

**A interpretação da prova faz parte da avaliação, portanto leia com atenção.**

Considere uma matriz quadrada  $A$ , de tamanho  $n = m \times m$ , e considere os índices dessa matriz como sendo  $i = 0, \dots, m - 1$  para as linhas e  $j = 0, \dots, m - 1$  para as colunas. Assuma que  $m \geq 3$ . A matriz  $A$  possui a seguinte estruturação:

- todos os elementos à esquerda do valor de uma posição referente à diagonal,  $A_{i,j}$  quando  $i = j$ , em uma linha estão previamente ordenados e são menores do que a diagonal. Ver abaixo na terceira linha os elementos 22 e 23 estão ordenados em relação ao elemento da diagonal 23;
- todos os elementos à direita do valor de uma posição referente à diagonal,  $A_{i,j}$  quando  $i = j$ , em uma linha não estão previamente ordenados e são maiores ou iguais à diagonal. Ver abaixo na segunda linha os elementos 17, 16 e 21 não estão ordenados em relação ao elemento da diagonal 15;
- entre as duas posições sequenciais da diagonal, todos os elementos são maiores ou iguais ao o valor da primeira posição e menores ou iguais que o valor da segunda posição. Ver abaixo, considerando os elementos da diagonal 15 e 23, na segunda e terceira linhas, os elementos 17, 16, 21, 22 e 23 são  $\leq 23$  e  $\geq 15$ .

Por exemplo:

$$\begin{bmatrix} 1 & 7 & 10 & 3 & 3 \\ 10 & 15 & 17 & 16 & 21 \\ 22 & 23 & 23 & 28 & 28 \\ 30 & 31 & 40 & 41 & 42 \\ 48 & 48 & 50 & 51 & 52 \end{bmatrix}$$

Dado um vetor  $v$  contendo  $z$  elementos distintos (ou seja não há repetição no vetor), sendo assumido sempre  $1 \leq z < n/2$ , queremos contar quantas ocorrências desses elementos existem na matriz  $A$ , gerando como saída um novo vetor com essa contagem.

Será provido um código base que gera a matriz, e que contém uma solução para o problema.

Considere a seguinte solução que cumpre esse objetivo, dada a matriz e o vetor já alocados e preenchidos.

```
int i, j, k, k2, el;
unsigned int* con = calloc(z, sizeof(unsigned int));
for (k = 0; k < z; k++) {
    el = vetor[k];
    for(i = 0; i < m; i++){
        for(j = 0; j < m; j++){
            if (matriz[i][j] == el) {
                k2 = 0;
                while (k2 < z) {
                    if (vetor[k2] == el) {
                        con[k2]++;
                    }
                    k2++;
                }
            }
        }
    }
}
```

#### Questões:

1. (3 pontos) Formule **a equação** que representa o número de comparações e operações aritméticas realizadas no pior caso, excluindo da contagem operações relativas a linhas com instruções **for** e **while**. Considere a variável  $a$  como sendo as operações aritméticas e  $c$  as comparações. A seguir, resolva a equação de eficiência, obtendo a **forma fechada** em termos do tamanho do problema e suas constantes  $a$  e  $c$ . É preciso mostrar seu raciocínio. Na solução inclua o código-fonte para apoiar a análise. Não é suficiente apenas a equação final.
2. (4 pontos) **Otimize a solução acima, da melhor forma que você conseguir**, e submeta sua solução para o run.codes na **Avaliação [L-Z]**, assumindo:
  - Matriz com elementos do tipo `int` alocada dinamicamente na memória heap;
  - Entrada: tamanho lateral da matriz  $m$  e tamanho do vetor  $z$ ;
  - Saída: a quantidade de ocorrências de cada elemento do vetor, na mesma ordem do vetor.

OBS: se o código submetido for igual ou apenas ligeiramente diferente, de forma que passe nos mesmos casos de teste do que o código fornecido, será atribuída nota zero a esse item.

3. (3 pontos) **Conte as operações da sua solução**, utilizando contagem direta ou equação de recorrência. Para isso, escreva a formulação/derivação completa da sua análise, dando a **forma fechada da função de eficiência** em termos de  $n$  e suas constantes  $a$  e  $c$ .

**Atenção:** envie sua solução para as questões 1 e 3 no e-disciplinas, na Avaliação do Módulo 1, em formato imagem ou PDF, devidamente identificada com seu nome e número USP. Pode ser uma foto de uma folha ou a solução escaneada/digitalizada. Por favor, escreva de forma legível, use caneta com cor escura e boa iluminação - não será corrigido se eu não conseguir ler. O envio dos arquivos em ambas as plataformas deve ter conteúdo devidamente identificado com seu nome (com número USP e nome).