

# Содержание

<b>1</b>	<b>Математическая статистика</b>	<b>2</b>
1.1	Вариационные ряды и их характеристики . . . . .	2
1.1.1	Генеральная и выборочная совокупности, объём выборки.	2
1.1.2	Вариационный ряд, варианта, частота. Виды вариационных рядов. Гистограмма, полигон. . . . .	2
1.1.3	Формулы числовых характеристик. Эмпирическая функция распределения (ЭФР). Свойства ЭФР. . . . .	4

# 1 Математическая статистика

## 1.1 Вариационные ряды и их характеристики

### 1.1.1 Генеральная и выборочная совокупности, объём выборки.

Рассмотрим постановку задачи математической статистики: по результатам наблюдения за некоторой случайной величиной  $\xi$  требуется сделать выводы о неизвестном законе распределения этой величины  $\mathcal{L}(x, \Theta)$  либо о неизвестных параметрах  $\Theta_1, \dots, \Theta_n$  известного распределения.

Пусть  $\xi$  — случайная величина с некоторой (теоретической) функцией распределения  $F_\xi(x) = P\{\xi < x\}$ ,  $x \in R$ .

#### Определение:

Совокупность  $n$  независимых одинаково распределённых случайных величин  $X_1, X_2, \dots, X_n$  называется выборкой (выборочной совокупностью), извлечённой из распределения случайной величины  $\xi$ .

#### Определение:

Под генеральной совокупностью понимается множество всех возможных значений случайной величины  $\xi$ .

#### Определение:

Объёмом совокупности называется количество всех её элементов, объём выборки или выборочной совокупности обозначается  $n$ , генеральной совокупности —  $N$ .

### 1.1.2 Вариационный ряд, варианта, частота. Виды вариационных рядов. Гистограмма, полигон.

#### Определение:

Пусть  $x_1, x_2, \dots, x_n$  — выборка из генеральной совокупности значений.

Вариационным рядом называется последовательность  $x_1^*, x_2^*, \dots, x_n^*$  элементов выборки расположенных в порядке неубывания, т.е.  $x_1^* \leq x_2^* \leq \dots \leq x_n^*$ .

$x_i^*$  — варианта.

$n_i$  — частота появления варианты  $x_i^*$  в выборке.

#### Определение:

Точечным вариационным рядом называется:

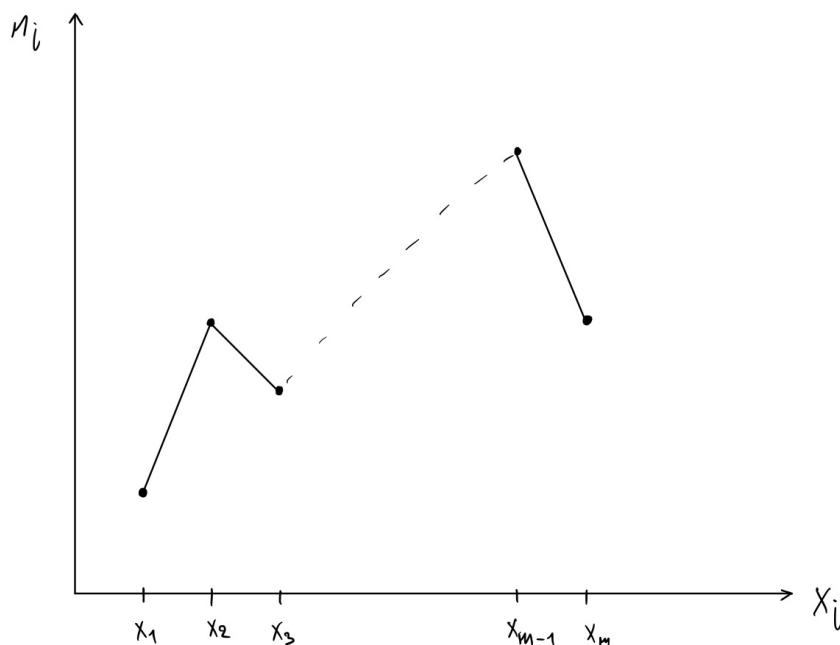
$x_i$	$x_1$	$x_2$	$\dots$	$x_m$
$n_i$	$n_1$	$n_2$	$\dots$	$n_m$

$x_i$  — варианты,  $n_i$  — частота соответствующей варианты.

