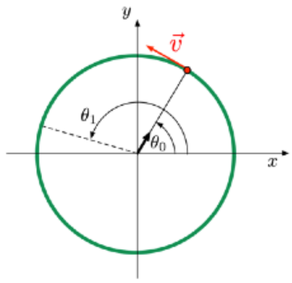
Università degli Studi di Bologna - Corso di Laurea in Ingegneria e Scienze Informatiche
Fisica - Appello del 20 Luglio 2022 - Prof. L. Guiducci

Esercizio 1



Una particella si muove con velocità angolare costante ω lungo una circonferenza di raggio $R = 10.0$ cm, in senso antiorario, sul piano xy. Quando la particella si trova in corrispondenza dell'angolo $\vartheta_0 = 60^o$, la componente y della sua velocità vale $v_y = 15.0$ mm/s. Determinare:

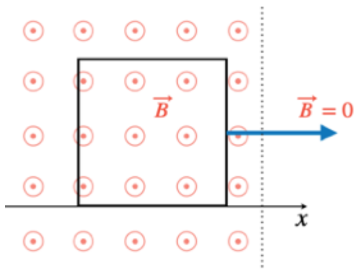
1) il periodo del moto circolare;
2) la componente v_x della velocità alla posizione $\vartheta_0 = 60^o$;
3) l'accelerazione (vettoriale) quando la particella si trova in $\vartheta_1 = 150^o$.

Esercizio 2

Giulia sta scendendo lungo un pendio inclinato di $\vartheta = 30^o$; la sua massa, compresi gli sci, è $m = 70.0$ kg e il coefficiente di attrito dinamico fra sci e neve è $\mu_D = 0.100$.

1) Quanto vale il modulo della forza di attrito agente su Giulia?
2) Quanto vale la sua accelerazione lungo il pendio?
3) Se parte da ferma, quanto vale il modulo della sua velocità dopo un tempo $t = 5.00$ s?
4) Se all'istante $t = 5.00$ s raggiunge un tratto pianeggiante, sul quale è presente lo stesso coefficiente d'attrito presente nella discesa, quanta strada percorre Giulia prima di fermarsi?

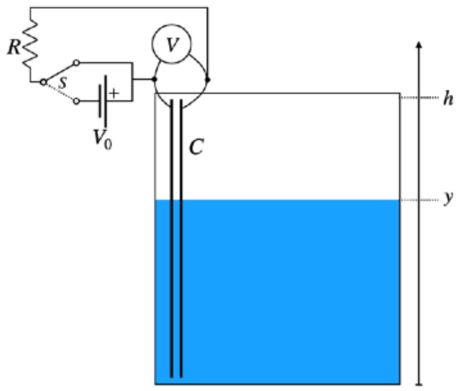
Esercizio 3



Un avvolgimento quadrato di filo conduttore, di lato $l = 5.00$ cm, costituito da $N = 100$ spire di filo di Nickel (resistività $\rho = 6.99 \times 10^{-8}\ \Omega$m) di sezione $A = 0.035\ \mathrm{mm}^2$, è esposto ortogonalmente ad un campo magnetico uniforme di intensità $B = 0.650$ T, come illustrato in figura. L'avvolgimento viene improvvisamente rimosso dal campo magnetico a velocità costante mantenendo la posizione ortogonale iniziale, fino a risultare del tutto esterno al campo. L'estrazione, da quando il lato destro della bobina si trova al bordo della regione con campo a quando la bobina è uscita del tutto, dura in totale $\Delta t = 0.100$ s. Determinare:

1) la forza elettromotrice indotta;
2) la corrente indotta
3) il lavoro fatto dalla forza che ha trascinato l'avvolgimento.

Esercizio 4



Per misurare il livello di riempimento di una cisterna alta $h = 2.00$ m si utilizza un condensatore piano, alto e stretto, posto verticalmente all'interno della cisterna. Se la capacità del condensatore è $C_0 = 1$ nF quando la cisterna è vuota, si chiede:

1) quanto vale il rapporto fra la superficie e la distanza tra le armature;
2) quanto vale la capacità del condensatore quando la cisterna è piena d'acqua ($\varepsilon_r = 81.0$);
3) dimostrare che l'espressione che consente di determinare l'altezza dell'acqua in funzione della misura della capacità del condensatore, $y = y(C)$, si può scrivere come $y(C) = h\dfrac{C - C_0}{C_0(\varepsilon_r - 1)}$

Per la misura dell'altezza dell'acqua si utilizza un circuito come quello mostrato in figura: un generatore di forza elettromotrice di valore $V_0 = 24.0$ V è utilizzato per caricare completamente il condensatore; successivamente un circuito temporizzatore devia il relais per disconnettere il generatore e scaricare il condensatore attraverso una resistenza di valore $R = 100\ \mathrm{k\Omega}$, e dopo un tempo $\Delta t = 1.00$ ms legge per mezzo di un voltmetro (*V* in figura) la differenza di potenziale tra le armature del condensatore.

