TRABAJO PRÁCTICO NRO 8

Razón de cambio. Diferencial: definición, interpretación gráfica, aplicaciones. L'hopital

Ejercicios para resolver en clase TP8

(Resolución: D. Coca)

1). El volumen V (en litros) de 3 gramos de CO_2 a 27 ºC esta dado en función de su presión p (en atmosfera) por la formula $V = \frac{1.68}{p}$. ¿Cuál es razón de cambio de V con respecto de p cuando p = 2 atmosfera?
dV/dp = -0.42 L/atm

2). Se infla un globo esférico. El radio r del globo aumenta a razón de 0,2 cm/seg cuando r = 5 cm. ¿Con que razón aumenta el volumen del globo con respecto del tiempo en ese instante?
dV/dt = 0.063 L/s

3). En un circuito eléctrico E (en voltios) es la fuerza electromotriz, I (en amperes) es la corriente eléctrica y R (en ohms) es la resistencia, entonces por la ley de Ohms : I.R=E
a) Si se supone que E es una constante positiva, demuestre que I decrece a una tasa proporcional al inverso del cuadrado de R.
dI/dR = -E/R^2
b) ¿Cuál es la tasa instantánea de variación de I con respecto a R en un circuito eléctrico de 90 volts cuando la resistencia es de 15 ohms?
dI/dR = -0.4 A/ohm

4). Se derrama petróleo de un tanque roto formando una mancha circular. Si el radio del círculo aumenta a razón constante de 1,5 pies/min, ¿con qué rapidez aumenta el área contaminada por el aceite, en el instante en el que el radio del círculo mide 80 pies?
dA/dt= 753.982 ft^2/min

5). Se vierte arena formando un montículo de forma cónica de modo que la altura del cono es el doble de su radio. Determine la tasa de variación de volumen del montículo con respecto al radio cuando la altura de este es (a) 4 m , y (b) 8 m
a) dV/dr = 8π m3/m ; b) dV/dr = 32π m3/m

6). En los siguientes problemas, utilizar diferencial para calcular, en forma aproximada,
a) El volumen de un cascaron esférico cuyo radio interno mide 8 cm y cuyo espesor es de $\frac{1}{32}\,cm$.
Vcascaron = dV = 25.13 cm^3

b) El área de un cuadrado, si la longitud de su lado disminuye de 10 a 9,8 pulgadas
Acuadrado = 96 in^2

7). Un globo meteorológico de plástico tiene 4 m. de diámetro a nivel del mar. Después de subir una cierta altura en la atmosfera se hincha hasta tener 4,1 m. de diámetro.
a) ¿Cuál es el cambio exacto del volumen del gas encerrado?
b) ¿Cuál es el cambio aproximado del volumen del gas encerrado?
a) Cambio de Volumen Globo exacto = 2,577m3
b) dV aprx = 2,513 m3

8). Una caja metálica en forma de un cubo tiene un volumen interior de 1000 cm^3. Las seis caras serán de metal de 1/2 cm de espesor. Si el costo del metal que se empleara es \$ 20 por cm^3, utilice diferencial para determinar el costo aproximado del material utilizado en la construcción de la caja.
Volumen de la Caja: 150 cm3
Costo = \$ 3000

10). Un tanque cilíndrico abierto tendrá un revestimiento de 2 cm de espesor. Si el radio interior es de 6 m y la altura es de 10 m, obtenga mediante diferencial la cantidad aproximada de revestimiento que se utilizara.
Cantidad de Revestimiento Aprx = 7,539m3

11). Calcular, siempre que sea posible, los siguientes límites aplicando la regla de L'Hopital.

1. $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\tan x - x}{x - sen\, x}$ **=2**
2. $\lim\limits_{x\to \propto} \frac{x^2}{e^x}$**=0**
3. $\lim\limits_{x\to \infty} (e^x + x)^x$=∞
4. $\lim\limits_{x\to 0^+} x^{sen\, x}$ **=1**
5. $\lim\limits_{x\to \frac{\pi}{2}} \frac{\ln(sen\, x)}{(\pi - 2x)^2}$**=-1/8**
6. $\lim\limits_{t\to 0^+} (2x)^{cotg\, x}$**=0**
7. $\lim\limits_{x\to 0+} \left(\frac{1}{2x}\right)^{\tan 3x}$ **=1**
8. $\lim\limits_{x\to \infty} (lnx)^{\left(\frac{1}{x}\right)}$**=1**
9. $\lim\limits_{x\to \infty} \frac{5x^2-16}{\sqrt{x^2-36}}$=∞
10. $\lim\limits_{x\to \infty} x.sen\left(\frac{1}{x}\right)$**=1**
11. $\lim\limits_{x\to \infty} x - \sqrt{x^2 - x}$ **=1/2**

12). Marque la letra correspondiente a la respuesta correcta. Si ninguna de las respuestas es correcta escriba una N

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\frac{1}{x}}{\tan(\frac{2}{x})} \quad \rightarrow \textbf{C}$$

A) 0 B) ∞ C) ½ D) 1/5

13.- Por qué 0^{∞} y $0^{-\infty}$ no son formas indeterminadas?

Sugerencia: Suponer que $f(x)$ es no negativa en un intervalo abierto que contiene al punto c y que $\lim_{x \to c} f(x) = 0$

a) Para el 1er caso, sabiendo que $\lim_{x \to c} g(x) = \infty$, muestre que $\lim_{x \to c} f(x)^{g(x)} = 0$

b) Para el 2do sabiendo que $\boldsymbol{\lim_{x \to c} g(x) = -\infty}$, muestre que $\lim_{x \to c} f(x)^{g(x)} = \infty$

a) $\lim_{x \to c} f(x)^{g(x)} \Rightarrow \ln y = \lim_{x \to c} g(x) \ln\left[\lim_{x \to c} f(x)\right] = \infty \cdot -\infty \Rightarrow y = e^{-\infty}$

b) $\lim_{x \to c} f(x)^{g(x)} \Rightarrow \ln y = \lim_{x \to c} g(x) \ln\left[\lim_{x \to c} f(x)\right] = -\infty \cdot -\infty \Rightarrow y = e^{\infty} = \infty$