



**ХХ ЮБИЛЕЙНАЯ МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ ПО ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ
МЕХАНИКЕ И СОВРЕМЕННЫМ ПРИКЛАДНЫМ ПРОГРАММНЫМ СИСТЕМАМ**



**МАТЕРИАЛЫ ХХ ЮБИЛЕЙНОЙ
МЕЖДУНАРОДНОЙ КОНФЕРЕНЦИИ
ПО ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКЕ И СОВРЕМЕННЫМ
ПРИКЛАДНЫМ ПРОГРАММНЫМ СИСТЕМАМ**



ВМСПС'2017

**24–31 мая 2017 г.
Алушта, Крым**





**PROCEEDINGS
OF THE XX ANNIVERSARY INTERNATIONAL CONFERENCE
ON COMPUTATIONAL MECHANICS
AND MODERN APPLIED SOFTWARE SYSTEMS**



CMASS'2017

**24–31 May, 2017
Alushta, Crimea**



УДК 519.6:517.958:533.6

ББК 22.2:2218

М34

Издание осуществлено при финансовой поддержке
Российского фонда фундаментальных исследований (проект №17-08-20138)
и Московского авиационного института
(национального исследовательского университета)

М34 **Материалы XX Юбилейной Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2017), 24–31 мая 2017 г., Алушта.** — М.: Изд-во МАИ, 2017. — 816 с.: ил.

ISBN 978-5-4316-0401-0

Сборник включает в себя научные работы, отражающие современные мировые достижения в вычислительной механике, механике деформируемого твердого тела, механике жидкости, газа и плазмы, аэрокосмической механике, прикладной математике, разработке прикладных программных средств.

Для специалистов в области прикладной математики и механики, математического моделирования, информационных технологий, разработчиков современных прикладных программных систем, аспирантов и студентов старших курсов технических вузов.

Материалы XX Юбилейной Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2017),
24–31 мая 2017 г., Алушта

Дизайн и компьютерная верстка А. А. Пярнпуу

Подписано в печать 27.04.17. Формат 70 × 100 1/16.
Бумага офсетная. Печать офсетная. Усл. печ. л. 66,30.
Тираж 350 экз. Изд. №512. Заказ №27/04/24-1991

Издательство МАИ

125993, ГСП-3, А-80, г. Москва, Волоколамское ш., д. 4

Отпечатано с готового оригинал-макета в типографии ООО «Компания АРТИШОК»,
125362, Москва, ул. Свободы, д. 35, стр. 3, e-mail: info@artishok.ru

ISBN 978-5-4316-0401-0

© Московский авиационный институт
(национальный исследовательский
университет), 2017

**ХХ ЮБИЛЕЙНАЯ МЕЖДУНАРОДНАЯ КОНФЕРЕНЦИЯ ПО ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКЕ
И СОВРЕМЕННЫМ ПРИКЛАДНЫМ ПРОГРАММНЫМ СИСТЕМАМ**



24–31 мая 2017 г., Алушта, Крым

Уважаемые коллеги!

От имени Московского авиационного института приветствую Вас на ХХ Юбилейной Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам.

С 1999 г. основным организатором конференции является Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), более 10 лет конференция проходит в конце мая на Южном берегу Крыма в Оздоровительно-учебном центре МАИ «Алушта». Традиционно в работе конференции принимают участие учёные из более ста научных и учебных учреждений России и ближнего зарубежья.

Конференция посвящена решению актуальных задач прикладной механики с использованием современных средств вычислительной техники. Обсуждаются физико-математические модели, численные методы, вычислительные алгоритмы и комплексы программ, позволяющие проводить высокоточное математическое моделирование в: механике жидкости, газа и плазмы; общей механике, механике деформируемого твердого тела, прочности, разрушении и безопасности конструкций и др. Рассматриваются современные информационные технологии и программные системы, обеспечивающие эффективное решение рассматриваемых задач на различных масштабных уровнях. Особое внимание на конференции уделяется вопросам подготовки специалистов высшей квалификации для авиационной и ракетно-космической отрасли России.

Желаю всем участникам и гостям конференции плодотворной работы, интересных дискуссий и ярких впечатлений, атмосферы, способствующей созданию прорывных технологий и решению важных наукоемких задач.

