磁场能量

磁场能量密度：　　单位：J/m³

$$w_m = \frac{1}{2}\cdot\left(\vec{B}\bullet\vec{H}\right) = \frac{1}{2}\cdot\mu\cdot H^2 = \frac{1}{2}\cdot\frac{1}{\mu}\cdot B^2$$

$$w_e = \frac{1}{2}\cdot\left(\vec{D}\bullet\vec{E}\right) = \frac{1}{2}\varepsilon E^2 = \ldots$$

储藏在磁场中的能量　　单位：J

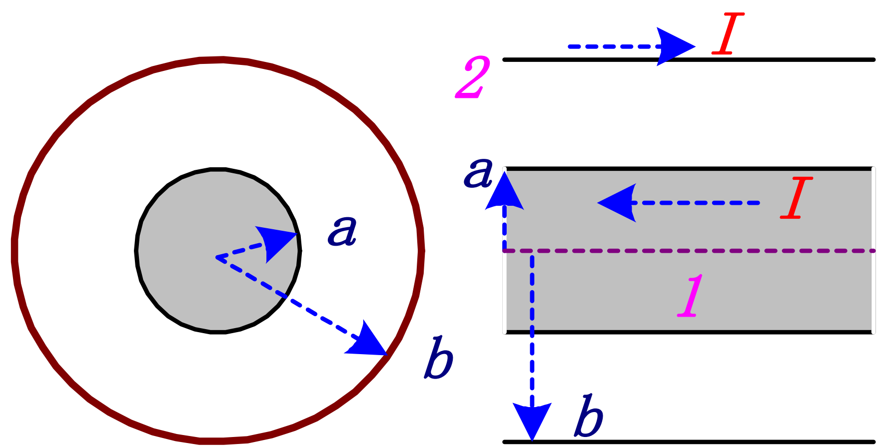
$$W_m = \int_V w_m dV = \ldots$$

当匝数N=1时，$W_m = \frac{1}{2}L\cdot I^2$.

例题：同轴电缆自感

内部为实心金属导体，半径为a，外导体很薄，半径为b

分清“1个电流”回路



步骤：

(1)假设I_1，求B_1

(2)将B_1在S_2上积分

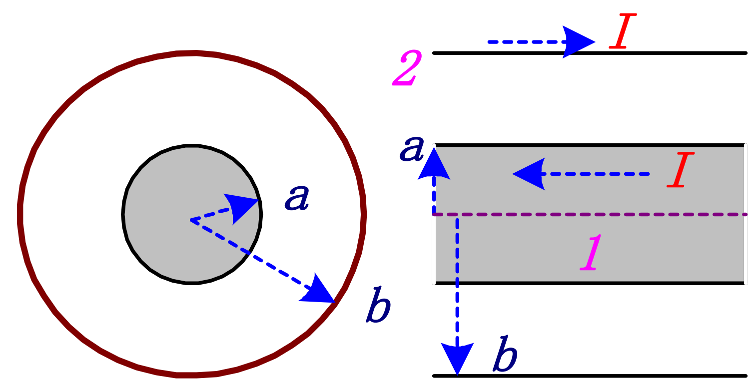
(3)求出1在2上的磁通——Φ_{12}

(4)求出磁链——Ψ_{12}

(5)按照定义求：

采用"能量"公式

$$B=\begin{cases}\vec{a}_\varphi\dfrac{\mu_0\cdot I\cdot r}{2\pi\cdot a^2} & (r<a)\\ \vec{a}_\varphi\dfrac{\mu_0\cdot I}{2\pi\cdot r} & (a<r<b)\\ 0 & (r>b)\end{cases}$$



$$W_m=\int_V w_m dV=\frac{1}{2\mu_0}\left[\int_0^a\dots\cdot(1\cdot 2\pi\cdot r\cdot dr)+\int_a^b\dots\right]$$

