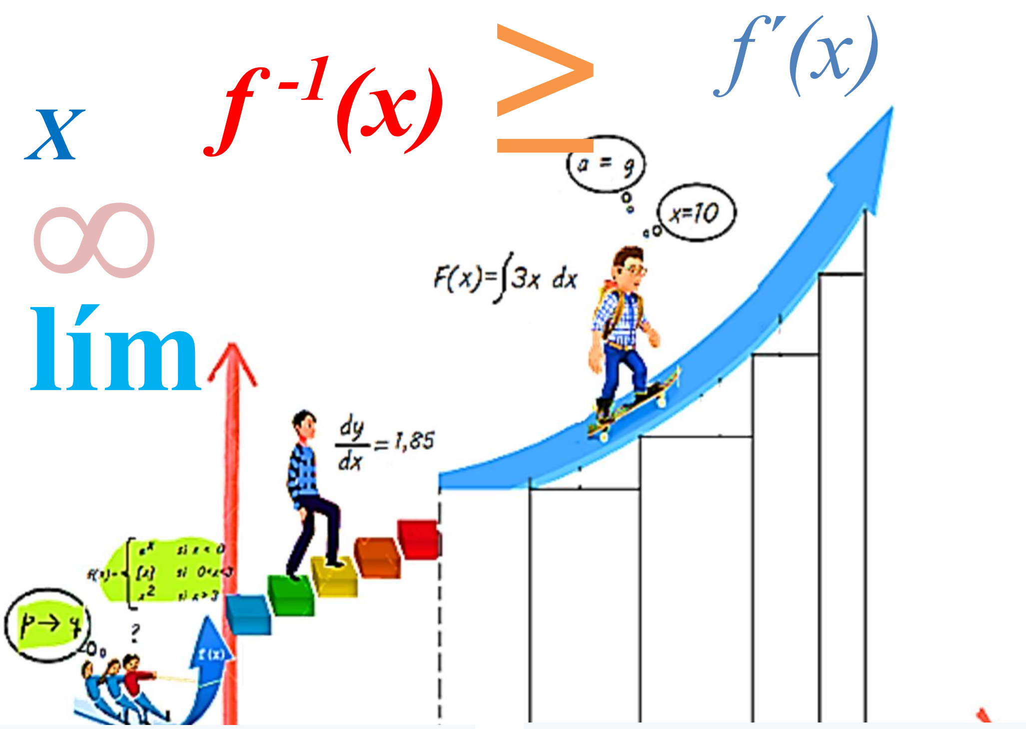
Guía de Trabajos Prácticos – Año 2023

Análisis Matemático I

Asignatura de las carreras: Ingeniería Industrial, Química, Informática y Minas. T.U.E.M., T.U.P.M. y Convenio U.N.T.

Segunda Parte – TP6 y TP10



Profesores:

Ing. Roberto Lamas (Prof. Adjunto)
Lic. Elizabeth Garnica (Prof. Adjunto)
APU Roberto Mamaní (J. de T. Prácticos)
Ing. Gloria Quispe (Ayte. de 1ª)
Lic. Cecilia Adaro (Ayte. de 1ª)
Ing. Gustavo Sosa(Ayte . de 1ª)

Profesores Sede Lib. Gral San Martin

Ing. Diego Enrique Coca (Prof. Adjunto)
Lic. Maria Angela Leon (J. de T. Prácticos)
Lic. Isolina Aldonate (J. de T. Prácticos)

Facultad de Ingeniería – Universidad Nacional de Jujuy
San Salvador de Jujuy – 2023

TRABAJO PRÁCTICO NRO 6

Definición de derivada. Derivada de funciones elementales. Regla de la cadena. Derivada de funciones inversa

Ejercicios para resolver en clase TP6

---

1). Dada la función $f(x) = \sqrt{3x+1}$, cuando $x_0 = 1$,

a. Completar la siguiente tabla teniendo en cuenta la variación de la abscisa.

