

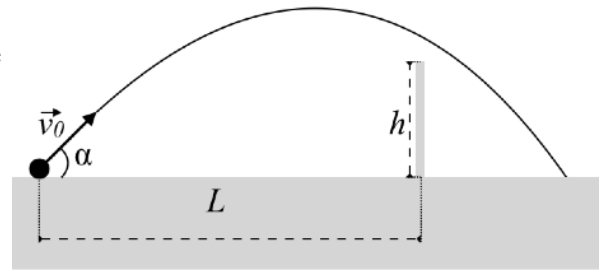
Esercizio 1

Un proiettile viene sparato con velocità iniziale $v_0=32.4$ m/s e inclinazione $\alpha=37.0^\circ$ rispetto all'orizzontale. Calcolare

- 1) la massima altezza raggiunta dal proiettile durante il volo
- 2) la distanza dal punto di lancio a cui il proiettile tocca nuovamente il suolo

Se a distanza $L=92.7$ m dal punto di lancio si trova una recinzione alta $h=2.31$ m:

- 3) riesce il proiettile ad oltrepassare la recinzione?
- 4) qual è la velocità minima di lancio per riuscire ad oltrepassare la recinzione?

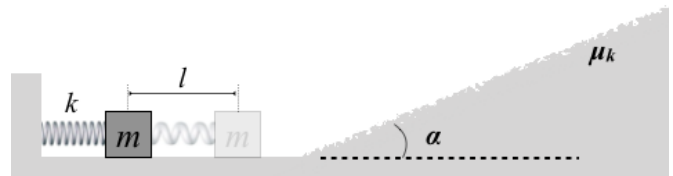


Esercizio 2

Una molla di massa trascurabile e costante elastica $k=123$ N/m, inizialmente compressa rispetto alla posizione di riposo di una quantità $l=0.362$ m, è posizionata orizzontalmente ed è usata per "sparare" un

corpo di dimensioni trascurabili e massa $m=0.732$ kg, inizialmente in quiete, su un piano orizzontale privo di attrito. Il corpo si stacca quando la molla raggiunge la posizione di riposo, poi prosegue il suo moto salendo su un piano inclinato di $\alpha=23.5^\circ$. Tra il corpo e il piano inclinato è presente attrito dinamico, esprimibile tramite un coefficiente di attrito $\mu_k=0.100$. Calcolare:

- 1) Il lavoro fatto dalla molla sul blocco quando viene rilasciata;
- 2) La velocità del blocco mentre scorre sul piano orizzontale;
- 3) La massima altezza dal suolo raggiunta dal blocco prima di fermarsi sul piano inclinato.



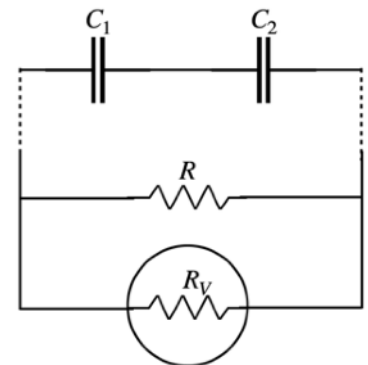
Esercizio 3

Due condensatori di capacità $C_1 = 2.40 \mu\text{F}$ e $C_2 = 3.60 \mu\text{F}$ sono connessi in serie, e su ciascuno di essi è presente una carica $Q = 5.20$ mC.

- 1) Qual è l'energia immagazzinata nei condensatori?

Si chiude il circuito con una resistenza $R = 655 \Omega$, e al contempo si misura la caduta di potenziale presente su di essa collegando un voltmetro di resistenza interna $R_V = 4.58 \times 10^4 \Omega$.

- 2) Qual è la potenza dissipata nel circuito nell'istante in cui si è stabilita la connessione?
- 3) Quanta corrente scorre nella resistenza R dopo un tempo $t^* = 1.55$ ms?



Esercizio 4

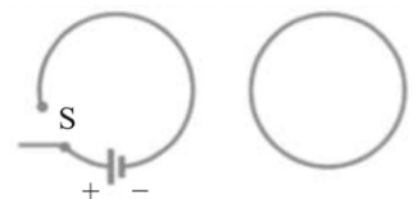
Si considerino i due anelli conduttori in figura. L'interruttore S dell'anello di sinistra viene chiuso.

- 1) Qual è il verso della corrente indotta nell'anello di destra?

Nel seguito si assuma che l'interruttore S sia stato chiuso da un tempo ragionevolmente lungo.

- 2) Qual è la situazione nell'anello di destra?
- 3) Qual è il verso della corrente indotta nell'anello di destra se questo viene tirato rapidamente verso destra?
- 4) Se anche l'anello di destra avesse avuto un interruttore, inizialmente aperto, per poi essere improvvisamente chiuso, cosa succederebbe?

