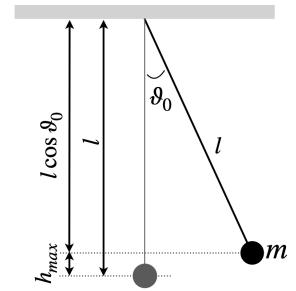


Esercizi

Esercizio 1

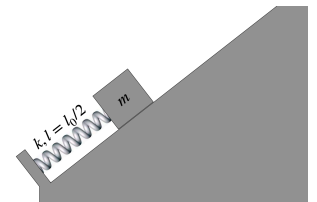
Un pendolo semplice di massa  $m = 0.86$  kg descrive una piccola oscillazione di tipo armonico, con periodo  $T = 1.27$  s e ampiezza  $\theta_0 = 0.085$  rad ( $\theta_0 = 4.87^\circ$ ). Si calcoli:

- 1) la lunghezza del filo del pendolo;
- 2) la massima variazione di energia potenziale della massa del pendolo;
- 3) il valore minimo della tensione del filo (e bonus: il valore massimo);
- 4) quale sarebbe il periodo di oscillazione sulla luna (dati utili:  $M_L = 7.348 \times 10^{22}$  kg;  $R_L = 1737$  km).



Esercizio 2

Una molla di costante elastica  $k = 75.0$  N/m ha una lunghezza a riposo  $l_0 = 1.00$  m. La molla è prima compressa a una lunghezza  $l = 0.500$  m e una massa  $m = 2.00$  kg è posta a contatto con il suo estremo libero, su un piano inclinato senza attrito che forma un angolo  $\theta = 41.0^\circ$  con l'orizzontale. La molla viene rilasciata.

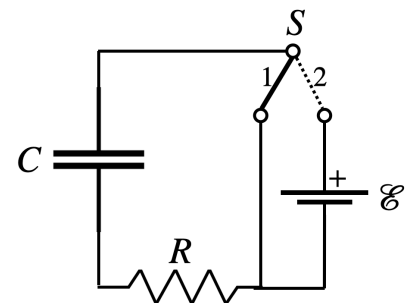


- 1) Se la massa *non* è collegata alla molla, di quanto salirà la massa lungo il piano inclinato prima di fermarsi? (riportare la distanza percorsa *lungo* il piano inclinato)
- 2) Se la massa è invece collegata alla molla, di quanto salirà lungo il piano inclinato prima di fermarsi?
- 3) Supponiamo che tra la massa e il piano sia presente attrito dinamico, con coefficiente  $\mu_d$ . Se il blocco, collegato alla molla, si ferma esattamente nella posizione di equilibrio della molla, quanto vale  $\mu_d$ ?

Esercizio 3

Nel circuito mostrato in figura,  $C = 5.90 \mu\text{F}$  e  $\mathcal{E} = 28.0$  V. Inizialmente l'interruttore  $S$  è nella posizione 1 e viene spostato nella posizione 2, così che il condensatore inizi a caricarsi. Si chiede:

- 1) quale sarà la carica sul condensatore molto tempo dopo che l'interruttore  $S$  è stato spostato nella posizione 2;
- 2) se dopo  $\Delta t = 3.00$  ms che l'interruttore è stato spostato nella posizione 2 la carica sul condensatore è  $Q = 110 \mu\text{C}$ , quale è il valore della resistenza  $R$ ;
- 3) quanto tempo dopo lo spostamento dell'interruttore sulla posizione 2 la carica del condensatore sarà pari al 99 % del valore finale trovato al punto 1).



Esercizio 4

Un nucleo di deuterio ( $m_d = 3.34 \times 10^{-27}$  kg,  $q = +e$ ) viaggia su un percorso circolare con raggio  $R = 6.96$  mm in un campo magnetico di modulo  $B = 0.250$  T.


- 1) Qual è la velocità del nucleo di deuterio?
- 2) Quanto tempo occorre per compiere metà di una rivoluzione completa?
- 3) Quale differenza di potenziale è necessaria per accelerare il deuterio a questa velocità?

