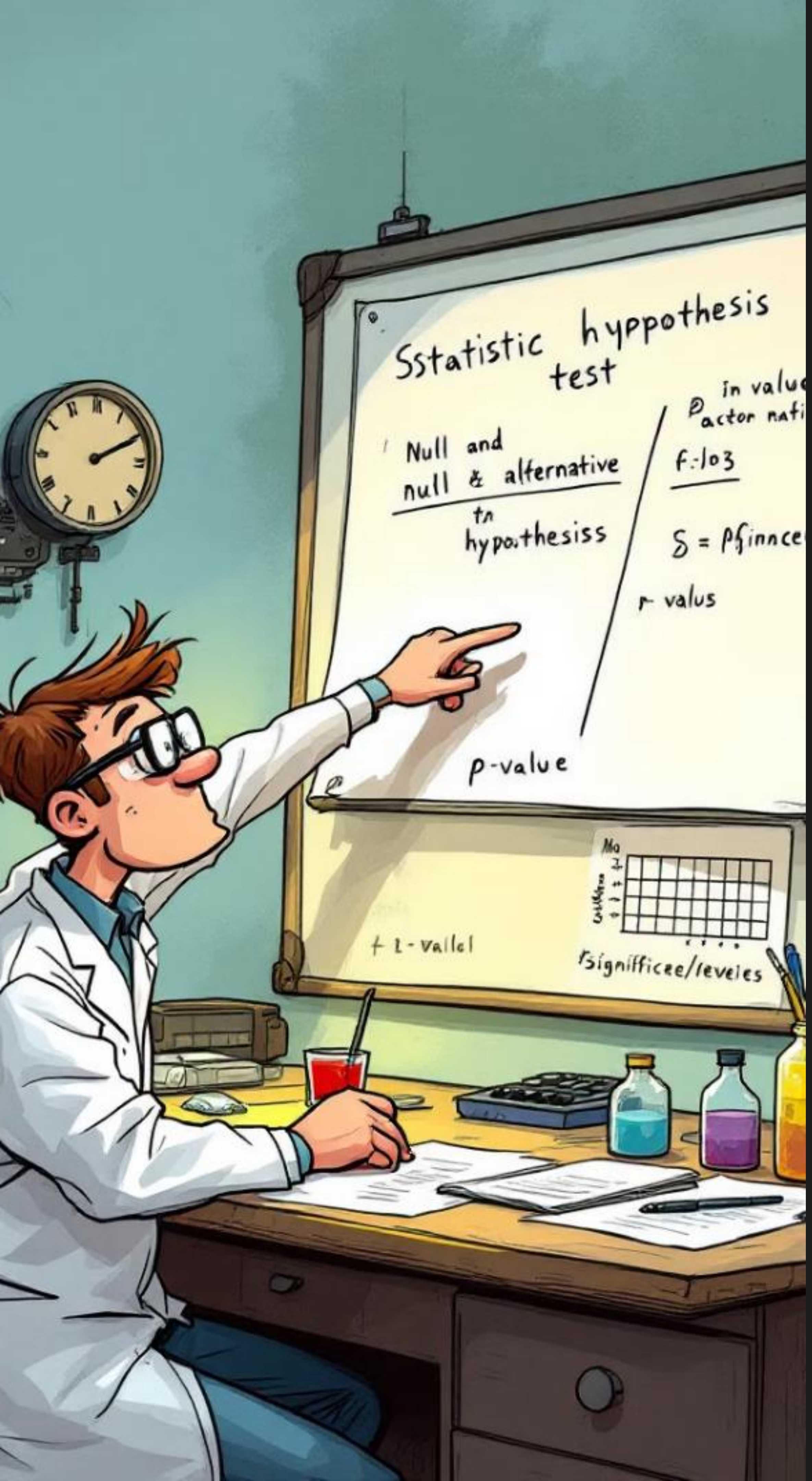
Inferencia

Estadística

Sesión 6



Test de Significancia: Fundamentos de Pruebas de Hipótesis

Las pruebas de hipótesis son herramientas esenciales en la ciencia de datos para tomar decisiones basadas en evidencia estadística. Este procedimiento nos permite evaluar afirmaciones sobre una población utilizando datos muestrales, comparando dos hipótesis: la nula (H0) y la alternativa (H1).

