

Esercizi

Esercizio 1

Un oscillatore armonico è realizzato come segue: un corpo di massa m può muoversi con attrito trascurabile lungo una rotaia, ed è fissato all'estremità di una molla ideale, che è fissata a un punto della rotaia all'altra estremità. Le osservazioni sul sistema consistono nei seguenti dati: mettendo in oscillazione il corpo, si misura un periodo $T = 1.80$ s e un valore massimo della velocità $v_{max} = 0.700$ m/s.

1) Quanto vale l'accelerazione massima del corpo?

2) Qual è l'ampiezza dell'oscillazione?

Il corpo viene pesato con una bilancia e si trova che ha una massa $m = 0.350$ g.

3) Quanto vale la costante elastica della molla?

Esercizio 2

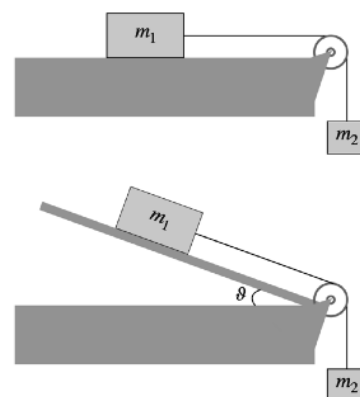
Un corpo di massa $m_1 = 1.50$ kg è poggiato su un piano orizzontale. Al corpo è collegata una fune ideale che giunge su una puleggia ideale per poi scendere verticalmente. All'estremità della fune è collegato un corpo di massa $m_2 = 0.350$ kg. Il sistema è in equilibrio statico.

1) Quanto vale il modulo della tensione della fune?

2) Si calcoli il minimo coefficiente di attrito statico presente tra il piano orizzontale e il corpo di massa m_1 che possa garantire che tale corpo non inizi a scivolare.

Si dispone ora il piano con una inclinazione di $\theta = 30^\circ$ per far mettere in moto le masse. Sapendo che il coefficiente di attrito dinamico è $\mu_D = 0.350$:

3) qual è il modulo dell'accelerazione dei corpi? E la tensione della fune?



Esercizio 3

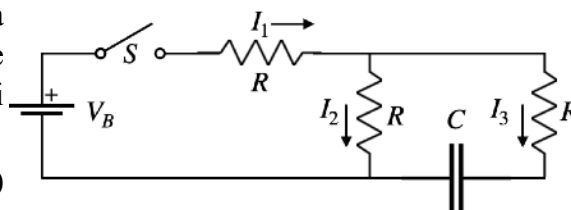
Nel circuito in figura i resistori hanno tutti la stessa resistenza $R = 15.0 \Omega$ e la batteria sviluppa una forza elettromotrice $V_B = 12.0$ V. All'istante $t = 0$, con il condensatore di capacità $C = 12.5 \mu\text{F}$ scarico, si chiude l'interruttore S .

1) Disegnate il circuito equivalente valido per l'istante $t = 0$ e calcolate le correnti I_1 , I_2 , I_3 .

2) Calcolate la potenza erogata dalla batteria in $t = 0$.

3) Disegnate il circuito equivalente valido per $t \rightarrow \infty$ e calcolate le correnti I_1 , I_2 , I_3 .

4) Calcolate la carica presente sul condensatore per $t \rightarrow \infty$.



Esercizio 4

Un elettrone si muove verso sud a velocità costante $v = 3.00 \times 10^4$ m/s.

1) In quale direzione dovrebbe puntare un campo elettrico per accelerare l'elettrone verso est?

2) In quale direzione dovrebbe puntare un campo magnetico per accelerare l'elettrone verso ovest?

3) Se il campo elettrico introdotto nella domanda 1) ha intensità $|\vec{E}| = 380$ V/m, che campo magnetico (direzione, verso, modulo) occorre per produrre una forza netta nulla sull'elettrone?

4) Con i campi elettrico e magnetico come nella domanda 3), cosa succede se l'elettrone ha una velocità *i)* maggiore o *ii)* minore di v ?