4) Se lo strumento misura un valore $V = 18.0$ V, quanto vale l'altezza dell'acqua nella cisterna?

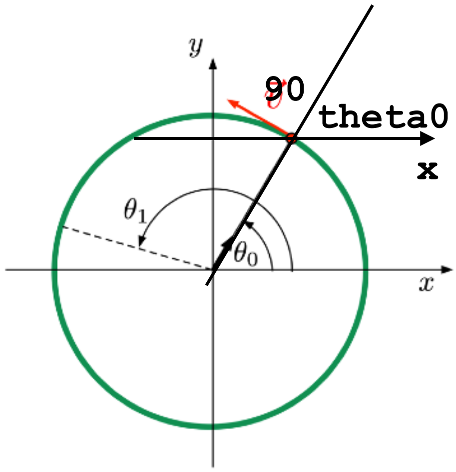
Università degli Studi di Bologna - Corso di Laurea in Ingegneria e Scienze Informatiche
Fisica - Appello del 20 Luglio 2022 - Prof. L. Guiducci
SOLUZIONI ESERCIZIO 1

Una particella si muove con velocità angolare costante ω lungo una circonferenza di raggio $R = 10.0$ cm, in senso antiorario, sul piano xy. Quando la particella si trova in corrispondenza dell'angolo $\vartheta_0 = 60^o$, la componente y della sua velocità vale $v_y = 15.0$ mm/s. Determinare:

1) il periodo del moto circolare;

2) la componente v_x della velocità alla posizione $\vartheta_0 = 60^o$;

3) l'accelerazione (vettoriale) quando la particella si trova in $\vartheta_1 = 150^o$.



1) Quando la particella si trova in ϑ_0, la velocità forma un angolo di $\vartheta_v = \vartheta_0 + 90^o = 150^o$ rispetto all'asse x. Quindi possiamo scrivere che

$$v_y = |\overrightarrow{v}| \sin \vartheta_v = v \sin(150^o) = \frac{v}{2}$$

e quindi

$$v = 2v_y = 30 \text{ mm/s}$$

In un periodo la particella compie in un tempo T un percorso $2\pi R$ a velocità v, quindi

$$T = \frac{2\pi R}{v} \simeq 20.9 \text{ s}$$

2) La componente v_x sarà

$$v_x = v \cos(150^o) = \frac{v_y}{\tan \vartheta_v} = -\sqrt{3} v_y \simeq -26.0 \text{ mm/s}$$

3) L'accelerazione è quella centripeta, ha quindi modulo

$$a = \frac{v^2}{R} \simeq 9.0 \text{ mm/s}^2$$

Il vettore forma un angolo di -30^o con l'asse x, quindi volendo scrivere l'accelerazione in componenti cartesiane

$$\overrightarrow{a} = a \cos(-30^o)\hat{\imath} + a \sin(-30^o)\hat{\jmath} \simeq (7.79 \text{ mm/s}^2)\hat{\imath} + (-4.50 \text{ mm/s}^2)\hat{\jmath}$$

Università degli Studi di Bologna - Corso di Laurea in Ingegneria e Scienze Informatiche
Fisica - Appello del 20 Luglio 2022 - Prof. L. Guiducci
SOLUZIONI ESERCIZIO 2

Giulia sta scendendo lungo un pendio inclinato di $\vartheta = 30^{\circ}$; la sua massa, compresi gli sci, è $m = 70.0\ \mathrm{kg}$ e il coefficiente di attrito dinamico fra sci e neve è $\mu_D = 0.100$.

1) Quanto vale il modulo della forza di attrito agente su Giulia?

2) Quanto vale la sua accelerazione lungo il pendio?

3) Se parte da ferma, quanto vale il modulo della sua velocità dopo un tempo $t = 5.00\ \mathrm{s}$?

4) Se all'istante $t = 5.00\ \mathrm{s}$ raggiunge un tratto pianeggiante, sul quale è presente lo stesso coefficiente d'attrito presente nella discesa, quanta strada percorre Giulia prima di fermarsi?

