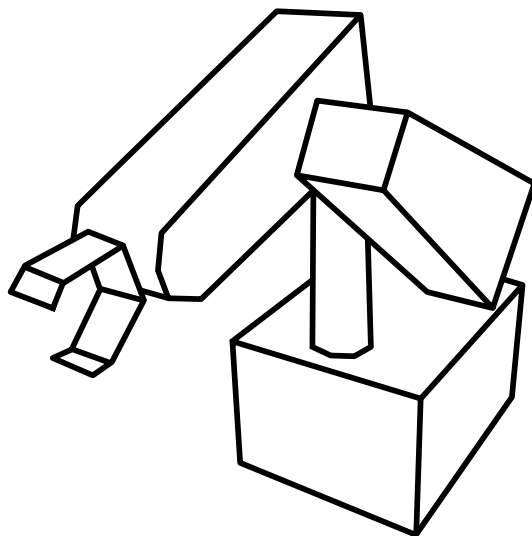


О.И. Борисов, В.С. Громов, А.А. Пыркин

**МЕТОДЫ УПРАВЛЕНИЯ
РОБОТОТЕХНИЧЕСКИМИ
ПРИЛОЖЕНИЯМИ**



Санкт-Петербург

2016

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ
ФЕДЕРАЦИИ
УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

О.И. Борисов, В.С. Громов, А.А. Пыркин

**МЕТОДЫ УПРАВЛЕНИЯ
РОБОТОТЕХНИЧЕСКИМИ
ПРИЛОЖЕНИЯМИ**

Учебное пособие



УНИВЕРСИТЕТ ИТМО

Санкт-Петербург

2016

УДК 681.51, 681.53, 681.58

Борисов О.И., Громов В.С., Пыркин А.А., Методы управления робототехническими приложениями. Учебное пособие. — СПб.: Университет ИТМО, 2016. — 108 с.

Учебное пособие посвящено методам управления многозвенными робототехническими системами. Рассмотрены решения кинематических задач по положению и скоростям. Представлены подходы к решению задач планирования движений роботов. Представлены методы синтеза регуляторов в задачах стабилизации и слежения. Приведены особенности организации аппаратной и программной частей систем технического зрения. Пособие предназначено для студентов факультета систем управления и робототехники Университета ИТМО, обучающихся по направлениям 15.04.06 Мехатроника и робототехника, 27.04.03 Системный анализ и управление, 27.04.04 Управление в технических системах.

Илл. 35, список литературы — 50 наим.

Одобрено на заседании кафедры СУиИ, протокол № 3 от 19.05.2016

Одобрено Ученым советом факультета СУиР, протокол № 5 от 21.06.2016

Пособие подготовлено при государственной финансовой поддержке ведущих университетов Российской Федерации (Госзадание 2014/190 (проект 2118)).



Университет ИТМО — ведущий вуз России в области информационных и фотонных технологий, один из немногих российских вузов, получивших в 2009 году статус национального исследовательского университета. С 2013 года Университет ИТМО – участник программы повышения конкурентоспособности российских университетов среди ведущих мировых научно-образовательных центров, известной как проект «5 в 100». Цель Университета ИТМО – становление исследовательского университета мирового уровня, предпринимательского по типу, ориентированного на интернационализацию всех направлений деятельности.

© Университет ИТМО, 2016

© Борисов О.И., Громов В.С., Пыркин А.А., 2016

Оглавление

| | |
|---|-----------|
| Введение | 5 |
| Глава 1 Кинематический анализ | 9 |
| 1.1 Базовые сведения и основные понятия | 9 |
| 1.2 Прямая задача кинематики | 10 |
| 1.2.1 Алгоритм присвоения систем координат | 11 |
| 1.2.2 Определение параметров Денавита-Хартенберга | 13 |
| 1.2.3 Матричные однородные преобразования | 15 |
| 1.2.4 Расчет углов Эйлера | 21 |
| 1.3 Обратная задача кинематики | 23 |
| 1.4 Кинематика скоростей | 30 |
| 1.4.1 Линейная часть матрицы Якоби манипулятора | 31 |
| 1.4.2 Угловая часть матрицы Якоби манипулятора | 33 |
| 1.4.3 Итоговая матрица Якоби манипулятора | 34 |
| 1.4.4 Аналитическая матрица Якоби манипулятора | 35 |
| 1.4.5 Сингулярные конфигурации | 36 |
| 1.4.6 Обратная задача кинематики скорости | 37 |
| Глава 2 Планирование движения | 39 |
| 2.1 Базовые сведения и основные понятия | 39 |
| 2.2 Планирование маршрута | 41 |
| 2.2.1 Метод декомпозиции на ячейки | 41 |
| 2.2.2 Метод потенциального поля | 43 |
| 2.2.3 Метод вероятностной дорожной карты | 46 |
| 2.3 Планирование траектории | 46 |
| 2.3.1 Односегментная траектория | 49 |

| | | |
|----------------|--|------------|
| 2.3.2 | Многосегментная траектория | 50 |
| Глава 3 | Управление движением | 55 |
| 3.1 | Одномерное управление | 55 |
| 3.1.1 | Динамическая модель вращательного сочленения | 55 |
| 3.1.2 | ПД- и ПИД-регуляторы | 58 |
| 3.1.3 | Робастное управление | 60 |
| 3.1.4 | Насыщение входного сигнала | 63 |
| 3.1.5 | Слежение за заданной траекторией | 65 |
| 3.2 | Многомерное управление | 66 |
| 3.2.1 | Динамическая модель манипулятора | 67 |
| 3.2.2 | Стабилизация заданной конфигурации | 71 |
| 3.2.3 | Слежение за заданной траекторией | 73 |
| 3.2.4 | Робастная линеаризация по обратной связи . . . | 75 |
| 3.2.5 | Управление на основе пассивфикации | 79 |
| Глава 4 | Техническое зрение | 81 |
| 4.1 | Аппаратная структура системы технического зрения . . | 81 |
| 4.2 | Обработка данных от цифровой видеокамеры | 87 |
| 4.3 | Обработка данных от времяпролетной камеры | 94 |
| | Заключение | 98 |
| | Список литературы | 100 |

Введение

Одним из важных разделов современной теории автоматического управления является разработка систем управления многозвенными роботами-манипуляторами. Вызвано это высоким спросом на подобные системы со стороны промышленности. Манипуляционные роботы, как правило, характеризуются большей стоимостью в сравнении с традиционными устройствами, но за счет гибкой конфигурируемости способны выполнять широкий круг всевозможных задач в условиях промышленного производства, в том числе те, которые раньше мог выполнять только человек. Возможность перенастройки с целью выполнения различных функций позволяет использовать роботы-манипуляторы в течение длительного времени для решения разных задач без необходимости закупки дорогостоящего специализированного оборудования, что ведет к экономии средств в перспективе.

Представители малого бизнеса заинтересованы в манипуляционных устройствах малого размера в связи с их доступной стоимостью и возможностью размещения в небольших помещениях. Такие роботы способны выполнять технологические операции мелкосерийного производства, а также их можно в короткие сроки перенастраивать для изготовления новой номенклатуры. Кроме того, снижается количество людей, задействованных в производстве, что снижает затраты и возможные риски, связанные с человеческим фактором. Отсутствие крупных затрат на закупку нового оборудования и возможность быстрого освоения новых типов производимых изделий являются критическими факторами для успешного функционирования небольшого предприятия в условиях меняющегося рынка.

В промышленности роботы-манипуляторы нашли применение в задачах выполнения повторяющихся технологических операций в усло-

виях, вредных для человека. Для подобных операций требуются крупные механизмы с радиусом рабочей зоны больше метра и способные оперировать с нагрузкой в несколько килограмм. К возможным выполняемым операциям можно отнести сборку тяжелых частей, сварку, покраску и прочее. К требованиям, выдвигаемым к роботам-манипуляторам, выполняющим данные операции, можно отнести повторяемость, возможность непрерывного функционирования в течение долгого времени, возможность функционирования во вредных условиях без необходимости участия человека. Таким образом, снижается риск подвергнуть опасность здоровье и жизнь человека на производстве. Кроме того, удобство перенастройки оборудования для новых технологических операций также играет ключевую роль.

Множество работ [1–5] посвящено проблемам синтеза управления для многозвенных робототехнических систем различных конфигураций, что говорит о высоком интересе к данной области со стороны как промышленности, так и современных научных сообществ.

В данном пособии представлены универсальные подходы к решению задач, возникающих при построении алгоритмов управления робототехнической системой, вызванные многозвенной структурой. Основное внимание уделено структуре шестизвенного робота-манипулятора, так как данный тип робота на сегодняшний день наиболее часто встречается в промышленных задачах и позволяет задать положение рабочего органа в пространстве по всем шести координатам (трем линейным и трем угловым), однако, предложенные подходы можно использовать для решения различных задач с помощью многозвенных робототехнических систем иной структуры.

Первая глава посвящена кинематическому анализу робототехнической системы. Для описания используется кинематическая схема, решаются прямая и обратная задачи кинематики (ПЗК и ОЗК соответственно), которые помогают найти связи между положениями систем координат базы робота и рабочего органа. ПЗК позволяет получить координаты положения и ориентации рабочего органа в пространстве для заданного набора обобщенных координат, а ОЗК позволяет получить набор обобщенных координат при заданных желаемых координатах положения и ориентации рабочего органа в пространстве. Решение ОЗК может вести к неопределенности решения, чему также уделено внимание в главе. Также разобран вопрос нахождения связи между скоростями обобщенных координат и рабочего органа, как линейных, так и

угловых составляющих.

Вторая глава развивает полученные подходы и уделяет внимание задаче планирования движения робота. Данная задача осложняется конфигурацией самого робота и связями между его звеньями, а также конфигурацией рабочего пространства, которое может иметь дополнительные запрещенные зоны, вызванные особенностями технологического процесса [6–20]. В главе представлено несколько подходов к решению данной задачи.

Третья глава уделяет внимание синтезу управления многозвенной робототехнической системой, с целью удержания желаемого положения или следования за траекторией, которые были рассчитаны с помощью решений, представленных в предыдущих двух главах. Управление такой системой является нетривиальной задачей, так как робот представляет структуру с несколькими входами и несколькими выходами [21–27], между которыми действуют перекрестные связи, а также внешние возмущения [30–36]. В главе представлен оригинальный подход к синтезу управления на основе метода «последовательного компенсатора». Данный метод является универсальным и был использован и опробован в множестве работ [37–46], а также был модифицирован для использования в многозвенной робототехнической системе [47–49], что показано в данной главе.

Четвертая глава посвящена построению системы технического зрения для робототехнической системы. Актуальной проблемой для малого и крупного предприятия при использовании манипуляционных роботов является наличие внешних возмущений, действующих на объект оперирования или обработки. Это могут быть однократные линейные перемещения полезного груза относительно места закрепления робота, что приводит к ошибкам позиционирования рабочего инструмента и высокому проценту браку на производстве. Устранить влияние случайных линейных перемещений можно с помощью привлечения средств технического зрения [50]. В главе представлены примеры организации аппаратной структуры, а также приведены алгоритмы определения координат положения и ориентации на плоскости для цифровой видеокамеры, а также определения пространственных координат для камеры на основе времяпролетных принципов.

Учебное пособие посвящено методам управления многозвенными робототехническими системами. Рассмотрены решения кинематических задач по положению и скоростям. Представлены подходы к ре-

шению задач планирования движений роботов. Представлены методы синтеза регуляторов в задачах стабилизации и слежения. Приведены особенности организации аппаратной и программной частей систем технического зрения. Пособие предназначено для студентов факультета систем управления и робототехники Университета ИТМО, обучающихся по направлениям 15.04.06 Мехатроника и робототехника, 27.04.03 Системный анализ и управление, 27.04.04 Управление в технических системах.

Глава 1

Кинематический анализ

1.1 Базовые сведения и основные понятия

Для описания геометрии робота-манипулятора используют так называемую *кинематическую схему* (*кинематическую цепь*), которая представляет собой графическое изображение последовательности звеньев манипулятора, соединенных между собой сочленениями.

Различают два базовых (элементарных) типа сочленений с одной степенью свободы: *вращательный* и *поступательный*. При наличии первого из них относительное расположение смежных звеньев определяется угловой переменной, при наличии второго — линейным смещением. В обоих случаях эти переменные называются *обобщенными координатами*:

$$q_i = \begin{cases} \theta_i, & \text{если звено } i \text{ вращательное;} \\ d_i, & \text{если звено } i \text{ поступательное.} \end{cases} \quad (1.1)$$

В робототехнических приложениях могут встречаться сложные сочленения со степенями свободы более одной. В таких случаях, как правило, они рассматриваются как комбинация, составленная вращательных и поступательных сочленений.

Набор всех обобщенных координат манипулятора, однозначно определяющих его в пространстве, называют *конфигурацией*.

Кинематический анализ робота-манипулятора предполагает решение двух основополагающих задач: прямой и обратной задач кинематики.

Определение 1.1 Прямая задача кинематики (ПЗК) заключается в расчете координат положения и ориентации системы координат, связанной со схватом или рабочим инструментом, при заданном наборе обобщенных координат манипулятора.

Определение 1.2 Обратная задача кинематики (ОЗК) заключается в расчете набора обобщенных координат манипулятора при заданных координатах положения и ориентации конечной системы координат, связанной со схватом или рабочим инструментом.

Отметим, что в Определениях 1.1 и 1.2 задачи относятся именно к нахождению взаимосвязи между соответствующими положениями (координатами) в пространстве. Кроме этого, существуют аналогичные задачи, относящиеся к нахождению взаимосвязи между соответствующими скоростям.

1.2 Прямая задача кинематики

Известно, что положение и ориентация твердого тела (или системы координат, связанной с этим телом) в пространстве однозначно определяется шестью координатами: тремя линейными (декартовыми) и тремя угловыми (например, углами Эйлера). Использование метода, предложенного в 1955 г. учеными Жаком Денавитом и Ричардом Хартенбергом, позволяет сократить это число до четырех параметров, называемых *параметрами Денавита-Хартенберга*. Такое упрощение достигается с помощью стандартизированного алгоритма привязки систем координат к звеньям манипулятора.

Рассмотрим решение ПЗК на примере шестизвенного робота-манипулятора с вращательными сочленениями и со сферическим запястьем, кинематическая схема которого изображена на Рис. 1.1. *Сферическое запястье* означает, что оси вращения последних трех сочленений пересекаются в одной точке. Примем изображенное на Рис. 1.1 положение за *нулевую конфигурацию*, т.е. такое расположение звеньев, при котором все обобщенные координаты равны нулю. Согласно методу Денавита-Хартенберга решение состоит из следующих шагов.

- Шаг 1. Привязка систем координат к звеньям.
- Шаг 2. Определение параметров Денавита-Хартенберга.

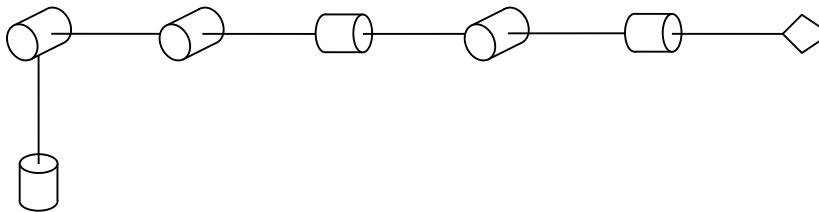


Рис. 1.1. Кинематическая схема шестизвенного манипулятора

- Шаг 3. Построение матриц однородного преобразования.
- Шаг 4. Расчет углов Эйлера по итоговой матрице вращения.

Рассмотрим каждый из них в отдельности на конкретном примере.

1.2.1 Алгоритм присвоения систем координат

Заметим, что алгоритм присвоения систем координат, представленный ниже, не подразумевает одного единственного способа решения, хотя итоговый результат должен быть всегда одинаковый ввиду однозначности решения ПЗК.

Очевидно, что каждое i -ое сочленение манипулятора соединяет два звена $i - 1$ и i . Таким образом, манипулятор с шестью степенями свободы имеет семь звеньев, пронумерованных от нуля до шести, где нулевое звено соответствует «земле». Поскольку последнее не относится напрямую к конструкции самого робота, несмотря на формальное наличие семи звеньев, таких роботов в русскоязычной литературе называют шестизвенными.

Для понимания логики работы с системами координат, привязанным к звеньям робота, подчеркнем, что i -ая система координат жестко связывается с i -ым звеном. Когда i -ое звено приводится в движение за счет i -го сочленения, система координат i меняет свое положение относительно предыдущей системы $i - 1$.

Рассмотрим алгоритм на примере привязки i -ой системы координат к i -ому звену. Заметим, что он применим для всех звеньев, кроме последнего. Конечная система координат выбирается особенным образом, что будет описано ниже. Итак, алгоритм состоит из следующих четырех шагов.

Выбор осей z_i

Выберем ось z_i так, чтобы она совпала с осью вращения или поступательного движения последующего сочленения $i + 1$ в зависимости от его типа. Это означает, что относительное расположение смежных звеньев (систем координат) будет определяться именно переменной вкрут (или вдоль) этой оси.

Кинематическая схема рассматриваемого манипулятора состоит из шести вращательных сочленений. Поэтому, следуя инструкциям, выберем оси z_i совпадающими с осями вращения, как показано на Рис. 1.2а.

Выбор осей x_i

Выберем ось x_i , $i = \{1, 2 \dots, n - 1\}$ так, чтобы выполнялись два следующих условия.

Условие 1.1 Ось x_i перпендикулярна оси z_{i-1} .

Условие 1.2 Ось x_i пересекает ось z_{i-1} .

Ось x_0 можно выбрать произвольно, хотя желательно, чтобы в нулевой конфигурации смежные оси x_{i-1} и x_i были сонаправлены, поскольку именно они будут задавать значения обобщенных координат (вдоль осей z_i), которые в начальной конфигурации предполагаются нулевыми. В противном случае необходимо будет задавать начальный поворот, чтобы нивелировать к нулю.

Точка отсчета систем координат определяется пересечением осей z_i и x_i . В случаях, когда x_i имеет множество вариантов расположения (например, если z_{i-1} и z_i параллельны), то, соответственно, и начало координат может располагаться в любой точке, принадлежащей оси z_i .

Обратите внимание на расположение оси x_3 и точки отсчета третьей системы координат на Рис. 1.2б. Такой выбор обусловлен условиями 1.1 и 1.2, согласно которым ось x_3 должна быть перпендикулярна и оси z_2 и пересекать ее.

Выбор осей y_i

Выберем ось y_i так, чтобы система координат, заданные единичными векторами \vec{x}_i , \vec{y}_i , \vec{z}_i была правой, т.е. в направлении, заданном вектор-

ным произведением:

$$\vec{y}_i = \vec{z}_i \times \vec{x}_i. \quad (1.2)$$

На Рис. 1.2в проиллюстрирован выбор осей y_i для рассматриваемого шестизвенного манипулятора.

Выбор системы координат n

Заключительным шагом, выберем систему координат n , связанную со схватом или рабочим инструментом. Для большинства современных роботов (в том числе для рассматриваемого шестизвенного манипулятора) последнее сочленение является вращательным, ввиду чего оси z_{n-1} и z_n совпадают. В этом случае искомая система получается путем смещения предшествующей системы координат на фиксированное значение d_n вдоль оси z_{n-1} и последующего поворота на переменный угол θ_n вокруг z_{n-1} или наоборот. На Рис. 1.2г проиллюстрирован выбор шестой системы координат рассматриваемого шестизвенного манипулятора.

1.2.2 Определение параметров Денавита-Хартенберга

Как уже было отмечено выше, метод Денавита-Хартенберга позволяет сократить количество координат, однозначно определяющих тело (систему координат) в пространстве, с шести до четырех, известных как *параметры Денавита-Хартенберга*:

- a_i — расстояние вдоль оси x_i от z_{i-1} до z_i ;
- α_i — угол вокруг оси x_i от z_{i-1} до z_i ;
- d_i — расстояние вдоль оси z_{i-1} от x_{i-1} до x_i ;
- θ_i — угол вокруг оси z_{i-1} от x_{i-1} до x_i .

Обратим внимание, что параметры a_i и α_i определяются вокруг *текущих* осей x_i , а параметры d_i и θ_i — вокруг *предыдущих* осей z_{i-1} .

Параметры a_i и α_i *всегда* являются константами для всех кинематических схем и обусловлены конструкцией манипуляторов. Что касается оставшихся параметров d_i и θ_i , среди них только один параметр является постоянным, а другой — переменным в зависимости от типа сочленения: в случае вращательного — угол θ_i переменный, смещение d_i постоянное, в случае поступательного — наоборот.

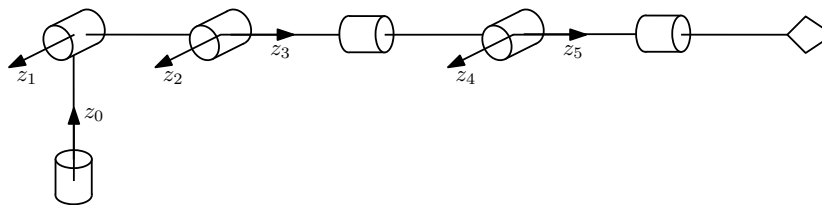
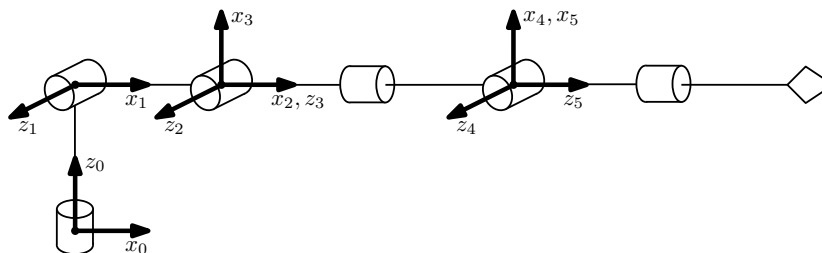
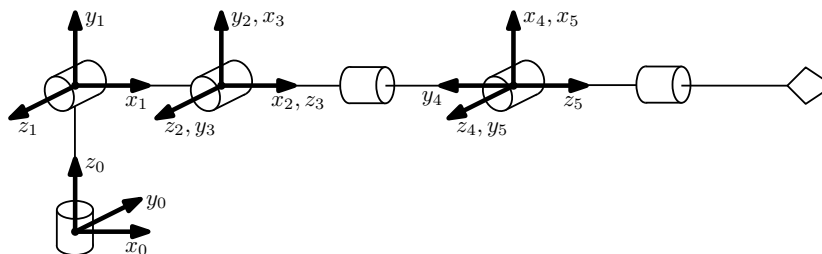
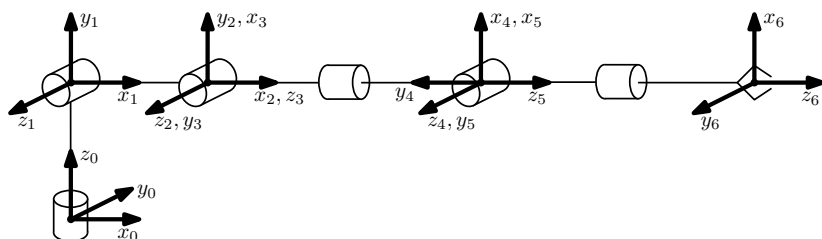
(а) Выбор осей z_i (б) Выбор осей x_i (в) Выбор осей y_i (г) Выбор системы координат n

Рис. 1.2. Алгоритм присвоения систем координат для шестизвенного манипулятора

| Звено, i | a_i | α_i | d_i | θ_i |
|------------|-------|------------------|-------|----------------------------|
| 1 | 0 | $\frac{\pi}{2}$ | d_1 | θ_1 |
| 2 | a_2 | 0 | 0 | θ_2 |
| 3 | 0 | $\frac{\pi}{2}$ | 0 | $\theta_3 + \frac{\pi}{2}$ |
| 4 | 0 | $-\frac{\pi}{2}$ | d_4 | θ_4 |
| 5 | 0 | $\frac{\pi}{2}$ | 0 | θ_5 |
| 6 | 0 | 0 | d_6 | θ_6 |

Таблица 1.1. Параметры Денавита-Хартенберга шестизвенового манипулятора

Как видно из Рис. 1.3а, в рассматриваемом примере имеется только один ненулевой параметр a_2 , соответствующий длине второго звена.

Ненулевые углы α_1 , α_3 , α_4 , α_5 обозначены на Рис. 1.3б. При их определении важно учитывать знаки, которые зависят от направления вращения. Напомним, что положительное направление легко определяется с помощью правила правой руки.

Линейные смещения d_1 , d_4 и d_6 обозначены на Рис. 1.3в. Поскольку все сочленения манипулятора являются вращательными, эти параметры постоянные.

Наконец, углы θ_1 – θ_6 , являющиеся обобщенными координатами, т.е. переменными величинами, обозначены на Рис. 1.3г. Напомним, что мы приняли изображенное расположение звеньев (и связанных с ними систем координат) за нулевую конфигурацию. Это означает, что все обобщенные координаты для конкретно такого положения манипулятора являются нулевыми. Действительно, если обратить внимание на смежные оси x_i , то почти все они будут сонаправлены, кроме пары x_2 и x_3 . Между ними образуется прямой угол, который необходимо добавить к θ_3 , чтобы нивелировать это относительное расположение к нулю.

Получившиеся параметры Денавита-Хартенберга шестизвенового манипулятора представлены в Таблице 1.1.

1.2.3 Матричные однородные преобразования

Как отмечалось в Определении 1.1, ПЗК заключается в вычислении координат системы, связанной со схватом или рабочим инструментом, в зависимости от обобщенных координат манипулятора.