Domande aperte. Si dia risposta, su foglio protocollo (1 facciata massimo), ad una tra le seguenti domande:

- 1) Come sono descritte in meccanica le forze di attrito radente, statico e dinamico? Possibile traccia: evidenze empiriche, i coefficienti di attrito e loro significato, considerazioni su lavoro ed energia.
- 2) Si diano gli enunciati del teorema di Gauss per il campo elettrico e del teorema di Ampere per il campo magnetico, mettendo in luce le differenze e quindi le differenti proprietà dei due campi. Si faccia almeno un esempio dell'utilizzo di tali teoremi per il calcolo del campo per particolari distribuzioni di carica/corrente.
- 3) Si descrivano le operazioni di prodotto tra vettori (scalare e vettoriale) dandone la definizione e spiegandone le principali proprietà. Si facciano alcuni esempi dell'uso di tali operazioni, tratti da argomenti del corso.

Quesiti a scelta multipla:

1) In un moto circolare uniforme, per raddoppiare il modulo dell'accelerazione centripeta mantenendo invariata la velocità angolare, occorre:

- (a) dimezzare il raggio della traiettoria
- (b) raddoppiare il raggio della traiettoria
- (c) raddoppiare la velocità tangenziale
- (d) dimezzare il periodo
- (e) nessuna delle risposte precedenti

3) La Luna non si schianta sulla Terra perché

- (a) la forza risultante agente su di essa è zero
- (b) è al di là del raggio della gravità terrestre
- (c) è attratta dal Sole oltre che dalla Terra
- (d) è in caduta libera, ma ha una elevata velocità tangenziale

5) Due cariche positive identiche sono poste l'una accanto all'altra. Nel punto a metà

- (a) il campo elettrico è zero e il potenziale elettrico è positivo
- (b) il campo elettrico è zero e il potenziale elettrico è zero
- (c) il campo elettrico non è zero e il potenziale elettrico è zero
- (d) il campo elettrico non è zero e il potenziale elettrico è positivo
- (e) nessuna affermazione è vera

7) In prossimità di un filo metallico percorso da corrente elettrica è sempre presente un campo magnetico, ma non un campo elettrico, perché

- (a) le cariche in movimento creano campi magnetici ma non campi elettrici
- (b) il filo contiene quantità uguali di cariche negative e positive
- (c) gli elettroni e gli atomi si muovono in direzioni diverse nel filo
- (d) il campo magnetico annulla il campo elettrico

2) Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- (a) L'energia cinetica e il lavoro possono essere solo positivi
- (b) L'energia cinetica può essere solo positiva, il lavoro può essere positivo o negativo
- (c) Sia l'energia cinetica che il lavoro possono essere positivi o negativi
- (d) Il lavoro può essere solo positivo, l'energia cinetica può essere positiva o negativa

4) Quale delle seguenti grandezze NON influisce sulla capacità di un condensatore a facce piane?

- (a) l'area delle piastre
- (b) la separazione delle piastre
- (c) il materiale tra le piastre
- (d) la carica sulle piastre

6) Supponiamo che un oggetto sia accelerato da una forza di 100 N. A un certo istante una seconda forza sempre di modulo 100 N inizia ad essere esercitata sull'oggetto, con verso opposto alla prima. L'oggetto:

- (a) si ferma rapidamente
- (b) decelera gradualmente fino a fermarsi
- (c) continua con la velocità che aveva un attimo prima che subentrasse la seconda forza
- (d) viene gradualmente portato a riposo e quindi accelera nella direzione della seconda forza

Quando si aziona un interruttore, la luce si accende immediatamente perché

- (a) gli elettroni si muovono molto velocemente dall'interruttore alla lampadina
- (b) alcuni degli elettroni già presenti nel filo sono subito spinti dalla differenza di potenziale
- (c) la lampadina ha una bassa resistenza, se la resistenza fosse elevata ci vorrebbe più tempo
- (d) l'azienda elettrica rallenta l'accensione solo in caso di morosità

Esercizio 1

Un oscillatore armonico è realizzato come segue: un corpo di massa m può muoversi con attrito trascurabile lungo una rotaia, ed è fissato all'estremità di una molla ideale, che è fissata a un punto della rotaia all'altra estremità. Le osservazioni sul sistema consistono nei seguenti dati: mettendo in oscillazione il corpo, si misura un periodo $T = 1.80$ s e un valore massimo della velocità $v_{max} = 0.700$ m/s.

