

Topologia diferencial 2025, Lista 3

Professor: Vinicius Ramos

Entrega dia 19/02

Problema 1: Seja $f : X \rightarrow Y$ um difeomorfismo entre duas variedades orientadas conexas. Prove que df_x preserva orientação para um ponto $x \in X$ se, e somente se, df_x preserva orientação para todo ponto $x \in X$.

Problema 2: Seja X uma variedade orientável. Prove que a orientação induzida em $X \times X$ independente da orientação de X .

Problema 3: Prove que $SO(n)$ é uma variedade orientável e calcule a sua dimensão. Usando teoria da interseção, prove que $\chi(SO(n)) = 0$.

Problema 4: Seja Σ uma superfície de gênero g . Construa um campo vetorial em Σ com um único zero de índice $2 - 2g$.

Problema 5: Seja A uma matriz $n \times n$ com coeficientes inteiros e seja $f : \mathbb{R}^2/\mathbb{Z}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2/\mathbb{Z}^2$ tal que $f(x) = Ax$. Calcule o grau de f .

Problema 6: Prove que $\mathbb{R}P^{2n+1}$ é orientável e que $\mathbb{R}P^{2n}$ não é orientável.