Variaciones de x	Δx	$\Delta y = f(x+\Delta x) - f(x)$	$\frac{\Delta y}{\Delta x}$
De 1 a 1,2			
De 1 a 1,1			
De 1 a 1,01			

b. Encontrar una expresión para $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ (promedio de variación de y con respecto a x) como función de Δx.

c. Hallar $\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}$ (Variación puntual de y con respecto a x) y evaluar ésta expresión para x=1, es decir $\left(\lim_{\Delta x \to 0} \frac{\Delta y}{\Delta x}\right)\Big|_{x=1}$

d. Compare el valor obtenido en el ítem anterior con los valores de $\frac{\Delta y}{\Delta x}$ encontrados en la tabla. De esta comparación ¿qué conclusión puede obtener?

2). Utilizando la definición de derivada calcular:

a. $f'(x)$ si $f(x) = -2x^2 + 4x + 5$

b. $f'(x)$ si $f(x) = \sqrt{x-1}$

c. $f'(x)$ si $f(x) = 2x - 1/(x-2)$

3). Analizar si las siguientes funciones son derivables en los puntos que se indican.

a. $f'(0)$ y $f'(3)$ si $f(x) = |x-3|$ ¿$Es\ continua\ en\ x = 3$?

b. $g'(2)\ si\ g(x) = \begin{cases} 1-x, & x < 2 \\ x-1, & x \geq 2 \end{cases}$ ¿$Es\ continua\ g(x) en\ x = 2$?

c. $h'(3)\ si\ h(x) = \begin{cases} -6x+2, & x < 3 \\ -3x^2+11, & x \geq 3 \end{cases}$ ¿$Es\ continua\ y\ derivable\ g(x) en\ x = 3$?

d. En base a lo resuelto anteriormente, responda:
- Una función continua ¿siempre es derivable?
- Una función derivable, ¿siempre es continua?

4). Costo Marginal: La ganancia de un negocio es $G(t) = 1000\ t^2\ (dolares),\ con\ [t] = años.$

a. ¿Cuál es la ganancia durante el 4to. año?
b. ¿Cuál será el promedio de ganancias durante la 1ra. mitad del 4to año?
c. ¿Cuál es la ganancia marginal para t=2?

5). Calcular la derivada de las funciones dadas por las siguientes fórmulas:

$a.\ f(x) = 4x^3 - 3x^2 + x + 2$
$b.\ g(x) = x^4 - 4\ obtener\ \left(\frac{dg}{dx}\right)\Big|_{x=0}$
$c.\ h(x) = 3^x(x^2 + 2)$
$d.\ f(x) = \frac{x^2-1}{x^{\frac{2}{3}}}$
$e.\ m(t) = \ln t\,.2sen(t) + t$
$f.\ p(t) = (2t + 3)(3t^3 - 2),\ obtener\ \left(\frac{dp}{dt}\right)\Big|_{t=1}$
$g.\ f(x) = \sqrt{x} + \frac{1}{x}$ ¿$Existe\ f'(x) = 0$?. $Explique$
$h.\ f(x) = \frac{1-2x^2}{\log_5 x + e^x}$
$i.\ f(t) = 4^x - \frac{\cos x}{\tan x}$

6). Encontrar f'(x) si $f(x) = \frac{\tan x}{x^3-1}$ como así también el valor f'(0).

7). Calcular la derivada de las funciones compuestas dadas por las fórmulas**:**

a) $y = 2^{(-3x\,+\,1)}$
b) $y = sen\ (ln\ x\ ) + ln\ (ch\ x)$
c) $y = 2t.(cos\ (\sqrt{2t + 3^{(-t\,+\,3)}}\ )$
d) $y = \sqrt[3]{-6x + 6 - (tg\ (e^{(1/x)})}$
e) $y = \log_3(4x^3 - 6x - \frac{3}{x})$
f) $y = (5x^4 - 15\,x - 1)\,.5^{(3x+\,x^2)}$
g) $y = (senh(-x) - 2\,x^5)^2.\,tg^3(2^{(x-3)})$
h) $y = \sqrt[3]{\frac{x^3\,-\,1}{x^{(2)}ln\ x}}$

8.-) Suponiendo que**:** t (x) = (f o g) (x) ; h (x) = (g o f) (x) ; g (–1) = 4 ; f (–1) = 6 ; f ' (4) = 23 ; g ' (– 1) = 4 ; f ' (-1) = 7 y g ' (6) = 2k + 1

a) Determinar $t'(-1)$ b) $h'(-1)$

9. Escriba en el recuadro la letra correspondiente a la respuesta correcta. Si ninguna de las respuestas es correcta, escriba una N.