Cognome: \_\_\_\_\_ Nome: \_\_\_\_\_ Matr.: \_\_\_\_\_

*Domande aperte. Si dia risposta, su foglio protocollo (1 facciata massimo), ad **una** tra le seguenti domande:*

- 1) Si fornisca una breve trattazione della cinematica e dinamica del moto circolare.
- 2) Si ricavi, a partire dalla descrizione cinematica del moto, la formula della gittata per un grave lanciato con velocità iniziale di modulo  $v_0$  e angolo  $\alpha$  rispetto all'orizzontale.
- 3) Si illustri la legge di Ampere e se ne mostri l'applicazione in almeno un caso. Si discuta la "corrente di spostamento" introdotta da Maxwell (estendendo la legge che diventa di "Ampere-Maxwell")

*Quesiti a scelta multipla:*

<p><b>1) Un proiettile sparato orizzontalmente da un fucile inizia a cadere</b></p> <p>(a) appena lascia la canna (b) dopo che l'attrito dell'aria ha ridotto la sua velocità (c) mai, se si ignora la resistenza dell'aria (d) dipende dalla velocità di sparo</p>	<p><b>2) Stai sommando due vettori di modulo pari a 20 e 40 unità. Quale delle seguenti scelte potrebbe essere il modulo del vettore risultante?</b></p> <p>(a) 0 (b) 18 (c) 37 (d) 64 (e) 100</p>
<p><b>3) Un vecchio orologio a pendolo resta sempre indietro. Il pendolo è costituito da un peso agganciato ad una estremità di una corda. Per aggiustare l'orologio si potrebbe:</b></p> <p>(a) accorciare la corda (b) allungare la corda (c) aumentare la massa del peso (d) diminuire la massa del peso</p>	<p><b>4) Qual è il lavoro massimo che può fare un motore da 250 W di potenza?</b></p> <p>(a) 250 J (b) non si può dire perché le informazioni fornite non bastano (c) 0.34 cavalli (d) 250 W (e) le risposte a, c e d sono tutte corrette</p>
<p><b>5) Un protone e un elettrone si trovano in un campo elettrico costante generato da due piastre parallele dotate di carica opposta. Il protone viene rilasciato vicino alla piastra positiva e l'elettrone vicino alla piastra negativa. Quando ciascuno di essi colpisce il piano opposto, chi possiede più energia cinetica?</b></p> <p>(a) il protone (b) l'elettrone (c) entrambi hanno la stessa energia cinetica (d) nessuno: non c'è variazione di energia cinetica (e) entrambi acquisiscono la stessa energia cinetica ma con segni opposti</p>	<p><b>6) Perché gli uccellini possono posarsi su una linea elettrica senza problemi, mentre è pericoloso raggiungerla per mezzo di una scala?</b></p> <p>(a) gli uccelli hanno una resistenza interna estremamente elevata rispetto agli umani (b) non c'è caduta di tensione significativa tra le due zampe di un uccello, mentre c'è una grande differenza di potenziale tra la linea elettrica e la parte di scala che tocca il suolo (c) la corrente pericolosa proviene dal suolo (d) la maggior parte degli uccelli non comprende la situazione</p>
<p><b>7) Una zanzara porta una carica elettrica positiva e vola parallelamente ad un filo percorso da corrente, nello stesso verso della corrente. Quali delle seguenti affermazioni sono vere?</b></p> <p>(a) non esiste alcuna forza elettrica o magnetica sulla zanzara (b) la zanzara è attratta dal filo (c) la zanzara è respinta dal filo (d) c'è una forza sulla zanzara, ma non è né verso il filo né nel verso opposto</p>	<p><b>8) In un lungo filo rettilineo scorre una corrente <math>I</math> come mostrato in figura. Una piccola spira si trova sul piano della pagina. Quale delle seguenti azioni NON indurrà una corrente nella spira?</b></p> <p>(a) aumentare la corrente nel filo (b) spostare la spira in direzione parallela al filo (c) ruotare la spira in modo che diventi perpendicolare al piano della pagina (d) allontanare la spira dal filo senza ruotarla (e) allontanare la spira dal filo mentre la si ruota</p> <div style="text-align: right;">  </div>

### ***Quesiti - Soluzioni***

1) Tutti i gravi sono soggetti ad accelerazione di gravità di modulo  $g$ . Quindi il proiettile, che una volta fuori dalla canna non ha alcun vincolo al moto nella direzione verticale, inizia immediatamente a cadere. La risposta corretta è quindi la (a).

2) Il valore massimo del modulo del vettore risultante si può ottenere quando i vettori sono paralleli e concordi, ed è pari a  $(40 + 20) = 60$  unità. Quindi le risposte (d) ed (e) sono impossibili. Il valore minimo invece si ottiene per vettori paralleli ma di verso opposto, in tal caso sarà  $(40 - 20) = 20$ : quindi anche le risposte (a) e (b) sono impossibili. Resta solo la risposta (c), l'unica possibile.

