第四章 模拟通信系统(2)

信息与通信工程学院
无线信号处理与网络实验室(WSPN)
智能计算与通信研究组（IC^2 ）
彭岳星
yxpeng@bupt.edu.cn
6119 8066 ext.2

4.3.1　角调制的基本概念

$$s_m(t) = A\cos\theta(t) = A\cos[2\pi f_c t + \phi(t)]$$

瞬时相位: $\theta(t) = 2\pi f_c t + \underline{\phi(t)}$

承载信息

瞬时相位偏移: $\phi(t)$

瞬时频率: $f(t) = \dfrac{1}{2\pi}\dfrac{\mathrm{d}\theta(t)}{\mathrm{d}t} = f_c + \dfrac{1}{2\pi}\dfrac{\mathrm{d}\phi(t)}{\mathrm{d}t}$

瞬时频率偏移: $\dfrac{1}{2\pi}\dfrac{\mathrm{d}\phi(t)}{\mathrm{d}t}$

相位模糊、

$-\pi < K_p m(t) < \pi$

相位调制：瞬时相位偏移随调制信号$m(t)$而线性变化 $\Longrightarrow$ $\phi(t) = K_p m(t)$

变化范围落在主周期中、

灵敏度因子

$$s_{PM}(t) = A\cos[2\pi f_c t + K_p m(t)]$$

频率调制：瞬时频偏随调制信号$m(t)$而线性变化 $\Longrightarrow$ $\Delta f(t) = \dfrac{1}{2\pi}\dfrac{\mathrm{d}\phi(t)}{\mathrm{d}t} = K_f m(t)$

$f_L < f_c + \Delta f(t) < f_H$

满足带宽约束

$$s_{FM}(t) = A\cos\left[2\pi f_c t + 2\pi K_f \int_{-\infty}^{t} m(\tau)\mathrm{d}\tau\right]$$

4.3.1 调频及调相信号

- PM和FM中的相位

$$PM: \phi(t) = K_p m(t), \qquad K_p\text{: PM Sensibility}$$

$$FM: \frac{1}{2\pi}\frac{\mathrm{d}\phi(t)}{\mathrm{d}t} = K_f m(t), \qquad K_f\text{: FM Sensibility}$$

- PM和FM的关系

$$PM: \phi(t) = K_p m(t), \qquad \frac{\mathrm{d}\phi(t)}{\mathrm{d}t} = K_p \frac{\mathrm{d}m(t)}{\mathrm{d}t}$$

$$FM: \phi(t) = 2\pi K_f \int_{-\infty}^{t} m(\tau)\mathrm{d}\tau, \qquad \frac{\mathrm{d}\phi(t)}{\mathrm{d}t} = 2\pi K_f m(t)$$

积分+PM = FM； 微分+FM = PM

4.3.1 调频及调相信号

$$s_{PM}(t) = A\cos\left[2\pi f_c t + K_p m(t)\right] \qquad s_{FM}(t) = A\cos\left[2\pi f_c t + 2\pi K_f \int_{\infty}^{t} m(\tau)\mathrm{d}\tau\right]$$

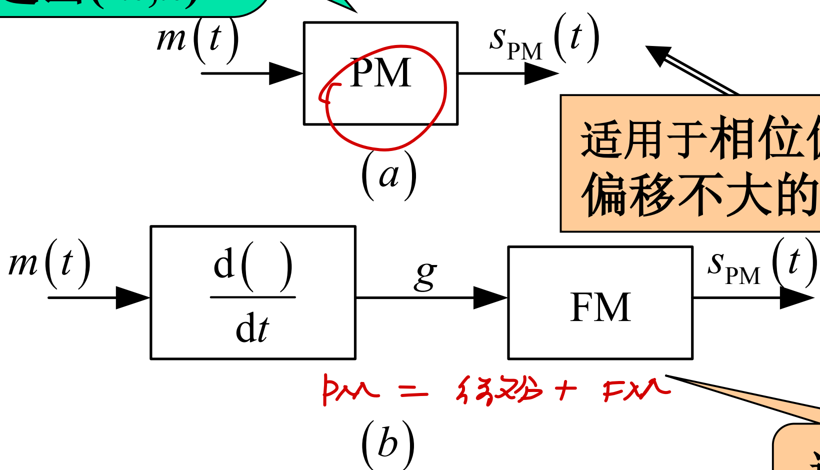
如果预先不知道$m(t)$的具体形式，则无法判断已调信号是调频信号还是调相信号

实际相位调制器的调制范围有限，不可能超出(-π,π)

PM → 窄带
FM → 宽带

适用于宽带调制

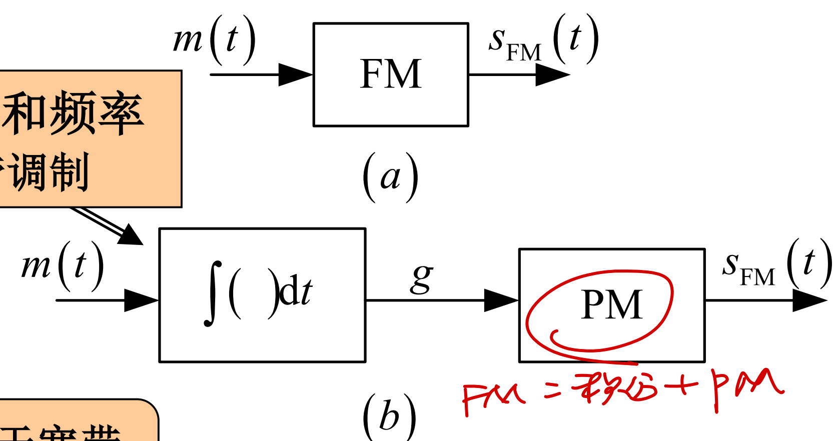
适用于相位偏移和频率偏移不大的窄带调制



PM = 微分 + FM

适用于宽带调制

直接和间接调相



FM = 积分 + PM

直接和间接调频

4.3.1 调频及调相信号

K_p, K_f, α

$$s_{PM}(t) = A\cos[2\pi f_c t + K_p m(t)]$$

$$s_{FM}(t) = A\cos\left[2\pi f_c t + 2\pi K_f \int_{\infty}^{t} m(\tau)\mathrm{d}\tau\right]$$

$$s_{AM}(t) = A\,[1+\alpha\cdot m_n(t)]\cos\omega_c t$$

- **几个参数的定义**

  - **PM系统**

    最大相偏： $\Delta\phi_{\max} = \max[\phi(t)] = K_p \max|m(t)|$

    调制指数： $\beta_p = \Delta\phi_{\max} = K_p \max|m(t)|$

    $K_p|m(t)| < \pi$

  - **FM系统**

    最大频偏： $\Delta f_{\max} = \max\left[\frac{1}{2\pi}\frac{\mathrm{d}\phi(t)}{\mathrm{d}t}\right] = K_f \max|m(t)|$

    调制指数： $\beta_f = \frac{\Delta f_{\max}}{W} = K_f \frac{\max|m(t)|}{W}$

    W ← 基带信号

    $2(W+\Delta f) < BW$

    ↓

    $\Delta f_{max} <$ threshold

  - **AM系统**

    调制指数： $\beta_a = \frac{\max|m(t)|}{A}$

K_p: 相移常数/灵敏度

K_f: 频移常数/灵敏度

4.3.1 单音频信号的调制指数

例：基带信号$m(t) = a \cdot \cos(2\pi f_m t)$，载波信号为$A_c \cos(2\pi f_c t)$，写出PM/FM的信号表达式，并求调制指数。

