

MAC338 - Análise de Algoritmos

Segundo semestre de 2021

Lista 4

Todos os exercícios são importantes para o aprendizado da disciplina

VOCÊS DEVEM ENTREGAR OS EXERCÍCIOS 10 E 11 ATÉ 8 de outubro

1. Escreva uma função que recebe um vetor com n letras A's e B's e, por meio de trocas, move todos os A's para o início do vetor. Sua função deve consumir tempo $O(n)$.
2. Escreva uma função que rearranje um vetor $v[p..r]$ de inteiros de modo que tenhamos $v[p..j-1] \leq 0$ e $v[j..r] > 0$ para algum j em $p..r+1$. Faz sentido exigir que j esteja em $p..r$? Procure fazer uma função rápida que não use vetor auxiliar. Repita o exercício depois de trocar $v[j..r] > 0$ por $v[j..r] \geq 0$. Faz sentido exigir que $v[j]$ seja 0?
3. Sejam $X[1..n]$ e $Y[1..n]$ dois vetores, cada um contendo n números ordenados. Escreva um algoritmo $O(\lg n)$ para encontrar uma das medianas de todos os $2n$ elementos nos vetores X e Y .
4. Para esta questão, vamos dizer que a mediana de um vetor $A[p..r]$ com número inteiros é o valor que ficaria na posição $A[\lfloor (p+r)/2 \rfloor]$ depois que o vetor $A[p..r]$ fosse ordenado.

Dado um algoritmo linear “caixa-preta” que devolve a mediana de um vetor, descreva um algoritmo simples, linear, que, dado um vetor $A[p..r]$ de inteiros distintos e um inteiro k , devolve o k -ésimo mínimo do vetor. (O k -ésimo mínimo de um vetor de inteiros distintos é o elemento que estaria na k -ésima posição do vetor se ele fosse ordenado.)
5. **(CLRS 8.3-2)** Quais dos seguintes algoritmos de ordenação são estáveis: insertionsort, mergesort, heapsort, e quicksort. Descreva uma maneira simples de deixar qualquer algoritmo de ordenação estável. Quanto tempo e/ou espaço adicional a sua estratégia usa?
6. Qual a diferença de consumo de tempo entre uma busca binária em um vetor com n elementos e uma busca binária em um vetor com n^2 elementos?
7. Desenhe a árvore de decisão do algoritmo de ordenação por seleção aplicado a um vetor A com 3 elementos distintos.

8. Considere a árvore de decisão que descreve um algoritmo de ordenação baseado em comparações. Qual a menor profundidade que uma folha pode ter nessa árvore? Justifique detalhadamente.
9. Simule a execução do COUNTINGSORT usando como entrada o vetor $A[1..11] = (7, 1, 3, 1, 2, 4, 5, 7, 2, 4, 3)$.
10. Mostre como ordenar n inteiros no intervalo de 0 até $n^2 - 1$ em tempo $O(n)$.
11. Mostre como multiplicar dois números complexos $a + bi$ e $c + di$ usando apenas três multiplicações reais. O seu algoritmo deve receber como entrada os números a, b, c e d e devolver $ac - bd$ (parte real do produto) e $ad + bc$ (parte imaginária).