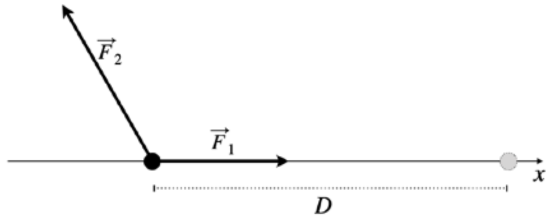
Esercizio 1



Un corpo di massa $m = 450$ g è vincolato a muoversi senza attrito lungo una retta orientata come l'asse x. Oltre alla reazione vincolare, sul corpo agiscono due forze costanti, una diretta come l'asse x e di modulo $F_1 = 22.5$ N e una che forma un angolo di 120° con l'asse x, di modulo $F_2 = 29.5$ N (si veda la figura). Si calcoli:

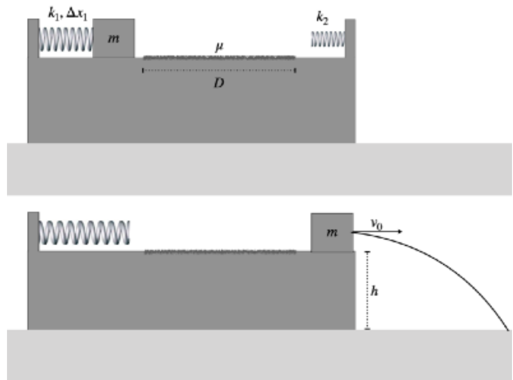
1) modulo, direzione e verso della reazione vincolare esercitata sul corpo;

2) l'accelerazione del corpo;

3) il lavoro fatto complessivamente sul corpo quando questo si è spostato di $D = 2.15$ m nella direzione positiva dell'asse x;

4) il lavoro fatto dalla forza $\vec{F}_2$ per questo stesso spostamento.

Esercizio 2



Si consideri l'apparato mostrato in figura. Un cannoncino a molla di costante elastica $k_1 = 3000$ N/m e compressione iniziale $\Delta x_1 = 12.0$ cm viene usato per lanciare da fermo un corpo di massa $m = 2.20$ kg su un banco, verso una seconda molla di costante elastica $k_2 = 2000$ N/m. Lungo il banco è presente una regione di lunghezza $D = 1.50$ m in cui c'è attrito. Eseguendo l'esperimento, si osserva che il corpo si ferma dopo avere strisciato sulla regione con attrito per una distanza $L = 1.35$ m, senza raggiungere la seconda molla.

1) Si determini il coefficiente di attrito dinamico tra banco e corpo.

Il banco viene modificato in modo da ottenere un coefficiente di attrito dinamico $\mu_D = 0.9$. Il sistema viene trasportato su Marte, e si ripete l'esperimento. Si osserva che il corpo raggiunge la seconda molla, che ne viene compressa di $\Delta x_2 = 10.4$ cm.

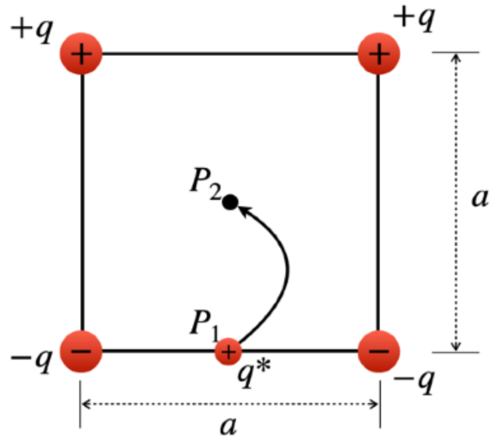
2) Si stimi il valore dell'accelerazione di gravità su Marte in base ai dati disponibili.
Il valore medio, da letteratura, è pari a $g_M = 3.72$ m/s^2: si utilizzi tale valore nel seguito.

