Sistemas de ecuaciones lineales y ecuaciones matriciales en Octave

Daniel Eduardo Macias Estrada

5/9/2020

Introducción

Este documento tiene como fin el mostrar las cuestiones básicas relacionadas al manejor y resolución de sistemas de ecuaciones lineales y el proceso para poder darle solución a ecuaciones matriciales. Esto con ayuda del lenguaje de programación R

Toda la información recabada está basado enteramente de la obra de Juan Gabrial Gomila Salas, CEO de Frogames, Matemático, Data Scientist & Game Designer

Sistema compatible determinado

Dada el sistema de ecuaciones lineales:

$$\begin{cases} a_{11}x_1 + a_{12}x_2 + \cdots + a_{1n}x_n & = & b_1 \\ a_{21}x_1 + a_{22}x_2 + \cdots + a_{2n}x_n & = & b_1 \\ \vdots & & \vdots \\ a_{m1}x_1 + a_{m2}x_2 + \cdots + a_{mn}x_n & = & b_m \end{cases}$$

Al pasarlo a su forma matricial, $AX = b$, podremos resolverlo de forma sencilla con la función **linsolve(A,b)** siempre que se trata de un sistema compatible determinado

Ejemplo 1

Dado el sistema de ecuaciones lineales, calculemos su solución:

$$\begin{cases} x_1 & + & x_2 & + & 2x_3 & = & 9 \\ 2x_1 & + & 4x_2 & - & 3x_3 & = & 1 \\ 3x_1 & + & 6x_2 & - & 5x_3 & = & 0 \end{cases}$$

Se trata de un sistema de ecuaciones de 3 ecuaciones y 3 incógnitas

```
A = [1 1 2; 2 4 -3; 3 6 -5];
b = [9; 1; 0];
AB = [A b];
```

Comprobamos primero que el sistema es compatible, con el Teorema de Rouché-Frobenius, esto comparando el rango de la matriz A y de la matriz ampliada

```
A = [1 1 2; 2 4 -3; 3 6 -5];b = [9; 1; 0];AB = [A b];
rank(A) == rank(AB);
```

Ahora tenemos que comprobar que el sistema es compatible determinado, por lo que el rango debe ser igual al número de incógnitas.

```
A = [1 1 2; 2 4 -3; 3 6 -5];
rank(A) == 3;
```

Finalmente pasamos a resolverlo

```
A = [1 1 2; 2 4 -3; 3 6 -5];b = [9; 1; 0];
x = linsolve(A,b);
x
```

```
## x =
##
##    1.00000
##    2.00000
##    3.00000
```

Para comprobar que este es el resultado

```
A = [1 1 2; 2 4 -3; 3 6 -5];b = [9; 1; 0];
x = [1; 2; 3];
A*x == b;
```

Representación de sistemas

El observar a detalle una representación visual de nuestro sistema, nos puede ofrecer mucha información con un solo vistazo

Ejemplo 2

Dado el sistema de 2 ecuaciones y 2 incógnitas:

$$\begin{cases} 2x & + & 2y & = & 1 \\ -x & + & y & = & 2 \end{cases}$$

Necesitamos representar cada ecuación de forma explícita, es decir, de manera que aislemos una variable

$$\begin{cases} y & = & \frac{1-2x}{2} \\ y & = & 2+x \end{cases}$$

Representamos gráficamente el sistema del siguiente modo:

```
x = linspace(-10,10,100);
y1 = (1-2*x)/2;
y2 = 2+x;
plot(x,y1,x,y2);
```

y con esto, al ejecutarlo en **GNU Octave**, obtenemos