

TP N° 5

2) Hallar un polinomio desarrollado de 3° grado tal que.

c) Se anule para $x=1$ y $x=-2$; $P(-1)=4$ y $P(2)=28$

Solución

El polinomio debe ser de la forma: $P(x) = a_3 x^3 + a_2 x^2 + a_1 x + a_0 = 0$

Condición $P(1)=0$; $P(1) = a_3 + a_2 + a_1 + a_0 = 0$ (1)

$P(-2)=0$; $P(-2) = -8 a_3 + 4 a_2 - 2 a_1 + a_0 = 0$ (2)

$P(-1)=4$; $P(-1) = -a_3 + a_2 - a_1 + a_0 = 4$ (3)

$P(2)=28$; $P(2) = 8 a_3 + 4 a_2 + 2 a_1 + a_0 = 28$ (4)

Es un sistema de cuatro ecuaciones con cuatro incógnitas, resolvemos aplicando operaciones entre ecuaciones:

s.m.a.m. (1) + (3) ; $2 a_2 + 2 a_0 = 4$ (5)

s.m.a.m. (2) + (4) ; $8 a_2 + 2 a_0 = 28$ (6)

r.m.a.m. (5) – (6) ; $-6 a_2 = -24$; $a_2 = 4$

En (5) obtenemos el valor de: $a_0 = -2$

Reemplazamos en (1) ; $a_3 + a_1 = -2$ (7)

Reemplazamos en (2) ; $-8 a_3 - 2 a_1 = -14$ (8)

Resolvemos aplicando: $2 (7) + (8)$; $a_3 = 3$; $a_1 = -5$

La ecuación desarrollada nos queda:

$$P(x) = 3 x^3 + 4 x^2 - 5 x - 2 = 0$$

3) Calcular el MCD entre los siguientes pares de polinomios. Identificar aquellos pares de polinomios primos entre sí:

d) $P(x) = x^3 - 2 x^2 - x + 2$ y $Q(x) = x^3 + 2 x^2 - 9 x - 18$

$P(x)$ y $Q(x)$ son primos entre sí

	1	$x + 4$	$\frac{1}{2}x - \frac{5}{4}$
$x^3 - 2x^2 - x + 2$	$x^3 + 2x^2 - 9x - 18$	$x^2 - 2x - 5$	$2x + 1$
$-x^3 - 2x^2 + 9x + 18$	$-x^3 + 2x^2 + 5x$	$-x^2 - \frac{1}{2}x$	
$-4x^2 + 8x + 20$	$4x^2 - 4x - 18$	$-\frac{5}{2}x - 5$	$-15/4$
$-4(x^2 - 2x - 5)$	$-4x^2 + 8x + 20$	$-\frac{5}{2}x + \frac{5}{4}$	
	$4x + 2$		
	$2(2x + 1)$		

7) Escribir la ecuación $P(x) = 0$ desarrollada.

e) con coeficientes reales, Mónica, de 5° grado, con $-2i$ una raíz doble, y $P(0) = -32$

Solución

La ecuación expresada en función de sus raíces: $P(x) = (x - x_1)^2 (x - x_2)^2 (x - x_5)$

$x_1 = -2i$ raíz doble

$x_2 = 2i$ raíz doble

$P(x) = (x - (-2i))^2 (x - (2i))^2 (x - x_5)$

$P(0) = -32$; $P(0) = (0 - (-2i))^2 (0 - (2i))^2 (0 - x_5) = -32$; $x_5 = 2$

Entonces la ecuación pedida es: $P(x) = (x - (-2i))^2 (x - (2i))^2 (x - 2) = 0$

Desarrollada es: $P(x) = x^5 - 2x^4 + 8x^3 + 16x - 32 = 0$