

# Reporte de Reto - Diseño de un escáner 3D usando la técnica de desplazamiento de fase

Daniel Pereira Sandino, Ángel Ramsés Carrasco Orrostieta  
Tecnológico de Monterrey, Escuela de Ingeniería y ciencias, Monterrey, Nuevo León, México  
(Dated: 13 de julio de 2024)

## I. OBJETIVO

Se busca diseñar un sistema óptico que permita escanear la superficie de un objeto en tres dimensiones utilizando la técnica de proyección de franjas y desplazamiento de fase. Además, desarrollar un programa de procesamiento de imágenes capaz de analizar las imágenes obtenidas y llevar a cabo la reconstrucción tridimensional del objeto mediante la obtención y procesamiento de la fase envuelta en las imágenes capturadas.

## II. MARCO TEÓRICO

### A. Geometría de arreglo experimental

Para el presente experimento se realizó un arreglo experimental reportado por Amalia Martínez et. al. (2010) [3] como se muestra en la siguiente figura:

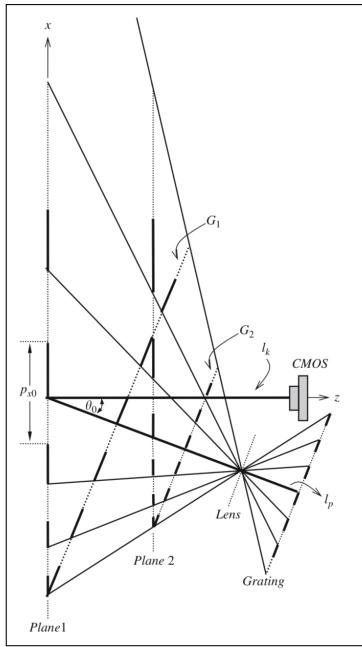


Figura 1: Geometría de experimento para obtención de fase envuelta de objeto [3]

En este arreglo,  $P_{xo}$  representa la distancia entre las franjas proyectadas en el plano de referencia y perpen-

diculares al eje frontal de la cámara (CMOS).  $\theta_0$  representa el ángulo que existe entre el eje de proyección y el eje de la cámara; mientras que  $l_k$  y  $l_p$  representan la distancia entre el plano de referencia y la cámara y el plano de referencia y el proyector respectivamente.

En este arreglo, como en el artículo original se toma en cuenta que las franjas son afectadas por el ángulo de proyección, haciendo que por un lado incremente su frecuencia mientras que del lado más distante, la frecuencia sea menor. Esta consideración es parte de la obtención de  $z$ , donde  $z$  es la distancia entre el plano de referencia y la altura a la cual está el objeto según la diferencia de fase registrada  $\Delta\phi$ .

Para esto se utiliza la ecuación:

$$z = \Delta\phi \cdot S \quad (1)$$

En la que  $S$  contiene toda la información del arreglo y puede ser escrita de la forma:

$$S = \frac{P_{xo}}{2\pi} \cos\left(\sin \theta_0 + \frac{(l_k - l_p \cos \theta_0)}{l_p l_k} x\right)^{-1} \left(1 + \frac{x \sin \theta_0}{l_p}\right)^2 \quad (2)$$

Esta ecuación es llamada la sensibilidad del sistema y depende tanto de parámetros fijos en el sistema como de  $x$ .

### B. Fase envuelta

Para el cálculo de la fase envuelta se parte de la ecuación:

$$\phi(x, y) = \arctan\left(\frac{\sum_{i=1}^N I_i \sin(2i\pi/N)}{\sum_{i=1}^N I_i \cos(2i\pi/N)}\right) \quad (3)$$

Donde  $I_i$  corresponde al patrón de franjas de la imagen tomada,  $i$  es el número de imagen en orden consecutivo para corrimientos de fase con una distancia de  $2\pi/N$  y  $N$  corresponde al número de imágenes tomadas en un periodo de franja a franja por cada desplazamiento. Tomando en cuenta que en el experimento se tomaron 4 fotografías, es posible calcular la fase envuelta como:

$$\phi(x, y) = \arctan \left( \frac{I_1 - I_3}{I_4 - I_2} \right) \quad (4)$$

### C. Desenvolvimiento de fase

En la etapa donde se tiene la fase envuelta con la información de la topografía del objeto es necesario realizar un desenvolvimiento de fase, que permita recuperar la información que está codificada dentro del resultado de la tangente inversa. Para una dimensión, el proceso consiste en recorrer el desplazamiento que se encuentra en los saltos de la función, tal como se muestra en la Figura 2:

