5) Dados los vectores $\vec{u}$ =(2,1,2) y $\vec{v}$ =(−3,4,1), encontrar, de ser posible, un vector $\vec{w}$ de manera que:
e) Se encuentre en el plano YZ, el ángulo formado por $\vec{u}$ y $\vec{w}$ sea igual a $\pi/2$ y $\|\vec{w}\|=\sqrt{20}$

* plano YZ → componente x=0 → $\vec{w} = (0, w_2, w_3)$ (1)

* el ángulo formado por $\vec{u}$ y $\vec{w}$ sea igual a $\pi/2$

$$\cos\frac{\pi}{2} = \frac{\vec{u}\,.\vec{w}}{\|\vec{u}\|.\|\vec{w}\|} = \frac{(2,1,2).(0,w_2,w_3)}{\sqrt{4+1+4}\,\sqrt{0^2+w_2{}^2+w_3{}^2}} = \frac{(2,1,2).(0,w_2,w_3)}{\sqrt{9}\,.\,\sqrt{20}} = \frac{w_2+2w_3}{3.2\,\sqrt{5}} = 0$$

$w_2 + 2w_3 = 0$ (2)

* $\|\vec{w}\|=\sqrt{20}= \sqrt{w_2{}^2 + w_3{}^2}$ → $20=w_2{}^2 + w_3{}^2$ (3)

De (1) → $w_2 + 2w_3 = 0$ → $w_2 = -2w_3$ (4) reemplazamos (4) en (3)

$20=(-2w_3)^2 + w_3{}^2$

$4w_3{}^2 + w_3{}^2 = 20$ → $5w_3{}^2 - 20 = 0$ → $5w_3{}^2 = 20$ → $w_3{}^2 = 4$ → $\boldsymbol{w_3 = \pm 2}$

p/ $\boldsymbol{w_3} = \mathbf{2}$ → $w_2 = -2\,.\,2 = -4$ → $\boldsymbol{w_3} = (\mathbf{0}\,,\mathbf{2}\,,-\,\mathbf{4})$

p/ $\boldsymbol{w_3} = -\mathbf{2}$ → $w_2 = -2\,.\,(-2) = 4$ → $\boldsymbol{w_3} = (\mathbf{0}\,,-\mathbf{2}\,,-\,\mathbf{4})$