                                                                                  range (5)-
                                                                                                                                                       \rightarrow 0 1 2 3 4
enumerate (c) → имератор по парам (яндекс, значение)
                                                                                                  range (3,8)-
                                                                                                                                                        +34567
Только для последовательностей (lists, tuples, strings) :
                                                                                                  range (2, 12, 3)-
reversed (c) → reverse iterator c*5 → повторить c+c2 → соеденить
                                          c.count (val) → подсчёт вхождений
c.index(val) → понция
                                                                                                        zange возвращает «генератор», чтобы увидеть значения
ў изменяют первовачальный список Опе
                                                                                                        преобразуйте его в последовательность, например:
                                                                                                        print(list(range(4)))
                                                     Операции со списками
1st.append(item)
                                            добавить элемент в конеп
                                            добавить последовательность в конец
 1st.extend(seg)
                                                                                                  имя функций (идентификатор) Определение функций
 lst.insert(idx,val)
                                          вставить значение по индексу
                                                                                                                                именованые параметры
lst.remove(val)
                                           удалить первое вхождение val
                                            удалить значение по индексу и вернуть его
lst.pop(idx)
                                                                                                  def fctname(p_x,p_y,p_z):
                        1st.reverse() сортировать/обратить список по месту
                                                                                                             """documentation"

        Операции со словарями d [key] = value
        d.clear () d [key] → value
        Операции с множествами Операторы:

        d. update (d2) обловимы доловимы д
                                                                                                            # инструкции, вычисление результата
                                                                                                           return res - результат вызова. если нет
                                                                                                                                            возврата значения.
                                                                                                                                           по умолчанию вернёт None
                                                                                                   существуют только во время
вызова функции («черная коробка»)
                                                                                                  r = fctname (3, i+2, 2*i) Вызов функций
                        s.discard(key)
d.pop (key)
                                                                                                                            один аргумент каждому параметру
                                                                                                   получить результат (если нужен)
 Сверанение и считывание файлов с диска
                                                                                                  Форматирование строк
f = open("fil.txt", "w", encoding="utf8")
                                                                                                                                       значения для форматирования
                                                                                                    форматные директивы
                                                                                                  "model {} {} {}".format(x,y,r) =
                      имя файла
                                         режим работы
                                                                                                   " { селектор : формат ! преобразование }
переменная
                     на диске
                                           'r' read
                                                                       символов в текс-
                                         "w' write
для операций (+путь...)
                                                                       товых файлах:

    Селекторы :

                                                                                                                              ["(:+2.3f)".format(45.7273)
                                                                      utf8 ascii
cp1251 ...
                                         □ 'a' append...
                                                                                                                              →'+45.727'
"(1:>10s)".format(8,"toto")
 см. функции в модулях ов и ов.path
                                                                                                     x
0.nom
                                                                                                                               →' toto'
"(!r)".format("I'm")
занись
f.write("hello")
f текстовый файл → чистис/камись
massko стирок, прем'ралуйте
текстову, прем'ралуйте
тероку
                                                                                                     4 [key]
                                                                                                   Формат :
                                                                                                  гапогнение вырхвинание знак ниниварина точность-максиварина тип
 тазько строк, преобразуйте
                                      s = f.readline()
                                                                                                            + - пробез О в начале для заполнен
 требценые пипы
 f.close() і не забывайте закрывать после использования
                                                                                                  целые: Б бинарный, с символ, с десятичи. (по умолч.), с 8-ричи, ж или х 16-рич
                       Антоматическое экрыте: with open (...) as f:
                                                                                                  float: е от E экспонениалния запись, f от е фиксир. точки,
g от G наиболее подходящая ит е или F, 5 перевод долей в %
 очень часто: цикл по строкам (каждая до '\n') текстового файла
                                                                                                 строки: в ...