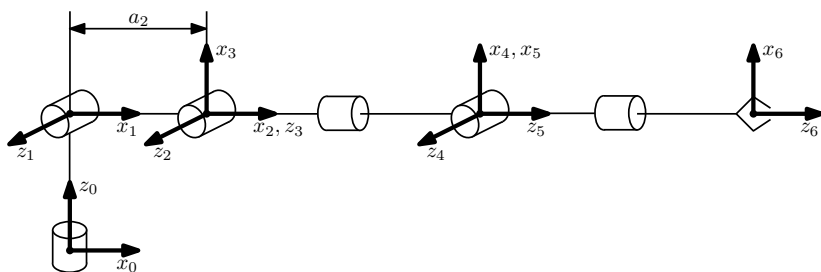
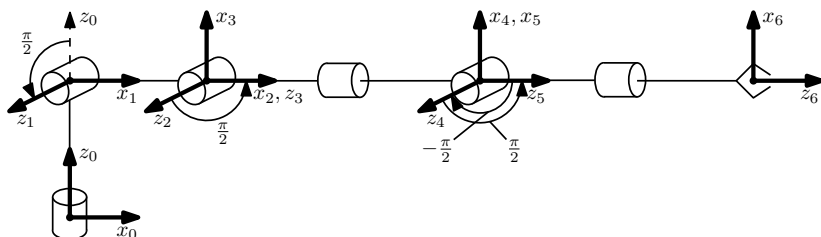
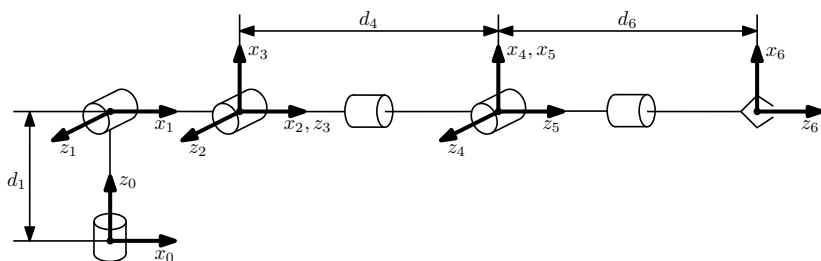
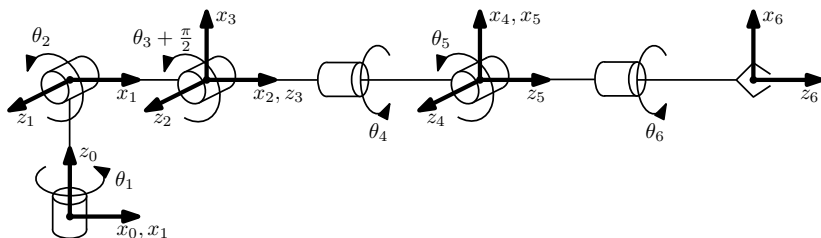
(а) Определение параметров a_i (б) Определение параметров α_i (в) Определение параметров d_i (г) Определение параметров θ_i

Рис. 1.3. Определение параметров Денавита-Хартенберга шестизвенного манипулятора

Очевидно, что при решении ПЗК рассматриваются две системы координат: исходная (базовая, инерциальна), связанная с «землей», $o_0x_0y_0z_0$ и итоговая, связанная со схватом или рабочим инструментом $o_nx_ny_nz_n$. Как известно, расположение этих двух систем друг относительно друга определяется тремя линейными и тремя угловыми координатами. Другими словами, два набора координат одной и той же точки в пространстве, выраженные относительно этих двух систем, связаны некоторым преобразованием, несущим информацию о линейном смещении и пространственной ориентации одной системы относительно другой.

Итак, рассмотрим подробнее два набора координат k^0 , k^n одной и той же точки в пространстве, выраженные относительно систем $o_0x_0y_0z_0$ и $o_nx_ny_nz_n$, соответственно:

$$k^0 = T_n^0 k^n, \quad (1.3)$$

где T_n^0 — преобразование, несущее информацию о линейном смещении и пространственной ориентации одной системы относительно другой.

Определение 1.3 Матрица T_n^0 , определяющая связь систем координат $o_0x_0y_0z_0$ и $o_nx_ny_nz_n$, носит называется матрицей однородного преобразования и имеет вид:

$$T_n^0 = \begin{bmatrix} n_x & s_x & a_x & p_x \\ n_y & s_y & a_y & p_y \\ n_z & s_z & a_z & p_z \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} n_n^0 & s_n^0 & a_n^0 & p_n^0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_n^0 & p_n^0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (1.4)$$

где векторы n_n^0 , s_n^0 и a_n^0 выражают направления осей x_n , y_n и z_n , соответственно, относительно системы координат $o_0x_0y_0z_0$, $R_n^0 \in SO(3)$ — матрица вращения системы $o_nx_ny_nz_n$ относительно $o_0x_0y_0z_0$, $p_n^0 \in \mathbb{R}^3$ — вектор линейного смещения начала координат системы $o_nx_ny_nz_n$ относительно $o_0x_0y_0z_0$.

Как видно из Определения 1.3, матрица T_n^0 имеет размерность (4×4) , ввиду чего возникает необходимость расширить векторы координат v^0 и v^n единицей для соответствия размерностей в матричных

уравнениях:

$$\begin{bmatrix} x^0 \\ y^0 \\ z^0 \\ 1 \end{bmatrix} = T_n^0 \begin{bmatrix} x^n \\ y^n \\ z^n \\ 1 \end{bmatrix}. \quad (1.5)$$

Подробный вывод матриц вращения можно найти в [1]. Приведем самые важные их свойства, характеристики и отдельные элементарные компоненты, которые будут активно использоваться в пособии.

1. Поворот на нулевой угол определяется единичной матрицей:

$$R_{\beta=0} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = I. \quad (1.6)$$

2. Поворот в отрицательном направлении определяется:

$$R_{-\beta} = R_{\beta}^{-1} = R_{\beta}^T. \quad (1.7)$$

3. Существуют так называемые базовые матрицы вращения вокруг осей x , y и z :

$$R_{x,\beta} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \beta & -\sin \beta \\ 0 & \sin \beta & \cos \beta \end{bmatrix}, \quad (1.8)$$

$$R_{y,\beta} = \begin{bmatrix} \cos \beta & 0 & \sin \beta \\ 0 & 1 & 0 \\ -\sin \beta & 0 & \cos \beta \end{bmatrix}, \quad (1.9)$$

$$R_{z,\beta} = \begin{bmatrix} \cos \beta & -\sin \beta & 0 \\ \sin \beta & \cos \beta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (1.10)$$

где β — некоторый угол.

4. Последовательные вращения вокруг нескольких *текущих* осей определяются домножением справа. Например, преобразование,

параметризованное углами Эйлера ϕ , θ и ψ :

$$\begin{aligned}
 R_{zyz} &= R_{z,\phi} R_{y,\theta} R_{z,\psi} = \\
 &= \begin{bmatrix} c_\phi & -s_\phi & 0 \\ s_\phi & c_\phi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_\theta & 0 & s_\theta \\ 0 & 1 & 0 \\ -s_\theta & 0 & c_\theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} c_\psi & -s_\psi & 0 \\ s_\psi & c_\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\
 &= \begin{bmatrix} c_\phi c_\theta c_\psi - s_\phi s_\psi & -c_\phi c_\theta s_\psi - s_\phi c_\psi & c_\phi s_\theta \\ s_\phi c_\theta c_\psi + c_\phi s_\psi & -s_\phi c_\theta s_\psi + c_\phi c_\psi & s_\phi s_\theta \\ -s_\theta c_\psi & s_\theta s_\psi & c_\theta \end{bmatrix}, \quad (1.11)
 \end{aligned}$$

где $c_\beta \equiv \cos \beta$, $s_\beta \equiv \sin \beta$, $\beta = \{\phi, \theta, \psi\}$.

Возвращаясь к методу Денавита-Хартенберга, напомним, что на предыдущем шаге были получены четыре параметра для каждого звена манипулятора. Теперь из них необходимо построить соответствующие матрицы однородного преобразования следующим образом:

$$\begin{aligned}
 T_i &= T_{z,\theta_i} T_{z,d_i} T_{x,a_i} T_{x,\alpha_i} = \\
 &= \begin{bmatrix} R_{z,\theta_i} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & p_{d_i} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} I & p_{a_i} \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} R_{x,\alpha_i} & 0 \\ 0 & 1 \end{bmatrix} = \\
 &= \begin{bmatrix} c_{\theta_i} & -s_{\theta_i} c_{\alpha_i} & s_{\theta_i} s_{\alpha_i} & a_i c_{\theta_i} \\ s_{\theta_i} & c_{\theta_i} c_{\alpha_i} & -c_{\theta_i} s_{\alpha_i} & a_i s_{\theta_i} \\ 0 & s_{\alpha_i} & c_{\alpha_i} & d_i \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (1.12)
 \end{aligned}$$

где i — номер звена, R_{z,θ_i} и R_{x,α_i} — базовые матрицы вращения, заданные (1.10) (1.8), соответственно:

$$R_{z,\theta_i} = \begin{bmatrix} \cos \theta_i & -\sin \theta_i & 0 \\ \sin \theta_i & \cos \theta_i & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (1.13)$$

$$R_{x,\alpha_i} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \alpha_i & -\sin \alpha_i \\ 0 & \sin \alpha_i & \cos \alpha_i \end{bmatrix}, \quad (1.14)$$

p_{d_i} и p_{a_i} — векторы с ненулевыми компонентами $p_z = d_i$ и $p_x = a_i$, соответственно:

$$p_{d_i} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ d_i \end{bmatrix}, \quad p_{a_i} = \begin{bmatrix} a_i \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (1.15)$$

Подставив все параметры Денавита-Хартенберга, получим n матриц однородного преобразования (1.12):

$$T_1^0 = \begin{bmatrix} \cos \theta_1 & 0 & \sin \theta_1 & 0 \\ \sin \theta_1 & 0 & -\cos \theta_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & d_1 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (1.16)$$

$$T_2^1 = \begin{bmatrix} \cos \theta_2 & -\sin \theta_2 & 0 & a_2 \cos \theta_2 \\ \sin \theta_2 & \cos \theta_2 & 0 & a_2 \sin \theta_2 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (1.17)$$

$$T_3^2 = \begin{bmatrix} \cos(\theta_3 + \frac{\pi}{2}) & 0 & \sin(\theta_3 + \frac{\pi}{2}) & 0 \\ \sin(\theta_3 + \frac{\pi}{2}) & 0 & -\cos(\theta_3 + \frac{\pi}{2}) & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (1.18)$$

$$T_4^3 = \begin{bmatrix} \cos \theta_4 & 0 & -\sin \theta_4 & 0 \\ \sin \theta_4 & 0 & \cos \theta_4 & 0 \\ 0 & -1 & 0 & d_4 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (1.19)$$

$$T_5^4 = \begin{bmatrix} \cos \theta_5 & 0 & \sin \theta_5 & 0 \\ \sin \theta_5 & 0 & -\cos \theta_5 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (1.20)$$

$$T_6^5 = \begin{bmatrix} \cos \theta_6 & -\sin \theta_6 & 0 & 0 \\ \sin \theta_6 & \cos \theta_6 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & d_6 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \quad (1.21)$$

Итоговую матрицу, связывающую все системы координат, как и в случае с матрицами вращения, можно получить последовательным перемножением:

$$T_n^0(q) = T_1(q)T_2(q) \dots T_n(q) = \begin{bmatrix} R_n^0(q) & p_n^0(q) \\ 0 & 1 \end{bmatrix}, \quad (1.22)$$

где матрица вращения $R_n^0(q)$ и вектор $p_n^0(q)$ задают, соответственно, ориентацию и положение системы координат, связанной со схватом или

рабочим органом, относительно базовой системы в зависимости от конфигурации манипулятора, заданной вектором обобщенных координат $q \in \mathbb{R}^n$.

1.2.4 Расчет углов Эйлера

Цель ПЗК — найти линейные и угловые координаты системы $o_n x_n y_n z_n$, связанной со схватом или рабочим органом, относительно базовой системы $o_0 x_0 y_0 z_0$. На предыдущем шаге была получена матрица однородного преобразования $T_n^0(q)$, которая и содержит искомую информацию, представленную в виде матрицы вращения $R_n^0(q)$ и вектора $p_n^0(q)$.

Касательно линейных (декартовых) координат, вектор $p_n^0(q)$ имеет следующие компоненты:

$$p_n^0(q) = \begin{bmatrix} x_n^0(q) \\ y_n^0(q) \\ z_n^0(q) \end{bmatrix}, \quad (1.23)$$

которые и являются решением ПЗК по положению в явном виде.

Имеющаяся матрица вращения $R_n^0(q)$ с девятью элементами неудобна, поскольку по ее виду определить какую ориентацию она задает не всегда очевидно. Возникает необходимость получить угловые координаты ориентации в явном виде.

Для этого существуют различные способы параметризации матриц вращения с помощью трех чисел. Один из самых популярных — это использование углов Эйлера. Разберем этот способ подробнее.

Матрица вращения, заданная с помощью углов Эйлера, представлена в (1.11), т.е. запишем:

$$\begin{aligned} R_n^0(q) &= \begin{bmatrix} r_{11}(q) & r_{12}(q) & r_{13}(q) \\ r_{21}(q) & r_{22}(q) & r_{23}(q) \\ r_{31}(q) & r_{32}(q) & r_{33}(q) \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} c_\phi c_\theta c_\psi - s_\phi s_\psi & -c_\phi c_\theta s_\psi - s_\phi c_\psi & c_\phi s_\theta \\ s_\phi c_\theta c_\psi + c_\phi s_\psi & -s_\phi c_\theta s_\psi + c_\phi c_\psi & s_\phi s_\theta \\ -s_\theta c_\psi & s_\theta s_\psi & c_\theta \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (1.24)$$

Задачей является определение углов Эйлера $\phi(q)$, $\theta(q)$ и $\psi(q)$ по заданной матрице вращения $R_n^0(q)$. Для этого необходимо рассмотреть несколько случаев в зависимости от значения элемента $r_{33}(q)$.

1. Если $r_{33}(q) \neq \pm 1$

В таком случае $\sin \theta(q) \neq 0$. Воспользуемся основным тригонометрическим тождеством:

$$\sin^2 \theta(q) + \cos^2 \theta(q) = 1, \quad (1.25)$$

$$\sin(\theta(q)) = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \theta(q)} = \pm \sqrt{1 - r_{33}^2(q)}, \quad (1.26)$$

откуда следует, что угол $\theta(q)$ можно получить следующим образом:

$$\theta(q) = \text{atan2} \left(\pm \sqrt{1 - r_{33}^2(q)}, r_{33}(q) \right). \quad (1.27)$$

Обращаем внимание, что от выбора знака перед корнем в (1.27) зависит вид выражений для расчета оставшихся углов $\phi(q)$ и $\psi(q)$:

$$\phi(q) = \text{atan2}(\pm r_{23}(q), \pm r_{13}(q)), \quad (1.28)$$

$$\psi(q) = \text{atan2}(\pm r_{32}(q), \mp r_{31}(q)). \quad (1.29)$$

2. Если $r_{33}(q) = 1$

В таком случае $\cos \theta(q) = 1$, $\sin \theta(q) = 0$, откуда следует $\theta(q) = 0$, в результате чего (1.24) принимает вид:

$$\begin{aligned} R_n^0(q) &= \begin{bmatrix} c_\phi c_\psi - s_\phi s_\psi & -c_\phi s_\psi - s_\phi c_\psi & 0 \\ s_\phi c_\psi + c_\phi s_\psi & -s_\phi s_\psi + c_\phi c_\psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} c_{\phi+\psi} & -s_{\phi+\psi} & 0 \\ s_{\phi+\psi} & c_{\phi+\psi} & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} r_{11}(q) & r_{12}(q) & 0 \\ r_{21}(q) & r_{22}(q) & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}. \end{aligned} \quad (1.30)$$

Такой случай ведет к неоднозначности решения, поскольку может быть определена только сумма углов $\phi(q) + \psi(q)$:

$$\phi(q) + \psi(q) = \text{atan2}(r_{21}(q), r_{11}(q)). \quad (1.31)$$

3. Если $r_{33}(q) = -1$

В таком случае $\cos \theta(q) = -1$, $\sin \theta(q) = 0$, откуда следует $\theta(q) = \pi$, в результате чего (1.24) принимает вид:

$$\begin{aligned}
 R_n^0(q) &= \begin{bmatrix} -c_\phi c_\psi - s_\phi s_\psi & c_\phi s_\psi - s_\phi c_\psi & 0 \\ -s_\phi c_\psi + c_\phi s_\psi & s_\phi s_\psi + c_\phi c_\psi & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} = \\
 &= \begin{bmatrix} -c_{\phi-\psi} & -s_{\phi-\psi} & 0 \\ s_{\phi-\psi} & c_{\phi-\psi} & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix} = \\
 &= \begin{bmatrix} r_{11}(q) & r_{12}(q) & 0 \\ r_{21}(q) & r_{22}(q) & 0 \\ 0 & 0 & -1 \end{bmatrix}. \tag{1.32}
 \end{aligned}$$

Такой случай ведет к неоднозначности решения, поскольку может быть определена только разность углов $\phi(q) - \psi(q)$:

$$\phi(q) - \psi(q) = \text{atan2}(-r_{12}(q), -r_{11}(q)). \tag{1.33}$$

Замечание 1.1 При $r_{33}(q) = \pm 1$ возникает неоднозначность определения углов Эйлера. Для определенности в таких случаях принимают, например, $\psi = 0$ и вычисляют ϕ согласно (1.31) и (1.33).

1.3 Обратная задача кинематики

Согласно Определению 1.2, ОЗК заключается в расчете обобщенных координат при заданных линейных и угловых координатах рабочего органа манипулятора. Эта задача является более сложной, чем ПЗК, поскольку может вести к неопределенности решения, т.е. одному и тому же набору положению рабочего органа в пространстве могут соответствовать разные конфигурации робота. Кроме того, решение ОЗК существенно зависит от конструкции манипулятора, что исключает возможность разработки единого способа решения ОЗК в общем случае для всех типов роботов.

Как уже было отмечено, исходными данными для ОЗК являются

- три линейные координаты (заклученные в вектор p_n^0)

- и три угловые координаты (например, три угла Эйлера ϕ , ϕ и ψ , из которых может быть получена с помощью (1.11) эквивалентная матрица вращения R_n^0);
- фиксированные параметры Денавита Хартенберга, обусловленные конструкцией манипулятора (a_i , α_i и d_i или θ_i в зависимости от типа сочленения).

Геометрический (аналитический) метод решения ОЗК заключается в нахождении аналитических выражений в явном виде с использованием аппарата тригонометрических функций с учетом кинематической схемы манипулятора.

Конструкция шестизвенного манипулятора со сферическим запястьем является широко используемой ввиду ее функциональных возможностей (о которых будет подробнее упомянуто позднее) и удобства кинематического анализа. Последнее заключается в возможности применения так называемой кинематической декомпозиции при решении ОЗК геометрическим методом.

Кинематическая декомпозиция заключается в разделении ОЗК на две подзадачи

- ОЗК по положению (определение q_1 , q_2 и q_3);
- ОЗК по ориентации (определение q_4 , q_5 и q_6).

Разберем каждую из них на примере рассматриваемого манипулятора. В рамках настоящего подраздела допустим, что решение ПЗК уже найдено.

ОЗК по положению

Напомним, что сферическим запястьем называется такое конструктивное расположение последних трех вращательных сочленений робота, при котором их оси вращения пересекаются в одной точке. В нашем случае, согласно выбранным системам координат, оси пересекаются в точке o_4 (см. Рис. 1.2г). Настоящая подзадача заключается

- в определении взаимосвязи между заданными координатами рабочего органа и точкой o_4 ;

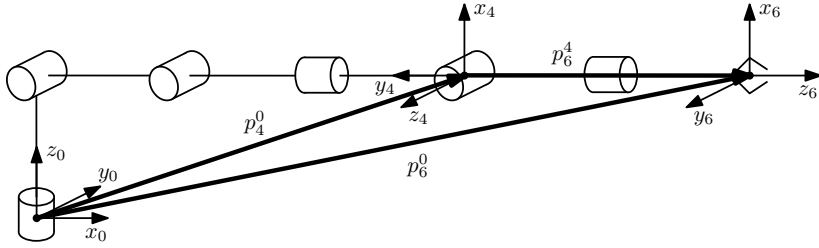


Рис. 1.4. Сумма векторов при кинематической декомпозиции

- в расчете первых трех обобщенных координат q_1 , q_2 и q_3 таким образом, чтобы они соответствовали точке o_4 .

Воспользовавшись суммой векторов (см. Рис 1.4)

$$p_6^0 = p_4^0 + d_6 R_6^0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (1.34)$$

выразим координаты точки o_4 :

$$p_4^0 = p_6^0 - d_6 R_6^0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad (1.35)$$

где $p_4^0 = [x_4^0 \ y_4^0 \ z_4^0]^T$.

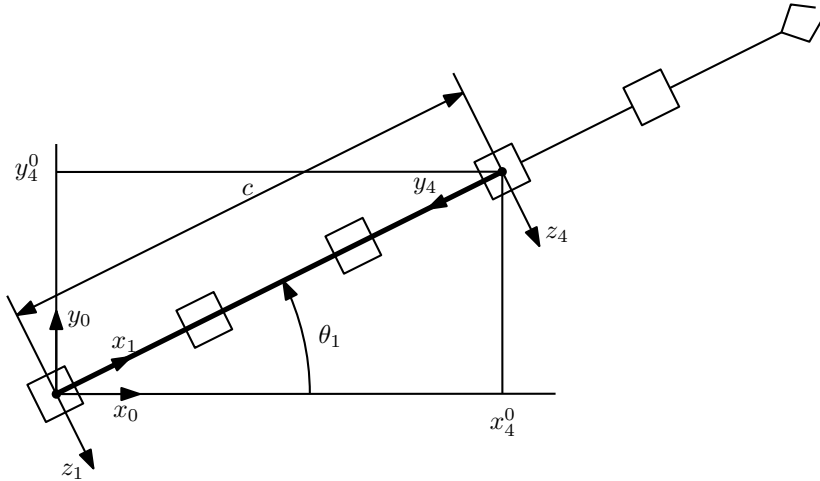
Далее будем решать ОЗК по положению, т.е. искать тригонометрические соотношения между угловыми обобщенными координатами манипулятора, исходя из координат вектора p_4^0 .

Из Рис. 1.5 определим первую обобщенную координату с помощью выражения:

$$\theta_1 = \text{atan2}(y_4^0, x_4^0). \quad (1.36)$$

Уже на этом этапе проявляется неопределенность решения ОЗК, поскольку существует второй способ расчета этой координаты добавлением угла π , т.е. разворотом манипулятора в первом сочленении на половину оборота:

$$\theta_1 = \text{atan2}(y_4^0, x_4^0) + \pi. \quad (1.37)$$

Рис. 1.5. Вектор c

Заметим, что от выбора выражений (1.36) или (1.37) зависит вид соотношений для θ_2 и θ_3 . В настоящем пособии будем использовать решение (1.36).

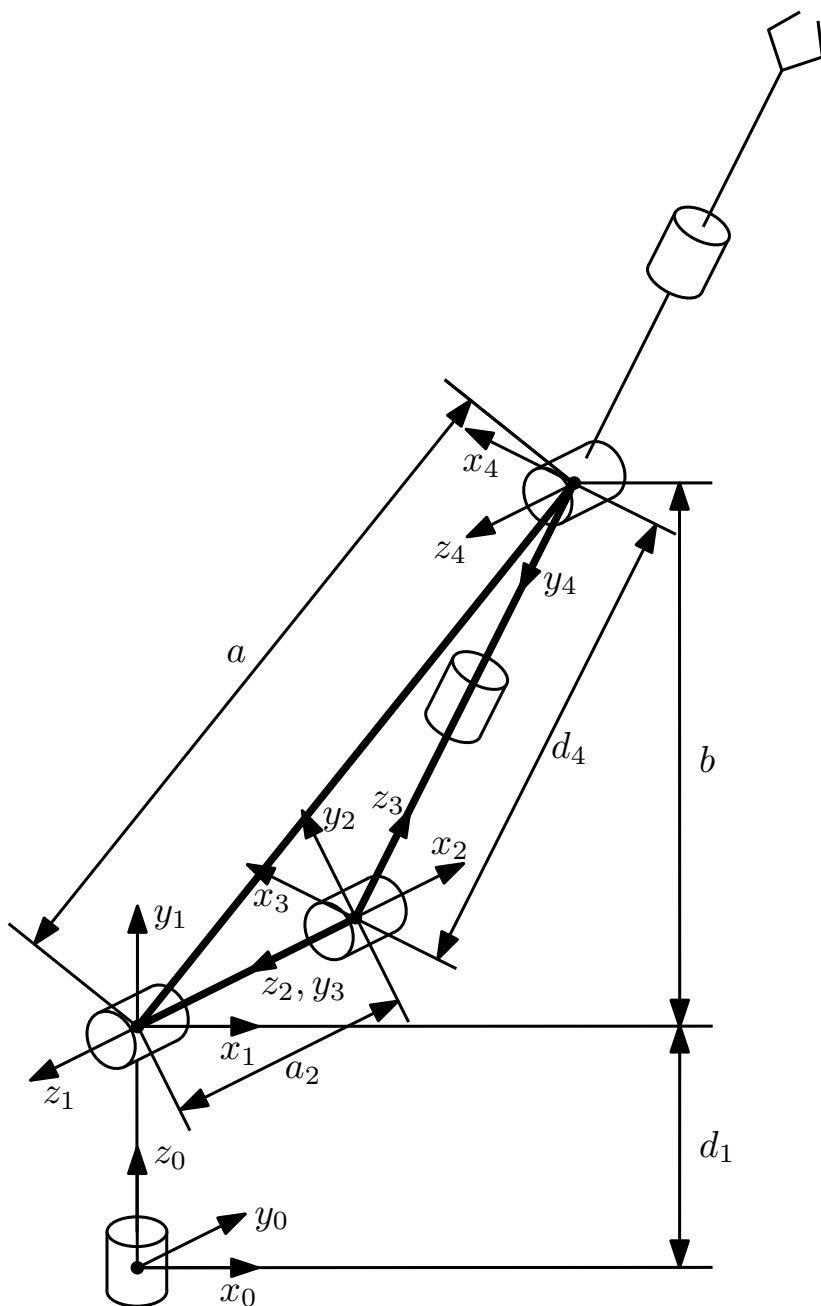
Очевидно, что выражения (1.36) и (1.37) верны, если $x_4^0 \neq 0$ и $y_4^0 \neq 0$, т.е. когда направление вектора p_4^0 не совпадает с направлением z_0 . Другими словами, использование этих соотношений возможно, если точка пересечения осей сферического запястья не лежит на оси z_0 . В противном случае, говорят о сингулярной конфигурации манипулятора. Обобщенная координата θ_1 при этом имеет бесконечное множество значений.

