

Entregar todas as respostas em um arquivo pdf.

*A solução deve ser postada no Moodle e enviada para o e-mail:
cristiano.vasconcellos@udesc.br. As duas entregas são obrigatórias.*

- 1) (2,5 pontos) Resolva a seguinte relação de recorrência, mostrando a fórmula fechada que representa a relação. Resolva o somatório usando a técnica da perturbação:

$$T(n) = 2T(n/2) + n^2$$
$$T(1) = 1$$

- 2) (3,0 pontos) Mostre a complexidade de tempo (resolva usando a relação de recorrência) e espaço para o algoritmo abaixo considerando os seguintes cenários:
- a) O número de bits de m e a são limitados ao tamanho da palavra do processador.
 - b) Não há limite para o número de bits de m e a .

Destaque a complexidade de cada operação em cada caso.

```
MUL( $m$ ,  $a$ )
  Se ( $m = 1$ )
    Retorne  $a$ 
   $res \leftarrow MUL(m \gg 1, a + a)$ 
  Se ( $impar(m)$ )
     $res \leftarrow res + a$ 
  Retorne  $res$ 
```

- 3) (2,5 pontos) Um **grafo bipartido** é um grafo cujos vértices podem ser divididos em dois conjuntos disjuntos U e V tais que toda aresta conecta um vértice de U a um vértice de V . Mostre uma redução do problema 2-GRAPH-COLORING (Coloração de Grafos com 2 cores) ao problema de verificar se um grafo é bipartido. Essa redução prova que o problema de verificar se um grafo é bipartido pertence à classe *NP-Hard*?
- 4) (2,0 pontos) Prove que a fatoração de um inteiro (de valor ilimitado) n em dois primos p e q é um problema pertencente à classe *NP*. Mostre a complexidade do algoritmo usado na prova.