 for line in f :
       # блок кода для обработки строки

    Преобразование : в (читаемый текст) или x (в виде литерала)
```

Варианты СЛАУ для курсовой работы

Вариант №1

Задача №1

1.05 1.51 1.77 1.61 1111 0.71		1.83	1.34	1.74	1.47	1.54 * X1 =	0.71
-----------------------------------	--	------	------	------	------	------------------	------

Задача №2

Задача №3

$$\begin{vmatrix} 1.70 & 1.78 & 1.45 & 1.73 & 1.93 & |*| X3 = | 0.23 | \end{vmatrix}$$

$$| 1.40 \quad 1.57 \quad 1.68 \quad 1.50 \quad 1.84 \mid * \mid X5 \mid = \mid 0.72 \mid$$

Задача №4

$$| 1.78 \quad 1.19 \quad | * | X1 | = | 0.26 |$$

```
1.68 1.52 | * | X2 | = | 0.28 |
```

Вариант №2

Задача №1

	1.06	1.76	1.47	1.03	1.69	* X1 =	0.10
--	------	------	------	------	------	-----------	------

$$| 1.88 \quad 1.14 \quad 1.34 \quad 1.73 \quad 1.87 \quad |*| \quad | X4 = | \quad 0.81 |$$

Задача №2

$$\begin{vmatrix} 1.21 & 1.21 & 1.58 & 1.98 & 1.03 & 1.12 & |*| X6| = | & 0.25| \end{vmatrix}$$

Задача №3

Задача №4

$$| 1.88 \quad 1.75 \mid * \mid X2 \mid = | 0.99 \mid$$

Вариант №3

Задача №1

Задача №2

$$| 1.59 \quad 1.97 \quad 1.99 \quad 1.43 \quad 1.08 \quad 1.23 \mid * \mid X2 \mid = \mid 0.51 \mid$$

$$| 1.87 \quad 1.59 \quad 1.25 \quad 1.51 \quad 1.88 \quad 1.86 \mid * \mid X3 \mid = \mid 0.37 \mid$$

$$| 1.68 \quad 1.79 \quad 1.21 \quad 1.70 \quad 1.63 \quad 1.66 \mid * \mid X5 \mid = \mid 0.90 \mid$$

$$| 1.36 \quad 1.72 \quad 1.59 \quad 1.10 \quad 1.73 \quad 1.03 \mid * \mid X6 \mid = \mid 0.83 \mid$$

Задача №3

Задача №4

$$| \quad 1.20 \quad 1.89 \quad 1.47 \quad 1.65 \quad 1.05 \quad 1.28 \ |*|X1| = | \quad 0.24|$$

$$| \quad 1.78 \quad 1.59 \quad 1.77 \quad 1.68 \quad 1.76 \quad 1.63 \ |*| X2| = | \quad 0.28|$$

$$| \quad 1.39 \quad 1.66 \quad 1.42 \quad 1.67 \quad 1.37 \quad 1.66 \ |*| X3| = | \quad 0.42|$$

$$| 1.25 \quad 1.82 \quad 1.68 \quad 1.03 \quad 1.78 \quad 1.79 \ |*| X4| = | 0.12|$$

$$| 1.28 \quad 1.11 \quad 1.74 \quad 1.46 \quad 1.26 \quad 1.17 \mid * \mid X5 \mid = \mid 0.86 \mid$$

$$| 1.16 \quad 1.71 \quad 1.99 \mid * \mid X2 \mid = \mid 0.17 \mid$$

1.26 1.05 1.66
$$| * | X3 | = | 0.26 |$$

Вариант №4

Задача №1

$$| 1.06 \quad 1.41 \quad 1.14 \mid * \mid X2 \mid = \mid \quad 0.06 \mid$$

Задача №2

$$| 1.70 \quad 1.51 \quad | * | X1 | = | \quad 0.91 |$$

$$| 1.17 \quad 1.80 \mid * \mid X2 \mid = | \quad 0.67 \mid$$

Задача №3

$$| 1.77 \quad 1.76 \quad 1.61 \mid * \mid X1 \mid = \mid 0.47 \mid$$