Обратим внимание на следующие отрезки, изображенные на Рис. 1.5 и 1.6, и обозначим их длины как:

$$a = \sqrt{(x_4^1)^2 + (y_4^1)^2 + (z_4^1)^2}, \quad (1.38)$$

$$b = (z_4^0 - d_1), \quad (1.39)$$

$$c = \sqrt{(x_4^0)^2 + (y_4^0)^2}. \quad (1.40)$$

Рис. 1.6. Векторы a и b

Используя теорему Пифагора, запишем:

$$a^2 = b^2 + c^2. \quad (1.41)$$

Используя теорему косинусов и формулу разности углов, запишем:

$$\begin{aligned} a^2 &= a_2^2 + d_4^2 - 2a_2d_4 \cos(\pi - \theta_3) = \\ &= a_2^2 + d_4^2 + 2a_2d_4 \cos \theta_3. \end{aligned} \quad (1.42)$$

Объединяя (1.41) и (1.42), получим:

$$b^2 + c^2 = a_2^2 + d_4^2 + 2a_2d_4 \cos \theta_3, \quad (1.43)$$

откуда выразим $\cos \theta_3$:

$$\cos \theta_3 = \frac{b^2 + c^2 - a_2^2 - d_4^2}{2a_2d_4}. \quad (1.44)$$

Используя основное тригонометрическое тождество

$$\sin^2 \theta_3 + \cos^2 \theta_3 = 1, \quad (1.45)$$

выразим $\sin \theta_3$:

$$\sin \theta_3 = \pm \sqrt{1 - \cos^2 \theta_3}. \quad (1.46)$$

В результате, обобщенная координата θ_3 может быть вычислена как

$$\theta_3 = \text{atan2} \left(\pm \sqrt{1 - \cos^2 \theta_3}, \cos \theta_3 \right), \quad (1.47)$$

где $\cos \theta_3$ определяется с помощью (1.44).

Для определения угла θ_2 рассмотрим разность двух углов:

- угла α , образованного отрезками a и c ;
- угла β , образованного отрезками a и a_2 .

Итак, выразим обобщенную координату θ_2 :

$$\theta_2 = \alpha - \beta. \quad (1.48)$$

Принимая в расчет тригонометрические выражения

$$\tan \alpha = \frac{b}{c}, \quad (1.49)$$

$$\tan \beta = \frac{d_4 \sin \theta_3}{a_2 + d_4 \cos \theta_3}, \quad (1.50)$$

перепишем (1.48) в виде:

$$\theta_2 = \text{atan2}(b, c) - \text{atan2}(d_4 \sin \theta_3, a_2 + d_4 \cos \theta_3). \quad (1.51)$$

Таким образом, мы получили выражения для первых трех обобщенных координат q_1 , q_2 и q_3 .

ОЗК по ориентации

Известно, что комбинация последовательных вращений вокруг текущих осей определяется путем перемножения с правой стороны, т.е. матрицу R_6^0 можно выразить как

$$R_6^0 = R_3^0 R_6^3, \quad (1.52)$$

где R_6^0 задано по условию, а R_3^0 вычисляется на этапе решения ПЗК. Выразим R_6^3 , используя соответствующее свойство матриц вращения:

$$R_6^3 = (R_3^0)^{-1} R_6^0 = (R_3^0)^T R_6^0. \quad (1.53)$$

Ввиду конструкции сферического запястья последние три звена обеспечивают ориентацию рабочего органа в соответствии с матрицей R_6^3 с помощью оставшихся трех обобщенных координат, которые совпадают с углами Эйлера, формирующими эту матрицу:

$$R_6^3 = R_{zyz} = R_{z,\phi} R_{y,\theta} R_{z,\psi} = \begin{bmatrix} r_{11} & r_{12} & r_{13} \\ r_{21} & r_{22} & r_{23} \\ r_{31} & r_{32} & r_{33} \end{bmatrix}. \quad (1.54)$$

Таким образом, оставшиеся обобщенные координаты могут быть рассчитаны как:

$$q_4 = \theta = \text{atan2} \left(\pm \sqrt{1 - r_{33}^2}, r_{33} \right), \quad (1.55)$$

$$q_5 = \phi = \text{atan2} (\pm r_{23}, \pm r_{13}), \quad (1.56)$$

$$q_6 = \psi = \text{atan2} (\pm r_{32}, \mp r_{31}). \quad (1.57)$$

Замечание 1.2 При $r_{33}(q) = \pm 1$ возникает неоднозначность определения углов Эйлера. На практике эти случаи избегают путем присвоения близких значений. Например, вместо $\theta = 0$ принимают малое значение $\theta = 0,001$, вместо $\theta = \pi$ принимают $\theta = \pi - 0,001$.

В качестве заключения приведем алгоритм решения ОЗК для шестизвенного манипулятора со сферическим запястьем, снова повторив основные шаги для закрепления материала:

1. Решить ПЗК.
2. На основе заданных координат рабочего органа рассчитать координаты точки пересечения осей сферического запястья.
3. Решить ОЗК по положению, вычислив обобщенные координаты q_1 , q_2 и q_3 исходя из положения точки, полученной на предыдущем шаге.
4. Получить матрицу R_3^0 из решения ПЗК.
5. Рассчитать матрицу R_6^3 .
6. Решить ОЗК по ориентации, вычислив обобщенные координаты q_4 , q_5 и q_6 , как углы Эйлера, формирующие матрицу R_6^3 .

1.4 Кинематика скоростей

Целью рассмотренных выше задач кинематического анализа было нахождение связей между положениями систем координат базы и рабочего органа в фиксированных конфигурациях манипулятора. В процессе движения появляется еще одна характеристика, которую необходимо регулировать. В этом пункте мы разберем как связаны между собой скорости обобщенных координат и рабочего органа. При этом заметим, что скорость системы координат, связанной с рабочим органом, ввиду вращательных сочленений имеет как линейную, так и угловую составляющие.

Запишем соотношение следующих векторных функций, параметризованных по времени:

$$\chi(t) = J\dot{q}(t), \quad (1.58)$$

где $\dot{q}(t) \in \mathbb{R}^n$ — вектор обобщенных координат, $\chi(t) \in \mathbb{R}^6$ — агрегированный вектор линейных и угловых скоростей рабочего органа, имеющий вид:

$$\chi = \begin{bmatrix} v_n^0(t) \\ \omega_{0,n}^0(t) \end{bmatrix}, \quad (1.59)$$

где $v_n^0(t) \in \mathbb{R}^3$ — вектор линейной скорости поступательного движения системы координат n относительно системы 0, $\omega_{0/n}^0(t) \in \mathbb{R}^3$ — вектор угловой скорости вращательного движения системы координат n вокруг системы 0, выраженный относительно системы 0, J — матрица Якоби манипулятора, имеющая вид:

$$J = \begin{bmatrix} J_v(q(t)) \\ J_\omega(q(t)) \end{bmatrix}, \quad (1.60)$$

где $J_v(\cdot)$ и $J_\omega(\cdot)$ — линейная и угловая компоненты матрицы Якоби манипулятора, соответственно. Выведем соотношения для их расчета.

1.4.1 Линейная часть матрицы Якоби манипулятора

Линейная скорость рабочего органа представляет собой производную по времени от вектора $p_n^0(t)$:

$$v_n^0(t) = \dot{p}_n^0(t) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial p_n^0}{\partial q_i} \dot{q}_i(t). \quad (1.61)$$

Согласно виду (1.58)–(1.60) перепишем:

$$\begin{aligned} v_n^0(t) &= J_{v_1} \dot{q}_1(t) + J_{v_2} \dot{q}_2(t) + \dots + J_{v_n} \dot{q}_n(t) = \\ &= \frac{\partial p_n^0}{\partial q_1} \dot{q}_1(t) + \frac{\partial p_n^0}{\partial q_2} \dot{q}_2(t) + \dots + \frac{\partial p_n^0}{\partial q_n} \dot{q}_n(t), \end{aligned} \quad (1.62)$$

откуда следует, что линейная компонента матрицы Якоби манипулятора для сочленения i определяется как:

$$J_{v_i} = \frac{\partial p_n^0}{\partial q_i}. \quad (1.63)$$

Очевидно, что выражение (1.63) будет соответствовать линейной скорости рабочего органа, если приводится в движение только соответствующее сочленение i , в то время как остальные сохраняются неподвижными. Поскольку существуют два типа сочленений, для каждого из которых линейная скорость определяется по-разному, рассмотрим два случая, принимая в расчет, что только рассматриваемое сочленение приводится в движение.

Поступательное сочленение

Рассмотрим сумму векторов:

$$p_n^0(t) = p_{i-1}^0 + R_{i-1}^0 p_i^{i-1} + R_i^0 p_n^i. \quad (1.64)$$

Поскольку все сочленения, кроме i -го, предполагаются неподвижными, элементы векторов p_{i-1}^0 , p_n^i и матрицы R_{i-1}^0 являются константами. Для определения линейной компоненты J_{v_i} возьмем частную производную от (1.64):

$$J_{v_i} = \frac{\partial p_n^0}{\partial q_i} = R_{i-1}^0 \frac{\partial p_i^{i-1}}{\partial q_i}. \quad (1.65)$$

Поскольку рассматривается поступательное звено, то

$$q_i(t) = d_i(t). \quad (1.66)$$

Согласно методу Денавита Хартенберга вектор $p_i^{i-1}(t)$ имеет вид (см. матрицы T_i , заданную в (1.12)):

$$p_i^{i-1}(t) = \begin{bmatrix} a_i \cos \theta_i \\ a_i \sin \theta_i \\ d_i \end{bmatrix}. \quad (1.67)$$

С учетом (1.66) и (1.67) этого перепишем (1.65)

$$J_{v_i} = R_{i-1}^0 \frac{\partial}{\partial d_i} \begin{bmatrix} a_i \cos \theta_i \\ a_i \sin \theta_i \\ d_i \end{bmatrix} = R_{i-1}^0 \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix} = z_{i-1}^0. \quad (1.68)$$

Вращательное сочленение

Рассмотрим сумму векторов:

$$p_n^0(t) = p_{i-1}^0 + R_{i-1}^0 p_i^{i-1} + R_i^0 p_n^i. \quad (1.69)$$

Поскольку все сочленения, кроме i -го, предполагаются неподвижными, элементы векторов p_{i-1}^0 , p_n^i и матрицы R_{i-1}^0 являются константами. Матрица R_i^0 является переменной ввиду изменяемого угла

$q_i(t) = \theta_i(t)$. Для определения линейной компоненты J_{v_i} возьмем частную производную от (1.64):

$$\begin{aligned} J_{v_i} &= \frac{\partial p_n^0}{\partial q_i} = R_{i-1}^0 \frac{\partial p_i^{i-1}}{\partial q_i} + \frac{\partial R_i^0 p_n^i}{\partial q_i} = \\ &= z_{i-1}^0 \times (R_{i-1}^0 p_i^{i-1} + R_i^0 p_n^i) = \\ &= z_{i-1}^0 \times (-p_{i-1}^0 + p_n^0). \end{aligned} \quad (1.70)$$

1.4.2 Угловая часть матрицы Якоби манипулятора

Последовательность n вращений, заданных матрицами поворота вокруг текущих осей, может быть выражена как:

$$R_n^0(t) = R_1^0(t) R_2^1(t) \dots R_n^{n-1}(t). \quad (1.71)$$

Продифференцируем (1.71):

$$\dot{R}_n^0(t) = \Omega(\omega_{0,n}^0(t)) R_n^0(t), \quad (1.72)$$

где $\Omega(\omega_{0,n}^0(t))$ — (3×3) -преобразование с помощью кососимметрической матрицы, заданное вектором $\omega_{0,n}^0(t) = [x_{0,n}^0(t) \ y_{0,n}^0(t) \ z_{0,n}^0(t)]^T$:

$$\Omega(\omega_{0,n}^0) = \begin{bmatrix} 0 & -x_{0,n}^0(t) & y_{0,n}^0(t) \\ z_{0,n}^0(t) & 0 & -x_{0,n}^0(t) \\ -y_{0,n}^0(t) & x_{0,n}^0(t) & 0 \end{bmatrix}. \quad (1.73)$$

Из (1.72) следует, что:

$$\begin{aligned} \omega_{0,n}^0(t) &= \omega_{0,1}^0(t) + \omega_{1,2}^0(t) + \omega_{2,3}^0(t) + \dots + \omega_{n-1,n}^0(t) = \\ &= \omega_{0,1}^0 + R_1^0 \omega_{1,2}^1 + R_2^0 \omega_{2,3}^2 + \dots + R_{n-1}^0 \omega_{n-1,n}^{n-1}. \end{aligned} \quad (1.74)$$

Соотношение (1.74) представляет собой сумму угловых скоростей всех сочленений, выраженных относительно базовой системы координат. Однако стоит заметить, что некоторые сочленения могут быть поступательными и в таком случае соответствующая угловая скорость должна быть равна нулю. Чтобы унифицировать расчет угловой компоненты матрицы Якоби введем параметр σ_i и рассмотрим два случая.

Поступательное сочленение ($\sigma_i = 0$)

В случае поступательного движения угловая скорость $\omega_{i-1,i}^{i-1} = 0$.

Вращательное сочленение ($\sigma_i = 1$)

Вспомним, что согласно алгоритму присвоения систем координат метода Денавита-Хартенберга, ось вращения сочленения i совпадает с осью z_i . Тогда угловую скорость $\omega_{i-1,i}^{i-1}$ можно выразить как:

$$\omega_{i-1,i}^{i-1}(t) = \dot{q}_i(t)z, \quad (1.75)$$

где $z = [0 \ 0 \ 1]^T$.

Таким образом, с учетом типа сочленений перепишем (1.74):

$$\begin{aligned} \omega_{0,n}^0(t) &= \sigma_1 \dot{q}_1 z + \sigma_2 \dot{q}_2 R_1^0 z + \sigma_3 \dot{q}_3 R_2^0 z + \dots + \sigma_n \dot{q}_n R_{n-1}^0 z = \\ &= \sum_{i=1}^n \sigma_i \dot{q}_i R_{i-1}^0 z = \sum_{i=1}^n \sigma_i \dot{q}_i z_{i-1}^0 \end{aligned} \quad (1.76)$$

В матричной форме (1.76) примет вид:

$$\begin{aligned} \omega_{0,n}^0(t) &= [\sigma_1 z_0^0 \ \sigma_2 z_1^0 \ \sigma_3 z_2^0 \ \dots \ \sigma_n z_{n-1}^0] \begin{bmatrix} \dot{q}_1(t) \\ \vdots \\ \dot{q}_n(t) \end{bmatrix} = \\ &= J_\omega q(t). \end{aligned} \quad (1.77)$$

1.4.3 Итоговая матрица Якоби манипулятора

Итоговая матрица Якоби манипулятора с угловой и линейной составляющими примет вид:

$$\begin{aligned} J(q) &= [J_1(q) \ J_2(q) \ \dots \ J_n(q)] = \\ &= \begin{bmatrix} J_{v_1}(q) & J_{v_2}(q) & \dots & J_{v_n}(q) \\ J_{\omega_1}(q) & J_{\omega_2}(q) & \dots & J_{\omega_n}(q) \end{bmatrix}, \end{aligned} \quad (1.78)$$

где для поступательного сочленения i

$$J_i(q) = \begin{bmatrix} z_{i-1}^0 \\ 0 \end{bmatrix}, \quad (1.79)$$

а для вращательного сочленения i

$$J_i(q) = \begin{bmatrix} z_{i-1}^0 \times (p_n^0 - p_{i-1}^0) \\ z_{i-1}^0 \end{bmatrix}. \quad (1.80)$$

Для рассматриваемого шестизвенного манипулятора матрица Якоби примет вид:

$$J(q) = \begin{bmatrix} z_0^0 \times (p_6^0 - p_0^0) & z_1^0 \times (p_6^0 - p_1^0) & z_2^0 \times (p_6^0 - p_2^0) & \dots \\ z_0^0 & z_1^0 & z_2^0 & \dots \\ z_3^0 \times (p_6^0 - p_3^0) & z_4^0 \times (p_6^0 - p_4^0) & z_5^0 \times (p_6^0 - p_5^0) \\ z_3^0 & z_4^0 & z_5^0 \end{bmatrix} \quad (1.81)$$

1.4.4 Аналитическая матрица Якоби манипулятора

При разработке управления для робототехнических систем бывает удобно использовать не угловую скорость системы координат, связанной с рабочим органом, а производную минимальной параметризации ориентации рабочего органа с помощью трех параметров. Например, углов Эйлера:

$$\eta_n^0 = \begin{bmatrix} \phi(q) \\ \theta(q) \\ \psi(q) \end{bmatrix}, \quad (1.82)$$

$$R_n^0 = R_{z,\phi} R_{y,\theta} R_{z,\psi}. \quad (1.83)$$

В таком случае используют так называемую аналитическую матрицу Якоби $J_a(q)$:

$$\chi_a(t) = J_a(q) \dot{q}(t), \quad (1.84)$$

где $\chi_a(t) \in \mathbb{R}^6$ — вектор скоростей вида:

$$\chi_a(t) = \begin{bmatrix} \dot{p}_n^0(q) \\ \dot{\eta}_n^0(q) \end{bmatrix}. \quad (1.85)$$

Между матрицами $J(q)$ и $J_a(q)$ существует взаимосвязь. Для того, чтобы найти ее, возьмем производную от матрицы вращения (1.83), используя преобразование $\Omega(\omega_n^0)$, заданное в (1.73):

$$\dot{R}(t) = \Omega(\omega_n^0) R, \quad (1.86)$$

где угловая скорость $\omega_{0,n}^0(t)$ имеет вид:

$$\begin{aligned}\omega_{0,n}^0(t) &= \begin{bmatrix} c_\psi s_\theta \dot{\phi}(t) - s_\psi \dot{\theta}(t) \\ s_\psi s_\theta \dot{\psi}(t) + c_\psi \dot{\theta}(t) \\ \dot{\psi}(t) + c_\theta \dot{\psi}(t) \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} c_\psi s_\theta & -s_\psi s_\theta & 0 \\ s_\psi s_\theta & c_\psi & 0 \\ c_\theta & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\phi}(t) \\ \dot{\theta}(t) \\ \dot{\psi}(t) \end{bmatrix} = H(\eta) \dot{\eta}_n^0(t). \quad (1.87)\end{aligned}$$

Выразим вектор скоростей $\chi(t)$:

$$\begin{aligned}\chi(t) &= \begin{bmatrix} v_n^0 \\ \omega_{0,n}^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \dot{p}_n^0(t) \\ H(\eta) \dot{\eta}_n^0(t) \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & H(\eta) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{p}_n^0 \\ \dot{\eta}_n^0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & H(\eta) \end{bmatrix} J_a(q) \dot{q}(t), \quad (1.88)\end{aligned}$$

откуда, комбинируя с (1.58), получим соотношение между $J(q)$ и $J_a(q)$:

$$J = \begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & H(\eta) \end{bmatrix} J_a(q). \quad (1.89)$$

1.4.5 Сингулярные конфигурации

Матрица Якоби манипулятора $J(q)$ связывает скорости обобщенных координат и рабочего органа (см. уравнение (1.58)). При этом она зависит от конфигурации робота, которая в процессе его движения меняется, что влечет соответствующие изменения в матрице Якоби. Возможно ситуации, когда матрица Якоби $J(q)$ для определенных конфигураций q вырождается, т.е. теряет ранг. В таких случаях говорят о *сингулярных конфигурациях*.

Определение 1.4 Конфигурации q_s , для которых ранг матрицы Якоби манипулятора $J(q_s)$ меньше максимально возможного, называются *сингулярными*:

$$\text{rang } J(q_s) < \max_q \{\text{rang } J(q)\}, \quad (1.90)$$

Сингулярные конфигурации могут быть обусловлены разными причинами. Например, ранее уже упоминалась сингулярность, связанная с

бесконечным множеством решений ОЗК в уравнениях (1.36) и (1.37) при $x_4^0 = 0$ и $y_4^0 = 0$. Сингулярные конфигурации могут находиться в окрестности границы рабочей области манипулятора (зоны его досягаемости). В сингулярных конфигурациях ограниченные значения скорости, силы и вращающего момента рабочего органа могут соответствовать неограниченным значениям обобщенным скоростям и вращающим моментам. Как ниже будет показано, нулевое значение определителя матрицы Якоби говорит о том, что соответствующая конфигурация является сингулярной. Существуют методы определения сингулярностей матрицы Якоби. Например, метод декомпозиции сингулярностей описан в [1].

1.4.6 Обратная задача кинематики скорости

Выражение (1.58) является решением прямой задачи кинематики скорости, поскольку позволяет получить линейные и угловые скорости рабочего органа при заданных обобщенных скоростях.

Решение ОЗК скорости значительно легче, чем аналогичная задача для положений. Разберем три случая в зависимости от количества звеньев и, как следствие, размерности матрицы Якоби.

Манипуляторы с количеством звеньев $n < 6$

В этом случае уравнение (1.58) может быть разрешено относительно $\dot{q}(t)$ при условии, если:

$$\text{rang } J(q) = \text{rang } J_\chi, \quad (1.91)$$

где $J_\chi = [J(q) \quad \chi]$ — расширенная матрица. Для решения получившейся системы линейных алгебраических уравнений можно использовать, например, классический метод Гаусса.

Манипуляторы с количеством звеньев $n = 6$

Рассматриваемый манипулятор относится к этому случаю. Если $n = 6$ и матрица Якоби невырожденная, то решение ОЗК скорости может быть получено умножением на обратную матрицу слева:

$$\dot{q}(t) = J^{-1}(q)\chi(t). \quad (1.92)$$

Манипуляторы с количеством звеньев $n > 6$

Такие манипуляторы называют с избыточным количеством звеньев. Для них при решении ОЗК скорости вместо обратной матрицы в уравнении (1.92) воспользуемся псевдообратной матрицей:

$$\dot{q}(t) = J^+ \chi + (I - J^+ J) \rho, \quad (1.93)$$

где $J^+ = J^T (J J^T)^{-1}$ — правая псевдообратная матрица от J , $\rho \in \mathbb{R}^n$ — произвольный вектор.

Глава 2

Планирование движения

2.1 Базовые сведения и основные понятия

В настоящей главе рассмотрим следующий этап синтеза управления робототехническими приложениями. После проведения кинематического анализа необходимо осуществить планирование движений робота, обусловленных его практической задачей.

В контексте планирования движений робототехнических систем различают две базовые задачи, которые на первый взгляд могут показаться схожими по названию, но в рамках пособия между ними подразумевается существенная разница. Речь идет о *планировании маршрута (пути)* и *планировании траектории*, но прежде чем дать им определения, разберем некоторые основные понятия.

Как отмечалось в предыдущей главе, набор всех обобщенных координат, однозначно определяющих положение манипулятора в пространстве, называют конфигурацией q . При решении задач планирования возникает необходимость рассматривать их совокупность, поэтому введем понятие *конфигурационного пространства* \mathcal{Q} , как множества всех возможных конфигураций манипулятора:

$$\mathcal{Q} = \{q\}. \quad (2.1)$$

Для обозначения области, в рамках которой будет решаться задача планирования движений, введем понятие *рабочего пространства* \mathcal{W} . Оно представляет собой множество точек, принадлежащих как самому манипулятору, так и области его досягаемости вместе с находящимися внутри препятствиями:

$$\mathcal{R}(q) \subset \mathcal{W}, \quad \mathcal{O} \subset \mathcal{W}, \quad (2.2)$$

где $\mathcal{R}(q)$ — пространство, занятое роботом, \mathcal{O} — пространство, занятое препятствиями.

Рабочее пространство имеет двухмерную размерность в случае, если рассматривается плоский манипулятор, движение которого ограничено плоскостью:

$$\mathcal{W} \subset \mathbb{R}^2, \quad (2.3)$$

и трехмерную размерность, если задан пространственный манипулятор, способный совершать движения в трех взаимно ортогональных направлениях:

$$\mathcal{W} \subset \mathbb{R}^3. \quad (2.4)$$

Запрещенное конфигурационное пространство, соответствующее столкновению робота с препятствием, определяется как совокупность конфигураций, соответствующих ненулевому пересечению множеств $\mathcal{A}(q)$ и \mathcal{O} :

$$\mathcal{Q}_\times = \{q \in \mathcal{Q} | \mathcal{R}(q) \cap \mathcal{O} \neq \emptyset\}, \quad (2.5)$$

откуда можем выразить *свободное конфигурационное пространство* как разность всего конфигурационного пространства \mathcal{Q} и запрещенного \mathcal{Q}_\times :

$$\mathcal{Q}_0 = \mathcal{Q} \setminus \mathcal{Q}_\times. \quad (2.6)$$

Теперь дадим определения двум базовым задачам планирования движений робототехнических систем.

Определение 2.1 Планированием маршрута (пути) движения робота называется процесс поиска такой последовательности конфигураций, соединяющей начальное положение и заданное конечное, что при перемещении робота по ней, не возникает столкновений с препятствиями.

Определение 2.2 Планированием траектории движения робота называется процесс параметризации по времени перемещения робота по спланированному маршруту, т.е. расчета функций от времени для обобщенных координат, скоростей и ускорений.

Рассмотрим эти задачи подробнее и представим основные методы их решения.

2.2 Планирование маршрута

2.2.1 Метод декомпозиции на ячейки

Одним из самых простых алгоритмов поиска маршрута является метод декомпозиции на ячейки. Он применим для двухмерного конфигурационного пространства [2]. В силу этого подход представляет большую ценность для мобильных роботов, чем для многозвенных манипуляторов, но тем не менее рассмотрим его принцип в качестве простого иллюстративного примера планирования пути. Декомпозиция на ячейки может быть двух типов: точной и приближительной. Разберем каждый из них и определим отличие.

Точная декомпозиция на ячейки

Принцип точной декомпозиции заключается в разделении всего свободного конфигурационного пространства на треугольные или трапецеидальные ячейки и составлении графа связности с вершинами в их центрах и ребрами, соответствующими общим сторонам смежных ячеек (см. Рис. 2.1а–2.1е). Области запрещенной зоны при этом должны представлять собой многоугольники. В противном случае следует применять приближительную декомпозицию.

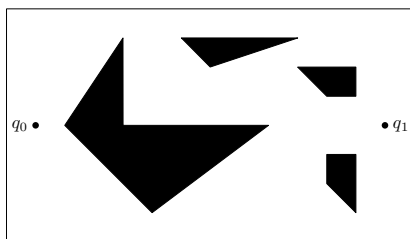
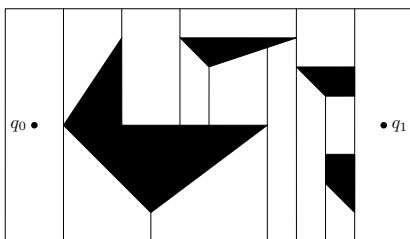
В случае точной декомпозиции получается два типа ячеек:

- белые, соответствующие свободному конфигурационному пространству;
- черные, соответствующие запрещенной зоне конфигурационного пространства.

