~~21/10/19~~
20/10/2020

בטיחות רשתות

הרצאה 1

TCP - Transmission Control Protocol

MAC - Medium Access Control

* אפליקציה - הצפנה
* תעבורה - בקרת צפיפות
* רשת - אלגוריתמים לניתוב
* לינק - MAC / ~~PHY~~
* פיזית

הקורס כולל כ- 10 הרצאות ו- 3 מטלות תרגול

מבנה הציון:
- 20% הגשת תרגילים (בזוגות)
- 20% בוחן בסוף הסמסטר
- 60% עבודת גמר (יחיד)

הקצאת משאבים ברשת

אלגוריתמים לבקרת צפיפות בשכבת התעבורה

נניח שיש לנו מסלולים $S_i \to D_i$ שקיבלנו משכבת הרשת

ואנו רוצים לקבוע קצב לכל מסלול כדי למקסם תועלת

איזה קריטריון נבחר?

	אסטרטגיה א'	אסטרטגיה ב'
משתמש 1	100 Mbps	50 Mbps
משתמש 2	1 Mbps	50 Mbps

איזה אסטרטגיה עדיפה?

התשובה תלויה בקריטריון שנבחר.

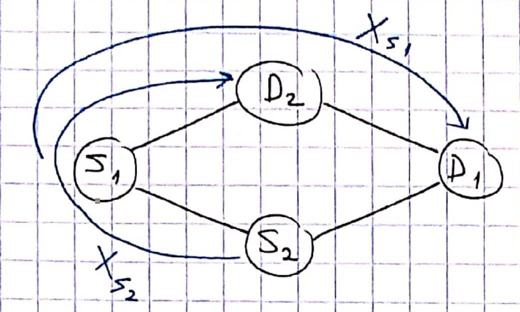
מיקסום סכום הקצבים → אסטרטגיה א'

הוגנות בקצבים → אסטרטגיה ב'

בהמשך ננסח קריטריון הגינות בצורה פורמלית

הרעיון הוא למפות קצבים לתועלות שיביאו לחלוקת משאבים הוגנת

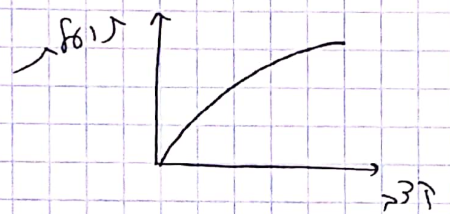
<u>מודל</u>



* קבוצת המקורות S
* קבוצה של לינקים L

נשתמש באותו אינדקס r/s למשתמש או מסלול

* לכל מקור s יש נתיב r ליעד והוא משדר בו בקצב X_r
* $U_r(X_r)$ פונקציית תועלת למשתמש r שמשדר בקצב X_r.
  * התועלת היא פונקציה רציפה. **עולה עם הקצב.**
  * התועלת היא פונקציה קעורה (**קונקבית**) ממש.



מדוע זה הגיוני?

* לכל לינק l יש קיבול C_l
* נרצה לחלק את המשאבים ברשת תחת הגבלות הקיבול כך שסכום התועלות ימוקסם.

$$\max_{\{X_r\}} \sum_{r\in S} U_r(X_r)$$

נפתור בעיית אופטימיזציה עם אילוצים

סימון לוקטור קצבים

$$(\text{Subject to})\quad s.t.\quad \sum_{r:l\in r} X_r \leq C_l \quad \text{for all } l \text{ in } L$$

אילוצי קיבול על לינקים

$$X_r \geq 0 \quad \forall r\in S$$

קצב חיובי לכל משתמש

בדוגמה שרשמנו:

$$\max_{\{X_{s_1}, X_{s_2}\}} U_{s_1}(X_{s_1}) + U_{s_2}(X_{s_2})$$

$$s.t.\quad X_{s_1} + X_{s_2} \leq C_{s_1\to D_2} \quad ; \quad X_{s_1}, X_{s_2} \geq 0$$

$$X_{s_1} \leq C_{D_1\to D_2}$$

$$X_{s_2} \leq C_{s_2\to s_1}$$

בהמשך נלמד לפתור בעיית אופטימיזציה עם אילוצים

איזו בחירה הגיונית לפונקציית התועלת?

* קריטריון מקסום סכום הקצבים

נקבע: $U_r(x_r) = x_r$ **ונקבל:** $\sum_r U_r(x_r) = \sum_r x_r$

האם הקריטריון רצוי מבחינת הגינות?