1）PM: $\phi(t) = k_p m(t) = k_p \cos(2\pi f_m t)$

$$s_{PM}(t) = A_c \cos\left[2\pi f_c t + k_p a \cos(2\pi f_m t)\right]$$

单音频PM信号的调制指数为： $\beta_p = k_p a$

$$\beta_p = \Delta\phi_{\max} = k_p \max|m(t)|$$

$$\frac{2\pi k_f}{2\pi f_m} \cdot a = \frac{k_f \cdot a}{f_m}$$

$$\beta_f = \frac{\Delta f_{\max}}{W} = \frac{k_f \max|m(t)|}{W}$$

$< \frac{B}{2W} - 1$

2）FM: $\phi(t) = 2\pi k_f \int_{-\infty}^{t} m(\tau) d\tau = \frac{k_f \cdot a}{f_m} \sin(2\pi f_m t)$

$$s_{FM}(t) = A_c \cos\left[2\pi f_c t + \frac{k_f \cdot a}{f_m} \sin(2\pi f_m t)\right]$$

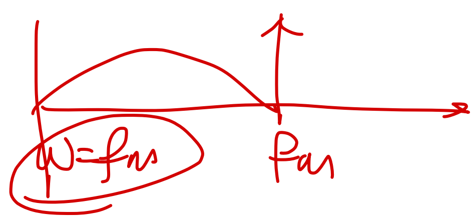
单音频PM信号的调制指数为： $\beta_f = \frac{k_f \cdot a}{f_m}$

五、（12 分）已知某调频信号中，模拟基带信号 $m(t)=a\cos 2\pi f_m t$ ， $f_m=1\text{kHz}$ ，载波信号是 $c(t)=8\cos 2\pi f_c t$ ， $f_c=10\,\text{MHz}$ 。

$K_p\,|m(t)|$

(a)若调频器的频率偏移常数 $K_f=10\,\text{kHz/V}$ ，调制信号 $m(t)$ 的幅度 $a=0.5\,\text{V}$ ，请求出该调频信号的调制指数 β ，写出表达式 $s_{FM}(t)$，并求出其带宽 B_c 。

(b)若其它条件同(a)，但 $m(t)$ 的幅度变成 $a=1\text{V}$ ，请重复题(a)



(a)最大频偏为

$$\Delta f = aK_f = 5\text{kHz}$$

调制指数为

$$\beta = \frac{\Delta f}{f_m} = 5$$

$2\pi K_f \cdot 0.5\sin(2\pi f_m t)$

调频信号的表达式为

$$s_{\text{FM}}(t) = 8\cos\left(2\pi f_c t + 5\sin 2\pi f_m t\right)$$

带宽为

$$B_c \approx 2\left(1 + \beta_f\right) f_m = 12\text{kHz}$$

(b) a增加到 1V时，最大频偏增加到 10kHz，调制指数成为 10 ，调频信号的表达式变成 $s_{\text{FM}}(t) = 8\cos\left(2\pi f_c t + 10\sin 2\pi f_m t\right)$，带宽变成 $B_c \approx 2(1+10)\times 1 = 22\text{kHz}$。

四．（12 分）一角度调制信号 $s(t)=500\cos\left[2\pi f_c t+5\cos(2\pi f_m t)\right]$，其中 $f_m=1\text{kHz}$， $f_c=1\text{MHz}$。

(1)若已知 $s(t)$ 是调制信号为 $m(t)$ 的调相信号，其相位偏移常数（调相灵敏度） $K_p=5\text{rad/V}$，请写出调制信号 $m(t)$ 的表达式；

(2)若已知 $s(t)$ 是调制信号为 $m(t)$ 的调频信号，其频率偏移常数（调频灵敏度） $K_f=5000\text{Hz/V}$，请写出调制信号 $m(t)$ 的表达式；

(3)请写出 $s(t)$ 的近似带宽。

解：(1) $s(t)=500\cos\left[2\pi f_c t+5\cos\left(2\pi f_m t\right)\right]=500\cos\left[2\pi f_c t+K_p m(t)\right]$，因此

$$m(t)=\frac{5\cos\left(2\pi f_m t\right)}{K_p}=\cos\left(2\pi f_m t\right)$$

(2) $500\cos\left[2\pi f_c t+5\cos\left(2\pi f_m t\right)\right]=500\cos\left[2\pi f_c t+2\pi K_f\int_{-\infty}^{t} m(\tau)d\tau\right]$

$$\int_{-\infty}^{t} m(\tau)d\tau=\frac{5}{2\pi K_f}\cos\left(2\pi f_m t\right)$$

$$m(t)=-\frac{5\times 2\pi f_m}{2\pi K_f}\sin\left(2\pi f_m t\right)=-\sin\left(2\pi f_m t\right)$$

(3)12kHz

4.3.2 角度调制信号的频谱特性

- 由于角度调制系统的非线性，对于简单的模拟信号的角度调制，在数学上也很难求出它的精确频谱特性
- 仅考虑单音频调制信号的频谱分析

4.3.2 正弦信号的角度调制

- **对于正弦信号的调频和调相**

$$s(t)=A_c\cos[2\pi f_c t+\beta\sin(2\pi f_m t\ )]=\mathrm{Re}\{A_c e^{j2\pi f_c t}e^{j\beta\sin(2\pi f_m t)}\}$$

其中β可能是β_p或β_f.

$e^{j\beta\sin(2\pi f_m t)}$**是周期为**$T_m=1/f_m$**的周期函数，可展开为傅氏级数**

$$C_n=\frac{1}{T_m}\int_0^{T_m}e^{j\beta\sin(2\pi f_m t)}e^{-jn2\pi f_m t}\mathrm{d}t=\frac{1}{2\pi}\int_0^{2\pi}e^{j(\beta\sin m-nm)}\mathrm{d}m$$

其中, 第二个等式利用$m=2\pi f_m t$, C_n**为第一类**n**阶贝塞尔函数**$J_n(\beta)$

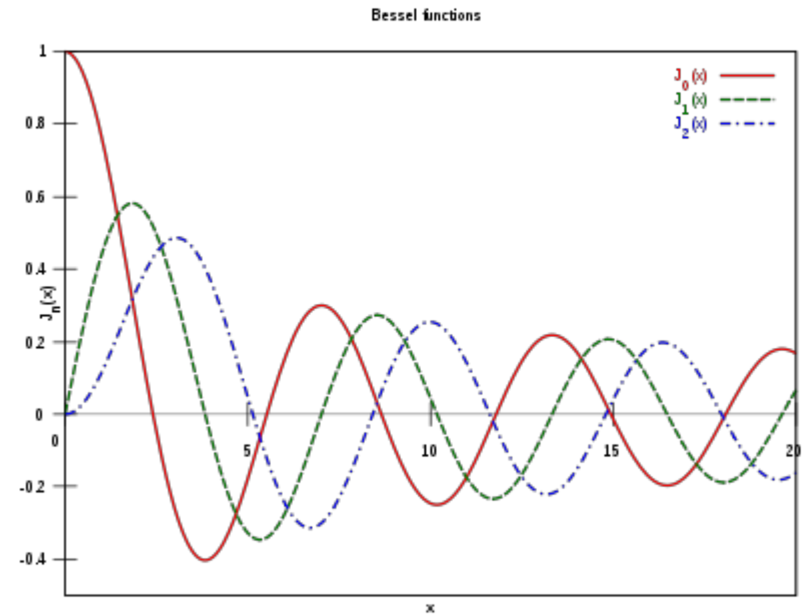
$$e^{j\beta\sin(2\pi f_m t)}=\sum_{n=-\infty}^{\infty}J_n(\beta)e^{j2\pi n f_m t}$$

$$s(t)=\mathrm{Re}\{A_c e^{j2\pi f_c t}e^{j\beta\sin(2\pi f_m t)}\}=\sum_n A_c J_n(\beta)\cos[2\pi(f_c+nf_m)t]$$

4.3.2 正弦信号的角度调制

- **贝塞尔函数的级数展开：**

$$J_n(\beta) = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k \left(\frac{\beta}{2}\right)^{n+2k}}{k!(k+n)!}$$



