Previi practica 3

Daniel Vilardell

Qüestió 1.1: Ho podem analitzar com un divisor de tensió. Veiem primer que si considerem z_1 el condensador i resistencia en seria i z_2 el condensador i resistencia en paralel tenim la seguent igualtat.

$$z_1 = \frac{1 + RCs}{Cs} \qquad z_2 = \frac{R}{1 + RCs}$$

Per tant aplicant la formula de un divisor de tensió tenim que

$$\frac{V_o}{V_i} = \frac{\frac{R}{1+RCs}}{\frac{1+RCs}{Cs} + \frac{R}{1+RCs}} = \frac{RCs}{(1 + RCs)^2 + RCs} = \frac{RCs}{1 + 3RCs + (RCs)^2} =$$

$$= \frac{\frac{s}{RC}}{s^2 + \frac{3s}{RC} + \frac{1}{(RC)^2}}$$

Qüestió 1.2: Tenint en conte que $H(s) = \frac{A \cdot w_o \cdot s}{s^2 + \frac{w_o}{Q} s + w_o^2}$ obtenim que

- $w_o = \frac{1}{RC}$
- $Q = \frac{1}{3}$
- $A = 1$

El guany a la frequencia central serà

$$H(jw_o) = \frac{A w_o^2 j}{(jwo)^2 + \frac{w_o}{Q} j w_o + w_o^2} = QA \implies G = |QA| = \frac{1}{3}$$

Qüestió 1.3: Si tenim que $w_o = 2\pi f_o = \frac{1}{RC}$ podem deduir que la resistencia que ens falta trobar tindrà el valor de

$$R = \frac{1}{2\pi f_o C} = \frac{1}{2\pi 10^3 \cdot 10 \cdot 10^{-9}} = 15.8kHz$$

Qüestió 2.1: Sabent que $T(s) = af$ obtenim que

$$T(s) = H(s)f_R = \frac{\frac{1}{RC} f_R s}{s^2 + \frac{3s}{RC} + \frac{1}{(RC)^2}} = \frac{2000\pi f_R s}{s^2 + 6000\pi s + 4\pi^2 10^6}$$

$T(s)$ te un zero a $s = 0$ i dos pols, un a $s = -2.4 \cdot 10^3$ i l'altre a $s = -16.47 \cdot 10^3$

Tenim que $T(s) = -1$ per tant

$$T(s) = k\frac{s}{s^2 + \frac{3s}{RC} + \frac{1}{(RC)^2}} = -1 \implies s^2 + \frac{3}{RC}s + \frac{1}{(RC)^2} + ks = 0$$

$$Routh \implies \frac{3}{RC} + k = 0 \implies k = \frac{-3}{RC}$$

Suposem primer que $f_R < 0$ aleshores tenim que

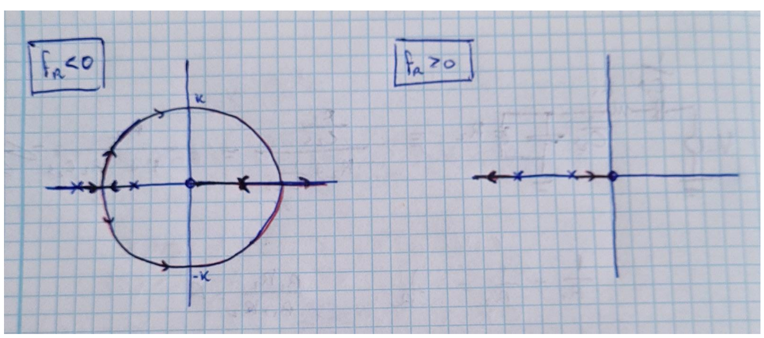

Figura 1: Lloc geometric de les arrels

Observem que el circuit no sera estable per tot f_R. Oscilara si $k = \frac{-3}{RC}$, per tant sera estable per els valors

$$k = \frac{f_R}{RC} > \frac{-3}{RC} \iff -3 < f_R < 0$$

Qüestió 2.2: Hem vist a teoria que $H_R(s) = \frac{V_o(s)}{V_i(s)} = \frac{a(s)}{1+T(s)}$. Per tant tenim que

$$H_R(s) = \frac{H(s)}{1+T(s)} = \frac{\frac{\frac{s}{RC}}{s^2+\frac{3s}{RC}+\frac{1}{(RC)^2}}}{1+\frac{\frac{1}{RC}f_R s}{s^2+\frac{3s}{RC}+\frac{1}{(RC)^2}}} = \frac{\frac{s}{RC}}{s^2+\left(\frac{3}{RC}+\frac{f_R}{RC}\right)s+\frac{1}{(RC)^2}}$$