Spiegate e motivate bene ogni risposta!



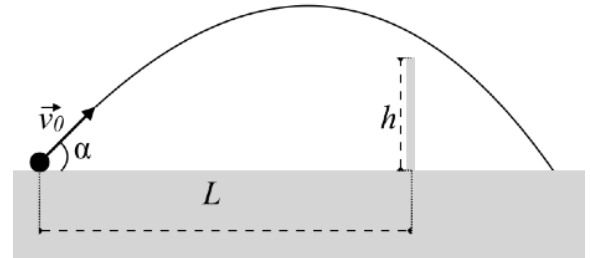
Esercizio 1

Un proiettile viene sparato con velocità iniziale $v_0=32.4$ m/s e inclinazione $\alpha=37.0^\circ$ rispetto all'orizzontale. Calcolare

- 1) la massima altezza raggiunta dal proiettile durante il volo
- 2) la distanza dal punto di lancio a cui il proiettile tocca nuovamente il suolo

Se a distanza $L=92.7$ m dal punto di lancio si trova una recinzione alta $h=2.31$ m:

- 3) riesce il proiettile ad oltrepassare la recinzione?
- 4) qual è la velocità minima di lancio per riuscire ad oltrepassare la recinzione?



Soluzione

1) Si tratta di un tipico moto parabolico, in cui si ha un moto uniforme nella componente orizzontale (x , diretto verso destra) e uniformemente accelerato, con accelerazione $-g$, nella componente verticale (y , diretto verso l'alto). Le corrispondenti leggi orarie, ponendo l'origine del sistema di riferimento nel punto del lancio del proiettile, sono:

$$\begin{cases} x(t) = (v_0 \cos \alpha)t \\ y(t) = (v_0 \sin \alpha)t - \frac{1}{2}gt^2 \\ v_x(t) = v_0 \cos \alpha \\ v_y(t) = v_0 \sin \alpha - gt \end{cases}$$

La massima altezza raggiunta si ha per il tempo t^* tale per cui $v_y(t^*) = 0$ quindi

$$0 = v_0 \sin \alpha - gt^* \Rightarrow t^* = \frac{v_0 \sin \alpha}{g} \Rightarrow y_{max} = y(t^*) = \frac{v_0^2 \sin^2 \alpha}{2g} \simeq 19.398 \text{ m} \simeq 19.4 \text{ m}$$

2) Si tratta del calcolo della gittata. Se non si ricorda la formula, si procede mettendo a sistema le due leggi orarie: chiamiamo t' l'istante in cui il corpo tocca il suolo, in un punto situato a distanza R (lungo x) dal punto di lancio, in cui quindi abbiamo $x=R$ e $y=0$:

$$\begin{cases} y(t') = 0 = (v_0 \sin \alpha)t' - \frac{1}{2}gt'^2 \Rightarrow t' = \frac{2v_0 \sin \alpha}{g} \\ x(t') = R = (v_0 \cos \alpha)t' \Rightarrow R = \frac{v_0^2}{g} \sin 2\alpha \simeq 102.97 \text{ m} \simeq 103 \text{ m} \end{cases}$$

3) Chiamiamo t'' l'istante in cui il corpo si trova ad $x=L$ e calcoliamo la y :

$$\begin{cases} x(t'') = L = (v_0 \cos \alpha)t'' \Rightarrow t'' = \frac{L}{v_0 \cos \alpha} \\ y(t'') = (v_0 \sin \alpha)t'' - \frac{1}{2}gt''^2 = L \tan \alpha - \frac{gL^2}{2v_0^2 \cos^2 \alpha} \simeq 6.966 \text{ m} \simeq 6.97 \text{ m} \end{cases}$$

dunque il proiettile riesce a superare la recinzione, dato che $y(t'') > h$.

4) Quando il proiettile viene sparato con la velocità minima necessaria a oltrepassare la recinzione, giunto a $x=L$ esso avrà esattamente $y=h$. Quindi:

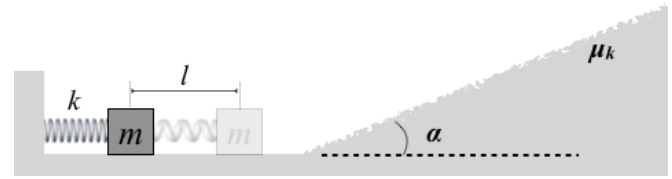
$$\begin{cases} x(t_m) = L = (v_0^{min} \cos \alpha) t \rightarrow t_m = \frac{L}{v_0^{min} \cos \alpha} \\ y(t_m) = h = (v_0^{min} \sin \alpha) t_m - \frac{1}{2} g t_m^2 \end{cases}$$

