

Estadística Computacional I. Grado en Estadística.

Trabajo práctico sobre el Tema 6

Curso 2022-2023

El principal objetivo de esta práctica es implementar un algoritmo para generar muestras de una ley Beta y aplicar varios procedimientos para evaluar la calidad del método considerado. Para ello se debe escribir un programa en R que incluya los siguientes puntos.

1. Utilizando el siguiente algoritmo base, que genera una realización de una ley Beta(a,b), escribir una función para generar una muestra de tamaño n de dicha ley.

Algoritmo para generar una realización X de la ley Beta(a,b):

Fijar $a, b > 0$.

Calcular $\alpha = a + b$. Si $\min(a,b) \leq 1$, hacer $\beta = \max(1/a, 1/b)$; en otro caso,

$$\beta = \sqrt{\frac{\alpha - 2}{2ab - \alpha}}$$

Calcular $\gamma = a + \beta^{-1}$

- I) Generar de forma independiente $U_1, U_2 \sim U(0,1)$; calcular

$$V = \beta \log\left(\frac{U_1}{1 - U_1}\right), \quad W = ae^V$$

- II) Si $\alpha \log\left(\frac{\alpha}{b + W}\right) + \gamma V - 1.3862944 < \log(U_1^2 U_2)$ ir al paso I).

(la constante es $\log(4)$).

- III) Devolver $X = \frac{W}{b + W}$.

2. Inicializar la semilla a m , siendo m el número obtenido con las últimas 5 cifras del DNI del alumno, y generar una muestra de tamaño 1000 de la ley Beta(3,2). Comparar la media y varianza

muestral con la media y varianza poblacional. $E[X]=a/(a+b)$, $V[X]= (a*b)/((a+b)^2*(a+b+1))$.

3. Dibujar un histograma de la muestra, y superponer la densidad de la ley Beta(3,2) con la ayuda de las funciones *curve* y *dbeta*.
4. Aplicar un test de rachas a la muestra dicotomizando los valores mediante la comparación con la mediana muestral.
5. Aplicar la función `contrastes_aleato` de los apuntes (problema 1 de la hoja de ejercicios) a vector que sea el resultado de calcular la función de distribución de la ley Beta(a,b) en cada elemento de la muestra generada (se puede usar la función de distribución de la ley Beta en R). Interpretar los resultados.
6. Repetir los apartados 2, 3, 4 y 5 con $a=0.5$, $b=2$.

Instrucciones: Enviar mediante Herramientas de Mensajes de Curso el fichero de instrucciones R, y una presentación incluyendo las respuestas a las cuestiones planteadas y las conclusiones obtenidas.

Plazo de entrega: 29 de Mayo.