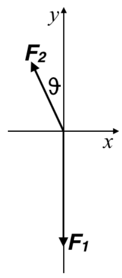
AA 2023-2024 - Fisica - CdL Ingegneria e Scienze Informatiche

Luigi Guiducci - Esercitazioni

[1] Un punto P è sottoposto ad una forza $F_1 = 34$ N lungo il verso negativo dell'asse y e ad una forza $F_2 = 25$ N che forma un angolo $\theta = 30^o$ con l'asse y (vedi figura). Calcolare modulo, direzione e verso della forza $\overrightarrow{F}_3$ che occorre applicare al punto P per mantenerlo in equilibrio statico.

[angolo con l'asse y $\phi = 45.4^o$, nel primo quadrante; $F_3 = 17.6$ N]



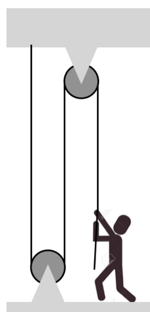
[2] Un punto di massa $m = 0.8$ kg, inizialmente in quiete, è sottoposto all'azione di una forza costante $\overrightarrow{F}_1$, avente la direzione e il verso dell'asse x e modulo $F_1 = 16$ N. Dopo un tempo $t_1 = 3$ s cessa l'azione di $\overrightarrow{F}_1$ e si osserva che il punto rallenta uniformemente, fermandosi all'istante $t_2 = 9$ s. Calcolare la forza $\overrightarrow{F}_2$ parallela all'asse x che agisce durante la frenata e lo spazio totale $(x_1 + x_2)$ percorso.

[$F_2 = 8$ N, discorde all'asse x; $(x_1 + x_2) = 270$ m]

[3] Discutere i sistemi rappresentati nelle figure seguenti:

$m_{scimmia} = m_{banane}$

[4] Un lavavetri fa salire la piattaforma su cui si trova tirando verso il basso con una forza di 540 N una corda inestensibile e tenuta costantemente in tensione. Con una estremità fissata al tetto dell'edificio, la corda scende dal tetto e scorre attraverso una prima carrucola fissata alla piattaforma, poi sale attraverso una seconda carrucola fissata al tetto, e infine scende e giunge nelle mani del lavavetri (vedi disegno a lezione). La massa totale della piattaforma e del suo corpo è di 155 kg. Assumendo trascurabili la massa della corda e delle carrucole, nonché gli attriti corda-carrucola, calcolare l'accelerazione $\overrightarrow{a}$ della piattaforma.



[modulo: $a = 0.642$ m/s^2, direzione verticale, verso l'alto]

[5] Tarzan ($m = 85.0$ kg) nel tentativo di raggiungere la riva opposta di un fiume, si appende ad una liana e si lascia andare. La liana è lunga 10.0 m e la velocità di Tarzan, nel punto più basso dell'oscillazione, è di 8.00 m/s. La liana si rompe per una tensione di 1000 N. Riuscirà Tarzan ad attraversare il fiume?

[Risultato: no.]

[6] Un furgone accelera lungo una discesa impiegando, con partenza da fermo, 6.00 s per raggiungere la velocità di 30.0 m/s. Un corpo di massa $m = 0.100$ kg e' appeso tramite una cordicella al soffitto del furgone e durante l'accelerazione la cordicella mantiene una direzione perpendicolare al soffitto. Determinare l'angolo θ della discesa rispetto all'orizzontale e la tensione T della cordicella.

[$\theta = 30.6^{\circ}$, $T = 0.844$ N]

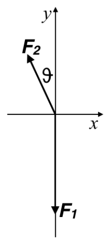
[7] Un furgone sta viaggiando a $v_0 = 11.1$ m/s in discesa lungo una strada collinare di pendenza 15°, quando a un certo istante frena bloccando contemporaneamente tutte le ruote, fino a fermarsi. Il coefficiente di attrito dinamico tra pneumatici e asfalto è 0.75. Calcolare quanto spazio s percorre, frenando, prima di fermarsi.