$Si\ f(x) = \sqrt[3]{7x-3} + \log_9(\frac{x^2}{ch\,x}) + \frac{1}{9}\ ;entones\ f'(x)\ es$: $\square$

A) $\frac{7}{3}\ (7x-3)^{-\frac{2}{3}} + \frac{1}{Ln\,9} \cdot \frac{ch\,x}{x^2+1}$

B) $\frac{7}{3}\ (7x-3)^{-2/3} + \frac{1}{Ln\,9} \cdot \frac{1}{\frac{X^2+1}{ch\,x}} \cdot \frac{2x\,ch\,x-(x^2+1)sh\,x}{ch^{\,2}\,x} - \frac{1}{10^2}$

C) $\frac{7}{3}\ (7x-3)^{-2/3} + \frac{1}{Ln\,9}\ \frac{1}{\frac{X^2+1}{ch\,x}} \cdot \frac{2x}{shx}$

D) $\frac{7}{3}\ (7x-3)^{-2/3} + \frac{1}{Ln\,9}\ \frac{ch\,x}{x^2+1}\ \frac{2x\,ch\,x-(x^2+1)sh\,x}{ch^{\,2}\,x}$

10. Si f y g son funciones continuas en su dominio, y

$f(9) = 2,\ \ g(9) = 5,\ \ f'(9) = 10\ \ y\ \ g'(9) = 7$ **hallar** $\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)_{(x=9)}$

11. Utilizar la regla de la derivada de la función inversa para calcular y’ si :

$a.\ y = arc\ sen\ x \quad b.\ y = arc\ tg\ x \quad c.\ y = arc\ sh\ x$

12. Indicar si es Verdadero o Falso lo que se afirma. No justifique la respuesta.

a. Si h es la función inversa de $g/g(x) = 2\ ln\ x + 3x$; sin determinar $h\ (x)$, $h'(3) = 1$ $\square$

b. Si f y g son funciones inversas entre sí y f(4)=5, entonces g’(4)=1 $\square$

TRABAJO PRÁCTICO NRO 7

Derivadas sucesivas. Implícita y logarítmica. Interpretación geométrica

Ejercicios para resolver en clase TP7

1) Hallar en cada caso la derivada solicitada

a) $f\,'(x);\ f\,'''(x);\ f^{(5)}(x)\ y\ f^{(8)}(x)$ si $f(x) = \frac{x^5}{60} - \frac{x^4}{36} + \frac{x^2}{20} + 5x - 80$

b) $f^{(n)}(x),\ f^{(10)}(x)\ y\ f^{(25)}(x)\ , si\ f(x) = e^{-2x}$

c) $f^{(2)}(\pi),\ , si\ f(x) = x.\cos x - 2\, sen\, x$

2) Verificar si $y = 2x^3 - 3x + 5$, satisface la ecuación diferencial

$1 + \frac{y'}{3} + \frac{xy''}{12} - 3x^2 = 0$

3) De acuerdo a las funciones implícitas dadas por su fórmula, hallar

a) $\frac{dy}{dx}\ si\ \frac{3}{2}x^2 + y^3 + xy = 0$

b) $y'\ si\ xy^2 - yx^2 = y^2x^2 - \frac{x}{y}$

c) $\frac{dy}{dx}\ si\ \frac{e^{(-2x+y)}}{2} + cos^2 y - y\, sen\, x = 0$

4) Escribir en el recuadro la letra correspondiente a la respuesta correcta. Si ninguna de las respuestas es correcta escriba una N

Si $f(x) = \frac{-1}{(x+1)}$ entonces $f^{(n)}(x) = \boxed{}$

A) $(-1)^n\,(n-1)!\ (x+1)^{-(n+1)}$

B) $(-1)^{n+1}\, n!\ (x+1)^{-n}$

$C)$ $(-1)^{n+1}\, n!\ (x+1)^{-(n+1)}$

D) $(-1)^{n+1}\,(n+1)!\ (x+1)^{-n+1}$

5.-) Aplicar derivación logarítmica para calcular en cada caso y ', si es posible o utilice otras propiedades para calcular y '

