

MAC338 - Análise de Algoritmos**Segundo semestre de 2021****Lista 1****Todos os exercícios são importantes para o aprendizado da disciplina****VOCÊS DEVEM ENTREGAR OS EXERCÍCIOS 2C, 2E E 5 ATÉ 3 de setembro**

1. Lembre-se que $\lg n$ denota o logaritmo na base 2 de n . Usando a definição de notação O , prove que
 - (a) 3^n não é $O(2^n)$
 - (b) $\log_{10} n$ é $O(\lg n)$
 - (c) $\lg n$ é $O(\log_{10} n)$
2. Usando a definição de notação O , prove que
 - (a) $n^2 + 10n + 20 = O(n^2)$
 - (b) $\lceil n/3 \rceil = O(n)$
 - (c) $\lg n = O(\log_{10} n)$
 - (d) $n = O(2^n)$
 - (e) $n/1000$ não é $O(1)$
 - (f) $n^2/2$ não é $O(n)$
3. Prove ou dê um contra-exemplo para as afirmações abaixo:
 - (a) $\lg \sqrt{n} = O(\lg n)$
 - (b) Se $f(n) = O(g(n))$ e $g(n) = O(h(n))$ então $f(n) = O(h(n))$.
 - (c) Se $f(n) = O(g(n))$ e $g(n) = \Theta(h(n))$ então $f(n) = \Theta(h(n))$.
 - (d) Suponha que $\lg(g(n)) > 0$ e que $f(n) \geq 1$ para todo n suficientemente grande. Neste caso, se $f(n) = O(g(n))$ então $\lg(f(n)) = O(\lg(g(n)))$.
 - (e) Se $f(n) = O(g(n))$ então $2^{f(n)} = O(2^{g(n)})$.
4. Prove que
 - (a) $\sum_{i=1}^n i^k$ é $\Theta(n^{k+1})$
 - (b) $\sum_{i=1}^n \frac{i}{2^i} \leq 2$.

5. Considere o algoritmo abaixo, que recebe um vetor v com n elementos e um elemento x e devolve um índice i do vetor tal que $v[i] = x$ ou o valor NIL se o elemento não ocorrer no vetor.

Algoritmo BuscaLinear(v, n, x)

1. $j \leftarrow 1$
2. **enquanto** $j \leq n$ **e** $v[j] \neq x$
3. $j \leftarrow j + 1$
4. **se** $j \leq n$
5. **então devolva** j
6. **senão devolva** NIL

- a. Quantos elementos do vetor serão analisados em média, assumindo que o elemento que está sendo procurado aparece no vetor com igual probabilidade em cada posição?
- b. Qual o pior caso?
- c. Qual o pior caso e caso médio usando a notação Θ ?