[$s = 13.5$ m]

[8] Un corpo di massa $m_A = 100$ kg poggia su un piano orizzontale scabro e il coefficiente di attrito statico relativo è $\mu_A = 0.2$. Un secondo corpo B di massa $m_B = 20$ kg è posato su A e il coefficiente di attrito statico tra i due corpi A e B è $\mu_B = 0.1$. Calcolare: l'intensità F_{min} della forza parallela al piano orizzontale applicata al corpo A, superando la quale il corpo A si mette in movimento; l'intensità massima F_{max} della forza parallela al piano orizzontale che può essere applicata al corpo A senza che il corpo B sfugga da A (si assuma il coefficiente di attrito dinamico uguale a quello di attrito statico). Si provi a discutere qualitativamente altre possibili combinazioni: si vari il corpo a cui è applicata la forza, e la presenza o meno di attrito tra i due corpi e tra il corpo inferiore e il suolo.

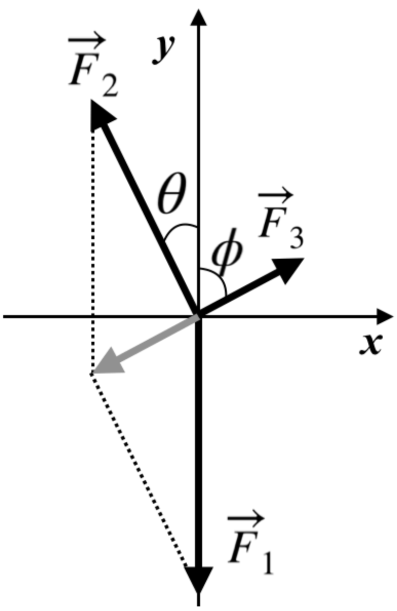
[$F_{min} = 235$ N; $F_{max} = 353$ N]

[1] Un punto P è sottoposto ad una forza $F_1 = 34$ N lungo il verso negativo dell'asse y e ad una forza $F_2 = 25$ N che forma un angolo $\theta = 30^{\rm o}$ con l'asse y (vedi figura). Calcolare modulo, direzione e verso della forza $\overrightarrow{F}_3$ che occorre applicare al punto P per mantenerlo in equilibrio statico.



[angolo con l'asse y $\phi = 45.4^{\rm o}$, nel primo quadrante; $F_3 = 17.6$ N]

Si avrà la condizione di equilibrio quando $\sum \overrightarrow{F} = 0$, quindi $\overrightarrow{F}_1 + \overrightarrow{F}_2 + \overrightarrow{F}_3 = 0$. Tale condizione equivale alle due relazioni (componenti sui due assi cartesiani):



$$\begin{cases} F_{2x} + F_{3x} = 0 \\ F_{1y} + F_{2y} + F_{3y} = 0 \end{cases}$$

Detto ϕ l'angolo formato da $\overrightarrow{F}_3$ con l'asse y:

$$\begin{cases} -F_2 \sin\theta + F_3 \sin\phi = 0 \\ -F_1 + F_2 \cos\theta + F_3 \cos\phi = 0 \end{cases}$$

$$\Longrightarrow \quad \tan\phi = \frac{F_2 \sin\theta}{F_1 - F_2 \cos\theta} \quad \Longrightarrow \quad \phi \simeq 45.4^{\rm o}$$

e

$$F_3 = F_2 \frac{\sin\theta}{\sin\phi} \simeq 17.6 \text{ N}$$

Qualitativamente, era evidente che $\overrightarrow{F}_3$ doveva giacere nel primo quadrante.

[2] Un punto di massa $m = 0.8$ kg, inizialmente in quiete, è sottoposto all'azione di una forza costante $\vec{F}_1$, avente la direzione e il verso dell'asse x e modulo $F_1 = 16$ N. Dopo un tempo $t_1 = 3$ s cessa l'azione di $\vec{F}_1$ e si osserva che il punto rallenta uniformemente, fermandosi all'istante $t_2 = 9$ s. Calcolare la forza $\vec{F}_2$ parallela all'asse x che agisce durante la frenata e lo spazio totale $(x_1 + x_2)$ percorso.

