3.- Para cada una de las siguientes transformaciones lineales, verificar que

$$Dim\, N(\mathrm{f}) \;+\; Dim\, Img(\mathrm{f}) \;=\; Dim\, del\, primer\, espacio\; (V)$$

d) $f: R^2 \to R^{2x2}\ definida\ por\ f(x,y) = \begin{pmatrix} x+y & y \\ y & -x \end{pmatrix}$

$$N(f) = \left\{(x,y) \in R^2 \;/\;\; f(x,y) = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}\right\}$$

$$\begin{pmatrix} x+y & y \\ y & -x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x+y=0 \\ y=0 \\ x=0 \end{cases}$$

$$N(f) = \{(x,y) \in R^2 \;/\;\; x=0;\;\; y=0\}$$

Dim = 0

$$I(f) = \left\{\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in R^{2x2} \;/\;\; f(x,y) = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}\right\}$$

$$\begin{pmatrix} x+y & y \\ y & -x \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix}$$

$$\begin{cases} x+y=a \\ y=b=c \\ x=-d \end{cases}$$

$$I(f) = \left\{\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in R^{2x2} \;/\; b=c; a=-d+c \;\right\}$$

Dim = 2

$$Dim(N(f)) \;+ Dim(I(f)) = Dim(V)$$

$0+2=2$ Se cumple