1) Quanto vale l'accelerazione massima del corpo?

2) Qual è l'ampiezza dell'oscillazione?

Il corpo viene pesato con una bilancia e si trova che ha una massa $m = 0.350$ g.

3) Quanto vale la costante elastica della molla?

Soluzione Esercizio 1

Ricordiamo che detta A l'ampiezza, essa è legata alla velocità massima e all'accelerazione massima nel modo seguente:

$$v_{max} = \omega A \quad a_{max} = \omega v_{max} = \omega^2 A$$

in quanto le leggi orarie sono del tipo

$$\begin{cases} x(t) = A \cos(\omega t + \phi) \\ v(t) = -\omega A \sin(\omega t + \phi) \\ a(t) = -\omega^2 A \cos(\omega t + \phi) \end{cases}$$

Otteniamo dunque:

$$a_{max} = \omega v_{max} = \frac{2\pi v_{max}}{T} \simeq 2.44 \text{ m/s}^2$$

Possiamo ricavare anche l'ampiezza dell'oscillazione,

$$A = \frac{v_{max}}{\omega} = \frac{v_{max} T}{2\pi} \simeq 0.20 \text{ m}$$

Dato che, per un oscillatore molla-massa, si ha

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

una volta nota la massa, possiamo ricavare la costante elastica

$$k = m \omega^2 = \frac{4\pi^2 m}{T^2} \simeq 4.26 \text{ N/m}$$

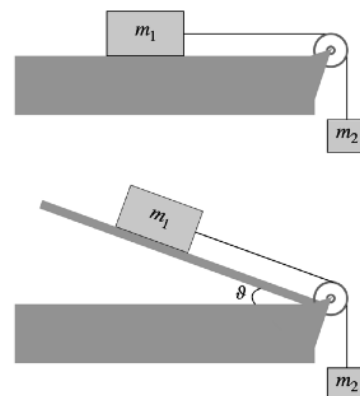
Esercizio 2

Un corpo di massa $m_1 = 1.50$ kg è poggiato su un piano orizzontale. Al corpo è collegata una fune ideale che giunge su una puleggia ideale per poi scendere verticalmente. All'estremità della fune è collegato un corpo di massa $m_2 = 0.350$ kg. Il sistema è in equilibrio statico.

- 1) Quanto vale il modulo della tensione della fune?
- 2) Si calcoli il minimo coefficiente di attrito statico presente tra il piano orizzontale e il corpo di massa m_1 che possa garantire che tale corpo non inizi a scivolare.

Si dispone ora il piano con una inclinazione di $\theta = 30^\circ$ per far mettere in moto le masse. Sapendo che il coefficiente di attrito dinamico è $\mu_D = 0.350$:

- 3) qual è il modulo dell'accelerazione dei corpi? E la tensione della fune?



Soluzione Esercizio 2

- 1) La tensione della fune equilibra la forza peso agente su m_2 , quindi vale semplicemente

$$T = m_2 g \simeq 3.43 \text{ N}$$

- 2) La forza di attrito statico massimo agente su m_1 deve essere almeno pari alla tensione della fune che cerca di metterlo in moto, quindi

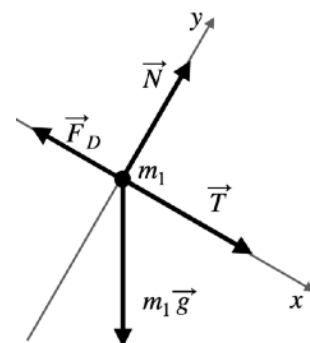
$$F_S^{max} \geq T \implies \mu_S m_1 g \geq m_2 g \implies \mu_S \geq m_2 / m_1 = 0.233$$