[$F_2 = 8$ N, discorde all'asse x; $(x_1 + x_2) = 270$ m]

Sotto l'azione di $\vec{F}_1$:

$$a_1 = \frac{F_1}{m} \simeq 20 \text{ m/s}^2$$

All'istante t_1 il corpo avrà

$$v_1 = a_1 t_1 \simeq 60 \text{ m/s}$$

e avrà percorso uno spazio

$$x_1 = \frac{1}{2} a_1 t_1^2 \simeq 90 \text{ m}$$

Nella fase di decelerazione

$$0 = v_2 = v_1 - a_2(t_2 - t_1) \implies a_2 = \frac{v_1}{t_2 - t_1} \simeq 10 \text{ m/s}^2$$

quindi la forza vale

$$F_2 = m a_2 \simeq 8 \text{ N}$$

diretta in verso opposto all'asse x

$$\vec{F}_2 = -m a_2 \hat{\imath} \simeq (-8 \text{ N})\hat{\imath}$$

Lo spazio percorso durante la frenata:

$$x_2 = v_1(t_2 - t_1) - \frac{1}{2} a_2 \left(t_2 - t_1\right)^2 \simeq 180 \text{ m}$$

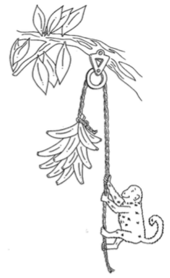
o alternativamente, usando

$$0 = v_2^2 = v_1^2 - 2a_2 x_2 \implies x_2 = \frac{v_1^2}{2a_2} \simeq 180 \text{ m}$$

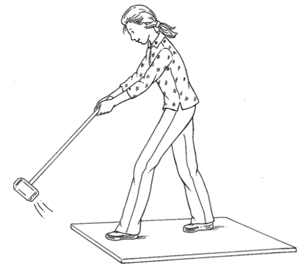
Quindi in totale

$$x_1 + x_2 = (90 + 180) \text{ m} = 270 \text{ m}$$

[3] Discutere i sistemi rappresentati nelle figure seguenti:



$m_{scimmia} = m_{banane}$



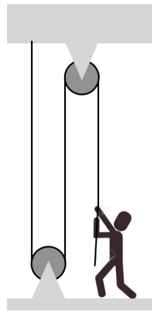
Prima figura: consideriamo una corda inestensibile e di massa trascurabile, una carrucola di massa trascurabile e priva di attrito. Immaginiamo una scatola intorno alla donna e al sedile: vediamo uscire due corde agganciate in alto. La tensione T sulla corda tira la scatola due volte. Quindi la donna sale se $2T > (M + m)\,g$, avendo chiamato M la massa della donna e m la massa del sedile. Per una donna di 60 kg e un sedile di 5 kg, è sufficiente esercitare sull'estremità libera della fune una forza di circa 320 N, equivalente a 33 kg.

Seconda figura: con le stesse assunzioni fatte in precedenza su fune e carrucola, abbiamo che $T > (M + m)\,g$. È piuttosto facile esercitare tale tensione in questo modo, potendo utilizzare la forza delle gambe.

Terza figura: sempre con le assunzioni su fune e carrucola ideali, se la scimmia e la banana hanno la stessa massa, sottoposte alla stessa tensione T della fune si muoveranno con la stessa accelerazione. Quindi la scimmia cerca di salire per raggiungere la banana, ma questa sale allo stesso modo della scimmia.

Quarta figura: a molti sarà capitato, magari da bambini, di spostarsi in questo modo. È una situazione simile a quando si riesce ad avanzare sugli sci con dei "colpi di reni". Per descrivere completamente gli eventi è necessario avere acquisito i concetti di quantità di moto del sistema, e della sua conservazione se in assenza di forze esterne. Il sistema ha la stessa quantità di moto nella direzione orizzontale prima e dopo il colpo di mazza: l'urto lo trasferisce dalla mazza al sistema tavola+donna+mazza. La forza necessaria ad alzare/allontanare la mazza è interna (le braccia della ragazza) e la forza esercitata durante l'urto con la tavola pure (impulso scambiato nell'urto mazza-tavola). Eppure il sistema riesce a spostarsi, e ciò non può accadere in virtù di forze interne, ma solo in conseguenza dell'azione di forze esterne. Dobbiamo considerare l'attrito con il suolo! Avremo attrito statico in azione mentre si alza la mazza, ciò impedisce alla tavola di muoversi. La mazza viene infatti alzata e allontanata "lentamente", quindi la forza in gioco è "piccola" e la tavola non si sposta grazie alla forza di attrito statico il cui modulo dovrà avere un valore massimo superiore al modulo della forza agente sulla mazza mentre viene alzata, uguale e opposta alla forza agente sulla ragazza+tavola in questa fase.. Il colpo di mazza esercita sulla tavola una forza molto grande (per un intervallo temporale molto breve), sufficiente a superare la massima forza di attrito statico presente tra tavola e pavimento, e la tavola inizia a strisciare. In seguito, dopo che ha iniziato a muoversi, l'attrito dinamico riporta alla quiete il sistema. Ripetendo il procedimento, è possibile spostarsi della quantità desiderata.

