37. Regla de la cadena

Elexioma de l'acció

El pobre Felix haurà de buscarse una altra forma de ser més *M.D.L.R.* ja que, encara que encara no ho sàpiga, aquesta cadena no pot existir.

Demostració. Suposem que fos cert i arrivarem a una contradicció.

Sigui C la cadena de cardinal no numerable, i C_i la partició dels naturals a la posició i de la cadena. Considerem el ordre classic dels naturals, i apuntem que cualsevol subconjunt dels naturals te minim, ja que $\mathbb{N}$ es un conjunt ben ordenat.

Considerem la successió a_n definida de la seguent forma:

$$a_i = min(C_{i+1} \backslash C_i)$$

Esta ben definida ja que $C_{i+1} \backslash C_i \neq \emptyset$ al ser la inclussió estricte i ser C_{i+1} i C_i parts de $\mathbb{N}$. També existeix el mínim ja que $\mathbb{N}$ es un conjunt ben ordenat. A mes cal apuntar que $a_i \neq a_j \quad \forall i \neq j$ ja que els nombres dins de C_{i+1} no estan repetits al ser un conjunt i per tant, com que $a_i \in C_{i+1} \backslash C_i \implies a_j \notin C_{i+1} \backslash C_i$ ja que per la definició (considerant j ¿ i sense perdua de generalitat) $C_i \in C_j \implies a_i \in C_j \implies a_i \notin C_{j+1} \backslash C_j$.

Aquest conjunt sera de igual cardinal que la cadena C, i també serà un subconjunt dels naturals cosa que porta a contradicció, ja que els naturals son un conjunt numerable.

$\square$