3,4) Nella nuova situazione, dobbiamo considerare la scomposizione delle forze agenti su m_1 in parallele e perpendicolari al piano inclinato. Chiamiamo x l'asse parallelo al piano e con verso positivo nella direzione della discesa, ed y l'asse ad esso perpendicolare ed uscente dal piano. Invece per il corpo di massa m_2 descriviamo il moto con un asse y' rivolto verso l'alto. In questa situazione, abbiamo

$$\begin{cases} \sum F_{x,1} = m_1 g \sin \theta + T - F_D = m_1 a_{1x} \\ \sum F_{y,1} = -m_1 g \cos \theta + N = m_1 a_{1y} = 0 \\ \sum F_{y',2} = T - m_2 g = m_2 a_{2y'} \\ a_{2y'} = -a_{1x} = -a \\ F_D = \mu_D N \end{cases}$$

dove abbiamo introdotto la forza di attrito dinamico agente su m_1 chiamandola F_D , e il legame tra le accelerazioni delle due masse, che sono uguali in modulo ma di segno opposto, in base al verso scelto per gli assi x e y' . Il sistema può essere risolto per ricavare i valori di T e di $a = a_{1x} = -a_{2y'}$:

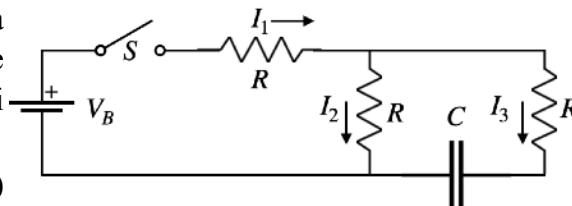


$$\begin{aligned} N &= m_1 g \cos \theta \implies F_D = \mu_D m_1 g \cos \theta \\ \implies \begin{cases} m_1 g \sin \theta + T - \mu_D m_1 g \cos \theta = m_1 a \\ T - m_2 g = -m_2 a \end{cases} \\ a &= \frac{m_1 (\sin \theta - \mu_D \cos \theta) + m_2}{m_1 + m_2} g \simeq 3.42 \text{ m/s}^2 \\ T &= m_2 (g - a) \simeq 2.23 \text{ N} \end{aligned}$$

Esercizio 3

Nel circuito in figura i resistori hanno tutti la stessa resistenza $R = 15.0 \, \Omega$ e la batteria sviluppa una forza elettromotrice $V_B = 12.0 \, \text{V}$. All'istante $t = 0$, con il condensatore di capacità $C = 12.5 \, \mu\text{F}$ scarico, si chiude l'interruttore S .

- 1) Disegnate il circuito equivalente valido per l'istante $t = 0$ e calcolate le correnti I_1, I_2, I_3 .
- 2) Calcolate la potenza erogata dalla batteria in $t = 0$.
- 3) Disegnate il circuito equivalente valido per $t \rightarrow \infty$ e calcolate le correnti I_1, I_2, I_3 .
- 4) Calcolate la carica presente sul condensatore per $t \rightarrow \infty$.



Soluzione Esercizio 3

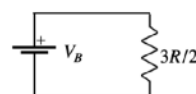
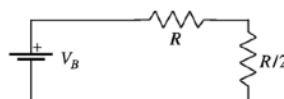
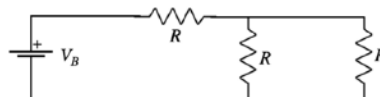
1) A $t = 0$ il condensatore è scarico; non c'è alcuna differenza di potenziale tra le armature; quindi possiamo sostituire il condensatore con un filo. A questo punto, calcoliamo la resistenza equivalente, che risulta

$$R_{tot} = \frac{3}{2}R = 22.5 \, \Omega$$

e la corrente erogata dalla batteria vale

$$I_{tot} = \frac{V_B}{R_{tot}} \simeq 0.533 \, \text{A}.$$

Tale corrente attraversa la prima resistenza, quindi $I_1 = I_{tot} \simeq 0.533 \, \text{A}$, e si divide a metà sulle altre due resistenze, quindi $I_2 = I_3 = \frac{I_{tot}}{2} \simeq 0.267 \, \text{A}$.