$a)\ y = \ ln\,(x)^{(1/ln\,x)}$

$b)\ y = (sen\, x)^{\,(\sqrt{x+1})}$

$c)\ y = e^{(x^2)} - tg\, x + ch\, x^{(2/x)} - x^4$

$d)\ y = sec\, x^{(cos\, x)} + e^3$ cotg x

$e)\ y = \dfrac{(tg\, x - 3x) \,.\, 10^{-x}}{\log(x-2)}$

Interpretación Geométrica y física de la Derivada

6) Hallar la/las ecuaciones de la recta tangente y normal a la curva indicada por su ecuación, y en el punto de abscisa indicado.
$a)\ f(x) = x^2 - 5x + 3, \quad a = 1$
$b)\ f(x) = 2 - \sqrt{x}, \quad a = 9$
$c)\ f(x) = cos\,(2x) - tg\, x + 3, \quad a = 0$

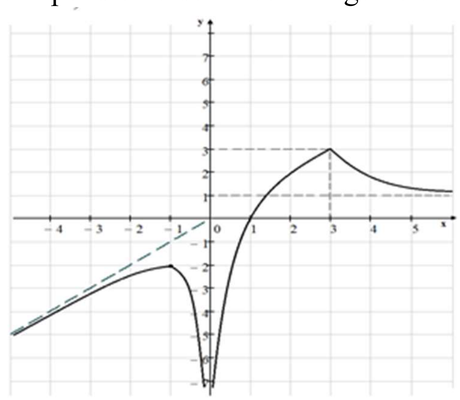
7) Indicar los puntos del gráfico donde la tangente es horizontal
$a)\ f(x) = x^2 - 3x + 2$
$b)\ f(x) = x^3 - 9x^2 - 36$

8) Indicar puntos de la función donde la tangente tiene 9 como pendiente
$f(x) = x^3 - 9x^2 + 36x$

9) Ver si en algún punto la recta tangente al grafico de $f(x) = x^3 + x - 2$ es paralela a la recta de ecuación $f(x) = 4x + 5$
10) Encontrar la ecuación de la recta tangente a la curva, cuya ecuación se indica, en el punto P (2, 2)

$$x^2 - 2xy + y^2 + 2x + y - 6 = 0$$

11). Dada la gráfica de f,
a) indicar los valores de x para los cuales f no es derivable. Justificar su respuesta
b) indicar los intervalos donde la pendiente de la recta tangente es positiva
c) indicar los intervalos donde la pendiente de la recta tangente es negativa



12.-) Un automóvil viaja a 100 m/seg cuando aplica los frenos repentinamente. La función de posición del automóvil que derrapa es $S = 100t - 5t^22$, donde S es la distancia recorrida en el tiempo t. [S]= m (metro) y [t]= s (segundo)
a) Encuentre la velocidad en el instante t
b) ¿Cuál es su velocidad y aceleración a los cinco segundos?
c) ¿Qué distancia recorre y cuánto tiempo tarda el automóvil en detenerse?

13.-) Se lanza una pelota hacia arriba desde lo alto de un edificio de 160 pies de altura con una velocidad inicial de 64 pies/seg. La función que describe el movimiento de la pelota está dada por la ecuación

$$h = -16t^2 + V_0 t + h_0 \quad (h \text{ esta dada en pies y } h_0 \text{ es la altura del edificio}).$$

a) ¿En qué instante la pelota alcanza la altura máxima?
b) ¿Cuál es la altura máxima?
c) ¿Cuándo llega al piso?
d) ¿Con que velocidad llega al piso?
e) ¿Cuál es la aceleración en el instante t = 2 seg?

14) Control de tráfico aéreo. Un controlador de tráfico aéreo detecta dos aviones a la misma altitud con trayectorias que convergen a un punto, ya que vuelan en ángulo recto el uno respecto al otro. Uno de los aviones está a 150 millas del punto y avanza a 450 millas por hora. El otro avión está a 200 millas del punto y avanza a 600 millas por hora.
a) ¿A qué velocidad disminuye la distancia entre estos aviones?
b)¿Cuánto tiempo tiene el regulador de tráfico aéreo para hacer que uno de los aviones tome otra trayectoria de vuelo?

