СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ

В этом файле будет законспектирована информация, которая мне показалась интересной, из книги Льва Николаевича Тарасова Математический Анализ.

1 Беседа I

Определение числовой последовательности:

Говорят, что задана бесконечная числовая последовательность, если всякому натуральному числу по какому-либо закону однозначно поставлено в соответствие определённое число (член последовательности)

$$\begin{array}{cccccc} 1 & 2 & 3 & \dots & n & \dots \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \dots & \downarrow & \dots \\ y_1 & y_2 & y_3 & \cdots & y_n & \cdots \end{array} \tag{1}$$

reccure (лат.) — возвращаться.

Важно говорить какой является числовая последовательность, так как она далеко не всегда состоит из чисел.

Числовая последовательность не обязательно является упорядоченной.

Определение неубывающей последовательности:

Последовательность (y_n) называется неубывающей, если:

$$y_1 \leq y_2 \leq y_3 \leq \cdots \leq y_n \leq \dots \tag{2}$$

Определение невозрастающей последовательности:

Последовательность (y_n) называется невозрастающей, если:

$$y_1 \geq y_2 \geq y_3 \geq \cdots \geq y_n \geq \dots \tag{3}$$

Невозрастающие и неубывающие последовательности объединяют в класс монотонных последовательностей.

Определение ограниченной последовательности:

Последовательность (y_n) называется ограниченной, если можно указать такие 2 числа A и B, между которыми леат все члены последовательности:

$$A \leq y_n \leq B \quad : \quad n = 1, 2, 3, \dots \tag{4}$$

С понятия предела и начиется математический анализ. — Лев Николаевич Тарасов.

2 Беседа II

Чтобы совершить переход от элементарной математики к высшей математике нужно операциям сложения, вычитания, умножения, деления, возведения в степень, извлечения корня, логарифмирования и взятия модуля прибавить операцию нахождения предела последовательности.

Операции дифференцирования и интегрирования являются вариациями операции предельного перехода.

Наличие монотонности и ограниченности не является необходимым условием существования предела последовательности.

Определение предела последовательности:

Число a называется пределом последовательности, если

$$\forall \epsilon > 0 \ \exists \ : \ \forall n > N \ \ |y_n - a| < \epsilon \tag{5}$$

Такой предел записывается следующим образом:

$$\lim_{n \to \infty} y_n = a \tag{6}$$

Факт 1:

$$\lim_{n \to \infty} \frac{1}{n} \tag{7}$$

Факт 2:

$$\lim_{n \to \infty} \frac{x_n}{y_n} = \frac{\lim_{n \to \infty} x_n}{\lim_{n \to \infty} y_n} \tag{8}$$

Факт 3:

$$\lim_{n \to \infty} (x_n + z_n) = \lim_{n \to \infty} x_n + \lim_{n \to \infty} z_n \tag{9}$$

Определение сходящейся послдовательности:

Сходящаяся последовательность — последовательность, имеющая предел.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