AA 2023-2024 - Fisica - CdL Ingegneria e Scienze Informatiche

Luigi Guiducci - Esercitazioni

[1] *(Definizione di lavoro di una forza costante)* Una forza costante di modulo $100\ \mathrm{N}$ giace nel piano XY e forma un angolo di 60° con l'asse x (1° quadrante). Che lavoro $\mathscr{L}$ compie quando il suo punto di applicazione si sposta dal punto A di coordinate (4, -5) al punto B di coordinate (2, 3)? (coordinate in m)

[$\mathscr{L} = 0.59\ \mathrm{kJ}$]

[2] *(Teorema dell'energia cinetica e definizione di lavoro)* Un blocco di massa $m = 40\ \mathrm{kg}$ è calato a velocità costante $v = 1\ \mathrm{m/s}$ per$h = 20\ \mathrm{m}$. Calcolare il lavoro totale $\mathscr{L}_1$ compiuto sul blocco, quello compiuto dalla forza peso $\mathscr{L}_2$ e quello compiuto dalla forza esterna applicata $\mathscr{L}_3$.

[$\mathscr{L}_1 = 0\ \mathrm{J}$; $\mathscr{L}_2 = 7.85\ \mathrm{kJ}$; $\mathscr{L}_3 = -7.85\ \mathrm{kJ}$]

[3] *(L'energia potenziale della forza peso si può scrivere come U(y)=mgy, fissato un asse y rivolto verso l'alto)* Un corpo di massa $m = 0.41\ \mathrm{kg}$ si trova su una superficie in un punto A a quota$h_A = 12.0\ \mathrm{m}$. Con energia cinetica iniziale$K_A = 37\ \mathrm{J}$, il corpo scivola senza rotolare lungo una superficie curva senza attrito, fino a raggiungere una quota minima, per poi continuare il suo moto risalendo lungo la superficie fino a un punto B a una quota $h_B = 7.0\ \mathrm{m}$. Raggiunto il punto B, il corpo inizia a scivolare in orizzontale su una superficie scabra, su cui rallenta fino a fermarsi in un punto C. Si trascuri la resistenza dell'aria durante tutto il moto.

1. Indicando con K_B l'energia cinetica del corpo in B, risulterà$K_A > K_B$,$K_A < K_B$, o $K_A = K_B$?
2. Calcolare l'energia cinetica K_B del corpo nel punto B;
3. Calcolare il lavoro compiuto dalla forza d'attrito dinamico $\mathscr{L}_{BC}^{att}$ nel percorso BC.

[1. $K_A < K_B$; 2. $K_B = 57\ \mathrm{J}$; 3. $\mathscr{L}_{BC}^{att} = -57\ \mathrm{J}$]

[4] *(Usare l'energia potenziale della forza peso, poi trovare la tensione in modo simile all'esercizio di Tarzan visto nel foglio precedente)* Un pendolo semplice (massa $m = 40\ \mathrm{g}$, filo lungo $l = 80\ \mathrm{cm}$) parte dalla quiete inizialmente inclinato di 60° rispetto alla verticale. Calcolare la velocità v_L con cui giunge nel punto più basso e la tensione T del filo in quell'istante.

[$v_L = 2.80\ \mathrm{m/s}$; $T = 0.78\ \mathrm{N}$]

[5] *(Conservazione dell'energia e non-conservazione dell'energia in presenza di lavoro fatto dalla forza di attrito)* Una molla ideale inizialmente compressa è rilasciata all'istante $t = 0$ per lanciare un corpo verso l'alto. Il corpo raggiunge una altezza $h = 4\ \mathrm{m}$ rispetto alla sua posizione iniziale. Con la stessa compressione della molla, il corpo viene lanciato su un piano inclinato avente una pendenza di 20 gradi e un coefficiente di attrito dinamico $\mu_k = 0.15$: a che altezza arriverà il corpo?

[$h' = 2.83\ \mathrm{m}$]

[1] Scriviamo la forza tramite le sue componenti sul piano x-y:

$$\begin{cases} F_x = F\cos(60^o) = F/2 \\ F_y = F\sin(60^o) = \sqrt{3}F/2 \end{cases}$$

Lo spostamento corrisponde a

$$\begin{cases} \Delta x = -2 \text{ m} \\ \Delta y = 8 \text{ m} \end{cases}$$

e quindi il lavoro compiuto dalla forza sarà

$$L = F_x \Delta x + F_y \Delta y = 593 \text{ J}$$

[2] Il lavoro totale compiuto è pari alla variazione di energia cinetica (teorema dell'energia cinetica) che è zero:

$$L_{tot} = \Delta K = K_f - K_i = 0$$

Il lavoro compiuto dalla forza peso sarà

$L_{peso} = F_{peso}h = mgh > 0$ (in quanto forza e spostamento sono concordi)

Il lavoro compiuto dalla forza esterna sarà

$L_{ext} = F_{ext}h = L_{tot} - L_{peso} = -mgh < 0$ (in quanto forza e spostamento sono discordi)

Il fatto che il corpo scenda a velocità costante significa

$$a = 0 \implies \sum F = 0 \implies F_{peso} = -F_{ext}.$$

[3] Chiaramente avremo $K_B > K_A$. Infatti, possiamo scrivere per l'energia meccanica:

$$E_A = K_A + U_A = K_A + mgh_A$$

$$E_B = K_B + U_B = K_B + mgh_B$$

Dato che tra A e B agiscono solo forze conservative, $E_A = E_B$ quindi

$$K_B = K_A + mg(h_A - h_B)$$

quindi $K_B > K_A$ e numericamente, $K_B \simeq 57$ J.