2) La potenza erogata dalla batteria è semplicemente

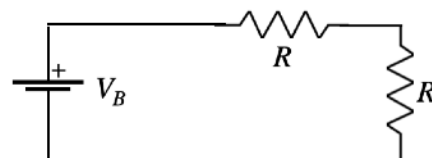
$$P = V_B I_{tot} \simeq 6.40 \, \text{W}$$

3) Per $t \rightarrow \infty$ il condensatore è completamente carico ed attraverso di esso non scorre più corrente. Quindi il circuito equivalente è quello in cui il ramo che contiene il condensatore è del tutto rimosso. In questa situazione, il circuito ha una resistenza equivalente

$$R'_{tot} = 2R \simeq 30.0 \, \Omega$$

e la corrente erogata dalla batteria vale

$$I'_{tot} = \frac{V_B}{R'_{tot}} \simeq 0.400 \, \text{A}$$



Le tre correnti richieste sono quindi $I_1 = I_2 = I_{tot} \simeq 0.400 \, \text{A}$ e $I_3 = 0$.

4) La differenza di potenziale ai capi del condensatore è pari a quella presente tra le estremità della resistenza attraversata da I_2 , quindi

$$V_C = R I'_{tot} = \frac{V_B}{2} = 6.0 \, \text{V}$$

La carica sul condensatore sarà quindi

$$Q = \frac{C V_B}{2} \simeq 75 \, \mu\text{C}$$

Esercizio 4

Un elettrone si muove verso sud a velocità costante $v = 3.00 \times 10^4$ m/s.

- 1) In quale direzione dovrebbe puntare un campo elettrico per accelerare l'elettrone verso est?
- 2) In quale direzione dovrebbe puntare un campo magnetico per accelerare l'elettrone verso ovest?
- 3) Se il campo elettrico introdotto nella domanda 1) ha intensità $|\vec{E}| = 380$ V/m, che campo magnetico (direzione, verso, modulo) occorre per produrre una forza netta nulla sull'elettrone?
- 4) Con i campi elettrico e magnetico come nella domanda 3), cosa succede se l'elettrone ha una velocità *i)* maggiore o *ii)* minore di v ?

Soluzione Esercizio 4

1) Dato che l'elettrone ha carica negativa, si ha $\vec{F} = -e\vec{E}$, dunque l'elettrone accelera nel verso opposto a quello del campo elettrico. Quindi il campo elettrico dovrebbe puntare verso ovest.

2) La forza di Lorentz dovuta all'azione del campo magnetico ha invece forma $\vec{F} = -e\vec{v} \times \vec{B}$. È quindi necessario che il campo magnetico punti verso il basso (verso il centro della terra) in modo che $\vec{v} \times \vec{B}$ punti verso est e quindi la forza, ottenuta moltiplicando per la carica negativa e quindi cambiando il verso a tale vettore, punti verso ovest, come richiesto.

3) La forza elettrostatica e la forza di Lorentz si devono bilanciare. Il campo magnetico sarà perpendicolare sia al campo elettrico che alla direzione dell'elettrone. Quindi si ha, per quanto riguarda il modulo

$$eE = evB \quad \implies \quad B = E/v \simeq 12.7 \text{ mT}$$

La direzione e il verso di \vec{B} sarà quella trovata al punto 2), verso il basso, dato che vogliamo appunto ottenere una forza verso ovest, che bilanci la forza dovuta a \vec{E} , verso est.

4) Se l'elettrone ha una $v' > v$, aumenta in modulo la forza di Lorentz agente su di esso, mentre resta invariata la forza dovuta ad \vec{E} . Dunque l'elettrone accelera verso ovest. Se invece $v' < v$, la forza di Lorentz diminuisce in modulo, e mancando il bilanciamento della forza dovuta ad \vec{E} , l'elettrone accelera verso est.