Задача №4

$$| 1.06 \quad 1.56 \mid * \mid X2 \mid = | 0.24 \mid$$

Задача №5

$$| 1.49 \quad 1.59 \quad 1.20 \quad 1.66 \quad 1.30 \mid * \mid X3 \mid = \mid 0.56 \mid$$

Вариант №5

$$| 1.81 \quad 1.65 \quad | * | X1 | = | \quad 0.79 |$$

Задача №2

$$| 1.19 \quad 1.25 \quad 1.87 \quad 1.13 \quad 1.31 \mid * \mid X1 \mid = \mid 0.95 \mid$$

Задача №3

$$| 1.81 \quad 1.32 \quad | * | X1 | = | \quad 0.11 |$$

$$| 1.73 \quad 1.92 \quad | * | X2 | = | \quad 0.04 |$$

Задача №4

$$| 1.99 \quad 1.72 \quad | * | X1 | = | \quad 0.47 |$$

Задача №5

$$| 1.78 \quad 1.71 \quad | * | X1 | = | 0.26 |$$

Вариант №6

Задача №1

$$\begin{vmatrix} 1.72 & 1.68 & 1.51 & 1.78 & 1.82 & 1.85 & |*| X5| = | 0.02| \end{vmatrix}$$

```
| 1.50 \quad 1.50 \quad 1.77 \quad 1.37 \quad 1.98 \quad 1.37 \mid * \mid X6 \mid = \mid 0.22 \mid
```

Задача №3

$$| 1.36 \quad 1.37 \mid * \mid X1 \mid = \mid 0.51 \mid$$

$$| 1.38 \quad 1.90 \mid * \mid X2 \mid = | 0.23 \mid$$

Задача №4

$$| 1.26 \quad 1.01 \mid * \mid X1 \mid = | 0.08 \mid$$

Задача №5

$$| 1.64 \quad 1.95 \quad 1.11 \quad 1.63 \quad 1.05 \quad 1.62 \ |*| X2| = | 0.20|$$

$$\begin{vmatrix} 1.13 & 1.62 & 1.12 & 1.21 & 1.60 & 1.81 & |*| X6| = | 0.52| \end{vmatrix}$$

Вариант №7

Задача №1

Задача №2

$$\begin{vmatrix} 1.38 & 1.31 & 1.31 & 1.86 & |*| X4| = | & 0.33| \end{vmatrix}$$

Задача №5

Вариант №8

Задача №1

$$| 1.71 \quad 1.46 \quad 1.12 \quad | * | X2 | = | \quad 0.54 |$$

Задача №2

$$| 1.77 \quad 1.13 \quad 1.17 \quad 1.69 \quad 1.12 \mid * \mid X1 \mid = \mid 0.02 \mid$$

$$\begin{vmatrix} 1.27 & 1.26 & 1.12 & 1.59 & 1.39 & |*| X5 = | 0.15 \end{vmatrix}$$

```
| 1.62 | 1.15 | 1.65 | 1.62 | * | X1| = | 0.21|
```

$$\begin{vmatrix} 1.97 & 1.10 & 1.03 & 1.04 & |*| X4 = | & 0.53| \end{vmatrix}$$

Задача №5

Вариант №9

Задача №1

$$| \quad 1.67 \quad 1.97 \quad 1.61 \quad 1.78 \quad 1.31 \quad 1.06 \ |*| \ X1| = | \quad 0.13|$$

$$| \quad 1.66 \quad 1.80 \quad 1.91 \quad 1.54 \quad 1.04 \quad 1.57 \ |*| X2| = | \quad 0.36|$$

$$| \quad 1.31 \quad 1.12 \quad 1.99 \quad 1.63 \quad 1.72 \quad 1.74 \ |*| X3| = | \quad 0.39|$$

$$| 1.23 \quad 1.09 \quad 1.73 \quad 1.54 \quad 1.64 \quad 1.03 \mid * \mid X5 \mid = \mid 0.34 \mid$$

$$| 1.40 \quad 1.37 \quad 1.02 \quad 1.71 \quad 1.71 \quad 1.21 \mid * \mid X6 \mid = \mid 0.64 \mid$$

$$| \quad 1.10 \quad 1.34 \quad 1.76 \quad 1.64 \quad 1.21 \quad 1.93 \ |*|X1| = | \quad 0.39|$$