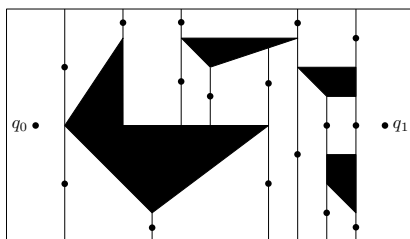
Далее определяются вершины графа, которым соответствует начальная и конечная конфигурации, после чего осуществляется поиск последовательности переходов по белым ячейкам, соединяющей эти две вершины.

Приближительная декомпозиция на ячейки

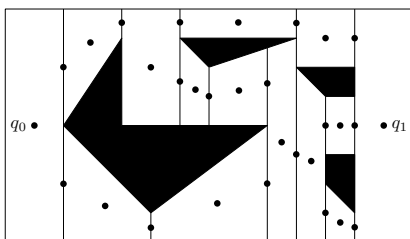
Приближительная декомпозиция отличается от точной тем, что разделяется на ячейки не целиком свободное конфигурационное пространство,

(а) Конфигурационное пространство \mathcal{Q} 

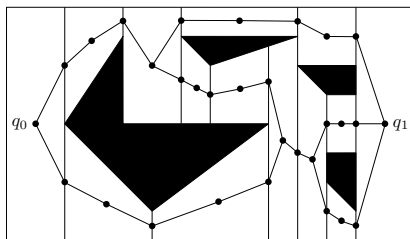
(б) Декомпозиция конфигурационного пространства на ячейки



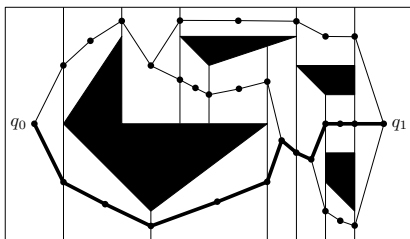
(в) Определение вершин графа связности на сторонах смежных ячеек



(г) Определение вершин графа связности в центрах ячеек



(д) Формирование ребер графа связности



(е) Определение последовательности ребер, соединяющей начальную и конечную конфигурации

Рис. 2.1. Планирование маршрута с помощью метода точной декомпозиции на ячейки

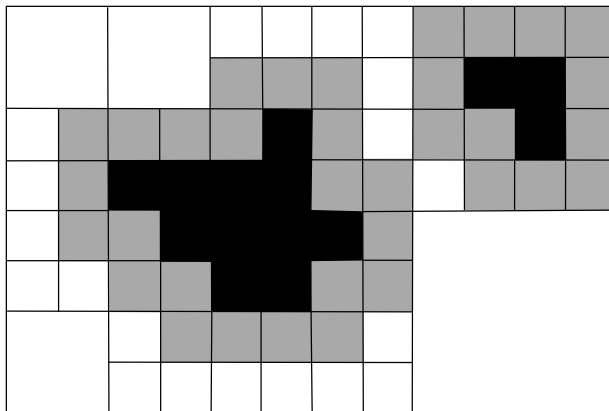


Рис. 2.2. Приблизительная декомпозиция на ячейки

а его подмножество. При этом области, не относящиеся к ячейкам, содержат как запрещенную зону, так и незначительную часть свободного пространства, что может быть обусловлено сложной формой запрещенной зоны.

В случае приблизительной декомпозиции получаются три типа ячеек (см. Рис. 2.2):

- белые, соответствующие свободному конфигурационному пространству;
- серые, содержащие как свободные, так и запрещенные зоны;
- черные, соответствующие запрещенной зоне конфигурационного пространства.

При этом в процессе поиска планируемый маршрут может проходить через белые и серые ячейки. В случае попадания на серую, осуществляется ее декомпозиция до тех пор, пока весь маршрут не окажется на белых ячейках.

2.2.2 Метод потенциального поля

При увеличении степени свободы манипулятора его конфигурационное пространство значительно усложняется. Получение конфигурационно-

го пространства для многозвенного манипулятора в явном виде нетривиально. Одним из известных подходов, позволяющих решить эту проблему, является метод планирования маршрута, при котором конфигурационное пространство рассчитывается не целиком, а шаг за шагом в процессе поиска пути (см. Рис. 2.3а–2.3е).

Метод заключается в том, что робот рассматривается как материальная точка, движущаяся в конфигурационном пространстве под воздействием некоторой функции потенциального поля $P(q)$ [6]. Эта функция имеет аттрактивную компоненту $P_a(q)$ (область притяжения), соответствующую конечной конфигурации робота, и репульсивную $P_r(q)$ (области отталкивания), соответствующую границам запрещенных зон конфигурационного пространства, обусловленных наличием препятствий:

$$P(q) = P_a(q) + P_r(q). \quad (2.7)$$

В качестве аттрактивной компоненты $P_a(q)$ задается глобальный минимум функции $P(q)$:

$$P_a(q) = \frac{1}{2} k_a \|q - q_d\|^2, \quad (2.8)$$

где q , q_d — текущая и желаемая конфигурации манипулятора, k_a — масштабирующий коэффициент.

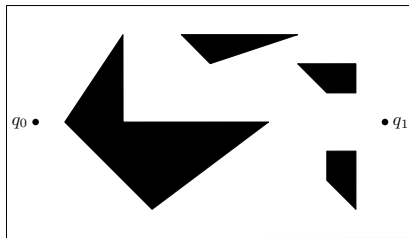
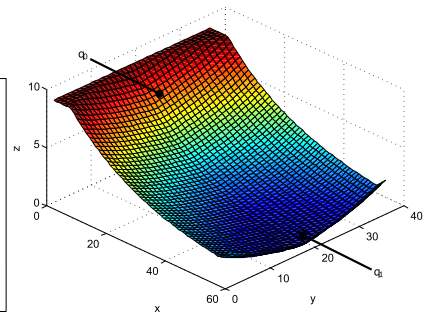
Репульсивная компонента $P_r(q)$ обеспечивают обращение функции в бесконечность при приближении материальной точки на определенное расстояние к препятствию.

$$P_r(q) = \begin{cases} \frac{1}{2} k_r \left(\frac{1}{\delta(q)} - \frac{1}{\delta_0} \right)^2 & \text{при } \delta(q) \leq \delta_0, \\ 0 & \text{при } \delta(q) > \delta_0, \end{cases} \quad (2.9)$$

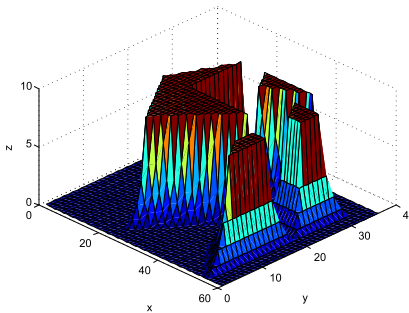
где k_r — масштабирующий коэффициент, $\delta(q)$ — кратчайшее расстояние от текущей конфигурации q до границы запрещенной конфигурационной зоны, δ_0 — минимальное допустимое значение $\delta(q)$.

Планирование маршрута сводится к решению оптимизационной задачи поиска глобального минимума функции, начиная от исходной конфигурации q_0 . В качестве способа решения такой задачи может быть использован широко известный метод градиентного спуска, обеспечивающий движение материальной точки в направлении, заданном антиградиентом функции $-\nabla P(q)$:

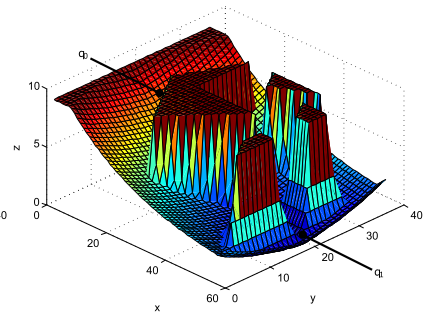
$$q_{j+1} = q_j - \gamma_j \nabla P(q_j), \quad (2.10)$$

(а) Конфигурационное пространство \mathcal{Q} 

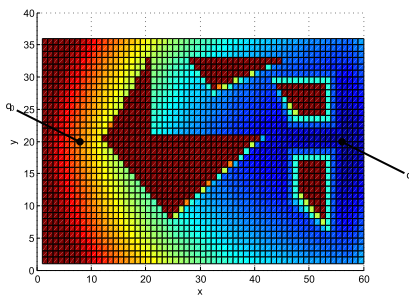
(б) Задание attractiveй компоненты потенциального поля



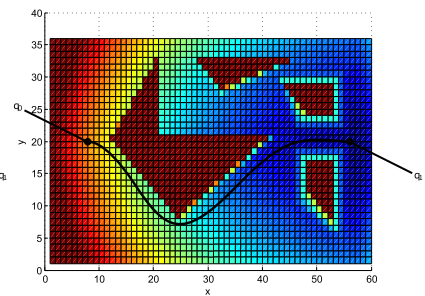
(в) Задание репульсивной компоненты потенциального поля



(г) Комбинирование attractiveй и репульсивной компонентов



(д) Решение оптимизационной задачи поиска глобального минимума функции



(е) Определение маршрута, соединяющего начальную и конечную конфигурации

Рис. 2.3. Планирование маршрута с помощью метода потенциального поля

где $\nabla P(q) = \left[\frac{\partial P}{\partial q_1} \quad \frac{\partial P}{\partial q_2} \quad \dots \quad \frac{\partial P}{\partial q_n} \right]^T$, γ_j — шаг, который может быть либо постоянным, либо дробным, либо обусловленным наискорейшим спуском:

$$\gamma_j = \operatorname{argmin}_j P(q_j - \gamma \nabla P(q_j)). \quad (2.11)$$

Недостатком метода градиентного спуска и, как следствие, метода потенциального поля в целом является возможность попасть в локальный минимум гиперповерхности конфигурационного пространства, вместо глобального минимума. Для устранения этого недостатка алгоритм может быть дополнен так называемым методом случайного блуждания [1].

2.2.3 Метод вероятностной дорожной карты

Метод построения вероятностной дорожной карты применим для быстрой генерации пути. Он основан на использовании случайных выборок в конфигурационном пространстве. Разберем алгоритм, состоящий из четырех шагов (см. Рис. 2.4а–2.4е).

1. Из свободного конфигурационного пространства осуществляется случайная выборка узлов, соответствующих некоторым конфигурациям.
2. Соседние узлы соединяются между собой отрезками, не пересекающими запрещенную зону, при заданной норме в этом пространстве.
3. Первые два шага повторяются, чтобы покрыть достаточную область, охватывающую начальную и конечную конфигурации.
4. Выбирается последовательность отрезков, соединяющих начальную и конечную конфигурации.

2.3 Планирование траектории

Как отмечалось в Определении 2.2 задача планирования траектории заключается в расчете функций от времени, определяющих значения положений, скоростей и ускорений движения робота при перемещении по маршруту, заданного набором конфигураций.

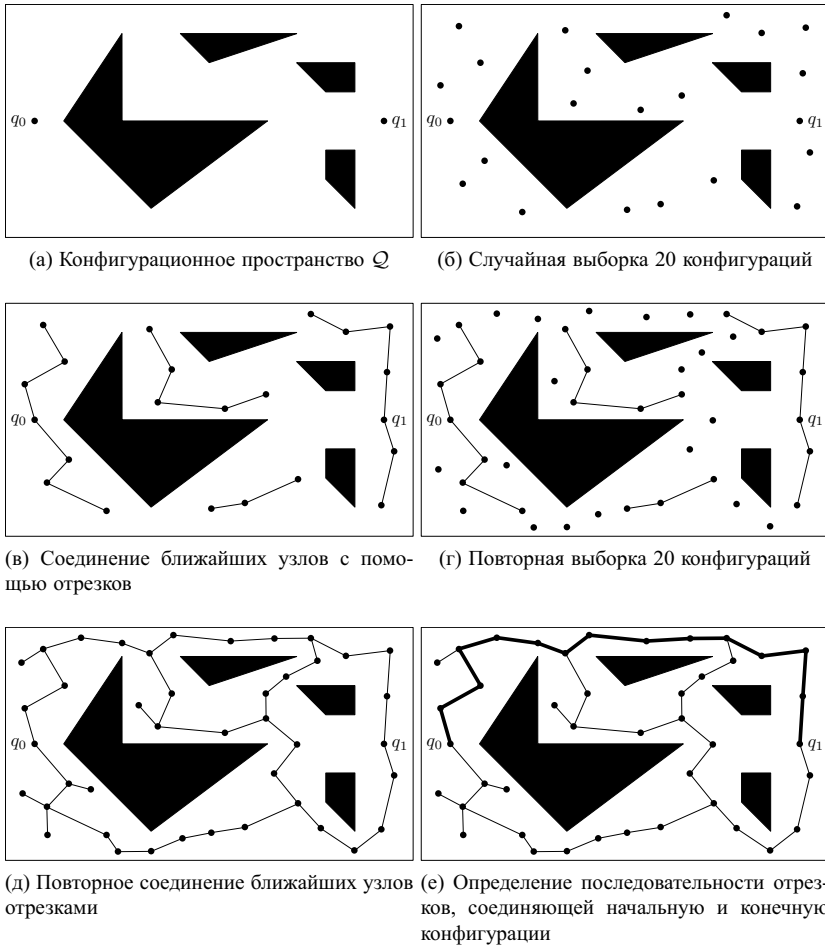


Рис. 2.4. Планирование маршрута с помощью метода вероятностной дорожной карты

Одним из широко известных подходов планирования траекторий является метод интерполяции с помощью сплайн-функций, описанный в [1, 4, 5]. Его суть заключается в расчете промежуточных значений обобщенных координат, скоростей и ускорений для каждого звена между заданными конфигурациями с помощью полиномов вида:

$$q_i(t) = a_{l,i}t^l + a_{l-1,i}t^{l-1} + \dots + a_{2,i}t^2 + a_{1,i}t + a_{0,i}, \quad (2.12)$$

$$\dot{q}_i(t) = la_{l,i}t^{l-1} + (l-1)a_{l-1,i}t^{l-2} + \dots + 2a_{2,i}t + a_{1,i}, \quad (2.13)$$

$$\ddot{q}_i(t) = l(l-1)a_{l,i}t^{l-2} + (l-1)(l-2)a_{l-1,i}t^{l-3} + \dots + 2a_{2,i}, \quad (2.14)$$

где степень l и коэффициенты a_{ji} , $j = \{1, 2, \dots, l\}$ определяются в зависимости от граничных условий и наложенных требований непрерывности траектории. При планировании траектории исходными данными выступают набор конфигураций и моменты времени их прохождения. Нам уже известно, что поиск последовательности конфигураций из начального положения в конечное осуществляется на этапе планирования маршрута. Если требуется реализовать простое движение без автоматической перенастройки маршрута, задание такой последовательности конфигураций может осуществляться и вручную инженером-наладчиком.

Приведем общий алгоритм планирования траекторий с помощью сплайн-функций, после чего разберем его на конкретных примерах.

1. Определение количества сегментов, на которые разделяется исходная траектория (в случае задания промежуточных конфигураций между исходной и конечной).
2. Нормирование времени (в случае многосегментной траектории).
3. Определение граничных условий и требований на непрерывность траектории между смежными сегментами.
4. Определение степеней полиномов для каждого звена и сегмента траектории.
5. Составление матричного уравнения и разрешение его относительно неизвестных коэффициентов полиномов.

Обращаем внимание, что полиномы (2.12)–(2.14) задаются для *каждой* обобщенной координаты i . Далее в рассматриваемых примерах индекс i опущен для краткости и приняты следующие обозначения:

$$q_i(\cdot) \equiv \vartheta(\cdot), \quad \dot{q}_i(\cdot) \equiv v(\cdot), \quad \ddot{q}_i(\cdot) \equiv \alpha(\cdot). \quad (2.15)$$

2.3.1 Односегментная траектория

Рассмотрим задачу перемещения робота из одной точки в другую с заданными конфигурациями. При этом в качестве исходных данных выступают только граничные условия, т.е. обобщенные координаты, скорости и ускорения в начальный и конечный моменты времени. Вся траектория при этом будет представлять собой единый сегмент, поскольку никаких промежуточных требований не накладывается. Следовательно, нормирование времени производить необязательно ввиду относительной простоты вычислений.

Согласно условию задачи, запишем следующие граничные условия для каждого звена i (в дальнейшем индекс опущен):

$$q_i(t_0) = \vartheta_0, \quad \dot{q}_i(t_0) = v_0, \quad \ddot{q}_i(t_0) = \alpha_0, \quad (2.16)$$

$$q_i(t_1) = \vartheta_1, \quad \dot{q}_i(t_1) = v_1, \quad \ddot{q}_i(t_1) = \alpha_1. \quad (2.17)$$

Поскольку имеется шесть условий, т.е. шесть известных значений, необходимо выбрать такой вид полинома, который будет содержать, соответственно, шесть неизвестных коэффициентов, чтобы итоговое матричное уравнение было разрешимо. Итак, для нашего случая выберем полином пятой степени с шестью коэффициентами:

$$\vartheta(t) = a_5 t^5 + a_4 t^4 + a_3 t^3 + a_2 t^2 + a_1 t + a_0. \quad (2.18)$$

Для интерполяции обобщенных скоростей и ускорений возьмем от (2.18) первую и вторую производные:

$$\dot{\vartheta}(t) = v(t) = 5a_5 t^4 + 4a_4 t^3 + 3a_3 t^2 + 2a_2 t + a_1, \quad (2.19)$$

$$\ddot{\vartheta}(t) = \alpha(t) = 20a_5 t^3 + 12a_4 t^2 + 6a_3 t + 2a_2. \quad (2.20)$$

Теперь составим систему из шести уравнений, соотнося полиномы

(2.18)–(2.20) с граничными условиями (2.16)–(2.17):

$$\begin{cases} \vartheta_0 = a_5 t_0^5 + a_4 t_0^4 + a_3 t_0^3 + a_2 t_0^2 + a_1 t_0 + a_0, \\ v_0 = 5a_5 t_0^4 + 4a_4 t_0^3 + 3a_3 t_0^2 + 2a_2 t_0 + a_1, \\ \alpha_0 = 20a_5 t_0^3 + 12a_4 t_0^2 + 6a_3 t_0 + 2a_2, \\ \vartheta_1 = a_5 t_1^5 + a_4 t_1^4 + a_3 t_1^3 + a_2 t_1^2 + a_1 t_1 + a_0, \\ v_1 = 5a_5 t_1^4 + 4a_4 t_1^3 + 3a_3 t_1^2 + 2a_2 t_1 + a_1, \\ \alpha_1 = 20a_5 t_1^3 + 12a_4 t_1^2 + 6a_3 t_1 + 2a_2. \end{cases} \quad (2.21)$$

Перепишем систему уравнений (2.21) в матричном виде:

$$\begin{bmatrix} \vartheta_0 \\ v_0 \\ \alpha_0 \\ \vartheta_1 \\ v_1 \\ \alpha_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_0^5 & t_0^4 & t_0^3 & t_0^2 & t_0 & 1 \\ 5t_0^4 & 4t_0^3 & 3t_0^2 & 2t_0 & 1 & 0 \\ 20t_0^3 & 12t_0^2 & 6t_0 & 2 & 0 & 0 \\ t_1^5 & t_1^4 & t_1^3 & t_1^2 & t_1 & 1 \\ 5t_1^4 & 4t_1^3 & 3t_1^2 & 2t_1 & 1 & 0 \\ 20t_1^3 & 12t_1^2 & 6t_1 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_5 \\ a_4 \\ a_3 \\ a_2 \\ a_1 \\ a_0 \end{bmatrix}, \quad (2.22)$$

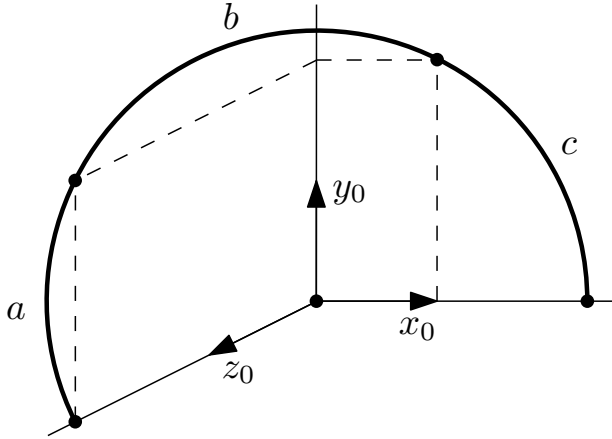
откуда можем выразить вектор неизвестных коэффициентов:

$$\begin{bmatrix} a_5 \\ a_4 \\ a_3 \\ a_2 \\ a_1 \\ a_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_0^5 & t_0^4 & t_0^3 & t_0^2 & t_0 & 1 \\ 5t_0^4 & 4t_0^3 & 3t_0^2 & 2t_0 & 1 & 0 \\ 20t_0^3 & 12t_0^2 & 6t_0 & 2 & 0 & 0 \\ t_1^5 & t_1^4 & t_1^3 & t_1^2 & t_1 & 1 \\ 5t_1^4 & 4t_1^3 & 3t_1^2 & 2t_1 & 1 & 0 \\ 20t_1^3 & 12t_1^2 & 6t_1 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \vartheta_0 \\ v_0 \\ \alpha_0 \\ \vartheta_1 \\ v_1 \\ \alpha_1 \end{bmatrix}. \quad (2.23)$$

Таким образом, мы получили полиномы (2.18)–(2.20) для каждого звена с коэффициентами (2.23), с помощью которых может быть осуществлена интерполяция обобщенных координат, скоростей и ускорений при перемещении робота из одной точки в другую.

2.3.2 Многосегментная траектория

Рассмотрим более сложную задачу, когда, помимо граничных условий, заданы промежуточные конфигурации. Одно из типичных движений робота является перемещение манипулируемого объекта из одной рабочей зоны в другую. В таком случае логично разделить траекторию на три сегмента, разделенные промежуточными конфигурациями (см. Рис. 2.5):

Рис. 2.5. Траектория с тремя сегментами: a , b и c

- сегмент ухода (a);
- сегмент собственно перемещения между рабочими зонами (b);
- сегмент подхода (c).

В соответствии с исходными данными запишем условия на обобщенные координаты, скорости и ускорения для каждого звена i (в дальнейшем индекс опущен):

$$q_i(t_0) = \vartheta_0, \quad q_i(t_1) = \vartheta_1, \quad q_i(t_2) = \vartheta_2, \quad q_i(t_3) = \vartheta_3, \quad (2.24)$$

$$\dot{q}_i(t_0) = v_0, \quad \ddot{q}_i(t_0) = \alpha_0, \quad \dot{q}_i(t_3) = v_3, \quad \ddot{q}_i(t_3) = \alpha_3. \quad (2.25)$$

В случаях, когда имеется несколько сегментов траектории, для унификации расчетов удобно использовать нормированное время для каждого из сегментов:

$$\tau_a = \frac{t - t_0}{t_1 - t_0}, \quad \tau_b = \frac{t - t_1}{t_2 - t_1}, \quad \tau_c = \frac{t - t_2}{t_3 - t_2}, \quad (2.26)$$

где t_0, t_1, t_2, t_3 — моменты времени прохождения заданных конфигураций.

Для каждого из сегментов необходимо задать соответствующие полиномы $\vartheta_a(\tau_a)$, $\vartheta_b(\tau_b)$ и $\vartheta_c(\tau_c)$ для интерполяции значений обобщенных координат. Имеющиеся сегменты необходимо «склеить» между собой, чтобы обеспечить непрерывность движения на протяжении всей траектории. Для этого, помимо условий 2.24 и 2.25, вводят требования на непрерывность. Они заключаются в том, что скорость и ускорение в конце и начале смежных сегментов траектории должны быть равны:

$$v_a(1) = v_b(0), \quad \alpha_a(1) = \alpha_b(0), \quad v_b(1) = v_c(0), \quad \alpha_b(1) = \alpha_c(0). \quad (2.27)$$

Далее с учетом нормированного времени (2.26) перепишем условия на обобщенные координаты (2.24):

$$\vartheta_a(0) = \vartheta_0, \quad \vartheta_b(0) = \vartheta_1, \quad \vartheta_c(0) = \vartheta_2, \quad (2.28)$$

$$\vartheta_a(1) = \vartheta_1, \quad \vartheta_b(1) = \vartheta_2, \quad \vartheta_c(1) = \vartheta_3, \quad (2.29)$$

и граничные условия на скорости и ускорения (2.25):

$$v_a(0) = v_0, \quad \alpha_a(0) = \alpha_0, \quad v_c(1) = v_3, \quad \alpha_c(1) = \alpha_3. \quad (2.30)$$

В итоге получилось 14 условий (2.27)–(2.30). Соответственно, необходимо выбрать такие полиномы $\vartheta_a(\tau_a)$, $\vartheta_b(\tau_b)$ и $\vartheta_c(\tau_c)$, чтобы их совокупное число коэффициентов было равно 14, чтобы матричное уравнение было разрешимо. Поскольку всего полиномов необходимо выбрать три (для каждого элементарного сегмента) и каждый из них имеет свободный член, суммарное количество старших степеней полиномов должно быть равно 11. Соответственно, допустимы такие комбинации полиномов, как 4-3-4, 3-5-3 и т.д.

