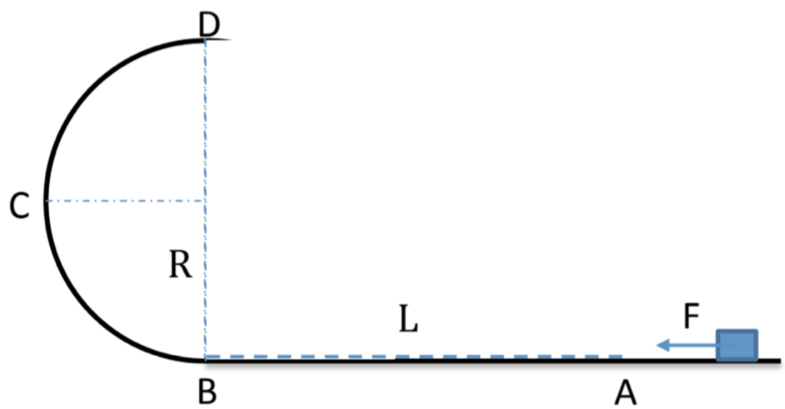
Fisica per Informatica, Prima Esercitazione

Niccolò Puccetti

19 Aprile 2024

Esercizio 1



Ad un corpo di massa M inizialmente in quiete viene applicata una forza F per un breve tempo Δt, diretta come in figura. A seguito di ciò il corpo prende a muoversi nella direzione della forza. Quando giunge in A la forza ha smesso di agire. La massa si muove dapprima su un tratto orizzontale scabro AB di lunghezza L caratterizzato da un coefficiente di attrito dinamico μ_d e quindi su una guida circolare liscia di raggio R saldata nel punto B alla guida orizzontale. Determinare:

- Il modulo della velocità nel punto C indicato in figura
- Il valore della reazione vincolare fornita dalla guida nel punto C
- Il modulo dell'accelerazione nel punto C
- Il valore minimo della forza F_{min} per il quale il corpo raggiunge il punto D senza staccarsi dalla guida

Dati: M=80 g; F= 150 N; Δt = 10 ms; L=12 m; $\mu_\mathrm{d} = 0.30$, R= 5.0 m

Soluzione Esercizio 1

1) Calcoliamo la velocità iniziale col teorema dell'impulso:

$$F\Delta t = mv_A \rightarrow v_A = \frac{F\Delta t}{m} = 18.7\,\mathrm{m/s} \tag{1}$$

La velocità nel punto C si ottiene da considerazioni energetiche. L'energia totale del corpo nel punto B si ottiene sottraendo all'energia totale in A il lavoro effettuato dalla forza di attrito nel tratto AB. Se consideriamo come quota nulla il livello iniziale dove si trovano i punti A e B chiaramente l'unica componente energetica sarà data dall'energia cinetica. Infatti si ha:

$$E_A = K_A = \frac{1}{2}MV_A^2 \tag{2}$$

$$E_B = K_B = \frac{1}{2}MV_B^2 \tag{3}$$

Per trovare E_B basta sottrarre all'energia in A l'energia persa a causa del lavoro della forza d'attrito:

$$E_B = E_A - \mu_d MgL = \frac{1}{2}MV_A^2 - \mu_d MgL \tag{4}$$

A questa punto si può applicare il principio di conservazione dell'energia meccanica tra A e B, ovvero:

$$\frac{1}{2}MV_A^2 - \mu_d MgL = \frac{1}{2}MV_C^2 + mgR \tag{5}$$

Con semplici passaggi algebrici si ricava:

$$V_C = \sqrt{V_A^2 - 2gR - 2\mu_d gL} = 13.5\,\mathrm{m/s} \tag{6}$$

2) La reazione vincolare in C deve compensare la forza centrifuga sperimentata dal corpo in quel punto:

$$N_C = \frac{MV_C^2}{R} = 2.92\,\mathrm{N} \tag{7}$$

3) L'accelerazione in C ha due componenti: quella normale la traiettoria circolare, ovvero la componente centripeta e quella tangenziale dovuta alla forza peso. Otteniamo poi il modulo combinando in quadratura le due componenti (teorema di Pitagora):

$$a_N = \frac{V_C^2}{R}\ ,\ a_T = -g \tag{8}$$

$$|a| = \sqrt{a_N^2 + a_T^2} = \sqrt{g^2 + V_C^4/R^2} = 37.8\,\mathrm{m/s^2} \tag{9}$$

4) Affinché il punto sia ancora in contatto con la guida in D, la reazione vincolare della guida in quella posizione deve essere diretta verso il basso. Questo avviene se:

$$N_D = \frac{MV_D^2}{R} - Mg > 0 \rightarrow V_D^2 > gR \tag{10}$$

A questo punto ci serve la velocità nel punto D in funzione della velocità in A da cui ricavare successivamente la forza iniziale, per fare ciò si parte nuovamente dalla conservazione dell'energia:

$$\frac{1}{2}MV_A^2 - \mu_d MgL = \frac{1}{2}MV_D^2 + 2mgR \tag{11}$$

da questa equazione ricaviamo l'espressione di V_D in funzione di V_A:

$$V_D^2 = V_A^2 - 2\mu_d gL - 4gR \tag{12}$$

A questo punto sostituendo in 10 e risolvendo per V_A si ha:

$$V_A > \sqrt{5gR + 2\mu_d gL} \tag{13}$$

Ricordando adesso che $V_A = F\Delta t/M$ si ottiene la condizione su F:

$$F > \frac{M}{\Delta t}\sqrt{5gR + 2\mu_d gL} = 142N \tag{14}$$