Práctica 1 Estructura de datos.

Javier Sáez Maldonado y Luis Antonio Ortega Andrés

16 de octubre de 2016

Ejercicio 1.

Teniendo el siguiente algoritmo:

```
1  void ordenar(int * v , int n) {
2
3    for (int i=0; i<n-1; i++)
4
5      for (int j=0; j<n-i-1; j++)
6
7        if (v[j]>v[j+1]) {
8
9          int aux = v[j]; v[j] = v[j+1]; v[j+1] = aux; } }
```

Vamos a calcular primero su eficiencia teórica. Para ello estableceremos según la notación O grande el peso de cada una de las partes.

```
1  void ordenar(int * v, int n) {
2
3    for (int i=0; i<n-1; i++) // (n-1)O(1) = O(n-1)
4
5      for (int j=0; j<n-i-1; j++)// (n-1)O(1) = O(n-1)
6
7        if (v[j]>v[j+1]) { //O(1)
8
9          int aux = v[j]; //O(1) v[j] = v[j+1]; //O(1) v[j+1] = aux;
10         //O(1)
11
12       } }
```

Así, como en los bucles anidados, usamos la regla del producto O(f(n))O(g(n)) = O(f(n)g(n)) y de esta forma tenemos que .^{el} polinomio de la eficiencia teórica del algoritmo es.^{o}((n-1)4*(n-1)). El 4 está porque dentro del segundo bucle tenemos 4 operaciones que son O(1).

Sin embargo, por la notación O grande, podemos obviar los coeficientes del monomio de mayor grado e incluso obviar los demás monomios, por lo que el polinomio queda reducido a ser $O(n^2)$, siendo esta la eficiencia teórica del código.

Ahora, creamos un fichero **ordenación.cpp** insertando este código para ordenar un vector. Para ello, nos hemos ayudado de los que venían de prueba.

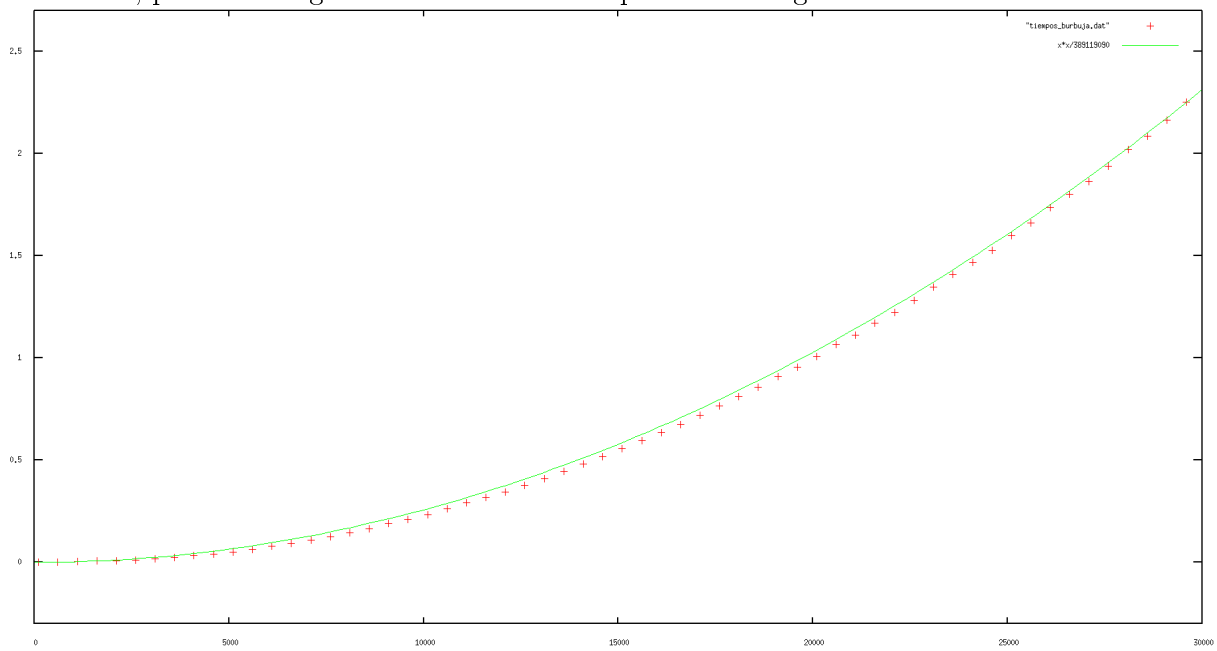
```cpp
#include <iostream> include <ctime> // Recursos para medir tiempos
#include <cstdlib> // Para generación de números pseudoaleatorios

using namespace std;

void ordenar(int * v, int n) {

  for (int i=0; i<n-1; i++)

    for (int j=0; j<n-i-1; j++)

      if (v[j]>v[j+1]) {

        int aux = v[j]; v[j] = v[j+1]; v[j+1] = aux;

      } }


void sintaxis() { cerr << "Sintaxis:" << endl; cerr << " TAM: Tamaño
del vector (>0)" << endl; cerr << " VMAX: Valor máximo (>0)" << endl;
cerr << "Se genera un vector de tamaño TAM con elementos aleatorios en
[0,VMAX[" << endl; exit(EXIT_FAILURE); }


int main (int argc, char* argv[]) {

  if (argc!=3) sintaxis(); int tam=atoi(argv[1]); // Tamaño del vector
    int vmax=atoi(argv[2]); // Valor máximo if (tam<=0 || vmax<=0)
    sintaxis();

  // Generación del vector aleatorio int * v=new int[tam]; // Reserva
  de memoria srand(time(0)); // Inicialización del generador de
  números pseudoaleatorios for (int i=0; i<tam; i++) // Recorrer
  vector v[i] = rand() % vmax; // Generar aleatorio [0,vmax[

  clock_t tini; // Anotamos el tiempo de inicio tini=clock();

  ordenar(v,tam); // de esta forma forzamos el peor caso

  clock_t tfin; // Anotamos el tiempo de finalización tfin=clock();

  // Mostramos resultados cout << tam << "\t" <<
  (tfin-tini)/(double)CLOCKS_PER_SEC << endl;

  delete [] v; // Liberamos memoria dinámica

}
```