Проректор МАИ по научной работе Ю.А. Равикович

Сборник включает в себя материалы Двадцатой Юбилейной Международной конференции по Вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2017), которая будет проводиться с 24 по 31 мая 2017 г. в Оздоровительно-учебном центре МАИ «Алушта».

Материалы конференции публикуются в журналах, указанных в перечне российских рецензируемых научных журналов ВАК: «Известия РАН. Механика жидкости и газа», «Математическое моделирование» РАН, «Вестник МАИ», в электронных журналах «Труды МАИ», «Физико-химическая кинетика в газовой динамике», а также размещаются на сайте научной электронной библиотеки eLIBRARY.ru и индексируются в базе РИНЦ (Российский индекс научного цитирования).

Организаторы конференции

- Российской академия наук
- Министерство образования и науки РФ
- Московский авиационный институт(национальный исследовательский университет)
- Российский Национальный комитет по теоретической и прикладной механике
- Российский фонд фундаментальных исследований

Оргкомитет конференции

Сопредседатели: Горячева И. Г., Левин В. А., Тишкин В. Ф.

Ученый секретарь: Кузнецова Е. В.

Члены оргкомитета:

Алифанов О. М., Бабешко В. А., Баженов В. Г., Васильев С. Н., Гайфуллин А. М., Ганиев Р. Ф., Голуб В. В., Губайдуллин Д. А., Евтушенко Ю. Г., Егоров И. В., Желтов С. Ю., Запрягаев В. И., Климов Д. М., Коротеев А. С., Кузнецов Е. Б., Куликовский А. Г., Липанов А. М., Липатов И. И., Маров М. Я., Матвеенко А. М., Матвеенко В. П., Морозов Н. Ф., Нейланд В. Я., Павленко А. Н., Петров Ю. В., Попов Г. А., Псахье С. Г., Равикович Ю. А., Ребров А. К., Ревизников Д. Л., Рыжов Ю. А., Сон Э. Е., Суржиков С. Т., **[Фельдман Л. П.]**, Фомин В. М., Фомин Н. А., Чернышев С. Л., Четверушкин Б. Н.

Программный комитет конференции:

Абгарян К. К., Бакулин В. Н. (*сопредседатель*), Бишаев А. М., Васильев А. Н., Гидаспов В.Ю., Иванов И.Э., Каледин В.О., Ковеня В.М., Крылов С.С., Кузнецов Е.Б., Лукин В.Н., Острик А.В., Панов Ю.Н., Ревизников Д.Л. (*сопредседатель*), Тархов Д.А.

Технический комитет конференции:

Гидаспов В. Ю. (*председатель*), Демидова О. Л., Гордок Р. В., Донских В. В., Жукова М. Е., Коробовский А. В., Марасанов А. М., Пирнпүү Ал. А., Северина Н. С., Семенова А. В., Сеницкая В. В., Терехов И. В., Чугунков С. А.

Научные направления конференции

- A.** Теория и практика современного моделирования.
Высокопроизводительные вычисления
- B.** Информационные технологии, базы и хранилища данных.
Интеллектуальные вычисления и нейросетевые технологии
- C.** Общая механика, механика деформируемого твердого тела.
Прочность, разрушение и безопасность конструкций
- D.** Механика жидкости, газа и плазмы.
Аэродинамика гиперзвуковых скоростей
- E.** Методы и средства визуализации, системы обработки изображений
- F.** Общие проблемы и модели механики сплошных сред
на разных масштабных уровнях
- G.** Биомеханика
- H.** Задачи теории управления
- I.** Аэрокосмическая механика. Проблемы создания и эксплуатации аэрокосмической техники
- J.** Компьютерное обучение. Современные компьютерные технологии
и подготовка специалистов для ракетно-космической отрасли