β值很小时：$J_n(\beta) \simeq \frac{\beta^n}{2^n n!}$

第一项，$n=1$，即第一旁瓣，为主要分量

$$J_{-n}(\beta) = (-1)^n J_n(\beta)$$

$n \to \infty$. $J_n(\beta) \to 0$

4.3.2 正弦信号的角度调制

- **当调制信号是频率为f_m的正弦信号时，其角调信号含有$f_c+nf_m(n=0,\pm1,\cdots)$的频率分量，因而已调信号的带宽应是无穷的.**

- **n很大时，f_c+nf_m分量的幅度很小，可忽略**

- **包含98%或99%的已调信号总功率的带宽是个有限值，定义为有效带宽.**

$$\text{等效带宽} \Longleftarrow \begin{cases} f_m \to \infty \\ f_m \to f_c+nf_m,\quad n\in Z \\ n\to\infty,\ J_n(\beta)\to 0. \end{cases}$$

4.3.2 单频信号的卡松公式

$f_m = 10$

例：基带信号为$\cos 20\pi t$，载波为$10\cos 2\pi f_c t$，$K_f = 50$，求FM信号的表达式，并确定含99%调制信号功率的谐波频率及有效带宽

$\frac{K_f \cdot a}{f_m}$

解：$s_{FM}(t) = 10\cos[2\pi f_c t + 2\pi K_f \int_{-\infty}^{t} \cos(20\pi\tau)\, d\tau$

$$= 10\cos(2\pi f_c t + 5\sin 20\pi t)$$

$= \frac{50 \times 1}{10} = 5$

$100 \times \frac{1}{2} = 50 \quad P_m$

调制指数 $\beta_f = K_f \frac{\max|m(t)|}{f_m} = 5$

$$s_{FM}(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_c J_n(\beta)\cos[2\pi(f_c + n f_m)t]$$
$$= \sum_{n=-\infty}^{\infty} 10 J_n(5)\cos[2\pi(f_c + 10n)t]$$

为确保99%的总功率在有效带宽内，必须选择足够大阶数来近似

$$\sum_{n=-N}^{N} 50 J_n^2(5) \geq 0.99 * P_c = 0.99 * 50$$

也即：$50[J_0^2(5) + 2\sum_{n=1}^{N} J_n^2(5)] \geq 49.5$

查表可求得$\mathrm{N} = 6$时满足上式。

因而有效带宽为$6 \times 10 \times 2 = 120Hz$

4.3.2 卡松公式

$BW = 2(\Delta f_{max} + W)$

$BW = 2(\beta + 1) f_M$

$\beta = \frac{\Delta f_{max}}{W} = \frac{K_f \cdot max|m(t)|}{W}$

- 对于基带信号是任意的周期信号或对于一般的非周期信号或对于一般的非周期基带信号的角度调制, 其频谱分析复杂.

- 单一正弦信号的角度调制信号的有效带宽计算近似公式

$BW = 2(\Delta f_{max} + W)$

$$B_c = 2(\beta + 1) f_m$$

$2(\Delta f_{max} + f_m)$

$$B_c = \begin{cases} 2(K_p a + 1) f_m, & PM \\ 2\left(\dfrac{K_f a}{f_m} + 1\right) f_m, & FM \end{cases}$$

β: 调制指数

- 一般的确定信号的角度调制信号的有效带宽的计算：卡松公式

$2(\Delta f_{max} + W)$

$$B_c = 2(\beta + 1) W$$

W: 基带信号带宽

- 由于宽带调频的β值约在5以上, 所以宽带调频信号的带宽比调幅信号的带宽宽的多.

4.3.2 角度调制信号的频谱特性

- **角度调制与幅度调制的比较**
  - **幅度调制是线性调制，频谱只发生搬移；角度调制是非线性调制，频谱与基带信号相比发生了很大的变化**
  - **幅度调制信号带宽窄（一倍到两倍的基带信号带宽），是有效性高而可靠性差的调制；而角度调制带宽远大于基带信号带宽（使用大的调制指数时），是用大带宽（低有效性）换取高可靠性的调制**

4.3.3 调频解调器

- **普通鉴频器**
  - 先将调频信号变为调幅调频信号，使该调幅调频信号的幅度比例于调频信号的瞬时频率
  - 然后利用一调幅解调器取其包络，恢复出原消息信号

前提条件：大 SNR

微分 $\frac{d}{dt}$

4.3.3 调频解调器

$$s_{FM}(t) = A_c\cos\left(2\pi f_c t + K_f\int_{-\infty}^{t} m(\tau)d\tau\right)$$

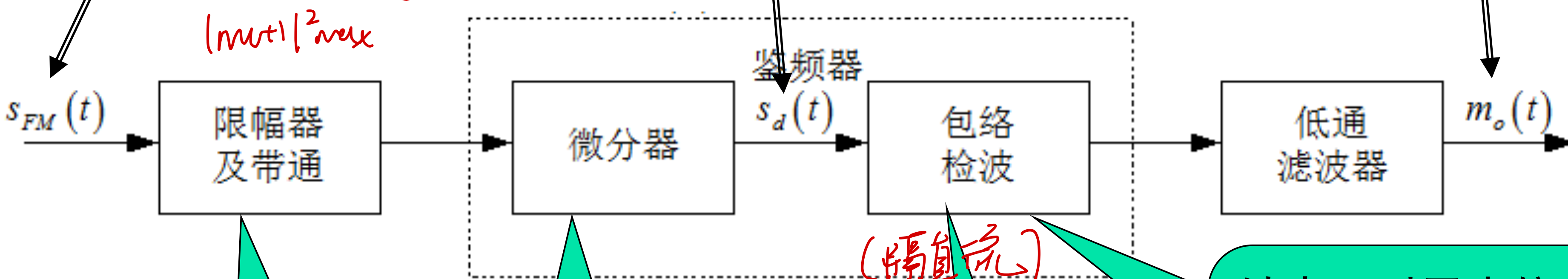
2π

$$m_o(t) \propto K_f m(t)$$

$$s_d(t) = -A_c[2\pi f_c + K_f m(t)]\sin\left(2\pi f_c t + K_f\int_{-\infty}^{t} m(\tau)d\tau\right)$$

恒包络调制

$|m(t)|^2_{max}$



(幅值流)

削去调频波在传输过程中引起的幅度变化部分，变成固定幅度

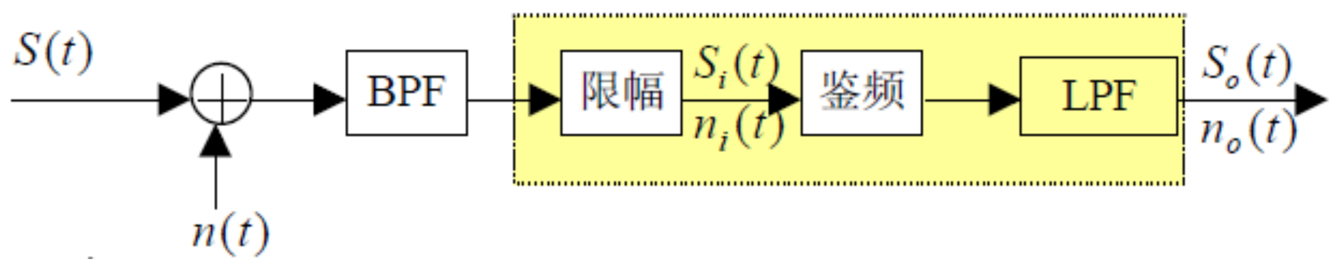
将幅度恒定的调频波变成调幅调频波

从幅度变化中检出调制信号

缺点：对于由信道噪声和其他原因引起的幅度起伏也有反应

4.5.1 角度调制的抗噪声性能(1)