$m$  — количество групп (различных вариантов (вариант в таблице)).

$n = \sum_{i=1}^m n_i$ , где  $n_i$  — объём выборки.

Для графического представления точечных вариационных рядов используется полигон частот — ломанная с вершинами в точках  $(x_i, n_i)$ .



### Определение:

Интервальным вариационным рядом называется:

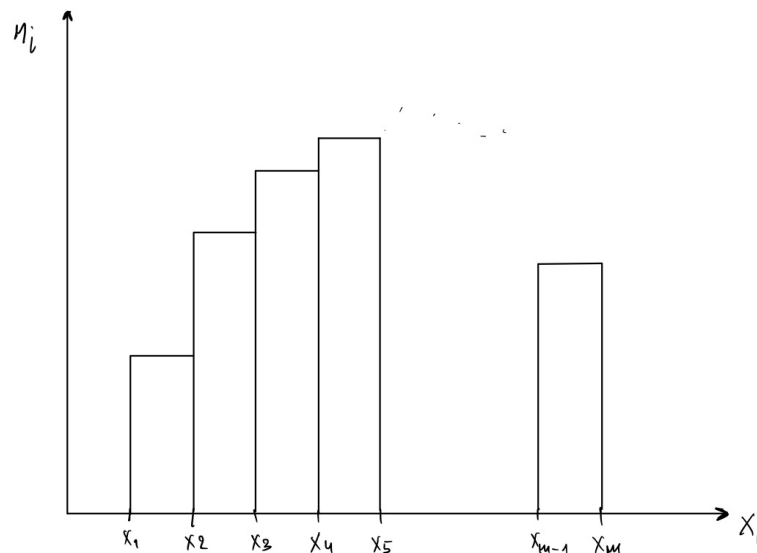
$x_i$	$[x_1, x_2]$	$(x_2, x_3]$	...	$(x_m, x_{m+1}]$
$n_i$	$n_1$	$n_2$	...	$n_m$

$x_i$  — варианты,  $n_i$  — частота.

$m$  — количество групп (интервалов).

$n = \sum_{i=1}^m n_i$ , где  $n_i$  — объём выборки.

Для графического представления интервальных вариационных рядов используется гистограмма частот — фигура, составленная из прямоугольников, одной стороной которых служат интервалы  $(x_i, x_{i+1}]$ , а длина второй равна  $n_i$ .



### 1.1.3 Формулы числовых характеристик. Эмпирическая функция распределения (ЭФР). Свойства ЭФР.

#### Определение:

Выборочным средним называется величина:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n X_i.$$

Если данные представлены в виде точечного или интервального вариационного ряда, то для вычисления используют формулу:

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i * n_i,$$

где  $m$  — количество групп в точечном или интервалах в интервальном вариационном ряду,  $n_i$  — частота, т.е. количество элементов выборки, принадлежащих  $i$ -той группе или  $i$ -тому интервалу,  $x_i$  — варианта для точечного ряда и середина  $i$ -того интервала для интервального ряда.

#### Определение:

Выборочной дисперсией (смещённой) называется величина:

$$S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{x})^2.$$

Она характеризует среднее из квадратов отклонений наблюдаемой величины от выборочного среднего. Величина  $S = \sqrt{S^2}$  называется выборочным средним

квадратическим отклонением (смещённым) величин выборки от выборочного среднего.

Если данные представлены в виде точечного или интервального вариационного ряда, то для вычисления используют формулу:

$$S^2 = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^m (x_i - \bar{x})^2 n_i.$$

или

$$S^2 = \left( \frac{1}{n} \sum_{i=1}^m x_i^2 n_i \right) - \bar{x}^2.$$

Здесь  $m$  — количество групп в точечном или интервалах в интервальном вариационных рядах,  $n_i$  — частота. т.е. количество элементов выборки, принадлежащих  $i$ -той группе или  $i$ -тому интервалу,  $x_i$  — варианта для точечного ряда и середина  $i$ -того интервала для интервального ряда.

#### **Определение:**

Выборочной дисперсией (несмещённой) называется величина:

$$\bar{\sigma} = \frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{x})^2.$$

Аналогично, величина  $\bar{\sigma} = \sqrt{\bar{\sigma}^2}$  называется выборочным несмещённым средним квадратическим отклонением.

Очевидно, что смещённая и несмещённая выборочные дисперсии связаны формулой:

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{n}{n-1} S^2.$$