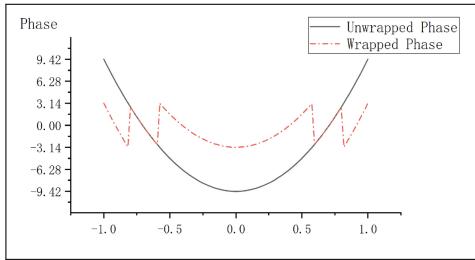


Figura 2: Proceso de desenvolvimiento de fase para una dimensión. [4]

Sin embargo el proceso para más dimensiones requiere de un algoritmo más complejo, ya que también se debe asegurar continuidad en los resultados para objetos con relieves o topografías suaves en dos dimensiones, además de tener especial cuidado en los objetos que presentan un relieve con mayor variación, ya sea global o por región.

En el presente experimento se utilizó el método de agrupamiento por caminos no contiguos[1].

El método de desenvolvimiento para este algoritmo consiste en evaluar la credibilidad  $R$  de cada uno de los píxeles de acuerdo a una diferencia de segundo orden respecto a sus vecinos que se define de la forma:

$$R = \frac{1}{D} \quad (5)$$

Donde:

$$D(i, j) = [H^2(i, j) + V^2(i, j) + D_1^2(i, j) + D_2^2(i, j)]^{1/2} \quad (6)$$

Y donde:

$$\begin{aligned} H(i, j) &= \gamma[\phi(i-1, j) - \phi(i, j)] - \dots \\ &\quad \gamma[\phi(i, j) - \phi(i+1, j)] \\ V(i, j) &= \gamma[\phi(i, j-1) - \phi(i, j)] - \dots \\ &\quad \gamma[\phi(i, j) - \phi(i, j+1)] \\ D_1(i, j) &= \gamma[\phi(i-1, j-1) - \phi(i, j)] - \dots \\ &\quad \gamma[\phi(i, j) - \phi(i+1, j+1)] \\ D_2(i, j) &= \gamma[\phi(i-1, j+1) - \phi(i, j)] - \dots \\ &\quad \gamma[\phi(i, j) - \phi(i+1, j-1)] \end{aligned} \quad (7)$$

$\gamma[\cdot]$  representa una operación de desenvolvimiento de fase en una dimensión.

En este algoritmo se busca asociar los píxeles con mayor credibilidad primero y desenvolver la fase de las uniones, dejando al último los que tienen menor credibilidad y por lo tanto menor posibilidad de representar fielmente la topografía del objeto. Este proceso iterativo lleva a la creación de clusters o agrupaciones que tienen la fase desenvuelta y que se hacen más grandes a medida que se resuelve por jerarquía de credibilidad, hasta cubrir toda la imagen.

### III. ARREGLO ÓPTICO Y PROCEDIMIENTO EXPERIMENTAL

Se realizó un arreglo como el que se muestra en el esquema de la Figura 3. El arreglo consistió en el acomodo de una cámara ubicada a una distancia de  $l_k = 77.5$  cm del objeto de observación. Un proyector ubicado a una distancia de  $l_p = 79$  cm. En este arreglo la cámara apunta directamente hacia el objeto y el proyector apunta al objeto con un ángulo de  $11.18^\circ$  con respecto al eje del objeto y la cámara.

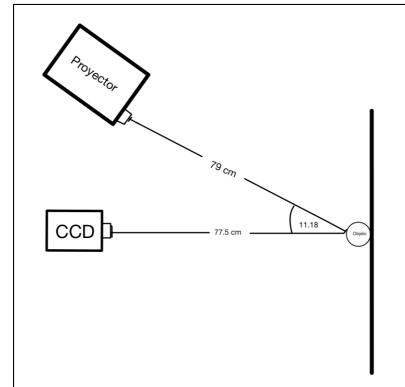


Figura 3: Esquema del arreglo experimental

Los objetos escogidos para este trabajo fueron una semiesfera de unicel y un jarro de plástico blanco (Figura 4).



Figura 4: Objetos escogidos para ser escaneados

Se realizaron las mediciones de los objetos seleccionados (Tabla II) para posteriormente poder contrastar los resultados con estas mediciones.