Ahora, creamos el script que nos sirve para realizar de forma automática las ejecuciones de

nuestro programa.

```
#!/bin/csh @ inicio = 100 @ fin = 30000 @ incremento = 500 set
ejecutable = burbuja set salida = tiempos_burbuja.dat @ i = $inicio
echo > $salida while ( $i <= $fin ) echo Ejecución tam = $i echo
`./{$ejecutable} $i 10000` >> $salida @ i += $incremento end
```

Por último, pintamos la gráfica con GNUPLOT quedando el siguiente resultado.



Donde podemos ver que la linea verde es la eficiencia teórica y las cruces rojas es la eficiencia resultante al ejecutar nuestro programa en un ordenador que realiza 389119090 operaciones por segundo ejecutando este programa.

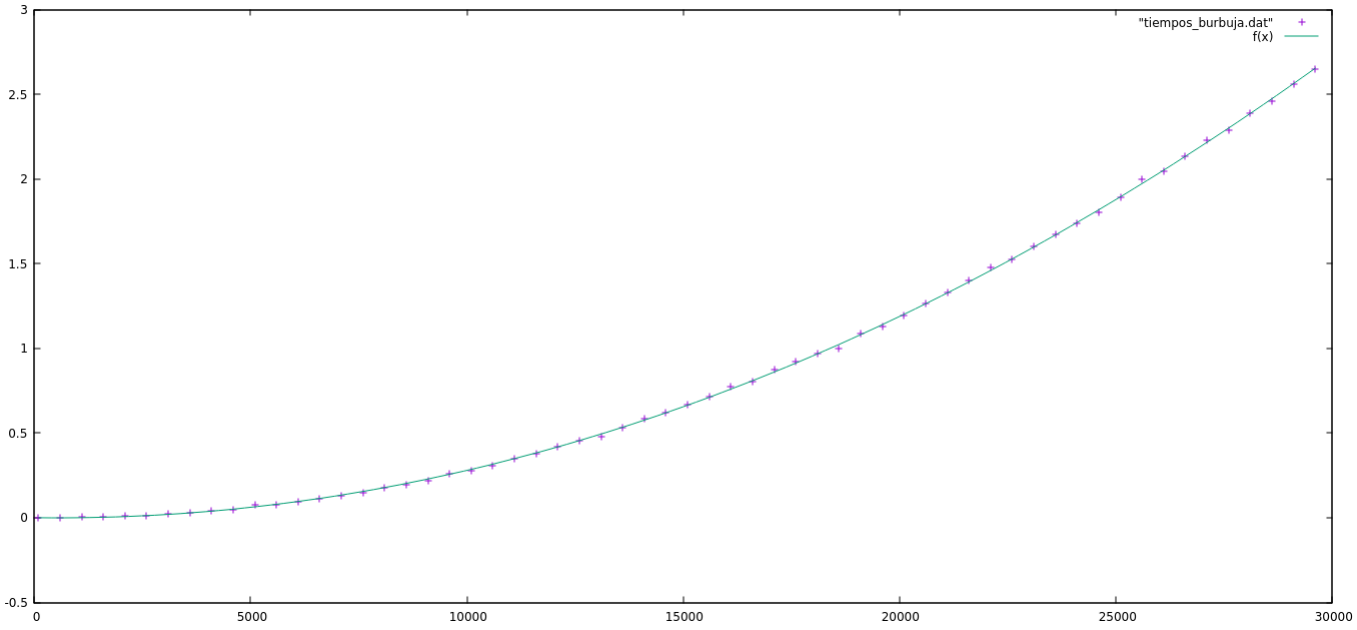
Ya que el numero de datos no es excesivamente elevado, la eficiencia teórica y la práctica son bastante parecidas.

Ejercicio 2.