TRABAJO PRÁCTICO NRO 8

Razón de cambio. Diferencial: definición, interpretación gráfica, aplicaciones. L'hopital

Ejercicios para resolver en clase TP8

1). El volumen V (en litros) de 3 gramos de CO_2 a 27 ºC esta dado en función de su presión p (en atmosfera) por la formula $V = \frac{1.68}{p}$. ¿Cuál es razón de cambio de V con respecto de p cuando p = 2 atmosfera?

2). Se infla un globo esférico. El radio r del globo aumenta a razón de 0,2 cm/seg cuando r = 5 cm. ¿Con que razón aumenta el volumen del globo con respecto del tiempo en ese instante?

3). En un circuito eléctrico E (en voltios) es la fuerza electromotriz, I (en amperes) es la corriente eléctrica y R (en ohms) es la resistencia, entonces por la ley de Ohms : I.R=E

a) Si se supone que E es una constante positiva, demuestre que I decrece a una tasa proporcional al inverso del cuadrado de R.

b) ¿Cuál es la tasa instantánea de variación de I con respecto a R en un circuito eléctrico de 90 volts cuando la resistencia es de 15 ohms?

4). Se derrama petróleo de un tanque roto formando una mancha circular. Si el radio del círculo aumenta a razón constante de 1,5 pies/min, ¿con qué rapidez aumenta el área contaminada por el aceite, en el instante en el que el radio del círculo mide 80 pies?

5). Se vierte arena formando un montículo de forma cónica de modo que la altura del cono es el doble de su radio. Determine la tasa de variación de volumen del montículo con respecto al radio cuando la altura de este es (a) 4 m , y (b) 8 m

6). En los siguientes problemas, utilizar diferencial para calcular, en forma aproximada, a) El volumen de un cascaron esférico cuyo radio interno mide 8 cm y cuyo espesor es de $\frac{1}{32} cm$.

b) El área de un cuadrado, si la longitud de su lado disminuye de 10 a 9,8 pulgadas

7). Un globo meteorológico de plástico tiene 4 m. de diámetro a nivel del mar. Después de subir una cierta altura en la atmosfera se hincha hasta tener 4,1 m. de diámetro.

a) ¿Cuál es el cambio exacto del volumen del gas encerrado?

b) ¿Cuál es el cambio aproximado del volumen del gas encerrado?

8). Una caja metálica en forma de un cubo tiene un volumen interior de 1000 cm^3. Las seis caras serán de metal de 1/2 cm de espesor. Si el costo del metal que se empleara es $ 20 por cm^3, utilice diferencial para determinar el costo aproximado del material utilizado en la construcción de la caja.

10). Un tanque cilíndrico abierto tendrá un revestimiento de 2 cm de espesor. Si el radio interior es de 6 m y la altura es de 10 m, obtenga mediante diferencial la cantidad aproximada de revestimiento que se utilizara.

11). Calcular, siempre que sea posible, los siguientes límites aplicando la regla de L'Hopital.

1. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\tan x - x}{x - sen\, x}$
2. $\lim\limits_{x\to \propto} \frac{x^2}{e^x}$
3. $\lim\limits_{x\to \infty} (e^x + x)^x$
4. $\lim\limits_{x\to 0^+} x^{sen\, x}$
5. $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}} \frac{\ln(sen\, x)}{(\pi - 2x)^2}$
6. $\lim\limits_{t\to 0^+} (2x)^{cotg\, x}$
7. $\lim\limits_{x\to 0} \left(\frac{1}{2x}\right)^{\tan 3x}$
8. $\lim\limits_{x\to \infty} (lnx)^{\left(\frac{1}{x}\right)}$
9. $\lim\limits_{x\to \infty} \frac{5x^2-16}{\sqrt{x^2-36}}$
10. $\lim\limits_{x\to \infty} x.sen\left(\frac{1}{x}\right)$
11. $\lim\limits_{x\to \infty} x - \sqrt{x^2 - x}$

12). Marque la letra correspondiente a la respuesta correcta. Si ninguna de las respuestas es correcta escriba una N

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\frac{1}{x}}{\tan(\frac{2}{x})}$$

A) 0 B) ∞ C) ½ D) 1/5

13.- Por qué 0^{∞} y $0^{-\infty}$ no son formas indeterminadas?

