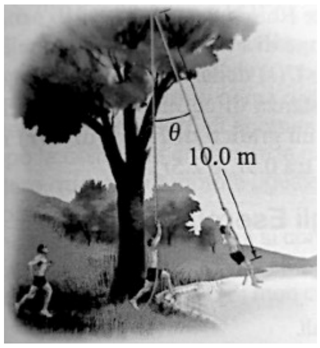
Università degli Studi di Bologna - Corso di Laurea in Ingegneria e Scienze Informatiche
Fisica - Appello del 18 Gennaio 2023 - Prof. L. Guiducci

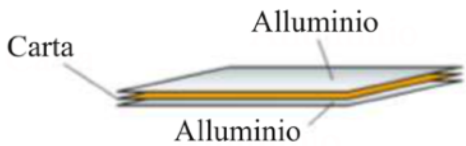
Esercizio 1
Uno studente di massa $m = 56.0$ kg, correndo a $v_0 = 6.00$ ms/s, si aggrappa ad una fune di lunghezza $l = 10.0$ m che pende da un albero e si mette ad oscillare al di sopra di un lago. A un certo punto, quando la sua velocità è nulla, lo studente molla la fune.



1. Quanto vale l'angolo θ nell'istante in cui lo studente lascia la fune?
2. Quanto vale la tensione della fune un istante prima che la lasci?
3. Quanto vale la massima tensione della fune durante l'oscillazione?

Esercizio 2
Un corpo di massa m, lanciato con velocità iniziale di modulo v_0, scivola su una superficie orizzontale con coefficiente di attrito dinamico $\mu_d = 0.2$. Percorso un tratto $l_1 = 2.00$ m, il corpo incontra un piano inclinato avente uguale coefficiente di attrito, di lunghezza $l_2 = 3.00$ m e pendenza $\alpha = 30^o$. Il corpo sale fino alla sommità del piano inclinato dove giunge con velocità nulla. Si calcoli:
1. il valore di v_0;
2. il minimo valore del coefficiente di attrito statico del piano inclinato tale che il corpo non ridiscenda verso il basso;
3. la lunghezza l_3 del tratto di piano orizzontale che il corpo percorre prima di fermarsi, una volta ridisceso nel caso in cui il coefficiente di attrito statico non fosse sufficiente a tenere fermo il corpo alla sommità del piano.

Esercizio 3
Un foglio di carta ha costante dielettrica relativa $\varepsilon_r = 3.7$, spessore $d = 0.11$ mm e "rigidità dielettrica" $E_R = 1.55 \times 10^7$ V/m. La rigidità dielettrica è il massimo campo elettrico che il materiale può sopportare mantenendo la caratteristica di essere isolante: al di sopra di questo valore inizia a passare corrente. Si prende un foglio A5 ($b = 14.8$ cm, $h = 21.0$ cm) e si inserisce tra due fogli di alluminio da cucina, realizzando così un condensatore casalingo.



1. Quanto vale la capacità C_0 di tale condensatore?
2. Quanta carica può essere immagazzinata prima che il condensatore si "rompa"?
3. Mostrate con un disegno come potreste sovrapporre fogli di carta e di alluminio e come potreste collegare elettricamente questi ultimi per realizzare una configurazione in parallelo.
4. Se realizzate 100 condensatori di questo tipo e collegate le estremità dei fogli di alluminio, spesso $d_{\text{Al}} = 0.016$ mm, in parallelo, quanto spesso dovrebbe essere questo condensatore?
5. Quale è la massima tensione che potreste applicare a questo condensatore di capacità $100C_0$, senza romperlo?