Ahora, ajustamos los datos a una función cuadrática. Para ello, dentro de GNUPLOT usamos

```
f(x) = a*x**2 + b*x + c fit f(x) "tiempos_burbuja.dat" via a, b, c
plot f(x), "tiempos_burbuja.dat"
```

Y obtenemos así esta gráfica:



Ejercicio 3

El código del ejercicio es el que hemos usado para hacer los dos primeros ejercicios salvo la función que se realiza sobre el vector. En este caso la función es:

```
int operacion(int * v, int n, int x, int inf, int sup) { int med;
  //Declaro una medida bool enc=false;

   while ((inf<sup) && (!enc))
   { med = (inf+sup)/2;
     if (v[med]==x) enc = true;
     else if (v[med] < x) inf = med+1;
     else sup = med-1;
   }

   if (enc) return med;
   else return -1;
 }
```

Lo que hace esta función (y por tanto este programa, pues se centra en la función) es buscar un elemento en un vector, de forma que se va primero al medio del vector y comprueba si es el elemento que buscamos. Si no lo es, se mira si el dato buscado es es mayor, va a volver a buscar en el mismo vector pero tomando solo la parte que queda a la derecha de la mitad y si es menor busca en la parte que está a la izquierda de la mitad. Para seguir buscando, vuelve a realizar el mismo proceso que acaba de hacer en el subvector que corresponda(de la izquierda o de la derecha).Este algoritmo es conocido como **búsqueda binaria**

Calculemos ahora su eficiencia.

```
int operacion(int * v, int n, int x, int inf, int sup) { int med;
  //Declaro una medida
```

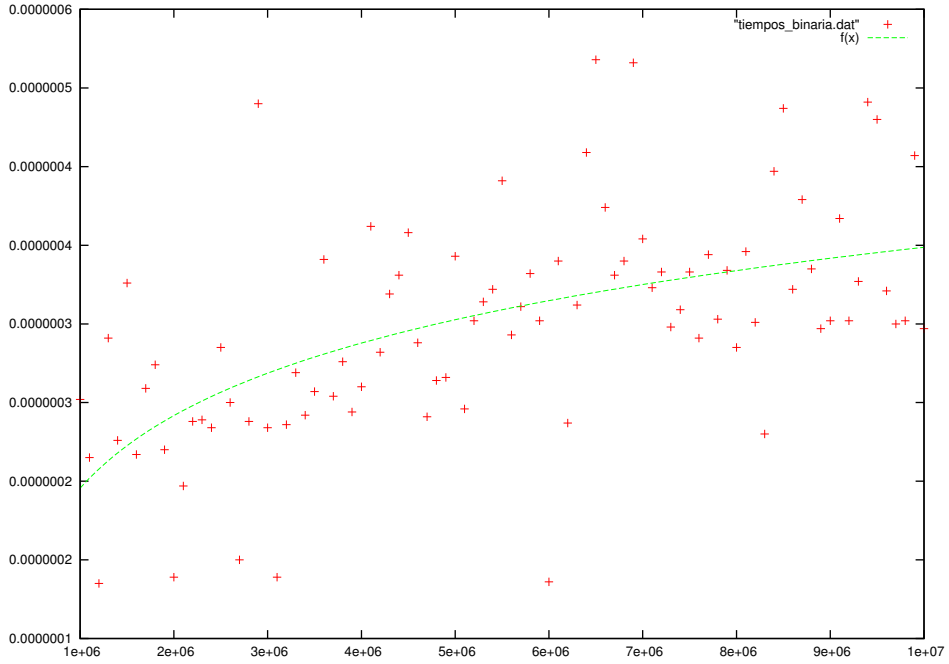
```
3
4    bool enc=false; // O(1)
5
6    while ((inf<sup) && (!enc)) { // O(logaritmo en base 2 de n)
7         med =(inf+sup)/2; // O(1)
8         if (v[med]==x) // O(1)
9             enc = true; // O(1)
10        else if (v[med] < x) // O(1)
11                  inf = med+1; // O(1)
12        else sup = med-1; //O(1)
13    }
14    if (enc) // O(1)
15        return med;// O(1)
16    else //O(1)
17     return -1; // O(1)
18  }
```

Primero tenemos una declaración y una declaración y asignación: 3*O(1). Ahora, podemos ver que como tenemos un bucle usamos la **regla del producto** y tenemos que multiplicar O($log_2(n)$) por lo que haya dentro del bucle, que en este caso es O(1) en la asignación y como tenemos un **IF/ELSE** aplicamos la regla del máximo de ellos, que en este caso es en todas 2*O(1) luego es irrelevante. Después, volvemos a tener un IF/ELSE en el que los dos son 2*O(1) y por ello la regla del maximo tambien escoge a cualquiera de los dos.

Ahora, como todo ese código no está dentro de ningún bucle, aplicamos la **regla de la suma** y tenemos por tanto O(3) + O($log_2(n)$) * O(2) + O(2) = O(3 + 2 * ($log_2(n)$) + 2).

Sin embargo, por la notación O grande podemos resumir en que eso es igual a O($log_2(n)$) y esta es nuestra eficiencia teórica.

