AGA 2020

TP N° 17 Transformaciones Lineales II

EJERCICIO 2 a).

Hallar la expresión genérica de la T.L. $f: R^3 \to R^2$, sabiendo que respecto de las bases canónicas, su matriz es $\begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 0 & -4 & 5 \end{pmatrix}$

Objetivo: Determinar $f(x,y,z)$

1° paso) Identificar las bases canónicas:

$$V = \{\underset{\bar{v}_1}{(1,0,0)}; \underset{\bar{v}_2}{(0,1,0)}; \underset{\bar{v}_3}{(0,0,1)}\}$$

$$W = \{\underset{\bar{w}_1}{(1,0)}; \underset{\bar{w}_2}{(0,1)}\}$$

2° paso) Determinar las coordenadas α, β y γ de $\bar{v} = (x,y,z)$ en la base V

$$\bar{v} = (x,y,z) = \alpha\,\bar{v}_1 + \beta\,\bar{v}_2 + \gamma\,\bar{v}_3$$

$$\quad = \alpha(1,0,0) + \beta(0,1,0) + \gamma(0,0,1) \Rightarrow (x,y,z) = (\alpha,\beta,\gamma) \Rightarrow \begin{cases} x = \alpha \\ y = \beta \\ z = \gamma \end{cases}$$

$$\Rightarrow \bar{v}_V = \begin{pmatrix} \alpha \\ \beta \\ \gamma \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix}$$

3° paso) Calcular: $\underbrace{[f(\bar{v})]_W}_{\text{Imagen de un elemento } \bar{v} \text{ de V en la base W}} = \overbrace{A}^{\text{Matriz asociada a la TL.}} . \underbrace{\bar{v}_V}_{\text{vector columna formado por las coordenadas de } \bar{v} \text{ en la base V}}$

$$Y_W = [f(\bar{v})]_W = \begin{pmatrix} 2 & 1 & -2 \\ 0 & -4 & 5 \end{pmatrix} . \begin{pmatrix} x \\ y \\ z \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2x+y-2z \\ -4y+5z \end{pmatrix} = (2x+y-2z; -4y+5z)$$

4° paso) Cálculo de la función TL.

$$[f(\bar{v})]_W = f(x,y,z) = [f(\bar{v})]_W = [f(x,y,z)]_W = (2x+y-2z, -4y+5z)_W$$

$$\Rightarrow f(\bar{v}) = f(x,y,z) = (2x+y-2z).\bar{w}_1 + (-4y+5z).\bar{w}_2$$

$$= (2x+y-2z).(1,0) + (-4y+5z).(0,1)$$

$$= (2x+y-2z, 0) + (0, -4y+5z)$$

$$\boxed{f(x,y,z) = (2x+y-2z, -4y+5z)}$$