UNJU. – FACULTAD DE INGENIERÍA
Álgebra y Geometría Analítica

TRABAJO PRÁCTICO N° 11

ESPACIOS VECTORIALES

Resolución de los ejercicios 2d) y 2g)

2.- i) Determinar si los siguientes conjuntos son subespacios vectoriales de los espacios vectoriales que se especifican en cada caso.

d) $\mathbf{W = \{(x , y , z) \in R^3 \ / \ z = 2x + y\} \subset (R^3 , + , R , .)}$

Para determinar si un subconjunto de un espacio vectorial es un SUBESPACIO VECTORIAL aplicamos el criterio de subespacio:

W es subespacio de $\mathbf{(R^3 , + , R , .)}$ si y sólo si se cumplen los dos criterios:

1) $\forall\ u \in W \wedge \forall\ v \in W \Rightarrow u + v \in W$

si $\quad u = (x_1 , y_1 , z_1) \quad \in W \quad \Rightarrow \quad z_1 = 2x_1 + y_1$

si $\quad v = (x_2 , y_2 , z_2) \quad \in W \quad \Rightarrow \quad z_2 = 2x_2 + y_2$

S. m. a m. $\ u + v = (x_1 + x_2 , y_1 + y_2 , z_1 + z_2) \qquad z_1 + z_2 = (2x_1 + y_1) + (2x_2 + y_2)$

$z_1 + z_2 = 2(x_1 + x_2) + (y_1 + y_2) \Rightarrow$ **<u>$u + v \in W$ (1)</u>**

2) $\forall\ \alpha \in R \wedge \forall\ v \in W \Rightarrow \alpha . v \in W$

si $\quad v = (x , y , z) \quad \in W \quad \Rightarrow \quad z = 2x + y$

$\alpha = \alpha \quad \in R \quad \Rightarrow \quad \alpha = \alpha$

M. m. a m. $\ \alpha . v = (\alpha\, x , \alpha\, y , \alpha\, z) \qquad \alpha\, z = 2\, \alpha\, x + \alpha\, y \Rightarrow$ **<u>$\alpha . v \in W$ (2)</u>**

$\therefore$ Por (1) y (2) W es subespacio de R^3.

g) $\mathbf{W = \{\begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} \in R^{2\times 2} \ / \ a = b = 1 \ y \ c - 4d = 0\} \subset (R^{2\times 2} , + , R , .)}$

Por el criterio de subespacio:

W es subespacio de $\mathbf{(R^{2\times 2} , + , R , .)}$ si y sólo si se cumplen los dos criterios:

1) $\forall\ A \in W \wedge \forall\ B \in W \Rightarrow A + B \in W$

si $A = \begin{pmatrix} a_1 & b_1 \\ c_1 & d_1 \end{pmatrix} \in W \quad \Rightarrow \quad a_1 = b_1 = 1 \quad \wedge \quad c_1 - 4d_1 = 0$

si $B = \begin{pmatrix} a_2 & b_2 \\ c_2 & d_2 \end{pmatrix} \in W \quad \Rightarrow \quad a_2 = b_2 = 1 \quad \wedge \quad c_2 - 4d_2 = 0$

S. m. a m.

$A + B = \begin{pmatrix} a_1 + a_2 & b_1 + b_2 \\ c_1 + c_2 & d_1 + d_2 \end{pmatrix} \qquad a_1 + a_2 = b_1 + b = 2 \quad \wedge \quad c_1 + c_2 - 4(d_1 + d_1) = 0$

$\Rightarrow A + B \notin W$ (1)

$\therefore$ Por (1) W NO es subespacio de $R^{2\times2}$