Al realizar la eficiencia empírica, lo primero que hemos notado ha sido que el programa que se nos proporciona no genera los vectores ordenados, para solucionarlo, hemos incluido la biblioteca *algorithm* y hemos usado la función sort. Otro problema que hemos encontrado es que el reloj que estamos utilizando no tiene la suficiente precisión como para ver mejor la diferencia en una escala tan baja. Para solucionarlo, hemos cambiado el reloj a uno de la librería *chrono*, que tiene fama de ser el mas preciso y hemos procedido a hacer pruebas con esta nueva medición. El resultado ha sido el siguiente:

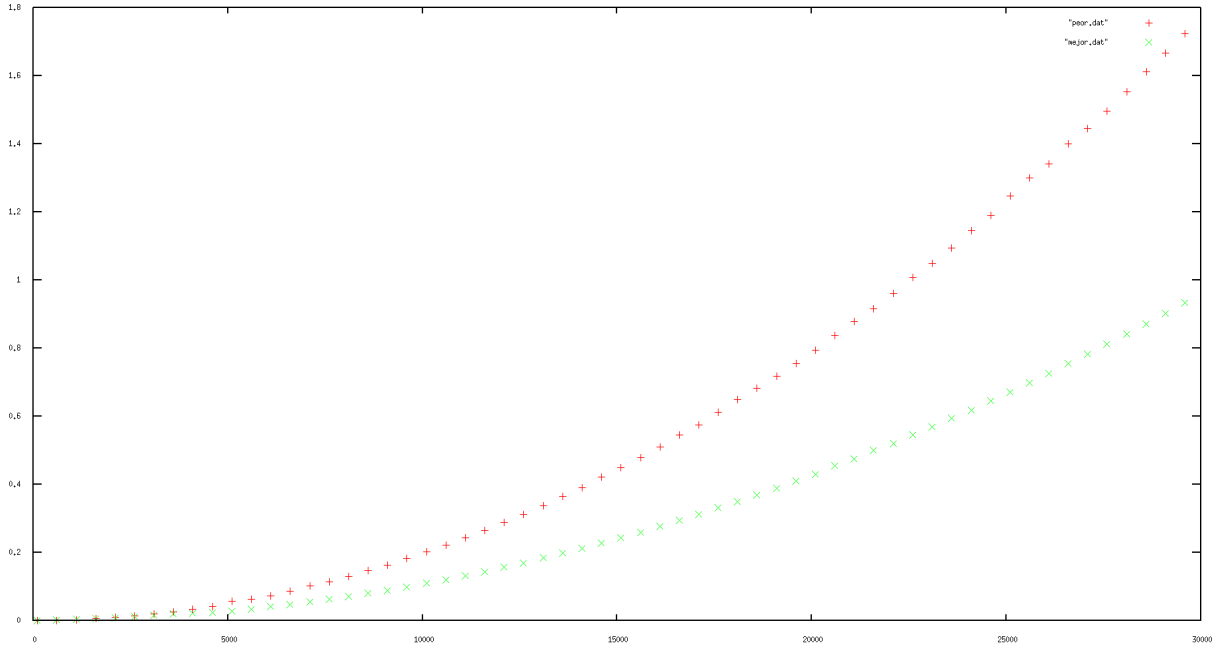


Ejercicio 4

Para realizar la ordenación vamos a realizar la siguiente función de la biblioteca *algorithm*:

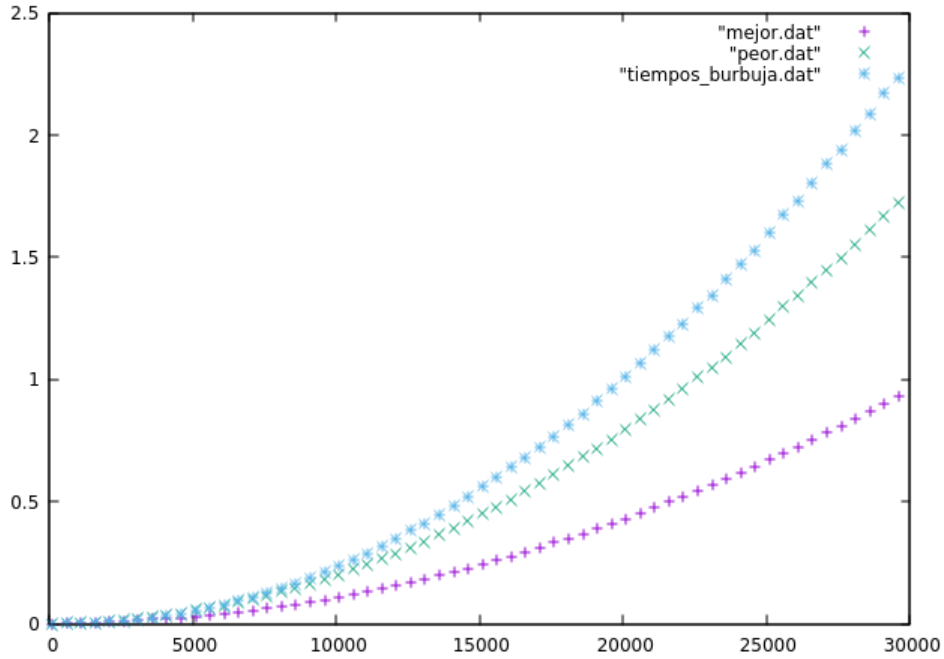
```
1 sort(vector,vector+tamanio); // Para ordenar el vector de menor a
2 sort(vector,vector+tamanio,greater<int>()); // Para ordenar el
3 //vector de mayor a menor.
```

Ahora, representamos las dos gráficas que han quedado al realizar con un script las ejecuciones de los programas.