* קריטריון הגינות

1) הגינות פרופורציונלית proportional fairness

נקבע $U_r(x_r) = \log(x_r)$

$\log(100) + \log(1) = 4.6$

$\log(50) + \log(50) = 7.8$

$\log(0) = -\infty$!

פרשנות מתמטית

* למה: עבור פונקציה קונקבית $f(x)$ בתחום D מתקיים

$\nabla f(x^*)(x - x^*) \leq 0 \quad \forall x \in D$

הטענה משכנעת?

כאשר $x^* = \arg\max_x f(x)$

נציב לוג קצב בתועלת ונקבל:

$$\nabla \sum_r U_r(x_r^*) \cdot (x_r - x_r^*) = \sum_r \nabla \log(x_r^*)(x_r - x_r^*) =$$

$$= \sum_r \frac{x_r - x_r^*}{x_r^*} \leq 0$$

כאשר $\{x_r^*\}$ הם הקצבים שממקסמים את $\sum_r \log(x_r)$

$\{x_r\}$ זהו כל סט אחר.

נקרא לשבר $\left(\frac{x_r - x_r^*}{x_r^*}\right)$ "פרופורציה".

סכום הפרופורציות עבור הסט $\{x_r^*\}$ הוא $\sum_r \frac{x_r^* - x_r^*}{x_r^*} = 0$

למשל: עבור אלוקציה $\{x_r'\}$ שבה $x_1' > x_1^*$

נקבל

$$\underbrace{\frac{x_1' - x_1^*}{x_1^*}}_{>0} + \underbrace{\sum_{r \neq 1} \frac{x_r' - x_r^*}{x_r^*}}_{<0} \leq 0$$

מכאן נובע שהגדלת הקצב של משתמש אחד בהכרח גוררת שלפחות למשתמש אחד אחר ירד הקצב.

הרחבה: הגינות פרופורציונית ממושקלת: $U_r(x_r) = w_r \log x_r$

weighted proportional fairness

2) קריטריון מקס - מינ׳ (max - min fairness)

הקצאת קצבים $\{x_r^*\}$ נקראת מקס-מינ׳ הוגנת אם מתקיימת התכונה הבאה:

אם קיימת הקצאה אחרת $\{x_r\}$ כך שהקצב של משתמש s עולה $x_s > x_s^*$ אזי מוכרח להיות משתמש אחר u עבורו:

$$x_u < x_u^* \quad \text{וגם} \quad x_u^* \le x_s^*$$

כלומר אם נעלה קצב למשתמש כלשהו מחייב שמשתמש אחר עם קצב נמוך יותר הקצב שלו יקטן עוד יותר (יגדיל את הפער)

פרשנות נוספת:

הקצאה $\{x_r^*\}$ מקס-מינ׳ הוגנת מקיימת $\min_r x_r^* \ge \min_r x_r$

כלומר $\{x_r^*\}$ ממקסמת את הקצב המינימלי שמשתמש יכול לקבל ברשת.

דוגמא:

	strategy a	strategy b	strategy c
user 1	100	60	40.1
user 2	1	40	40.05

3) קריטריון מינימום השהיה (minimum potential delay fairness)

$U_r(x_r) = -\frac{1}{x_r}$ ואז

$$\max_{(x_r)} \sum_r U_r(x_r) = \min_{(x_r)} \sum_r \frac{1}{x_r}$$

פרשנות ל 1/x_r:

נניח אנו רוצים להעביר קובץ בגודל יחידה, ההשהיה היא:

$$\frac{1\,[b]}{x_r\,[bps]} = \frac{1}{x_r}\,[s]$$

אנו ממזערים את סכום ההשהיות ברשת.

4) קריטריון הוגנות מאות (α - הוגנות) (alpha-fairness)

$\alpha > 0$

$$\boxed{U_r(x_r) = \frac{x_r^{1-\alpha}}{1-\alpha}}$$

עבור $\alpha=0$ נקבל $U_r(x_r) = x_r$

עבור $\alpha=2$ נקבל מינימום השהייה.

