TP N° 6

2) Utilizando el concepto de relación entre coeficientes y raíces, hallar las raíces de las siguientes ecuaciones:

e) $x^3 - 6x^2 + 9x - 54 = 0$, sabiendo que tiene una raíz imaginaria de forma bi donde b es real.

Solución

$P(x)= x^3 - 6x^2 + 9x - 54= 0$; $P(x)= a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = 0$

Relacion entre coeicientes y raices:

$X_1= bi$; $x_2= -bi$; $x_3=$ ¿ ; $a_3= 1$; $a_2= -6$; $a_1=9$; $a_0= -54$

$-a_2/a_3= (x_1 + x_2 + x_3) = 6$; $x_3= 6$

$A_1/a_3= (x_1 x_2 + x_1 x_3 + x_2 x_3) = 9$; $b=3$, $b=-3$

$-a_0/a_3= (x_1 x_2 x_3)= 54$; $54 = 54$

$X_1=3i$; $x_2=-3i$; $x_3=6$

3) c) Sea la ecuación $4x^4 -24x^3 + a_2x^2 + 6x + a_0 = 0$; si una raíz es doble de otra y las otras dos son opuestas, calcular las raíces, a_2 y a_0 .

Solucion

$P(x)= 4x^4 - 24x^3 + a_2x^2 + 6x + a_0 =0$, $P(x)= a_4x^4 + a_3x^3 +a_2x^2 + a_1x + a_0 = 0$

$A_4=4$; $a_3=-24$; $a_1=6$; $x_1=2x_2$; $x_3=-x_4$

$-a_3/a_4= (x_1 +x_2 + x_3 + x_4)= 6$; $x_2=2$

$A_2/a_4= (x_1x_2 + x_1x_3 + x_1x_4 + x_2x_3 + x_2x_4 + x_3x_4 = a_2/4$ (1)

$-a_1/a_4= (x_1x_2x_3 + x_1x_2x_4 + x_1x_3x_4 + x_2x_3x_4) = -3/2$; $x_3=1/2$, $x_3=-1/2$

$A_0/a_4= (x_1x_2x_3x_4) = a_0/4$ (2)

En (2) $a_0=-8$

En (1) $a_2= 31$

$X_1=4$; $x_2=2$; $x_3=-1/2$; $x_4=$ ½

4) Para cada una de las siguientes ecuaciones $P(x)=0$, calcular sus raíces sabiendo que por lo menos una de ellas anula a $D(x)$, siendo $D(x)=$ MCD $(P(x)\ ,\ P'(x))$.

d) $P(x)=x^4 - x^3 -3x^2 + 5x -2 = 0$

Solucion

$P'(x)=4x^3 - 3x^2 - 6x + 5$

Aplicando algoritmo de Euclides para el calculo del MCD entre $P(x)$ y $P'(x)$; obtenemos para un resto nulo MCD= $D(x)= x^2 - 2x +1$; el valor que anula a $D(x)$ es $x=1$ (raíz); las raíces de $D(x)$ son las mismas que las de $P(x)$ con su orden de multiplicidad disminuido en una unidad. Por lo tanto $P(x)$ tiene raíz múltiple en $x=1$ de orden triple.

Lo cual se puede verificar aplicando Ruffini, y luego calcular la raíz restante:

	1	-1	-3	5	-2
1		1	0	-3	2
	1	0	-3	2	0
1		1	1	-2	
	1	1	-2	0	
1		1	2		
	1	2	0		

Construimos la ecuación resultante igualando a cero $x + 2 = 0$ obtenemos la raíz que falta $x= -2$

Las raíces son $x_1= 1$ raiz triple

$X_2= -2$ raiz simple.