3) Il periodo di oscillazione di un pendolo si può scrivere come  $T = 2\pi\sqrt{\frac{l}{g}}$ . Se il pendolo resta indietro, significa che il periodo è troppo grande e va ridotto. È quindi corretta la risposta (a), dato che riducendo  $l$  il periodo si riduce. Le altre risposte sono tutte errate: la (b) ovviamente perché modifica il periodo nella direzione opposta, la (c) e la (d) perché il valore della massa del peso è irrilevante.

4) La potenza è il lavoro per unità di tempo; quindi, data una certa potenza, quanto lavoro viene fatto dipende dalla durata dell'intervallo temporale sul quale tale potenza è esercitata. Ne consegue che la risposta giusta è la (b), non abbiamo informazioni sufficienti. La risposta (a) potrebbe essere il lavoro svolto in un secondo di tempo; la risposta (c) riporta semplicemente la potenza del motore convertita in cavalli, un'altra unità di misura della potenza; la risposta (d) riporta nuovamente la potenza del motore, che non è misura del lavoro; la risposta (e) è ovviamente errata in base a quanto detto in precedenza.

5) L'energia cinetica è pari alla differenza di energia potenziale tra le posizioni iniziale e finale. Dato che il protone e l'elettrone hanno la stessa carica (in modulo)  $e$ , per entrambi il guadagno di energia cinetica sarà pari ad  $eV$ , con  $V$  la differenza di potenziale tra le piastre, responsabile della presenza del campo elettrico costante tra le stesse. La risposta corretta è quindi la (c).

6) La risposta corretta è la (b), significa che la differenza di potenziale tra le due zampe è trascurabile e quindi non c'è corrente che attraversa il corpo dell'uccellino. La situazione è pericolosa quando si è in presenza di grandi differenze di potenziale, in grado potenzialmente di far scorrere grandi correnti elettriche attraverso il corpo, pur dotato di una resistenza elettrica relativamente elevata; come nel caso della differenza di potenziale tra la linea elettrica e il suolo.

7) Tra la zanzara e il filo si sviluppa una forza attrattiva, come nel caso di due correnti con lo stesso verso. È possibile considerare direzione e verso del campo magnetico prodotto dal filo ad una certa distanza da esso, e poi utilizzare la forza di Lorentz agente sulla zanzara in moto parallelamente al filo (una carica positiva) per verificare questo risultato. La risposta corretta è la (b).

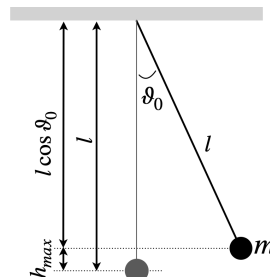
8) L'azione che non induce corrente nella spira sarà quella che non produce una variazione del flusso del campo magnetico attraverso la spira. A ben vedere tutte le azioni producono una variazione del flusso, o perché cambia l'intensità di  $\vec{B}$  o perché cambia l'angolo tra  $\vec{B}$  e la spira, tranne la (b), che è quindi la risposta corretta.

## Esercizi - soluzioni

### Esercizio 1

Un pendolo semplice di massa  $m = 0.86$  kg descrive una piccola oscillazione di tipo armonico, con periodo  $T = 1.27$  s e ampiezza  $\vartheta_0 = 0.085$  rad. Si calcoli:

- 1) la lunghezza del filo del pendolo;
- 2) la massima variazione di energia potenziale della massa del pendolo;
- 3) il valore minimo della tensione del filo (e bonus: il valore massimo);
- 4) quale sarebbe il periodo di oscillazione sulla luna (dati utili:  $M_L = 7.348 \times 10^{22}$  kg;  $R_L = 1737$  km).



Per un pendolo semplice si ha

$$\omega = \sqrt{\frac{g}{l}} \quad \Rightarrow \quad T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g}} \quad \text{e quindi} \quad l = \frac{gT^2}{4\pi^2} \simeq 0.40 \text{ m.}$$

La massima altezza raggiunta dal pendolo rispetto al punto più basso, come si vede dal disegno, vale

$$h_{max} = l(1 - \cos \vartheta_0)$$

e quindi la massima variazione di energia potenziale

$$\Delta U_{max} = mgh_{max} = mgl(1 - \cos \vartheta_0) \simeq 12.2 \text{ mJ}$$

