

4) Dados los vectores $\vec{a}=(-9,3,2)$ y $\vec{b}=(12,-4,x)$, calcular, si es posible, los valores de $x \in \mathbb{R}$ tal que:

g) El volumen del paralelepípedo formado por \vec{a} , \vec{b} y $\vec{c}=(2,2,0)$ sea igual a 16 [ul]^3

$$(\vec{a} \times \vec{b}) \cdot \vec{c} = 16 \rightarrow (\vec{a} \times \vec{b}) \cdot (2,2,0) = 16$$

Calculamos el determinante de $(\vec{a} \times \vec{b})$ y luego el producto escalar con el vector \vec{c} o bien directamente calculamos el producto mixto

$\begin{vmatrix} i & j & k \\ -9 & 3 & 2 \\ 12 & -4 & x \end{vmatrix} \cdot (2,2,0)$ Como hablamos del cálculo de un volumen el producto mixto debe estar entre barras (valor absoluto)

$$\left| \begin{vmatrix} i & j & k \\ -9 & 3 & 2 \\ 12 & -4 & x \end{vmatrix} \cdot (2,2,0) \right| = |[(3xi + 36k + 24j) - (36k - 8i - 9xj)] \cdot (2,2,0)| = 16$$

$$\left| \begin{vmatrix} i & j & k \\ -9 & 3 & 2 \\ 12 & -4 & x \end{vmatrix} \cdot (2,2,0) \right| = |(3x + 8, 24 + 9x, 0) \cdot (2,2,0)| = 16$$

$$\left| \begin{vmatrix} i & j & k \\ -9 & 3 & 2 \\ 12 & -4 & x \end{vmatrix} \cdot (2,2,0) \right| = |2(3x + 8) + 2(9x + 24)| = 16$$

$$\left| \begin{vmatrix} i & j & k \\ -9 & 3 & 2 \\ 12 & -4 & x \end{vmatrix} \cdot (2,2,0) \right| = |6x + 16 + 18x + 48| = 16$$

$$24x + 64 = 16 \rightarrow 24x = -48 \rightarrow x = -2$$

También el cálculo se puede realizar directamente por el producto mixto

$$\begin{vmatrix} 2 & 2 & 0 \\ -9 & 3 & 2 \\ 12 & -4 & x \end{vmatrix} = (6x + 48) - (-16 - 18x) = 6x + 16 + 48 + 18x = 16$$

$$24x + 48 = 0 \rightarrow 24x = -48 \rightarrow x = -2$$