

37. Regla de la cadena

Elaxioma de l'acció

El pobre Felix haurà de buscar-se una altra forma de ser més *M.D.L.R.* ja que, encara que encara no ho sàpiga, aquesta cadena no pot existir.

Demostració. Suposem que fos cert i arribarem a una contradicció.

Sigui C la cadena de cardinal no numerable, i C_i la partició dels naturals a la posició i de la cadena. Considerem el ordre classic dels naturals, i apuntem que cualsevol subconjunt dels naturals te minim, ja que \mathbb{N} es un conjunt ben ordenat.

Considerem la successió a_n definida de la següent forma:

$$a_i = \min(C_{i+1} \setminus C_i)$$

Esta ben definida ja que $C_{i+1} \setminus C_i \neq \emptyset$ al ser la inclusió estricta i ser C_{i+1} i C_i parts de \mathbb{N} . També existeix el mínim ja que \mathbb{N} es un conjunt ben ordenat. A mes cal apuntar que $a_i \neq a_j \quad \forall i \neq j$ ja que els nombres dins de C_{i+1} no estan repetits al ser un conjunt i per tant, com que $a_i \in C_{i+1} \setminus C_i \implies a_j \notin C_{i+1} \setminus C_i$ ja que per la definició (considerant j i sense perdua de generalitat) $C_i \in C_j \implies a_i \in C_j \implies a_i \notin C_{j+1} \setminus C_j$.

El conjunt format per els elements de la seqüència serà de igual cardinal que la cadena C , i també serà un subconjunt dels naturals cosa que porta a contradicció, ja que els naturals son un conjunt numerable.

□