Il filo ha la massima tensione nel punto più basso, ove la somma della forza peso e della tensione deve produrre l'accelerazione centripeta del moto circolare:

$$\sum F_{vert} = T_{max} - mg = ma_c$$

Per calcolare l'accelerazione centripeta, dobbiamo calcolare la velocità lineare della massa in quel punto; si può fare con le formule del moto armonico, o con la conservazione dell'energia, ad esempio

$$\frac{1}{2}mv_{max}^2 = \Delta U_{max} \quad \Rightarrow \quad v_{max} = \sqrt{2gl(1 - \cos \vartheta_0)}$$

$$a_c = \frac{v^2}{l} = 2g(1 - \cos \vartheta_0)$$

Quindi

$$T_{max} - mg = 2mg(1 - \cos \vartheta_0) \quad \Rightarrow \quad T_{max} = mg(3 - 2 \cos \vartheta_0) \simeq 8.50 \text{ N}$$

La minima tensione si avrà nel punto più alto del moto del pendolo, in cui è istantaneamente fermo, non c'è accelerazione centripeta, e la tensione uguaglia la componente parallela al filo della forza peso:

$$T_{min} - mg \cos \vartheta_0 = 0 \quad \Rightarrow \quad T_{min} = mg \cos \vartheta_0 \simeq 8.41 \text{ N}$$

Il periodo del pendolo si esprime come

$$T = 2\pi \sqrt{\frac{l}{g_L}} \quad \text{avendo scelto di inserire l'accelerazione di gravità sulla superficie}$$

lunare; è quindi sufficiente calcolare il valore di accelerazione di gravità presente sulla luna:

$$g_L = G \frac{M_L}{R_L^2} \simeq 1.63 \text{ m/s}^2 \quad \Rightarrow \quad T_L \simeq 3.12 \text{ s}$$

## Esercizio 2

Una molla di costante elastica  $k = 75.0 \text{ N/m}$  ha una lunghezza a riposo  $l_0 = 1.00 \text{ m}$ . La molla è prima compressa a una lunghezza  $l = 0.500 \text{ m}$  e una massa  $m = 2.00 \text{ kg}$  è posta a contatto con il suo estremo libero, su un piano inclinato senza attrito che forma un angolo  $\vartheta = 41.0^\circ$  con l'orizzontale. La molla viene rilasciata.

- 1) Se la massa *non* è collegata alla molla, di quanto salirà la massa lungo il piano inclinato prima di fermarsi? (riportare la distanza percorsa *lungo* il piano inclinato)
- 2) Se la massa è invece collegata alla molla, di quanto salirà lungo il piano inclinato prima di fermarsi?
- 3) Supponiamo che tra la massa e il piano sia presente attrito dinamico, con coefficiente  $\mu_d$ . Se il blocco, collegato alla molla, si ferma esattamente nella posizione di equilibrio della molla, quanto vale  $\mu_d$ ?

Utilizziamo la conservazione dell'energia. Chiamiamo  $d$  la distanza percorsa lungo il piano inclinato, e fissiamo un asse  $y$  rivolto verso l'alto, con lo zero nella posizione iniziale della molla. La coordinata  $y$  raggiunta avendo percorso una distanza  $d$  lungo il piano sarà  $y = d \sin \vartheta$ . L'energia potenziale iniziale è pari alla sola energia potenziale elastica della molla:

$$U_i = \frac{1}{2}kl^2 \quad (\text{dato che } l - l_0 = l)$$

L'energia potenziale finale è pari a quella della forza peso, avendo percorso una distanza  $d$ :

$$U_f = mgd \sin \vartheta$$

L'energia cinetica è zero sia nello stato iniziale che in quello finale, dunque la conservazione dell'energia

$$\frac{1}{2}kl^2 = mgd \sin \vartheta \quad \Rightarrow \quad d = \frac{kl^2}{2mg \sin \vartheta} \simeq 72.8 \text{ cm}$$

Nel caso in cui il corpo sia invece attaccato alla molla, superata la posizione di equilibrio della stessa l'energia potenziale elastica ricomincia ad aumentare. Utilizzando lo stesso sistema di riferimento, avremo

$$U_f = mgd \sin \vartheta + \frac{1}{2}k(d - l)^2$$

quindi

$$d \left( mg \sin \vartheta - kl + \frac{1}{2}kd \right) = 0$$

che oltre alla soluzione  $d = 0$ , corrispondente all'istante iniziale, ha soluzione

$$d = 2 \left( l - \frac{mg \sin \vartheta}{k} \right) \simeq 65.7 \text{ cm}$$

Nell'ultimo caso, la variazione di energia meccanica (quindi potenziale, dato che continuiamo a considerare stati in cui  $K = 0$ ) è pari al lavoro fatto dalla forza di attrito, e abbiamo  $d = l$ , quindi

$$U_f - U_i = mgl \sin \vartheta - \frac{1}{2}kl^2 = -\mu_d Nl = -\mu_d mgl \cos \vartheta$$

