$$T_1 = R * TAN * \frac{\Delta_1}{2}$$

$$T_2 = R * TAN * \frac{\Delta_2}{2}$$

$$T_1 + T_2 = R * (TAN\frac{\Delta_1}{2} + TAN\frac{\Delta_2}{2})$$

Sumando ambas ecuaciones :

$$R = \frac{T_1 + T_2}{TAN\frac{\Delta_1}{2} + TAN\frac{\Delta_2}{2}}$$

Como T_1 y T_2 = AB, entonces:

$$R = \frac{AB}{TAN\frac{\Delta_1}{2} + TAN\frac{\Delta_2}{2}}$$

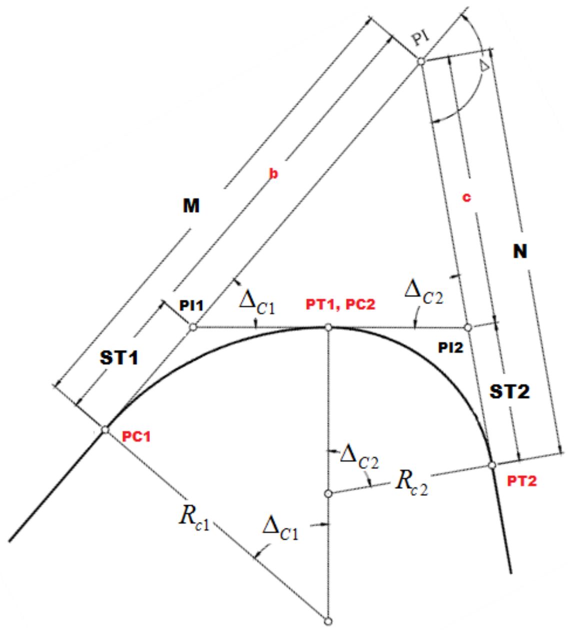
Con el radio y la definición total conocida, se pueden calcular todos los elementos de la curva.

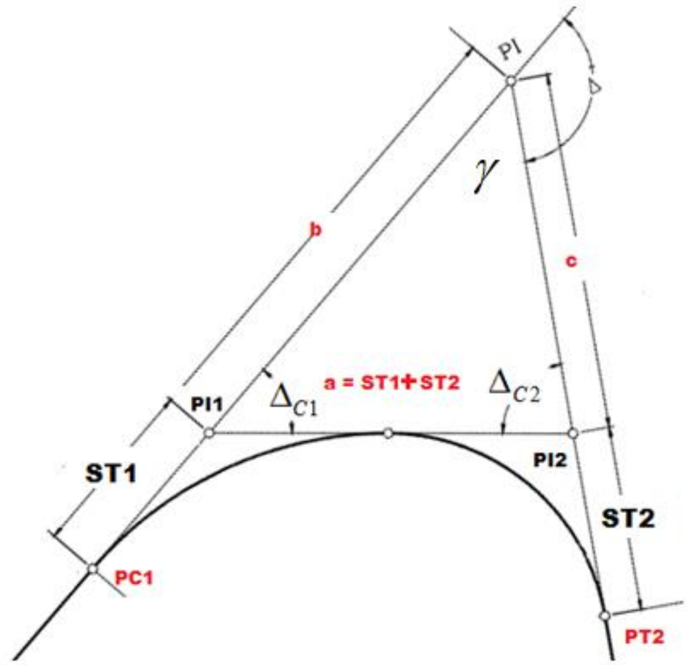
2.7 Curvas Circulares Compuestas (CCC)

Las curvas compuestas son las que están formadas por dos o más radios, es decir por dos o más curvas circulares simples. Aunque no son muy comunes y además son indeseables, muchas veces se hacen necesarias para adaptarse de una mejor forma a las condiciones topográficas o cuando se presenta un control en los diseños como por ejemplo el acceso a un puente. El uso de estas curvas se presenta principalmente en vías urbanas, más concretamente en intercambios viales por ejemplo cuando se debe reducir de forma gradual la velocidad al abandonar una vía rápida y tomar otra más lenta. (OSPINA, 2002)

Las curvas circulares no son más que la sucesión de curvas circulares simples del mismo sentido sin entre tangencia coincidiendo el PT de la primera con el PC de la siguientes y así sucesivamente. Los elementos de cada curva se calculan de igual manera que para una curva simple, (es decir para una curva C1, curva 1 y para C2 o curva 2) la única diferencia es que deben de calcularse los valores de M y N correspondientes a las tangentes entrada y de salida que permiten determinar a partir del PI los valores de PC para curva 1. Para efectos prácticos veamos el caso de una curva compuesta de dos simples.