$$| 1.47 \quad 1.59 \quad 1.04 \quad 1.65 \quad 1.95 \quad 1.32 \mid * \mid X2 \mid = \mid 0.97 \mid$$

$$| 1.87 \quad 1.09 \quad 1.47 \quad 1.39 \quad 1.38 \quad 1.33 \mid * \mid X4 \mid = \mid 0.25 \mid$$

$$| 1.82 \quad 1.88 \quad 1.78 \quad | * | X2 | = | \quad 0.73 |$$

Задача №4

Задача №5

$$\begin{vmatrix} 1.47 & 1.52 & 1.01 & 1.01 & 1.78 & |*| X4| = | 0.10| \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1.83 & 1.58 & 1.81 & 1.81 & 1.01 & |*| X5 = | 0.73 | \end{vmatrix}$$

Вариант №10

Задача №1

$$| \quad 1.03 \quad 1.77 \quad 1.08 \quad 1.62 \quad 1.27 \quad 1.69 \ |*| X1| = | \quad 0.41|$$

$$| 1.40 \quad 1.35 \quad 1.32 \quad 1.83 \quad 1.65 \quad 1.75 \mid * \mid X2 \mid = \mid 0.44 \mid$$

$$| 1.16 \quad 1.58 \quad 1.52 \quad 1.92 \quad 1.26 \quad 1.97 \mid * \mid X6 \mid = \mid 0.16 \mid$$

 $| 1.76 \quad 1.24 \mid * \mid X2 \mid = | 0.66 |$

Залача №3

За	дача №́.	3					
	1.46	1.34	1.41	1.90	1.33	1.27 * X1 =	0.00
	1.84	1.76	1.28	1.86	1.25	1.34 * X2 =	0.23
	1.42	1.64	1.59	1.49	1.77	1.56 * X3 =	0.95
	1.07	1.56	1.46	1.28	1.03	1.43 * X4 =	0.13
	1.17	1.73	1.95	1.92	1.96	1.46 * X5 =	0.19
	1.76	1.65	1.50	1.35	1.12	1.57 * X6 =	0.72
За	дача №	4					
	1.02	1.09	1.10	1.10	1.96	1.10 * X1 =	0.11
	1.05	1.88	1.28	1.43	1.78	1.85 * X2 =	0.07
	1.90	1.82	1.62	1.52	1.73	1.89 * X3 =	0.21
	1.71	1.14	1.53	1.23	1.42	1.87 * X4 =	0.89
	1.50	1.23	1.92	1.62	1.52	1.49 * X5 =	0.40
	1.41	1.78	1.28	1.30	1.48	1.68 * X6 =	0.41
3a	дача №:	5					
	1.39	1.80	1.85	1.35	1.73	1.42 * X1 =	0.71
	1.75	1.30	1.41	1.95	1.54	1.94 * X2 =	0.21
	1.29	1.87	1.36	1.74	1.03	1.00 * X3 =	0.50
	1.06	1.17	1.01	1.13	1.91	1.21 * X4 =	0.14

1.99 | * | X5| = | 0.68|

0.56

1.77 | * | X6| = |

Вариант №11

1.70

1.68

1.95

1.29

1.95

1.43

1.45

1.69

Задача №1

| 1.05

| 1.25

 $| 1.38 \quad 1.21 \quad |*| X2| = | 0.41|$

$$| 1.65 \quad 1.20 \quad 1.81 \quad 1.80 \quad 1.00 \mid * \mid X5 \mid = \mid 0.01 \mid$$

$$| 1.27 \quad 1.65 \quad 1.92 \quad 1.93 \quad 1.88 \quad 1.85 \ |*|X4| = | 0.18|$$

Задача №4

$$| 1.95 \quad 1.59 \quad | * | X2 | = | 0.73 |$$

Задача №5

$$| 1.21 | 1.21 | * | X1| = | 0.37|$$

Вариант №12

Задача №1

$$| 1.27 \quad 1.17 \quad | * | X1 | = | \quad 0.22 |$$

$$\begin{vmatrix} 1.80 & 1.53 & 1.10 & 1.40 & 1.41 & |*| X3 = | 0.30| \end{vmatrix}$$

$$| 1.02 \quad 1.01 \quad 1.16 \quad 1.61 \quad 1.83 \mid * \mid X4 \mid = \mid 0.22 \mid$$

Задача №4

$$| 1.84 \quad 1.56 \mid * \mid X2 \mid = | 0.71 \mid$$

Задача №5