И. Г. Горячева, В. А. Левин, В. Ф. Тишкин

ОГЛАВЛЕНИЕ

Секция А	
Теория и практика современного моделирования.	
Высокопроизводительные вычисления	
Kurochkin I.I., Prun A.I. Complexity reduction of the numerical experiment in the project of the voluntary distributed computing NetMax@home	23
Абгарян К.К., Бажанов Д.И., Гревцев А.В. Параллельные алгоритмы параметрической идентификации потенциала Терсоффа для AlN	25
Абгарян К.К., Ревизников Д.Л., Журавлев А.А. Параллельная обработка данных в задачах компьютерного моделирования высокоскоростного взаимодействия твердых тел	27
Аверина Т.А., Карабанская Е.В., Рыбаков К.А. Моделирование траекторий стохастических динамических систем на заданном многообразии	28
Алексин В.А. Моделирование турбулентных пристенных течений с продольным градиентом давления	31
Афанасьева М.Н., Кузнецов Е.Б. Численное решение нелинейной краевой задачи для системы дифференциально-алгебраических уравнений с запаздывающим аргументом	33
Бабинцев П.В., Ковеня В.М., Солдаткин М.А. Алгоритмы расщепления в методе конечных объемов для численного решения уравнений Эйлера и Навье–Стокса	35
Байков С.В. Метод построения модели неформальных отношений в группе, ограниченной числом Ингве–Миллера	38
Балута В.И., Нечаев Ю.И., Осипов В.П. Вопросы моделирования конфликтного взаимодействия больших динамических систем в условиях высокой неопределенности	40
Басалаев А.В., Потапов А.П., Остапов Е.Л., Рябченков В.В., Шайхатаров О.К., Сакмаров А.В., Михайлов Д.О., Лисенко А.В. Программные солверы моделирования дифференциальных сечений рассеяния молекул при столкновениях для анализа газокинетических процессов в разреженных газах	42
Бедарев И.А., Федоров А.В. Численное моделирование подавления ячеистой детонации инертными частицами на макро и микроуровне	44
Бирюков В.И., Кушнир Г.А. Математическое моделирование динамики разгона объекта испытания на установке «Ракетный рельсовый трек» до скорости 4М	46
Будкина Е.М., Кузнецов Е.Б. Численное решение краевой задачи для смешанных уравнений	47
Будников А.В., Свешников Д.Н., Патрушев Д.Н. Экспериментальные и расчетные исследования температурного состояния модели в условиях температурных пульсаций	49
Быков Н.В., Товарнов М.С. Структурно-параметрическая оптимизация комбинированных баллистических установок	50
Винников В.В., Грицевич М.И., Турчак Л.И. Моделирование темного участка траектории метеоритных фрагментов	52
Волочкова А.А., Несмелова А.С., Тырнов П.А. Разработка виртуального лабораторного стенда по исследованию КПД передачи «винт–гайка»	53
Гарифян Б.А., Меркулов Г.А. Программный модуль численного расчета температурного поля и оценивания теплопроводности гетерогенной среды методом элементарной ячейки	55