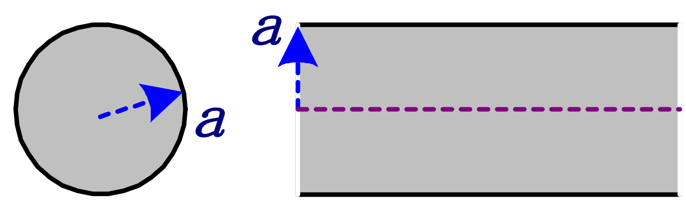
$$\because W_m=\frac{1}{2}L\cdot I^2.$$

$$\therefore L=\dots=\frac{\mu}{8\pi}+\frac{\mu}{2\pi}\cdot\ln\left(\tfrac{b}{a}\right)\qquad(H/m)$$

小结：

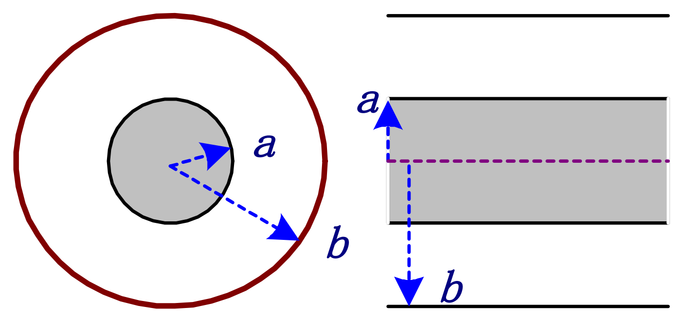
单导线的单位长度自感

$$L=\frac{\mu}{8\pi}$$



同轴电缆单位长度自感：“内电感”＋“外电感”

$$L=\frac{\mu}{8\pi}+\frac{\mu}{2\pi}\cdot\ln\left(\tfrac{b}{a}\right)\qquad (H/m)$$