Da questo sistema di due equazioni con incognite v_0^{min} e t_m si ricava dunque:

$$v_0^{min} = \sqrt{\frac{gL^2}{2 \cos^2 \alpha (L \tan \alpha - h)}} \simeq 31.26 \text{ m/s} \simeq 31.3 \text{ m/s}$$

Esercizio 2

Una molla di massa trascurabile e costante elastica $k=123 \text{ N/m}$, inizialmente compressa rispetto alla posizione di riposo di una quantità $l=0.362 \text{ m}$, è posizionata orizzontalmente ed è usata per “sparare” un



corpo di dimensioni trascurabili e massa $m=0.732 \text{ kg}$, inizialmente in quiete, su un piano orizzontale privo di attrito. Il corpo si stacca quando la molla raggiunge la posizione di riposo, poi prosegue il suo moto salendo su un piano inclinato di $\alpha=23.5^\circ$. Tra il corpo e il piano inclinato è presente attrito dinamico, esprimibile tramite un coefficiente di attrito $\mu_k=0.100$. Calcolare:

- 1) Il lavoro fatto dalla molla sul blocco quando viene rilasciata;
- 2) La velocità del blocco mentre scorre sul piano orizzontale;
- 3) La massima altezza dal suolo raggiunta dal blocco prima di fermarsi sul piano inclinato.

1) Il lavoro compiuto dalla molla sul blocco è uguale all'opposto della variazione di energia potenziale elastica:

$$L^{molla} = -\Delta U_{molla} = -(U_f - U_i) = U_i = \frac{1}{2}kl^2 \simeq 8.059 \text{ J} \simeq 8.06 \text{ J}$$

2) In base al fatto che non agiscono forze dissipative, dato che l'unica forza agente, quella elastica, è conservativa, l'energia meccanica si conserva:

$$E = U_{molla} + K_{blocco} = \text{costante} \rightarrow \Delta E = \Delta U_{molla} + \Delta K_{blocco} = 0$$

quindi

$$-\Delta U_{molla} = \Delta K_{blocco} = K_{blocco} \rightarrow \frac{1}{2}kl^2 = \frac{1}{2}mv^2$$

considerato anche che l'energia cinetica iniziale del blocco è nulla. Si ricava quindi facilmente la velocità del blocco:

$$v = l\sqrt{\frac{k}{m}} \simeq 4.693 \text{ m/s} \simeq 4.69 \text{ m/s}$$

3) Per calcolare la quota raggiunta può essere conveniente utilizzare il teorema dell'energia cinetica, considerando che il lavoro fatto dalle forze agenti sul corpo una volta giunto ad una altezza h ignota sarà uguale alla variazione di energia cinetica del corpo. L'energia cinetica del blocco all'inizio della salita è nota; quando si sarà fermato lungo la salita sarà zero, quindi abbiamo una variazione di energia cinetica del blocco:

$$\Delta K = K_f - K_{blocco} = -K_{blocco} = -\frac{1}{2}kl^2$$

Il lavoro totale fatto sul corpo è costituito da un contributo dovuto all'attrito dinamico e un contributo dovuto alla forza peso:

$$\sum L^{ext} = L^{peso} + L^{attr}$$

Il lavoro compiuto dalla forza peso, chiamando h l'altezza dal suolo raggiunta dal corpo quando si ferma, sarà

$$L^{peso} = -\Delta U^{peso} = -mgh$$

Il lavoro compiuto dalla forza d'attrito sarà pari al modulo della forza d'attrito dinamico per lo spazio percorso lungo il piano, con un segno negativo (forza antiparallela allo spostamento):

$$\begin{cases} L^a = -F_a S \\ F_a = \mu_k N = \mu_k mg \cos \alpha \\ S = h / \sin \alpha \end{cases} \implies L^{attr} = -\frac{\mu_k mgh}{\tan \alpha}$$

Uguagliando il lavoro fatto dalle forze esterne alla variazione di energia cinetica:

$$\sum L^{ext} = \Delta K \implies -mgh - \frac{\mu_k mgh}{\tan \alpha} = -\frac{1}{2}kl^2$$

da cui si ricava facilmente

$$h = \frac{kl^2}{2mg(1 + \mu_k / \tan \alpha)} \simeq 0.91347 \text{ m} \simeq 0.913 \text{ m}$$

Esercizio 3

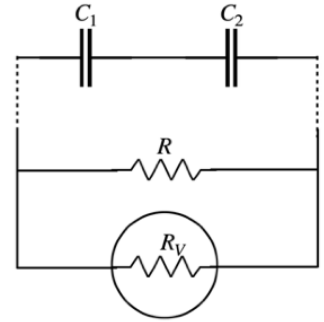
Due condensatori di capacità $C_1 = 2.40 \mu\text{F}$ e $C_2 = 3.60 \mu\text{F}$ sono connessi in serie, e su ciascuno di essi è presente una carica $Q = 5.20 \text{ mC}$.