- 原理模型



- 理想鉴频器
  - 输入：带通信号$\boldsymbol{r(t)}$的复包络$\boldsymbol{r_L(t) = A(t)e^{j\theta(t)}}$
  - 输出：$\boldsymbol{u(t) = \frac{\theta'(t)}{2\pi}}$

$\theta(t) = 2\pi K_f \int_{-\infty}^{t} m(\tau)\, d\tau$

线性系统

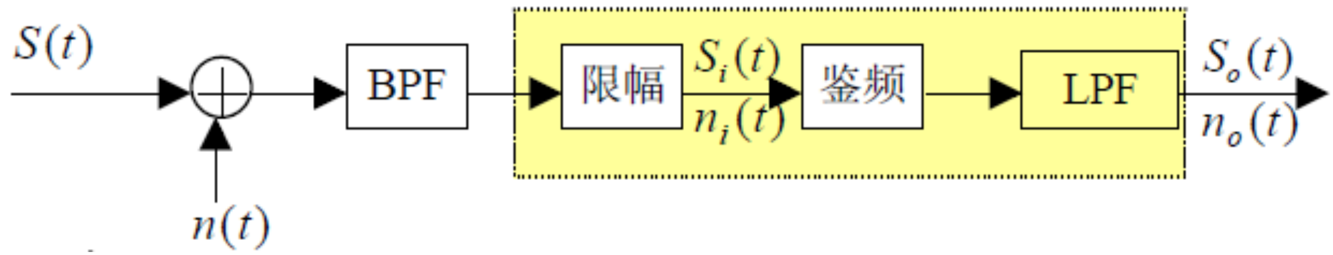
- 性能分析方法：高SNR下近似

$\nearrow$ $L(s(t)) + L(m(t)) = L(s+n)$

  - 假设输出与输入信号及噪声是线性关系，满足叠加原理
  - 分别求解单独输入信号或噪声时的输出功率，忽略它们之间的相互影响

4.5.1 角度调制的抗噪声性能(2)

- **无噪声时**



鉴频器输入：

$$r(t)=s(t)=A_c\cos[2\pi f_c t+\phi(t)]=A_c\cos\left[2\pi f_c t+2\pi K_f\int_{-\infty}^{t}m(\tau)d\tau\right]$$

FM信号功率为： $P_R=\frac{A_c^2}{2}$，**近似带宽为：** $B=2(\beta_f+1)W$，$\beta_f=\frac{K_f|m(t)|_{\max}}{W}$

$\frac{K_f|m(t)|_{\max}}{\text{偏离的最大程度}}$

最大瞬时频偏。

鉴频器输出：

$$u(t)=\frac{1}{2\pi}\frac{d}{dt}\phi(t)=K_f m(t)=\frac{\beta_f W}{|m(t)|_{\max}}m(t)$$

输出功率为：

$$S=\left(\frac{\beta_f W}{|m(t)|_{\max}}\right)^2 P_m=\frac{(\beta_f W)^2}{C_m}$$

$C_m=\frac{|m(t)|_{\max}^2}{P_m}$:基带信号功率峰均比

峰均比

$PAPR=\frac{P_m}{|m(t)|_{\max}^2}$ → ↓ (均峰比)

4.5.1 角度调制的抗噪声性能(3)

- 无信号时

鉴频器输入： $r(t) = A_c \cos 2\pi f_c t + n_c(t)\cos 2\pi f_c t - n_s(t)\sin 2\pi f_c t$

其包络为：$r_L(t) = A_c + n_c(t) + jn_s(t) = A(t)e^{j\theta(t)}$

高SNR时 $\theta(t) = \overset{\text{arctan}}{\text{atan}}\dfrac{n_s(t)}{A_c + n_c(t)} \simeq \text{atan}\dfrac{n_s(t)}{A_c} \simeq \dfrac{n_s(t)}{A_c}$

高性噪比

arctan $x \sim x$.

鉴频器输出近似为： $u(t) \simeq \dfrac{n_s'(t)}{2\pi A_c}$

由$F\{x'(t)\} = j2\pi f \cdot F\{x(t)\}$，$P_{n_s}(f) = N_0\, Rect(f/B)$，

可得$n_s'(f)$的功率谱密度为：$P_{n_s'}(f) = (2\pi f)^2 N_o Rect\,(f/B)$

输出噪声功率为：$N = \int_{-W}^{W} \dfrac{(2\pi f)^2 N_0}{(2\pi A_c)^2} df = \dfrac{2N_0 W^3}{3A_c^2} = \dfrac{N_0 W^3}{3P_R}$

$P_R = \dfrac{A_c^2}{2}$

FM解调输出SNR为：$\left(\dfrac{S}{N}\right)_O = \dfrac{3\beta_f^2}{C_m}\dfrac{P_R}{N_0 W}$

$P_N \propto \dfrac{W^3}{P_R}$

4.5.1 角度调制的抗噪声性能(4)

β↑ 更好但有限制、

FM解调输出SNR为：$\left(\frac{S}{N}\right)_O = \frac{3\beta_f^2}{C_m}\frac{P_R}{N_0W}$

$3\beta_f^2 \quad \frac{1}{C_m} \cdot \frac{P_R}{N_0W}$

带宽扩展　功率损失

输入噪声功率：$N_i = n_0B = N_0 \cdot 2(1+\beta)W$

1. 高SNR时，β越大，$B = 2(\beta_f + 1)W$越大，输出SNR越大
2. 随着β的持续增大，鉴频器输入端的SNR变小(噪声能量增大而信号能量不变)，近似分析不成立，信号将淹没在噪声中，输出SNR急剧下降：门限效应

   β↑, SNR↓　SNR>>1

3. 发射功率增大，输出SNR增大，但AM/FM增大的机理不一样
   AM:直接增加解调器输出中的信号功率，从而SNR增加
   FM:不改变解调器输出中的信号功率（相位信息），但减少了噪声功率

输出信号功率为：$S = \frac{(\beta_f W)^2}{C_m}$

输出噪声功率为：$N = \frac{2N_0W^3}{3A_c^2} = \frac{N_0W^3}{3P_R}$

线性调制　　非线性

带宽扩展 G　　带宽扩展 G

1倍 → 1　　$\beta_f \to \beta_f^2$

2倍 → 2

线性

$$r_i = \frac{P_k}{n_0 B} = \frac{P_k}{2e(1+\beta)\omega x_0}$$

$$G = \frac{r_0}{r_i} = 6\,\frac{\beta^2(1+\beta)}{C_m}$$

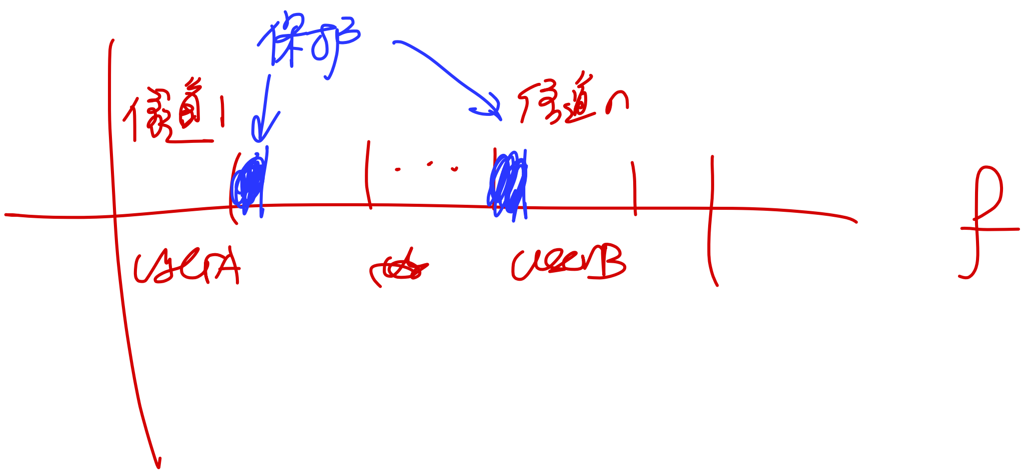
$$\downarrow$$

很大的增益

$$\sim \frac{\beta^3}{C_m}.$$

4.6 频分复用

- 复用：将若干个彼此独立的信号合并为一个复接信号，在一个公共信道上传输
  - 频分复用（FDM）：按频率区分信号
  - 时分复用（TDM）：按时间区分信号
  - 空分复用（SDM）：按空间角度区分信号
  - 码分多址（CDMA）：按正交码区分用户