Objeto	Valor Real [cm]
Diámetro (esfera)	$15,8 \pm 0,1$
Diámetro superior (jarra)	$3 \pm 0,1$
Diámetro inferior (jarra)	$4,1 \pm 0,1$
Altura (jarra)	$120 \pm 1$

Tabla I: Tabla con mediciones realizadas a los objetos de interés.

Una vez realizado el acomodo se procedió a proyectar una serie de franjas al objeto. Las franjas fueron diseñadas previamente en un programa llamado Processing cuyas intensidades tenían un comportamiento de la forma:

$$A \cos^2(\omega x + \phi)$$

En dónde A es la amplitud,  $\omega$  es la frecuencia, x es la coordenada espacial y  $\phi$  es el desfase. El programa fue diseñado para que cada vez que se diera clic en la tecla derecha se generara un desfase de  $\frac{\pi}{2}$  con lo que para el corrimiento de fase de un ciclo completo es necesario desplazar las franjas N=4 veces.

En total se tomaron 8 fotografías para cada objeto, 4 correspondieron a las fotografías únicamente de las franjas con su respectivo desfase y las otras 4 del objeto con las franjas. Las primeras 4 fotografías se usaron para tener una referencia y con esta poder calcular la profundidad y las otras 4 son las que contienen la información del objeto que se está buscando escanear. Una vez las fotografías fueron obtenidas, se pasaron al programa para encontrar por separado (fotos con y sin objeto) la fase envuelta y desenvuelta. Y Finalmente se generó una representación tridimensional.

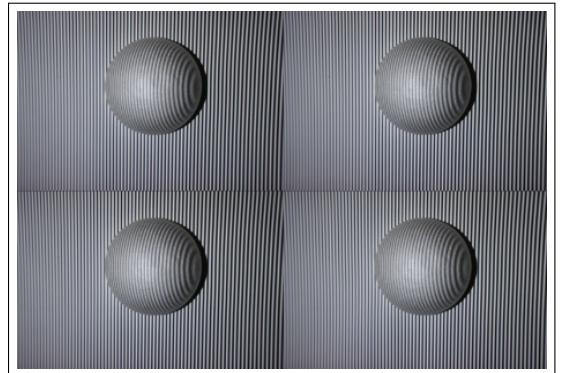


Figura 5: Fotos tomadas a la semiesfera con proyección de franjas con un corrimiento de  $\phi/2$

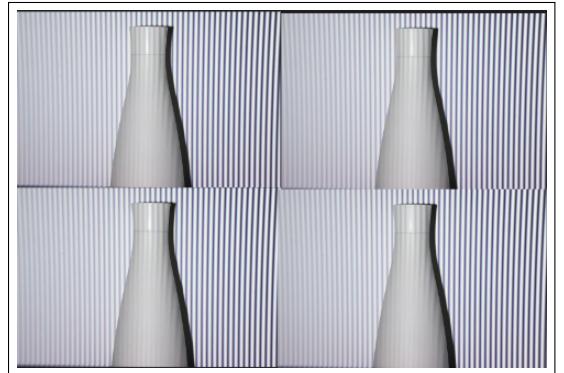


Figura 6: Fotos tomadas a la jarra con proyección de franjas con un corrimiento de  $\phi/2$

Las fotografías obtenidas fueron almacenadas en un arreglo matricial de Python (se añade el código en el anexo).

Primero se calculó la fase envuelta de las fotografías mostradas en las Figuras 5 y 6, por medio de la formula:

$$\phi = \arctan \left( \frac{I_4 - I_2}{I_1 - I_3} \right) \quad (8)$$

Posteriormente se calculó la fase desenvuelta usando un algoritmo de desenvolvimiento de fase incluido en la librería de Python "skimage". Una vez obtenida la fase desenvuelta de las fotografías de los objetos se realizó el mismo procedimiento con las fotografías de las franjas de referencia para de esta forma obtener también su fase desenvuelta.