Гаспарян М.М., Клосс Ю.Ю., Калинин М.В., Захаров А.А., Говорун А.А., Федорова М.Б., Бабайлов А.А. Программы и методы численного решения кинетического уравнения Больцмана на неструктурированных сетках	57
Гилев В.Г., Русаков С.В. Численное и экспериментальное исследование вязкости эпоксид-композита на начальном этапе его формирования	59
Грудницкий В.Г. Характеристическая, консервативная (ХаКо) форма законов сохранения (ЗС) сплошной сжимаемой среды и ее применение	61
Дзама Д.В., Сороковикова О.С., Благодатских Д.В., Асфандияров Д.Г. Численное моделирование уравнения адвекции-диффузии переноса примеси в океанической среде методом лагранжевых крупных частиц с использованием современных технологий высокопроизводительных вычислений	65
Егорова М.С., Дьячков С.А., Паршиков А.Н., Жаховский В.В. Программный комплекс CSPH & VD ³ с автоматической балансировкой вычислительной нагрузки для параллельного гидродинамического моделирования веществ в экстремальных состояниях методом сглаженных частиц с использованием решения задачи Римана на межчастичных контактах	67
Золотаревич В.П., Салиенко А.Е., Фрумен А.И., Югов Н.В. Применение совместного метода конечных и граничных элементов к расчету собственных частот и форм колебаний лопасти рабочего колеса радиально-осевой гидротурбины	69
Каганович Б.М., Зароднюк М.С., Якшин С.В. Использование условных цепных термодинамико-механических моделей в решении физико-химических и технико-экономических задач	71
Колесник С.А., Формалев В.Ф., Селин И.А. Методология численного решения задач идентификации компонентов тензора теплопроводности анизотропных материалов с учетом регуляризирующего функционала	73
Костюшин К.В., Кагенов А.М., Глазунов А.А., Еремин И.В., Колосова Ю.Р., Шувариков В.А. Методика и алгоритм численного решения уравнений газовой динамики для произвольного числа граней расчетной ячейки	74
Кузенов В.В., Петренко А.Д. Построение регулярной аддитивной расчетной сетки с использованием параболического генератора	76
Кутыш И.И. Исследование сходимости спектрального метода решения дифференциальных уравнений	78
Мансуров А.С., Щербинин А.Г. Численное исследование затухания электромагнитной волны в сплошном цилиндрическом экране кабеля	81
Маняк И.С., Маштаков А.П. Исследование динамики движения твердого тела цилиндрической формы при свободном падении в воду	83
Маров М.Я., Русол А.В., Дорофеева В.А. Моделирование теплового режима космического каменно-ледяного тела: ядро кометы 67Р/Чурюмова–Герасименко	85
Мельман С.В. Визуальный анализ результатов численного моделирования процессов энерговыделения в пористых средах	87
Морозов А.Ю., Гидаспов В.Ю., Ревизников Д.Л. Применение аддитивной интерполяции в задачах моделирования динамических систем с интервальными параметрами	90
Нечаев Ю.И. Динамика судов активного ледового плавания на основе современных интеллектуальных технологий	92
Нечаев Ю.И. Нейродинамические системы в задачах аддитивного управления на основе современной теории катастроф	95
Нуриев А.Н., Захарова О.С. Численное исследование гидродинамических сил в задаче о движении виброробота в вязкой жидкости	97
Перепечко С.Н. Количество почти совершенных паросочетаний на прямоугольных решетках нечетного порядка с вакансиями на границе	99

Петров О.Н. Динамика аварийного судна в условиях адаптации и самоорганизации на нерегулярном волнении	102
Прокопцов И.С., Крылов А.Н., Рогожкин С.А., Фадеев И.Д. Верификационные расчеты на эксперименте по смешению разнотемпературных потоков натрия за перегородкой в канале	104
Серебрякова И.Е. О некоторых разложениях матриц в спектральных задачах	106
Соколов А.П., Щетинин В.Н., Сапелкин А.С. Применение технологии GBSE для разработки программного обеспечения автоматизации процесса распределения электрических и тепловых нагрузок на ТЭЦ	108
Страхов В.Л., Малинкин М.А., Слитков М.Н. Математическая модель оптимизации режимов термообработки изделий из полимерных композиционных материалов и ее численная реализация	110
Тарасов Г.В. О параллельном алгоритме моделирования процессов гетерогенного горения в пористых средах	112
Терпогосова Б.К., Писарев А.Ю. Методы оптимизации основных проектных параметров РДТТ	114
Товарнов М.С., Быков Н.В. Многопоточная реализация эволюционного алгоритма поиска оптимальных параметров комбинированных баллистических установок	116
Устинов Г.А., Сороковикова О.С., Дзама Д.В., Благодатских Д.В. Об одном методе решения уравнений гидродинамики в приближении Сен Венана для моделирования последствий аварий на гидротехнических сооружениях	118
Фельдман Л.П., Назарова И.А., Михайлова Т.В. Масштабируемость параллельных алгоритмов блочных методов численного решения задачи Коши	120
Шабаров В.В., Пеплин Ф.С., Туманин А.В., Чекмарев Д.Т. О моделировании внешних нагрузок при движении судна на воздушной подушке баллонетного типа	123