e.g. 4.4.1 设基带信号$m(t)$的自相关函数为$R_m(\tau) = 16\,\text{sinc}^2(10^4\tau)$. 已知$|m(t)|_{max} = 6$，已调信号经信道传输后衰减80 dB，信道加性高斯白噪声双边谱$N_0/2 = 10^{-12}\text{W/Hz}$，要求调制系统的解调输出信噪比至少为50 dB.如使用下述调制方案，分别求其发射功率和信道带宽。

1）DSB-SC; 2)SSB; 3)AM, $\alpha = 0.8$; 4)FM， $\beta_f = 5$

解：

$P_m = R_m(0) = 16$, $P_m(f) = F\{R_m(\tau)\} = 16 * 10^{-4} \cdot \text{Tri}(f/10^4)$, $B = 10$ KHz

信号功率

1) DSB: $\gamma_0 = 2\gamma_i = \frac{2*P_T*10^{-8}}{N_0B} = \frac{2*10^{-8}P_T}{2*10^{-12}*2*10^4} > 10^5 \rightarrow P_T > 2*10^5 = 200\text{ KW}$

2N0B

2) SSB: $\gamma_0 = \gamma_i = \frac{P_T*10^{-8}}{N_0B} = \frac{10^{-8}P_T}{2*10^{-12}*10^4} > 10^5 \rightarrow P_T > 2*10^5 = 200\text{ KW}$

3) AM: $\alpha = \frac{|m(t)|_{max}}{A} \rightarrow A = \frac{6}{0.8} = 7.5$， $\eta = \frac{P_m}{A^2+P_m} = \frac{16}{56.25+16} \simeq 0.22$

$$\gamma_0 = 2\eta\gamma_i = \frac{2\eta P_T*10^{-8}}{N_0B} = \frac{2*0.22*10^{-8}P_T}{2*10^{-12}*2*10^4} > 10^5 \rightarrow P_T > 9.09*10^5 = 909\text{ KW}$$

4) FM: $C_m = |m(t)|^2_{max}/P_m = 36/16 = 9/4$, $B = 2(1+\beta)W = 120$ KHz

$$\gamma_0 = \frac{6\beta^2(1+\beta)}{C_m}\gamma_i = \frac{6\beta^2(1+\beta)}{C_m}\frac{10^{-8}P_T}{N_0 2(1+\beta)W} = \frac{3\beta^2}{2C_m}P_T > 10^5 \rightarrow P_T > 6\text{ KW}$$

e.g. 4.4.1 设基带信号$m(t)$的自相关函数为$R_m(\tau) = 16\,\text{sinc}^2(10^4\tau)$. 已知$|m(t)|_{max} = 6$，已调信号经信道传输后衰减80 dB，信道加性高斯白噪声双边谱$N_0/2 = 10^{-12}\text{W/Hz}$，要求调制系统的解调输出信噪比至少为50 dB.如使用下述调制方案，分别求其发射功率和信道带宽。

1）DSB-SC; 2)SSB; 3)AM, $\alpha = 0.8$; 4)FM， $\beta_f = 5$

解：

$$R_m(\tau) = 16\,\text{sinc}^2(10^4\tau)$$

$$\downarrow$$

$$\frac{16}{10^4}\,\text{rect}\left(\frac{f}{10^4}\right) * \frac{1}{10^4}\,\text{rect}\left(\frac{f}{10^4}\right).$$

$$P_m(f) \quad \frac{256}{10000} = \frac{16}{10^4}\,\text{tri}\left(\frac{f}{10^4}\right)$$

$$P_m = R_m(0) = 16$$

$$10\log_{10} x = 80$$

$$\log_{10} x = 8$$

$$x = 10^8$$

$$\gamma_0 = 2\gamma_i =$$

三.（12 分）两个不包含直流分量的模拟基带信号$m_1(t)$、$m_2(t)$被同一射频信号同时发送，发送信号为 $s(t)=m_1(t)\cos\omega_c t+m_2(t)\sin\omega_c t+K\cos\omega_c t$，其中载频$f_c$=10MHz，$K$是常数。已知$m_1(t)$与$m_2(t)$的傅氏频谱分别为 $M_1(f)$ 及 $M_2(f)$，它们的带宽分别为 5kHz与 10kHz。

(a)请计算 $s(t)$的带宽；

(b)请写出 $s(t)$的傅氏频谱表示式；

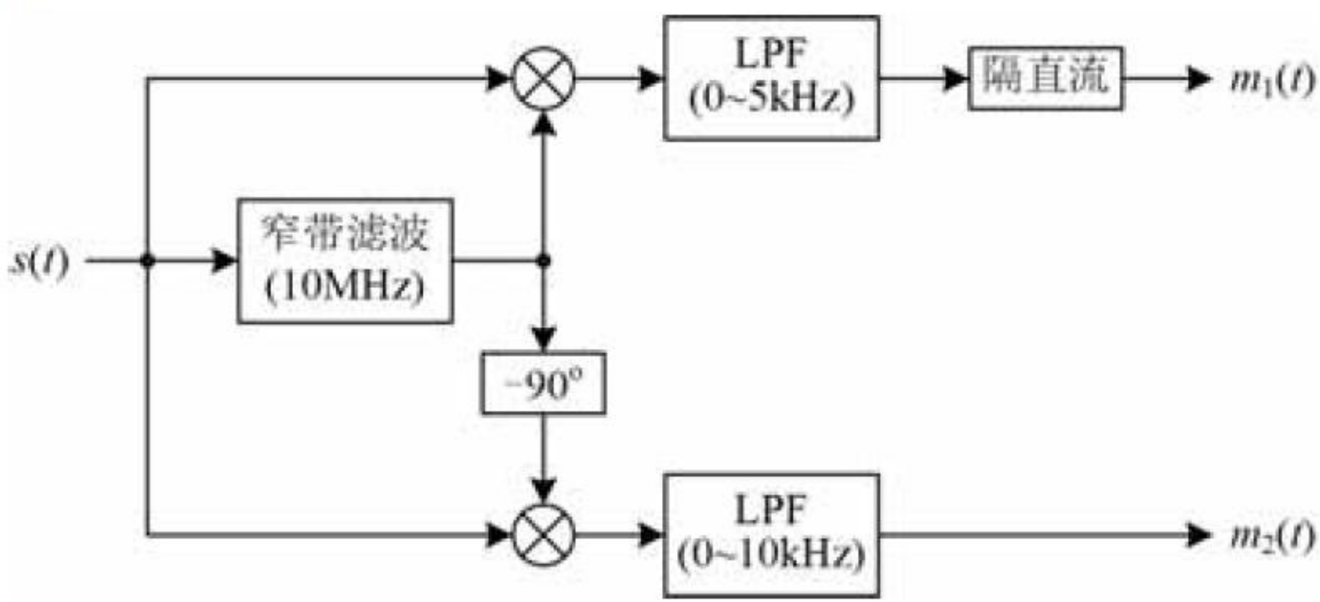
(c)画出从$s(t)$得到$m_1(t)$及$m_2(t)$的解调框图。

(a) $s(t)$ 由两个DSB及一个单频组成，这两个DSB的中心频率相同，带宽分别是 10kHz和20kHz，因此总带宽是 20kHz；

(b) $s(t)$的傅氏变换为：

$$\frac{M_1(f+f_c)+M_1(f-f_c)}{2}+\frac{jM_2(f+f_c)-jM_2(f-f_c)}{2}+\frac{K\delta(f+f_c)+K\delta(f-f_c)}{2}$$

