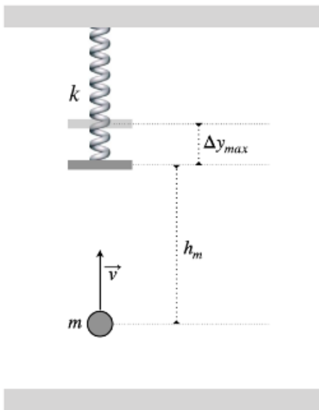
Università degli Studi di Bologna - Corso di Laurea in Ingegneria e Scienze Informatiche
Fisica - Appello del 7 Giugno 2022 - Prof. L. Guiducci

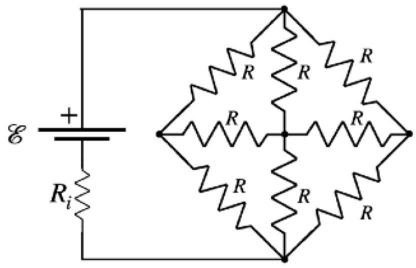
Esercizio 1
Un'automobile di massa $m = 680\ \mathrm{kg}$ è ferma alla linea di partenza di una pista circolare pianeggiante avente raggio $R = 155\ \mathrm{m}$. Inizia a muoversi con accelerazione costante $a = 0.75\ \mathrm{m/s^2}$. Consideriamo l'istante in cui ripassa per la prima volta dalla linea di partenza.
1) Qual è la potenza istantaneamente erogata dal motore in questo istante? (si trascurino tutti gli attriti dinamici)
2) Qual è la potenza *media* erogata dall'inizio del moto?
3) Nell'istante considerato, le ruote iniziano a slittare. Quanto vale il coefficiente di attrito tra gomme e asfalto?

Esercizio 2
Un corpo puntiforme di massa $m = 125\ \mathrm{g}$ viene lanciato verso l'alto, contro una molla di massa trascurabile e di costante elastica $k = 18.5\ \mathrm{N/m}$ disposta verticalmente. L'estremità libera della molla in posizione di riposo si trova ad un'altezza $h_m = 2.55\ \mathrm{m}$ dalla posizione del corpo al momento del distacco dalla mano del lanciatore. Quando il corpo impatta sulla molla, questa si comprime di $\Delta y_{max} = 38.0\ \mathrm{cm}$.



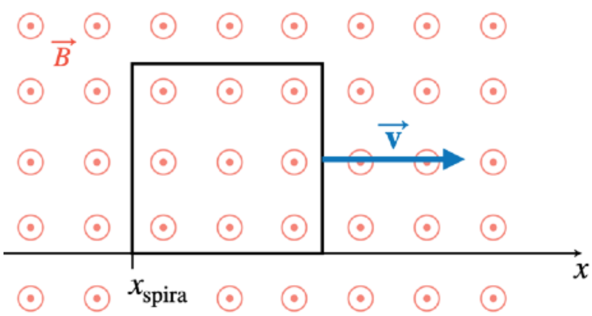
1) Qual è la velocità di lancio del corpo?
2) Se il corpo resta agganciato alla molla, qual è la *frequenza* della successiva oscillazione?
3) Qual è in questo caso la posizione più *bassa* raggiunta dal corpo durante l'oscillazione (sempre misurando l'altezza rispetto al punto di lancio)?
4) Se durante la salita del corpo dalla mano alla molla l'attrito con l'aria genera una forza costante di modulo $F_a = 3.00\ \mathrm{N}$, quale velocità di lancio occorre per ottenere comunque compressione Δy_{max}?

Esercizio 3
Un generatore di forza elettromotrice $\mathscr{E} = 9.00\ \mathrm{V}$ e resistenza interna $R_i = 2.00\ \Omega$ è collegato ad una rete di resistenze tutte uguali, di valore $R = 6.00\ \Omega$, come in figura. Si calcoli:



1) la resistenza equivalente della rete resistiva;
2) la corrente che scorre nelle singole resistenze;
3) la potenza erogata dal generatore;
4) la potenza complessiva dissipata sulla rete di resistenze.

