מערכות של משוואות לינאריות

תהא : $A_{m\times n}x = b$ מערכת בת m משוואות ו n נעלמים מעל שדה אין סופי.
נסמן : $r(A)$ – דרגת המטריצה A.
$(A|b) = A^*$ - המטריצה A כאשר מוסיפים לה עמודה אחרונה השווה ל- b - נקראת המטריצה המורחבת של המערכת.

משפטים :

- למערכת $Ax = b$:
  אף פתרון אם $r(A)\neq r(A^*)$.
  פתרון יחיד אם $n = r(A)=r(A^*)$.
  אינסוף פתרונות אם $r(A)=r(A^*)<n$
  באינסוף פתרונות, מספר דרגות החופש לבחירה שרירותית של נעלמים (מספר דרגות החופש) הוא $n-r(A)$.

- מערכת כנ״ל נקראת הומוגנית אם : $b = 0$.

- למערכת הומוגנית תמיד יש פתרון והוא פתרון האפס : $0=\begin{pmatrix}0\\ .\\ .\\ 0\end{pmatrix}$.

- אוסף הפתרונות של מערכת הומוגנית הוא תת מרחב של F^n.

- נתונה המערכת $Ax=b$. נניח שמצאנו פתרון פרטי למערכת x_0. אז אוסף כל הפתרונות של המערכת הוא מהצורה : $\{x_0+c \mid c \ solves \ Ax=0\}$.
  (פתרון כללי של האי הומו׳ = פתרון פרטי של האי הומו׳ + פתרון כללי של ההומו׳).

- למערכת $A_{n\times n}x = b$ יש פתרון יחיד אמ״מ :
  א. A שקולת שורות למטריצת יחידה.
  ב. למערכת המשוואות יש פתרון לכל b