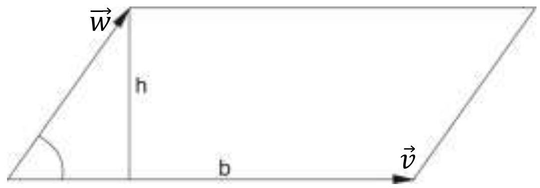
Trabajo Practico N° 1 : Vectores

9) Sean los vectores $\vec{u}$ =2i – j + 3k= (2,−1, 3); $\vec{v}$ =(2 , -2 , 0) y $\vec{w}$=-2i+3j+k = (2 , 3 , 1) , determinar:

b) ‖El area del paralelogramo y del triangulo que tienen por lados los vectores $\vec{w}$ y ·$\vec{v}$

A_p= $\|\vec{w}\ x\ \vec{v}\|$ = b . h



sen$\varphi = \frac{h}{\|\vec{w}\|}$ -> h= $\|\vec{w}\|$. senφ

b= $\|\vec{v}\|$

A_p= b . h = $\|\vec{v}\|$. $\|\vec{w}\|$. senφ = $\|\vec{w}\ x\ \vec{v}\|$

$$\|\vec{w}\ x\ \vec{v}\| = \begin{vmatrix} i & j & k \\ w_1 & w_2 & w_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ -2 & 3 & 1 \\ 2 & -2 & 0 \end{vmatrix} = (\ i.3.0 + (-2).(-2).k + 2.1.j) - (\ 3.2.k + (2).1.i + (-2) - 0 - j) =$$

$$\|\vec{w}\ x\ \vec{v}\| = \|4k + 2j - 6k + 2i\| = \|(\ 2\ , 2\ , -2\ )\| = \sqrt{4+4+4} = \sqrt{12}$$

El área del paralelogramo → $\|\vec{w}\ x\ \vec{v}\| = \sqrt{12}$

El área del triangulo → $\frac{\|\vec{w}\ x\ \vec{v}\|}{2} = \frac{\sqrt{12}}{2}$

c) El volumen del paralelepipedo que tiene como aristas los vectores u , v y w

$\vec{u}$ =2i – j + 3k= (2,−1, 3); $\vec{v}$ =(2 , -2 , 0) ; $\vec{w}$=-2i+3j+k = (2 , 3 , 1)

Podemos calcular el volumen, calculando el producto mixto de los tres vectores directamente

$$V_p = |(\vec{u}\ x\ \vec{v}).\vec{w}| = \begin{vmatrix} w_1 & w_2 & w_3 \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} -2 & 3 & 1 \\ 2 & -1 & 3 \\ 2 & -2 & 0 \end{vmatrix} = (\ 0 - 4 + 18\ ) - (\ -2 + 12 + 0\ ) = 14 - 10 = 4$$

V_p= $|(\vec{u}\ x\ \vec{v}).\vec{w}| = 4$

Nota: Las barras de $|(\vec{u}\ x\ \vec{v}).\vec{w}|$ denota valor absoluto. El volumen de un prisma debe ser positivo .

También podemos calcular el volumen, primero calculando el producto vectorial $(\vec{u}\ x\ \vec{v})$ y luego multiplicar el vector resultado por el vector $\vec{w}$.

$$(\vec{u}\ x\ \vec{v}) = \begin{vmatrix} i & j & k \\ u_1 & u_2 & u_3 \\ v_1 & v_2 & v_3 \end{vmatrix} = \begin{vmatrix} i & j & k \\ 2 & -1 & 3 \\ 2 & -2 & 0 \end{vmatrix} = (\ -i - 4k + 6j) - \ (\ -2k - 6i + 0\ ) = 6i + 6j - 2k = (\ 6,\ 6\ , -2)$$

Luego calculamos el producto escalar de lo obtenido con el vector $\vec{w}$ -> (6 , 6 , -2) . (-2 , 3 , 1) = -12 + 18 -2 = 4

V_p= $|(\vec{u}\ x\ \vec{v}).\vec{w}| = 4$