$$\begin{vmatrix} 1.03 & 1.19 & 1.43 & 1.22 & 1.95 & |*| X5| = | 0.80| \end{vmatrix}$$

Вариант №13

Задача №1

$$| 1.97 \quad 1.48 \quad | * | X1 | = | 0.64 |$$

$$| 1.97 \quad 1.60 \mid * \mid X2 \mid = | 0.10 \mid$$

Задача №2

$$\begin{vmatrix} 1.40 & 1.17 & 1.45 & 1.85 & 1.45 & |*|X1| = | 0.17| \end{vmatrix}$$

$$\begin{vmatrix} 1.40 & 1.09 & 1.53 & 1.27 & 1.35 & |*| X3 = | & 0.95| \end{vmatrix}$$

$$| \quad 1.04 \quad 1.94 \quad 1.97 \quad 1.20 \quad 1.90 \ |*| \ X5| = | \quad 0.17|$$

$$| 1.72 \quad 1.41 \quad 1.25 \quad 1.94 \mid * \mid X4 \mid = \mid 0.94 \mid$$

Задача №5

Вариант №14

Задача №1

Задача №2

$$| 1.63 \quad 1.45 \quad 1.97 \quad 1.72 \quad 1.80 \quad 1.39 \ |*| X2| = | 0.19|$$

$$\begin{vmatrix} 1.22 & 1.47 & 1.42 & 1.54 & 1.73 & 1.80 & |*| X5 = | 0.39 | \end{vmatrix}$$

```
| 1.28 | 1.48 | 1.22 | 1.84 | * | X2| = | 0.99|
```

$$| 1.79 \quad 1.58 \quad 1.81 \quad 1.50 \mid * \mid X3 \mid = \mid 0.12 \mid$$

$$\begin{vmatrix} 1.02 & 1.13 & 1.33 & 1.24 & 1.43 & 1.30 & |*| X2| = | 0.97| \end{vmatrix}$$

$$| 1.19 \quad 1.37 \quad 1.01 \quad 1.51 \quad 2.00 \quad 1.61 \mid * \mid X6 \mid = \mid 0.69 \mid$$

Задача №5

Вариант №15

Задача №1

$$| 1.70 \quad 1.08 \quad | * | X1 | = | \quad 0.75 |$$

$$| 1.19 \quad 1.72 \quad | * | X2 | = | 0.43 |$$

Задача №2

$$| 1.63 \quad 1.82 \quad | * | X1 | = | 0.03 |$$

$$| 1.91 \quad 1.24 \quad | * | X2| = | 0.06|$$

Задача №5

$$| 1.08 \quad 1.74 \quad 1.24 \quad 1.02 \quad 1.24 \mid * \mid X3 \mid = \mid 0.74 \mid$$

Вариант №16

Задача №1

Задача №2

$$| 1.03 \quad 1.41 \quad 1.23 \mid * \mid X1 \mid = \mid \quad 0.27 \mid$$

Задача №3

$$| 1.40 \quad 1.06 \mid * \mid X1 \mid = | 0.20 \mid$$

$$| 1.25 | 1.22 | * | X2| = | 0.60|$$

$$| 1.52 \quad 1.71 \quad | * | X1 | = | 0.67 |$$

```
| 1.02 \quad 1.81 \quad | * | X2| = | 0.81|
```

Вариант №17

Задача №1

$$| 1.64 \quad 1.91 \quad 1.40 \quad 1.47 \quad 1.28 \mid * \mid X4 \mid = \mid 0.17 \mid$$

Задача №2

$$| 1.99 \quad 1.98 \quad 1.60 \mid * \mid X2 \mid = \mid \quad 0.57 \mid$$

Задача №3

$$| 1.73 \quad 1.17 \quad | * | X1 | = | 0.78 |$$

$$| 1.86 \quad 1.07 \mid * \mid X2 \mid = | 0.25 \mid$$

Задача №4

$$| 1.91 \quad 1.40 \quad | * | X1 | = | 0.53 |$$

$$| 1.92 \quad 1.74 \quad | * | X2| = | 0.76|$$

$$\begin{vmatrix} 1.05 & 1.61 & 1.35 & 1.67 & 1.56 & |*| X2 = | & 0.78 \end{vmatrix}$$

Вариант №18

Задача №1

Задача №2

$$| 1.20 \quad 1.87 \quad | * | X2 | = | \quad 0.82 |$$

