UNJU. – FACULTAD DE INGENIERÍA
Álgebra y Geometría Analítica

<u>TRABAJO PRÁCTICO N° 11</u>

<u>ESPACIOS VECTORIALES</u>

Resolución de los ejercicios 7b)

7.- En cada caso, encontrar los valores de k para que:

b) los vectores R^3: (1 , –4 , 6) ; (1 , 4 , 4) y (0 , –4 , k) resulten linealmente independientes

Para que un conjunto de vectores sea linealmente independiente, la combinación lineal de dichos vectores igualada al vector nulo debe generar un sistema de ecuaciones lineales compatible determinado.

Entonces, empezamos igualando al vector nulo con la combinación lineal de los tres vectores de la consigna:

$(0 , 0 , 0) = \alpha_1(1 , -4 , 6) + \alpha_2(1 , 4 , 4) + \alpha_3(0 , -4 , k)$

$(0 , 0 , 0) = (\alpha_1 + \alpha_2 , -4\alpha_1 + 4\alpha_2 - 4\alpha_3 , 6\alpha_1 + 4\alpha_2 + k\alpha_3)$

Al operar e igualar las componentes homólogas, obtenemos el siguiente sistema:

$$\begin{cases} \alpha_1 + \alpha_2 = 0 \\ -4\alpha_1 + 4\alpha_2 - 4\alpha_3 = 0 \\ 6\alpha_1 + 4\alpha_2 + k\alpha_3 = 0 \end{cases}$$

Como los vectores deben ser linealmente independientes, el sistema necesariamente debe ser compatible determinado, es decir el determinante asociado a la matriz del sistema debe ser distinto de cero (este criterio se puede aplicar porque el sistema es cuadrado, número de ecuaciones igual al número de incógnitas).

Por lo tanto, vamos a desarrollar el determinante de la matriz del sistema y vamos a obligar a que sea distinto de cero, llegando así, a una inecuación en la cual la incógnita es k, la resolvemos y problema resuelto:

$$\begin{vmatrix} 1 & 1 & 0 \\ -4 & 4 & -4 \\ 6 & 4 & k \end{vmatrix} = 4k - 24 + 16 + 4k \neq 0 \quad \Rightarrow \quad 8k - 8 \neq 0 \quad \Rightarrow \quad \mathbf{k \neq 1}$$

$\therefore$ k $\in$ R – {1}, Para que los vectores sean linealmente independiente k puede tomar cualquier valor real, excepto 1.