

NOME E COGNOME:

MATRICOLA:

PROVA SCRITTA DI MDP, 30/01/2023

Esercizio 1 Lancio 2 dadi per due volte. Siano X_1, Y_1 i due risultati al primo lancio, e X_2, Y_2 i due risultati al secondo lancio. Siano inoltre $W = X_1 + Y_1$ e

$$Z = |\max(X_1, Y_1) - \max(X_2, Y_2)|.$$

- a) Determinare la densità di W .
- b) Stabilire se W e Z sono indipendenti.
- c) Calcolare $P(W = 2|Z = 0)$.
- d) Determinare $P(Z = 4)$.

Esercizio 2 Sia

$$f(s) = \begin{cases} \frac{1}{5}(s+2) & \text{se } s \in [-2, 0] \\ \frac{2}{15}(3-s) & \text{se } s \in [0, 3] \\ 0 & \text{altrimenti} \end{cases}$$

a) Mostrare che f é una densità continua astratta.

Sia X una variabile aleatoria continua con densità f .

b) Calcolare $P(X > 0)$.

c) Calcolare il valore atteso e la varianza di X .

d) Calcolare la funzione di ripartizione di X .

Sia Y un'altra variabile aleatoria sullo stesso spazio di probabilità su cui é definita X , discreta uniforme con valori $0, 1, 2$. Supponiamo in aggiunta che X, Y siano indipendenti.

e) Calcolare $P(XY = 0)$.

f) Calcolare $P(XY \leq -3)$ e $P(XY \leq 3)$.

Esercizio 3 Devo installare il battiscopa sulle pareti di un appartamento che ha un perimetro di 50 metri. Volendo risparmiare, dal rivenditore decido di servirmi solamente di pezzi di scarto (che posso eventualmente accorciare ulteriormente), la cui lunghezza varia casualmente tra 10 e 50 centimetri in modo uniforme.

- a) Qual é la probabilità che un singolo pezzo di scarto sia lungo almeno 35 centimetri?
- b) Supponiamo di comprare 150 pezzi di scarto. Qual é la probabilità che mi bastino per coprire tutta la parete?
- c) Quanti pezzi devo comprare per avere una probabilità di ricoprire tutta la parete almeno dell'84%?