Sugerencia: Suponer que $f(x)$ es no negativa en un intervalo abierto que contiene al punto c y que $\lim\limits_{x\to c} f(x) = 0$ y $\lim\limits_{x\to c} g(x) = \infty$

a) Para el 1^er caso, sabiendo que $\lim\limits_{x\to c} g(x) = \infty$, muestre que $\lim\limits_{x\to c} f(x)^{g(x)} = 0$

b) Para el 2^do sabiendo que $\lim\limits_{x\to c} g(x) = \infty$, muestre que $\lim\limits_{x\to c} f(x)^{g(x)} = -\infty$

TRABAJO PRÁCTICO NRO 9

Monotonía. Extremos. Problemas de optimización

<u>Ejercicios para resolver en clase TP9</u>

1.- Determinar los intervalos de monotonía de las siguientes funciones dadas por su fórmula:

a) $f(x) = \ln^2(x)$ b) $y = x^4 - 4x^2$ c) $f(x) = 3\sin x$ d) $y = x\sqrt{4-x^2}$

2.-Dadas la función f, construir en un mismo sistema de ejes la gráfica de f y de su derivada

a) $y = 3 + \sin x$ b) $y = x^4 - 4x^2$

3.- Proponer una función que cumpla con todas las condiciones dadas:

a. $Dom(f(x)) = \mathbb{R} - \{-2\}$; $f(-1) = 1$; $f(0) = 0$; $f(1) = 2$; $f(5) = -4$; $f'(x) < 0$ en $(-2,0) \cup (1,\infty)$; $f'(x) > 0$ en $(-\infty,-2) \cup (0,1)$; $f'(0) = 0$; $\lim_{x\to 1^+} f(x) = 3$; $\lim_{x\to -1^-} f(x) = 3$

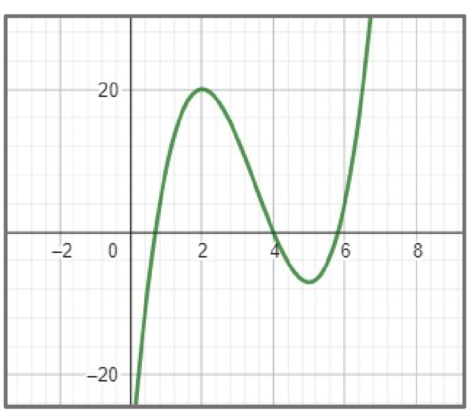
b. $Dom(f(x)) = \mathbb{R} - \{-4, 10\}$; $f(0) = 0$; $f(7) = -2$; $f(14) = -4$; $f'(x) < 0$ en $(4,7) \cup (10,14)$; $f'(x) > 0$ en $(-\infty, 4) \cup (7,10) \cup (14,\infty)$; $f'(7) = 0$; $\lim_{x\to -4^+} f(x) = -4$; $\lim_{x\to -4^-} f(x) = 6$; $\lim_{x\to 10} f(x) = 0$

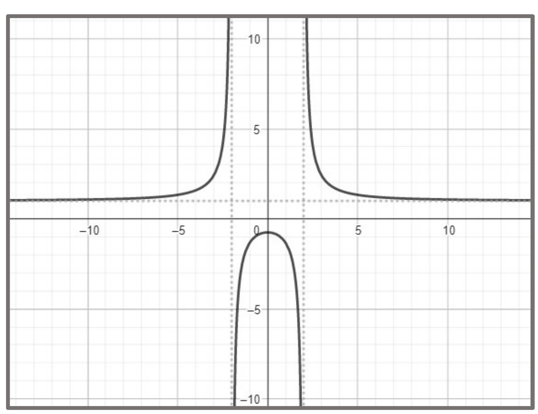
4.- Si $f'(x) = \frac{2x}{(x^2-1)^2}$ los intervalos de monotonía son (en caso de ninguna poner N);