(c)解调框图如下：



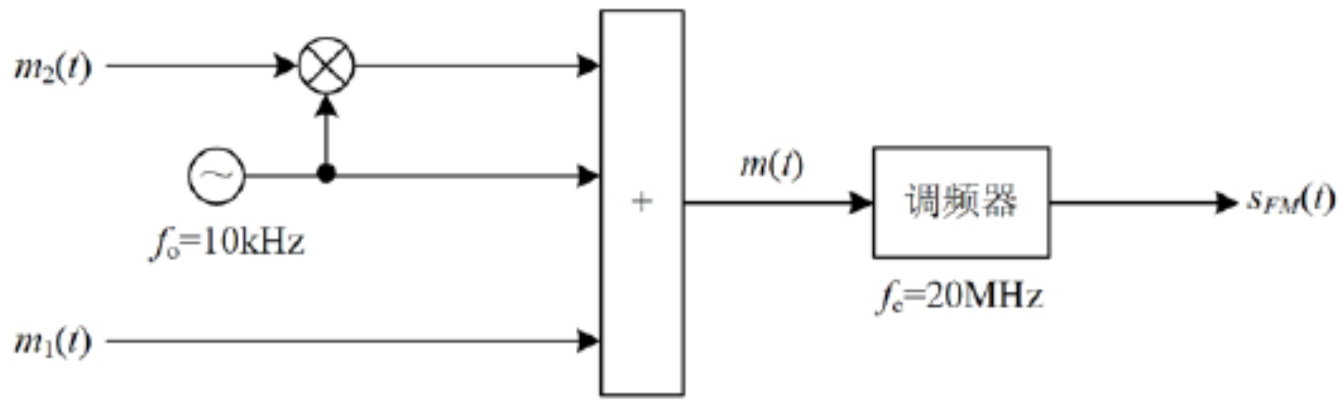
四.（12 分）将模拟基带信号 $m_1(t)$、$m_2(t)$ 按图(a)所示框图进行复合调制，$m_1(t)$ 及 $m_2(t)$ 的傅氏频谱 $M_1(f)$ 及 $M_2(f)$ 如图(b)、(c)所示。

(1)画出图(a)中 $m(t)$ 的傅氏频谱 $M(f)$ 图；

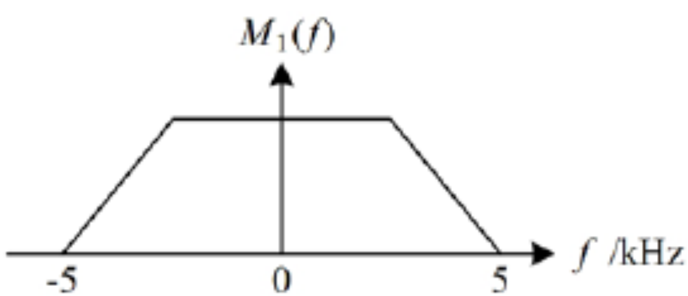
(2)若调频器的调制指数 $\beta_f=14$，求调频信号的带宽；

(3)画出从 $s_{FM}(t)$ 信号中解调出 $m_1(t)$ 及 $m_2(t)$ 的框图。

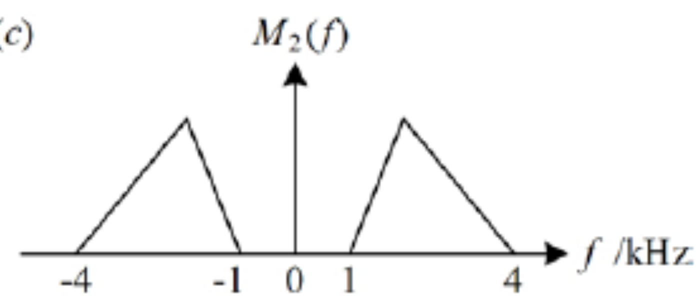
(a)



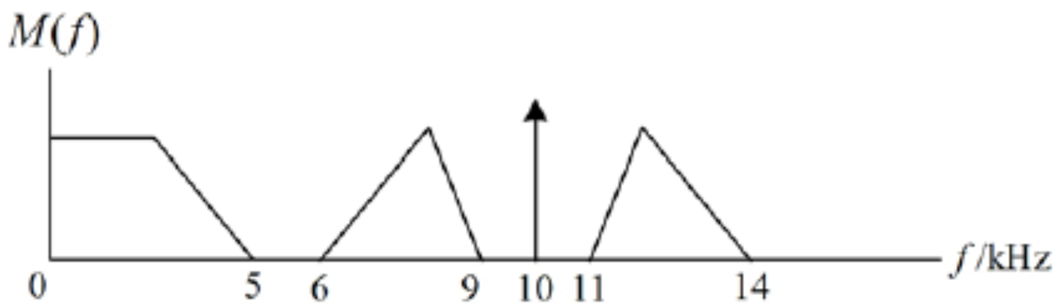
(b)



(c)



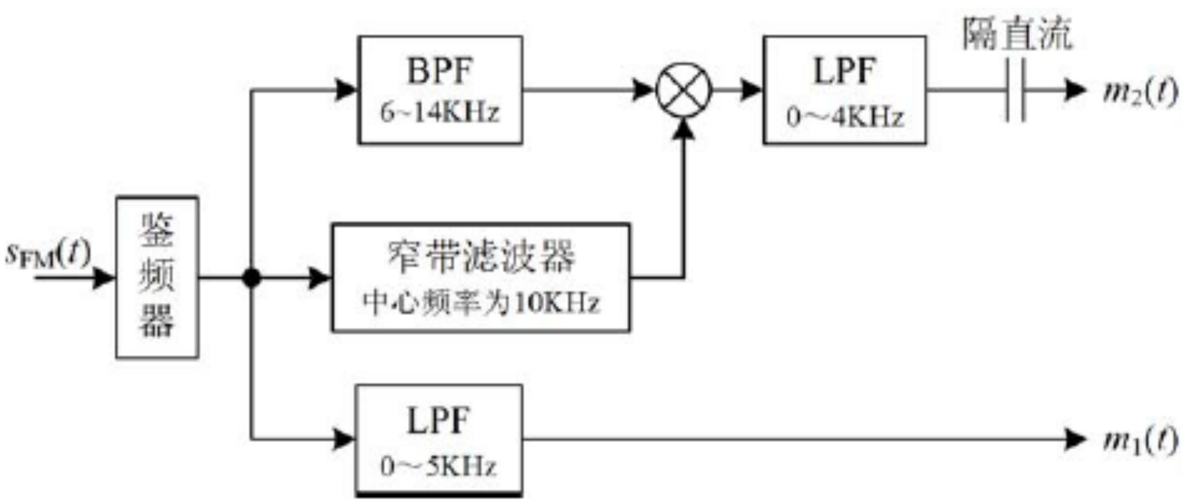
(1) $M(f)$ 图如下：



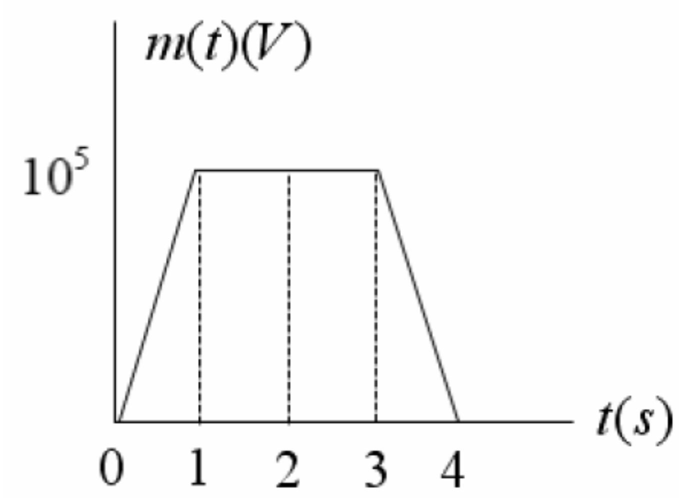
(2)用卡松公式可求得调频信号的带宽近似为

$$B = 2\left(\beta_f + 1\right)W = 2\times 15\times 14\text{kHz} = 420\text{kHz};$$