Итак, выберем следующие полиномы для описания изменения обобщенных координат на каждом из сегментов:

$$\vartheta_a(\tau_a) = a_4\tau_a^4 + a_3\tau_a^3 + a_2\tau_a^2 + a_1\tau_a + a_0, \quad (2.31)$$

$$\vartheta_b(\tau_b) = b_3\tau_b^3 + b_2\tau_b^2 + b_1\tau_b + b_0, \quad (2.32)$$

$$\vartheta_c(\tau_c) = c_4\tau_c^4 + c_3\tau_c^3 + c_2\tau_c^2 + c_1\tau_c + c_0, \quad (2.33)$$

Для интерполяции обобщенных скоростей возьмем от (2.31)–(2.33) первую производную:

$$\dot{\vartheta}_a(\tau_a) = v_a(\tau_a) = 4a_4\tau_a^3 + 3a_3\tau_a^2 + 2a_2\tau_a + a_1, \quad (2.34)$$

$$\dot{\vartheta}_b(\tau_b) = v_b(\tau_b) = 3b_3\tau_b^2 + 2b_2\tau_b + b_1, \quad (2.35)$$

$$\dot{\vartheta}_c(\tau_c) = v_c(\tau_c) = 4c_4\tau_c^3 + 3c_3\tau_c^2 + 2c_2\tau_c + c_1, \quad (2.36)$$

Для интерполяции обобщенных ускорений возьмем от (2.31)–(2.33) вторую производную:

$$\ddot{\vartheta}_a(\tau_a) = \alpha_a(\tau_a) = 12a_4\tau_a^2 + 6a_3\tau_a + 2a_2, \quad (2.37)$$

$$\ddot{\vartheta}_b(\tau_b) = \alpha_b(\tau_b) = 6b_3\tau_b + 2b_2, \quad (2.38)$$

$$\ddot{\vartheta}_c(\tau_c) = \alpha_c(\tau_c) = 12c_4\tau_c^2 + 6c_3\tau_c + 2c_2, \quad (2.39)$$

Теперь составим систему из шести уравнений, соотнося полиномы (2.31)–(2.39) с налагаемыми условиями (2.27)–(2.30):

$$\left\{ \begin{array}{l} \vartheta_0 = a_0, \\ v_0 = a_1, \\ \alpha_0 = 2a_2, \\ \vartheta_1 = a_4 + a_3 + a_2 + a_1 + a_0, \\ \vartheta_1 = b_0, \\ 0 = 4a_4 + 3a_3 + 2a_2 + a_1 - b_1, \\ 0 = 12a_4 + 6a_3 + 2a_2 - 2b_2, \\ \vartheta_2 = b_3 + b_2 + b_1 + b_0, \\ \vartheta_2 = c_0, \\ 0 = 3b_3 + 2b_2 + b_1 - c_1, \\ 0 = 6b_3 + 2b_2 - 2c_2, \\ \vartheta_3 = c_4 + c_3 + c_2 + c_1 + c_0, \\ v_3 = 4c_4 + 3c_3 + 2c_2 + c_1, \\ \alpha_3 = 12c_4 + 6c_3 + 2c_2, \end{array} \right. \quad (2.40)$$

Перепишем систему уравнений (2.40) в матричном виде:

$$\begin{bmatrix} \vartheta_0 \\ v_0 \\ \alpha_0 \\ \vartheta_1 \\ \vartheta_1 \\ 0 \\ 0 \\ \vartheta_2 \\ \vartheta_2 \\ 0 \\ 0 \\ \vartheta_3 \\ v_3 \\ \alpha_3 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 12 & 6 & 2 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 12 & 6 & 2 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} a_4 \\ a_3 \\ a_2 \\ a_1 \\ a_0 \\ b_3 \\ b_2 \\ b_1 \\ b_0 \\ c_4 \\ c_3 \\ c_2 \\ c_1 \\ c_0 \end{bmatrix}, \quad (2.41)$$

откуда можем выразить вектор неизвестных коэффициентов:

$$\begin{bmatrix} a_4 \\ a_3 \\ a_2 \\ a_1 \\ a_0 \\ b_3 \\ b_2 \\ b_1 \\ b_0 \\ c_4 \\ c_3 \\ c_2 \\ c_1 \\ c_0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 4 & 3 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 12 & 6 & 2 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3 & 2 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 & 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & -2 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 4 & 3 & 2 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 12 & 6 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \vartheta_0 \\ v_0 \\ \alpha_0 \\ \vartheta_1 \\ \vartheta_1 \\ 0 \\ 0 \\ \vartheta_2 \\ \vartheta_2 \\ 0 \\ 0 \\ \vartheta_3 \\ v_3 \\ \alpha_3 \end{bmatrix}. \quad (2.42)$$

Таким образом, были получены полиномы (2.31)–(2.39) для каждого звена с коэффициентами (2.42), с помощью которых может быть осуществлена интерполяция обобщенных координат, скоростей и ускорений при перемещении робота через четыре заданные конфигурации.

Глава 3

Управление движением

3.1 Одномерное управление

Многосвязный манипулятор представляет собой многомерную систему, поскольку содержит n управляющих и n регулируемых переменных, соответствующих его сочленениям. Управление такой системой в целом является нетривиальной задачей, поэтому рассмотрим сначала управление одним сочленением.

Каждое сочленение манипулятора испытывает момент нагрузки, обусловленный гравитационными силами, действующими на последующие звенья и манипулируемый объект, а в процессе движения еще и моментами сил, вырабатываемыми другими сочленениями, т.е. наличием перекрестных связей между звеньями, оказывающих влияние друг на друга при перемещении по траектории.

В случае одномерного управления момент нагрузки рассматривается как внешнее возмущение (см. Рис. 3.1). Таким образом, складывается две задачи. Во-первых, обеспечение слежения регулируемой переменной за входным сигналом, определяющим траекторию движения. Во-вторых, компенсация внешнего возмущения, обусловленного влиянием гравитационных сил и перекрестных связей звеньев.

3.1.1 Динамическая модель вращательного сочленения

Одномерное управление вращательным сочленением фактически сводится к управлению электроприводом с зубчатой передачей, динамическая модель которого содержит две составляющие: электрическую и

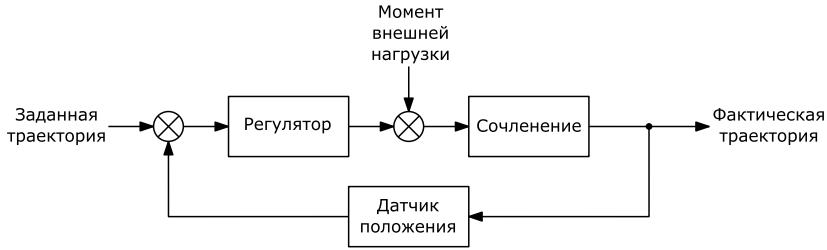


Рис. 3.1. Общая функциональная схема одномерного управления сочленением

механическую. Рассмотрим их математическое описание.

Электрическая компонента, обусловленная электрической цепью из индуктивности, резистора и двигателя, определяется выражением:

$$L\dot{i}(t) + Ri(t) = u(t) - K_\varepsilon\omega(t) = u(t) - K_\varepsilon\dot{\theta}(t), \quad (3.1)$$

где L , R , $i(t)$, $u(t)$ — индуктивность, сопротивление, сила тока и напряжение якоря, соответственно, K_ε — коэффициент противо-ЭДС, $\omega(t)$, $\theta(t)$ — угловая скорость и угол поворота ротора, соответственно.

Механическая компонента, обусловленная зубчатой передачей, определяется выражением:

$$J\ddot{\theta}(t) + K_f\dot{\theta}(t) = K_\mu i(t) - \mu_l(t), \quad (3.2)$$

где J — суммарный момент инерции двигателя и зубчатой передачи, K_f — коэффициент трения, K_μ — коэффициент момента силы, $\mu_l(t) = \frac{1}{j}\bar{\mu}_l(t)$, $\bar{\mu}_l(t)$ — момент нагрузки, j — передаточное число зубчатой передачи.

Осуществим преобразование Лапласа функций (3.1) и (3.2), получим:

$$(Ls + R)I(s) = U(s) - K_\varepsilon s\Theta(s), \quad (3.3)$$

$$(Js + K_f)s\Theta(s) = K_\mu I(s) - M_l(s). \quad (3.4)$$

Из (3.3) и (3.4) запишем передаточную функцию от входа $U(s)$ к выходу $\Theta(s)$ при $M_l(s) = 0$:

$$\frac{\Theta(s)}{U(s)} = \frac{K_\mu}{s((Ls + R)(Js + K_f) + K_\varepsilon K_\mu)}. \quad (3.5)$$

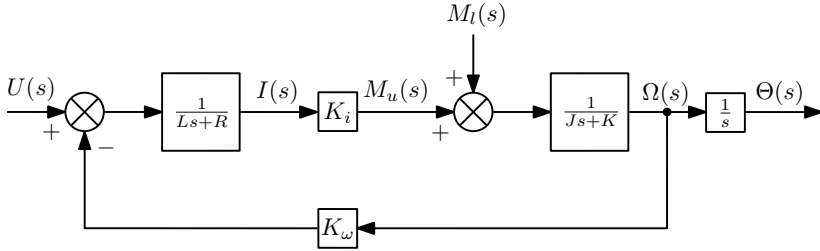


Рис. 3.2. Схема моделирования одномерного управления сочленением

Передаточная функция от $M_l(s)$ к $\Theta(s)$ при $U(s) = 0$:

$$\frac{\Theta(s)}{M_l(s)} = -\frac{Ls + R}{s((Ls + R)(Js + K_f) + K_\varepsilon K_\mu)}. \quad (3.6)$$

Далее разделим числитель и знаменатель передаточных функций (3.5) и (3.6) на R :

$$\frac{\Theta(s)}{U(s)} = \frac{\frac{K_\mu}{R}}{s \left(\left(\frac{L}{R}s + 1 \right) (Js + K_f) + \frac{K_\varepsilon K_\mu}{R} \right)}, \quad (3.7)$$

$$\frac{\Theta(s)}{M_l(s)} = -\frac{\frac{L}{R}s + 1}{s \left(\left(\frac{L}{R}s + 1 \right) (Js + K_f) + \frac{K_\varepsilon K_\mu}{R} \right)}. \quad (3.8)$$

Допустим, что постоянная времени электрической части существенно меньше, чем постоянная времени механической части:

$$\frac{L}{R} \ll \frac{J}{K_f}, \quad (3.9)$$

что является типичным допущением для электромеханических систем. С учетом этого перепишем передаточные функции (3.7) и (3.8):

$$\frac{\Theta(s)}{U(s)} \approx \frac{\frac{K_\mu}{R}}{s \left(Js + K_f + \frac{K_\varepsilon K_\mu}{R} \right)}, \quad (3.10)$$

$$\frac{\Theta(s)}{M_l(s)} \approx -\frac{1}{s \left(Js + K_f + \frac{K_\varepsilon K_\mu}{R} \right)}. \quad (3.11)$$

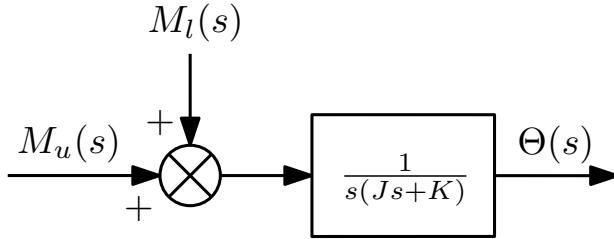


Рис. 3.3. Упрощенная схема моделирования одномерного управления сочленением

Введем новые обозначения и упростим передаточные функции (3.10) и (3.11):

$$\frac{\Theta(s)}{M_u(s)} \approx \frac{1}{s(Js + K)}, \quad (3.12)$$

$$\frac{\Theta(s)}{M_l(s)} \approx -\frac{1}{s(Js + K)}, \quad (3.13)$$

где $M_u(s) = \frac{K_\mu}{R}U(s)$, $K = K_f + \frac{K_\epsilon K_\mu}{R}$. Схема моделирования одномерного управления сочленением приведена на Рис. 3.2.

Комбинируя передаточные функции (3.12) и (3.13), получим:

$$\Theta(s) = \frac{1}{s(Js + K)} (M_u(s) - M_l(s)) = P(s) (M_u(s) - M_l(s)). \quad (3.14)$$

Таким образом, мы получили математическую модель вращательного сочленения в виде передаточной функции $P(s)$. Упрощенная схема моделирования одномерного управления сочленением приведена на Рис. 3.3. Далее перейдем к построению регуляторов различной структуры.

3.1.2 ПД- и ПИД-регуляторы

Рассмотрим объект управления, заданный передаточной функцией (3.14). Введем пропорционально-дифференциальный (ПД) регулятор с передаточной функцией:

$$R(s) = k_p + k_d s. \quad (3.15)$$

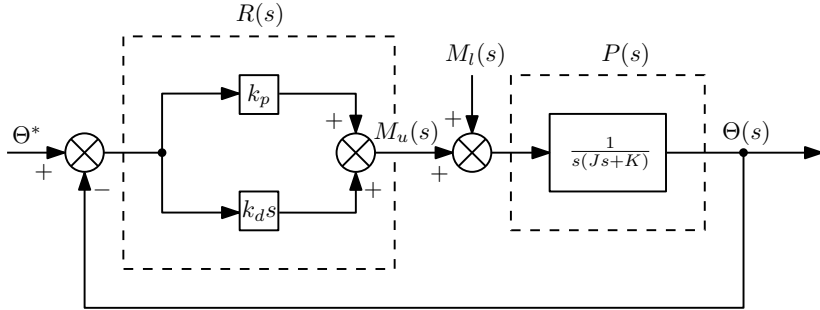


Рис. 3.4. Схема моделирования замкнутой системы с ПД-регулятором

Рассчитаем передаточную функцию замкнутой системы:

$$\begin{aligned}
 W(s) &= \frac{R(s)P(s)}{1 + R(s)P(s)} = \frac{\frac{k_p + k_d s}{Js^2 + Ks}}{1 + \frac{k_p + k_d s}{Js^2 + Ks}} = \\
 &= \frac{k_p + k_d s}{Js^2 + (K + k_d)s + k_p}.
 \end{aligned} \quad (3.16)$$

Схема моделирования замкнутой системы с ПД-регулятором (3.16) приведена на Рис. 3.4.

Далее при известных параметрах объекта J и K на основании корней характеристического полинома передаточной функции $Js^2 + (K + k_d)s + k_p$ можно рассчитать такие коэффициенты ПД-регулятора k_p и k_d , чтобы обеспечивались требуемые показатели качества замкнутой системы.

Ввиду наличия внешнего возмущения $M_l(s)$, обусловленного в устойчивом режиме действием силы тяжести, использование ПД-регулятора может вести к появлению статической ошибки, которую устраним с помощью интегральной составляющей.

Рассмотрим объект управления, заданный передаточной функцией (3.14). Введем пропорционально-интегрально-дифференциальный (ПИД) регулятор с передаточной функцией:

$$R(s) = k_p + k_i \frac{1}{s} + k_d s. \quad (3.17)$$

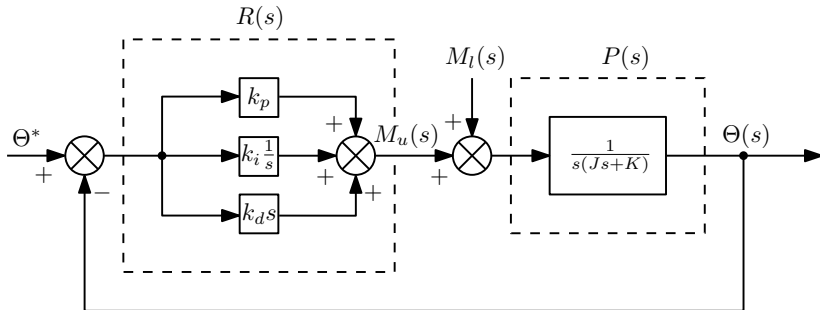


Рис. 3.5. Схема моделирования замкнутой системы с ПИД-регулятором

Осуществляя структурные преобразования, выразим выходную переменную:

$$\Theta(s) = \frac{R(s)P(s)}{1 + R(s)P(s)} \Theta^*(s) + \frac{P(s)}{1 + R(s)P(s)} M_l(s). \quad (3.18)$$

Рассчитаем передаточную функцию замкнутой системы:

$$\begin{aligned} W(s) &= \frac{R(s)P(s)}{1 + R(s)P(s)} = \frac{\frac{k_d s^2 + k_p s + k_i}{Js^3 + Ks^2}}{1 + \frac{k_d s^2 + k_p s + k_i}{Js^3 + Ks^2}} = \\ &= \frac{k_d s^2 + k_p s + k_i}{Js^3 + (K + k_d)s^2 + k_p s + k_i}. \end{aligned} \quad (3.19)$$

Схема моделирования замкнутой системы с ПИД-регулятором (3.19) приведена на Рис. 3.5.

Далее при известных параметрах объекта J и K на основании корней характеристического полинома передаточной функции $Js^3 + (K + k_d)s^2 + k_p s + k_i$ можно рассчитать такие коэффициенты ПИД-регулятора k_p , k_i и k_d , чтобы обеспечивались требуемые показатели качества замкнутой системы.

3.1.3 Робастное управление

На практике при управлении реальными техническими системами точные значения параметров объекта могут быть неизвестны или известны

неточно. Кроме того, могут быть недоступны измерению производные выходной переменной. В таких случаях прибегают к применению робастных регуляторов по выходу.

Воспользуемся методом последовательного компенсатора, описанным в работе [29], для стабилизации вращательного сочленения с неизвестными параметрами J и K и недоступными прямым измерениям угловой скорости, т.е. производными выходного сигнала.

Запишем последовательный компенсатор в виде передаточной функции:

$$R(s) = k\gamma_0\sigma^{\rho-1}\frac{\alpha(s)}{\gamma(s)}, \quad (3.20)$$

где ρ — относительная степень объекта, k и $\sigma > k$ — настроечные параметры регулятора, $\alpha(s)$ — произвольный гурвицев полином степени $\rho - 1$, $\gamma(s)$ — гурвицев полином вида:

$$\gamma(s) = s^{\rho-1} + \sigma\gamma_{\rho-2}s^{\rho-2} + \dots + \sigma^{\rho-2}\gamma_1s + \sigma^{\rho-1}\gamma_0. \quad (3.21)$$

Рассмотрим объект управления, заданный передаточной функцией (3.14). Его относительная степень равна $\rho = 2$, тогда, выбрав $\alpha(s) = s + 1$ и $\gamma_0 = 1$, перепишем регулятор (3.20) как:

$$R(s) = \frac{k\sigma s + k\sigma}{s + \sigma}. \quad (3.22)$$

Передаточная функция замкнутой системы:

$$\begin{aligned} W(s) &= \frac{R(s)P(s)}{1 + R(s)P(s)} = \frac{\frac{k\sigma s + k\sigma}{(s+\sigma)(Js^2+Ks)}}{1 + \frac{k\sigma s + k\sigma}{(s+\sigma)(Js^2+Ks)}} = \\ &= \frac{k\sigma s + k\sigma}{(s + \sigma)(Js^2 + Ks) + k\sigma s + k\sigma}. \end{aligned} \quad (3.23)$$

Схема моделирования замкнутой системы с последовательным компенсатором (3.23) приведена на Рис. 3.6.

Характеристический полином передаточной функции (3.23) содержит неизвестные параметры объекта, но ввиду робастности регулятора (3.22) при достаточно больших коэффициентах k и σ достигается экспоненциальная устойчивость.

Как уже отмечалось, звенья манипулятора подвержены влиянию момента силы нагрузки, в установившемся режиме обусловленного

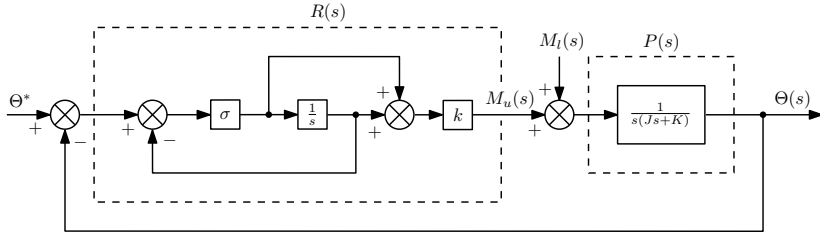


Рис. 3.6. Схема моделирования замкнутой системы с последовательным компенсатором

действием гравитационных сил, что влечет появление установившейся ошибки. Для устранения последней в структуру регулятора вводят интегральный контур для повышения порядка астатизма.

Добавив интегральную составляющую, перепишем регулятор (3.20):

$$R(s) = k\gamma_0\sigma^{\rho-1} \frac{\beta(s)}{s\gamma(s)}, \quad (3.24)$$

где $\beta(s)$ — гурвицев полином степени ρ .

Выбрав $\beta(s) = s^2 + s + 1$ и $\gamma_0 = 1$, перепишем регулятор (3.24) как:

$$R(s) = \frac{k\sigma s^2 + k\sigma s + k\sigma}{s^2 + \sigma s}. \quad (3.25)$$

Передаточная функция замкнутой системы:

$$\begin{aligned} W(s) &= \frac{R(s)P(s)}{1 + R(s)P(s)} = \frac{\frac{k\sigma s^2 + k\sigma s + k\sigma}{(s^2 + \sigma s)(Js^2 + Ks)}}{1 + \frac{k\sigma s^2 + k\sigma s + k\sigma}{(s^2 + \sigma s)(Js^2 + Ks)}} = \\ &= \frac{k\sigma s^2 + k\sigma s + k\sigma}{(s^2 + \sigma s)(Js^2 + Ks) + k\sigma s^2 + k\sigma s + k\sigma}. \end{aligned} \quad (3.26)$$

Схема моделирования замкнутой системы с последовательным компенсатором с интегральным контуром (3.26) приведена на Рис. 3.7.

Таким образом, увеличенный порядок астатизма системы с передаточной функцией (3.26) позволяет компенсировать действие гравитационных сил.

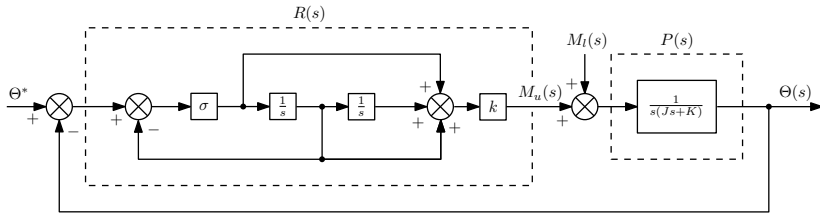


Рис. 3.7. Схема моделирования замкнутой системы с последовательным компенсатором с интегральным контуром

3.1.4 Насыщение входного сигнала

На практике входные сигналы всегда имеют ограничения, обусловленные аппаратными характеристиками технических систем. В таких случаях говорят о так называемой *нелинейности типа «насыщение по входу»*. При этом насыщенный сигнал управления удовлетворяет:

$$\hat{u}(t) = \text{sat } u(t) = \begin{cases} u_t, & \text{если } u(t) \geq u_t, \\ u(t), & \text{если } u_b < u(t) < u_t, \\ u_b, & \text{если } u(t) \leq u_b, \end{cases} \quad (3.27)$$

где u_t и u_b — верхний и нижний пределы входного сигнала.

Наличие интегральной составляющей в структуре регулятора в условиях ограниченного входного сигнала при существенных значениях накопленной ошибки вызывает эффект *интегрального насыщения*, что в свою очередь может вести к ряду негативных последствий от увеличения времени переходного процесса до появления автоколебаний и потери устойчивости.

Одним из распространенных способов решения проблемы интегрального насыщения является модификация номинального регулятора с помощью метода *антивиндап-коррекции* или *обратного расчета*, согласно которому к интегральному контуру добавляется сигнал разности между насыщенным и исходным управлением с некоторым коэффициентом усиления [28]. Следуя этой процедуре, осуществим модификацию ПИД-регулятора (3.17) и последовательного компенсатора с интегральным контуром (3.24).

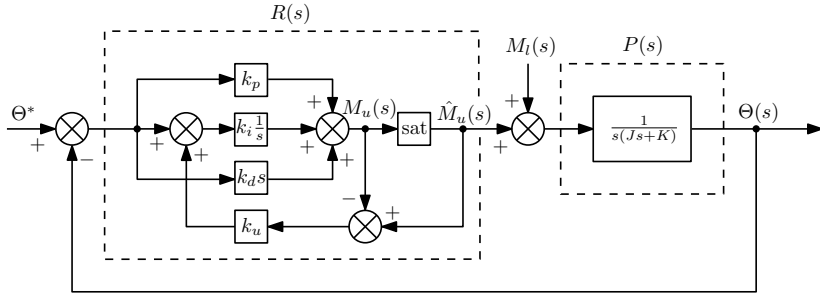


Рис. 3.8. Схема моделирования замкнутой системы с ПИД-регулятором и антивиндап-коррекцией

Запишем закон управления ПИД-регулятора (3.17) в виде:

$$u(t) = k_p \tilde{q}(t) + k_i \frac{\tilde{q}(t)}{p} + k_d p \tilde{q}(t), \quad (3.28)$$

где $p = \frac{d}{dt}$ — оператор дифференцирования, $\tilde{q}(t) = q^* - q(t)$ — сигнал ошибки.

Следуя методу антивиндап-коррекции, добавим в структуру (3.28) дополнительный контур:

$$u(t) = k_p \tilde{q}(t) + k_i \frac{\tilde{q}(t) + k_u \tilde{u}(t)}{p} + k_d p \tilde{q}(t), \quad (3.29)$$

где $k_u > 0$ — коэффициент усиления, $\tilde{u}(t) = \hat{u}(t) - u(t)$ — сигнал разности между насыщенным и исходным управлением.

Схема моделирования замкнутой системы с ПИД-регулятором и антивиндап-коррекцией (3.29) приведена на Рис. 3.8.

Таким образом, закон управления (3.29) позволяет избежать эффект интегрального насыщения в условиях ограниченного входа.

Запишем закон управления последовательного компенсатора с интегральным контуром (3.24) в виде:

$$u(t) = k \frac{\beta(p)}{p} \hat{\hat{q}}(t), \quad (3.30)$$

$$\dot{\xi}(t) = \sigma(\Gamma \xi(t) + d \gamma_0 \tilde{q}(t)), \quad (3.31)$$

$$\hat{\hat{q}}(t) = h^T \xi(t), \quad (3.32)$$

где $\hat{q}(t)$ — оценка сигнала ошибки $\tilde{q}(t)$, матрицы и вектора Γ , d , h имеют вид:

$$\Gamma = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 1 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\gamma_0 & -\gamma_1 & -\gamma_2 & \dots & -\gamma_{p-1} \end{bmatrix}, \quad d = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 1 \end{bmatrix}, \quad h = \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (3.33)$$

Преобразуем закон управления (3.30), выделив интегратор:

$$u(t) = k \frac{\beta(p)}{p} \hat{q}(t) = k \left(\bar{\beta}(p) + \frac{\beta_0}{p} \right) \hat{q}(t) = k \bar{\beta}(p) \hat{q}(t) + k \frac{\beta_0}{p} \hat{q}(t), \quad (3.34)$$

где $\bar{\beta}(p) = \frac{\beta(p) - \beta_0}{p}$.

Следуя методу антивиндап-коррекции, добавим в структуру (3.34) дополнительный контур:

$$u(t) = k \bar{\beta}(p) \hat{q}(t) + k \frac{\beta_0}{p} \left(\hat{q}(t) + k_u \tilde{u}(t) \right), \quad (3.35)$$

где $k_u > 0$ — коэффициент усиления, $\tilde{u}(t) = \hat{u}(t) - u(t)$ — сигнал разности между насыщенным и исходным управлением.

Выбрав $\beta(p) = p^2 + p + 1$ и $\gamma_0 = 1$, перепишем регулятор (3.35) как:

$$u(t) = kp\hat{q}(t) + k\hat{q}(t) + k\frac{1}{p}(\hat{q}(t) + k_u\tilde{u}(t)). \quad (3.36)$$

Схема моделирования замкнутой системы с последовательным компенсатором и антивиндап-коррекцией (3.36) приведена на Рис. 3.9.