D'aquí podem obtenir que

$$w_o = \frac{1}{RC} \implies \frac{w_o}{Q} = \frac{3+f_R}{RC} = (3+f_R)w_o \implies Q = \frac{1}{3+f_R}$$

Si busquem un factor de qualitat $Q = 5$ necessitem que $5 = \frac{1}{3+f_R} \implies f_R = -2.8$

Si busquem un factor de qualitat $Q = 10$ necessitem que $10 = \frac{1}{3+f_R} \implies f_R = -2.9$

El circuit com hem vist al apartat 2.1 es torna inestable sempre que $f_R < -3$, per tant si $Q = 5$ o $Q = 10$ el circuit tindria una $f_R > -3$ i per tant seria estable.

Si $Q = 5$ aleshores tindriem els pols a $s = -200\pi \pm 6.26j$ i si $Q = 10$ els pols serien $s = -100\pi \pm 6.28j$

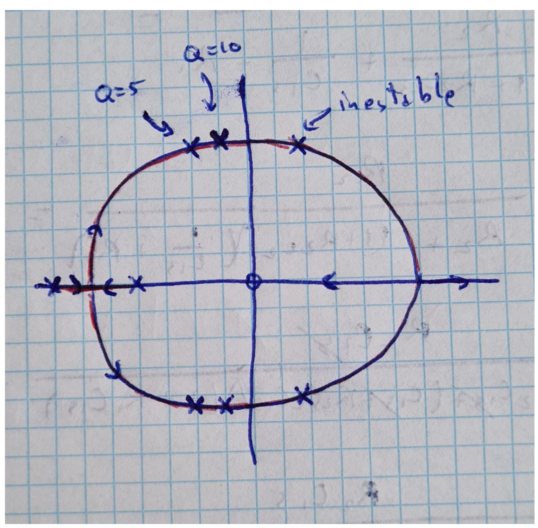

Figura 2: Lloc geometric de les arrels

Qüestió 3.1: Busquem com es relaciona V_x amb V_i i V_o.

$$\frac{V_o - V_i}{R_a} + \frac{V_o - V_x}{R_f} = 0 \implies V_x = \frac{R_f}{R_a} V_i + (1 + \frac{R_f}{R_a}) V_o$$

La relació entre V_o i V_x la hem obtingut a la questio 1.1 i es $H(s)$. Per tant tenim que el diagrama de fluxe es el següent.

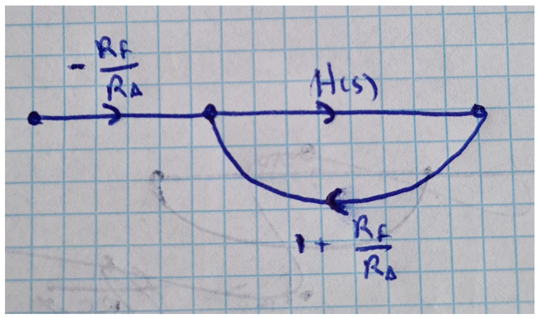

Figura 3: Diagrama de fluxe del circuit

D'aquí obtenim que $\alpha = \frac{R_f}{R_a}$ i que $f_R = -(1 + \frac{R_f}{R_a})$.

Si ara suposem que $R_a = 10k\Omega$ busquem els valors de R_a per a que $Q = 5$ i $Q = 10$.

$$Q = 5 \implies f_R = -2.8 = -(1 + \frac{R_f}{R_a}) \implies R_f = 1.8 R_a = 18k\Omega$$

$$Q = 10 \implies f_R = -2.9 = -(1 + \frac{R_f}{R_a}) \implies R_f = 1.9 R_a = 19k\Omega$$