Passiamo ora a considerare il tratto B-C. Avremo:

$$E_B = K_B + U_B$$

$$E_C = K_C + U_C = 0 + U_C = 0 + U_B = U_B$$

essendo C alla stessa altezza di B e l'energia cinetica in C zero (velocità zero). Quindi

$$E_C - E_B = -K_B$$

ma la differenza dell'energia meccanica in C e in B è dovuta al lavoro delle forze non conservative:

$$E_C - E_B = L_{attr}$$

ovvero

$$-K_B = L_{attr}$$

come si può capire anche pensando al teorema dell'energia cinetica: essa è variata di $-K_B$ e l'unica forza che ha fatto lavoro per produrre tale variazione nel tratto BC era l'attrito.

Quindi

$$L_{attr} = -K_B \simeq -57 \text{ J}$$

[4] Sul peso agisce la forza peso (conservativa) e la tensione della fune, la quale però farà sempre lavoro nullo in quanto diretta perpendicolarmente allo spostamento (diretta come il raggio della circonferenza che rappresenta la traiettoria del peso). Possiamo quindi utilizzare la conservazione dell'energia meccanica per il peso. Per l'energia potenziale della forza peso, scegliendo un asse y rivolto verso l'alto con lo zero all'altezza del punto fisso della cordicella, avremo:

$$U_i = -mgl\cos\theta; \quad U_f = -mgl$$

Per l'energia cinetica:

$$K_i = 0; \quad K_f = \frac{1}{2}mv^2$$

Quindi, sapendo che l'energia meccanica $E = U + K$ è conservata:

$$-mgl\cos\theta = -mgl + \frac{1}{2}mv^2$$

e quindi

$$v = \sqrt{2gl(1-\cos\theta)} \simeq 2.80 \text{ m/s}$$

Per calcolare la tensione:

$$\sum F_y = -mg + T = ma = m\frac{v^2}{l}$$

Che per $\theta = 60^\circ$ diventa

$$\frac{v^2}{l} = g \implies -mg + T = mg \implies T = 2mg \simeq 0.78 \text{ N}$$

[5] Siamo in presenza di due forze conservative: la forza elastica della molla, e la forza peso. L'energia potenziale del sistema sarà quindi la somma delle due energie potenziali:

$$U_{grav} = mgy; \quad U_{molla} = \frac{1}{2}k\left(y - y_{rip}\right)^2$$

Considerando $y = 0$ la posizione iniziale del corpo, si avrà:

$$U_i = 0 + \frac{1}{2}ky_{rip}^2; \quad U_f = mgh + 0$$

con energia cinetica nulla in entrambe le posizioni ($v = 0$ sia inizialmente che nel punto più alto del volo del corpo). Quindi

$$mgh = \frac{1}{2}ky_{rip}^2 \implies y_{rip} = \sqrt{\frac{2mgh}{k}}$$

Ora lanciamo il corpo lungo il piano inclinato utilizzando la stessa compressione della molla, ma durante la salita agirà la forza di attrito dinamico. Avremo stesse condizioni iniziali del caso precedente, ma diverse condizioni finali:

$$E_i = U_i = \frac{1}{2}ky_{rip}^2 = mgh$$
$$E_f = U_f = mgh'$$

avendo indicato con h' l'altezza raggiunta dal corpo in questo caso (evidentemente diversa dalla precedente). La differenza tra energia finale ed energia iniziale sarà pari al lavoro fatto dalle forze non conservative, in questo caso dall'attrito:

$$E_f - E_i = \mathscr{L}_{attr} = F_{attr}l2$$

dove abbiamo indicato con l la distanza per cui il corpo ha strisciato lungo il piano. Chiaramente l e h' sono legate da

$$l = \frac{h'}{\sin\theta}$$

e la forza di attrito, espressa come modulo della forza normale per il coefficiente di attrito dinamico, la usiamo per scrivere esplicitamente il lavoro da essa fatto:

$$F_{attr} = -\mu_k mg\cos\theta \qquad \implies \qquad L_{attr} = -\mu_k mg\cos\theta\frac{h'}{\sin\theta}$$

e infine

$$mgh' - mgh = \frac{\mu_k mgh'}{\tan\theta} \implies h' = \frac{h}{1 + \mu_k/\tan\theta} \simeq 2.83 \text{ m}$$

L'espressione di h' in funzione di h, μ_k e θ sembra anche qualitativamente ragionevole: $h' \leq h$ sempre; $h' = h$ per $\theta = 90^o$ e per $\mu_k = 0$; $h' = 0$ per $\theta = 0^o$.