Таким образом, регулятор (3.36) позволяет решать задачу стабилизации с увеличенным порядком астатизма в сравнении с регулятором (3.20) и с компенсацией эффекта интегрального насыщения с помощью антивиндапа.

3.1.5 Слежение за заданной траекторией

Для решения задачи слежения за траекторией в структуру замкнутой системы добавляют прямую связь (см. Рис. 3.10). При этом передаточная функция $F(s)$ должна быть устойчивой и правильной, т.е. степень числителя не должна превышать степень знаменателя.

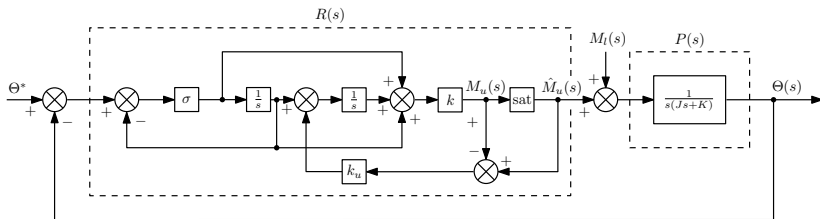


Рис. 3.9. Схема моделирования замкнутой системы с последовательным компенсатором и антивиндап-коррекцией

Выразим выходной сигнал $\Theta(s)$:

$$\Theta(s) = \frac{R(s)P(s) + F(s)P(s)}{1 + R(s)P(s)} \Theta^*(s) + \frac{P(s)}{1 + R(s)P(s)} M_l(s). \quad (3.37)$$

Выберем передаточную функцию прямой связи в форме:

$$F(s) = \frac{1}{P(s)}, \quad (3.38)$$

тогда выражение (3.37) примет вид:

$$\Theta(s) = \Theta^*(s) + \frac{P(s)}{1 + R(s)P(s)} M_l(s). \quad (3.39)$$

Схема моделирования замкнутой системы слежения с прямой связью приведена на Рис. 3.10.

Таким образом, мы показали, что прямая связь позволяет системе следить за любой заданной траекторией при условии общей устойчивости замкнутой системы. Установившаяся ошибка при этом будет обусловлена только влиянием внешнего возмущения $M_l(s)$.

3.2 Многомерное управление

Рассмотрев одномерное управление вращательным сочленением, перейдем к многомерному управлению всей структурой манипулятора. Для этого необходимо вывести динамическую модель многозвенного робота.

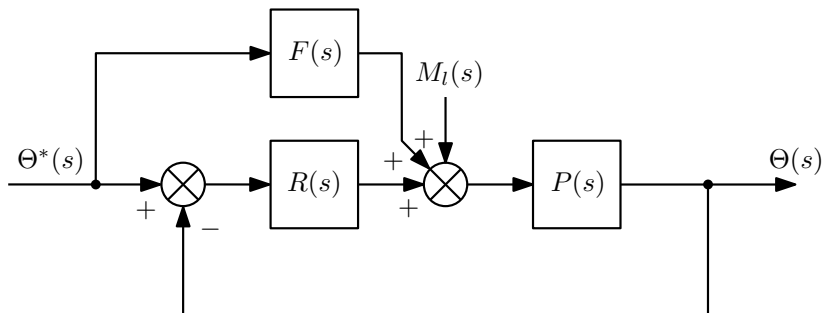


Рис. 3.10. Схема моделирования замкнутой системы слежения с прямой связью

3.2.1 Динамическая модель манипулятора

Математическая модель, описывающая динамику движений робототехнической системы, может быть получена с помощью метода Лагранжа-Эйлера совместно с кинематическим анализом Денавита-Хартенберга, которому была посвящена Глава 1.

Динамика многосвязных механических систем может быть описана с помощью уравнения Лагранжа-Эйлера:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial L}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial L}{\partial q_i} = \mu_i, \quad (3.40)$$

где L — функция Лагранжа (лагранжиан) системы, q_i , \dot{q}_i — обобщенные координаты и скорости, μ_i — обобщенные моменты сил, приложенные к сочленениям.

Лангранжиан L определяется как разность потенциальной и кинематической энергий:

$$L = K - P, \quad (3.41)$$

где K — полная кинетическая энергия манипулятора, P — полная потенциальная энергия манипулятора.

Кинетическая энергия звена складывается из поступательной и вращательной компонент:

$$K_i = \frac{1}{2} m_i |v_i|^2 + \frac{1}{2} \omega_i^T I_i^0 \omega_i, \quad (3.42)$$

где m_i — масса звена, v_i — линейная скорость центра масс звена, ω_i — угловая скорость системы координат, связанной с центром масс звена, I_i^0 — тензор инерции звена относительно базовой системы координат.

Выразим линейную и угловую скорости через обобщенные скорости с помощью соответствующих компонент матрицы Якоби:

$$v_i = J_{v_i}(q)\dot{q}, \quad (3.43)$$

$$\omega_i = J_{\omega_i}(q)\dot{q}. \quad (3.44)$$

Выразим тензор инерции относительно базовой системы координат через тензор инерции относительно системы координат, связанной с звеном:

$$I_i^0 = R_i I R_i^T, \quad (3.45)$$

где R_i — матрица вращения, связывающая системы координат базы и звена, I — тензор инерции относительно системы координат звена в виде:

$$I = \begin{bmatrix} i_{11} & i_{12} & i_{13} \\ i_{21} & i_{22} & i_{23} \\ i_{31} & i_{32} & i_{33} \end{bmatrix}, \quad (3.46)$$

где элементы определены как:

$$i_{11} = \int \int \int (y^2 + z^2) \rho(x, y, z) dx dy dz, \quad (3.47)$$

$$i_{12} = \int \int \int (x^2 + z^2) \rho(x, y, z) dx dy dz, \quad (3.48)$$

$$i_{13} = \int \int \int (x^2 + y^2) \rho(x, y, z) dx dy dz, \quad (3.49)$$

$$i_{12} = i_{21} = - \int \int \int xy \rho(x, y, z) dx dy dz, \quad (3.50)$$

$$i_{13} = i_{31} = - \int \int \int xz \rho(x, y, z) dx dy dz, \quad (3.51)$$

$$i_{23} = i_{32} = - \int \int \int yz \rho(x, y, z) dx dy dz, \quad (3.52)$$

где $\rho(x, y, z)$ — функция плотности массы.

С учетом (3.43)–(3.45) перепишем (3.42):

$$K_i = \frac{1}{2} m_i \dot{q}^T J_{v_i}^T J_{v_i} \dot{q} + \frac{1}{2} \dot{q}^T J_{\omega_i}^T R_i I R_i^T J_{\omega_i} \dot{q}. \quad (3.53)$$

Запишем полную кинетическую энергию манипулятора как сумму кинетических энергий всех звеньев:

$$K = \frac{1}{2} \dot{q}^T \sum_{i=1}^n (m_i J_{v_i}^T J_{v_i} + J_{\omega_i}^T R_i I R_i^T J_{\omega_i}) \dot{q} = \frac{1}{2} \dot{q}^T \Lambda(q) \dot{q}. \quad (3.54)$$

Потенциальная энергия звена может быть рассчитана как:

$$P_i = m_i g^T p_i, \quad (3.55)$$

где m_i — масса звена, g — вектор, определяющий направление силы тяжести в базовой системе координат, p_i — радиус-вектор, проведенный к центру масс звена в базовой системе координат.

Запишем полную потенциальную энергию манипулятора как сумму потенциальных энергий всех звеньев:

$$P = \sum_{i=1}^n m_i g^T p_i. \quad (3.56)$$

Подставим выражения (3.54) и (3.56) в (3.41):

$$L = \frac{1}{2} \dot{q}^T \Lambda(q) \dot{q} - \sum_{i=1}^n m_i g^T p_i. \quad (3.57)$$

Подставив лангражиан (3.57) в уравнение Лагранжа-Эйлера (3.40) и рассчитав соответствующие частные производные, получим матричное уравнение динамики робототехнической системы:

$$\Lambda(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \dot{q} + G(q) = \mu, \quad (3.58)$$

где $\Lambda(q) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ — симметрическая матрица инерции, $C(q, \dot{q}) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ — вектор кориолисовых и центробежных сил, $G(q) \in \mathbb{R}^{n \times 1}$ — вектор гравитационных сил.

Далее для упрощения восприятия введем новые обозначения функций в динамической модели механической компоненты электропривода (3.2) и перепишем это выражение для всей многозвенной структуры манипулятора в виде:

$$J_i \ddot{\theta}_i(t) + F_i \dot{\theta}_i(t) = K_i \frac{u_i(t)}{r_i} - \mu_i(t), \quad (3.59)$$

где $F_i = K_f$, $K_i = K_\mu$, $r_i = R$, $\frac{u_i(t)}{r_i} = i(t)$, $i = \{1, 2, \dots, n\}$ — номер звена.

Заметим, что здесь функция θ_i — это угол поворота ротора двигателя. Запишем соотношение между θ_i и обобщенной координатой q_i с учетом зубчатой передачи:

$$q_i = \frac{\theta_i}{j_i}. \quad (3.60)$$

Перепишем уравнение (3.59) с учетом (3.60):

$$j_i^2 J_i \ddot{q}_i(t) + j_i^2 F_i \dot{q}_i(t) = j_i K_i \frac{u_i(t)}{r_i} - \bar{\mu}_i(t), \quad (3.61)$$

где $\bar{\mu}_i = \bar{\mu}_l$ для звена i .

Дополняя уравнение механической системы (3.58) динамикой электропривода (3.61), получим следующую многомерную динамическую модель:

$$\Gamma(q) \ddot{q} + C(q, \dot{q}) \dot{q} + F \dot{q} + G(q) = u, \quad (3.62)$$

где матрица инерции $\Gamma(q)$ имеет вид:

$$\Gamma(q) = \Lambda(q) + J = \Lambda(q) + \begin{bmatrix} j_1^2 J_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & j_2^2 J_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \dots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & j_n^2 J_n \end{bmatrix}, \quad (3.63)$$

вектор коэффициентов трения F имеет вид:

$$\begin{bmatrix} j_1^2 F_1 \\ j_2^2 F_2 \\ \vdots \\ j_n^2 F_n \end{bmatrix}, \quad (3.64)$$

и вектор управляющих сигналов u имеет вид:

$$\begin{bmatrix} j_1 K_1 \frac{u_1(t)}{R_1} (t) \\ j_2 K_2 \frac{u_2(t)}{R_2} (t) \\ \vdots \\ j_n K_n \frac{u_n(t)}{R_n} (t) \end{bmatrix} \quad (3.65)$$

На этапе проектирования механической части робототехнической системы разработчики как правило стараются снизить влияние сил трения в сочленения манипулятора с помощью различных средств, поэтому для упрощения последующего синтеза управления и анализа устойчивости будем рассматривать модель (3.62) без учета сил трения, т.е. при $F(q) = 0$. В таком случае модель примет вид:

$$\Gamma(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = u. \quad (3.66)$$

3.2.2 Стабилизация заданной конфигурации

Рассмотрим динамическую модель робототехнической системы:

$$\Gamma(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = u. \quad (3.67)$$

В настоящем подразделе осуществим стабилизацию заданной конфигурации q^* с помощью ПД-регулятора.

Сначала для простоты пренебрежем влиянием силы тяжести, допустив, что $G(q) = 0$. С учетом этого модель (3.67) принимает вид:

$$\Gamma(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} = u. \quad (3.68)$$

Выберем вектор управляющих воздействий u в форме:

$$u = K_p(q^* - q(t)) - K_d\dot{q}(t) = K_p\tilde{q}(t) + K_d\dot{\tilde{q}}(t), \quad (3.69)$$

где $\tilde{q}(t) = q^* - q(t)$ — ошибка между заданной конфигурацией и текущей, K_p и K_d имеют вид:

$$K_p = \begin{bmatrix} k_{p,1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & k_{p,2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & k_{p,n} \end{bmatrix}, \quad (3.70)$$

$$K_d = \begin{bmatrix} k_{d,1} & 0 & \dots & 0 \\ 0 & k_{d,2} & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & k_{d,n} \end{bmatrix}. \quad (3.71)$$

Подставив закон управления (3.69) в объект (3.68), получим модель замкнутой системы:

$$\Gamma(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} = K_p\tilde{q}(t) + K_d\dot{\tilde{q}}(t). \quad (3.72)$$

Для анализа устойчивости замкнутой системы (3.72) рассмотрим кандидат-функцию Ляпунова в квадратичной форме:

$$V(t) = \frac{1}{2}\tilde{q}^T K_p \tilde{q} + \frac{1}{2}\dot{\tilde{q}}^T \Gamma \dot{\tilde{q}}. \quad (3.73)$$

Взяв производную по времени от (3.73), получим:

$$\dot{V}(t) = -\dot{\tilde{q}}^T K_d \dot{\tilde{q}} \leq 0, \quad (3.74)$$

что совместно с теоремой Лассала свидетельствует об асимптотической устойчивости замкнутой системы (3.72).

Действительно, при $\dot{V} = 0$, из (3.74) можем заключить, что обобщенные скорости и ускорения равны нулю $\dot{q}(t) = 0$ и $\ddot{q}(t) = 0$. С учетом этого перепишем уравнение замкнутой системы при $t \rightarrow \infty$:

$$0 = K_p \tilde{q}(t), \quad (3.75)$$

откуда следует, что $\tilde{q}(t) = q^* - q(t) = 0$ при $t \rightarrow \infty$. Подробный анализ устойчивости можно найти в [1].

Влияние силы тяжести $G(q) \neq 0$ ведет к появлению установившейся ошибки. Соответственно, ПД-регулятор в этом случае не обеспечивает асимптотическую устойчивость. Уравнение (3.75) принимает вид:

$$G(q) = K_p \tilde{q}(t). \quad (3.76)$$

Для того, чтобы устранить установившуюся ошибку дополним закон управления:

$$u = K_p \tilde{q}(t) + K_d \dot{\tilde{q}}(t) + G(q), \quad (3.77)$$

что позволяет обеспечить асимптотическую устойчивость при влиянии силы тяжести.

3.2.3 Слежение за заданной траекторией

Рассмотрим решение задачи слежения за желаемой траекторией $q^*(t)$ с помощью синтеза нелинейного управления для робототехнической системы.

Рассмотрим динамическую модель робототехнической системы:

$$\Gamma(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = u. \quad (3.78)$$

Идея заключается в выборе такого вектора управляющих воздействий u модели (3.78), который обеспечит свойство линейности замкнутой системы. Этот метод носит название *линеаризация по обратной связи*.

Итак, выберем u в форме:

$$u = \Gamma(q)u_q + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q), \quad (3.79)$$

где u_q — новый вектор управляющих воздействий.

Подставим (3.79) в модель (3.78), после чего получим линейную систему:

$$\ddot{q} = u_q. \quad (3.80)$$

Выберем новый вектор управляющих воздействий в форме:

$$u_q = K_p \tilde{q}(t) + K_d \dot{\tilde{q}}(t) + \ddot{q}^*(t), \quad (3.81)$$

где $\tilde{q}(t) = q^*(t) - q(t)$.

Подставим управление (3.81) в модель (3.80), после чего получим замкнутую систему:

$$\ddot{q} = K_p \tilde{q}(t) + K_d \dot{\tilde{q}}(t) + \ddot{q}^*(t), \quad (3.82)$$

откуда после преобразования получим:

$$0 = K_p \tilde{q}(t) + K_d \dot{\tilde{q}}(t) + \ddot{\tilde{q}}(t), \quad (3.83)$$

где матрицы K_p и K_d для обеспечения требуемого качества переходного

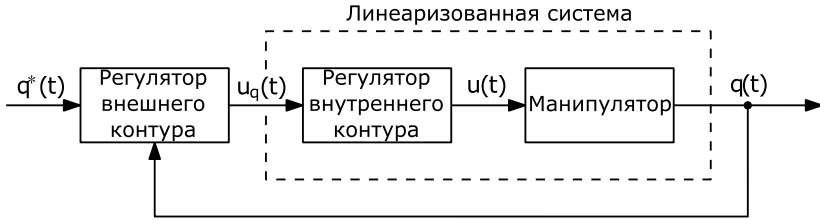


Рис. 3.11. Принцип линеаризации по обратной связи

го процесса могут быть выбраны в форме:

$$K_p = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & \omega_2^2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \omega_n^2 \end{bmatrix}, \quad (3.84)$$

$$K_d = \begin{bmatrix} 2\omega_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 2\omega_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 2\omega_n \end{bmatrix}. \quad (3.85)$$

Таким образом, мы рассмотрели решение задачи слежения за заданной траекторией с помощью линеаризации по обратной связи. Принцип этого подхода проиллюстрирован на Рис. 3.11.

Используя тот же подход, можно перейти от управления в конфигурационном пространстве к управлению в рабочем пространстве. Для этого воспользуемся понятием аналитической матрицы Якоби $J_a(q)$. Запишем соотношение между скоростями:

$$\chi_a(t) = J_a(q)\dot{q}(t), \quad (3.86)$$

где $\chi_a(t) \in \mathbb{R}^6$ — вектор скоростей вида:

$$\chi_a(t) = \begin{bmatrix} \dot{p}_n^0(q) \\ \dot{r}_n^0(q) \end{bmatrix}. \quad (3.87)$$

Возьмем производную от (3.86):

$$\ddot{\chi}_a(t) = \dot{J}_a(q)\dot{q} + J_a(q)\ddot{q}, \quad (3.88)$$

откуда, выразив \ddot{q} и подставив в (3.80), получим:

$$u_q = J_a^{-1} \left(u_\chi - \dot{J}_a \dot{q} \right), \quad (3.89)$$

где u_χ — новое управляющее воздействие вида:

$$\ddot{\chi}_a(t) = u_\chi. \quad (3.90)$$

При желаемой траектории, заданной в координатах $\chi_a^*(t)$, выберем новый закон управления u_χ в форме:

$$u_\chi = \ddot{\chi}_a(t) + K_p \tilde{\chi}_a + K_d \dot{\tilde{\chi}}_a, \quad (3.91)$$

где $\tilde{\chi}_a(t) = \chi_a^*(t) - \chi_a(t)$ — ошибка слежения.

Таким образом, подход с использованием регуляторов внутреннего и внешнего контуров позволяет решать задачу слежения за траекторией, заданной относительно базовой системы координат. Заметим, что для этого необходимым условием является обратимость аналитической матрицы Якоби $J_a(q)$.

3.2.4 Робастная линеаризация по обратной связи

В предыдущем пункте был рассмотрен метод линеаризации по обратной связи путем введения регуляторов внутреннего и внешнего контуров. Недостатком этого подхода является необходимость знать точные параметры объекта, которые, кроме того, что могут быть попросту неизвестны, на практике зачастую являются нестационарными, т.е. могут менять свои значения в процессе работы. Изменение параметров робота может быть обусловлено, например, сменой рабочего инструмента или захватом объекта. Их масса будет оказывать влияние на динамику робототехнической системы.

В таких условиях методы, основанные на разовом расчете коэффициентов регуляторов в зависимости от параметров объекта, не могут гарантировать желаемого поведения робототехнической системы. Для того, чтобы преодолеть эти недостатки, существует класс методов адаптивного и робастного управления. Регуляторы этого класса позволяют решать задачи стабилизации и слежения с учетом параметрических, сигнальных, функциональных неопределенностей объекта.

Осуществим робастную линеаризацию объекта по обратной связи с помощью второго метода Ляпунова. Рассмотрим уравнение динамики робототехнической системы:

$$\Gamma(q)\ddot{q} + C(q, \dot{q})\dot{q} + G(q) = u. \quad (3.92)$$

Выберем вектор управляющих воздействий в виде:

$$u = \hat{\Gamma}(q)u_q + \hat{C}(q, \dot{q}) + \hat{G}(q), \quad (3.93)$$

где $\hat{\Gamma}(\cdot)$, $\hat{C}(\cdot)$, $\hat{G}(\cdot)$ — оценки матриц и векторов системы $\Gamma(\cdot)$, $C(\cdot)$, $G(\cdot)$, соответственно.

Подставим управление (3.93) в (3.92), получим:

$$\ddot{q} = u_q + \Gamma^{-1}(\tilde{\Gamma}u_q + \tilde{C}\dot{q} + \tilde{G}) = u_q + \zeta(q, \dot{q}, u_q), \quad (3.94)$$

где $\zeta(q, \dot{q}, u_q)$ представляет собой неопределенность, ошибки оценивания $\tilde{\Gamma}$, \tilde{C} , \tilde{G} определены как:

$$\tilde{\Gamma} = \Gamma - \hat{\Gamma}, \quad (3.95)$$

$$\tilde{C} = C - \hat{C}, \quad (3.96)$$

$$\tilde{G} = G - \hat{G}. \quad (3.97)$$

Следуя второму методу Ляпунова, выберем закон управления для внешнего контура в форме:

$$\ddot{q} = u_q \quad (3.98)$$

$$u_q = \ddot{q}^*(t) + K_p\tilde{q}(t) + K_d\dot{\tilde{q}}(t) + \nu, \quad (3.99)$$

где $\tilde{q}(t) = q^*(t) - q(t)$, $\dot{\tilde{q}}(t) = \dot{q}^*(t) - \dot{q}(t)$, ν — новое управляющее воздействие.

Перепишем модель внешнего контура (3.98) в пространстве состояний:

$$\dot{e}(t) = Ae(t) + B(\nu + \zeta), \quad (3.100)$$

где

$$A = \begin{bmatrix} 0 & I \\ -K_p & -K_d \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ I \end{bmatrix}, e(t) = \begin{bmatrix} \tilde{q}(t) \\ \dot{\tilde{q}}(t) \end{bmatrix}, \quad (3.101)$$

где матрица K_p и K_d выбранные из условия гурвицевости матрицы A .

Далее необходимо определить новое управляющее воздействие ν для подавления неопределенности ζ .

Осуществим следующие преобразования неопределенности ζ :

$$\begin{aligned}\zeta &= \Gamma^{-1}(\tilde{\Gamma}u_q + \tilde{C}\dot{q} + \tilde{G}) = \\ &= \Gamma^{-1}\tilde{\Gamma}u_q + \Gamma^{-1}\tilde{C}\dot{q} + \tilde{G} = \\ &= (\Gamma^{-1}\hat{\Gamma} - I)u_q + \Gamma^{-1}\tilde{C}\dot{q} + \tilde{G}\end{aligned}\quad (3.102)$$

Обозначим $\Gamma^{-1}\hat{\Gamma} - I = \Phi$ и подставим закон управления внешнего контура (3.99):

$$\begin{aligned}\zeta &= \Phi u_q + \Gamma^{-1}\tilde{C}\dot{q} + \tilde{G} = \\ &= \Phi\nu + \Phi(\ddot{q}^*(t) - K_p e(t) - K_d \dot{e}(t)) + \\ &\quad + \Gamma^{-1}(\tilde{C}\dot{q}(t) + \tilde{G}).\end{aligned}\quad (3.103)$$

Идея метода заключается в том, чтобы вычислить нестационарную функцию $\varsigma(e, t) \geq 0$, ограничивающую норму неопределенности:

$$\|\zeta\| \leq \varsigma(e, t), \quad (3.104)$$

и выбрать такое управление ν , что состояние системы (3.100) будет ограничено.

Итак, допустим следующую границу на норму неопределенности ζ :

$$\|\zeta\| \leq \|\Phi\| \cdot \|\nu\| + \lambda(\|e\|), \quad (3.105)$$

где $\lambda(\|e\|)$ — полином второй степени с неотрицательными коэффициентами:

$$\lambda(\|e\|) = \lambda_2 \|e\|^2 + \lambda_1 \|e\| + \lambda_0. \quad (3.106)$$

Допуская $\|\nu\| \leq \varsigma(e, t)$, запишем:

$$\|\zeta\| \leq \|\Phi\|\varsigma(e, t) + \lambda(\|e\|), \quad (3.107)$$

откуда с учетом (3.104) выразим $\varsigma(e, t)$:

$$\varsigma(e, t) = \frac{\lambda(\|e\|)}{1 - \|\Phi\|}. \quad (3.108)$$

Поскольку матрица состояния A системы (3.100) является гурвицевой, то, воспользовавшись леммой Калмана-Якубовича-Попова, можем записать следующее матричное соотношение:

$$A^T P + P A = -Q, \quad (3.109)$$

где P и Q — симметрические положительно определенные матрицы.

Выберем управление внутреннего контура ν в форме:

$$\nu = \begin{cases} -\zeta(e, t) \frac{B^T P e}{\|B^T P e\|}, & \text{если } \|B^T P e\| \neq 0, \\ 0, & \text{если } \|B^T P e\| = 0. \end{cases} \quad (3.110)$$

Для анализа устойчивости замкнутой системы (3.100) рассмотрим кандидат-функцию Ляпунова в квадратичной форме:

$$V(t) = e^T(t) P e(t) \quad (3.111)$$

Взяв производную по времени от (3.111), получим:

$$\dot{V}(t) = -e^T(t) Q e(t) + 2e^T(t) P B(\nu + \zeta) < -e^T(t) Q e(t). \quad (3.112)$$

что свидетельствует об ограниченности неопределенности ζ .

Поскольку управление в (3.110) носит переключающийся характер в зависимости от жестко заданного условия, на практике колебание функции $\|B^T P e\|$ в окрестности нуля как правило вызывает явление дребезга сигнала управления. Для избежания этого эффекта вводят коэффициент демпфирования Δ :

$$\nu = \begin{cases} -\zeta(e, t) \frac{B^T P e}{\|B^T P e\|}, & \text{если } \|B^T P e\| > \Delta, \\ -\zeta(e, t) \frac{B^T P e}{\Delta}, & \text{если } \|B^T P e\| \leq \Delta. \end{cases} \quad (3.113)$$

Подробный анализ устойчивости систем, замкнутых регуляторами (3.110) и (3.113) можно найти в [1].

Таким образом, была рассмотрена робастная линеаризация по обратной связи с помощью второго метода Ляпунова, обеспечивающая равномерную предельную ограниченность решений системы (3.100).

3.2.5 Управление на основе пассивфикации

Рассмотрим методы управления робототехническими системами с неопределенностями на основе принципа пассивфикации.

Выберем управление u в форме:

$$u(t) = \hat{\Gamma}(q)\dot{v}(t) + \hat{C}(q, \dot{q})v(t) + \hat{G}(q) - A\tilde{v}(t), \quad (3.114)$$

где функции $v(t)$, $\dot{v}(t)$, $\tilde{v}(t)$ определены как:

$$v(t) = \dot{q}^*(t) - B\tilde{q}(t), \quad (3.115)$$

$$\dot{v}(t) = \ddot{q}^*(t) - B\dot{\tilde{q}}(t), \quad (3.116)$$

$$\tilde{v}(t) = \dot{\tilde{q}}(t) + B\tilde{q}(t), \quad (3.117)$$

A , B — диагональные матрицы с положительными элементами.