Podemos ver que al inicio ambas tardan el mismo tiempo de ejecución pero después el caso peor empieza a ascender de forma mucho más rápida en el tiempo de ejecución que la mejor, pues ordenar los datos que están ordenados al revés es más costoso para burbuja.

Ahora, comparamos los 3 casos:



Y podemos ahora ver cómo el algoritmo burbuja para un vector generado aleatoriamente es más lento que el de un vector que está ordenado hacia atrás u ordenado de forma correcta. Lo que ocurre aquí es que se da la *Branch Prediction*, en la que el procesador puede preveer que el vector está ordenado hacia atrás y entonces puede ejecutar los pasos de forma más rápida que en el vector que está de forma aleatoria, que tiene que parar a comprobar en cada iteración.

Ejercicio 5

Con la siguiente implementación del algoritmo burbuja:

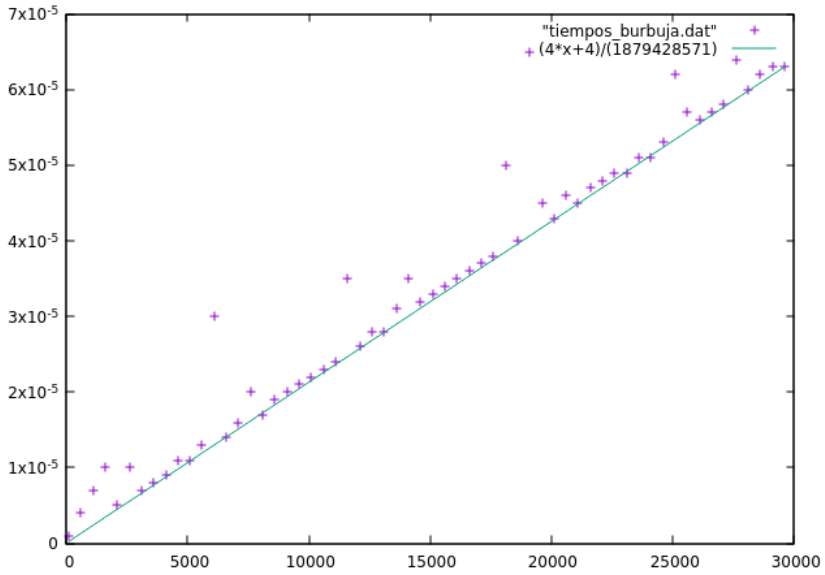
```
1  void ordenar(int *v, int n) {
2   bool cambio=true; //O(1)
3   for (int i=0;i<n-1 && cambio; i++) { //O(4) cambio=false; //O(1)
4       for (int j=0;j<n-i-1; j++) //O(3)
5          if (v[j]>v[j+1]) { //O(1) cambio=true; //O(1)
6              int aux = v[j]; //O(1)
7              v[j] = v[j+1]; //O(1)
8              v[j+1] = aux; //O(1) } //El if es O(4) en total
9        }  El bucle for interno es O(n-i)*O(4)/*
10    }//El bucle for externo O(n)
11   }
```

En el hipotético caso de que estuviera nuestro vector ordenado, entonces en el segundo for sólo entraría una vez y cambio se quedaría en false, saliendo del primer bucle for, por lo que tendríamos $O(n)$ del segundo for por O(1)* del primero, así que la eficiencia teórica sería $O(n)$ por la notación O.

La empírica total sería, si el vector estuviera ordenado:

$$O(4) * (O(1) + O(n)) = O(4n + 4)$$

Ahora, podemos dibujar con *gnuplot* la gráfica de la eficiencia empírica:



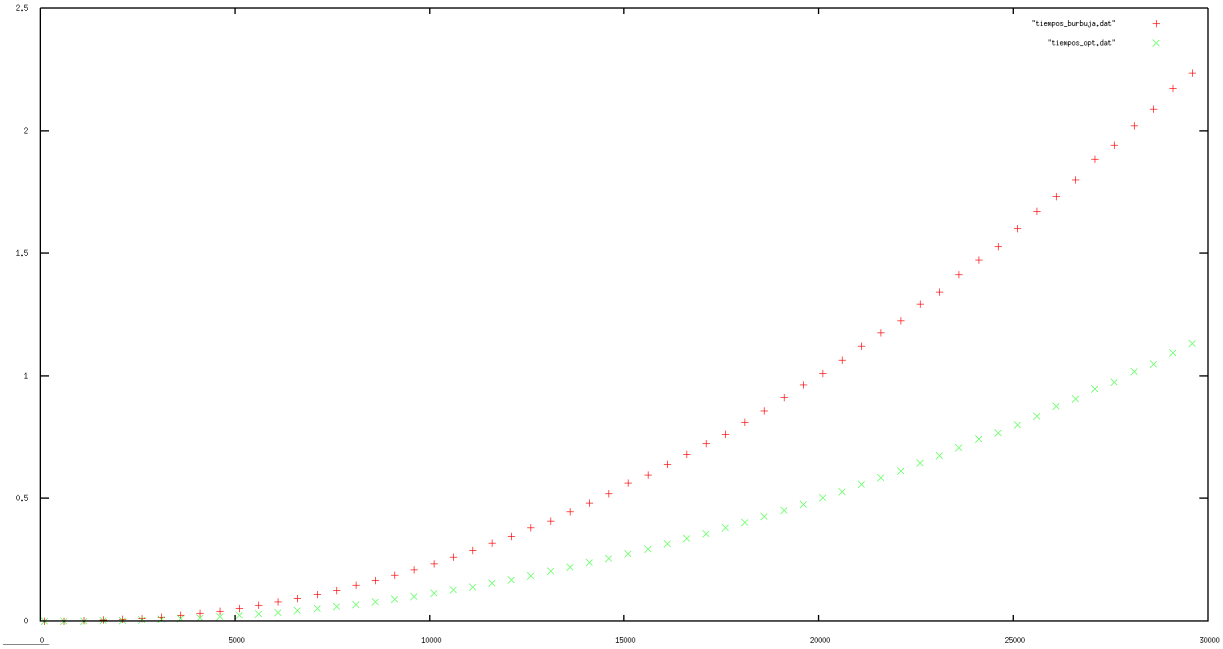
Donde podemos observar que nuestra gráfica se ajusta a la previsión que teníamos.