עבור alpha=1

נבצע תיקון לפונקציה כדי לקבל פרשנות מתמטית: נוסיף קבוע -1/(1-alpha) ל U_r

argmax

$$\arg\max_{[x_r]} \sum_r U_r(x_r) = \arg\max_{[x_r]} \sum_r \tilde{U}_r(x_r) = \sum_r \frac{x_r^{1-\alpha} - 1}{1-\alpha}$$

(-x_r^(1-alpha) log x_r)/(-1)

$$\lim_{\alpha \to 1} \frac{x_r^{1-\alpha}}{1-\alpha} \underset{\text{lopital}}{=} \dots = \log(x_r)$$

lopital

קיבלנו: proportional fairness

המשך קריטריון מאוזן (α-הוגנות)

נסתכל עבור $\alpha \to \infty$ ונראה כי נקבל מקס-מין הוגנות.

נסמן $X_r^*(\alpha)$ כהקצאה האופטימלית של α-הוגנות

נסמן את הגבול כאשר $\alpha \to \infty$ $\quad \lim_{\alpha \to \infty} X_r^*(\alpha) = X_r^*$

נניח בלי הגבלת הכלליות $X_1^* < X_2^* < \dots < X_n^*$

נסמן ב- ε את ההפרש המינימלי בין קצבים בסט $\{X_r^*\}$

$$\varepsilon = \min_r \left(X_{r+1}^* - X_r^* \right) \quad , \quad \varepsilon > 0$$

עבור α מספיק גדול מתקיים

$$\forall r \quad \left| X_r^*(\alpha) - X_r^* \right| \leq \frac{\varepsilon}{4}$$

ולכן מובטח $X_1^*(\alpha) < X_2^*(\alpha) < \dots < X_n^*(\alpha)$

המשך הוכחה...

__עבור $\alpha\to\infty$:__ (נראה כי נקבל הוגנות מקס-מין)

- נסמן $x_r^*(\alpha)$ הקצאה אופטימלית של α-הוגנות.
- נסמן את הגבול כאשר $\alpha\to\infty$ ב- x_r^*:

(*) $\lim_{\alpha\to\infty} x_r^*(\alpha) = x_r^*$

- נניח בה"כ:

$$\underbrace{x_1^* < x_2^* < \dots < x_n^*}_{n \text{ משתמשים}}$$

- נסמן ב- ε את ההפרש המינימלי בין קצבים ב- $\{x_r^*\}$:

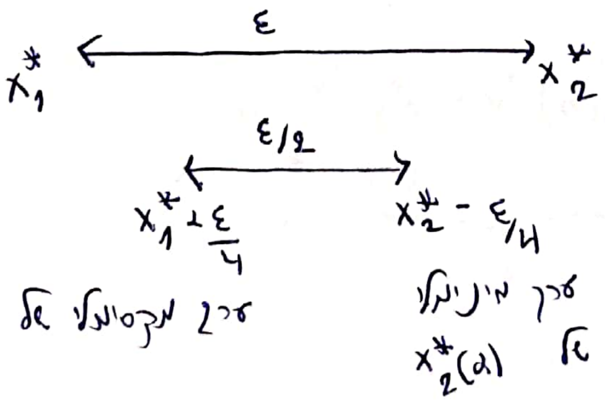
$$\varepsilon = \min_r \left(x_{r+1}^* - x_r^* \right), \quad \varepsilon > 0$$

__עבור α מספיק גדול:__ מעצם הגדרת הגבול (*) $x_r^*(\alpha)$ ילך ויתקרב לגבול x_r^*. לכן עבור α מספיק גדול יתקיים:

$$|x_r^*(\alpha) - x_r^*| \le \varepsilon/4 \quad \forall r$$

ואז מובטח כי: $x_1^*(\alpha) < x_2^*(\alpha) < \dots < x_n^*(\alpha)$

__המחשה:__ נניח $x_2^* - x_1^* = \varepsilon$ אז:



ונקבל: $x_1^*(\alpha) < x_2^*(\alpha)$

ונזכור כי עבור פונקציה קעורה מתקיים: $\nabla f(x^*)(x-x^*) \le 0$

ולכן $\sum_r \frac{x_r^{1-\alpha}}{1-\alpha}$ קעורה כי הוא סכום של פונ' קעורות ($\frac{-x_r^{1-\alpha}}{\alpha-1}$

- לכן נקבל:

$$\sum_r \underbrace{\nabla\left(\frac{x_r^{*\,1-\alpha}(\alpha)}{1-\alpha}\right)}_{=\frac{\cancel{(1-\alpha)}x_r^{*\,1-\alpha-1}}{\cancel{1-\alpha}}}\left(x_r - x_r^*(\alpha)\right) = \sum_r \frac{x_r - x_r^*(\alpha)}{x_r^{*\alpha}(\alpha)} \le 0$$