3) Se la molla 2 viene rimossa e il corpo viene lanciato fuori dal banco, che si trova ad una altezza $h = 1.20$ m dal suolo, a che distanza ricade il corpo?

4) Sapendo che il raggio di Marte è pari a $R_M = 3390$ km, se ne calcoli la massa.

Esercizio 3

Due cariche positive q e due cariche negative $-q$, di uguale valore in modulo, sono poste nei vertici di un quadrato di lato $a = 14.1$ cm, come in figura. Dato $q = 2.00 \times 10^{-8}$ C, si calcoli:



1) l'energia elettrostatica del sistema;

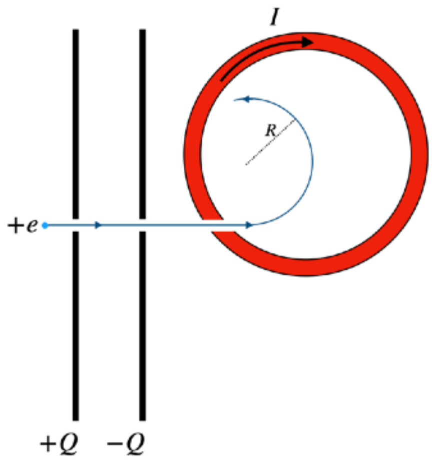
2) il modulo della forza necessaria a mantenere in posizione una delle cariche positive.

Una carica q^* viene spostata da P_1 (al centro del lato con le cariche negative alle estremità) a P_2 (al centro del quadrato) e così facendo è compiuto un lavoro $\mathscr{L} = 2.80 \times 10^{-7}$ J contro le forze del campo elettrostatico. Si trovi:

3) Il valore di q^*.

Esercizio 4

Due grandi piastre piane di area $A = 625\ \mathrm{cm}^2$, parallele e distanti $d = 5.00$ mm, sono utilizzate per creare una regione di campo elettrico uniforme. Sulle due piastre è stata posta una carica totale $\pm Q$ e si trovano in un volume di spazio in cui è stato fatto il vuoto. Due forellini consentono ad una particella di carica $+e$ di entrare (con velocità iniziale trascurabile), essere accelerata e poi uscire. All'uscita la particelle ha energia $K = 2.96 \times 10^{-16}$ J. Si consideri assente qualsiasi effetto relativistico.



1) Si calcoli il valore di Q.

In seguito la particella entra in un lungo solenoide, avente $n = 1000$ spire per metro, perpendicolarmente al suo asse. All'interno è presente un campo magnetico $B = 0.138$ T.

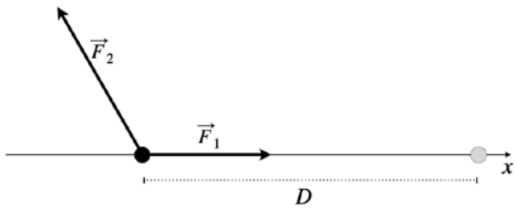
2) Si calcoli la corrente che sta scorrendo nelle spire del solenoide.

Si osserva che la particella compie all'interno del solenoide un moto circolare con raggio $R = 45.0$ mm.

3) Si calcoli la massa della particella.

Università degli Studi di Bologna - Corso di Laurea in Ingegneria e Scienze Informatiche
Fisica - Appello dell'11 Luglio 2022 - Prof. L. Guiducci
SOLUZIONI ESERCIZIO 1

Un corpo di massa $m = 450$ g è vincolato a muoversi senza attrito lungo una retta orientata come l'asse x. Oltre alla reazione vincolare, sul corpo agiscono due forze costanti, una diretta come l'asse x e di modulo $F_1 = 22.5$ N e una che forma un angolo di 120^o con l'asse x, di modulo $F_2 = 29.5$ N (si veda la figura). Si calcoli:



1) modulo, direzione e verso della reazione vincolare esercitata sul corpo;
2) l'accelerazione del corpo;
3) il lavoro fatto complessivamente sul corpo quando questo si è spostato di $D = 2.15$ m nella direzione positiva dell'asse x;
4) il lavoro fatto dalla forza $\vec{F}_2$ per questo stesso spostamento.