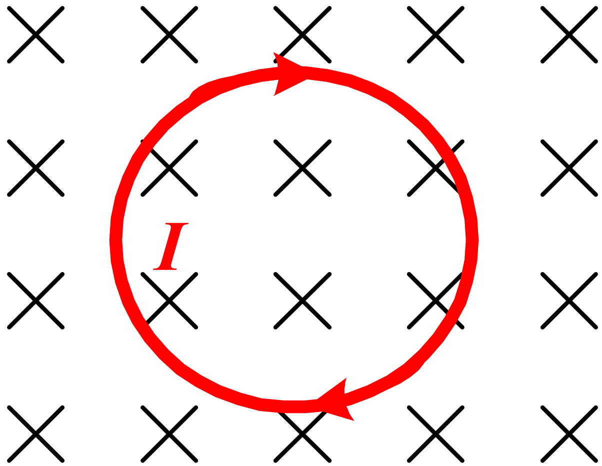


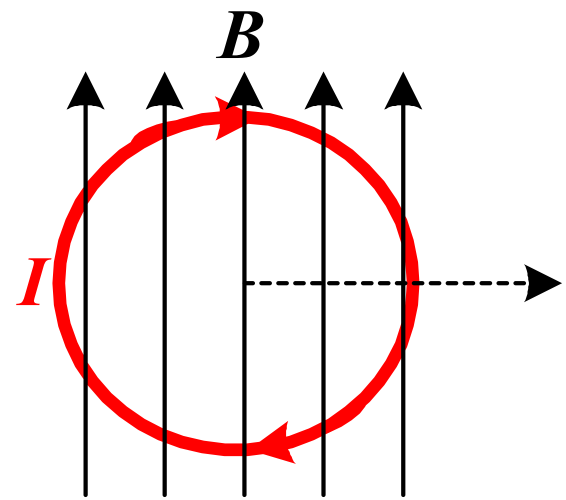
磁场力

方向：

受力电流方向叉乘外加磁场方向。

通电线圈在均匀磁场中的受力

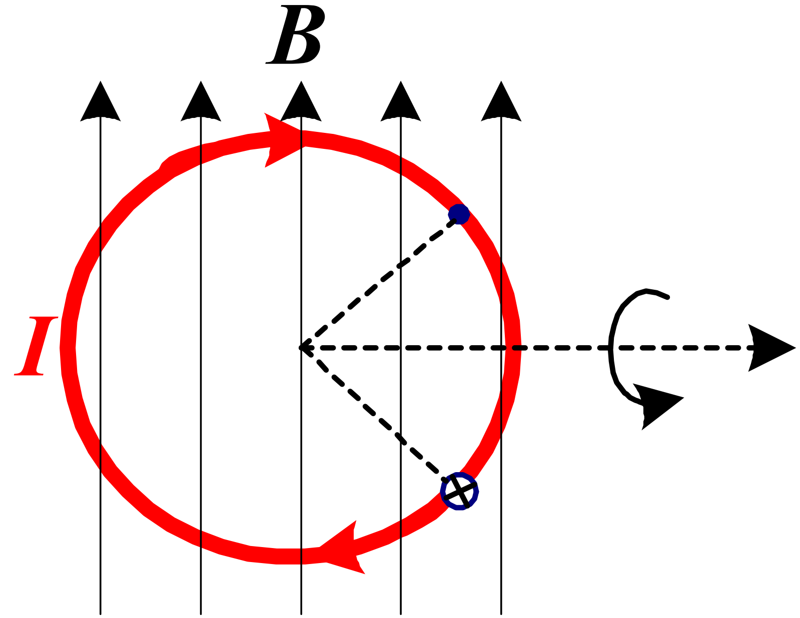




有扩张趋势　　　　有旋转趋势

“合力为零”

线圈受力“转动”——转矩(Torgue)



转距公式：$\vec{T}=\vec{p}_m\times\vec{B}$ $(N\cdot m)$

$$\vec{p}_m=\vec{a}_n(I\cdot S)$$

电场中电偶极子受的力矩……

Ampere's Law of Force

$$\vec{B}_{1-2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{C_1} \frac{I_1 d\vec{l}_1 \times \vec{a}_{R_{1-2}}}{R_{1-2}^2}$$

$$\vec{F}_{1-2} = \frac{\mu_0}{4\pi} \oint_{C_2} \oint_{C_1} \frac{I_2 d\vec{l}_2 \times (I_1 d\vec{l}_1 \times \vec{a}_R)}{R^2}$$

$$\vec{F}_{1-2} = \oint_{C_1} I_2 d\vec{l}_2 \times \vec{B}_{1-2} = I_2 \oint_{C_1} d\vec{l}_2 \times \vec{B}_{1-2}$$

思考题：牛顿第三定律

$$\vec{F}_{1-2} = \oint_{C_1} I_2 d\vec{l}_2 \times \vec{B}_{1-2} = I_2 \oint_{C_1} d\vec{l}_2 \times \vec{B}_{1-2}$$

$$\vec{F}_{2-1} = \oint_{C_2} I_1 d\vec{l}_1 \times \vec{B}_{2-1} = I_1 \oint_{C_2} d\vec{l}_1 \times \vec{B}_{2-1}$$

$$\vec{F}_{2-1} = -\vec{F}_{1-2} \qquad ?$$

磁场力小结(定义法):

$$\vec{F}_{1-2}=\oint_{C_1} I_2 d\vec{l}_2\times\vec{B}_{1-2}=I_2\oint_{C_1} d\vec{l}_2\times\vec{B}_{1-2}$$

$$\vec{F}_{2-1}=-\vec{F}_{1-2}$$

解题技巧：什么积分好求?