(3)从 $s_{FM}(t)$ 中解调$m_1(t)$及$m_2(t)$的框图如下：



（1）消息 $m(t)$ 如图示，单位为 V。



（a）将 $m(t)$ 对频率为 10^6Hz 的载波进行频率调制，频率偏移常数为 $K_f = 5Hz/V$，则已调信号的最大瞬时频率是多少？

（b）将 $m(t)$ 对对频率为 10^6Hz 的载波进行相位调制，相位偏移常数为 $K_p = 3.1416rad/V$，则已调信号的最大瞬时频率是多少？最小瞬时频率是多少？

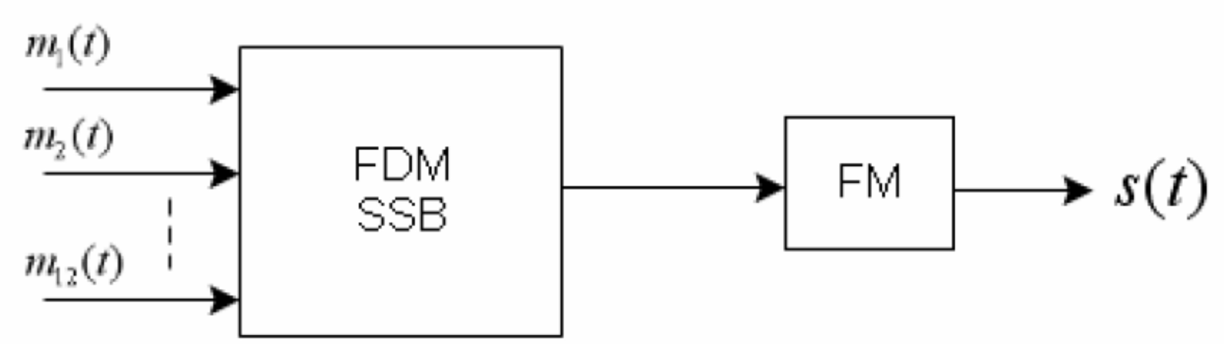
(1)

(a)已调信号的最大频偏是$5\times10^5\,\text{Hz}=0.5\,\text{MHz}$，因此最大瞬时频率是$1.5\,\text{MHz}$。

(b)已调信号的角度是$\theta(t)=2\pi f_c t+K_p m(t)$，瞬时频率是$\frac{1}{2\pi}\times\frac{d\theta(t)}{dt}=f_c+\frac{K_p}{2\pi}\times\frac{dm(t)}{dt}$。由图可见，$m(t)$的最大斜率是$10^5$，因此最大瞬时频率是$10^6+\frac{3.1416}{2\pi}\times10^5=1.05\,\text{MHz}$。

相应的，最小瞬时频率是$10^6-\frac{3.1416}{2\pi}\times10^5=0.95\,\text{MHz}$。

（2）某 FDM/SSB 与 FM 的复合调制系统如下图所示，其中 $m_i(t)$ 为语音信号（$i=1,2,...,12$）。每一路语音信号平均功率相同，占用相同的频带范围 $0\sim W$。每一路语音信号分别对各自的副载波 $c_i(t)=A_i\cos 2\pi f_i t$ 进行上边带调幅，其中 $f_i=(i-1)W$，$1\le i\le 12$。再以所有上边带已调信号的总和 $m(t)$ 为调制信号，对频率为 f_c 的载波进行 FM 调制。接收端接收到的信号是 $r(t)=s(t)+n(t)$，其中 $n(t)$ 为加性白高斯噪声。接收端先进行 FM 解调，然后再对频分复用的上边带信号进行解调。为保证解调之后各路的信噪比相同，求第 12 路与第 1 路的副载波幅度之比 A_{12}/A_1。



(2)FM 解调输出的噪声功率谱是 kf^2。第 i 路 SSB 的频带范围是 $[f_i, f_i+W]=[(i-1)W, iW]$，此范围内噪声功率是

$$N_i=\int_{(i-1)W}^{iW} af^2 df=\frac{aW^3}{3}\left[i^3-(i-1)^3\right]=\frac{aW^3\left(3i^2-3i+1\right)}{3}$$

每路 SSB 信号的功率正比于副载波的幅度：$S_i=bA_i^2$。SSB 的输出信噪比等于输出信噪比，因此输出信噪比是 $\frac{3bA_i^2}{aW^3\left(3i^2-3i+1\right)}$。欲使各路输出的信噪比相同，必须 $\frac{A_i^2}{3i^2-3i+1}$ 是与 i 无关的常数，即 A_i^2 应正比于 $3i^2-3i+1$。因此第 i 路的幅度和第 1 路的比值是 $\frac{A_i}{A_1}=\sqrt{3i^2-3i+1}$。对于第 12 路，这个比值就是 $\sqrt{397}\approx 20$。

(2) 将模拟基带信号 $m_1(t)$、$m_2(t)$ 分别按图 4.2(a) 框图进行复合调制，$m_1(t)$ 及 $m_2(t)$ 的傅里叶频谱 $M_1(f)$ 及 $M_2(f)$ 如图 4.2(b)、(c) 所示，其中角度调制器的调制指数为 5。

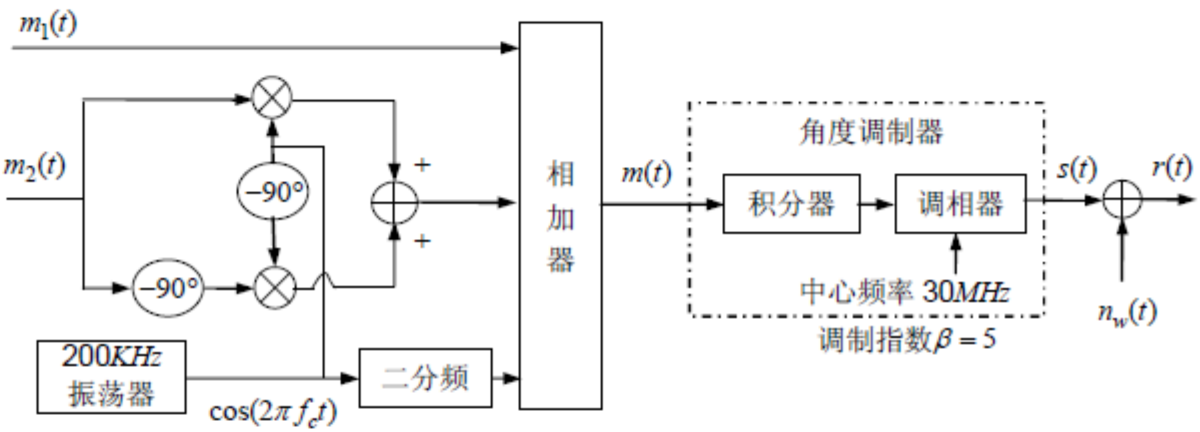


图 4.2(a)