1) Il modulo della forza di attrito dinamico è pari al modulo della forza normale moltiplicata per il coefficiente di attrito. Considerato che si trova su un piano inclinato, la forza normale è uguale e contraria alla componente perpendicolare al piano della forza peso:

$$|\vec{N}| = |\vec{P}_{\perp}| = mg\cos\vartheta$$

e quindi

$$F_{att} = \mu_D mg\cos\vartheta \simeq 59.5\ \mathrm{N}$$

2) Lungo la direzione del pendio, Giulia è sottoposta a due forze: la componente parallela della forza peso, diretta verso la discesa, e la forza di attrito dinamico appena trovata, diretta verso la salita. La forza risultante quindi è

$$F_{//}^{\mathrm{tot}} = mg\sin\vartheta - \mu_D mg\cos\vartheta = mg(\sin\vartheta - \mu_D\cos\vartheta)$$

Utilizziamo la seconda legge di Newton, ricavando l'accelerazione di Giulia:

$$a = F_{//}^{\mathrm{tot}}/m = g(\sin\theta - \mu_D\cos\vartheta) \simeq 4.06\ \mathrm{m/s^2}$$

3) Il moto è uniformemente accelerato, quindi la velocità è

$$v_5 = at \simeq 20.3\ \mathrm{m/s}\ \ (\simeq 73\ \mathrm{km/h!!!})$$

4) Ora è presente una forza di attrito pari a

$$F'_{att} = \mu_d mg$$

dato che il piano è orizzontale (la forza normale ha modulo pari al modulo della forza peso), e quindi Giulia ha una "decelerazione", cioè un'accelerazione negativa, pari a

$$a' = -\mu_d g$$

Si tratta ancora di un moto uniformemente accelerato (decelerato) con velocità iniziale pari a quella trovata al punto precedente. Le leggi del moto sono dunque

$$\begin{cases} v'(t) = v_5 - \mu_D g t \\ S(t) = v_5 t - \frac{1}{2}\mu_D g t^2 \end{cases}$$

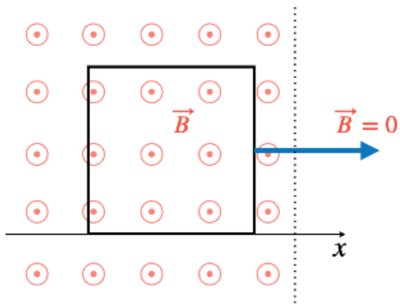
"Giorgia si ferma" significa che ad un certo istante $t*$ si ha $v'(t*) = 0$. Sostituendo nel sistema otteniamo:

$$t* = \frac{v_5}{\mu_D g}$$

$$S(t*) = \frac{v_5^2}{\mu_D g} - \frac{\mu_D g v_5^2}{2\mu_D^2 g^2} = \frac{v_5^2}{2\mu_D g} \simeq 210\ \mathrm{m}$$

Università degli Studi di Bologna - Corso di Laurea in Ingegneria e Scienze Informatiche
Fisica - Appello del 20 Luglio 2022 - Prof. L. Guiducci
SOLUZIONI ESERCIZIO 3

Un avvolgimento quadrato di filo conduttore, di lato $l = 5.00$ cm, costituito da $N = 100$ spire di filo di Nickel (resistività $\rho = 6.99 \times 10^{-8}$ Ωm) di sezione $A = 0.035$ mm^2, è esposto ortogonalmente ad un campo magnetico uniforme di intensità $B = 0.650$ T, come illustrato in figura. L'avvolgimento viene improvvisamente rimosso dal campo magnetico a velocità costante mantenendo la posizione ortogonale iniziale, fino a risultare del tutto esterno al campo. All'istante $t = 0$ il lato destro dell'avvolgimento si trova al bordo del campo; l'estrazione dura in tutto $\Delta t = 0.100$ s. Determinare:



a) la forza elettromotrice indotta;

b) la corrente indotta

c) il lavoro fatto dalla forza che ha trascinato l'avvolgimento.

a) Dato che la bobina viene rimossa dal campo a velocità costante, il flusso del campo magnetico decresce fino a zero in modo lineare, in altre parole la derivata del flusso rispetto al tempo è costante ed è pari alla variazione complessiva del flusso diviso per l'intervallo temporale della variazione:

$$\mathscr{E} = -\frac{\mathrm{d}\Phi_B}{\mathrm{d}t} = \frac{\Phi_B^{\text{iniz}} - 0}{\Delta t} = \frac{100 l^2 B}{\Delta t} \simeq 1.63 \text{ V}$$

b) La corrente è la forza elettromotrice diviso per la resistenza, che dobbiamo calcolare:

$$R = \rho \frac{l_{\text{tot}}}{A} = \rho \frac{400 l}{A}$$

Quindi

$$I = \frac{\mathscr{E}}{R} = \frac{lBA}{4\rho\Delta t} \simeq 40.7 \text{ mA}$$

c) Possiamo considerare il fatto che il lavoro compiuto dalla forza esterna equivale all'energia dissipata dalla corrente circolante nella bobina resistiva. La potenza

