

NK סיבובים
בנוסף ל-
ס' 09001441

הוכחה נורמלית

הוכחה כ' ב' מ' נ' א' מ' נ' א'

הוכחה:
 $a \in F$ ו- $b, c \in F$ אזי
 $b, c \neq 0$ ו- $b \neq c$

$$a + b = 0$$

$$b = -a$$

$$a + c = 0$$

$$c = -a$$

$$-a = b = c = -a$$

ו.ל.ו.

(הוכחה כ' ב' מ' נ' א' מ' נ' א')

הוכחה כ' ב' מ' נ' א'

הוכחה כ' ב' מ' נ' א' מ' נ' א'
 $c, d \in F$ ו- $c \neq d$

הוכחה:

$$a + c = 0$$

$$c = 0$$

$$a + d = 0$$

$$d = 0$$

$$0 = c = d = 0$$

ו.ל.ו.

גַּתְּהָאָ כִּי־מֵאָהָרָה גַּתְּהָאָ גַּתְּהָאָ

$$a \cdot b = a$$

$$b = \frac{a}{a} = 1$$

$$a \cdot c = a$$

$$C = \frac{a}{a} = 1$$

$$D = 1 = b = c = 1$$

(3) גורף (א) מינוס נגדי של סכום של א' ו-ב' הוא סכום של נגדי א' ו-נגדי ב':
 $-(a+b) = -a + -b \stackrel{!}{=} 0$

$$-(a+b) = -1 \cdot (a+b) = -1 \cdot a + -1 \cdot b = -1 \cdot a + a + (-a) + -1 \cdot b + b + (-b)$$

$$\begin{array}{l} \text{↑} \\ \therefore -1 \cdot a + 1 \cdot a + (-a) + -1 \cdot b + 1 \cdot b + (-b) = a \cdot (+1) + (-a) + b \cdot (-1+1) + (-b) \end{array}$$

$$= a \cdot (-1)^+ - a^- + b \cdot (-1)^{+(-b)} = a \cdot (0) + (-a) + b \cdot (0) + (-b)$$

$\forall a \in F, a \cdot 0 = 0$

$$a \cdot 0 = a \cdot (0 + 0)$$

$$a \cdot 0 = a \cdot 0 + a \cdot 0$$

$$a \cdot 0 - a \cdot 0 = a \cdot 0 + a \cdot 0 - a \cdot 0$$

$$0 = a \cdot 0 + 0$$

$$0 = a \cdot 0$$

$$-(a+b) = 0 \cdot a + (-a) + 0 \cdot b + (-b)$$

$$= 0 + -a + 0 + -b = -a - b$$

$$F = \{ (a, b) \mid a, b \in \mathbb{Q} \} \quad (4)$$

$$(a, b) + (c, d) = (a+c, b+d)$$

$$(a, b) \cdot (c, d) = (ac+2bd, ad+bc)$$

לכל $c, d \in \mathbb{Q}$ מתקיים $(c, d) \in F$

$$\forall (a, b), (c, d) \in F \quad (a, b) + (c, d) = (a+c, b+d) \quad (1)$$

$$(a+c, b+d) \in \mathbb{Q}$$

לכל $a, b, c, d \in \mathbb{Q}$ מתקיים $(a+c, b+d) \in \mathbb{Q}$

$\forall a, b, c, d \in \mathbb{Q} \quad F$ סיכון

$$\forall (a, b), (c, d), (e, f) \in F \quad (a, b) + (c, d) + (e, f) = (a, b) + ((c, d) + (e, f)) \quad (2)$$

$$(a+c, b+d) + (e, f) = (a, b) + (c+e, d+f)$$

$$(a+c+e, b+d+f) = (a+(c+e), b+(d+f))$$

לכל $a, b, c, d, e, f \in \mathbb{Q}$ מתקיים $(a+c+e, b+d+f) \in \mathbb{Q}$

F סיכון

$$\forall (a, b) \in F$$

(3)