¿Qué es una Prueba de Hipótesis?

1 Definición

Una prueba de hipótesis es un procedimiento estadístico que evalúa la validez de una afirmación sobre una población basada en datos muestrales, comparando la hipótesis nula (H0) con la hipótesis alternativa (H1).

2 Objetivo

Determinar si hay suficiente evidencia estadística en los datos muestrales para rechazar la hipótesis nula (H0) a favor de la hipótesis alternativa (H1). Si no hay suficiente evidencia, no se rechaza H0.

3 Ejemplo

Probar si la media de una población es igual a un valor específico, como determinar si el ingreso promedio mensual de una población es de $50,000.

Hipótesis Nula y Alternativa

Hipótesis Nula (H0)

Representa la afirmación que se quiere contrastar. Suele ser una afirmación de "no efecto" o "no diferencia". Se asume verdadera hasta que los datos proporcionen suficiente evidencia para rechazarla.

Ejemplo: H0: μ=50 (La media poblacional es igual a 50).

Hipótesis Alternativa (H1)

Representa la afirmación que se quiere probar. Puede ser unilateral (una cola) o bilateral (dos colas), dependiendo de la naturaleza del problema.

Ejemplo unilateral: H1: μ > 50 (La media poblacional es mayor que 50).

Ejemplo bilateral: H1: μ ≠ 50 (La media poblacional no es igual a 50).

$$H_0 : \mu = 50 \quad \text{(La media poblacional es igual a 50).}$$

$$H_1 : \mu \neq 50 \quad \text{(La media poblacional no es igual a 50).}$$

Pasos para Realizar una Prueba de Hipótesis

Formular las hipótesis (H0 y H1)

Definir claramente la afirmación que se quiere probar y su contraparte.

Seleccionar el nivel de significancia (α)

El nivel de significancia (α) es la probabilidad de cometer un error tipo I. Valores comunes son $\alpha=0.05$, $\alpha=0.01$, o $\alpha=0.10$.

Calcular el estadístico de prueba

El estadístico mide qué tan alejados están los datos muestrales de lo esperado bajo H0. Ejemplos: Estadístico Z o t para medias, Estadístico Z para proporciones.

Determinar la región crítica o calcular el valor-p

La región crítica es el rango de valores del estadístico que llevan al rechazo de H0. El valor-p es la probabilidad de observar un resultado tan extremo bajo H0.

Tomar una decisión e interpretar

Si $p<\alpha$, se rechaza H0. Explicar la decisión en términos del contexto del problema.