Para obtener el escalamiento de las imágenes una vez desenvueltas se hizo uso de la ecuación 2, como el punto de interés de las mediciones se ubica con una simetría en el centro, por lo tanto  $x = 0$  y esto hace que la ecuación 2 se pueda reescribir de la forma:

$$z = \frac{\Delta\phi}{2\pi \tan(\theta)} P_{xo} \quad (9)$$

#### IV. RESULTADOS Y ANÁLISIS NUMÉRICO

Estos fueron los resultados para cada una de las superficies analizadas:

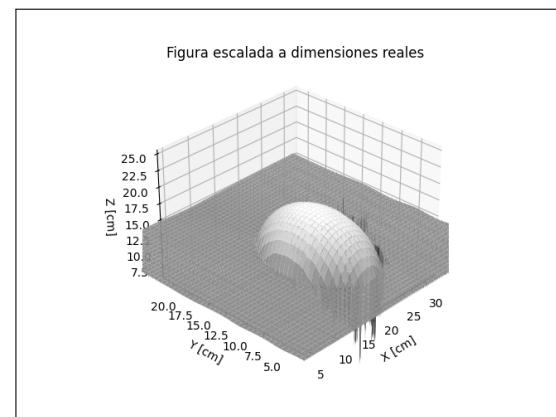


Figura 9: Fase desenvuelta de la semiesfera en 3 dimensiones escalada a las unidades reales.

##### A. Semiesfera

##### B. Jarra

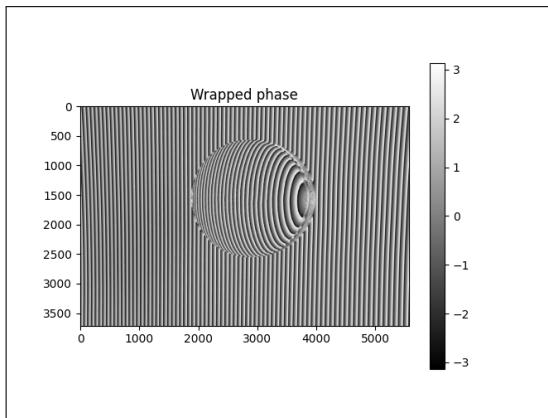


Figura 7: Fase envuelta de la semiesfera.

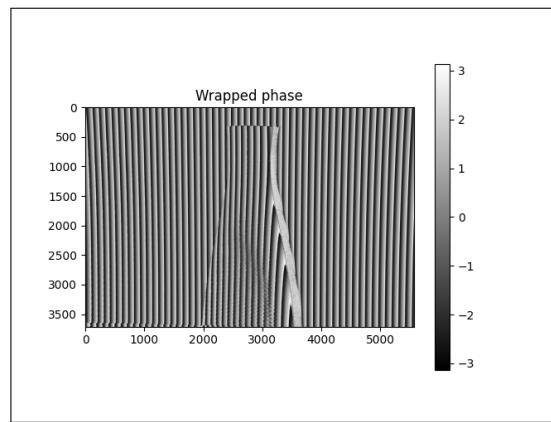


Figura 10: Fase envuelta de la jarra.

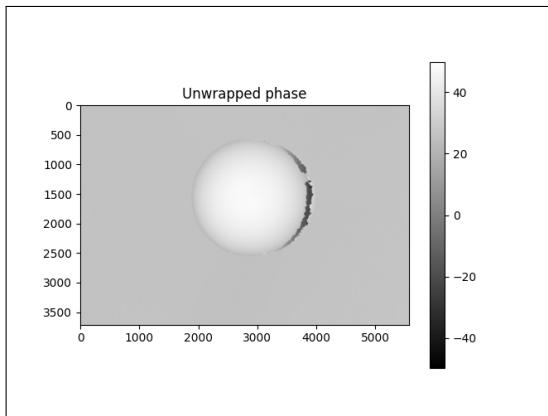


Figura 8: Fase desenvuelta de la semiesfera.

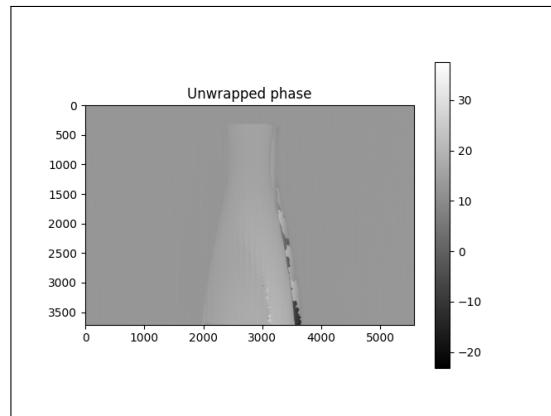


Figura 11: Fase desenvuelta de la jarra.