Soluzione dei quesiti a scelta multipla

1) In un moto circolare uniforme, per raddoppiare il modulo dell'accelerazione centripeta mantenendo invariata la velocità angolare, occorre:

- (a) dimezzare il raggio della traiettoria
- (b) raddoppiare il raggio della traiettoria
- (c) raddoppiare la velocità tangenziale
- (d) dimezzare il periodo
- (e) nessuna delle risposte precedenti

L'accelerazione centripeta si può esprimere come $a_c = \frac{v^2}{R} = \omega^2 R$. Dato che viene mantenuta invariata la velocità angolare ω , sarà necessario raddoppiare il raggio della traiettoria.

2) Quale delle seguenti affermazioni è vera?

- (a) L'energia cinetica e il lavoro possono essere solo positivi
- (b) L'energia cinetica può essere solo positiva, il lavoro può essere positivo o negativo
- (c) Sia l'energia cinetica che il lavoro possono essere positivi o negativi
- (d) Il lavoro può essere solo positivo, l'energia cinetica può essere positiva o negativa

Il lavoro può essere negativo, quando la forza forma con lo spostamento un angolo compreso tra 90° e 180° . Dunque le risposte (a) e (d) devono essere escluse. L'energia cinetica, d'altra parte, può essere solo positiva o zero, dato che si ottiene dal prodotto della massa del corpo (quantità positiva) e del quadrato del modulo della velocità del corpo (quantità positiva). Dunque la risposta (c) è sbagliata, mentre la risposta (b) è corretta.

3) La Luna non si schianta sulla Terra per

- (a) la forza risultante agente su di essa è zero
- (b) è al di là del raggio della gravità terrestre
- (c) è attratta dal Sole oltre che dalla Terra
- (d) è in caduta libera, ma ha una elevata velocità tangenziale

La forza di gravità ha raggio d'azione infinito, dunque la risposta (b) è certamente sbagliata. Anche la risposta (c) non ha molto senso: durante il moto la terra può trovarsi tra il sole e la luna, dunque la tendenza della luna a *non cadere* sulla terra non è necessariamente ridotta dalla presenza del sole. La risposta (a) non può essere corretta, in quanto osserviamo che la luna compie un'orbita approssimativamente circolare, dunque conduce un moto accelerato; il che può solo essere conseguenza di una risultante delle forze agenti su di essa diversa da zero. Resta la risposta (c), che è sostanzialmente corretta: la luna è libera di cadere verso la terra, ma si muove con una velocità tangenziale elevata, in

modo che $m_L v^2 / R_{orbita} \simeq G \frac{m_L M_T}{R_{orbita}^2}$.

4) Quale delle seguenti grandezze NON influisce sulla capacità di un condensatore a facce piane?

- (a) l'area delle piastre
- (b) la separazione delle piastre
- (c) il materiale tra le piastre
- (d) la carica sulle piastre

Per un tipico condensatore a facce piane, sappiamo che $C = \epsilon \frac{A}{d}$, dove A è l'area delle armature e d la loro distanza, ed ϵ è la costante dielettrica del mezzo presente tra le armature. Quindi le risposte (a), (b), (c) sicuramente non sono corrette, in quanto menzionano proprio le caratteristiche che influiscono sulla capacità. La carica sulle piastre non definisce la capacità, ma è in relazione con la tensione tra le piastre, dalla definizione di capacità stessa $C = Q/V$. Quindi la risposta corretta è la (d), la carica sulle piastre non influisce sulla capacità.