Significancia Estadística y Valor P

Significancia Estadística

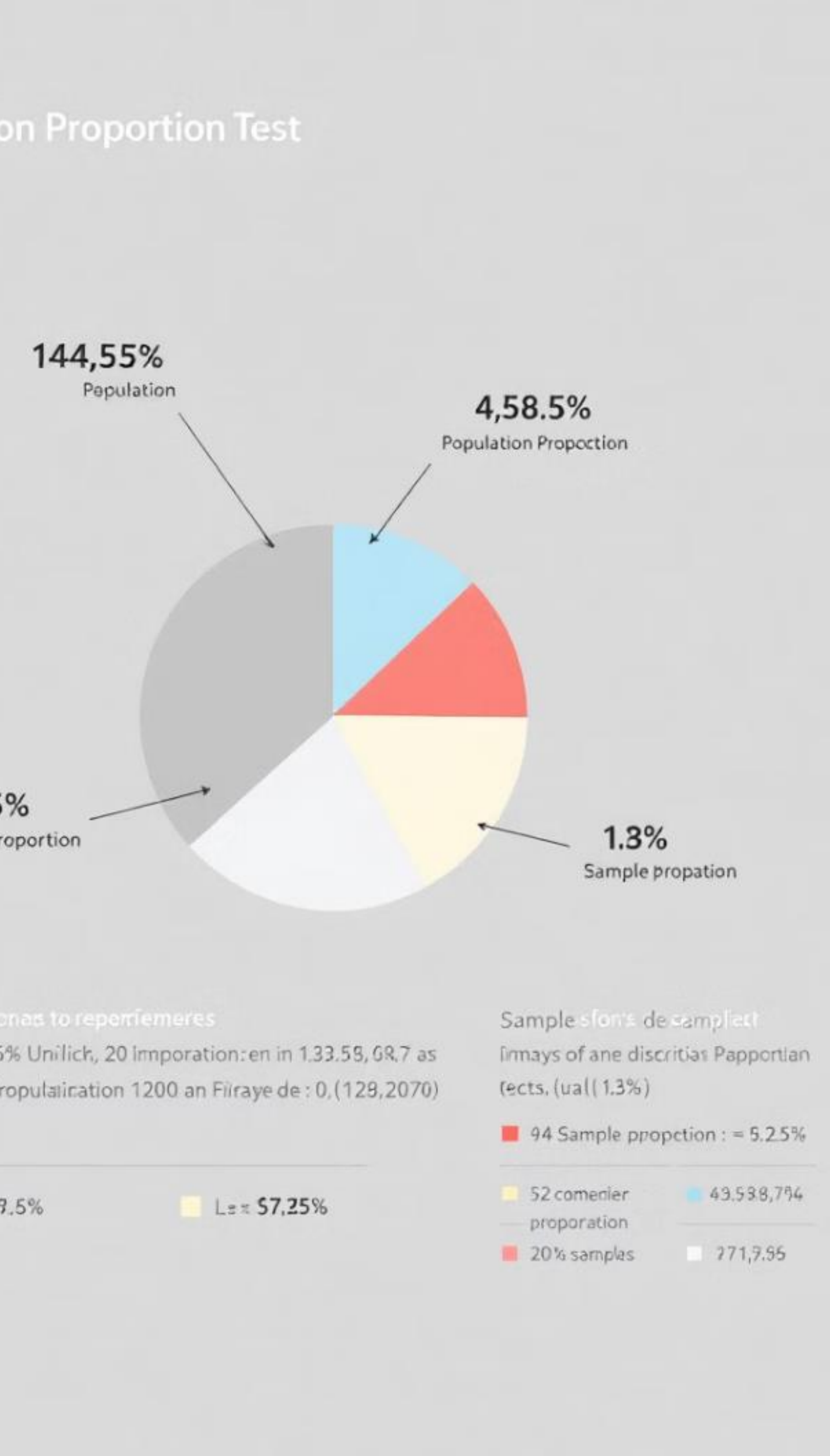
Mide la probabilidad de que los resultados observados se deban únicamente al azar, en lugar de reflejar una relación o efecto real en la población.

El nivel de significancia (α) es el umbral predefinido que determina cuándo rechazar la hipótesis nula. Valores comunes: $\alpha=0.05$, $\alpha=0.01$, $\alpha=0.10$.

El Valor P

Es una medida que cuantifica la fuerza de la evidencia en contra de la hipótesis nula. Representa la probabilidad de obtener un resultado al menos tan extremo como el observado, asumiendo que H0 es verdadera.

Si valor-p $< \alpha$: Hay suficiente evidencia para rechazar H0. Si valor-p $\geq \alpha$: No hay suficiente evidencia para rechazar H0.



Pruebas sobre una Proporción de la Población

Definición

Las pruebas sobre proporciones evalúan si la proporción poblacional (p) es igual a un valor específico. Son útiles en situaciones donde los datos son categóricos, como encuestas de opinión o estudios de éxito/fracaso.

Fórmula

Z = (p̂ - p0) / √[p0(1-p0)/n], donde p̂ es la proporción muestral, p0 es la proporción bajo la hipótesis nula, y n es el tamaño de la muestra.

$$Z = \frac{\hat{p} - p_0}{\sqrt{\frac{p_0(1-p_0)}{n}}}$$

Implementación en Python

Se puede utilizar scipy.stats para realizar pruebas sobre proporciones, calculando el estadístico Z y el valor-p correspondiente para tomar decisiones basadas en el nivel de significancia establecido.

Pruebas sobre una Media Poblacional

Definición

1

Las pruebas sobre medias evalúan si la media poblacional (μ) es igual a un valor específico. Dependiendo de si la desviación estándar poblacional (σ) es conocida o desconocida, se utiliza la distribución normal estándar (Z) o la distribución t de Student.