例题：

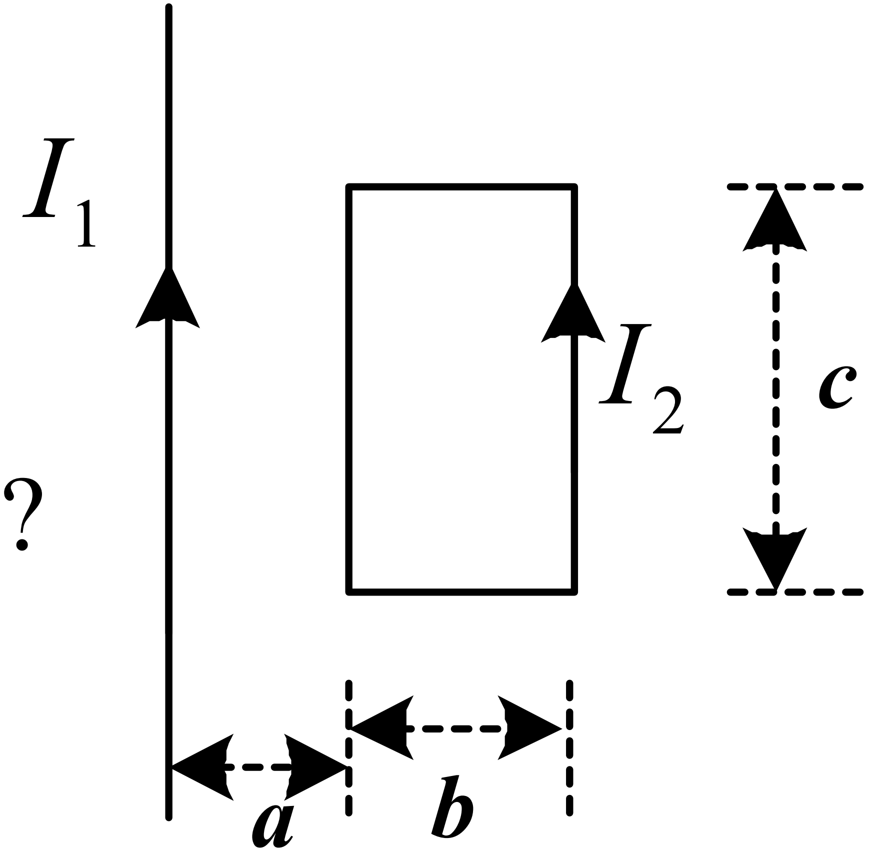
长而直的导线，附近放置一个矩形线圈，尺寸如图所示。导线和线圈内的电流分别为I_1和I_2，请计算线圈所受到的磁场力，并标注出力的方向

