

Prova de Complexidade de Algoritmos

Daniella Martins Vasconcellos

Abril 2021

1 Questão 1

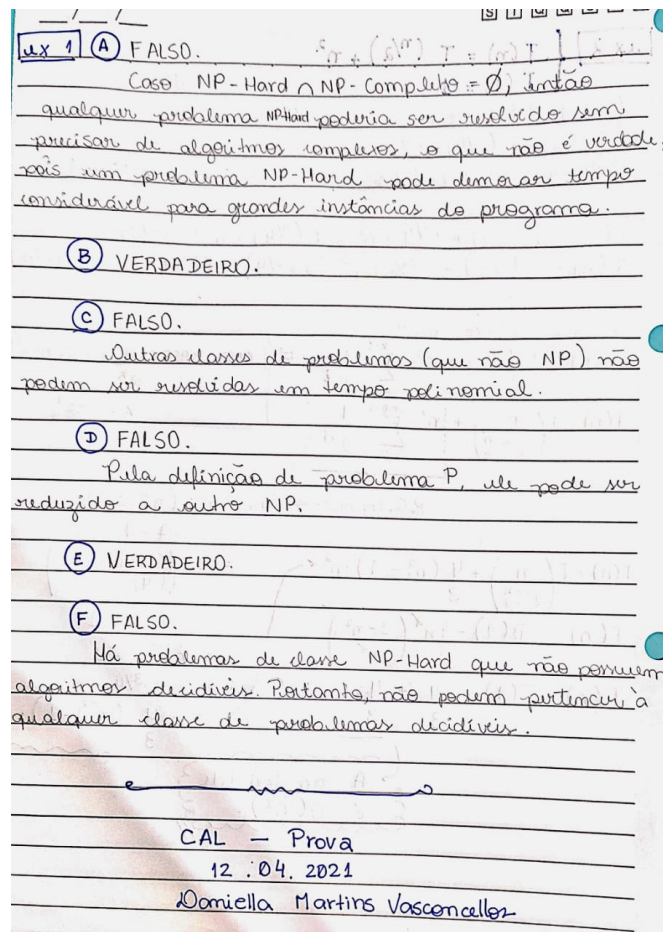


Figure 1: Resposta da Questão 1.

2 Questão 2

ex 2 $\begin{cases} T(n) = T(n/2) + n^2 \\ T(1) = 1 \end{cases}$

$$\begin{cases} T(n) = T(n/2) + n^2 \\ T(n/2) = T(n/4) + n^2/4 \\ T(n/4) = T(n/8) + n^2/16 \\ \vdots \end{cases}$$

$$T(n) = T(n/4) + n^2/4 + n^2 = T(n/4) + n^2(1 + 1/4)$$

$$T(n) = T(n/8) + n^2/16 + n^2(1 + 1/4) = T(n/8) + n^2(1 + 1/4 + 1/16)$$

$$\vdots$$

temos então que:

$$T(n) = T\left(\frac{n}{2^k}\right) + n^2 \sum_{i=0}^k \frac{1}{2^{2i}} \Rightarrow \begin{cases} \text{CASO BASE: } n = 1 \therefore n = 2^k \\ 2^k \end{cases}$$

$$T(n) = T\left(\frac{n}{2^{\log_2 n}}\right) + n^2 \sum_{i=0}^{\log_2 n} \frac{1}{2^{2i}} \quad k = \log_2 n$$

P.G. infinita $\rightarrow S_{PG} = a_1 \cdot \frac{q^m - 1}{q - 1}$

$$T(n) = T\left(\frac{n}{2^{\log_2 n}}\right) - \frac{4(n^2 - 1)}{3} \cdot n^2 = 1 \cdot \left(\left(\frac{1}{4}\right)^{\log_2 n} - \frac{1}{4}\right)$$

$$T(n) = T(1) - \frac{4n^2}{3} \left(\frac{1 - n^2}{n^2}\right) \quad \left(\frac{1}{4}\right) - \frac{1}{4}$$

$$T(n) = T(1) - \frac{4}{3} + \frac{4n^2}{3} = n^{\log_2 \frac{1}{4}} - \frac{1}{3/4}$$

$$= -\frac{4}{3}(n^2 - 1)$$

A complexidade é $O(n^2)$.