2

Desviación Estándar Conocida

$Z = (\bar{X} - \mu_0) / (\sigma/\sqrt{n})$, donde $\bar{X}$ es la media muestral, μ_0 es la media bajo la hipótesis nula, σ es la desviación estándar poblacional, y n es el tamaño de la muestra.

$$Z = \frac{\bar{X} - \mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}}$$

Desviación Estándar Desconocida

3

$t = (\bar{X} - \mu_0) / (s/\sqrt{n})$, donde s es la desviación estándar muestral. Se utiliza la distribución t con n-1 grados de libertad.

$$t = \frac{X - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}}$$

4

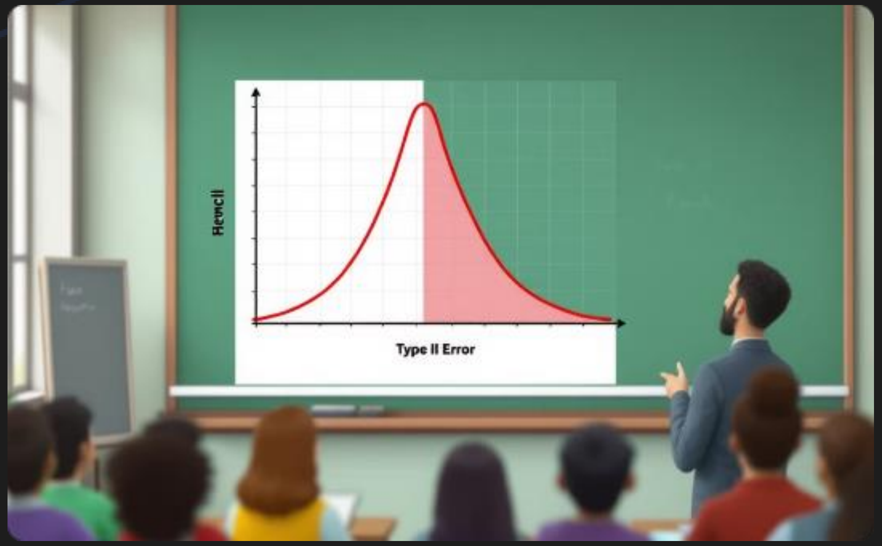
Implementación en Python

Se puede utilizar scipy.stats.ttest_1samp para realizar pruebas sobre medias, obteniendo el estadístico t y el valor-p para tomar decisiones basadas en el nivel de significancia.

Errores Tipo I y Tipo II

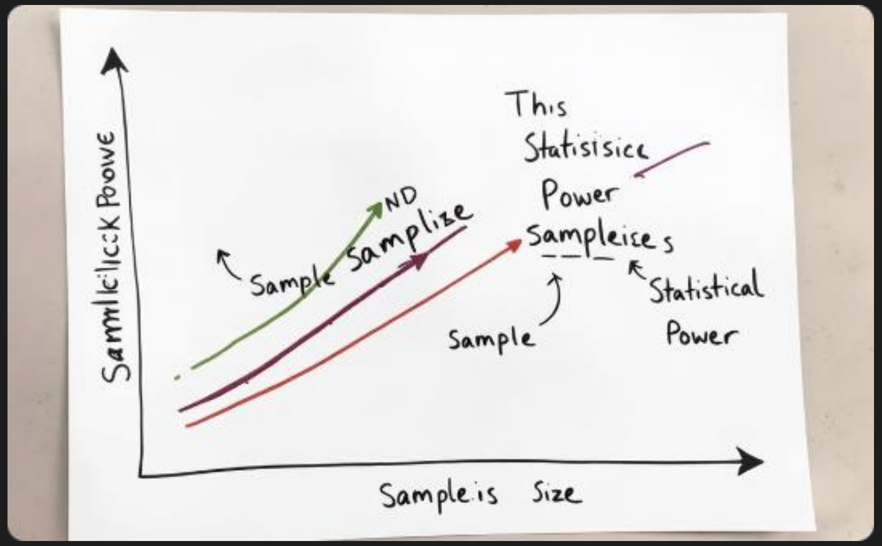
Error Tipo I

Ocurre cuando rechazamos la hipótesis nula (H0) siendo esta verdadera. La probabilidad de cometer este error está dada por el nivel de significancia (α). Ejemplo: Concluir que un medicamento es efectivo cuando en realidad no lo es.



