Daniel González Casanova Azuela
Prof. Mikhail Belolipetsky github.com/danimalabares/ca

Análise Complexa

Índice

1 Aula 1

1.1 1. Funções holomorfas

1.1.1 1.1 Limite e continuidade

Seja $f : A \subset \mathbb{C} \to \mathbb{C}$ com $A \subset \mathbb{C}$ aberto.

Definition 1 (Límite) Seja $z_0 \in A$. $L := \lim_{z\to z_0} f(z)$ se $\forall \varepsilon > 0\ \exists \delta = \delta(\varepsilon, z_0) > 0$ tal que $z \in A, 0 < |z - z_0| < \delta, \implies |f(z) - L| < \varepsilon$.

Remark 1 Podemos assumir z_0 ou L como sendo ∞.

Remark 2 "Usando propriedades básicas de números complexos, i.e. que $|ab| = |a||b|$ e que $|a + b| \leqslant |a| + |b|$, a nossa definição de limite permite calcular limite da soma, produto e quociente."

Remark 3 Pode verificar usando a definição que $L = \lim_{z\to z_0} f(z) \iff \overline{L} = \lim_{z\to z_0} \overline{f(z_0)}$. Então

$$\lim_{z\to z_0} \operatorname{Re} f(z) = \operatorname{Re} L \qquad \text{e} \qquad \lim_{z\to z_0} \operatorname{Im} f(z) = \operatorname{Im} L$$

Definition 2 A função $f(z)$ é ***contínua*** em $z_0 \in A$ se $\lim_{z\to z_0} f(z) = f(z_0)$. A função $f(z)$ é ***contínua em*** A se ela é contínua em cada ponto de A.