Trabajo Practico N° 1 : Vectores

5) Sean $\vec{u}=(4,-2,4)$; $\vec{v}=\mathrm{i}-2\mathrm{j}+2\mathrm{k}$ y $\vec{w}=3\mathrm{i}+4\mathrm{j}-2\mathrm{k}$; calcular:

d) ‖ $\|\vec{w}\|^2.(\vec{u}\cdot\vec{v})$

$\vec{w} = 3i + 4j - 2k = (3, 4, -2) = (w_{1,} w_2, w_3)$

El modulo del vector -> $\|\vec{w}\|^2 = {w_1}^2 + {w_2}^2 + {w_3}^2 = 3^2 + 4^2 + (-2)^2 = 9 + 16 + 4 = 29$

Resolvemos el producto escalar $(\vec{u}\,.\,\vec{v})$

u=$(u_{1,} u_2, u_3)$, v=$(v_{1,} v_2, v_3)$

$(\vec{u}\,.\,\vec{v}) = \left(u_{1,} u_2, u_3\right)\ .\ (v_{1,} v_2, v_3) = u_1.v_1 + u_2.v_2 + u_3.v_3$ = (4 , -2 , 4) + (1 , -2 , 2) =

$(\vec{u}\,.\,\vec{v})$ = 4 .1 + (-2). (-2) + 4 . 2 = 4 + 4 + 8 = 16

Entonces $\|\vec{w}\|^2.(\vec{u}\cdot\vec{v})$ = 29 . 16 = 464

f) $\left\|\frac{1}{\|\vec{u}\|}\,\vec{u}\right\|$

Sabemos que dado un vector cualquiera $\vec{w}$ se cumple que $\left\|\frac{1}{\|\vec{u}\|}\,\vec{u}\right\| = 1$ que en adelante lo llamaremos vector unitario $\vec{u}_1$ (1)

$\|\vec{u}\| = \sqrt{{u_1}^2 + {u_2}^2 + {u_3}^2} = \sqrt{4^2 + (-2)^2 + 4^2} = \sqrt{16 + 4 + 16} = \sqrt{36} = 6$

$\vec{u}_1 = \frac{1}{\|\vec{u}\|}\,\vec{u} = \frac{(4,-2,4)}{6} = \left(\frac{2}{3}, -\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right)$ Vector Unitario

Verifiquemos (1)

$\|\vec{u}_1\| = \sqrt{\left(\frac{2}{3}\right)^2 + \left(-\frac{1}{3}\right)^2 + \left(\frac{2}{3}\right)^2} = \sqrt{4/9 + 1/9 + 4/9} = \sqrt{9/9} = 1$

Nota: Para determinar el vector unitario de cualquier vector solo es necesario dividirlo por su modulo.