Esercizio 4
Una spira quadrata di lato $L = 10.0\ \mathrm{cm}$ e resistenza totale $R = 0.100\ \Omega$ viene trascinata a velocità costante $v = 1.50\ \mathrm{m/s}$ in una regione di spazio in cui è presente un campo magnetico perpendicolare al piano della spira, costante nel tempo ma non uniforme: detta x la coordinata lungo cui si muove la spira, il modulo del campo magnetico ha una dipendenza dalla posizione del tipo $B(x) = \alpha + \beta x$, con $\beta = 0.250\ \mathrm{T/m}$. Per mezzo della figura si noti la relazione tra verso del campo magnetico e verso della velocità della spira; e si identifichi la posizione della spira lungo l'asse x per mezzo della posizione del suo angolo inferiore sinistro. Si chiede di:



1) dimostrare che il flusso del campo magnetico attraverso la spira in funzione della posizione x_{spira} ha espressione $\Phi_A(\vec{B}) = \alpha L^2 + \dfrac{\beta L^3}{2} + \beta L^2 x$
2) calcolare la corrente indotta nella spira;
3) calcolare il modulo della forza esterna necessaria a mantenere la spira in moto a velocità costante.

Università degli Studi di Bologna - Corso di Laurea in Ingegneria e Scienze Informatiche
Fisica - Appello del 7 Giugno 2022 - Prof. L. Guiducci
SOLUZIONI ESERCIZIO 1

1) La potenza istantanea può essere espressa come $P = Fv$. La forza esercitata per spingere l'auto sarà pari a $F = ma$. Per trovare la velocità nell'istante richiesto, consideriamo il fatto che l'automobile si muove di moto uniformemente accelerato. Dopo aver percorso un giro, che ha lunghezza $S = 2\pi R$, la velocità raggiunta è

$$v = \sqrt{2aS} = \sqrt{4\pi aR} = 2\sqrt{\pi aR}$$

La potenza quindi sarà

$$P = mav = 2ma\sqrt{\pi aR} \simeq 19.5 \text{ kW}$$

2) Durante il primo giro, la forza costante (in quanto il moto avviene ad accelerazione costante) del motore è stata esercitata sempre nella direzione del moto (è l'attrito della strada con le ruote sterzate a provocare il cambio di direzione) e per una distanza $S = 2\pi R$. Quindi il lavoro fatto è

$$\mathscr{L} = 2\pi maR$$

Il primo giro ha richiesto un tempo:

$$S = \frac{1}{2}at^2 \implies t = \sqrt{\frac{2S}{a}} = 2\sqrt{\frac{\pi R}{a}}$$

La potenza media, quindi

$$P_m = \frac{\mathscr{L}}{t} = \frac{2\pi maR\sqrt{a}}{2\sqrt{\pi R}} = ma\sqrt{\pi aR} \simeq 9.75 \text{ kW}$$

3) Trovandosi su una traiettoria circolare, è presente un'accelerazione centripeta

$$a_c = \frac{v^2}{R} = \frac{4\pi aR}{R} = 4\pi a$$

causata da una forza centripeta

$$F_c = ma_c = 4\pi ma$$

Tale forza centripeta è causata dalla forza di attrito statico delle ruote con la pista. Trovandoci nell'istante in cui le ruote iniziano a slittare, è stata raggiunta la forza di attrito statico massima che è possibile generare, che vale

$$F_{s,max} = \mu_s N = \mu_s mg$$

dove abbiamo sostituito la forza peso al modulo della forza normale, dato che la pista è pianeggiante e non sono presenti altre forze nella direzione verticale. Ponendo la forza di attrito statico massimo pari alla forza centripeta presente nell'istante preso in considerazione:

$$\mu_s mg = 4\pi ma \qquad \implies \qquad \mu_s = 4\pi\frac{a}{g} \simeq 0.962 \simeq 0.96$$

Dovremmo in realtà tenere conto del fatto che l'automobile è soggetta anche all'accelerazione tangenziale. Quindi l'accelerazione complessiva ha modulo:

$$|\vec{a}| = \sqrt{a_c^2 + a^2} = a\sqrt{16\pi^2 + 1}$$

ottenendo quindi per il coefficiente di attrito statico

$$\mu_s = \frac{a}{g}\sqrt{16\pi^2 + 1} \simeq 0.964 \simeq 0.96$$

Università degli Studi di Bologna - Corso di Laurea in Ingegneria e Scienze Informatiche
Fisica - Appello del 7 Giugno 2022 - Prof. L. Guiducci
SOLUZIONI ESERCIZIO 2

1) Utilizziamo la conservazione dell'energia meccanica. Fissiamo lo zero di un asse verticale in corrispondenza del punto in cui il corpo si stacca dalla mano del lanciatore. Avremo

$$E_i = K_i + U_{molla,i} + U_{peso,i} = \frac{1}{2}mv^2 + 0 + 0$$

$$E_f = K_f + U_{molla,f} + U_{peso,f} = \frac{1}{2}k\Delta y_{max}^2 + mg(\Delta y_{max} + h_m)$$