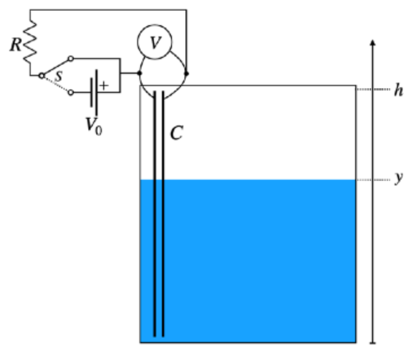
$$P = \frac{\mathscr{E}^2}{R} = \frac{25 l^3 B^2 A}{\rho \Delta t^2}$$

e quindi il lavoro complessivo

$$\mathscr{L} = E = P\Delta t = \frac{25 l^3 B^2 A}{\rho \Delta t} \simeq 6.61 \text{ mJ}$$

Università degli Studi di Bologna - Corso di Laurea in Ingegneria e Scienze Informatiche
Fisica - Appello del 20 Luglio 2022 - Prof. L. Guiducci
SOLUZIONI ESERCIZIO 4

Per misurare il livello di riempimento di una cisterna alta $h = 2.00\ \mathrm{m}$ viene utilizzato un condensatore piano, alto e stretto, posto verticalmente all'interno della cisterna. Se la capacità del condensatore è $C_0 = 1\ \mathrm{nF}$ quando la cisterna è vuota, si chiede:



a) quanto vale il rapporto fra la superficie e la distanza tra le armature;

b) quanto vale la capacità del condensatore quando la cisterna è piena d'acqua ($\varepsilon_r = 81.0$);

c) dimostrare che l'espressione che consente di determinare l'altezza dell'acqua in funzione della misura della capacità del condensatore, $y = y(C)$, si può scrivere come $y(C) = h\dfrac{C - C_0}{C_0(\varepsilon_r - 1)}$

Per la misura dell'altezza dell'acqua si utilizza un circuito come quello mostrato in figura: un generatore di forza elettromotrice di valore $V_0 = 24.0\ \mathrm{V}$ è utilizzato per caricare completamente il condensatore; successivamente un circuito temporizzatore devia il relais per disconnettere il generatore e scaricare il condensatore attraverso una resistenza di valore $R = 100\ \mathrm{k\Omega}$, e dopo un tempo $\Delta t = 1.00\ \mathrm{ms}$ legge per mezzo di un voltmetro la differenza di potenziale tra le armature del condensatore.

d) Se lo strumento misura un valore $V = 18.0\ \mathrm{V}$, quanto vale l'altezza dell'acqua nella cisterna?

Soluzioni

a) La capacità di un condensatore a facce piane si esprime come

$$C_0 = \varepsilon_0 \frac{A}{d} \quad \Longrightarrow \quad \frac{A}{d} = \frac{C_0}{\varepsilon_0} \simeq 1.13 \times 10^2\ \mathrm{m}$$

b) La capacità a cisterna piena si scrive come

$$C_{full} = \varepsilon_0 \varepsilon_r \frac{A}{d} = \varepsilon_r C_0 \simeq 81.0\ \mathrm{nF}$$

c) Quando la cisterna è piena fino ad una generica altezza y, con $0 \le y \le h$, possiamo descrivere il sistema come il parallelo tra due condensatori con diverso dielettrico, ciascuno avente una frazione dell'area totale del condensatore, in proporzione a y e a $h - y$:

$$C = C_{aria} + C_{acqua} = \frac{h-y}{h} C_0 + \varepsilon_r \frac{y}{h} C_0$$

$$hC = hC_0 + C_0 y(\varepsilon_r - 1)$$

$$y(C) = h\frac{C - C_0}{C_0(\varepsilon_r - 1)}$$

d) La scarica del condensatore avviene attraverso la legge

$$V(t) = V_0 e^{-t/RC'} \quad \Longrightarrow \quad \ln\left(V_0/V(t)\right) = \frac{t}{RC'}$$

$$C' = \frac{t}{R \ln\left(V_0/V(t)\right)} \simeq 34.76\ \mathrm{nF} \Longrightarrow \quad y \simeq 84.4\ \mathrm{cm}$$