Ospina recomienda no usarse en lo posible estas curvas compuestas, debiendo de tratarse como simples es decir hacer el análisis por curva individual.





Ampliando la gráfica

El valor de $\Delta = \Delta 1 + \Delta 2$

Para el caso de las curvas compuestas existe un análisis de tipo geométrico que permite calcular estas como un solo elemento. Dicho análisis permite hallar las tangentes que comprenden la totalidad de la curva llamadas Tangente de Entrada-TE (en la gráfica representanda como M) y Tangente de Salida TS (en la grafica representada como N), mientras que todos los demás elementos propios de la curva circular simple se calculan de forma independiente utilizando las expresiones antes descritas. Para evitar estos casos cada curva puede tratarse por separado y así evitar calcular TS y TE.

Por proporción de triángulos y ley de senos se determina que para una curva de dos radios las ecuaciones de cálculo son la siguientes:

$$ST_{c1} = R_{c1} * tan\,\frac{\Delta c_1}{2}; \quad ST_{c2} = R_{c2} * tan\,\frac{\Delta c_2}{2}$$

$$a = ST_{c1} + ST_{c2};$$

$$\frac{b}{\operatorname{sen}\Delta_{c2}} = \frac{a}{\operatorname{sen}\gamma}; \quad \therefore b = \frac{a * \operatorname{sen}\Delta_{c2}}{\operatorname{sen}\gamma}$$

$$\frac{c}{\operatorname{sen}\Delta_{c1}} = \frac{a}{\operatorname{sen}\gamma}; \quad \therefore c = \frac{a * \operatorname{sen}\Delta_{c1}}{\operatorname{sen}\gamma}$$

$$M = b + ST_{c1}; \quad N = c + ST_{c2}$$

$$L_{C1} = \frac{20\Delta_{C1}}{G_1}; \quad L_{C2} = \frac{20\Delta_{C2}}{G_2}$$

Las estaciones serán:

Est $PIconocido - M = PC_1$

$$PC_1 + L_{C1} = PT_1 = PC_2$$

$$PC_2 + L_{C2} = PT_2$$

El uso de curvas compuestas con grandes diferencias en los radios, produce casi el mismo efecto que la combinación de una curva cerrada con tangentes de gran longitud. Cuando la topografía o el derecho de vía haga necesario su utilización, el radio de la curva circular mayor no debe exceder el 50 por ciento de la curva de menor radio. El manual mexicano propone que en las intersecciones se utilicen curvas compuestas, siempre y cuando la relación entre dos radios consecutivos no sobrepase la cifra de 2.0 y se resuelva satisfactoriamente la transición de la sobreelevación. (SIECA, 2004)**.**

2.7.1 Ejemplos prácticos

Ejemplo 1. Calcule y verifica los elementos de La Curva Circular Compuesta (CCC) si se sabe que:
PI = 2+319.50
Δ_1 = 38˚15'15"
Δ_2 = 31˚22'06"
$G˚_1$ = 3˚10'
$G˚_2$ = 2˚40'

Encuentre PC_1, PC_2, PT_1, PT_2 y los elementos de la curva 2.

$$Rc_1 = \frac{1145.92}{G°_1} = \frac{1145.92}{3°10'} = 361.87m$$

$$Rc_2 = \frac{1145.92}{G°_2} = \frac{1145.92}{2°40'} = 429.72m$$

$$ST_1 = Rc_1\left(\tan\frac{\Delta_1}{2}\right) = 361.87m\left(\tan\frac{38°15'15''}{2}\right) = 125.5m$$

$$ST_2 = Rc_2\left(\tan\frac{\Delta_2}{2}\right) = 429.72m\left(\tan\frac{31°22'06''}{2}\right) = 120.66m$$

$$a = ST_1 + ST_2 = 125.5m + 120.66m = 246.16m$$

$$b = \frac{a(\sin \Delta_2)}{\sin \gamma} = \frac{a(\sin \Delta_2)}{\sin[180 - (\Delta_1 + \Delta_2)]} = \frac{246.16m(\sin 31°22'06")}{\sin[180 - (38°15'15" + 31°22'06")]}$$
$$b = 136.69m$$

$$c = \frac{a(sin\,\Delta_1)}{sin\,\gamma} = \frac{a(sin\,\Delta_1)}{sin[180 - (\Delta_1 + \Delta_2)]} = \frac{246.16m(sin\,38°15'15")}{sin[180 - (38°15'15" + 31°22'06")]}$$
$$c = 162.585m$$