Dunque, da $E_i = E_f$ ricaviamo:

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}k\Delta y_{max}^2 + mg(\Delta y_{max} + h_m)$$

$$v = \sqrt{\frac{k}{m}\Delta y_{max}^2 + 2g(\Delta y_{max} + h_m)} \simeq 8.88 \text{ m/s}$$

2) Sappiamo che benché l'oscillazione verticale avvenga attorno ad una posizione di equilibrio che non corrisponde alla posizione di riposo della molla, ma all'allungamento necessario a bilanciare la forza peso agente sul corpo, l'oscillazione ha comunque pulsazione

$$\omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

dato che

$$\omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi\nu$$

$$\nu = \frac{\omega}{2\pi} = \frac{1}{2\pi}\sqrt{\frac{k}{m}} \simeq 1.94 \text{ Hz}$$

3) La posizione di equilibrio per la molla con il corpo agganciato è quella per cui la forza elastica bilancia la forza peso:

$$-k\Delta y_0 - mg = 0 \implies \Delta y_0 = -\frac{mg}{k} \simeq 66.3 \text{ mm}$$

Un estremo del moto corrisponde al punto più alto raggiunto dal corpo, posizione di massima compressione della molla nel moto oscillatorio che ne segue; dato che l'oscillazione avviene simmetricamente rispetto alla posizione di equilibrio del sistema molla e corpo appeso, il corpo scende al di sotto della posizione di equilibrio della stessa quantità, pari a $\Delta y_{max} + \frac{mg}{k}$:

$$y_{min} = h_m - \Delta y_{max} - 2\frac{mg}{k} \simeq 2.04 \text{ m}$$

Riassumendo, quindi abbiamo:

Massima altezza: $h_m + \Delta y_{max}$

Centro oscillazione: $h_m - \frac{mg}{k}$

Minima altezza: $h_m - \Delta y_{max} - 2\frac{mg}{k}$

4) La soluzione al punto 1) va modificata introducendo il lavoro fatto dall'attrito lungo il tragitto di lunghezza $(\Delta y_{max} + h_m)$

$$\mathscr{L}_{att} = -F_a\left(\Delta y_{max} + h_m\right)$$

e diventa

$$\frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}k\Delta y_{max}^2 + mg(\Delta y_{max} + h_m) + F_a\left(\Delta y_{max} + h_m\right)$$

quindi

$$v = \sqrt{\frac{k}{m}\Delta y_{max}^2 + 2\left(g + \frac{F_a}{m}\right)\left(\Delta y_{max} + h_m\right)} \simeq 14.8 \text{ m/s}$$

Università degli Studi di Bologna - Corso di Laurea in Ingegneria e Scienze Informatiche
Fisica - Appello del 7 Giugno 2022 - Prof. L. Guiducci
SOLUZIONI ESERCIZIO 3

1) Per prima cosa, notiamo che sui due vertici del quadrato che non sono connessi al generatore di tensione così come nel nodo al centro del quadrato è presente lo stesso potenziale (dato che tre corrispondenti rami sono identici). Quindi le due resistenze "orizzontali" sono irrilevanti e possiamo analizzare il circuito in cui le stesse non sono presenti.

Si tratta dunque di una rete composta da tre rami in parallelo, identici tra loro, ciascuno composto dalla serie di due resistenze di valore R. Ciascun ramo ha quindi resistenza $2R$, procedendo a fare il parallelo di tre rami:

$$\frac{1}{R_{eq}} = \frac{1}{2R} + \frac{1}{2R} + \frac{1}{2R}$$

da cui si ricava immediatamente

$$R_{eq} = \frac{2}{3}R = 4.0\ \Omega$$

2) Prima di tutto troviamo la corrente erogata dal generatore: dobbiamo considerare che è presente, in serie alla rete di resistenze, anche la resistenza interna R_i. Abbiamo quindi

$$R_{tot} = R_{eq} + R_i = 6.0\ \Omega$$

La corrente quindi sarà

$$I_{\mathscr{E}} = \frac{\mathscr{E}}{R} = 1.5\ \text{A}$$

Nelle 6 resistenze "non orizzontali" scorre la stessa corrente, essendo i tre rami identici sarà pari a un terzo della corrente complessiva:

$$I_R = \frac{I_{\mathscr{E}}}{3} = 0.5\ \text{A}$$

Nelle due resistenze "orizzontali" la corrente è nulla.

