Содержание

1 Введение

Данный файл является простой прихотью автора, и не нуждается ни в одобрении, ни в осуждении. Если будут ошибки, пишите. И помните, что автор честно старался.

2 Краткий обзор

В данном файлике мы постараемся подготовиться, к 2 контрольной работе по диффурам.

Корнев пообещал нам 3 темы на контрольной работе:

1. Однородные линейные уравнения с постоянными коэффициентами;
2. Неоднородные линейные уравнения с постоянными коэффициентами;
3. Системы однородных линейных уравнений с постоянными коэффициентами.

Каждый тип будет разобран в отдельном блоке. Приступим.

3 Однородные линейные уравнения с постоянными коэффициентами

Стоит сказать, что Корнев разрешил решать однородные линейные уравнения с постоянными коэффициентами только методом вариации, и никаким больше.

3.1 Как выглядит однородное линейное уравнение с постоянными коэффициентами?

Однородное линейное уравнение с постоянными коэффициентами имеет вид:

$$y^{(n)} + a_1 y^{(n-1)} + \ldots + a_{n-1} y^{'} + a_n y = 0,$$

где $a_1, \ldots, a_n$ — заданные числа.

3.2 Какие виды однородных линейных уравнений с постоянными коэффициентами могут встретиться на контрольной работе?

Я различаю следующие виды:

1. Уравнения, имеющие вещественные корни;
2. Уравнения, имеющие комплексные не сопряжённые корни;
3. Уравнения, имеющие комплексные сопряжённые корни.

Так же стоит заметить, что каждый из приведённых выше типов ещё делится на 2 случая:

1. Случай простых корней;
2. Случай кратных корней.

Дальше мы разберём каждый вид в 2 возможных случаях + ещё дополнительно разберём примеры из сборника задач, который нам дал Корнев.

3.3 Случай вещественных не кратных корней

В данном случае уравнения решаются по следующему алгоритму:

1. Выписываем соответствующее характеристическое уравнение.

   Оно будет иметь вид:

   $$\lambda^n + a_1 \lambda^{n-1} + \ldots + a_{n-1} \lambda + a_n = 0;$$

2. Решаем соответствующее характеристическое уранение.

   После его решения мы получим n-1 простых вещественных корней $(\lambda_1, \ldots, \lambda_{n-1})$;

3. Выписываем фундаментальную систему решений исходного уравнения.

   Она будет иметь вид:

   $$y_1 = e^{\lambda_1 x}, \ldots, y_{n-1} = e^{\lambda_{n-1} x};$$

4. Выписываем общее решение исходного уравнения.

   Оно будет иметь вид:

   $$y = c_1 y_1 + c_2 y_2 + \ldots + c_{n-1} y_{n-1}.$$