

# Dinâmica da Equação do calor em uma dimensão

Juliana Fernandes

UFRJ

25 de Outubro de 2024

$$u_t = u_{xx} + f(x, u, u_x)$$

Onde a gente está buscando uma função  $u(x, t)$ .

A pergunta normalmente é **Qual é a evolução no tempo da solução**. Global time evolution (of points or sets) in a phase space. Essa evolução vamos chamar

$$S(t)u_0$$

Pelo teorema de Poincaré-Bendixon, no  $\mathbb{R}^2$  só tem 3 possibilidades. Mas em dimensão 3 tem mais situações (atrator de Lorenz...)

## 1 Semigrupos

**Definição** Um *semigrupo* é uma família  $\{S_t : X \rightarrow X \mid t \geq 0\}$  tal que

- $S_0 x = x \forall x \in X$
- $S_{t+s} = S_t \circ S_s$

Como é que saio de uma equação e vou para um semigrupo?

Consider the initial value problem

$$\begin{aligned}\dot{x} &= f(x) \\ x(s) &= x_s\end{aligned}$$

Por que a ?? e um dimensional

- Lyapunov, da uma noção de gradiente
- Comparison principle: para EDP parabólica tem dois dados iniciais e pega duas soluções correspondentes, se tem uma relação nas condições iniciais, então vai ter uma relação para sempre.
- (So em dimensão 1) Sturm property. O **zero number** é o número de mudanças estritas de sinal de uma função  $w : [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ . Em 1836 Sturm viu que o número de zeros das soluções de uma certa equação *linear* (diferencial) não cresce.