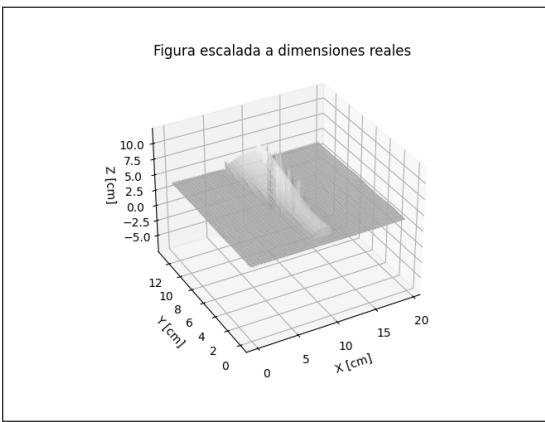


Figura 12: Fase desenvuelta de la jarra en 3 dimensiones escalada a las unidades reales.

## V. ANÁLISIS DE ERRORES

Una vez obtenidos los resultados de las dimensiones de las figuras escaneadas, se procedió a calcular el error porcentual de cada una de estas dimensiones con las mediciones realizadas (II) a los objetos de estudio:

Objeto	Valor obtenido [cm]	Error porcentual
Diámetro (esfera)	15.9	0.6 %
Diámetro superior (jarra)	3.4	13.3 %
Diámetro inferior (jarra)	3.9	4.8 %
Altura (jarra)	13.2	10 %

Tabla II: Tabla con los resultados obtenidos y los errores respectivos.

- 
- [1] Miguel Arevalillo Herraez, David R Burton, Michael J Lalor, and Munther A Gdeisat. Fast two-dimensional phase-unwrapping algorithm based on sorting by reliability following a noncontinuous path. *Optics letters*, 27(1):55–57, 2002. © 2002 Optical Society of America.
  - [2] Eugene Hecht. *Optics*. Pearson Education India, 2012.
  - [3] Amalia Martínez, J.A. Rayas, H.J. Puga, and Katia Genovese. Iterative estimation of the topography measurement by fringe-projection method with divergent illumination by considering the pitch variation along the x and z directions. *Optics and Lasers in Engineering*, 48(8):862–868, 2010. Contents lists available at ScienceDirect.
  - [4] Jiří Novák. Methods for 2-d phase unwrapping in MATLAB. *Journal of Signal Processing*, 36(2):123–135, 2024.

## VI. CONCLUSIONES

Este proyecto de diseño y desarrollo de un sistema óptico para escanear objetos tridimensionales mediante la técnica de proyección de franjas y desplazamiento de fase ha resultado exitoso en la consecución de los objetivos. El arreglo experimental, con sus distancias y ángulos calculados, demostró ser fundamental para la adquisición de datos. La fase envuelta y su desenvolvimiento fueron aspectos clave del proceso, donde algoritmos especializados permitieron obtener información topográfica detallada de los objetos escaneados. Esta fase del proyecto representó un desafío técnico, sin embargo los resultados obtenidos fueron satisfactorios y demostraron la eficacia del enfoque empleado. Los resultados obtenidos para los objetos analizados, como la semiesfera y la jarra, mostraron claramente la fase envuelta y desenvuelta de cada uno. Además, se llevó a cabo un análisis de errores que permitió evaluar la precisión de las mediciones, revelando pequeñas discrepancias con respecto a las dimensiones reales de los objetos, con 13.3 % como el error porcentual mayor obtenido. Este proyecto abre nuevas posibilidades en diversas áreas, desde la manufactura hasta la medicina. La capacidad de escanear objetos tridimensionales tiene un gran potencial en la metrología y la digitalización de objetos, lo que podría tener un impacto significativo en la mejora de procesos industriales. Es importante reconocer las limitaciones y áreas de mejora. Por ejemplo, el análisis de errores podría refinarse aún más para reducir las discrepancias observadas. Asimismo, futuros desarrollos podrían explorar la aplicación de esta técnica en contextos más específicos o el refinamiento del diseño del sistema óptico para mejorar su rendimiento.

## VII. BIBLIOGRAFÍA

**Apéndice A: Anexo****Link al drive:**

[https://  
drive.google.com/drive/folders/  
1TXV2UCJ0sQTZG8I41AWJuFJ-g4skDV5U?usp=sharing](https://drive.google.com/drive/folders/1TXV2UCJ0sQTZG8I41AWJuFJ-g4skDV5U?usp=sharing)