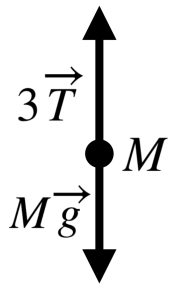
[4] Un lavavetri fa salire la piattaforma su cui si trova tirando verso il basso con una forza di 540 N una corda inestensibile e tenuta costantemente in tensione. Con una estremità fissata al tetto dell'edificio, la corda scende dal tetto e scorre attraverso una prima carrucola fissata alla piattaforma, poi sale attraverso una seconda carrucola fissata al tetto, e infine scende e giunge nelle mani del lavavetri (vedi disegno a lezione). La massa totale della piattaforma e del suo corpo è di 155 kg. Assumendo trascurabili la massa della corda e delle carrucole, nonché gli attriti corda-carrucola, calcolare l'accelerazione $\vec{a}$ della piattaforma.



[modulo: $a = 0.642\ \mathrm{m/s^2}$, direzione verticale, verso l'alto]

In ogni punto della fune è presenta una tensione T, la cui direzione dipende da come la fune è orientata. Consideriamo come la fune "esce" da ciascun vincolo, nel caso della piattaforma la puleggia ad essa attaccata e la persona che tira l'estremità della fune: avremo la tensione della fune, applicata come forza esterna al sistema piattaforma-persona, per tre volte, sempre diretta verso l'alto.

Ne deriva che il diagramma di corpo libero del sistema piattaforma-persona sarà come mostrato nella figura.



L'estremità libera della fune è quella a cui è applicata la forza esercitata dalla persona, data dal testo del problema. Ne concludiamo che la tensione delle fune ha lo stesso modulo di tale forza, quindi $|\vec{T}| = 540$ N.

Passiamo ora a scrivere direttamente la somma delle forze nella direzione verticale:

$$\sum F_y = 3T - Mg = Ma$$

da cui ricaviamo immediatamente

$$a = \frac{3T}{M} - g \simeq 0.64\ \mathrm{m/s^2}$$

[5] Tarzan ($m = 85.0$ kg) nel tentativo di raggiungere la riva opposta di un fiume, si appende ad una liana e si lascia andare. La liana è lunga 10.0 m e la velocità di Tarzan, nel punto più basso dell'oscillazione, è di 8.00 m/s. La liana si rompe per una tensione di 1000 N. Riuscirà Tarzan ad attraversare il fiume?

[Risultato: no.]

Essendo attaccato ad una fune inestensibile, Tarzan si muove lungo una traiettoria circolare, lungo la quale è presente una accelerazione centripeta che vale in modulo $a_c = \frac{v^2}{r}$, dove r è in questo caso la lunghezza della liana. Nel punto più basso, tale accelerazione è diretta verso l'alto (il centro della circonferenza si trova sopra Tarzan, sulla sua verticale). La somma delle forze esterne (che sono la forza peso e la tensione della liana) dovrà essere in grado di produrre questa accelerazione sulla massa di Tarzan (seconda legge di Newton), cioè:

$$\sum F_y = T - mg = ma_c = m\frac{v^2}{r}$$

da cui si ricava immediatamente

$$T = m\left(g + \frac{v^2}{r}\right) \simeq 1380 \text{ N} > 1000 \text{ N}$$

quindi la liana si spezza.