3) Il generatore sviluppa complessivamente una potenza

$$P_{\mathscr{E}} = \mathscr{E}I = 13.5\ \text{W}$$

4) Sulla rete resistiva la potenza sviluppata è solo una parte

$$P_{net} = R_{eq}I^2 = 9\ \text{W}$$

Sulla resistenza interna è dissipata una potenza

$$P_i = R_iI^2 = 4.5\ \text{W} = P_{\mathscr{E}} - P_{net}$$

Università degli Studi di Bologna - Corso di Laurea in Ingegneria e Scienze Informatiche
Fisica - Appello del 7 Giugno 2022 - Prof. L. Guiducci
SOLUZIONI ESERCIZIO 4

1) Visto che il campo magnetico non è uniforme su tutta la superficie della spira, procediamo a calcolare il flusso per mezzo del calcolo esplicito dell'integrale corrispondente:

$$\Phi_A(\vec{B}) = \int_A \vec{B} \cdot \mathrm{d}\vec{A} = \int_{x_{\text{spira}}}^{x_{\text{spira}}+L} B(x) L \,\mathrm{d}x = \int_{x_{\text{spira}}}^{x_{\text{spira}}+L} (\alpha + \beta x) L \,\mathrm{d}x$$

quindi

$$\Phi_A(\vec{B}) = L \left| \alpha x + \frac{1}{2}\beta x^2 \right|_{x_{\text{spira}}}^{x_{\text{spira}}+L} = \alpha L^2 + \frac{\beta L^3}{2} + \beta L^2 x$$

Si noti che abbiamo scelto come verso positivo di circolazione della corrente nella spira quello antiorario, così che $\vec{A}$ è uscente dalla pagina, quindi con stesso verso di $\vec{B}$ e dunque flusso positivo. Naturalmente, dato che la spira si muove, la "x" presente nell'equazione è una "$x(t)$".

2) La forza elettromotrice indotta, secondo la legge di Faraday-Lenz:

$$\mathscr{E}_{\text{ind}} = -\frac{\mathrm{d}\Phi_A(\vec{B})}{\mathrm{d}t} = -\frac{\mathrm{d}\Phi_A(\vec{B})}{\mathrm{d}x}\frac{\mathrm{d}x}{\mathrm{d}t} = -(\beta L^2)v$$

e quindi la corrente indotta

$$I = \frac{\mathscr{E}_{\text{ind}}}{R} = -\frac{\beta L^2 v}{R} \simeq -38 \text{ mA}$$

La corrente scorre dunque in senso orario nella spira.

3) Analizziamo la forza di Lorenz agente sulle parti della spira e diamo successivamente una soluzione più semplice. Dato che nella spira circola una corrente, sui tratti di conduttore di cui è composta agisce la forza di Lorenz, nella forma

$$\vec{F} = I\vec{L} \times \vec{B}$$

Si comprende che i tratti della spira diretti come x sono soggetti a forza di Lorenz uguale e opposta; lo stesso non può dirsi per i tratti perpendicolari a v, che si trovano in regioni in cui il campo magnetico ha diversa intensità e saranno dunque soggetti a forze di modulo diverso. Considerando il verso di circolazione della corrente, per mezzo della regola della mano destra è possibile capire che il tratto a sinistra è soggetto ad una forza verso destra, e il tratto a destra è soggetto ad una forza verso sinistra. In ogni caso, la forza risultante sarà diretta lungo x, possiamo quindi scriverne la componente:

$$F_{B,x} = |I| L B(x) - |I| L B(x+L) = |I| L \left(B(x) - B(x+L) \right)$$

Sostituendo l'espressione di B trovata in precedenza si ottiene

$$F_{B,x} = -|I|\beta L^2$$

La forze esterna necessaria a mantenere in moto costante la spira sarà quindi

$$F_{ext,x} = -F_{B,x} = |I|\beta L^2 = \frac{\beta^2 L^4 v}{R} \simeq 93.8 \ \mu\text{N}$$

Molto più semplice considerare che la potenza elettrica sviluppata sulla spira $\mathscr{E}_{\text{ind}} I = \dfrac{\beta^2 L^4 v^2}{R}$ è fornita dalla potenza meccanica $F_{ext,x} v$, da cui $F_{ext,x} = \dfrac{\beta^2 L^4 v}{R}$, come già ottenuto precedentemente.