A-C定律求磁感应强度：

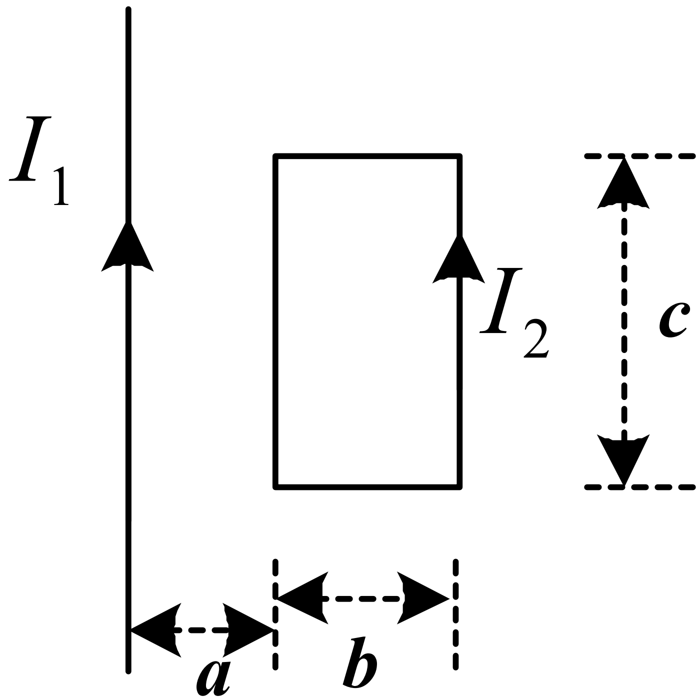
$$\vec{B}_1 = ?$$

受力：

$$\vec{F}_{1-2} = I_2 d\vec{l}_2 \times \vec{B}_1 = ?$$



改动一下：



求矩形线框对长直导线的作用力？

用磁场“储能”表示力

1. 电路系统中磁链数恒定

$$\vec{F}_{\Psi} = -\nabla W_m$$

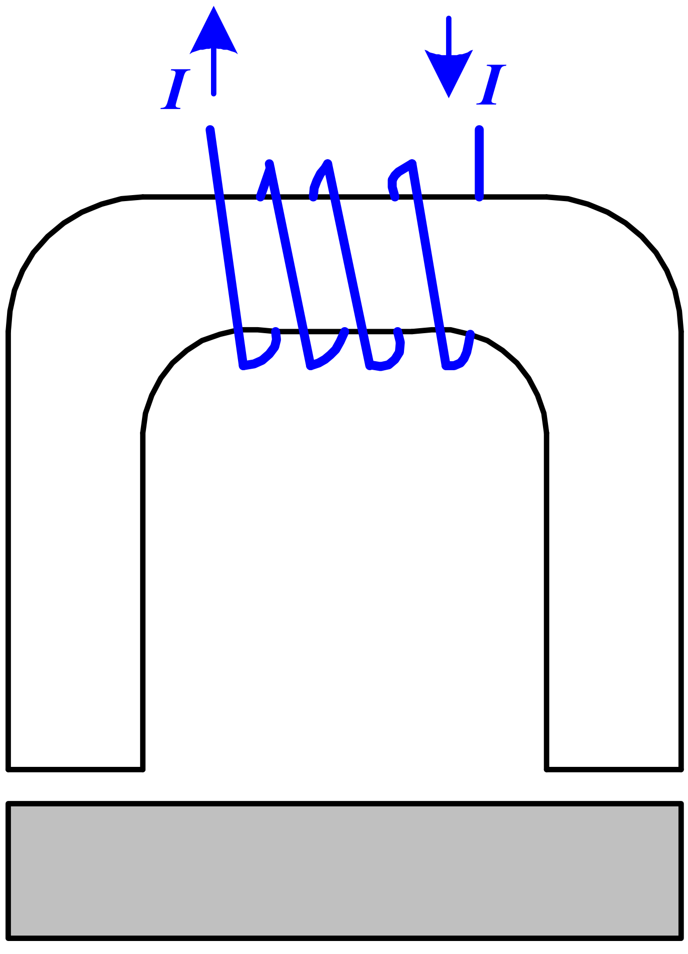
2. 电路系统中电流恒定

$$\vec{F}_I = \nabla W_m$$

电磁铁“吸力”：

N匝,电流I，磁通 Φ

求：吸引力



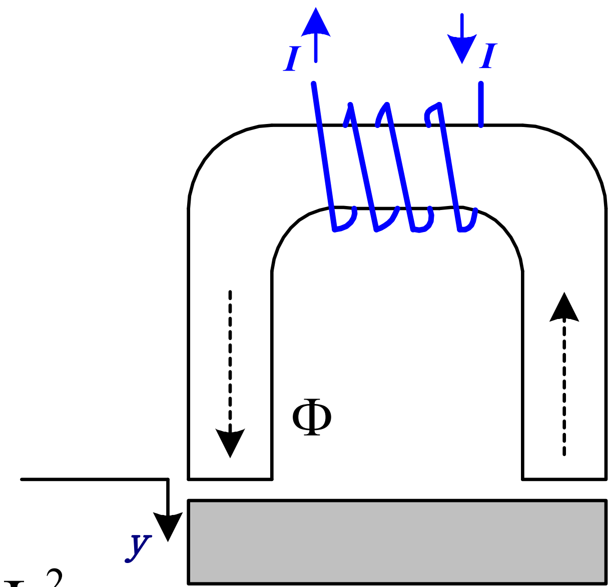
注意设定正方向：

1. 电路系统中磁链数恒定

$$\vec{F}_\Psi = -\nabla W_m$$

$$\Delta W_m = 2\cdot\left(\frac{1}{2\mu_0}\cdot B^2\cdot S\cdot\Delta y\right)$$

$$F = -\frac{\Delta W_m}{\Delta y} = -2\cdot\left(\frac{1}{2\mu_0}\cdot B^2\cdot S\right) = -\frac{1}{\mu_0}\cdot\frac{\Phi^2}{S}$$



2. 符号讨论：“负号”…