Перепишем закон управления (3.114) в параметризованной форме:

$$u = \Upsilon(q, \dot{q}, v, \dot{v})\hat{\varpi} - A\tilde{v}, \quad (3.118)$$

где $\hat{\varpi}$ — вектор оценок параметров объекта.

Подставим закон управления u в модель (3.92):

$$\Gamma(q)\dot{\tilde{v}}(t) + C(q, \dot{q})\tilde{v}(t) + A\tilde{v}(t) = \Upsilon(\hat{\varpi}(t) - \varpi). \quad (3.119)$$

Оценку вектора параметров определим как:

$$\hat{\varpi}(t) = \varpi_n + u(t), \quad (3.120)$$

где ϖ_n — вектор номинальных значений параметров объекта.

С учетом (3.120) перепишем (3.119):

$$\Gamma(q)\dot{\tilde{v}}(t) + C(q, \dot{q})\tilde{v}(t) + A\tilde{v}(t) = \Upsilon(\tilde{\varpi}(t) + u(t)), \quad (3.121)$$

где $\tilde{\varpi} = \varpi_n - \varpi$ — постоянный вектор, представляющий собой параметрическую неопределенность.

Зададим параметр $\varsigma \geq 0$, ограничивающий неопределенность $\tilde{\varpi}$:

$$\|\tilde{\varpi}\| = \|\varpi_n - \varpi\| \leq \varsigma. \quad (3.122)$$

Если параметр ς найден, то управляющий сигнал u может быть определен как:

$$u(t) = \begin{cases} -\varsigma \frac{\Upsilon^T \tilde{v}(t)}{\|\Upsilon^T \tilde{v}(t)\|}, & \text{если } \|\Upsilon^T \tilde{v}(t)\| > \Delta, \\ -\varsigma \frac{\Upsilon^T \tilde{v}(t)}{\Delta}, & \text{если } \|\Upsilon^T \tilde{v}(t)\| \leq \Delta. \end{cases} \quad (3.123)$$

Представленный метод позволяет достичь равномерной предельной ограниченности ошибки слежения, что может быть доказано с помощью кандидат-функции Ляпунова вида:

$$V(t) = \frac{1}{2} \tilde{v}^T \Gamma(q) \tilde{v} + \tilde{q}^T AB \tilde{q}. \quad (3.124)$$

Подробный расчет производной по времени от функции $V(t)$ можно найти в [1].

Изложенный метод может быть модифицирован путем добавления закона адаптации для оценки вектора неизвестных параметров $\hat{\omega}$ в законе управления (3.118).

Перепишем уравнение замкнутой системы (3.119):

$$\Gamma(q) \dot{\tilde{v}}(t) + C(q, \dot{q}) \tilde{v}(t) + A \tilde{v}(t) = \Upsilon \tilde{\omega}(t), \quad (3.125)$$

где $\tilde{\omega}(t) = \omega - \hat{\omega}(t)$ — сигнал ошибки оценивания.

Оценка параметров $\hat{\omega}(t)$ может быть осуществлена, например, с помощью градиентного метода:

$$\dot{\hat{\omega}}(t) = -\Gamma^{-1} \Upsilon^T(q, \dot{q}, v, \dot{v}) \tilde{v}. \quad (3.126)$$

Адаптивная модификация регулятора обеспечивает глобальную сходимость ошибок слежения и ограниченность оценок параметров, что может быть доказано с помощью кандидат-функции Ляпунова вида:

$$V(t) = \frac{1}{2} \tilde{v}^T \Gamma(q) \tilde{v} + \tilde{q}^T AB \tilde{q} + \frac{1}{2} \tilde{\omega}^T \Gamma \tilde{\omega}. \quad (3.127)$$

Подробный расчет производной по времени от функции $V(t)$ можно найти в [1].

Таким образом, было рассмотрено управление робототехническими системами на основе принципа пассивации. Были описаны две версии регулятора. Первая характеризуется свойством робастности, т.е. сохранением требуемого поведения замкнутой системы при отклонении реальных параметров объекта от номинальных. Вторая характеризуется возможностью адаптивной этих параметров с помощью процедуры оценивания.

Глава 4

Техническое зрение

4.1 Аппаратная структура системы технического зрения

На сегодняшний день большую популярность обретают системы технического зрения (СТЗ) в качестве устройств определения положения координат полезного груза при работе с манипуляционными роботами. Простые представители подобных систем позволяют определять декартовые координаты x и y , а также угол ориентации R полезных грузов, находящихся в одной плоскости рабочего пространства манипуляционного робота, причем параметры этой плоскости должны быть заранее известны. Более сложные решения позволяют определить три координаты x , y и z в рабочем пространстве. Комплексные решения позволяют определить все шесть координат x , y , z , ϕ , θ , ψ , но такие решения требуют особых функционирования, поэтому их область применения сильно ограничена; кроме того, во многих технологических процессах отсутствует необходимость определения полного набора координат полезных грузов, поэтому стоимость и используемый функционал для таких систем будут неоправданными.

Системы технического зрения позволяют без значительных затрат переконфигурировать рабочее место, так как система определения положения в значительной части настраивается на программном уровне. Как правило, одной камеры, входящей в состав системы технического зрения, достаточно для получения данных о рабочем пространстве большой площади [44, 49]. В случае изменения технологического процесса эту же камеру можно использовать для определения положения

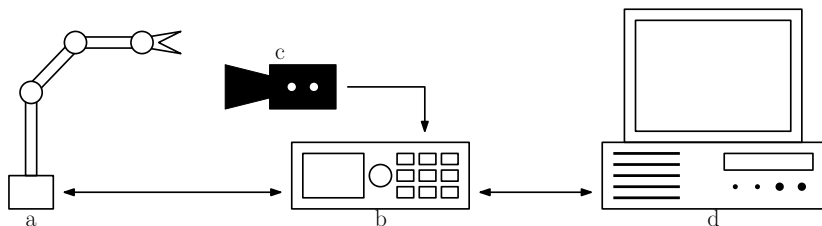


Рис. 4.1. Функциональная схема аппаратной части робототехнического комплекса с СТЗ, подключенной напрямую в промышленный контроллер

полезных грузов в новых условиях без необходимости вмешиваться в ее конструкцию или электрическую схему.

Видеопоток, поступающий от камеры, представляет собой большой объем информации, который необходимо обрабатывать, чтобы получить необходимые данные о местоположении полезных объектов в рабочей области. Некоторые модели промышленных контроллеров, применяющихся для управления манипуляционными роботами, позволяют подключать к ним элементы систем технического зрения и обрабатывать данные средствами встроенного языка программирования. Данная информация содержится в паспорте и руководстве по эксплуатации контроллера. Это позволяет организовать технологический процесс с небольшим количеством необходимых компонентов. На рисунке 4.1 показан пример такого подключения, где *a* – манипуляционный робот, *b* – промышленный контроллер, *c* – камера системы технического зрения, *d* – персональный компьютер оператора. Однако, как правило, в таком случае жестко ограничен доступный для выбора набор камер, интерфейсов подключения и общее их количество. Кроме того, функционал встроенных языков программирования промышленных контроллеров не позволяет реализовать все возможные алгоритмы обработки данных, поступающих от системы технического зрения. Возможны ситуации, когда вычислительных мощностей может не хватить для выполнения программы управления манипуляционным роботом и одновременной обработки данных, поступающих от камеры, в режиме реального времени. Также, на сегодняшний день на рынке представлено огромное количество контроллеров, которые не позволяют напрямую подключать

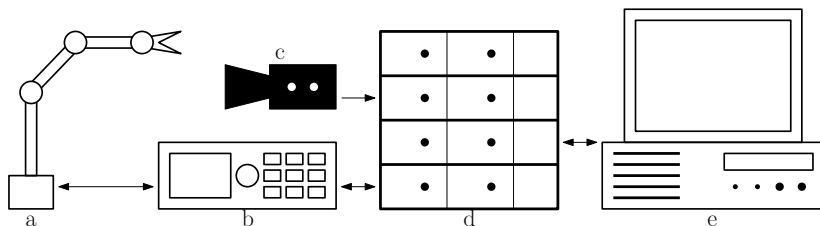


Рис. 4.2. Функциональная схема аппаратной части робототехнического комплекса с сервером данных и СТЗ

системы технического зрения.

Во многих производственных системах автоматического управления манипуляционными роботами предусмотрено использование дополнительного сервера данных, который собирает информацию для обработки и дальнейшего хранения с датчиков и роботов, задействованных в технологическом процессе. К нему же подключается промышленный контроллер управления манипулятором. В данном случае целесообразно подключать систему технического зрения именно к серверу данных, так как это позволит избавиться от проблем, связанных с подключением камер напрямую к контроллеру. Возможность установки плат расширения позволит применять различные интерфейсы подключения внешних устройств и изменять их количество. Кроме того, доступно большое количество языков программирования, позволяющих применять разные алгоритмы обработки данных, поступающих от системы технического зрения, что увеличивает количество возможных сфер применения одной системы без дополнительных затрат. На рисунке 4.2 показан пример организации аппаратной структуры, где *a* – манипуляционный робот, *b* – промышленный контроллер, *c* – камера системы технического зрения, *d* – сервер данных, *e* – персональный компьютер оператора.

Многие современные промышленные контроллеры, датчики и исполнительные устройства предусматривают подключение по протоколу Ethernet и EtherCAT. Кроме того, на рынке представлены камеры также предусматривающие подключение по протоколу Ethernet и вещающие видеопоток в одном из стандартных форматов, например MJPG. В таком случае, при наличии достаточного количества устройств, следует подключить все устройства в единую сеть через сетевой коммутатор,

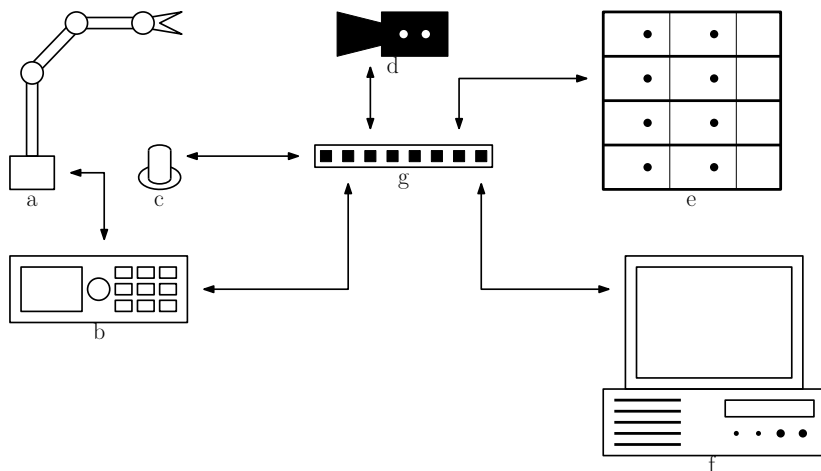


Рис. 4.3. Функциональная схема аппаратной части робототехнического комплекса, объединенного в сеть Ethernet

однако такая сеть должна быть изолированной и не иметь доступа во внешние сети или во всемирную сеть Интернет, так как промышленные манипуляционные роботы являются устройствами повышенной опасности. На рисунке 4.3 представлен пример организации подобной сети, *a* – манипуляционный робот, *b* – промышленный контроллер, *c* – дополнительный датчик, *d* – камера системы технического зрения, *e* – сервер данных, *f* – персональный компьютер оператора, *g* – сетевой коммутатор для технологии Ethernet.

Камеру можно закрепить разными способами. Самый простой — закрепить неподвижно на специальное основание рядом с возможным движением полезных объектов в рабочей области. На рисунке 4.4 показан пример такого крепления. Если камера находится в рабочей области движения манипулятора, то в программе управления роботом необходимо дополнительно наложить ограничения, чтобы не допустить возможность столкновения подвижных элементов с датчиком. Кроме того, желательно обеспечить внешнюю механическую защиту. Нельзя забывать, что при работе манипуляционный робот будет своими частями закрывать различные области рабочей зоны, поэтому для камеры ли-



Рис. 4.4. Пример крепления камеры на неподвижное основание

бо необходимо обеспечить максимально возможный обзор поверхности, либо программно исключать из обработки кадры, когда видимость недостаточная. При жестком креплении камеры, координаты ее установки должны быть известны и привязаны к системе координат основания манипулятора для корректного определения положения полезных объектов относительно робота и успешного выполнения алгоритма управления.

Другим вариантом установки системы технического зрения является крепление на схват манипулятора (см. рисунок 4.5). Конструкция многих камер предусматривает установку на специальный фланец, который позволяет схвату полноценно функционировать с работающей



Рис. 4.5. Пример крепления камеры на схват манипулятора

камерой. В данном случае, элементы манипуляционного робота не будут мешать при работе обзору системы технического зрения. Для определения положения полезных объектов в рабочем пространстве необходимо связать координаты, полученные от камеры, с положением схвата в пространстве относительно основания манипулятора. Для этого необходимо для каждой итерации считать прямую задачу кинематики (см. главу 1). Кроме того, если стоит задача по камере определить скорость движения объектов, то необходимо учитывать и скорость движения схвата в том числе. Для предотвращения удара камеры о части манипуляционного робота, необходимо для последнего программно наложить ограничения на возможные движения.

Сейчас на рынке представлены решения на различных принципах определения положения, например, на базе анализа структурированного света, на основе времяпролетных принципов, стереоскопические решения с выделением особых точек изображения. Но основной популярностью по-прежнему пользуются классические решения на основе цифровых видеокамер, так как они позволяют за небольшие вложения

получить легко настраиваемый вариант системы определения координат полезного груза с высокой надежностью и простотой установки.

4.2 Обработка данных от цифровой видеокамеры

В системе технического зрения положение полезного груза определяется путем обработки изображения с видеокамеры, закрепленной над рабочей областью. Определяются координаты положения объекта на картинке, затем они приводятся к системе координат, связанной с базой манипуляционного робота.

Принцип определения координат полезного груза основан на выделении из видеопотока, поступающего с камеры, точек, соответствующих характерному цвету груза [50]. Сигнал с видеокамеры поступает в формате цветовой модели RGB в виде трех матриц R , G и B , каждый элемент которых содержит значение световой интенсивности определенного пикселя рабочего пространства в однобайтовой беззнаковой форме для красного, зеленого, синего цветов соответственно. Это означает, что от камеры поступает три массива с размерностью равной разрешению камеры (например, 640x480 или 1280x720 каждый), в которых каждый элемент массива соответствует интенсивности одного цвета, причем значение 0 равно самой темной, а 255 равно самой светлой интенсивности. Выбор основных цветов модели обуславливается особенностями физиологии человека и восприятием цвета сетчаткой глаза. В человеческом глазе содержится три группы колбочек, чувствительных к разным длинам волн света (другими словами, к цветам). Первой группой являются колбочки S-типа, чувствительные к синему цвету (S от Short – коротковолновый спектр). Ко второй группе относятся колбочки M-типа, восприимчивые к зеленому цвету (M от Medium – средневолновый). Последняя группа содержит L-тип, чувствительный к красному цвету (L от Long – длинные волны). По схожему принципу устроены матрицы современных цифровых камер: каждому пикселю матрицы камеры соответствует группа светочувствительных элементов, дающих информацию об интенсивности каждого из цветов.

Для системы технического зрения рекомендуется выбирать специализированные камеры, предназначенные для съемки технологических процессов в условиях агрессивной окружающей среды. Если же ставит-

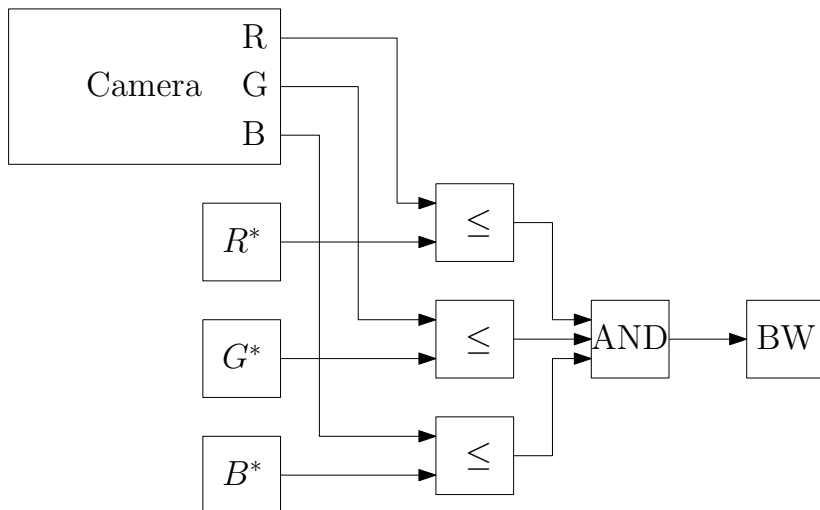


Рис. 4.6. Пример реализации бинаризации по нижнему порогу в среде Simulink

ся цель использовать распространенные бытовые камеры, то рекомендуется выбирать оснащенные широкоугольным объективом, позволяющие снимать видеоряд с высокой частотой кадров в секунду (30 и более). Также важным свойством будет отсутствие или возможность отключения системы автоматической фокусировки. Из-за данной системы затруднительно использование многих современных камер, так как они рассчитаны на съемку неподвижного объекта, а в случае с постоянно перемещающимися манипуляционными роботами и полезным грузом будет часто теряться фокусировка изображения.

Объектив закрепляется над рабочей поверхностью и охватывает углом обзора все рабочее пространство. Точка закрепления камеры должна быть известна. Видеосигнал передается в персональный компьютер или контроллер, где происходит его обработка. Первым шагом необходимо провести бинаризацию изображения - уменьшение количества информации, полученной от камеры. В процессе бинаризации исходное полутоновое изображение, имеющее некое количество уровней яркости, преобразуется в черно-белое. Результатом является матрица, по



Рис. 4.7. Результат применения алгоритма обработки изображения (слева - исходное изображение, справа - бинаризованное)

размерам совпадающая с исходным изображением, элементами которой являются только “0” или “1”, причем “1” должна соответствовать изображению полезного объекта.

Пороговая обработка изображения может проводиться разными способами. Бинаризация с нижним порогом является наиболее простой операцией, в которой используется только одно значение порога:

$$I'(m, n) = \begin{cases} 0, & I(m, n) > I^*, \\ 1, & I(m, n) \leq I^*. \end{cases} \quad (4.1)$$

где I – исходная матрица интенсивности для выбранного цвета, I^* – желаемое значение порога бинаризации, I' – бинаризованная матрица. Данную операцию бинаризации несложно описать современными языками программирования с помощью логических выражений для удобства использования в программе:

$$I'(m, n) = I(m, n) \leq I^*. \quad (4.2)$$

Результатом такого выражения будет значение “TRUE” (“1”) в случае, если интенсивность цвета лежит ниже порога бинаризации, в противном случае “FALSE” (“0”).

Иногда можно использовать вариант первого метода, который дает негатив изображения, полученного в процессе бинаризации. Операция бинаризации с верхним порогом:

$$I'(m, n) = \begin{cases} 0, & I(m, n) < I^*, \\ 1, & I(m, n) \geq I^*. \end{cases} \quad (4.3)$$

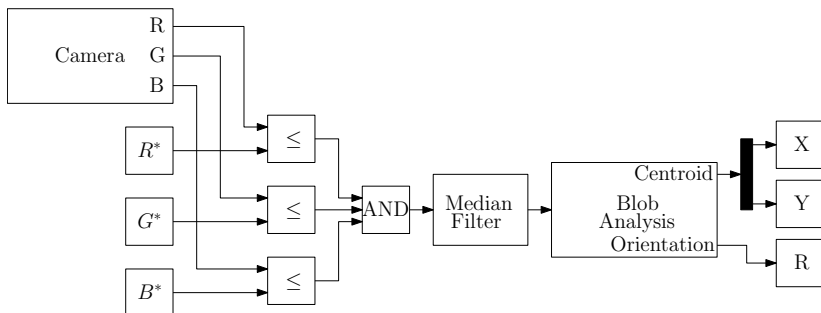


Рис. 4.8. Пример реализации расширенного алгоритма бинаризации в среде Simulink

Запишем тоже самое с помощью логического выражения:

$$I'(m, n) = I(m, n) \geq I^*. \quad (4.4)$$

Зачастую невозможно выделить цвет полезного груза на верхней или нижней границе интенсивности цветов. Для выделения областей, в которых значения яркости пикселей может меняться в известном диапазоне, вводится бинаризация с двойным ограничением ($I_1^* < I_2^*$):

$$I'(m, n) = \begin{cases} 0, I(m, n) < I_1^*, \\ 1, I_1^* \leq I(m, n) \leq I_2^* \\ 0, I(m, n) > I_2^*. \end{cases} \quad (4.5)$$

Для удобства работы с данным алгоритмом удобно заменить значения ограничений на комбинацию желаемого значения порога бинаризации и значение допуска: $I_1^* = I^* - I_d$ и $I_2^* = I^* + I_d$, где I^* - интенсивность цвета полезного груза, I_d - допуск определения цвета. Так бинаризацию с двойным ограничением удобно записать в виде логической формулы:

$$I'(m, n) = |I(m, n) - I^*| \leq I_d. \quad (4.6)$$

Нельзя забывать, что видеосигнал от камеры поступает в цветовой модели RGB, поэтому формулы все предложенные методы бинаризации изображения необходимо применить к каждому из трех каналов в

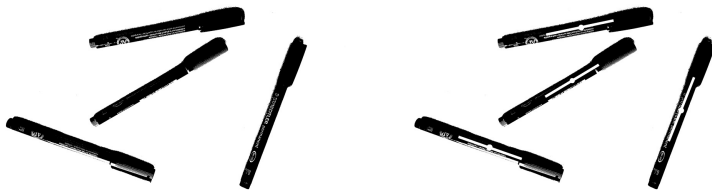


Рис. 4.9. Пример применения алгоритма определения координат (слева - исходное изображение, справа - с определенными центрами и линиями ориентации)

отдельности для соответствующих значений цветов. В итоговой бинаризованной матрице каждый пиксель будет соответствовать конъюнкции соответствующих элементов бинаризованных матриц для каждого их трех цветов (на примере бинаризации с нижним порогом):

$$BW(m, n) = (R(m, n) \leq R^*) \& (G(m, n) \leq G^*) \& (B(m, n) \leq B^*). \quad (4.7)$$

Пример реализации данного метода для всех трех цветов в графической среде имитационного моделирования Simulink представлен на рисунке 4.6.

Для бинарной матрицы необходимо применить фильтр, чтобы исключить влияние отдельных шумов. Для этого можно применить известный медианный фильтр, широко применяющийся в современной цифровой фотографии для уменьшения уровня шума или для размытия изображения. Выбирается диаметр окна фильтра, который будет обходить изображение. Зачастую диаметр равный 3 пикселям будет достаточен для устранения точечных шумов. Программно необходимо обойти все изображение так, чтобы окно фильтра последовательно покрыло всю площадь. На каждом шаге определяется, какое из значений исходного изображения преобладает в рамках окна фильтра (“0” или “1”) и это значение выбирается равным для всего окна новый бинаризованной матрицы. Окно фильтра перемещается по всему изображению и повторно просчитывается значение для каждого положения. В полученной новой бинаризованной матрице уже не будет точечных шумов. В графической среде имитационного моделирования Simulink данная

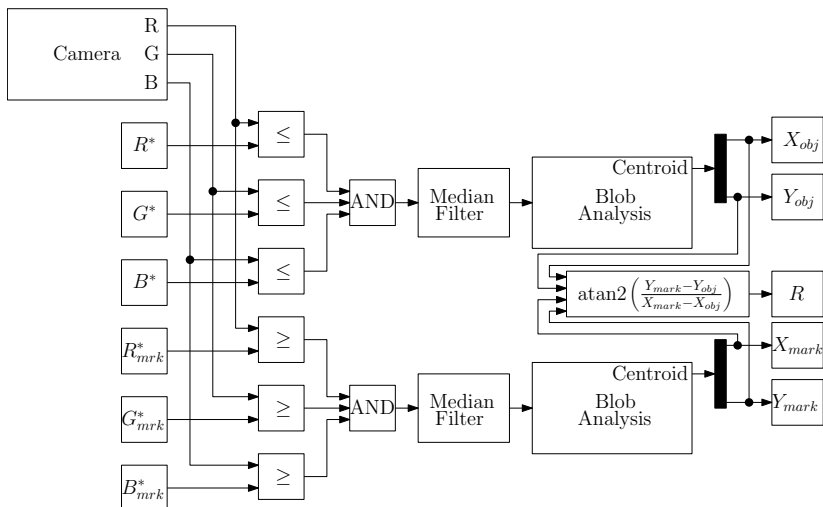
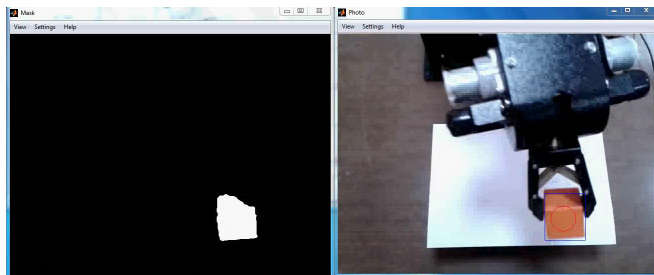


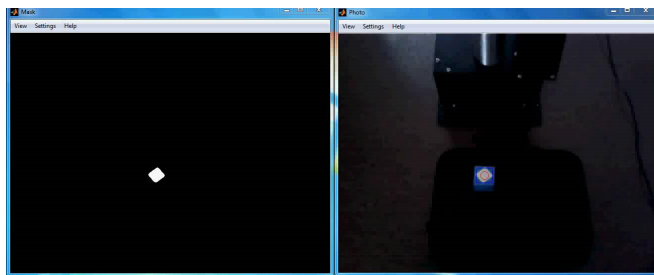
Рис. 4.10. Пример реализации полного алгоритма бинаризации в среде Simulink с определением угла ориентации

функция реализована посредством блока “Median Filter”.

