UNJU. – FACULTAD DE INGENIERÍA
Álgebra y Geometría Analítica

TRABAJO PRÁCTICO N° 11

ESPACIOS VECTORIALES

Resolución del ejercicio 4c)

4.- Encontrar los valores de k para que:

c) A = $\begin{pmatrix} -1 & -k \\ k & 1 \end{pmatrix}$ **sea combinación lineal de: B =** $\begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$ **y C =** $\begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$

A es combinación lineal de B y C $\Leftrightarrow \exists\ \alpha_1, \alpha_2 \in R \,/\, A = \alpha_1 B + \alpha_2 C$

Reemplazando por las matrices:

$$\begin{pmatrix} -1 & -k \\ k & 1 \end{pmatrix} = \alpha_1 \begin{pmatrix} -2 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} + \alpha_2 \begin{pmatrix} -1 & 0 \\ 2 & -1 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & -k \\ k & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2\alpha_1 & \alpha_1 \\ \alpha_1 & 0 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} -\alpha_2 & 0 \\ 2\alpha_2 & -\alpha_2 \end{pmatrix}$$

$$\begin{pmatrix} -1 & -k \\ k & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -2\alpha_1 - \alpha_2 & \alpha_1 \\ \alpha_1 + 2\alpha_2 & -\alpha_2 \end{pmatrix}$$

Igualando los elementos correspondientes a las matrices, obtenemos el siguiente sistema de ecuaciones lineales y resolviéndolo obtenemos:

$$\begin{cases} -2\alpha_1 - \alpha_2 = -1 & \Rightarrow \alpha_1 = 1 \\ \alpha_1 = -k & \Rightarrow \mathbf{k = -1} \\ \alpha_1 + 2\alpha_2 = k & \Rightarrow 1 + 2(-1) = k \quad \Rightarrow \mathbf{k = -1} \\ -\alpha_2 = 1 & \Rightarrow \alpha_2 = -1 \end{cases}$$