5) Due cariche positive identiche sono poste l'una accanto all'altra. Nel punto a metà

- (a) il campo elettrico è zero e il potenziale elettrico è positivo
- (b) il campo elettrico è zero e il potenziale elettrico è zero
- (c) il campo elettrico non è zero e il potenziale elettrico è zero
- (d) il campo elettrico non è zero e il potenziale elettrico è positivo
- (e) nessuna affermazione è vera

La risposta corretta è la (a). Ciascuna carica positiva genera un potenziale elettrostatico positivo e che diminuisce con la distanza (tendendo a zero per la distanza che tende a infinito), e nel punto intermedio il potenziale elettrostatico è la somma dei due potenziali, quindi il doppio di quello che avrebbe generato una carica sola. I campi elettrici generati dalle due cariche nel punto intermedio hanno lo stesso modulo e la stessa direzione ma verso opposto, e si cancellano. Dunque nel punto intermedio il campo elettrico è zero e il potenziale è positivo.

6) Supponiamo che un oggetto sia accelerato da una forza di 100 N. A un certo istante una seconda forza sempre di modulo 100 N inizia ad essere esercitata sull'oggetto, con verso opposto alla prima. L'oggetto

- (a) si ferma rapidamente
- (b) decelera gradualmente fino a fermarsi
- (c) continua con la velocità che aveva un attimo prima che subentrasse la seconda forza
- (d) viene gradualmente portato a riposo e quindi accelera nella direzione della seconda forza

La situazione che si viene a creare è che $\sum \vec{F} = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = \vec{F}_1 - \vec{F}_1 = 0$: il corpo è soggetto ad una risultante delle forze esterne pari a zero. In questa situazione, in base al primo principio di Newton, l'oggetto prosegue nel suo stato di moto senza accelerazione. Sono dunque errate la (a), la (b) e la (d), mentre è corretta la (c).

7) In prossimità di un filo metallico percorso da corrente elettrica è sempre presente un campo magnetico, ma non un campo elettrico, perché

- (a) le cariche in movimento creano campi magnetici ma non campi elettrici
- (b) il filo contiene quantità uguali di cariche negative e positive
- (c) gli elettroni e gli atomi si muovono in direzioni diverse nel filo
- (d) il campo magnetico annulla il campo elettrico

Tutte le cariche elettriche generano un campo elettrico, quindi la risposta (a) non ha senso. Nel filo si muovono solo gli elettroni di conduzione, mentre "gli atomi" restano fermi e compongono l'oggetto macroscopico "filo", che non si muove; quindi anche la risposta (c) non ha senso. Anche la risposta (d) non ha senso: due oggetti di natura diversa non possono annullarsi (al limite, si può creare una configurazione in cui la somma delle forze dovute al campo magnetico ed al campo elettrico agenti su una data carica si annulla). La risposta (b) è invece corretta: il filo è elettricamente neutro, in quanto su scale molto maggiori della tipica distanza tra gli atomi nel filo ($\sim 10^{-10}$ m), in qualsiasi porzione di materiale è sempre presente un uguale numero di protoni e di elettroni. Non essendoci una carica elettrica netta, non si produce alcun campo elettrico macroscopico, mentre il moto dei portatori di carica (gli elettroni di conduzione) produce il campo magnetico.

8) Quando si aziona un interruttore, la luce si accende immediatamente perché

- (a) gli elettroni si muovono molto velocemente dall'interruttore alla lampadina
- (b) alcuni degli elettroni già presenti nel filo sono subito spinti dalla differenza di potenziale
- (c) la lampadina ha una bassa resistenza, se la resistenza fosse elevata ci vorrebbe più tempo
- (d) l'azienda elettrica rallenta l'accensione solo in caso di morosità

La tipica velocità di deriva (dovuta ad un campo elettrico esterno) degli elettroni di conduzione in un metallo è inferiore a 1 mm/s, dunque gli elettroni *non* si muovono affatto tanto velocemente (anche se in realtà il loro moto caotico dovuto all'agitazione termica avviene con velocità tipiche maggiori di 10 ordini di grandezza!). Questo esclude la (a). Le risposte (c) e soprattutto (d) non meritano nemmeno di essere commentate. È invece corretta la risposta (b): anche se gli elettroni si muovono lentamente, *tutti* gli elettroni di conduzione presenti sull'intera estensione del filo si mettono in modo pressoché simultaneamente, spinti dal campo elettrico, che si propaga nel materiale alla velocità della luce!