$$(a, b) + (0, 0) = (a+0, b+0) = (a, b)$$

לכל $a, b \in \mathbb{Q}$ מתקיים $(a, b) + (0, 0) = (a, b)$

$$\forall (a, b) \in F \quad (0, 0) \in F$$

$$(-a, -b) \stackrel{0''}{\in} F \text{ if } \quad \textcircled{4}$$

$$(a, b) + (-a, -b) = (a-a, b-b) = \textcircled{5}$$

$a, b \in \mathbb{Q}, a, b \in \mathbb{Q}$

$$\forall (a, b) \in F \quad (a, b) + (c, d) = (a+c, b+d) = \textcircled{5}$$

$a, b, c, d \in \mathbb{Q}$?

$$= (c, d) + (a, b)$$

ל' נ' ס' נ' נ' נ' $e' F - S$ sic

$$\forall (a, b) \in F \quad (a, b) \cdot ((cd) - (ef)) = (a, b) \cdot (ce + 2df, cf + de) \quad \textcircled{6}$$

$$= (a(ce + 2df) + 2b(cf + de), a(cf + de) + b(ce + 2df))$$

$$= (ace + 2adf + 2acf + 2bde, a(cf + ade) + b(ce + 2df))$$

$$= (ace + 2bde + 2adf + 2acf, ade + bce + acf + 2bdf)$$

$$= ((ac + 2bd)e + 2(ad + bc)f, (ad + bc)e + (ac + 2bd)f)$$

$$= (ac + bd, ad + bc) \cdot (e, f)$$

פ' נ' ס' נ' נ' נ'

$$= (a, b) \cdot (c, d) \cdot (e, f)$$

פ' נ' ס' נ' נ' נ'

$F \text{ יפ'}$

$\forall (a,b), (c,d) \in F$

(6)

$$(a,b) \cdot (c,d) = (ac + 2bd, ad + bc)$$

'SK 11111 5258 ON 2 11120 0'811372 120

$$(ac + 2bd), (ad + bc) \in Q$$

$$(ac + 2bd, ad + bc) \in F$$

5258 ON 2 11120 F 'SK

$\forall (a,b) \in F \quad (xy) \text{ 'SK' 12'IC' NO } \quad (7)$

$$(a,b) \cdot (x,y) = (a,b)$$

$$(ax + 2by, ay + bx) = (a,b)$$

$$ax + 2by = a$$

$$ay + bx = b$$

$$x=1 \quad y=0$$

$$(a,b) \cdot (1,0) = (a(1) + 2b \cdot 0, a \cdot 0 + b \cdot 1) = (a+0, 0+b)$$

$$= (a,b)$$

$(1,0) \text{ 'SK' 12'IC' } 0' \quad 'SK$

$\forall (a,b) \in F \quad (xy) \text{ 'SK' 12'IC' NO } \quad (8)$

$$(a,b) \cdot (x,y) = (1,0)$$

$$(ax + 2by, ay + bx) = (1,0)$$

$$ax + 2by = 1 \rightarrow ax = 1 - 2by \rightarrow x = \frac{1-2by}{a}$$

$$ay + bx = 0$$

$$ay + b\left(\frac{1-2by}{a}\right) = 0$$

$$a^2y + b - 2b^2y = 0$$

$$y(a^2 - 2b^2) = -b$$

$$y = \frac{-b}{a^2 - 2b^2}$$

$$\begin{aligned} x &= \frac{1-2b \cdot \frac{-b}{a^2-2b^2}}{a} = \frac{1 + \frac{2b^2}{a^2-2b^2}}{a} \\ &= \frac{1}{a} + \frac{\frac{2b^2}{a^2-2b^2}}{a} \end{aligned}$$