Ejercicio 6

Volvemos a compilar nuestro ejercicio de burbuja, usando ahora:

```
1 g++ -O3 ordenacion.cpp -o ordenacion_optimizado
```

Ahora creamos un script para hacer de nuevo las ejecuciones, un script igual que los anteriores pero que ejecute este programa (*ordenacion-optimizado*). Seguidamente, creamos nuestra gráfica comparándola con la del ordenación burbuja normal, y el resultado es el siguiente:



Podemos ver como la compilación optimizada nos ayuda a mejorar mucho la eficiencia de nuestro código, quedando la gráfica de la segunda ejecución optimizado bastante por debajo de la gráfica de la ejecución que no está optimizada.

Ejercicio 7

Vamos a crear primero nuestro programa para las matrices. No vamos a escribirlo entero. Sin embargo, vamos a centrarnos en el algoritmo de multiplicación de las dos matrices pues sabemos que son 3 bucles for anidados y que por la notación O la eficiencia del código será O del resultado que de la función de eficiencia de este algoritmo. Para ello, suponemos que la primera matriz es de orden $m*n$ y la segunda es de orden $n*t$. Por tanto, el producto sería de orden $m*t$

Analizamos por ello el producto:

```
for (int i = 0; i < filas1; i++){ //O(m)
    for(int j = 0; j < col2; j++){ //O(t)
        producto[i][j] = 0;        //O(1)
        for (int k = 0; k < columnas1; k++)  //O(n)
             producto[i][j] = producto[i][j] + matrix1[i][k] * matrix2[k][j]; //O(1)
    }
}
```

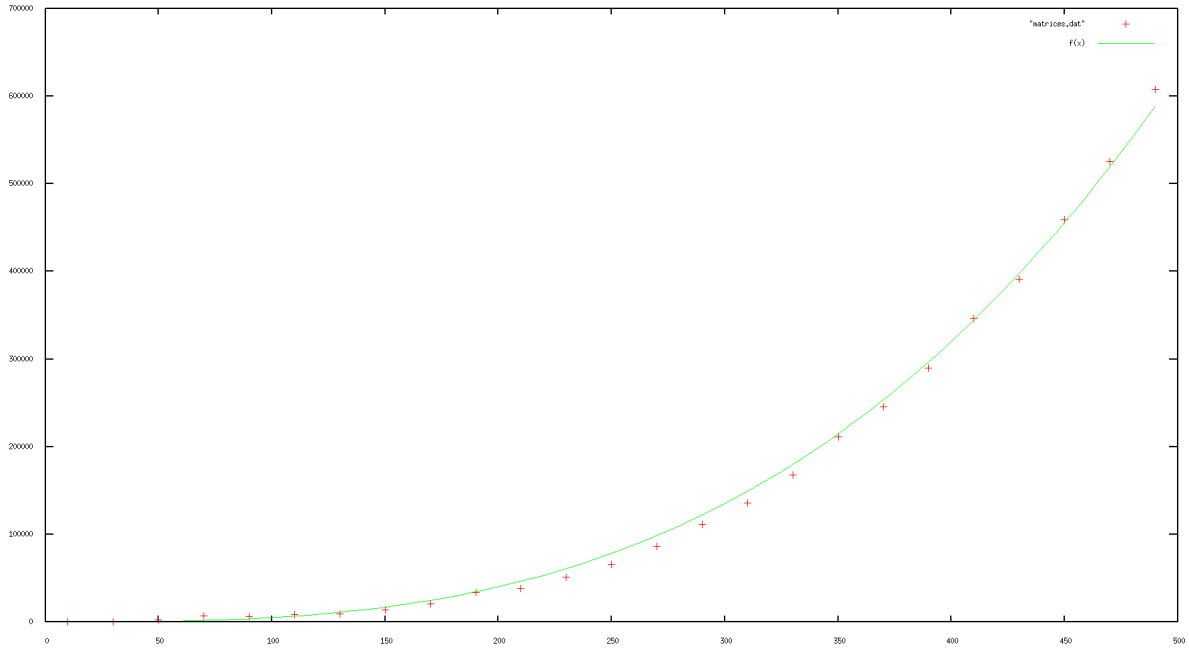
Así, como tenemos 3 bucles *for* anidados, tenemos que aplicar la regla del producto para ver que la eficiencia del programa viene dada por:

$$O(m) * O(t) * O(n) = O(m * t * n)$$

Donde, ya sabemos que m son las filas de la 1 matriz, t las columnas d ela segunda matriz, y n las columnas de la primera y las filas de la segunda matriz.

