

Содержание

- 1 Комбинаторика, правило суммы и произведения. Размещения с повторениями и без повторений. 2**
- 2 Перестановки с повторениями и без повторений. Сочетания с повторениями и без повторений, свойства биномиальных коэффициентов. 2**

1 Комбинаторика, правило суммы и произведения. Размещения с повторениями и без повторений.

Правило суммы:

Если объект A можно выбрать m способами, а объект B , после выбора A , можно выбрать n способами, то пару (A, B) можно выбрать $n \times m$ способами.

Правило произведения:

Если A можно выбрать n способами, а B — m способами, то объект A или B можно выбрать $n + m$ способами. (Выбор B никак не согласуется с выбором A .)

Размещения с повторениями:

Размещениями с повторениями из n типов по k элементов (k и n в произвольном соотношении) называются все такие последовательности k элементов, принадлежащих n типам, которые отличаются друг от друга составом или последовательностью элементов.

$$\overline{A}_n^k = n^k$$

Размещения без повторений:

Размещениями без повторений из n различных типов по k элементам называются все такие последовательности из k различных элементов, такие, что они различаются по составу или по порядку. Причём $k < n$.

$$A_n^k = \frac{n!}{(n-k)!}$$

2 Перестановки с повторениями и без повторений. Сочетания с повторениями и без повторений, свойства биномиальных коэффициентов.

Перестановки с повторениями:

Перестановками с повторениями из n_1, \dots, n_k элементов k -го типа называются всевозможные последовательности длины n , отличающиеся друг от друга последовательностью элементов.

$$\overline{P}(n_1, \dots, n_k) = \frac{n!}{n_1! \cdot \dots \cdot n_k!}$$

Перестановки без повторений:

Перестановками без повторений из n элементов называются всевозможные последовательности из n элементов.

$$P_n = n!$$

Сочетания с повторениями:

Сочетаниями с повторениями из n по k (k и n в произвольном соотношении) называются все такие комбинации из k элементов $\in n$ типам, которые отличаются только составом элементов.

$$\overline{C}_n^k = C_{n+k-1}^k = \overline{P}(n-1, k)$$

Сочетания без повторений:

Сочетаниями без повторений из n по k ($k \leq n$) называются все такие комбинации из k различных элементов, выбранных из n исходных элементов, которые отличаются друг от друга составом.

$$C_n^k = \frac{n!}{(n-k)!k!}$$

Свойства биномиальных коэффициентов:

1.

$$C_n^k = \overline{P}(k, n-k)$$

2.

$$C_n^k = C_n^{n-k}$$

3.

$$C_n^k = C_{n-1}^{k-1} + C_{n-1}^k$$

4.

$$C_n^0 + C_n^1 + \dots + C_n^n = 2^n$$

5.

$$C_n^0 - C_n^1 + C_n^2 - C_n^3 + \dots + C_n^n = 0$$