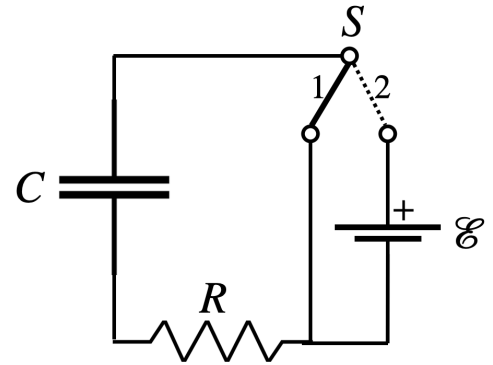
dove abbiamo sostituito per il modulo della forza normale la componente della forza peso perpendicolare al piano. Ricaviamo quindi

$$\mu_d = \frac{kl}{2mg \cos \vartheta} - \tan \vartheta \simeq 0.397$$

### Esercizio 3

Nel circuito mostrato in figura,  $C = 5.90 \mu\text{F}$  e  $\mathcal{E} = 28.0 \text{ V}$ . Inizialmente l'interruttore  $S$  è nella posizione 1 e viene spostato nella posizione 2, così che il condensatore inizi a caricarsi. Si chiede:

- 1) quale sarà la carica sul condensatore molto tempo dopo che l'interruttore  $S$  è stato spostato nella posizione 2;
- 2) se dopo  $\Delta t = 3.00 \text{ ms}$  che l'interruttore è stato spostato nella posizione 2 la carica sul condensatore è  $Q = 110 \mu\text{C}$ , quale è il valore della resistenza  $R$ ;
- 3) quanto tempo dopo lo spostamento dell'interruttore sulla posizione 2 la carica del condensatore sarà pari al 99 % del valore finale trovato al punto 1).



Per  $t \rightarrow \infty$ , la differenza di potenziale ai capi del condensatore diventa pari a  $\mathcal{E}$ . Quindi, dalla definizione di capacità  $C = \frac{Q}{V}$ , abbiamo

$$Q_{max} = C\mathcal{E} \simeq 165 \mu\text{C}$$

L'equazione oraria della carica del condensatore si scrive

$$Q(t) = \mathcal{E}C (1 - e^{-t/RC})$$

e invertendola

$$1 - \frac{Q}{\mathcal{E}C} = e^{-t/RC} \implies \ln\left(1 - \frac{Q}{\mathcal{E}C}\right) = -\frac{t}{RC} \implies R = -\frac{t}{C \ln\left(1 - \frac{Q}{\mathcal{E}C}\right)} \simeq 464 \Omega$$

Dato che  $Q(t \rightarrow \infty) = \mathcal{E}C$ ,

$$\frac{Q(t^*)}{Q(t \rightarrow \infty)} = 1 - e^{-t^*/RC} = 0.99$$

e quindi

$$0.01 = e^{-t^*/RC} \implies \ln(0.01) = -\frac{t^*}{RC}$$

e infine

$$t^* = -RC \ln(0.01) \simeq 12.6 \text{ ms}$$

#### Esercizio 4

Un nucleo di deuterio ( $m_d = 3.34 \times 10^{-27}$  kg,  $q = +e$ ) viaggia su un percorso circolare con raggio  $R = 6.96$  mm in un campo magnetico di modulo  $B = 0.250$  T.

- 1) Qual è la velocità del nucleo di deuterio?
- 2) Quanto tempo occorre per compiere metà di una rivoluzione completa?
- 3) Quale differenza di potenziale è necessaria per accelerare il deuterio a questa velocità?

Il moto circolare, con accelerazione centripeta  $a_c = \frac{v^2}{R}$ , è causato dalla forza di Lorentz, di modulo  $e v B$ .  
Quindi, applicando la seconda legge di Newton

$$e v B = m v^2 / R \implies v = \frac{e B R}{m} \simeq 83.5 \text{ km/s}$$

Per percorrere una distanza  $\pi R$  a questa velocità occorre un tempo

$$T_{1/2} = \frac{\pi R}{v} = \frac{\pi m}{e B} \simeq 262 \text{ ns}$$

Dato che il deuterio ha carica  $e$ , l'energia cinetica ottenuta attraversando una differenza di potenziale  $V$  sarà  $eV$ , quindi

$$\frac{1}{2} m v^2 = \frac{e^2 B^2 R^2}{2m} = eV \implies V = \frac{e B^2 R^2}{2m} \simeq 72.4 \text{ V}$$