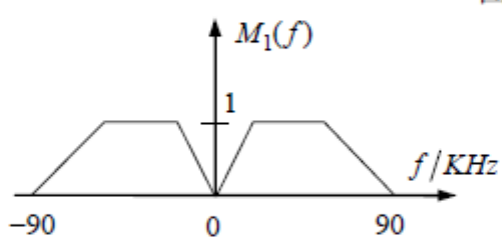


图 4.2(b)

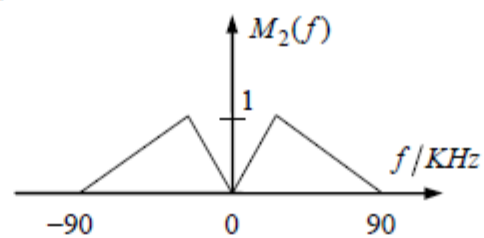


图 4.2(c)

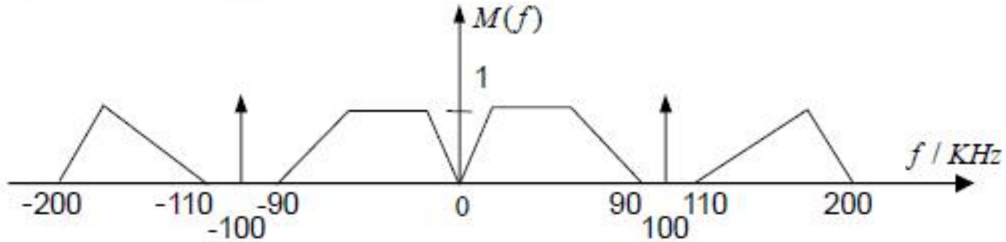
(a) 画出图 4.2(a) 中相加器输出信号 $m(t)$ 的傅里叶频谱 $M(f)$ 图。

(b) 求出角调信号 $s(t)$ 的近似带宽 B 值。

(c) 画出从接收信号 $r(t)$ 解调出 $m_1(t)$ 及 $m_2(t)$ 的接收框图。

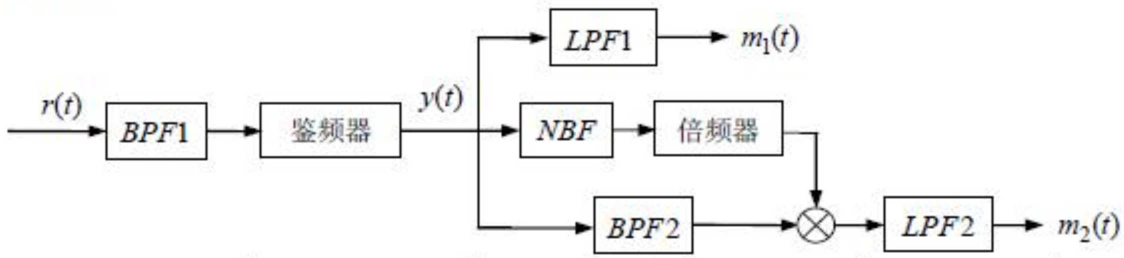
(d) 假设无噪声时，(c) 中的接收机对应第 1 路和第 2 路的输出分别是 $m_1(t)$ 及 $m_2(t)$。试求有噪声的情况下，解调第 2 路输出中的噪声平均功率与第 1 路噪声平均功率之比值。

(2) (a) $m(t)$ 的傅里叶频谱 $M(f)$ 图为：



(b) $B = 2(1+\beta)f_m = 2\times6\times200k = 2.4MHz$

(c) 接收框图如下所示：



其中，$BPF1$ 的截止频率为 $[28.8M, 31.2M]Hz$，$BPF2$ 的截止频率为 $[110K, 200K]Hz$，NBF 的中心频率为 $100KHz$，$LPF1$ 和 $LPF2$ 的截止频率为 $90KHz$。

(d) 接收信号 $y(t) = m_1(t) + m_2(t)\cos 2\pi f_c t + \hat{m}_2(t)\sin 2\pi f_c t + n(t)$，其中 $n(t)$ 功率谱密度 $P_n(f) = kf^2$。

第 1 路信号 $r_1(t) = m_1(t) + n_1(t)$ 通过低通滤波器，输出信号为 $m_1(t)$，输出噪声功率为 $P_{no1} = 2\int_0^{90k} kf^2 df$

第 2 路信号 $r_2(t) = m_2(t)\cos(2\pi f_c t) + \hat{m}_2(t)\sin(2\pi f_c t) + n_c(t)\cos(2\pi f_c t) - n_s(t)\sin(2\pi f_c t)$，$P_{ni2} = 2\int_{110k}^{200k} kf^2 df$。

使用 $2\cos(2\pi f_c t)$ 进行相干解调，输出信号为 $m_2(t)$，输出噪声功率为 $P_{no2} = P_{ni2} = 2\int_{110k}^{200k} kf^2 df$

$$\frac{P_{no2}}{P_{no1}} = \frac{2\int_{110k}^{200k} kf^2 df}{2\int_0^{90k} kf^2 df} = \frac{(200k)^3 - (110k)^3}{(90k)^3} = 9.15$$

作业

1~13

各种模拟调制系统的比较

$s_{PM}(t) = A\cos[2\pi f_c t + K_p m(t)]$

$s_{FM}(t) = A\cos[2\pi f_c t + 2\pi \cdot K_f \int_{-\infty}^{t} m(\tau)\,\mathrm{d}\tau]$

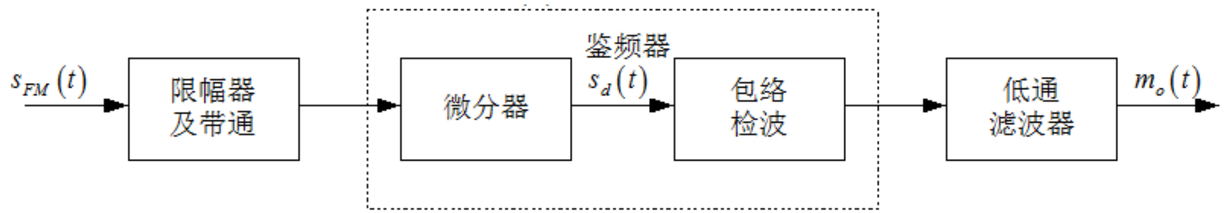
K_p: $K_p \max|m(t)| \le \pi$

K_f: $K_f \max|m(t)| + W \le B/2$

$\beta_p = K_p \max|m(t)|$

$$\beta_f = \frac{K_f \max|m(t)|}{W}$$

$B = 2(\beta + 1)W$



$y_{i,FM}(t) = A\cos\left[\omega_c t + 2\pi K_f \int_{-\infty}^{t} m(\tau)\,d\tau\right] + n_{NB}(t)$ $\quad P_R = A^2/2 \quad P_{n_i} = N_0 B$

仅有信号输入时： $y_{so}(t) = \dfrac{1}{2\pi}\dfrac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\phi(t) = K_f m(t)$

信号输入为0时： $A_c + n_c(t) + jn_s(t) = A(t)e^{j\theta(t)}$ $\quad \theta(t) = \mathrm{atan}\dfrac{n_s(t)}{A_c + n_c(t)} \simeq \dfrac{n_s(t)}{A_c}$

$$y_{no}(t) = \frac{1}{2\pi}\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}\phi(t) \simeq \frac{n_s'(t)}{2\pi A_c}$$

$p_{n_o}(f) = p_{n_s}(f)|j2\pi f|^2 / A^2$ $\quad P_{n_o} = 4\pi^2 2N_0 W^3/3A^2$

$\gamma_{i,FM} = \dfrac{A^2/2}{N_0 2(1+\beta)W}$ $\quad \gamma_{o,FM} = \dfrac{3\beta^2}{C_m}\dfrac{A^2/2}{N_0 W}$ $\quad G_{FM} = \dfrac{6\beta^2(1+\beta)}{C_m}$