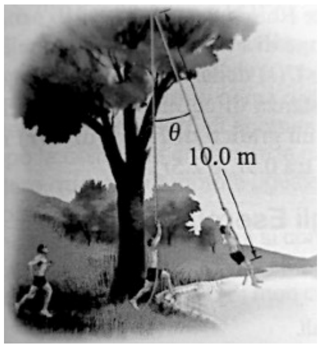
Esercizio 4
Un lungo solenoide ha $n = 500$ m^{-1} avvolgimenti per metro, raggio $r = 1.25$ cm e resistenza $R = 2.50$ Ω. Viene alimentato con un generatore che produce una differenza di potenziale che cambia nel tempo secondo la legge $V(t) = kt$ con $k = 250$ V/s. Il solenoide è circondato al suo centro da una spira quadrata di lato $a = 5.00$ cm. Si calcoli:
1. il modulo del campo magnetico presente nel solenoide all'istante $t^* = 0.350$ s;
2. la forza elettromotrice indotta nella spira quadrata;
3. il valore del campo elettrico indotto nel filo della spira quadrata.

Università degli Studi di Bologna - Corso di Laurea in Ingegneria e Scienze Informatiche
Fisica - Appello del 18 Gennaio 2023 - Prof. L. Guiducci

Esercizio 1

Uno studente di massa $m = 56.0$ kg, correndo a $v_0 = 6.00$ ms/s, si aggrappa ad una fune di lunghezza $l = 10.0$ m che pende da un albero e si mette ad oscillare al di sopra di un lago. A un certo punto, quando la sua velocità è nulla, lo studente molla la fune.

1. Quanto vale l'angolo θ nell'istante in cui lo studente lascia la fune?
2. Quanto vale la tensione della fune un istante prima che la lasci?
3. Quanto vale la massima tensione della fune durante l'oscillazione?



Soluzione

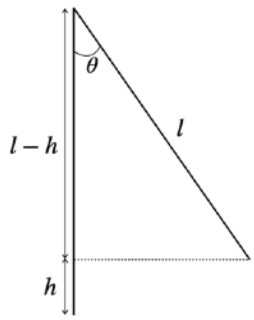
1) Quando la velocità è nulla, nel punto più alto dell'oscillazione, lo studente non ha energia cinetica. Tutta l'energia cinetica iniziale si è convertita in energia potenziale della forza peso: lo studente si troverà più in alto di una quantità h. Possiamo quindi ricavare h dalla conservazione dell'energia, ponendo l'energia potenziale della forza peso a zero alla quota iniziale dello studente:

$$E_i = K_i + U_i = K_i = \frac{1}{2}mv_0^2$$

$$E_f = K_f + U_f = U_f = mgh$$

$$E_i = E_f \implies \frac{1}{2}mv_0^2 = mgh \implies h = \frac{v_0^2}{2g}$$

Avendo trovato h, possiamo ricavare l'angolo θ con un po' di trigonometria di base:

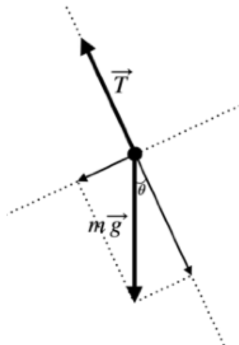


$$\cos\theta = \frac{l-h}{l} = 1 - \frac{v_0^2}{2gl}$$

$$\theta = \arccos\left(1 - \frac{v_0^2}{2gl}\right) \simeq 35.3^{\circ}$$

2) Nel punto in cui lo studente sta per lasciare la fune, la velocità è nulla dunque non vi è alcuna accelerazione centripeta: l'accelerazione è solo tangenziale. Quindi la tensione della fune non fa altro che bilanciare la componente della forza peso parallela alla fune:

$$T = mg\cos\theta = mg\left(1 - \frac{v_0^2}{2gl}\right) \simeq 449 \text{ N}$$



Il punto di massima tensione è quello in cui la fune è verticale, e la tensione, oltre a bilanciare l'intera forza peso agente sullo studente, fornisce la forza centripeta necessaria a mantenere lo studente sul moto circolare, in quel punto con velocità v_0:

$$T_{max} - mg = ma_c = m\frac{v_0^2}{l}$$

$$T_{max} = m\left(g + \frac{v_0^2}{l}\right) \simeq 751 \text{ N}$$

Esercizio 2

Un corpo di massa m, lanciato con velocità iniziale di modulo v_0, scivola su una superficie orizzontale con coefficiente di attrito dinamico $\mu_d = 0.2$. Percorso un tratto $l_1 = 2.00$ m, il corpo incontra un piano inclinato avente uguale coefficiente di attrito, di lunghezza $l_2 = 3.00$ m e pendenza $\alpha = 30^o$. Il corpo sale fino alla sommità del piano inclinato dove giunge con velocità nulla. Si calcoli:

1) il valore di v_0;
2) il minimo valore del coefficiente di attrito statico del piano inclinato tale che il corpo non ridiscenda verso il basso;
3) la lunghezza l_3 del tratto di piano orizzontale che il corpo percorre prima di fermarsi, una volta ridisceso nel caso in cui il coefficiente di attrito statico non fosse sufficiente a tenere fermo il corpo alla sommità del piano

Soluzione

1) Il lavoro complessivo fatto dall'attrito:

$$\mathscr{L}_{att} = -\mu_D m g l_1 - \mu_D m g l_2 \cos\alpha$$

in quanto il modulo della forza di attrito dinamico è pari a $\mu_D N$, dove N è il modulo della forza normale, pari a mg sul piano orizzontale e a $mg\cos\alpha$ sul piano inclinato. Le distanze sono l_1 e l_2, e la forza è parallela allo spostamento ma con verso opposto, da cui il segno meno per entrambi i contributi ($\cos(180^o) = -1$).

Considerando come zero per l'energia potenziale della forza peso la quota del piano orizzontale, l'energia meccanica iniziale è

$$E_i = K_i = \frac{1}{2}mv_0^2 \qquad (U_i = 0)$$

L'energia finale è

$$E_f = U_f = mgl_2\sin\alpha \qquad (K_f = 0)$$

La variazione di energia meccanica è pari al lavoro fatto dall'attrito quindi

$$E_f - E_i = mgl_2\sin\alpha - \frac{1}{2}mv_0^2 = \mathscr{L}_{att} = -\mu_D m g l_1 - \mu_D m g l_2\cos\alpha$$

da cui si ricava

$$v_0 = \sqrt{2\mu_D g(l_1 + l_2\cos\alpha) + 2gl_2\sin\alpha} \simeq 6.9 \text{ m/s}$$

2) Affinché il corpo non scivoli, il valore massimo della forza di attrito statico deve essere maggiore o uguale alla componente parallela al piano della forza peso. Quindi

$$F_{S,max} \geq P_{//} \qquad \rightarrow \qquad \mu_S mg\cos\alpha \geq mg\sin\alpha$$

cioè

$$\mu_S \geq \tan\alpha \simeq 0.58$$

3) Consideriamo nuovamente il bilancio energetico

$$E_i = mgl_2 \sin\alpha \qquad\qquad (K_i = 0,\ U_i = mgl_2 \sin\alpha)$$

$$E_f = 0 \qquad\qquad (K_f = 0,\ U_f = 0)$$

e poniamo la variazione di energia meccanica pari al lavoro fatto dall'attrito, che possiamo scrivere

$$\mathscr{L}_{att} = -\mu_D mgl_2 \cos\alpha - \mu_D mgl_3$$

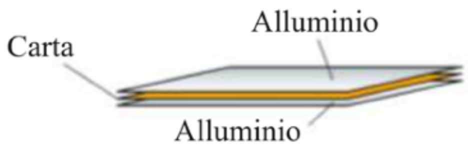
quindi

$$l_3 = \left(\frac{\sin\alpha}{\mu_D} - \cos\alpha\right) l_2 \simeq 4.9 \text{ m}$$

Esercizio 3

Un foglio di carta ha costante dielettrica relativa $\varepsilon_r = 3.7$, spessore $d = 0.11$ mm e "rigidità dielettrica" $E_R = 1.55 \times 10^7$ V/m. La rigidità dielettrica è il massimo campo elettrico che il materiale può sopportare mantenendo la caratteristica di essere isolante: al di sopra di questo valore inizia a passare corrente. Si prende un foglio A5 ($b = 14.8$ cm, $h = 21.0$ cm) e si inserisce tra due fogli di alluminio da cucina, realizzando così un condensatore casalingo.

