Trabajo Practico N° 2 : Vectores

5) Dados los vectores $\vec{u}$ =(2 , 1 , 2) y $\vec{v}$ =(-3 , 4 , 1) encontrar, de ser posible un vector $\vec{w}$ de manera que;

b) Se encuentre en el plano XZ y ($\vec{u}$ x $\vec{w}$) = $\vec{v}$.

Para que el vector se encuentre en el plano XZ el vector no debe tener componente en z → $\vec{w}$= (w_1, 0, w_3)

Luego hacemos cumplir ($\vec{u}$ x $\vec{w}$) = $\vec{v}$ → (2 , 1 , 2) x (w_1, 0 , w_3) = (-3 , 4 , 1)

$$(\vec{u} \text{ x } \vec{w}) = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & 1 & 2 \\ w_1 & 0 & w_3 \end{vmatrix} = (w_3 i + 0 + 2\, w_1 \mathrm{j}) - (w_1 \mathrm{k} + 0 + 2w_3 j) = w_3 i + (2\, w_1 - 2w_3)j - w_1 k$$

$(\vec{u} \text{ x } \vec{w}) = (w_3, 2w_2 - 2w_3 , -w_1) =$ (-3 , 4 , 1)

w_3= -3

$-w_1 = 1$ → $w_1 = -1$ (*)

$2w_1 - 2w_3 = 4$ → $2w_1 = 4 + 2w_3$ → $w_1 = \frac{4 + 2.(-3)}{2}$ = -1 → Verifica (*)

El vector que cumple con las dos condiciones es $\vec{w}$= (-1 , 0 , -3)

f) Sea paralelo a $\vec{u} + \vec{v}$ y $\|\vec{w}\| = 2\sqrt{35}$

$\vec{u} + \vec{v}$ = (2 , 1 , 2) + (-3 , 4 , 1) = (-1 , 5 , 3)

$\|\vec{w}\| = \|(w_1, w_2, w_3)\| = 2\sqrt{35}$

Por condición de paralelismo → $\frac{w_1}{-1} = \frac{w_2}{5} = \frac{w_3}{3}$

$\frac{w_1}{-1} = \frac{w_2}{5}$ → $w_1 = -\frac{w_2}{5}$ (1)

$\frac{w_2}{5} = \frac{w_3}{3}$ → $w_3 = 3\,\frac{w_2}{5}$ (2)

(1) y (2) lo reemplazamos en $\sqrt{w_1^2 + w_2^2 + w_3^2} = 2\sqrt{35}$ → $w_1^2 + w_2^2 + w_3^2$ = 4 . 35 = 140

$$\left(-\frac{w_2}{5}\right)^2 + w_2^2 + \left(3\frac{w_2}{5}\right)^2 = 140$$

$\frac{w_2^2}{25} + w_2^2 + \frac{9w_2^2}{25} = w_2^2\left(\frac{1}{25} + 1 + \frac{9}{25}\right) = w_2^2 . \frac{35}{25} = 140$ → $w_2^2 = 140\ \frac{25}{35}$ → $w_2^2 = 140\ \frac{5}{7} = 100$ → $w_2 = 10$

$w_1 = -\frac{w_2}{5}$ → $w_1 = -\frac{10}{5} = -2$; $w_3 = 3\ \frac{w_2}{5}$ → $w_3 = 3\ \frac{10}{5} = 6$

El vector que cumple con las condiciones de paralelismo → $\vec{w}$ = (-2 , 10 , 6)