

# Entregable Numèrica

Daniel Vilardell

**Prop.** *La inversa de una matriu triangular  $A$  es una matriu triangular.*

*Demostració.* La demostració es farà per matrius triangulars inferiors, ja que si  $A$  i  $A^{-1}$  triangular inferior  $\implies AA^{-1} = I \implies (AA^{-1})^T = I^T = I \implies (A^{-1})^T A^T = I$  i en aquest cas  $B = A^T$  i  $B^{-1} = (A^{-1})^T$  serien matrius triangulars superiors.

Per tal de fer la demostració aplicarem operacions elementals a la matriu  $A$  per tal de transformar-la en la identitat. Com be sabem de Algebra Lineal, aplicar operacions elementals a una matriu es el mateix que multiplicar per la matriu elemental  $E$  equivalent.

En primer lloc cal mencionar que totes les operacions elementals que usarem seran les de restar files  $i$  files  $j$  amb  $j < i$  ja que ens interessa eliminar tots els nombres de la part inferior de la matriu  $A$ . La matriu elemental que ens permet eliminar un nombre  $a_{ij}$  es la identitat amb el coeficient  $m = \frac{a_{ij}}{a_{ii}}$  a la posició  $i, j$  de la matriu.

Sigui  $E_i$  la matriu elemental de la i-èsima operació elemental que fem per a transformar  $A$  amb la identitat. Aleshores:

$$E_m \cdots E_1 \cdot A = I$$

Per la raó comentada abans totes les matrius  $E_i$  son triangulars inferiors ja que  $A$  només té elements a la part inferior de la matriu i per tant  $E_i$  també. També podem afirmar que  $A^{-1} = E_m \cdots E_1$  i que com el producte de matrius triangulars inferiors es una matriu triangular inferior,  $A^{-1}$  es triangular inferior.  $\square$