

ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫЕ МЕТОДЫ АЛГЕБРЫ

ЛАБОРАТОРНАЯ РАБОТА 1

Численное интегрирование

Крачковский Даниил
8 группа

Преподаватель:
Будник Анатолий Михайлович

19 декабря 2017 г.

1 Постановка задачи

Дан интеграл:

$$I = \int_0^1 \frac{\sqrt{a+x^2}}{1+\cos ax} dx, \quad a = 0.5 + 0.1k \quad k = 7 \quad (1)$$

Используя составную квадратурную формулу средних прямоугольников и составную квадратурную формулу Симпсона вычислить I . Определить шаг, достаточный для получения результата с точностью $\varepsilon = 10^{-5}$.

2 Алгоритм

Формула средних прямоугольников

$$\begin{aligned} I &= \sum_{k=0}^{n-1} \int_{x_k}^{x_{k+1}} f(x) dx \\ I &\approx h \sum_{k=0}^{n-1} f\left(\frac{x_k + x_{k+1}}{2}\right) \\ R &\leq h^2 \frac{b-a}{24} \max_{x \in [a,b]} f''(x) \\ h &\geq \sqrt{\frac{24R}{(b-a) \max_{x \in [a,b]} f''(x)}} \end{aligned}$$

Формула Симпсона

$$\begin{aligned} I &\approx \frac{h}{3} \left(f(x_0) + 4 \sum_{k=1}^{n/2} f(x_{2k-1}) + 2 \sum_{k=1}^{n/2-1} f(x_{2k}) + f(x_n) \right) \\ R &\leq h^4 \frac{b-a}{180} \max_{x \in [a,b]} f^{IV}(x) \\ h &\geq \sqrt[4]{\frac{180R}{(b-a) \max_{x \in [a,b]} f^{IV}(x)}} \end{aligned}$$

3 Результат

Средних:

h: 0.00894427190999916
n: 111
I: 0.6909220448382232

Симпсона:

h: 0.09306048591020996
n: 10
I: 0.47912965028132487

4 Листинг кода

```
import math

def f_x(x):
    p = 1.2
    return math.sqrt(p + x ** 2) / (1. + math.cos(p * x))

eps = 10. ** (-5)
max_f_2 = 3.
a = 0
b = 1

if __name__ == '__main__':
    h = math.sqrt(24.*eps/max_f_2)
    n = int(1. / h)
    I = h * sum(f_x(a + k*h) for k in range(0, n - 1))

    print('middle')
    print('h: {}'.format(h))
    print('n: {}'.format(n))
    print('I: {}'.format(I))
```

```

import math

def f_x(x):
    p = 1.2
    return math.sqrt(p + x ** 2) / (1. + math.cos(p * x))

eps = 10. ** (-5)
max_f_4 = 24.
a = 0
b = 1

if __name__ == '__main__':
    h = (180. * eps / max_f_4) ** (1./4.)
    n = int(1. / h)

    sum_1 = sum(f_x(a + (2*k - 1)*h) for k in range(1, int(n / 2)))
    sum_2 = sum(f_x(a + (2*k)*h) for k in range(1, int(n / 2) - 1))

    I = h / 3. * (f_x(a) + f_x(b) + 4 * sum_1 + 2 * sum_2)

    print('simpson')
    print('h: {}'.format(h))
    print('n: {}'.format(n))
    print('I: {}'.format(I))

```