Задача №3

$$| 1.85 \quad 1.50 \quad 1.71 \quad 1.13 \mid * \mid X3 \mid = \mid 0.74 \mid$$

Задача №4

$$| 1.92 \quad 1.61 \mid * \mid X1 \mid = | \quad 0.14 \mid$$

Задача №5

Вариант №19

$$| 1.62 \quad 1.02 \quad 1.08 \quad 1.61 \mid * \mid X2 \mid = \mid 0.61 \mid$$

$$| 1.92 \quad 1.92 \quad 1.50 \quad 1.56 \quad 1.74 \quad 1.85 \ |*| X5| = | 0.90|$$

Задача №3

$$\begin{vmatrix} 1.22 & 1.45 & 1.12 & 1.25 & 1.72 & |*| X4| = | 0.11| \end{vmatrix}$$

Задача №4

$$| 1.31 \quad 1.17 \quad 1.40 \quad 1.20 \mid * \mid X3 \mid = \mid 0.73 \mid$$

Вариант №20

Задача №1

1.80	1.77	1.48	1.39	1.24	1.30	* X1 =	0.75

$$\begin{vmatrix} 1.27 & 1.12 & 1.80 & 1.28 & 1.04 & 1.67 & |*| X6 = | 0.02 | \end{vmatrix}$$

Задача №2

$$| 1.30 \quad 1.27 \quad 1.61 \quad 1.19 \quad 1.85 \quad 1.63 \mid * \mid X2 \mid = \mid 0.75 \mid$$

$$\begin{vmatrix} 1.97 & 1.12 & 1.58 & 1.97 & 1.65 & 1.66 & |*|X4| = | & 0.50| \end{vmatrix}$$

Задача №3

Задача №4

$$| 1.61 \quad 1.75 \quad 1.67 \quad |*| X3| = | 0.33|$$

$$| 1.04 \quad 1.25 \quad | * | X1 | = | \quad 0.44 |$$

$$| 1.09 \quad 1.17 \quad | * | X2 | = | 0.60 |$$

Вариант №21

Задача №1

Задача №2

$$| 1.57 \quad 1.04 \quad 1.57 \quad 1.88 \mid * \mid X2 \mid = \mid 0.13 \mid$$

Задача №3

Задача №4

Задача №5

$$| 1.79 \quad 1.31 \quad 1.11 \quad 1.31 \quad 1.32 \quad 1.83 \quad | * | X3| = | 0.75|$$

Вариант №22

1.04 1.29 * X2 = 0.

$$| 1.57 \quad 1.27 \quad 1.44 \quad 1.07 \quad | * | X1 | = | 0.48 |$$

Задача №3

Задача №4

$$\begin{vmatrix} 1.43 & 1.86 & 1.48 & 1.39 & 1.42 & 1.12 & |*| X6| = | 0.22| \end{vmatrix}$$

Задача №5

Вариант №23

$$| 1.70 \quad 1.10 \quad 1.89 \quad 1.03 \mid * \mid X2 \mid = \mid 0.16 \mid$$

Задача №3

$$| 1.50 \quad 1.00 \quad 1.80 \quad | * | X1 | = | \quad 0.46 |$$

Задача №4

Задача №5

$$| 1.48 \quad 1.26 \mid * \mid X1 \mid = | 0.41 \mid$$

Вариант №24

Задача №1

$$| 1.97 \quad 1.70 \quad 1.56 \quad 1.00 \mid * \mid X1 \mid = \mid 0.41 \mid$$

$$| 1.12 \quad 1.23 \quad 1.89 \quad 1.51 \mid * \mid X2 \mid = \mid 0.96 \mid$$

$$| 1.96 \quad 1.11 \quad 1.64 \quad 1.13 \mid * \mid X3 \mid = \mid 0.37 \mid$$

$$| 1.40 \quad 1.92 \quad 1.96 \quad 2.00 \mid * \mid X2 \mid = \mid 0.24 \mid$$

Задача №4

Задача №5

Вариант №25

Задача №1

Задача №2

$$\begin{vmatrix} 1.57 & 1.80 & 1.58 & 1.98 & 1.19 & |*| X3 = | & 0.24 \end{vmatrix}$$

$$| 1.94 \quad 1.69 \quad | * | X1 | = | 0.90 |$$

$$| 1.21 \quad 1.44 \quad | * | X2| = | 0.62|$$