Ahora, si las matrices fuesen cuadradas, serían ambas $n*n$ por lo que la eficiencia del código sería $O(n^3)$

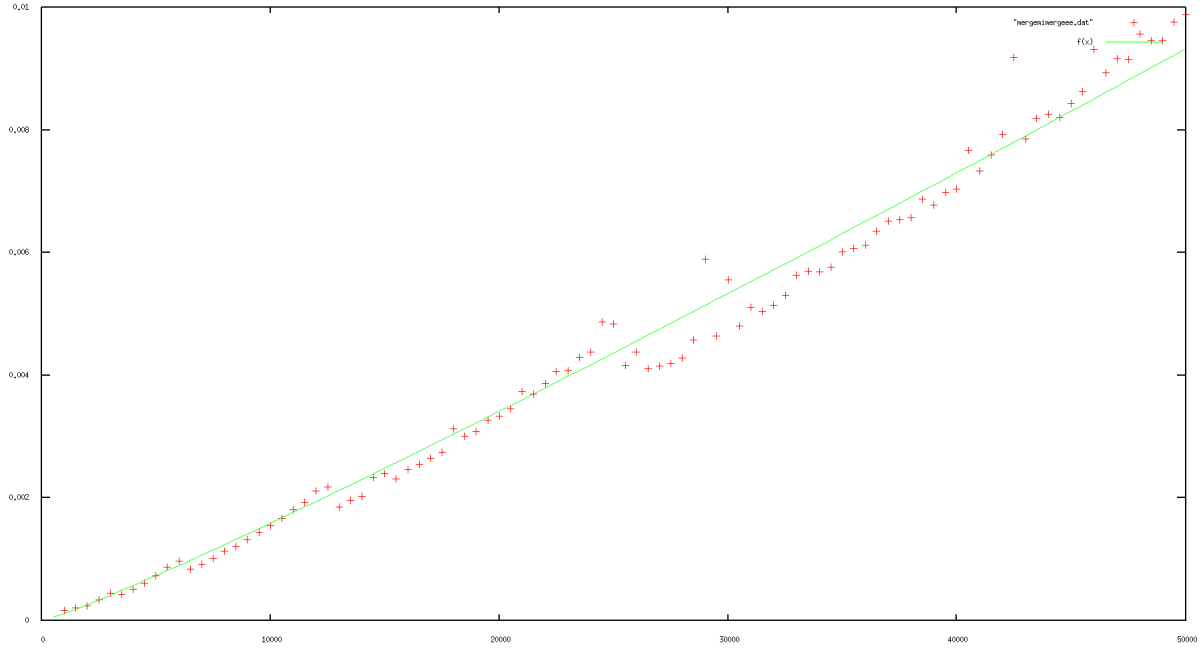
Ahora, iremos en busca de la eficiencia empírica ejecutando un script que haga el producto de matrices cuadradas de orden $n*n$ variando el n para ver cómo varía el tiempo de ejecución. Quedando la gráfica de la eficiencia empírica frente a la eficiencia teórica de la siguiente forma:



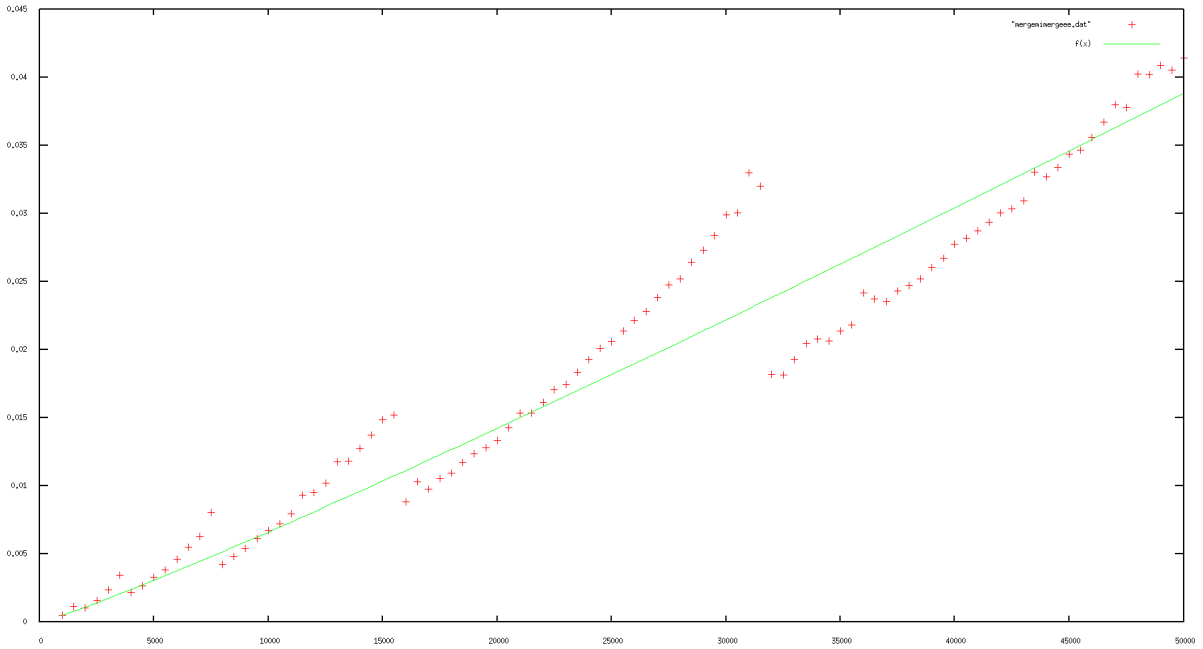
Como podemos ver, siendo *f(x)* la función n^3 ajustada por *GNUPLOT*, los datos se aproximan mucho a la gráfica de la funcion teórica.

