Existence and non-existence of physical measures for doubly intermittent maps

Stefano Luzzato
ICTP

November 28, 2024

Abstract We introduce a large class of one-dimensional map in the topological conjugacy class of 2x mod1 but exhibiting a variety of ergodic behaviours, such as the existence of invariant probability measures equivalent to Lebesgue, Dirac-delta physical measures and, perhaps most interestingly, non-existence of physical measure. This class generalises the standard well known and well studied PomeauManneville and Liverani-Saussol0-Vaienti maps.

Contents

1 Physical measures

X compact measure space, m a reference measure, $f : X \to X$, $x \in X$.

$$e_n(x) := \frac{1}{n}\sum_{n=0}^{n-1} \delta_{f^i(x)}$$

é a ***sequência canônica de empirical measures***.

Se $e_n(x)$ converge a μ. Então μ descreve a *estadística* de x. O ***basin*** de μ $\mathcal{B}_\mu$ é o conjunto de pontos $x \in X$ tal que $e_n(x) \to \mu$. μ é uma ***physical measure*** se $m(\mathcal{B}_\mu) > 0$.

Question O que acontece se $e_n(x)$ não converge?

Devem existir duas medidas μ, ν e $n_i, n_j \to \infty$ tais que $e_{n_i}(x) \to \mu$ e $e_{n_j} \to \nu$. Dizemos que x tem um comportamento ***não estadístico***. Se m é tal que quase todo ponto é não estadístico, m é ***não estadística***.

2 Exemplos

Bota muitos zeros, depois muito mais uns, depois muuuito mais zeros. . .