1) Fissato un asse y in modo che il piano xy coincida con il piano su cui giacciono $\vec{F}_1$ e $\vec{F}_2$, la reazione vincolare sarà diretta come y, e avrà verso tale da opporsi (annullare) la componente y di $\vec{F}_2$, quindi

$$\vec{R} = -F_{2,y}\hat{j} = -\left(F_2 \sin(120^o)\right)\hat{j} = \left(-25.5 \text{ N}\right)\hat{j}$$

2) Calcoliamo la somma delle forze agenti lungo l'asse x:

$$\sum F_x = F_1 + F_2 \cos(120^o) = 7.75 \text{ N}$$

L'accelerazione sarà dunque

$$a_x = \frac{\sum F_x}{m} \simeq 17.2 \text{ m/s}^2$$

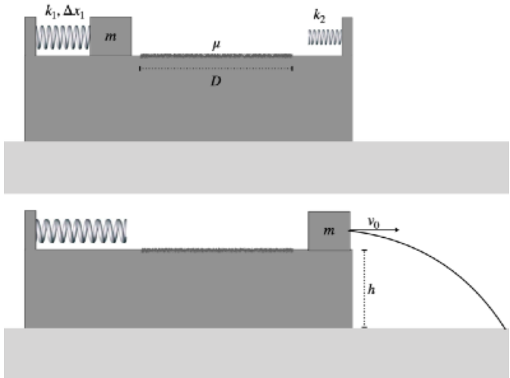
3) Lo spostamento D lungo l'asse x (verso positivo) lo possiamo scrivere, come vettore, $D\hat{i}$. Il lavoro totale fatto, quindi:

$$\mathscr{L}_{\text{tot}} = (\vec{F}_1 + \vec{F}_2) \cdot D\hat{i} = (F_{1,x} + F_{2,x})D \simeq 16.7 \text{ J}$$

4) Considerando solo la forza $\vec{F}_2$, abbiamo

$$\mathscr{L}_{\vec{F}_2} = \vec{F}_2 \cdot D\hat{i} = F_2 D \cos(120^o) \simeq -31.7 \text{ J}$$

Università degli Studi di Bologna - Corso di Laurea in Ingegneria e Scienze Informatiche
Fisica - Appello dell'11 Luglio 2022 - Prof. L. Guiducci
SOLUZIONI ESERCIZIO 2



Si consideri l'apparato mostrato in figura. Un cannoncino a molla di costante elastica $k_1 = 3000\ \mathrm{N/m}$ e compressione iniziale $\Delta x_1 = 12.0\ \mathrm{cm}$ viene usato per lanciare da fermo un corpo di massa $m = 2.20\ \mathrm{kg}$ su un banco, verso una seconda molla di costante elastica $k_2 = 2000\ \mathrm{N/m}$. Lungo il banco è presente una regione di lunghezza $D = 1.50\ \mathrm{m}$ in cui c'è attrito. Eseguendo l'esperimento, si osserva che il corpo si ferma dopo avere strisciato sulla regione con attrito per una distanza $L = 1.35\ \mathrm{m}$, senza raggiungere la seconda molla.

1) Si determini il coefficiente di attrito dinamico tra banco e corpo.

Il banco viene modificato in modo da ottenere un coefficiente di attrito dinamico $\mu_D = 0.9$. Il sistema viene trasportato su Marte, e si ripete l'esperimento. Si osserva che il corpo raggiunge la seconda molla, che ne viene compressa di $\Delta x_2 = 10.4\ \mathrm{cm}$.