$$M_1 = b + ST_1 = 136.69m + 125.5m = 262.19m \approx 0.26219km$$

$$M_2 = b + ST_2 = 136.69m + 120.66m = 257.35m \approx 0.25735km$$

$$Lc_1 = \frac{20(\Delta_1)}{G°_1} = \frac{20(38°15'15")}{3°10'} = 241.6m$$

$$Lc_2 = \frac{20(\Delta_2)}{G°_2} = \frac{20(31°22'06")}{2°40'} = 235.2625m$$

$$PC_1 = PI - M_1 = 2319.5 - 262.19m = 2 + 057.31$$

$$PC_2 = PT_1 = PC_1 + Lc_1 = 2057.31 + 241.6m = 2 + 298.91$$

$$PT_2 = PC_2 + Lc_2 = 2298.91 + 235.2625m = 2 + 534.1725$$

Elementos de la curva 2:

$$Lc_2 = \frac{20(\Delta_2)}{G°_2} = \frac{20(31°22'06")}{2°40'} = 235.2625m$$

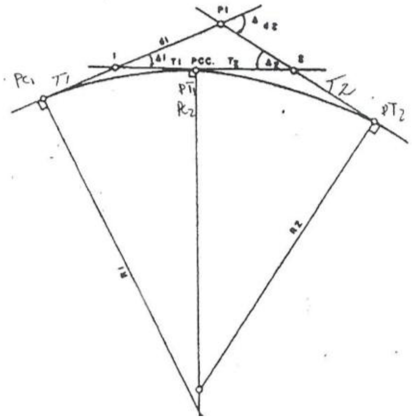
$$Rc_2 = \frac{1145.92}{G°_2} = \frac{1145.92}{2°40'} = 429.72m$$

$$ST_2 = Rc_2\left(\tan\frac{\Delta_2}{2}\right) = 429.72m\left(\tan\frac{31°22'06"}{2}\right) = 120.66m$$

$$CL_2 = 2Rc_2\left(\sin\frac{\Delta_2}{2}\right) = 2(429.72m)\left(\sin\frac{31°22'06"}{2}\right) = 232.34m$$

Ejemplo 2. Dos curvas seguidas constituyen una curva COMPUESTA si se unen en un punto de tangencia, en el que ambas están al mismo lado de la tangente común. Los radios de las dos curvas son diferentes, pero tienen la dirección en la unión. A este punto de tangencia se le llama PCC, que significa punto de la curvatura compuesta.

Calcular la siguiente curva compuesta de dos centros, dados los siguientes datos.



SOLUCION:

CALCULO DE LA DISTANCIA " d_1" y "d_2 "

$$\frac{d_1}{SEN\Delta_2} = \frac{T_1 + T_2}{SEN(180° - \Delta)}$$

d_1 = 88.64 m

$$\frac{d_2}{SEN\Delta_1} = \frac{T_1 + T_2}{SEN(180° - \Delta)}$$

d_2 = 88.64 m

CALCULO DEL RADIO DE AMBAS CURVAS.

$$T = R * TAN\frac{\Delta}{2} \qquad R_1 = \frac{T_1}{TAN\frac{\Delta_1}{2}}$$

R_1 = 285.85 m

$$R_2 = \frac{T_2}{TAN\frac{\Delta_2}{2}}$$

R_1 = 263.89 m

Donde la topografía hace necesario su uso, el radio (R_1) de la curva más suave no debe ser mayor de un 50 % que el radio (R_2) de la curvatura de mas curvatura, es decir que "R_1 " no debe exceder de 1.5 R_2

$R_{mayor} \le 1.5\ R_{menor}$

Comprobación

R_1/R_2 = 1.08 por tanto R1= 1.08 * R2
Cumpliendo la condición de ser menor que 1.5 ..

Cálculo de los elementos de ambas curvas.

CURVA N_0 1

ST=R*TAN $\frac{\Delta 1}{2}$= 62.5m

M=R*(1- $\cos\frac{\Delta 1}{2}$) =6.60m

CM=2*R*($\mathrm{SEN}\frac{\Delta 1}{2}$) =122.11m

E=R*(SEC $\frac{\Delta 1}{2}$ – 1)=6.75m

Lc = D=20* $\frac{\Delta 1}{Gc}$=123.03m

CURVA N^0 2

ST=R*TAN $\frac{\Delta 2}{2}$= 76.50m

Lc = D=20* $\frac{\Delta 2}{Gc}$=148.92m

M=R*(1- $\cos\frac{\Delta 2}{2}$) =10.44m

CM=2*R*($\mathrm{SEN}\frac{\Delta 2}{2}$) =146.95m

E=R*(SEC $\frac{\Delta 2}{2}$ – 1)=10.86m

Las dos curvas simples se tratan en el campo como curvas circulares separadas "Pc" de la segunda coincide con el "PT" de la primera.