1) Qual è l'energia immagazzinata nei condensatori?

Si chiude il circuito con una resistenza $R = 655 \Omega$, e al contempo si misura la caduta di potenziale presente su di essa collegando un voltmetro di resistenza interna $R_V = 4.58 \times 10^4 \Omega$.

2) Qual è la potenza dissipata nel circuito nell'istante in cui si è stabilita la connessione?

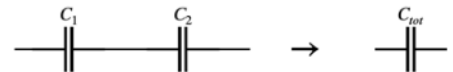
3) Quanta corrente scorre nella resistenza R dopo un tempo $t^* = 1.55 \text{ ms}$?



Soluzione

1) Consideriamo la capacità equivalente dei due condensatori in serie:

$$C_{tot} = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2} \simeq 1.44 \mu\text{F}$$

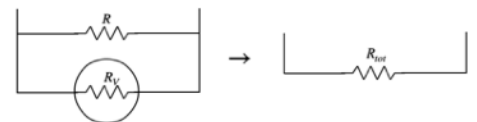


L'energia immagazzinata con una carica Q vale

$$U = \frac{Q^2}{2C} \simeq 9.4 \text{ J}$$

2) Calcoliamo la resistenza equivalente al parallelo di R con R_V :

$$R_{tot} = \frac{R R_V}{R + R_V} \simeq 646 \Omega$$

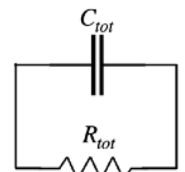


Nell'istante iniziale su tale R_{tot} è applicato una differenza di potenziale $V_0 = \frac{Q}{C_{tot}} \simeq 3.61 \text{ kV}$, quindi

$$P = \frac{V_0^2}{R_{tot}} \simeq 20.2 \text{ kW}$$

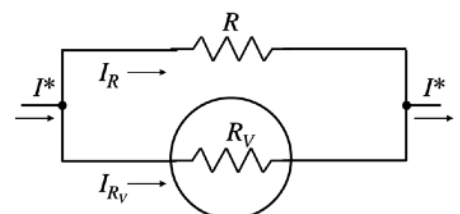
3) Ora abbiamo ridotto il circuito alla semplice scarica di un condensatore C_{tot} su una resistenza R_{tot} . La corrente di scarica vale

$$I^* = I(t^*) = -\frac{V_0}{R_{tot}} e^{-\frac{t^*}{R_{tot} C_{tot}}} \simeq 1.06 \text{ A}$$



Tale corrente si divide tra le resistenze R e R_V in modo che la caduta di tensione sia la stessa, quindi

$$\begin{cases} I_R R = I_{R_V} R_V \\ I_R + I_{R_V} = I^* \end{cases}$$



da cui ricaviamo

$$I_R = \frac{R_V}{R_V + R} I^* \simeq 1.05 \text{ A}$$

Esercizio 4

Si considerino i due anelli conduttori in figura. L'interruttore S dell'anello di sinistra viene chiuso.

1) Qual è il verso della corrente indotta nell'anello di destra?

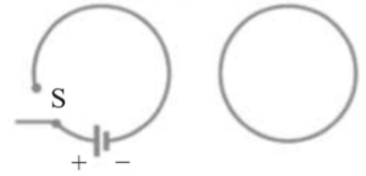
Nel seguito si assuma che l'interruttore S sia stato chiuso da un tempo ragionevolmente lungo.

2) Qual è la situazione nell'anello di destra?

3) Qual è il verso della corrente indotta nell'anello di destra se questo viene tirato rapidamente verso destra?

4) Se anche l'anello di destra avesse avuto un interruttore, inizialmente aperto, per poi essere improvvisamente chiuso, cosa succederebbe?

Spiegare e motivare bene ogni risposta!



Soluzione

1) Nell'anello di sinistra inizia a scorrere corrente in senso orario. Si genera dunque un campo magnetico le cui linee sono entranti nel piano del foglio nella regione all'interno dell'anello, e uscenti altrove. In corrispondenza dell'anello di destra abbiamo quindi un aumento del flusso di un campo uscente, per la legge di Lenz la corrente indotta sarà quindi anch'essa in senso orario.

2) Nell'anello di sinistra scorre una corrente stazionaria; il campo magnetico generato è costante nel tempo, tale è quindi anche il flusso del campo attraverso l'anello di destra, nel quale non è presente alcuna corrente indotta.

3) In questo caso, in presenza di un campo magnetico uscente dal piano del foglio e di intensità decrescente all'aumentare della distanza dall'anello di sinistra (sorgente), si avrà una diminuzione del flusso nell'anello di destra. Diminuzione di un flusso uscente che produrrà nell'anello di destra una corrente indotta circolante in senso antiorario.

4) Non succederebbe nulla.