- כעת, נבחר מישהו s שמקבל קצב $x_s^*(\alpha)$ (תמיד חיובי)

ונוכל לרשום:

$$A \triangleq \sum_r \left[\left[x_r - x_r^*(\alpha)\right] \cdot \frac{x_s^{*\alpha}(\alpha)}{x_r^{*\alpha}(\alpha)}\right] \le 0$$

נכפול אי-שוויון ב- $x_s^{*\alpha}(\alpha)$

ונקבל:

$$A = \sum_{r=1}^{s-1}\left(x_r - x_r^*(\alpha)\right)\frac{x_s^{*\alpha}(\alpha)}{x_r^{*\alpha}(\alpha)} + \left(x_s - x_s^*(\alpha)\right) + \underbrace{\sum_{i=s+1}^{n}\left(x_i - x_i^*(\alpha)\right)\frac{x_s^{*\alpha}(\alpha)}{x_i^{*\alpha}(\alpha)}}_{\triangleq B} \le 0$$

- נסתכל על הביטוי B:

$$B = \sum_{i=s+1}^{n}\underbrace{\left(x_i - x_i^*(\alpha)\right)}_{\ge -|x_i - x_i^*(\alpha)|}\underbrace{\frac{x_s^{*\alpha}(\alpha)}{x_i^{*\alpha}(\alpha)}}_{\le \frac{(x_s^* + \frac{\varepsilon}{4})^\alpha}{(x_i^* - \varepsilon/4)^\alpha}} \ge -\sum_{i=s+1}^{n}|x_i - x_i^*(\alpha)| \cdot \left(\frac{x_s^* + \varepsilon/4}{x_i^* - \varepsilon/4}\right)^\alpha$$

ונוכל לרשום:

$$\sum_{r=1}^{s-1}\left(x_r - x_r^*(\alpha)\right)\frac{x_s^{*\alpha}(\alpha)}{x_r^{*\alpha}(\alpha)} + \left(x_s - x_s^*(\alpha)\right)$$

$$- \sum_{i=s+1}^{n}\left|x_i - x_i^*(\alpha)\right|\left(\frac{x_s^* + \epsilon/4}{x_i^* - \epsilon/4}\right)^{\alpha} \le 0$$

כעת נזכור כי לכל $s<i$ (כלומר תנאי f מהביטוי השלישי):

$$x_i - x_s^* > \varepsilon \quad \Rightarrow \left(x_i^* - \frac{\varepsilon}{4}\right) > \left(x_s^* + \frac{\varepsilon}{4}\right) + \frac{\varepsilon}{2}$$

לכן:

$$\frac{x_s^* + \varepsilon/4}{x_i^* - \varepsilon/4} \triangleq \rho < 1$$

ונקבל:

$$\sum_{i=s+1}^{n}\left|x_i - x_i^*(\alpha)\right|\left(\frac{x_s^* + \varepsilon/4}{x_i^* - \varepsilon/4}\right)^{\alpha} \le \sum_{i=s+1}^{n}\frac{\varepsilon}{4}\cdot\rho^{\alpha} \xrightarrow[\alpha\to\infty]{} 0$$

ונקבל שעבור $\alpha\to\infty$:

$$\sum_{r=1}^{s-1}\left(x_r - x_r^*(\alpha)\right)\frac{x_s^{*\alpha}(\alpha)}{x_r^{*\alpha}(\alpha)} + \left(x_s - x_s^*(\alpha)\right) \le 0$$

מסקנה:

- אם משתמש s וסטה מהקצאה $x_s^*(\alpha)$ ויגדיל את הקצב שלו כך ש: $x_s > x_s^*(\alpha)$
- אזי לפחות אחד הקצבים $r=1,\dots,s-1$ חייב לקיים: $x_l - x_l^*(\alpha) < 0$
- וכן לכל אחד מהמשתמשים $r=1,\dots,s-1$ מתקיים: $x_r^*(\alpha) < x_s^*(\alpha)$ (בפרט עבור l)

$\Leftarrow$ קיבלנו הוגנות מקס-מין עבור $\alpha\to\infty$.

(ניתן להראות גם עבור המקרה $x_r^* = x_s^*$ עבור r,s כלשהם)