Figure 2: Resposta da Questão 2.

3 Questão 3

```
1 void heapfyLeaf(int *a, int k)
2 {
3     int anterior = parental(n);
4     if(a[k] > vetor[anterior])
5     {
6         swap(&a[anterior], &a[k]);
7         heapfyLeaf(a, anterior);
8     }
9 }
```

Figure 3: Implementação da função heapfyLeaf().

Olhando a figura 3, vemos que a complexidade de tempo da função $O(n-1)$ por conta da recursividade na linha 7 (todas as outras linhas são $O(1)$ e não interferem no cálculo).

```
void insertHeap(int *a, int n, int l, int e)
{
    if (n < l)  $O(1)$ 
    {
        a[n] = e;  $O(1)$ 
        heapfyLeaf(a, n);  $O(n-1)$ 
    }
    else
    {
        printf("insertHeap: Heap overflow!");  $O(1)$ 
        exit(1);  $O(1)$ 
    }
}
```

Figure 4: Cálculo da complexidade de tempo do algoritmo apresentado pelo professor.

Sendo assim, calcula-se que tanto a complexidade de tempo do insertHeap() quanto a complexidade de espaço (por $n-1$ chamadas ser o pior caso) é $O(n-1)$.

4 Questão 4

Abaixo, na figura 5 está representada a execução do algoritmo de Kruskal. A complexidade é $O(E \log V)$.

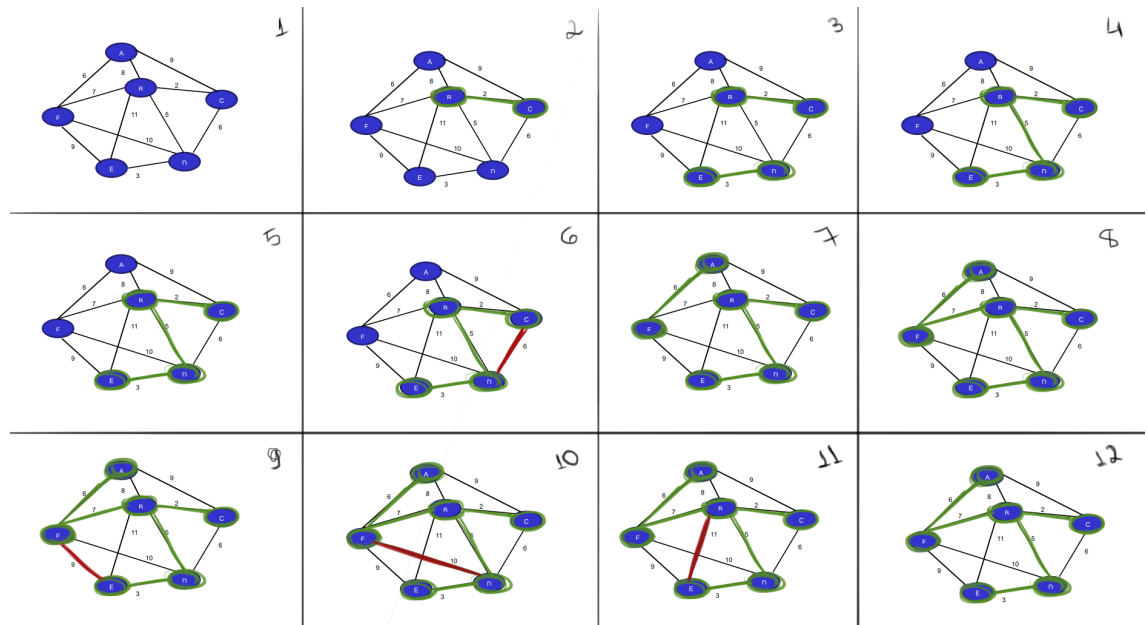


Figure 5: Algoritmo de Kruskal.

5 Questão 6

Para que essa teoria seja provada, primeiro deve existir um algoritmo que, dado uma instância do problema e um subconjunto de vértices, verifica em tempo polinomial se tal conjunto é um conjunto que não depende da instância. Segundo, transforma-se uma fórmula 3CNF-SAT em um grafo, criando um vértice para cada termo da fórmula e ligando os termos separados por operadores OU por uma aresta, assim como termos que possuem negações.