Ejercicio 8

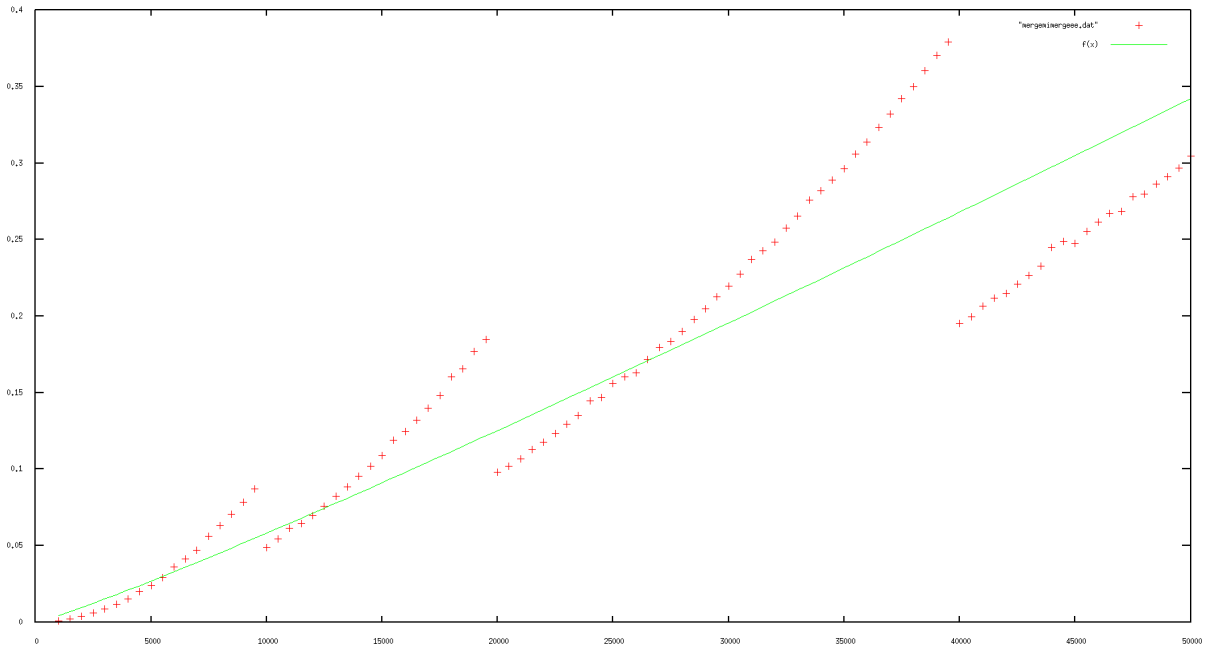
Vamos a realizar el estudio del algoritmo, primero con el parámetro `UMBRAL_MS` en 100, que es el por defecto. El resultado es el siguiente:



Ahora, volvemos a ejecutar con `UMBRAL_MS` en 1000, para ver cómo cambia.



Por último, ejecutamos el programa con `UMBRAL_MS` en 10.000, y la gráfica producida es la siguiente.



Al seguir aumentando el `UMBRAL_MS` el tiempo de ejecución es mucho mayor no por el algoritmo de ordenación sino porque el programa realiza unas acciones mucho más largas como es copiar el vector varias veces y lo ordena con mergesort vauna cantidad mucho mayor de veces debido al aumento que hemos realizado del umbral

Informe de la eficiencia

- Hardware utilizado: Hemos utilizado un procesador Intel Core i-7 5700HQ octacore a 2.7 Ghz.Además, el ordenador dispone de 8GB de RAM.
- Sistema Operativo: GNU Linux. Distribución: Ubuntu 16.04 LTS.
- Para la compilación hemos usado el compilador de C++ de la GNU
- El ajuste de las gráficas lo hemos hecho mediante la orden fit de gnuplot.