[6] Un furgone accelera lungo una discesa impiegando, con partenza da fermo, 6.00 s per raggiungere la velocità di 30.0 m/s. Un corpo di massa $m = 0.100$ kg e' appeso tramite una cordicella al soffitto del furgone e durante l'accelerazione la cordicella mantiene una direzione perpendicolare al soffitto. Determinare l'angolo θ della discesa rispetto all'orizzontale e la tensione T della cordicella.

[$\theta = 30.6^\circ$, $T = 0.844$ N]

In questo caso viene naturale pensare ad un sistema di riferimento non inerziale (accelerato, come il furgone) ma è ovviamente possibile, e in questo caso semplice, risolvere il problema nel sistema di riferimento inerziale solidale con la strada. Infatti il corpo appeso alla cordicella sta indubbiamente scendendo con la stessa velocità e accelerazione del furgone in ogni istante. Scegliamo un asse x parallelo alla discesa o orientato in modo che il furgone si muova nel verso positivo. Avremo

$$a_x = a = \frac{v_f - v_i}{t_f - t_i} = 5.00 \text{ m/s}$$

mentre le altre due componenti dell'accelerazione (a_y, a_z) sono nulle. Tale accelerazione moltiplicata per la massa del corpo appeso fornisce la forza totale agente sul corpo:

$$\begin{cases} \sum F_x = mg \sin\theta = ma_x = ma \\ \sum F_y = T - mg \cos\theta = ma_y = 0 \end{cases}$$

quindi si può ricavare:

$$\sin\theta = a/g \implies \theta = \arcsin(a/g) \simeq 30.6^\circ$$

$$T = mg \cos\theta \simeq 0.844 \text{ N}$$

[7] Un furgone sta viaggiando a $v_0 = 11.1$ m/s in discesa lungo una strada collinare di pendenza 15°, quando a un certo istante frena bloccando contemporaneamente tutte le ruote, fino a fermarsi. Il coefficiente di attrito dinamico tra pneumatici e asfalto è 0.75. Calcolare quanto spazio s percorre, frenando, prima di fermarsi.

[$s = 13.5$ m]

Le forze agenti sul furgone sono la forza peso, la forza normale e la forza di attrito, quindi la seconda legge di Newton si scrive:

$$\sum \vec{F} = \vec{N} + \vec{P} + \vec{F}_a = m\vec{a}$$

Scelto un sistema di riferimento con asse x parallelo al piano della discesa (e verso concorde con la discesa) e asse y perpendicolare e rivolto verso l'alto, possiamo scrivere la seconda legge di Newton per le componenti:

$$\begin{cases} \sum F_y = N - mg\cos\theta = 0 \\ \sum F_x = mg\sin\theta - \mu N = ma \end{cases}$$

ottenendo quindi

$$mg\sin\theta - \mu mg\cos\theta = ma \implies a = g(\sin\theta - \mu\cos\theta)$$

Poi utilizziamo la cinematica di un moto rettilineo uniformemente accelerato:

$$v^2 = v_0^2 + 2aS$$

con $v^2 = 0$ e $a = g(\sin\theta - \mu\cos\theta)$ otteniamo

$$0 = v_0^2 + 2g(\sin\theta - \mu\cos\theta) \implies S = \frac{v_0^2}{2g(\mu\cos\theta - \sin\theta)}$$

Possiamo impostare la soluzione in termini energetici. Ora scegliamo un sistema di riferimento con asse x orizzontale e asse y verticale, con l'origine nella posizione del furgone nell'istante iniziale. Scriviamo l'energia potenziale della forza peso e l'energia cinetica negli istanti iniziale e finale:

$$U_i = 0; \quad K_i = \frac{1}{2}mv_0^2; \qquad U_f = -mgS\sin\theta; \quad K_f = 0$$

Da cui ricaviamo la variazione di energia meccanica del furgone:

$$\Delta E = E_f - E_i = L_{ext} = -mgS\sin\theta - \frac{1}{2}mv_0^2$$

La variazione di energia meccanica è dovuta al lavoro delle forze non conservative, cioé il lavoro compiuto dall'attrito lungo lo spostamento S:

$$\Delta E = L_{nc} = \vec{F}_a \cdot \vec{S} = -\mu mgS\cos\theta$$

Quindi abbiamo la relazione

$$-mgl\sin\theta - \frac{1}{2}mv_0^2 = -\mu mgS\cos\theta \implies S = \frac{v_0^2}{2g(\mu\cos\theta - \sin\theta)}$$

come sopra.