Error Tipo II

Ocurre cuando no rechazamos la hipótesis nula (H0) siendo esta falsa. La probabilidad se denota como β. Ejemplo: Concluir que un medicamento no es efectivo cuando en realidad sí lo es.



Relación y Potencia

Existe un compromiso entre α y β: reducir uno aumenta el otro. La potencia de una prueba (1-β) es la probabilidad de rechazar H0 cuando es falsa. Aumentar el tamaño de la muestra reduce tanto α como β.

Diseño de Experimento

1 **Definir el Objetivo**

Especificar claramente la pregunta de investigación o el problema que se desea resolver. Por ejemplo, "¿Es efectivo un nuevo fertilizante en comparación con el fertilizante estándar?"

2 **Seleccionar las Variables**

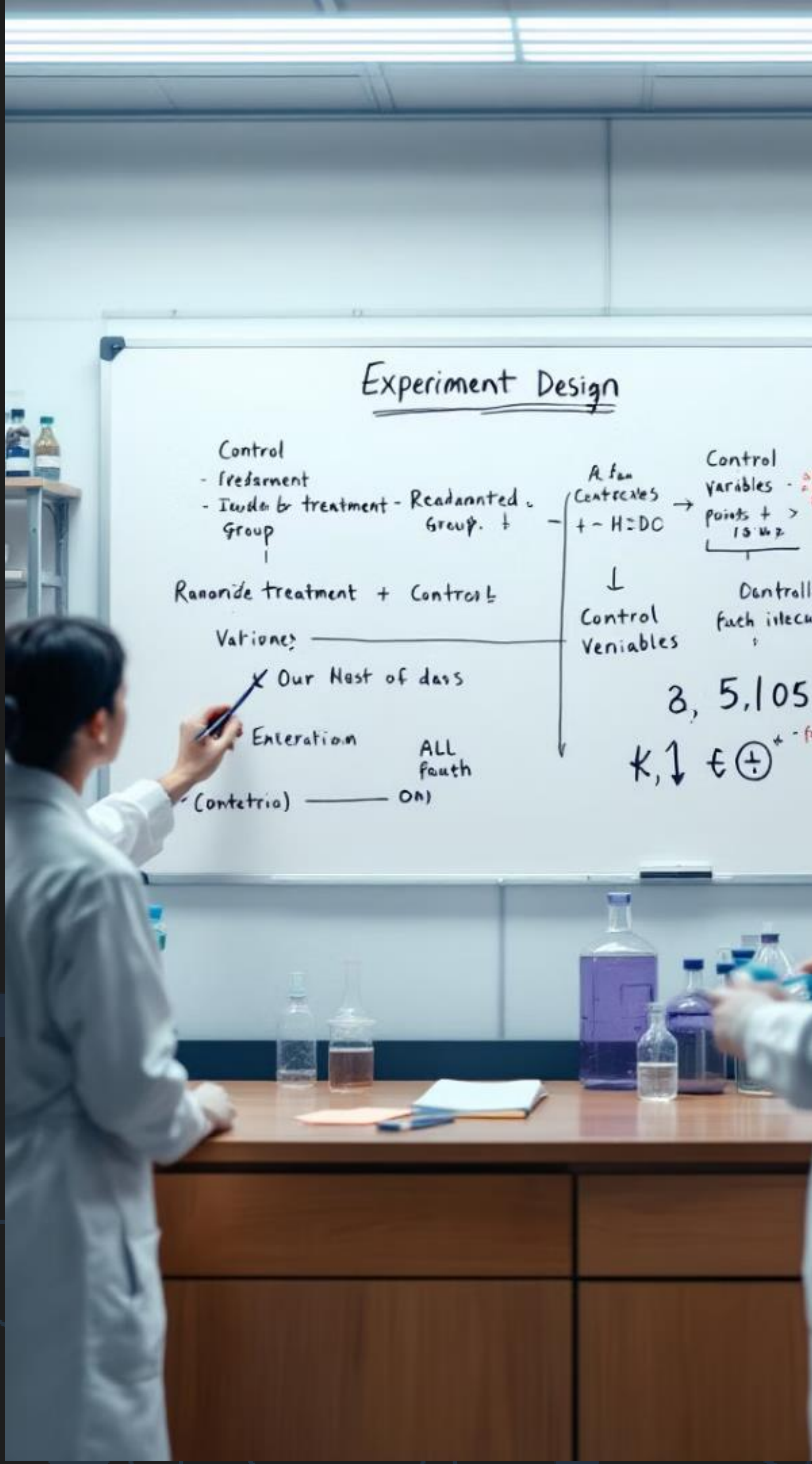
Identificar la variable independiente (factor que se manipula), la variable dependiente (lo que se mide como resultado) y las variables de control (factores que deben mantenerse constantes).

