

Trabajo Práctico N° 6

1). Dada la función $f(x) = \sqrt{3x+1}$, cuando $x_0 = 1$,

a. Completar la siguiente tabla teniendo en cuenta la variación de la abscisa.

| Variaciones de x | Δx | $\Delta y = f(x + \Delta x) - f(x)$ | $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ |
|------------------|------------|-------------------------------------|-----------------------------|
| De 1 a 1,2 | 0,2 | 0,1447610 | 0,723805 |
| De 1 a 1,1 | 0,1 | 0,0736441 | 0,736441 |
| De 1 a 1,01 | 0,01 | 0,0074859 | 0,748598 |

b. Encontrar una expresión para $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ (promedio de variación de y con respecto a x) como función de Δx .

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3\Delta x}{\Delta x \sqrt{3x+\Delta x} + \sqrt{3x+1}}$$

c. $\lim_{\Delta x \rightarrow 0} \frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{3}{4}$

d. La conclusión que se puede obtener es que los valores de la tabla se aproximan al límite obtenido en el ítem c) (la derivada en un punto).

2). Utilizando la definición de derivada calcular:

a. $f'(x)$ si $f(x) = -2x^2 + 4x + 5$

$$f'(x) = -4x + 4$$

b. $f'(x)$ si $f(x) = \sqrt{x-1}$

$$f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{x-1}}$$

c. $f'(x)$ si $f(x) = 2x - 1/(x-2)$

$$f'(x) = -\frac{3}{(x-2)^2}$$

3). Analizar si las siguientes funciones son derivables en los puntos que se indican.

a. $f'(0)$ y $f'(3)$ si $f(x) = |x-3|$ ¿Es continua en $x=3$?

$$f'(0) = -1$$

$$f'(3) = \nexists$$

Es continua en $x=3$.

b. $g'(2)$ si $g(x) = \begin{cases} 1-x, & x < 2 \\ x-1, & x \geq 2 \end{cases}$ ¿Es continua $g(x)$ en $x=2$?

$$g'(2) = 1$$

No es continua en $x=2$.

c. $h'(3)$ si $h(x) = \begin{cases} -6x+2, & x < 3 \\ -3x^2+11, & x \geq 3 \end{cases}$ ¿Es continua y derivable $g(x)$ en $x=3$?

La función es continua en $x=3$.

No existe este Límite. La función no es derivable en $x=3$.

d. En base a lo resuelto anteriormente, responda:

- Una función continua ¿siempre es derivable?

No

- Una función derivable, ¿siempre es continua?

Si

4). Ganancia Marginal: La ganancia de un negocio es $G(t) = 1000 t^2$ (dolares), con $[t] =$ años.

- a. ¿Cuál es la ganancia durante el 4to. año? (es decir entre $t=4$ y $t=3$)

$$G(4) - G(3) = 7000 \text{ dólares}$$

- b. ¿Cuál será el promedio de ganancias durante la 1ra mitad del 4to año?

$$\frac{\Delta G}{\Delta t} = 8500$$

- c. ¿Cuál es la ganancia marginal para $t=2$?

$$G'(2) = 4000$$

5). Calcular la derivada de las funciones dadas por las siguientes fórmulas:

a. $f(x) = 4x^3 - 3x^2 + x + 2$

$$f'(x) = 12x^2 - 6x + 1$$

b. $g(x) = x^4 - 4$ obtener $\left(\frac{dg}{dx}\right)\bigg|_{x=0}$

$$g'(x) = 4x^3, g'(0) = 0$$

c. $h(x) = 3^x(x^2 + 2)$

$$h'(x) = 3^x \ln 3 (x^2 + 2) + 2x 3^x$$

d. $f(x) = \frac{x^2-1}{x^{\frac{2}{3}}}$

$$f'(x) = \frac{2x \cdot x^{2/3} - (x^2-1) \frac{2}{3} x^{-\frac{1}{3}}}{x^{\frac{4}{3}}}$$

e. $m(t) = \ln t \cdot 2\sin(t) + t$

$$m'(x) = \frac{1}{t} 2\sin(t) + \ln t \cdot 2\cos(t) + 1$$

f. $p(t) = (2t + 3)(3t^3 - 2)$,

Obtener $(dp/dt)|_{t=1}$

$$p'(t) = 2(3t^3 - 2) + (2t + 3)9t^2$$

$$(dp/dt)|_{t=1} = 47$$

g. $f(x) = \sqrt{x} + x^2$

$$f'(x) = \frac{1}{2} x^{-1/2} + 2x$$

No existe.

h) $f(x) = \frac{1-2x^2}{\log_5 x + e^x}$

$$f'(x) = \frac{-4x(\log_5 x + e^x) - (1-2x^2)(\frac{1}{x \ln 5} + e^x)}{(\log_5 x + e^x)^2}$$

6) Encontrar $f'(x)$ si

$$f(x) = \frac{\tan x}{x^3-1}, f'(x) = \frac{(\sec x)^2(x^3-1) - \tan x(3x^2)}{x^3-1}$$

$$f'(0) = -1$$

7)

$$a) y'(x) = 2^{-3x+1} \ln 2 (-3)$$

$$b) y'(x) = \cos \frac{\cos(\ln x)}{x} + \frac{1}{\ln x} \operatorname{sh} x$$

$$c) y'(x) = 2 \cos(\sqrt{2t+3^{3-t+3}} - 2t \operatorname{sen}(\sqrt{2t+3^{3-t}}) \frac{1}{2\sqrt{2t+3^{3-t}}} (2+3^{3-t} \ln 3 (-1))$$

$$d) y'(x) = \frac{1}{3} (-6x+6 \operatorname{tg}(e^{1/x}))^{-2/3} (-6 + \frac{\sec^2 x (e^{1/x}) e^{1/x}}{x^2})$$

$$e) y'(x) = \frac{1}{\ln 3(4x^3-6x-3/x)} (12x^2-6+3/x^2)$$

$$f) y'(x) = (20x^3-15)5^{3x+x^2} + (5x^4-15x-1)5^{3x+x^2} \ln 5 (3+2x)$$

$$g) y'(x) = 2 (\sinh(-x)-2x^5)(-\cosh(-x)-10x^4) \operatorname{tg}^3(2^{x-3}) + (\operatorname{sh}(-x)-2x^5)^2 (3 \operatorname{tg}^2(2^{x-3}) \sec^2(2^{x-3}) 2^{x-3} \ln 2)$$

$$h) y'(x) = \frac{1}{3} \left(\frac{x^3-1}{x^2 \ln x} \right)^{-2/3} \left(\frac{3x^2 x^2 \ln x - (x^3-1)(2x \ln x + x)}{(x^2 \ln x)^2} \right)$$

8)a)

$$t'(1) = 92$$

$$b) h'(-1) = 4k+7$$

9) B

$$10) \left(\frac{f(x)}{g(x)} \right)' = \frac{36}{25}$$

$$11) a) y'(x) = \frac{1}{\sqrt{1-x^2}}$$

$$b) y'(x) = \frac{1}{x^2+1}$$

$$c) y'(x) = \frac{1}{\sqrt{1+x^2}}$$

12)

a) f

b) f