Cálculo de los estacionamientos

PI_1=PI-d_1=12+682.20
PC_1= PI_1-T_1=12+619.70
PCC=PC_1+D_1=12+742.76
PCC=PT_1=PC_2
PT_2=PCC+D_2=12+891.68

Cuando se trazan dos curvas sucesivas en la misma dirección, la distancia mínima entre el PT de la primera curva y el PC de la segunda curva debe ser mayor o igual a 500mts,

para evitar el efecto de "LOMO ROTO"; siempre y cuando las condiciones topográficas de cada camino lo permita. No olvide que siempre se debe tratar que $R_{MAYOR} \leq 1.5\ R_{MENOR}$

Ejemplo 3. Caso dos curvas inversas

Diseñe las curvas horizontales respectivas en la poligonal mostrada, la cual representa la línea central de un tramo de carretera tomando en cuenta las especificaciones siguientes:
Velocidad de proyecto= 65 K/H
Coeficiente de fricción lateral= 0.15
Vía de dos carriles.
Terreno de lomerío.
E_{max}= 10%

Curva No. 1	**Curva No.2**
x = 122.61 m	$\Delta_2 = 68^0 30'$
y = 22.97 m	E = 40.05
$\Delta_1 = 88^0 20'$	
^{PI} OBLIGADO	

Se quiere que la curva pase a 40.05m del PI_2, medidos sobre la bisectriz.
Calculo del G_{max}

$$G_{max} = 145{,}692.26 * \frac{(e_{max} + f)}{V^2} = 08^0 37' 15''$$

Calculo del radio de la curva No.1 (Punto Obligado)

$$d = \sqrt{x^2 + y^2} = 124.74\ m$$

$$\alpha = TAN^{-1}\left(\frac{y}{x}\right) = 10^0 36' 39''$$

$$\beta = 90^0 \left(\frac{\Delta_1}{2} + \alpha\right) = 35^0 13' 05''$$

$$2' = SEN^{-1}\left(\frac{SEN\beta}{COS\frac{\Delta}{2}}\right) = 53^0 31' 05''$$

$$2 = 180^0 - 2' = 126^0 28' 55'' \therefore (90^0 \leq 2' \leq 180^0)$$

Se sabe que:

$$I + 2 + \beta = 180^0, entonces$$
$$I = 180^0 - (2 + \beta) = 18^0 17' 44''$$
$$R = \frac{d}{SEN\ I} * SEN\beta = 229.18$$

Calculo del Gc. De la curva No.1

$$G_C = 1145.\frac{92}{R} = 05^0 00' 0.31''$$

$$G_C = 05^0 00' 0.31'' \therefore G_c < G_{max}\ ok$$

Calculo de los elementos de la curva No.1

$$ST = R * TAN\frac{\Delta_1}{2} = 222.61\, m$$

$$LC = \frac{\pi * R * \Delta_1}{180} = 353.33\, m$$

$$CM = 2 * R * SEN\frac{\Delta_1}{2} = 319.36\, m$$

Calculo del radio de la curva No.2

$$E = R * \left(SEC\frac{\Delta_2}{2} - I\right) = 40.05\, m$$

$$R = \frac{E}{\left(SEC\frac{\Delta_2}{2} - I\right)} = 190.91\, m$$

Calculo del Gc. De la curva No. 2

$$G_c = \frac{1145.92}{R} = 06^0 00' 8.67''$$

$G_C = 06^0 00' 8.67'' \therefore G_c < G_{max}\ ok$¡¡¡

Calculo de los elementos de la curva No.2

$$ST = R * TAN\frac{\Delta_2}{2} = 129.99\, m$$

$$LC = \frac{\pi * R * \Delta_2}{180} = 228.24\, m$$

$$M = R * \left(I - COS\frac{\Delta_2}{2}\right) = 33.11\, m$$

$$CM = 2 * R * SEN\frac{\Delta_2}{2} = 214.89\, m$$

$$E = R * \left(SEC\frac{\Delta_2}{2} - I\right) = 40.05\, m$$

8**) Calculo de los estacionamientos del tramo**

A = 0 + 000
PI_1 = 0 + 600
PC_1= PI_1 +T_1 = 0 + 377.39
PM_1= PC_1 +D/2 = 0 + 554.06
PT_1= PC_1 + D =0 + 730.72

El estacionamiento del “ PI_2 será:

$PI_2 = PT_1 + (1500 - T_1) = 2 + 008.11$
$PC_2 = PI_2 - T_2 = 1 + 878.12$
$PM_2 = PC_2 + D/2 = 1 + 992.24$
$PT_2 = PC_2 + D = 2 + 106.36$
$B = PT_2\ (700 - T_2) = 2 + 676.37$

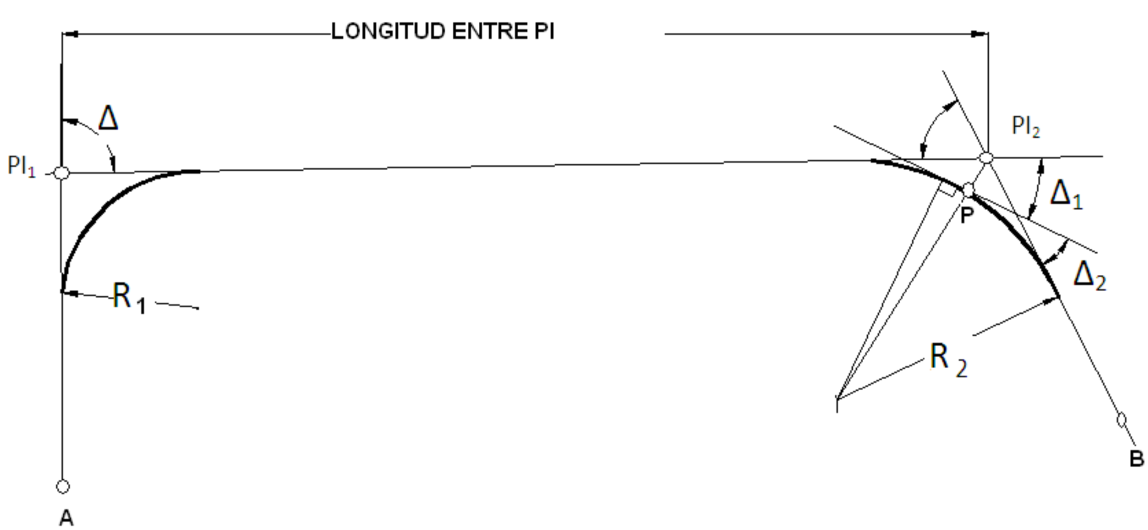
NOTA: entre otros criterios el manual de proyectos geométrico de carretera dice: "Que la longitud mínima entre curvas inversa debe ser igual a la semisuma de las longitudes de transición de ambas curvas".

2.7.2 Actividad práctica

1. Calcule los elementos de la CCS para datos siguientes, elabore la tabla de replanteo:
a) Δ= 9° PI = 8+300 G= 0.5°
b) Δ= 12° PI = 5+300.5 Zona Urbana
c) Zona Sub urbana PI = 2+300 Δ= 4°
d) PI = 1+400 Δ= 20° 30´ ST = 102 m
e) Δ= 14° 30´ PI = 0+900 Zona Montañosa

2.- Calcule los elementos de La Curva Circular Compuesta (CCC) y verifique el cumplimientos con las normas Centroamericanas si se sabe que:
a) PI = 2+920, Δ1 = 22˚35ˈ, Δ2 = 33˚30ˈ G˚1 = 1˚10ˈ G˚2 = 2˚20ˈ
b) PI = 5+020 Δ1 = 24˚15ˈ, Δ2 = 30˚30ˈ G˚1 = 2˚05ˈ G˚2 = 3°30ˈ
c) PI = 5+020 Δ1 = 24˚15ˈ, Δ2 = 30˚30ˈ G˚1 = 2˚05ˈ G˚2 = 3°30ˈ
d) Zona rural plana. Δ_I= 33˚35ˈ PI = 0+989
e) Zona suburbana. Δ_I= 44˚15ˈ PI = 2+919.50 Δ1 = 24˚45ˈ

3. Diseñe las curvas horizontales respectivas en la poligonal mostrada la cual representa la línea central de un tramo de carretera, tomando en cuenta las especificaciones para una carreta nacional de segunda clase. (Caso de dos curvas sucesivas en la misma dirección)



DATOS