В полученной фильтрованной бинарной матрице мы получили область (группу элементов матрицы, равных “1”), соответствующая положению полезного объекта. Первым шагом идет определение двух горизонтальных (верхняя и нижняя), а также двух вертикальных (левая и правая) границ области. Пересечение диагоналей этих границ является координатой середины полезного объекта. Если полезный объект имеет характерную вытянутую форму, то для него можно найти также самую удаленную от центра точку области полезного объекта, а затем через эту точку и центр объекта строится линия. Угол отклонения этой линии от горизонтальной оси является углом ориентации полезного объекта на рабочей поверхности. В графической среде имитационного моделирования Simulink данная функция реализована посредством блока “Blob Analysis” (см. рисунок 4.8). Пример работы данного подхода представлен на рисунке 4.9. Но этот угол можно измерить только в пределах $[-\pi/2; \pi/2]$. Если стоит задача определения угла в полном диапазоне, необходимо ввести второй объект, координаты которого будут опреде-



(а) Рабочие окна во время работы



(б) Использование светоотражающей метки в темноте

Рис. 4.11. Пример программы определения координат полезного груза для манипуляционного робота

ляться системой технического зрения.

Вторым объектом, необходимым для определения угла ориентации в полном диапазоне, может являться дополнительная метка иного цвета, закрепленная на краю груза. Для нее также необходимо отдельно провести бинаризацию и фильтрацию изображения. Для полученной маски дополнительной метки также определяются координаты, как и для самого груза. Полученные координаты используются для определения угла ориентации полезного груза в полном диапазоне по следующей логической формуле:

$$R = \text{atan2} \left(\frac{Y_{\text{mark}} - Y_{\text{obj}}}{X_{\text{mark}} - X_{\text{obj}}} \right) \quad (4.8)$$

где R является углом ориентации полезного груза в полном диапазоне,

X_{obj} и Y_{obj} являются координатами полезного груза по осям X и Y камеры соответственно, X_{mark} и Y_{mark} являются координатами дополнительной метки. При этом нужно помнить, что при написании программы следует использовать функцию вычисления арктангенса в полном диапазоне “atan2”, при этом у нее два входных аргумента, соответствующие числителю и знаменателю с их собственными знаками (см. рисунок 4.10).

Полученные координаты полезного груза можно применять при решении задач, описанных в предыдущих главах, а также использовать как дополнительный элемент системы управления манипуляционным роботом (см. рисунок 4.11а). Также предложенный подход можно применять даже для случаев, когда цвет объекта сложно отделить от фона, или в условиях недостаточной освещенности. Для этого на полезном грузе следует закрепить специальную светоотражающую метку (см. рисунок 4.11б).

4.3 Обработка данных от времяпролетной камеры

Камеры, построенные на принципах времени пролета, позволяют получать трехмерные координаты объектов, расположенных в рабочей области. На рисунках 4.4 и 4.5 показан пример такой камеры.

Для измерения расстояния до объекта в камере глубины удобно использовать принцип «времени пролета». В такой системе измеряется время, затраченное для того, чтобы свет прошел расстояние от активного источника света до отражающего объекта в поле зрения и вернулся обратно к датчику. Обозначив скорость света как « c », можно измерить расстояние через время прохождения. Для обеспечения измерения времени пролета, камера необходимо оснастить инфракрасными светодиодами, излучающими модулированный сигнал, а CCD/CMOS датчик будет измерять фазу возвращенного модулированного сигнала для каждого пикселя. Расстояние в каждом пикселе картинки определяется как часть одного полного цикла модулированного сигнала, где расстояние, соответствующее одному полному циклу, получается из формулы

$$D = \frac{c}{2f} \quad (4.9)$$

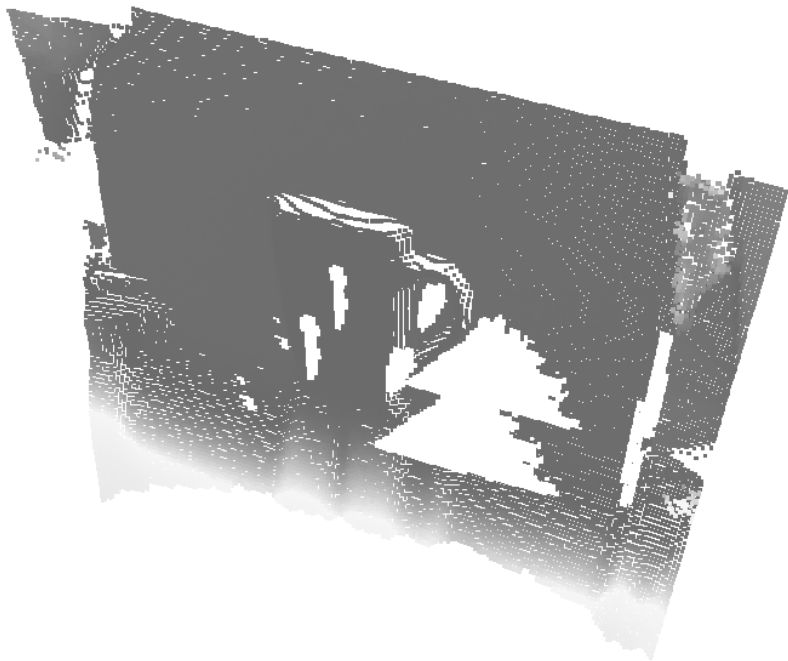


Рис. 4.12. Результат обработки информации с камеры с использованием принципа «времени пролета»

где c – скорость света, f – частота модуляции. На частоте модуляции 30 МГц, это расстояние равно 4,997 м, если брать скорость света равной 299792458 м/с. Таким образом, можно использовать камеру с частотой 30 МГц на расстояниях до 5 метров и с частотой 15 МГц на расстояниях до 10 метров.

Для преобразования аналоговых электрических сигналов в цифровые значения необходимо использовать аналого-цифровой преобразователь, способный обрабатывать 14-битные значения. Этот «сырой» сигнал от камеры будет соответствовать сферическому расстоянию, измеренному между пикселями матрицы камеры и соответствующими точками в окружении.

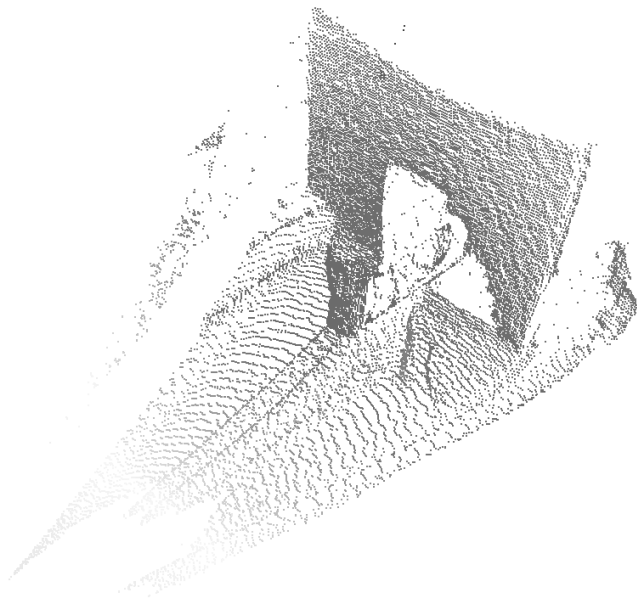


Рис. 4.13. Результат обработки информации с времяпролетной камеры с учетом геометрии особенностей распространения сигнала

Для качественного измерения на передней части камеры необходимо инфракрасные светодиоды, которые будут излучать модулированный сигнал. Модулированный сигнал будет представлять собой синусоиду. Проводить проверку наличия отраженного сигнала можно 4 раза за период, таким образом производится измерения фазового сдвига, равного 90° . На основании измерения фазового сдвига можно рассчитать расстояния до объекта, а на основании измерения амплитуды полученного сигнала можно построить черно-белую картинку рабочей области.

Один период модулированного сигнала необходим для построения одного кадра изображения, при этом фазовые сдвиги интегрируются за это время.

«Сырые» данные в 14-битном формате будут представлять собой сферические расстояния в величинах от 0 до 16382 (от 0 до $0x3FFE$ в шестнадцатеричном представлении). Большие значения срезаются,

это связаны с ограничениями оборудования. Увеличение одного бита информации соответствует расстоянию равному 0,305 миллиметров (округлено) для камеры, измеряющей до 5 метров, а также 0,61 миллиметров (округлено) для камеры, измеряющей до 10 метров. Эти значения получены путем деления полной длины фазы на 214. Действительные расстояния в миллиметрах могут быть получены путем умножения 14-битных измерения фазы на множители 0,305 миллиметров и 0,61 миллиметров соответственно. Из этих расстояний можно рассчитать уже привычные для камер трехмерные координаты пространства x , y , z .

На рисунке 4.12 показан результат обработки информации с камеры с использованием принципа «времени пролета». Как можно видеть, результат представляет собой набор плоскостей с указанными пикселями, в которых свет отразился от поверхности; это похоже на трехмерную картинку. Однако, данное представление данных некорректно, для определения положения объекта в рабочей области их использовать нельзя. Дело в том, что свет распространяется от источника излучения в виде конуса, поэтому необходимо пересчитать данные, полученные от матрицы, с учетом конической формы распространения, чтобы получить корректные декартовы координаты. На рисунке 4.13 представлен результат обработки информации с учетом данной особенности.

Заключение

Учебное пособие посвящено синтезу управления многозвенными робототехническими системами.

Первая глава посвящена кинематическому анализу робототехнической системы. Для описания используется кинематическая схема, решаются прямая и обратная задачи кинематики (ПЗК и ОЗК соответственно), которые помогают найти связи между положениями систем координат базы робота и рабочего органа. ПЗК позволяет получить координаты положения и ориентации рабочего органа в пространстве для заданного набора обобщенных координат, а ОЗК позволяет получить набор обобщенных координат при заданных желаемых координатах положения и ориентации рабочего органа в пространстве. Решение ОЗК может вести к неопределенности решения, чему также уделено внимание в главе. Также разобран вопрос нахождения связи между скоростями обобщенных координат и рабочего органа, как линейных, так и угловых составляющих.

Вторая глава развивает полученные подходы для решения задачи планирования движения робота. Данная задача осложняется конфигурацией самого робота и связями между его звеньями, а также конфигурацией рабочего пространства, которое может иметь дополнительные запрещенные зоны, вызванные особенностями технологического процесса. В главе представлено несколько подходов к решению данной задачи.

Третья глава уделяет внимание синтезу управления многозвенной робототехнической системой, с целью удержания желаемого положения или следования за траекторией, которые были рассчитаны с помощью решений, представленных в предыдущих двух главах. Управление такой системой является нетривиальной задачей, так как робот представ-

ляет собой структуру с несколькими входами и несколькими выходами, между которыми действуют перекрестные связи, а также внешние возмущения.

Четвертая глава посвящена построению системы технического зрения для робототехнической системы. В главе представлены примеры организации аппаратной структуры, приведены алгоритмы определения координат положения и ориентации на плоскости для цифровой видеокамеры, а также определения пространственных координат для камеры на основе времяпролетных принципов.

Литература

- [1] *Spong M.W., Hutchinson S., Vidyasagar M.*, Robot modeling and control. Wiley New York, 2006.
- [2] *Siciliano B., Khatib O.*, Springer handbook of robotics. Springer Science & Business Media, 2008.
- [3] *Khalil W., Dombre E.*, Modeling, identification and control of robots. Butterworth-Heinemann, 2004.
- [4] *Фу К., Гонсалес Р., Ли К.*, Робототехника: Пер. с англ. М.: Мир, 1989.
- [5] *Хомченко В.Г., Соломин В.Ю.*, Мехатронные и робототехнические системы. Омск: ОмГТУ, 2008.
- [6] *Jefferies M.E., Yeap W.*, Robotics and cognitive approaches to spatial mapping. Springer, 2008.
- [7] *Khatib O.*, Real-time obstacle avoidance for manipulators and mobile robots // The international journal of robotics research. 1986, V. 5, P. 90–98.
- [8] *Choset H., Lynch K.M., Hutchinson S., Kantor G., Burgard W., Kavraki L.E., Thrun S.*, Principles of Robot Motion: Theory, Algorithms, and Implementations. Cambridge, 2005.
- [9] *LaValle S.M.*, Planning Algorithms. Cambridge 2006.
- [10] *Goodman J.E., O'Rourke J.*, Handbook of Discrete and Computational Geometry. New York, 2004.

- [11] *Lien J.M., Thomas S.L., Amato N.M.*, A general framework for sampling on the medial axis of the free space // IEEE Int. Conf. Robot. Autom., 2003.
- [12] *LaValle S.M., Branicky M.S., Lindemann S.R.*, On the relationship between classical grid search and probabilistic roadmaps // Int. J. Robot. Res. 2004, V. 23, N. 7/8, P. 673–692.
- [13] *Ladd A., Kavraki L.E.*, Measure theoretic analysis of probabilistic path planning // IEEE Trans. Robot. Autom. 2004, V. 20, N.2, P. 229–242.
- [14] *Geraerts R., Overmars M.*, Sampling techniques for probabilistic roadmap planners // Int. Conf. Intell. Auton. Syst. 2004.
- [15] *Leven P., Hutchinson S.A.*, Using manipulability to bias sampling during the construction of probabilistic roadmaps // IEEE Trans. Robot. Autom. 2003, V. 19, N. 6, P. 1020–1026.
- [16] *Torfs D.E., Vueriwx R., Swevers J., Sehoukens I.*, Comparison of two feedforward design methods aiming at accurate trajectory tracking of the end point of a flexible robot arm // IEEE Trans. on Cont. Sys. Tech. 2008, V. 6, N. 1, P. 1–14.
- [17] *Hsu D., Jiang T., Reif J., Sun Z.*, The bridge test for sampling narrow passages with probabilistic roadmap planners // IEEE Int. Conf. Robot. Autom. 2003.
- [18] *Burns B., Brock O.*, Sampling-based motion planning using predictive models // IEEE/RSJ Int. Conf. Intell. Robot. Autom. 2005.
- [19] *Isto P.*, Constructing probabilistic roadmaps with powerful local planning and path optimization // IEEE/RSJ Int. Conf. Intell. Robot. Syst. 2002, P. 2323–2328.
- [20] *Nieuwenhuisen D., Overmars M.H.*, Useful cycles in probabilistic roadmap graphs // IEEE Int. Conf. Robot. Autom. 2004, P. 446–452.
- [21] *P. Tomei P.*, Adaptive PD controller for robot manipulators // IEEE Trans. Robot. Autom. 1991, V. 7, N. 4, P. 565–570.

- [22] *Ortega R., Loria A., Kelly R.*, A semi-globally stable output feedback PI2 D regulator for robot manipulators // IEEE Trans. Autom. Contr. 1995, V. 40, N. 8, P. 1432–1436.
- [23] *Angeli D.*, Input-to-State stability of PD-controlled robotic systems // Automatica. 1999, V. 35, P. 1285–1290.
- [24] *Ramirez J.A., Cervantes I., Kelly R.*, PID regulation of robot manipulators: stability and performance // Sys. Contr. Lett. 2000, V. 41, P. 73–83.
- [25] *Kelly R.*, Global positioning of robot manipulators via PD control plus a class of nonlinear integral actions // IEEE Trans. Autom. Contr. 1998, V. 43, N. 7, P. 934–937.
- [26] *Choi Y., Chung W.K.*, PID Trajectory Tracking Control for Mechanical Systems // Lecture Notes in Control and Information Sciences. 2004, V. 289.
- [27] *Ortega R., Spong M.W.*, Adaptive motion control of rigid robots: A tutorial // Automatica. 1989, V. 25, N. 6, P. 877–888.
- [28] *Fertik H.A., Ross C.W.*, Direct digital control algorithm with anti-windup feature // ISA transactions. 1967, V. 6, N. 4, P. 317.
- [29] *Бобцов А.А.*, Робастное управление по выходу линейной системой с неопределенными коэффициентами // Автоматика и телемеханика. 2002, № 11, С. 108–117.
- [30] *Borisov O.I., Gromov V.S., Pyrkin A.A., Bobtsov A.A.*, Stabilization of linear plants with unknown delay and sinusoidal disturbance compensation // Control and Automation (MED), 2016 24th Mediterranean Conference on. 2016, P. 426–430.
- [31] *Gromov V.S., Borisov O.I., Vedyakov A.A., Pyrkin A.A., Shavetov S.V., Bobtsov A.A., Salikhov V.I., Aranovskiy S.V.*, Adaptive Multisinusoidal Signal Tracking System with Input Delay // IFAC-PapersOnLine. 2016, V. 49, N. 13, P. 105–110.
- [32] *Pyrkin A.A., Bobtsov A.A., Nikiforov V.O., Kolyubin S.A., Vedyakov A.A., Borisov O.I., Gromov V.S.*, Compensation of polyharmonic

- disturbance of state and output of a linear plant with delay in the control channel // Automation and Remote Control. 2015, V. 76, N. 12, P. 2124–2142.
- [33] *Bobtsov A.A., Kolyubin S.A., Pyrkin A.A., Gromov V.S.*, Hybrid output controller for parametrically uncertain systems with matching harmonic disturbances rejection // Control and Automation (MED), 2014 22nd Mediterranean Conference of. 2014, P. 91–96.
- [34] *Pyrkin A.A., Bobtsov A.A., Aranovskiy S.V., Kolyubin S.A., Gromov V.S.*, Adaptive Controller for Linear Plant with Parametric Uncertainties, Input Delay And Unknown Disturbance // IFAC Proceedings Volumes. 2014, V. 47, N. 3, P. 11294–11298.
- [35] *Pyrkin A.A., Bobtsov A.A., Kolyubin S.A., Vedyakov A.A., Borisov O.I., Gromov V.S.*, Stabilization of nonlinear system with input delay and biased sinusoidal disturbance // IFAC Proceedings Volumes. 2014, V. 47, N. 3, P. 12104–12109.
- [36] *Pyrkin A.A., Bobtsov A.A., Kolyubin S.A., Vedyakov A.A., Borisov O.I., Gromov V.S., Margun A.A., Bazylev D.N.*, Fast compensation of unknown multiharmonic disturbance for nonlinear plant with input delay // IFAC Proceedings Volumes. 2013, V. 46, N. 1, P. 546–551.
- [37] *Власов С.М., Борисов О.И., Громов В.С., Пыркин А.А., Бобцов А.А.*, Робастная система динамического позиционирования для роботизированного макета надводного судна // Известия высших учебных заведений. Приборостроение. 2015, Т. 58, № 9.
- [38] *Петраневский И.В., Борисов О.И., Громов В.С., Пыркин А.А.*, Управление квадрокоптером с компенсацией ветровых возмущений // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2015, Т. 15, № 6.
- [39] *Borisov O.I., Gromov V.S., Pyrkin A.A., Bobtsov A.A., Petranevsky I.V., Klyunin A.O.*, Output robust control with anti-windup compensation for robotic boat // Methods and Models in Automation and Robotics (MMAR), 2016 21st International Conference on. 2016, P. 13–18.

- [40] *Pyrkin A.A., Bobtsov A.A., Kolyubin S.A., Borisov O.I., Gromov V.S., Aranovskiy S.V.*, Output controller for quadcopters with wind disturbance cancellation // 2014 IEEE Conference on Control Applications (CCA). 2014, P. 166–170.
- [41] *Wang J., Borisov O.I., Gromov V.S., Pyrkin A.A., Bobtsov A.A.*, Adaptive controller implementation for surface robotic vessel // Control Conference (CCC), 2015 34th Chinese. 2015, P. 3230–3235.
- [42] *Wang J., Pyrkin A.A., Bobtsov A.A., Borisov O.I., Gromov V.S., Kolyubin S.A., Vlasov S.M.*, Output Control Algorithms of Dynamic Positioning and Disturbance Rejection for Robotic Vessel // IFAC-PapersOnLine. 2015, V. 48, N. 11, P. 295–300.
- [43] *Borisov O.I., Gromov V.S., Pyrkin A.A., Bobtsov A.A., Nikolaev N.A.*, Output Robust Control with Anti-Windup Compensation for Quadcopters // IFAC-PapersOnLine. 2016, V. 49, N. 13, P. 287–292.
- [44] *Borisov O.I., Gromov V.S., Pyrkin A.A., Bobtsov A.A., Nikolaev N.A.*, Robotic Boat Setup for Control Research and Education // IFAC-PapersOnLine. 2016, V. 49, N. 6, P. 256–261.
- [45] *Pyrkin A.A., Bobtsov A.A., Kolyubin S.A., Borisov O.I., Gromov V.S.*, Output controller for quadcopters based on mathematical model decomposition // Control and Automation (MED), 2014 22nd Mediterranean Conference of. 2014, P. 1281–1286.
- [46] *Pyrkin A.A., Bobtsov A.A., Kolyubin S.A., Surov M.O., Feskov A.D., Vlasov S.M., Krasnov A.Y., Borisov O.I., Gromov V.S.*, Dynamic positioning system for nonlinear MIMO plants and surface robotic vessel // IFAC Proceedings Volumes. 2013, V. 46, N. 9, P. 1867–1872.
- [47] *Pyrkin A.A., Bobtsov A.A., Kolyubin S.A., Surov M.O., Shavetov S.V., Borisov O.I., Gromov V.S.*, Simple Output Stabilization Approach for Robotic Systems // IFAC Proceedings Volumes. 2013, V. 46, N. 9, P. 1873–1878.
- [48] *Pyrkin A.A., Bobtsov A.A., Kolyubin S.A., Faronov M.V., Borisov O.I., Gromov V.S.*, Simple Robust and Adaptive Tracking Control for Mobile Robots // IFAC-PapersOnLine. 2015, V. 48, N. 11, P. 143–149.

- [49] *Borisov O.I., Gromov V.S., Pyrkin A.A., Vedyakov A.A., Petranevsky I.V., Bobtsov A.A., Salikhov V.I.*, Manipulation Tasks in Robotics Education // IFAC-PapersOnLine. 2016, V. 49, N. 6, P. 22–27.
- [50] *Громов В.С., Власов С.М., Борисов О.И., Пыркин А.А.*, Система технического зрения для роботизированного макета надводного судна // Научно-технический вестник информационных технологий, механики и оптики. 2016, Т. 16, № 4, С. 749–752.

Миссия университета — генерация передовых знаний, внедрение инновационных разработок и подготовка элитных кадров, способных действовать в условиях быстро меняющегося мира и обеспечивать опережающее развитие науки, технологий и других областей для содействия решению актуальных задач.

КАФЕДРА СИСТЕМ УПРАВЛЕНИЯ И ИНФОРМАТИКИ

Кафедра Систем Управления и Информатики (до 2001 г. кафедра Автоматики и Телемеханики) факультета Компьютерных Технологий и Управления была основана в 1945 г. на базе факультета Электроприборостроения ЛИТМО. На кафедру Автоматики и телемеханики ЛИТМО была возложена задача подготовки специалистов по автоматизации приборостроительной промышленности, автоматических систем управления, систем телемеханики и телеизмерений. Первый выпуск молодых инженеров состоялся в 1948 г. и составил 17 человек. Первым заведующим кафедры был крупный специалист в области систем телеизмерений, профессор Марк Львович Цуккерман.

В 1955 г. при кафедре образована научно-исследовательская лаборатория (НИЛ). В этот период основные направления научно-исследовательских работ представляли задачи автоматизации измерения и регистрации параметров кораблей во время их мореходных испытаний, а также стабилизации скорости и фазирования двигателей. Под научным руководством проф. М.Л. Цуккермана была налажена подготовка научных кадров высшей квалификации через систему аспирантуры.

С 1959 г. по 1970 кафедру возглавлял ученик М.Л. Цуккермана доцент Ефимий Аполлонович Танский. За время его руководства в научно-исследовательской работе на кафедре произошел заметный поворот к проблемам автоматизации оптико-механического приборостроения, что привело к длительному научно-техническому сотрудничеству кафедры с ЛОМО им. В.И. Ленина, в рамках которого для нужд оборонной техники была разработана целая гамма прецизионных фотоэлектрических следящих систем. В рамках научно-технического сотрудничества с НИИЭТУ кафедра приняла участие в разработке автоматической фототелеграфной аппаратуры, реализованной в виде комплекса «Газета-2».

С 1970 по 1990 г., за время руководства кафедрой известного в стране специалиста в области автоматизированного электропривода и фотоэлектрических следящих систем доктора технических наук, профессора Юрия Алексеевича

Сабинина, заметно изменилась структура дисциплин и курсов, читаемых студентам кафедры. К традиционным курсам “Теория автоматического регулирования и следящие системы”, “Теория автоматического управления, экстремальные и адаптивные системы”, “Элементы автоматики” и “Телемеханика” были добавлены дисциплины: “Теоретические основы кибернетики”, “Локальные системы управления”, “САПР систем управления” и другие. Прикладные разработки кафедры были связаны с задачами адаптивной оптики для многоэлементных зеркал оптических телескопов и коррекции волнового фронта технологических лазеров; с задачами адаптивной радиооптики применительно к проблеме управления большими полноповоротными радиотелескопами; гребного электропривода и робототехнических систем, автоматического управления процессом мягкой посадки летательных аппаратов.

С 1990 г. научно-исследовательская работа кафедры велась по федеральным целевым программам и конкурсным проектам РФФИ, Минобразования и Администрации Санкт-Петербурга. С целью расширения исследований, проводимых по теории нелинейных и адаптивных систем, роботов и микропроцессорной техники, а также активизации подготовки кадров в 1994 г. образована научная Лаборатория Кибернетики и Систем управления (руководитель проф. И.В. Мирошник). С 1994 г. существенно расширились международные контакты кафедры, участие в самых престижных международных научных мероприятиях, организации конференций и симпозиумов. С 1998 г. на базе кафедры в университете ежегодно проводится Международная студенческая олимпиада по автоматическому управлению, а с 2009 года проводится Всероссийский Фестиваль Мехатроники и Робототехники.

В 2001 г. кафедра была переименована и получила название “Кафедра Систем управления и информатики”. В 2010 г. кафедру возглавил доктор технических наук, профессор Бобцов Алексей Алексеевич, работающий в то время уже в должности декана факультета Компьютерных технологий и управления.

В настоящее время кафедра является одним из ведущих российских научных и образовательных центров, ориентированным на фундаментальные и прикладные исследования в области систем автоматического управления, робототехники и прикладной информатики, подготовку высококвалифицированных специалистов XXI столетия.

Борисов Олег Игоревич
Громов Владислав Сергеевич
Пыркин Антон Александрович

Методы управления робототехническими приложениями

Учебное пособие

В авторской редакции
Компьютерная верстка
Дизайн обложки и иллюстраций

О.И. Борисов, В.С. Громов
О.И. Борисов, В.С. Громов

Редакционно-издательский отдел Университета ИТМО

Зав. РИО

Н.Ф. Гусарова

Лицензия ИД № 00408 от 05.11.99

Подписано к печати

Заказ №

Тираж 100 экз.

Отпечатано на ризографе

Редакционно-издательский отдел
Университета ИТМО
197101, Санкт-Петербург, Кронверкский пр., 49