1) Quanto vale la capacità C_0 di tale condensatore?
2) Quanta carica può essere immagazzinata prima che il condensatore si "rompa"?
3) Mostrate con un disegno come potreste sovrapporre fogli di carta e di alluminio e come potreste collegare elettricamente questi ultimi per realizzare una configurazione in parallelo.
4) Se realizzate 100 condensatori di questo tipo e collegate le estremità dei fogli di alluminio, spesso $d_{\text{Al}} = 0.016$ mm, in parallelo, quanto spesso dovrebbe essere questo condensatore?
5) Quale è la massima tensione che potreste applicare a questo condensatore di capacità $100C_0$, senza romperlo?



Soluzione

1) La capacità di un condensatore piano

$$C_0 = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{d} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{bh}{d} \simeq 9.26 \text{ nF}$$

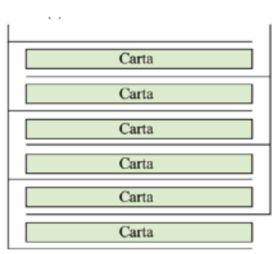
2) Il campo elettrico nel condensatore piano si scrive come

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0 \varepsilon_r} = \frac{Q}{\varepsilon_0 \varepsilon_r bh}$$

Inserendo il valore di rigidità dielettrica e invertendo otteniamo la carica massima:

$$Q_{max} = \varepsilon_0 \varepsilon_r E_R bh \simeq 15.8 \ \mu\text{C}$$

3)



4) Dovrei utilizzare 100 strati di carta e 101 strati di alluminio quindi

$$S = 100d + 101d_{\text{Al}} \simeq 12.6 \text{ mm}$$

5) La tensione è pari al campo elettrico tra le armature moltiplicato per la distanza tra le stesse, utilizzando come valore del campo la rigidità dielettrica si ottiene

$$V_{max} = E_R d \simeq 1705 \text{ V}$$

Esercizio 4

Un lungo solenoide ha $n = 500\ \mathrm{m}^{-1}$ avvolgimenti per metro, raggio $r = 1.25\ \mathrm{cm}$ e resistenza $R = 2.50\ \Omega$. Viene alimentato con un generatore che produce una differenza di potenziale che cambia nel tempo secondo la legge $V(t) = kt$ con $k = 250\ \mathrm{V/s}$. Il solenoide è circondato al suo centro da una spira quadrata di lato $a = 5.00\ \mathrm{cm}$. Si calcoli:
1) Il modulo del campo magnetico presente nel solenoide all'istante $t^* = 0.350\ \mathrm{s}$
2) La forza elettromotrice indotta nella spira quadrata
3) Il valore del campo elettrico indotto nel filo della spira quadrata.

Soluzione

1) In un solenoide, il campo magnetico si esprime con la formula

$$B = \mu_0 n I$$

La corrente che scorre nel solenoide all'istante t^* sarà

$$I(t^*) = \frac{V(t^*)}{R} = \frac{kt^*}{R}$$

e dunque

$$B(t^*) = \frac{\mu_0 n k t^*}{R} \simeq 22\ \mathrm{mT}$$

2) Visto che per un solenoide ideale il campo magnetico è interamente contenuto all'interno dello stesso, e uniforme, il valore del flusso in ogni istante è semplicemente il prodotto del modulo del campo in quell'istante moltiplicato per l'area della sezione del solenoide.

$$\Phi(\vec{B}) = B\pi r^2 = \frac{\mu_0 \pi r^2 n k t}{R}$$

quindi

$$|\mathscr{E}| = \frac{\mathrm{d}\Phi}{\mathrm{d}t} = \frac{\mu_0 \pi r^2 n k}{R} \simeq 31\ \mu\mathrm{V}$$

3) Il valore del campo sarà semplicemente il valore della forza elettromotrice diviso per la lunghezza della spira quadrata, quindi

$$|E| = \frac{|\mathscr{E}|}{4a} = \frac{\mu_0 \pi r^2 n k}{4aR} \simeq 154\ \mu\mathrm{N/C}$$