Секция В

**Информационные технологии, базы и хранилища данных.
Интеллектуальные вычисления и нейросетевые технологии**

Абгарян К.К., Гаврилов Е.С., Сечевых П.А. Применение документно-ориентированной СУБД для хранения данных вычислительных экспериментов	125
Авеев Н.В., Брызгин А.И. Исследования решения задачи коммивояжера методом декомпозиции по участкам неопределенного обхода	127
Аносова Н.П. Использования нейронных сетей для прогнозирования временного ряда параметров вращения Земли	129
Благовещенская Е.А., Булавский П.Е., Гарбарук В.В., Зуев Д.В. Об алгоритме последовательного обучения нейронных сетей	131
Борина А.П., Терешин В.А. Алгоритмы управления двуногим шагающим аппаратом	133
Васильев А.Н., Тархов Д.А., Боровская О.Д., Сколис К.В. Многослойные параметрические модели для задачи о процессах в грануле пористого катализатора	135
Виноходов Т.В., Каверзнова Т.Т., Капицин Д.Р., Тархов Д.А., Терешин В.А. Применение многослойных полуэмпирических моделей к задаче нелинейного изгиба стержня	137
Галютина О.А., Галютин В.Б. Воссоздание неизвестной аналитической формы критерия качества для заданной нейроструктуры управления с помощью обратной задачи оптимизации	140
Димитриенко Ю.И., Захаров А.А. Информационные технологии генерации адаптивных разностных сеток в препроцессоре программного комплекса SIGMA	142
Зайцев Н.А. Инструментарий для сбора, индексирования и классификации статей по кристаллографии	144

Калинина М.В. Система управления просроченной задолженностью	146
Клёнов Е.А. Математическое моделирование многоагентных систем конкуренции в аэрокосмической отрасли	148
Кухтичев А.А., Поповкин А.В., Юров И.Б. Специализированные чат-боты в приложениях мгновенных сообщений медицинской информационно-аналитической системы «ЦифроМед»	150
Лазарева Р.Г., Денисов О.В. Применение нейросетевых подходов в задаче планирования методов увеличения нефтеотдачи пластов	151
Ляпин А.А. Методология тестирования ПО РКПЗ	154
Мишионов В.В. Информационная система железнодорожной логистики	156
Осипов А.Л., Трушина В.П. Методы обнаружения закономерностей и извлечения знаний	157
Рыбалько А.А. Механизмы сетевого взаимодействия в системе сопровождения инфраструктуры на базе виртуальных контейнеров с приложениями	159
Семенов А.С. Фрактальные сети	161
Тархов Д.А., Каверзнова Т.Т., Колесова С.А., Болгов И.П., Каспаров Ю.А., Варшавчик Е.А., Седова Ю.С. Нейросетевое моделирование зависимости условий разрыва упругого материала от динамики его растяжения под нагрузкой	162
Тихонова А.Б. Информационно-аналитическая система мониторинга теневых ресурсов	164

Секция С

Общая механика, механика деформируемого твердого тела. Прочность, разрушение и безопасность конструкций

Абдрахманова А.И., Гарифуллин И.Р., Султанов Л.У. Алгоритм расчета конструкций из армированного композитного материала	166
Абдрахманова А.И., Султанов Л.У. Алгоритм исследования деформаций тел из несжимаемых материалов	168
Абросимов Н.А., Елесин А.В. Численный анализ нелинейного деформирования и потери устойчивости композитных цилиндрических оболочек при комбинированных квазистатических и импульсных воздействиях	169
Абросимов Н.А., Новосельцева Н.А. Численный анализ предельной деформируемости металлокомпозитных сферических оболочек при взрывном нагружении	170
Абузяров К.М., Абузяров М.Х., Глазова Е.Г., Кочетков А.В., Крылов С.В. Численное моделирование метания твердых деформируемых тел продуктами детонации .	172
Аджиев С.З., Веденяпин В.В., Казанцева В.В. Экстремали Больцмана и эргодическая проблема по Пуанкаре и Гиббсу	173
Айзикович С.М., Васильев А.С., Селезнев Н.М. Вдавливание проводящего штампа в электроупругое пьезоэлектрическое полупространство с функционально-градиентным пьезоэлектрическим покрытием	174
Бабешко В.А., Горшкова Е.М., Уафа С.Б., Шестопалов В.Л., Елецкий Ю.Б., Штуркин Г.С. Граничная задача о горизонтальных статических воздействиях на литосферные плиты и возможное число предвестников	175
Бабешко О.М., Гладской И.Б., Горшкова Е.М., Уафа Г.Н., Хафуз Т.А., Мухин А.С. О влиянии типов разломов на возможность стартового землетрясения при горизонтальных статических воздействиях	177
Баженов В.Г., Баранова М.С., Дюкина Н.С., Кибец А.И. Анализ взаимного влияния сейсмических вибраций двух близкорасположенных крупногабаритных сооружений	180
Баженов В.Г., Баранова М.С., Осетров Д.Л., Нагорных Е.В. Учет сил трения при построении диаграмм деформирования металлов и сплавов при испытаниях на ударное сжатие образцов-таблеток	182