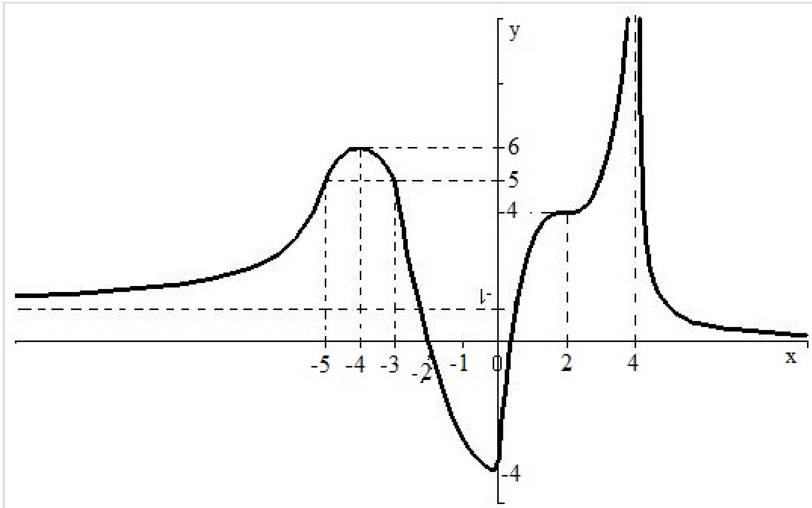
A. $Creciente$: $(0,1) \cup (1,+\infty)$; $Decreciente$: $(-\infty,-1) \cup (-1,0)$
B. $Creciente$: $(-\infty,-1) \cup (1,+\infty)$; $Decreciente$: $(-1,1)$
C. $Creciente$: $(-\infty,-1) \cup (0,1)$; $Decreciente$: $(-1,0) \cup (1,+\infty)$
D. $Creciente$: $(-1,0) \cup (1,+\infty)$; $Decreciente$: $(-\infty,-1) \cup (0,1)$

5. Dadas las gráficas de *f(x), g(x) y h(x),* indicar:

a. Dominio e Imagen.
b. Los intervalos de monotonía, indicando el signo de la derivada primera
c. Los extremos relativos
d. Los puntos donde se anula la derivada primera
e. Los puntos donde no existe la derivada primera (justificar)







Problemas de Optimización

6. Optimización A. Se quiere construir un recipiente cilíndrico metálico de base circular y de 64 centímetros cúbicos de volumen. Hallar las dimensiones que debe tener para que la cantidad de metal (área total) sea mínima, en el caso en que (á) el recipiente sea abierto y (b) sea cerrado.

7. Optimización B. El coste total de producción de x unidades diarias de un producto es de $\left(\frac{1}{4}x^2 + 35x + 25\right)$ pesos, y el precio de venta de una de ellas es de $\left(50 - \frac{1}{2}x\right)$ pesos. Hallar el número de unidades que se deben vender diariamente para que el beneficio sea máximo. Demostrar que el coste de producción de una unidad tiene un mínimo relativo.

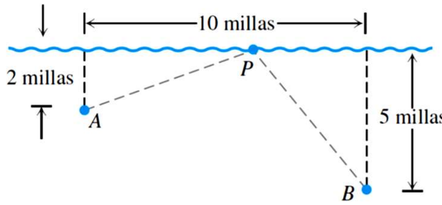
8. Optimización C. El coste del combustible que consume un camión es proporcional al cuadrado de la velocidad y vale 1600 $ por hora cuando la velocidad es de 40 kilómetros por hora. Independientemente de la velocidad, el coste por hora se incrementa, por otras causas, en 3600 $ por hora. Calcular la velocidad a la que debe ir el camión para que el coste por kilómetro sea mínimo.

9. Optimización D. En la fabricación y venta de x unidades de cierto bien de consumo, las funciones de precio p y de costo C (en dólares) están dadas por

$$p(x) = 5.00 - 0.002x$$
$$C(x) = 3.00 + 1.10x$$

Encuentre las expresiones para el ingreso, el costo y la utilidad marginales. Determine el nivel de producción que producirá la máxima utilidad total.

10. Optimización E. Localización de una estación de bombeo dos pueblos están en el lado sur de un río. Se debe ubicar una estación de bombeo para abastecer de agua los dos pueblos. Una tubería será conectada desde la estación de bombeo a cada pueblo a lo largo de una línea que conecte el pueblo con la estación de bombeo. Ubique la estación de bombeo de manera que se minimice la cantidad de tubería que debe construirse.



TRABAJO PRÁCTICO NRO 10

Concavidad. Puntos de inflexión. Asíntotas. Estudio completo.

