

TRABAJO PRACTICO N.º 5:

10. Resolver los siguientes sistemas de ecuaciones por el método de Cramer y verificar los resultados con el método de la Matriz Inversa.

$$a) \begin{cases} x + y - z = 1 \\ 3x + 2y + z = 1 \\ 5x + 3y + 4z = 2 \end{cases}$$

Método de la Matriz Inversa: $X = A^{-1} \cdot B$

$$|A| = \begin{vmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 3 & 2 & 1 \\ 5 & 3 & 4 \end{vmatrix} = 8 - 9 + 5 + 10 - 3 - 12 = -1 \neq 0 \quad \therefore \exists A^{-1}$$

$$\rho(A) = \rho(A') = n = 3 \quad \therefore S.C.D$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} Adj(A)$$

$$A_{11} = \begin{vmatrix} 2 & 1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = 5 \quad A_{12} = -\begin{vmatrix} 3 & 1 \\ 5 & 4 \end{vmatrix} = -7 \quad A_{13} = \begin{vmatrix} 3 & 2 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} = -1$$

$$A_{21} = -\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 4 \end{vmatrix} = -7 \quad A_{22} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 5 & 4 \end{vmatrix} = 9 \quad A_{23} = -\begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 5 & 3 \end{vmatrix} = 2$$

$$A_{31} = \begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 1 \end{vmatrix} = 3 \quad A_{32} = -\begin{vmatrix} 1 & -1 \\ 3 & 1 \end{vmatrix} = -4 \quad A_{33} = \begin{vmatrix} 1 & 1 \\ 3 & 2 \end{vmatrix} = -1$$

$$Cof(A) = \begin{pmatrix} 5 & -7 & -1 \\ -7 & 9 & 2 \\ 3 & -4 & -1 \end{pmatrix} \quad Adj(A) = \begin{pmatrix} 5 & -7 & 3 \\ -7 & 9 & -4 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$A^{-1} = \frac{1}{|A|} Adj(A) = \frac{1}{-1} \begin{pmatrix} 5 & -7 & 3 \\ -7 & 9 & -4 \\ -1 & 2 & -1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -5 & 7 & -3 \\ 7 & -9 & 4 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{array}{c|c} X = A^{-1} \cdot B & \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 2 \end{pmatrix} \\ \hline \begin{pmatrix} -5 & 7 & -3 \\ 7 & -9 & 4 \\ 1 & -2 & 1 \end{pmatrix} & \begin{pmatrix} -5 + 7 - 6 \\ 7 - 9 + 8 \\ 1 - 2 + 2 \end{pmatrix} \end{array}$$

Solución: $\{(-4, 6, 1)\}$