Баженов В.Г., Демарева А.В., Кибец А.И. Численный анализ больших упругопластических деформаций сферической оболочки в скафандре при взрывном нагружении	184
Баженов В.Г., Дюкина Н.С., Кибец А.И. Анализ сейсмических вибраций двух близкорасположенных крупногабаритных сооружений с учетом их взаимного влияния	186
Бакулин В.Н. Алгоритм получения аппроксимирующих функций для элементов слоев заполнителя слоисто-неоднородных оболочек	187
Бакулин В.Н., Ревенко В.П. Алгоритм на основе метода расчета трехмерного напряженно-деформированного состояния многослойных цилиндрических оболочек при действии локальных усилий	189
Бартоломей М.Л., Шардаков И.Н. Устойчивость строительных и инженерных конструкций с учетом вероятностного распределения геометрических и физико-механических характеристик	190
Белов Н.Н., Югов Н.Т., Копаница Д.Г., Югов А.А., Усейнов Э.С., Рышков А.В., Архипов И.Н. Исследование динамической прочности глиняного кирпича и двух видов фрагментов кладки на удар падающего груза	192
Белов Н.Н., Югов Н.Т., Югов А.А. Математическое моделирование ударного взаимодействия модельного снаряда с экранированным взрывчатым веществом (ВВ)	194
Бильченко Г.Г. (ст) Анализ влияния подвижного груза на динамику носителя	196
Бобылев А.А., Белашова И.С. Численное моделирование изнашивания осесимметричного дискретного контакта	199
Большухин М.А., Ереев М.Н., Козин А.В., Панов В.А., Пахомов В.А., Каплиенко А.В. Верификация опытного образца системы эксплуатационного мониторинга ресурса	200
Бураго Н.Г., Никитин А.Д., Никитин И.С., Якушев В.Л. Обобщенный СВМУ-критерий многосного разрушения с определением критической плоскости	201
Быков Н.В., Товарнов М.С., Голденко Н.А. Численное исследование гидродинамического эффекта в баллистических установках	203
Виленский О.Ю., Лапшин Д.А., Малыгин М.Г., Шепелев С.Ф., Брагов А.М., Константинов А.Ю. Математическое моделирование процесса постулированного падения контейнера с теплообменником на надреакторное перекрытие РУ БН-1200	206
Виноградов Ю.И., Молchanov Д.Б. Основы аналитического метода конечных элементов решения краевых задач строительной механики тонкостенных конструкций	208
Вычин Л.И., Демарева А.В., Кибец А.И., Шушкина Ю.А. Конечно-элементный анализ упругопластического выпучивания полусферических оболочек при контактном взаимодействии с недеформируемым индентором	209
Галимзянова К.Н., Ковтанюк Л.В., Панченко Г.Л. Деформирование вязкоупруго-пластического материала сферического слоя, находящегося под воздействием изменяющегося со временем давления	210
Герасимов А.В., Пашков С.В., Христенко Ю.Ф. Ударное взаимодействие оболочки космического аппарата с частицами космического мусора	212
Гончаров А.А., Гончаров Ан.А., Годенко А.Е. Моделирование кинематических состояний клиновых механизмов свободного хода в условиях сложного нагружения	214
Горохов В.А., Капустин С.А., Чурилов Ю.А. Моделирование развития трещин в элементах конструкций с концентратором в условиях высокотемпературной ползучести	217
Горячева И.Г. Моделирование влияния микрогеометрии поверхностей на характеристики контактного взаимодействия и силу трения	219
Григорьев А.С., Шилько Е.В., Псахье С.Г. Развитие кинетической модели для численного моделирования динамического неупругого поведения хрупких материалов	220
Гусев Е.Л. Уточненные постановки задач прогнозирования определяющих характеристик композиционных материалов и конструкций при воздействии экстремальных факторов внешней среды и методы их решения	222