$\forall(a,b)$

$$T(a,b) = \left(\frac{1}{a} + \frac{2b^2}{a^2 - 2ab^2}, \frac{-b}{a^2 - 2b^2} \right)$$

$$= \left(a \cdot \left(\frac{1}{a} + \frac{2b^2}{a^3 - 2ab^2} \right) + b \cdot \frac{(-b)}{a^2 - 2b^2}, \quad \frac{a \cdot (-b)}{a^2 - 2b^2} + b \cdot \left(\frac{1}{a} + \frac{2b^2}{a^3 - 2ab^2} \right) \right)$$

$$= \left(1 + \frac{2b^2}{a^2 - 2b^2} + \frac{-2b^2}{a^2 - 2b^2}, 1 - \frac{-ab}{a^2 - 2b^2} + \frac{b}{a} + \frac{2b^3}{a^2 - 2b^2} \right)$$

$$\therefore \left(1, \frac{-a^2b}{a^3 - 2ab^2} + \frac{a^2b - 2ab^3}{a^3 - 2ab^2} + \frac{2ab^3}{a^3 - 2ab^2}\right) = (1, 0)$$

(a, b) מוגדרים כמו לפה.

$$H(a,b)(c,d) \in F$$

(10)

$$(a, b) \cdot (c, d) = (ac + 2bd, ad + bc) = ((a+2d)b, da+cb)$$

$$= ((a+2db, cb+da) = (c,d) \cdot (a,b)$$

SIC, C&GV CEP L'INNIG, V.N., C-F
36. C&GV CEP E-Q
37. C&GV CEP E-Q

$$\theta(a,b), \theta(d), \theta(f) \in F$$

11

$$(a, b) \cdot ((d) + (e, f)) = (ab) ((c+e, d+f))$$

Digitized by srujanika@gmail.com

$$= (a(c+e) + 2b(d+f), a(d+f) + b(c+e))$$

$$= (ac + ae + 2bd + 2bf, ad + af + bc + be)$$

$$= (ac+2bd + ae+2bf, ad+bcc + af+be)$$

↑
תְּבִיבָה
בְּרִיבָה

$$= (ac + 2bd, ad + bc) + (ae + 2bf, af + be) = (a, b)(c, d) + (c, b)(e, f)$$

לְמִתְרַבֵּן - פ

8-21 11:52

510 + 300 נ' 15 נ'

Fe power 11 85 min Fe 118
type KCl F, type

$$\begin{cases} x+y=1 \\ 2x+y=0 \end{cases}$$

: R₃ 86N 1182 (5)

$$x+y=1$$
$$y=1-x$$

$$2x+y=0$$
$$2x+1+2x=0$$
$$2x+2x+1=0$$

$$x+1=0$$

$$x=-1$$

$$x+y=1$$

$$y=1+x$$

$$y=2$$

$$x^2+1=0 \quad : R_6$$

$$x^2=0 \quad : R$$

$$x=0$$

$$x^2+1=0 \quad : R_7$$

$$x^2=1$$

$$x=\pm 1$$

$$x^2+1=0 \quad : R_8$$

$$x^2=4$$

$$x=\pm 2$$

7 גיבוב כליאו:

+	0	1	x	y
0	-0	1	x	y
-0	0	0	y	0
x	x	y	0	1
y	y	x	-1	0

גיבוב כליאו:

x	0	1	x	y
-0	0	0	0	y
-1	0	-1	x	-y
x	0	y	-x	-y
y	0	x	-y	x

גיבוב כליאו \mathbb{Z}_2 :

+	0	1
0	0	1
1	1	0

גיבוב כליאו \mathbb{Z}_2 :

x	0	1
0	0	0
1	0	1

$\forall a, b \in (\mathbb{Z}_2 \cap \mathbb{F})$, $\exists_{\mathbb{Z}_2}$ $a+b = F \rightarrow a-b$

$\exists_{\mathbb{Z}_2}$ $a \cdot b = F \rightarrow a \cdot b$

F דב' מ' \mathbb{Z}_2 'ס'ו