Задача №5

Вариант №26

Задача №1

$$| 1.10 \quad 1.04 \quad 1.17 \quad 1.67 \quad 1.89 \mid * \mid X4 \mid = \mid 0.09 \mid$$

Задача №2

$$| 1.97 \quad 1.04 \quad 1.01 \quad 1.71 \quad 1.39 \quad 1.54 \mid * \mid X6 \mid = \mid 0.41 \mid$$

$$\begin{vmatrix} 1.35 & 1.34 & 1.10 & 1.56 & 1.06 & |*| X2 = | & 0.23 | \end{vmatrix}$$

$$| 1.52 \quad 1.11 \quad | * | X1| = | 0.24|$$

Задача №5

$$| 1.95 \quad 1.33 \quad 1.79 \quad 1.25 \quad 1.31 \mid * \mid X4 \mid = \mid 0.63 \mid$$

$$| 1.82 \quad 1.82 \quad 1.67 \quad 1.86 \quad 1.84 \mid * \mid X5 \mid = \mid 0.52 \mid$$

Вариант №27

Задача №1

$$| 1.54 \quad 1.09 \quad 1.36 \quad 1.42 \quad 1.98 \quad 1.52 \mid * \mid X6 \mid = \mid 0.21 \mid$$

Задача №2

$$| 1.80 \quad 1.95 \quad | * | X1 | = | \quad 0.90 |$$

$$\begin{vmatrix} 1.73 & 1.21 & 1.73 & 1.02 & |*| X1| = | & 0.04| \end{vmatrix}$$

$$| 1.51 \quad 1.66 \quad 1.71 \quad 1.60 \mid * \mid X2 \mid = \mid 0.37 \mid$$

$$| 1.56 \quad 1.14 \quad 1.81 \quad 1.41 \mid * \mid X4 \mid = \mid 0.31 \mid$$

Задача №5

Вариант №28

Задача №1

Задача №2

$$| 1.85 \quad 1.87 \quad | * | X1 | = | 0.11 |$$

$$| 1.24 \quad 1.96 \mid * \mid X2 \mid = | 0.74 \mid$$

Задача №3

$$| 1.97 \quad 1.02 \quad 1.32 \quad 1.46 \mid * \mid X1 \mid = \mid 0.04 \mid$$

$$| 1.69 \quad 1.09 \quad 1.53 \mid * \mid X2 \mid = \mid 0.89 \mid$$

$$| 1.58 \quad 1.51 \quad | * | X1 | = | 0.42 |$$

$$| 1.85 \quad 1.19 \quad | * | X2 | = | 0.61 |$$

Вариант №29

Задача №1

$$| 1.18 \quad 1.86 \mid * \mid X1 \mid = | \quad 0.34 \mid$$

$$| 1.01 \quad 1.75 \quad | * | X2| = | 0.44|$$

Задача №2

$$| 1.24 \quad 1.27 \quad 1.51 \quad 1.32 \quad 1.17 \quad 1.93 \mid * \mid X6 \mid = \mid 0.36 \mid$$

Задача №3

$$| 1.98 \quad 1.14 \quad | * | X2 | = | 0.66 |$$

Задача №4

$$| 1.98 \quad 1.93 \quad 1.16 \quad 1.39 \quad 1.14 \quad 1.25 \mid * \mid X1 \mid = \mid 0.24 \mid$$

```
| 1.60 \quad 1.15 \quad 1.52 \quad 1.10 \quad 1.12 \quad 1.78 \mid * \mid X5 \mid = \mid 0.93 \mid
```

Вариант №30

Задача №1

$$| 1.70 \quad 1.11 \quad 1.83 \quad 1.67 \quad 1.04 \quad 1.57 \mid * \mid X2 \mid = \mid 0.05 \mid$$

$$| 1.04 \quad 1.75 \quad 1.20 \quad 1.43 \quad 1.43 \quad 1.45 \mid * \mid X3 \mid = \mid 0.16 \mid$$

$$| 1.85 \quad 1.51 \quad 1.98 \quad 1.82 \quad 1.04 \quad 1.56 \mid * \mid X6 \mid = \mid 0.97 \mid$$

Задача №2

Задача №3

$$| 1.13 \quad 1.15 \mid * \mid X2 \mid = \mid 0.37 \mid$$

Задача №4