[8] Un corpo di massa $m_A = 100$ kg poggia su un piano orizzontale scabro e il coefficiente di attrito statico relativo è $\mu_A = 0.2$. Un secondo corpo B di massa $m_B = 20$ kg è posato su A e il coefficiente di attrito statico tra i due corpi A e B è $\mu_B = 0.1$. Calcolare: l'intensità F_{min} della forza parallela al piano orizzontale applicata al corpo A, superando la quale il corpo A si mette in movimento; l'intensità massima F_{max} della forza parallela al piano orizzontale che può essere applicata al corpo A senza che il corpo B sfugga da A (si assuma il coefficiente di attrito dinamico uguale a quello di attrito statico). Si provi a discutere qualitativamente altre possibili combinazioni: si vari il corpo a cui è applicata la forza, e la presenza o meno di attrito tra i due corpi e tra il corpo inferiore e il suolo.

[$F_{min} = 235$ N; $F_{max} = 353$ N]

Quando il sistema è in quiete, tra A e il suolo agisce attrito statico, avrà un valore massimo

$$F^A_{s,max} = \mu_A g \left(m_A + m_B\right)$$

Se applico una forza "piccola", $F < F^A_{s,max}$, al corpo A, il sistema non si sposta. **Se applico una forza $F > F^A_{s,max}$, sempre al corpo A,** il sistema inizia ad accelerare. Supponendo che A e B si muovano in modo solidale, la seconda legge di Newton sarà per il sistema che accelera in virtù della forza esterna applicata:

$$\sum F_x = F - \mu_A(m_A + m_B)g = (m_A + m_B)a$$

dove la forza totale agente sul sistema è data dalla forza esterna meno (verso opposto) la forza di attrito dinamico agente durante lo strisciamento tra A e il pavimento. Quindi

$$a = \frac{F}{m_A + m_B} - \mu_A g$$

Perché anche B accelera, nonostante la forza esterna sia applicata ad A? Grazie all'attrito tra A e B. Anche questo attrito (statico) ha un valore massimo, dato da

$$F^{B-A}_{s,max} = \mu_B m_B g$$

e perché B non scivoli via da A, tale valore di $F^{B-A}_{s,max}$ deve restare più grande della forza di attrito statico tra A e B effettivamente necessaria ad accelerare B con la stessa accelerazione a calcolata sopra:

$$\mu_B m_B g > m_B a \implies a < \mu_B g \implies \frac{F}{m_A + m_B} - \mu_A g < \mu_B g \implies F < (m_A + m_B)g(\mu_B + \mu_A) \simeq 353 \text{ N}$$

Se invece applico una forza esterna al corpo B, dato che

$$F_{s,max}^{B-A} = \mu_B m_B g < F_{s,max}^{A} = \mu_A (m_A + m_B) g$$

la prima cosa che può accadere (per una forza esterna sufficiente) è che B scivolerà su A mentre A non scivolerà sul pavimento.

Se invece si avesse $\mu_A = 0$, allora non avremmo un valore minimo della forza esterna necessaria a provocare il moto (zero attritato statico tra A e il pavimento). L'accelerazione del sistema sarebbe

$$a = \frac{F}{m_A + m_B}$$

La condizione "B non scivola su A" diventa

$$\mu_B m_b g = F_{s,max}^{B-A} > m_B a = F \frac{m_B}{m_A + m_B}$$

cioé la forza esterna deve essere sufficientemente piccola, precisamente

$$F < \mu_B (m_A + m_B) g$$

Se invece si avesse $\mu_B = 0$, avrei una forza di attrito statico tra A e il pavimento come discusso nel primo caso, quindi lo stesso valore della forza minima necessaria ad avviare il moto, ma un'accelerazione superiore, in quanto B resterebbe fermo, con A che gli scivola sotto.