

SCHEDA DI ESERCIZI DEL 27/02/2022

Risolvere i seguenti esercizi mediante l'algoritmo di Gauss.

ESERCIZIO 1

Risolvere il seguente sistema lineare nelle incognite x, y, z, t :

$$\begin{cases} x - 2y = 5 \\ -x + 2y - 3z = -2 \\ -2y + 3z - 4t = -11 \\ -3z + 4t = 15. \end{cases}$$

ESERCIZIO 2

Risolvere il seguente sistema lineare nelle incognite x, y, z, t al variare del parametro $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} x + y + z + t = 0 \\ x - z - t = -1 \\ x + 2y + (2\alpha + 1)z + 3t = 2\alpha - 1 \\ 3x + 4y + (3\alpha + 2)z + (\alpha + 5)t = 3\alpha - 1. \end{cases}$$

ESERCIZIO 3

Si consideri il sistema lineare Σ_α di incognite x_1, x_2, x_3 dipendente dal parametro $\alpha \in \mathbb{R}$:

$$\begin{cases} \alpha x_1 + (\alpha + 3)x_2 + 2\alpha x_3 = \alpha + 2 \\ \alpha x_1 + (2\alpha + 2)x_2 + 3\alpha x_3 = 2\alpha + 2 \\ 2\alpha x_1 + (\alpha + 7)x_2 + 4\alpha x_3 = 2\alpha + 4. \end{cases}$$

- (i) Determinare le soluzioni al variare di $\alpha \in \mathbb{R}$;
- (ii) Determinare le soluzioni di Σ_α come sistema in x_1, x_2, x_3, x_4 .

ESERCIZIO 4

Risolvere i seguenti sistemi lineari in x, y, z, w :

$$\begin{cases} x - y + 2z - 3w = 0 \\ 2x + y - w = 3 \\ 2y + z + w = -3 \\ 2x + z = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + y - z + w = 0 \\ 2x - z - w = 0 \\ x - y - 2w = 0 \\ 3x + y - 2z = 0. \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + z = 7 \\ x + y = 2 \\ 4x + 12y + z = 1. \end{cases}$$

ESERCIZIO 5

Stabilire per quali valori del parametro $k \in \mathbb{R}$ il seguente sistema lineare nelle incognite x_1, x_2, x_3, x_4 è compatibile. Determinare, quando possibile, le soluzioni del sistema.

$$\begin{cases} x_1 + 3x_2 + kx_3 + 2x_4 = k \\ x_1 + 6x_2 + kx_3 + 3x_4 = 2k + 1 \\ -x_1 - 3x_2 + (k - 2)x_4 = 1 - k \\ kx_3 + (2 - k)x_4 = 1. \end{cases}$$