Ejercicios para resolver en clase TP10

1.- Determinar los intervalos de concavidad y los puntos de inflexión (si los tuviera) de las funciones cuyas fórmulas son,

a) $f(x) = -2x^3 - 9x^2 - 12x$

b) $g(x) = \sqrt[3]{x^2 - 4}$

c) $h(x) = 5x^3 - 3x^5$

d) $y' = -\frac{(x+1)e^{-x}}{x^2} \wedge y'' = \frac{(x^2+2x+2)e^{-x}}{x^3}$, proponga la función y.

2.- Si $f(x) = ax^3 + bx^2$, determinar a y b de modo que la gráfica de f tenga un punto de inflexión en el punto P(1,1).

3.- Grafique una función dos veces diferenciable $y = f(x)$ con las propiedades siguientes. Señale las coordenadas cuando sea posible.

x	*y*	*Derivadas*
$x < 2$		$y' < 0, y'' > 0$
2	1	$y' = 0, y'' > 0$
$2 < x < 4$		$y' > 0, y'' > 0$
4	4	$y' > 0, y'' = 0$
$4 < x < 6$		$y' > 0, y'' < 0$
6	7	$y' = 0, y'' < 0$
$x > 6$		$y' < 0, y'' < 0$

4.- Hallar las asíntotas de las funciones cuyas fórmulas se indican a continuación:

a) $f(x) = \frac{x^2-1}{x}$

b) $f(x) = \frac{-2x^2}{x-1}$

c) $f(x) = \frac{5x}{x+1}$

5.- Realice el gráfico de la función que cumple todas las siguientes condiciones:

a)

$Dom(f) = \mathbb{R}; f(-5) = -3;\ f(-3) = -5, f(-1) = f(5) = 0, f(1) = -3;$

$f'(x) > 0\ en\ (-3,-1) \cup (1,\infty),\qquad f'(x) < 0\ en\ (-\infty,-3) \cup (-1,1);$

$f'(-3) = f'(1) = 0,\qquad \nexists f'(-1);$

$f''(x) > 0\ en\ (-5,-1) \cup (-1,5),\qquad f''(x) < 0\ en\ (-\infty,-5) \cup (5,\infty);$

$f''(-5) = 0, f''(5) = 0, \nexists f''(-1),\qquad \lim_{x\to\infty} f(x) = 3;\ \lim_{x\to-\infty} f(x) = -2$

b)

- $Dom(f) = \mathbb{R} - \{0\} = (-\infty, 0) \cup (0, +\infty); Img\ (f) = (-\infty, 0) \cup [e, +\infty)$
- Continuidad: es continua en todo su dominio. En x = 0 tiene una discontinuidad de salto infinito.

- Simetrías: no es simétrica respecto del eje Y, ni respecto del origen O(0, 0)
- Asíntotas: $Verticales: x = 0;\ Horizontales: no\ tiene;\ Oblicuas: y = x + 1$
- Corte con los ejes: $Eje\ x: no\ lo\ corta;\ Eje\ Y: no\ lo\ corta.$
- Signo: $Positiva\ (+): (0, +\infty)$; $Negativa\ (-): (-\infty, 0)$
- Máximos y mínimos relativos: Máximo relativo: no tiene, Mínimo relativo: $f(1) = e$
- $f'(x) > 0\ en\ (-\infty, 0) \cup (1, \infty), f'(x) < 0\ en\ (0,1)$
- $\nexists f''(x) = 0,\ \ f''(x) < 0\ en\ (-\infty, 0),\ \ f''(x) > 0\ en\ (0, +\infty)$
- $\lim_{x \to 0^-} f(x) = 0;\ \ \lim_{x \to 0^+} f(x) = +\infty$

6.- Realizar el estudio completo para obtener los gráficos de las funciones cuyas fórmulas se indican a continuación.

a) $\boldsymbol{f(x) = \frac{3x}{x^2+1}}$

b) $\boldsymbol{y = xe^{\frac{1}{x}}}$

c) $\boldsymbol{y = x^2 e^{-x}}$

Nota: para resolver este ejercicio revise la respuesta de las preguntas del cuestionario correspondiente a este Trabajo Práctico

---

Fin guía TP6 a TP10