3 **Determinar el Tamaño de la Muestra**

El tamaño debe ser suficiente para detectar diferencias significativas si existen, minimizando errores estadísticos. Esto se relaciona directamente con el poder estadístico del experimento.

4 **Asignar Tratamientos**

Distribuir aleatoriamente los tratamientos entre las unidades experimentales para reducir el impacto de factores externos y garantizar la validez de los resultados.



Poder de Experimento

Definición

El poder estadístico es la probabilidad de rechazar correctamente la hipótesis nula cuando es falsa (Poder = 1-β).

Tamaño de Muestra

Aumentar el tamaño de la muestra incrementa el poder, reduciendo la variabilidad y mejorando la precisión.

Nivel de Significancia

Un nivel de significancia más alto aumenta el poder, pero también incrementa el riesgo de Error Tipo I.

Tamaño del Efecto

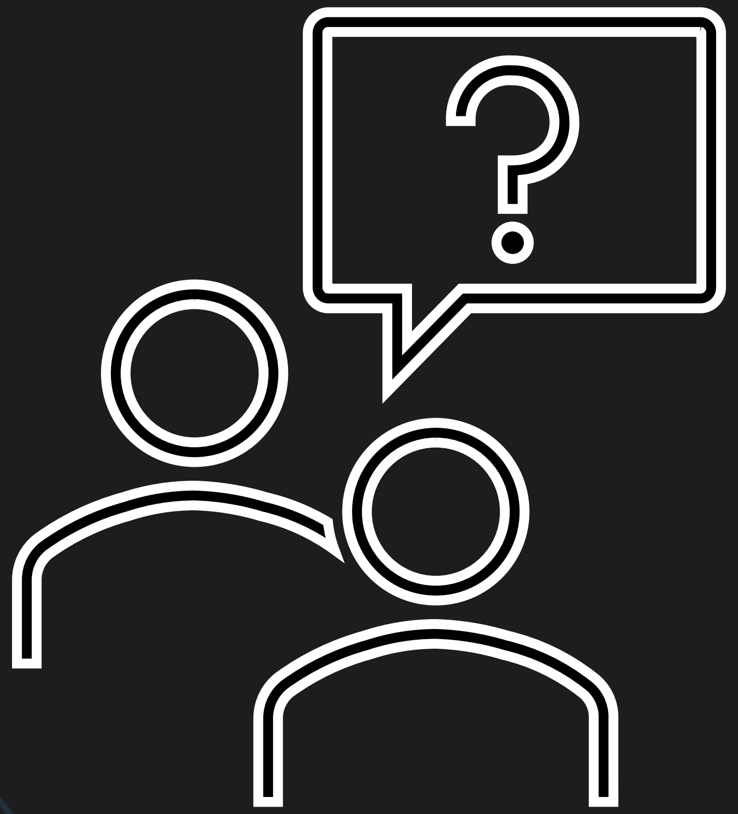
Un efecto más grande es más fácil de detectar, aumentando el poder del experimento.

Variabilidad

Menor variabilidad en los datos mejora el poder, facilitando identificar diferencias significativas.

Preguntas

Sección de preguntas



Inferencia

Estadística

Continúe con las actividades