2) Si stimi il valore dell'accelerazione di gravità su Marte in base ai dati disponibili.
Il valore medio, da letteratura, è pari a $g_M = 3.72\ \mathrm{m/s^2}$: si utilizzi tale valore nel seguito.

3) Se la molla 2 viene rimossa e il corpo viene lanciato fuori dal banco, che si trova ad una altezza $h = 1.20\ \mathrm{m}$ dal suolo, a che distanza ricade il corpo?

4) Sapendo che il raggio di Marte è pari a $R_M = 3390\ \mathrm{km}$, se ne calcoli la massa

1) In termini energetici, sia nell'istante iniziale che in quello finale non abbiamo energia cinetica (corpo in quiete), inizialmente abbiamo energia potenziale elastica nella molla 1, non abbiamo alcuna variazione di energia potenziale della forza peso (piano orizzontale). L'energia meccanica finale sarà inferiore a quella iniziale di una quantità pari al lavoro fatto dalla forza di attrito. La forza normale è pari in modulo al peso del corpo (piano orizzontale). Quindi avremo:

$$E_f - E_i = 0 - \frac{1}{2}k_1\Delta x_1^2 = -\mu m g L$$

da cui si ricava

$$\mu = \frac{k_1 \Delta x_1^2}{2mgL} \simeq 0.741$$

2) Detta g_m l'accelerazione di gravità su Marte, avremo una forza normale inferiore, pari a mg_m. Inoltre, nella nuova situazione è ancora presente una energia potenziale elastica nello stato finale, pari a $\frac{1}{2}k_2\Delta x_2^2$, e il lavoro fatto dall'attrito corrisponde all'aver percorso l'intero tratto dotato di attrito, per una lunghezza D. Il bilancio energetico dunque diventa;

$$E_f - E_i = \frac{1}{2}k_2\Delta x_2^2 - \frac{1}{2}k_1\Delta x_1^2 = -\mu_D m g_M D$$

da cui possiamo ricavare

$$g_M = \frac{k_1 \Delta x_1^2 - k_2 \Delta x_2^2}{2\mu_D m D} \simeq 3.63 \text{ m/s}^2$$

3) Si tratta del moto di un proiettile con velocità iniziale orizzontale, con la particolarità di dover considerare l'accelerazione di gravità g_m. Calcoliamo innanzi tutto la velocità con cui il corpo giunge alla fine del piano:

$$E_f - E_i = \frac{1}{2}mv^2 - \frac{1}{2}k_1 \Delta x_1^2 = -\mu_d m g_M D$$

da cui ricaviamo

$$v_0 = \sqrt{\frac{k_1 \Delta x_1^2}{m} - 2\mu_D g_M D} \simeq 3.097 \text{ m/s}$$

Fissato un sistema di riferimento con origine nel punto in cui il corpo si stacca dal piano, avremo

$$\begin{cases} x(t) = v_0 t \\ y(t) = -\frac{1}{2} g_M t^2 \end{cases} \qquad \begin{cases} x(0) = 0 \\ y(0) = 0 \end{cases}$$

Quando il corpo tocca il suolo, $y(t^*) = -h$, quindi

$$t^* = \sqrt{\frac{2h}{g_M}}$$

ed è stata percorsa in orizzontale una distanza pari a

$$x(t^*) = v_0 \sqrt{\frac{2h}{g_M}} \simeq 2.49 \text{ m}$$

4) L'accelerazione di gravità è data dalla forza di gravitazione di Newton:

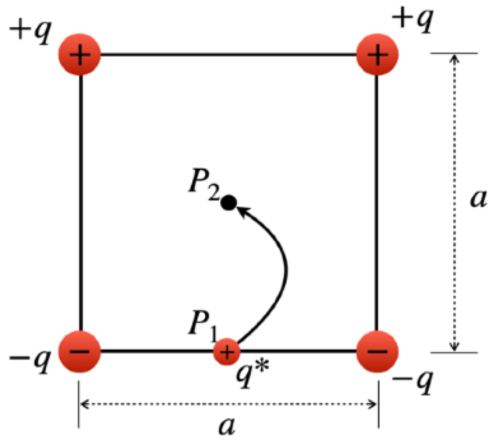
$$\frac{GM_M m}{R_M^2} = m g_M$$

da cui ricaviamo subito

$$M_M = \frac{g_M R_M^2}{G} \simeq 6.41 \times 10^{23} \text{ kg}$$

SOLUZIONI ESERCIZIO 3

Due cariche positive q e due cariche negative $-q$, uguali in modulo, sono poste nei vertici di un quadrato di lato $a = 14.1\ \text{cm}$, come in figura. Dato $q = 2.00 \times 10^{-8}\ \text{C}$, si calcoli:



1) l'energia elettrostatica del sistema;
2) il modulo della forza necessaria a mantenere in posizione una delle cariche positive.

Una carica q^* viene spostata da P_1 (al centro del lato con le cariche negative alle estremità) a P_2 (al centro del quadrato) e così facendo è compiuto un lavoro $\mathscr{L} = 2.80 \times 10^{-7}\ \text{J}$ contro le forze del campo elettrostatico. Si trovi:

3) Il valore di q^*.

1) Numerando le cariche da 1 a 4 a partire dalla carica in alto a sinistra e procedendo in senso orario, calcoliamo l'energia elettrostatica delle diverse coppie, la somma rappresenta l'energia elettrostatica del sistema:

$$U_{12} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{a}\right) \qquad U_{13} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{-q}{\sqrt{2}a}\right) \qquad U_{14} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{q}{-a}\right)$$

$$U_{23} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{-q}{a}\right) \qquad U_{24} = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{-q}{\sqrt{2}a}\right)$$

$$`U_{34} = \frac{-q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{-q}{a}\right)$$

$$U_e = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{\sqrt{2}q^2}{a} \simeq -3.61 \times 10^{-5}\ \text{J}$$

2) Scelta la carica numero uno in base alla numerazione precedentemente introdotta, fissiamo un sistema di riferimento $(x\,y)$ con origine nella stessa. La forza esercitata dalle altre cariche:

$$\vec{F}_{21} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{a^2}\hat{\imath} \qquad \vec{F}_{41} = -\frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{a^2}\hat{\jmath}$$

$$\vec{F}_{31} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{2a^2}\frac{1}{\sqrt{2}}\left(\hat{\imath} - \hat{\jmath}\right)$$

La forza totale agente sulla carica numero uno quindi

$$\vec{F}_1 = \sum \vec{F}_{i1} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q^2}{a^2}\left[\left(-1 + \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)\hat{\imath} + \left(-1 - \frac{1}{2\sqrt{2}}\right)\hat{\jmath}\right]$$

e infine

$$|\vec{F}_1| = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{3q^2}{2a^2} \simeq 271\ \mu\mathrm{N}$$

3) Dobbiamo ottenere la differenza di potenziale tra P_2 e P_1, che moltiplicata per il valore della carica q^* corrisponde appunto al lavoro necessario per ottenere lo spostamento:

$$\mathscr{L} = q^* \left[V(P_2) - V(P_1)\right]$$

Si ha $V(P_2) = 0$, per simmetria (i contributi delle cariche dei vertici si annullano), quindi

$$\mathscr{L} = -\, q^* V(P_1) \implies q^* = -\frac{\mathscr{L}}{V(P_1)}$$

Calcoliamo $V(P_1)$:

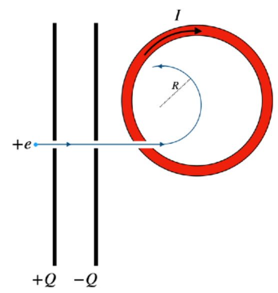
$$V(P_1) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{-2q}{a/2} + \frac{2q}{\sqrt{a^2 + (a/2)^2}}\right) =$$

$$= \frac{q}{\pi\varepsilon_0 a}\left(\frac{1}{\sqrt{5}} - 1\right) \simeq -\, 2816\ \mathrm{V}$$

e otteniamo infine la carica richiesta

$$q^* = -\frac{\mathscr{L}}{V(P_1)} \simeq 9.94 \times 10^{-11}\ \mathrm{C}$$

Università degli Studi di Bologna - Corso di Laurea in Ingegneria e Scienze Informatiche
Fisica - Appello dell'11 Luglio 2022 - Prof. L. Guiducci
SOLUZIONI ESERCIZIO 4



Due grandi piastre piane di area $A = 625\ \mathrm{cm}^2$, parallele e distanti $d = 5.00\ \mathrm{mm}$, sono utilizzate per creare una regione di campo elettrico uniforme. Sulle due piastre è stata posta una carica totale $\pm Q$ e si trovano in un volume di spazio in cui è stato fatto il vuoto. Due forellini consentono ad una particella di carica $+e$ di entrare (con velocità iniziale trascurabile), essere accelerata e poi uscire. All'uscita la particelle ha energia $K = 2.96 \times 10^{-16}\ \mathrm{J}$. Si consideri assente qualsiasi effetto relativistico.

1) Si calcoli il valore di Q.

In seguito la particella entra in un lungo solenoide, avente $n = 1000$ spire per metro, perpendicolarmente al suo asse. All'interno è presente un campo magnetico $B = 0.138\ \mathrm{T}$ e si osserva che la particella compie all'interno del solenoide un moto circolare con raggio $R = 45.0\ \mathrm{mm}$.

2) Si calcoli la corrente che sta scorrendo nelle spire del solenoide.

3) Si calcoli la massa della particella.

1) La particella è accelerata nel campo di un condensatore a facce piane e parallele. L'intensità del campo nel volume all'interno delle armature si esprime come

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \qquad \text{dove } \sigma = \frac{Q}{A} \quad \text{quindi} \quad E = \frac{Q}{\varepsilon_0 A}$$

Tra le due armature, distanti d, è quindi presente una differenza di potenziale

$$V = Ed = \frac{Qd}{\varepsilon_0 A}$$

La particella di carica e acquisisce dunque un'energia cinetica

$$K = eV = \frac{Qde}{\varepsilon_0 A} \qquad \Longrightarrow \qquad Q = \frac{\varepsilon_0 A K}{de} \simeq 2.04 \times 10^{-7}\ \mathrm{C}$$

2) Il campo generato all'interno di un solenoide avente n spire per unità di lunghezza si esprime come:

$$B = \mu_0 n I \qquad \Longrightarrow \qquad I = \frac{B}{\mu_0 n} \simeq 110\ \mathrm{A}$$

3) La frequenza di ciclotrone si scrive

$$\omega = \frac{eB}{m}, \text{ e dato che } \omega = v/R, \text{ si ricava} \qquad m = \frac{eBR}{v}$$

Dato che conosciamo l'energia cinetica, $K = \frac{1}{2}mv^2$, possiamo ricavare v ottenendo

$$v = \sqrt{\frac{2K}{m}} \qquad \text{ottenendo quindi} \qquad m = \frac{(eBR)^2}{2K} \simeq 1.67 \times 10^{-27}\ \mathrm{kg}$$

Nel caso non si ricordasse l'espressione della frequenza di ciclotrone, è sufficiente considerare che la forza di Lorenz è la forza centripeta responsabile del moto circolare, quindi:

$$\begin{aligned}
&\vec{F} = e\vec{v} \times \vec{B} && \Longrightarrow \quad F = evB \quad (\sin\vartheta = 1) \\
&F = ma_c = m\omega^2 R = mv\omega && (v = \omega R) \\
&evB = mv\omega && \Longrightarrow \quad \omega = \frac{eB}{m}
\end{aligned}$$