Гусев Е.Л., Бакулин В.Н., Черных В.Д. Перспективные пути расширения потенциальных возможностей прогнозирования долговечности композиционных материалов при воздействии экстремальных климатических факторов	224
Денисевич Д.С. Численное моделирование структуры и остаточных напряжений при импульсном термосиловом упрочнении титановых псевдо-альфа-сплавов	226
Дмитриев В.Г., Жаворонок С.И., Илларионова Л.А., Рабинский Л.Н. Об одной математической модели упруго-пластического деформирования арок и панелей при больших перемещениях и углах поворота	228
Дудко О.В. О распространении нелинейных волн деформаций при нестационарном одноосном нагружении идеально-упругой пористой среды	229
Евдокимова О.В., Степанова Н.О., Мухин А.С., Уафа С.Б., Федоренко А.Г., Плужник А.В. О соотношениях, описывающих возможность упреждения стартового землетрясения	231
Евтух Е.С., Неклюдова Г.А. Накопление контактно-усталостных повреждений в колесах вагонов при наездах на рельсовые стыки	234
Ежов А.Д., Меснянкин С.Ю., Быков Л.В. Численное моделирование микрогеометрии на основе профилограммы поверхности для контактных задач	236
Еремина Г.М., Смолин А.Ю. Численное моделирование процесса индентирования однородных материалов и композиций «покрытие–подложка»	238
Ершова А.Ю., Мартиросов М.И. Экспериментальная оценка воздействия влагонасыщения на полимерные композиционные материалы на основе углеродного наполнителя	240
Зайцев В.Н. Напряжения в слоях композитной оболочки с герметичным слоем под действием ударного воздействия	242
Зольников К.П., Корчуганов А.В., Крыжевич Д.С. Моделирование первичной радиационной повреждаемости вблизи границ раздела в сплаве Fe–Cr	245
Каинг М., Ткачева А.В., Щербатюк Г.А. Об особенностях использования кусочно-линейных пластических потенциалов в расчетах неустоявшихся температурных напряжений	246
Каменских А.А., Труфанов Н.А. Численный анализ фрикционного контакта элементов сферической опорной части	248
Капцов А.В., Шифрин Е.И. Идентификация хорошо отделенных дефектов в термоупругом теле	251
Ковтанюк Л.В., Лемза А.О. Ползучесть и вязкопластическое течение материала цилиндрического слоя при неравномерном вращательном движении граничной поверхности	253
Ковтанюк Л.В., Панченко Г.Л. Ползучесть и пластическое течение в материале при его прямолинейном движении в зазоре между двумя коаксиальными цилиндрами . .	255
Корчуганов А.В., Зольников К.П., Крыжевич Д.С. Структурные перестройки в кристаллите ванадия при деформировании в стесненных условиях	257
Кочетков А.В., Леонтьев Н.В., Модин И.А. Численное исследование упругопластического деформирования предварительно обжатых металлических плетеных сеток . .	259
Крутова К.А., Садовский В.В., Спирин С.В., Чекмарев Д.Т. Об аппроксимации и точности схем МКЭ решения трехмерных задач теории упругости	261
Крыжевич Д.С., Зольников К.П., Корчуганов А.В. Атомные механизмы реструктуризации поверхности кристаллита алюминия при ионной имплантации	262
Крылова Е.Ю., Яковleva T.В. Математическая модель параметрических колебаний многослойных структур с учетом связанных полей деформаций и температур . . .	264
Крылова Е.Ю., Яковлева Т.В. Хаотические колебания гибких пластин под действием сдвиговых нагрузок в стационарном температурном поле с учетом белого шума .	266
Крысько В.А., Папкова И.В., Крысько А.В. Сложные колебания гибких сферических оболочек (визуализация сценария хаотизации по Фейгенбауму)	268

Крысько В.А., Салтыкова О.А., Вецель С.С. Хаотическая синхронизация колебаний двух соосных замкнутых микро-цилиндрических оболочек, подкрепленных локальными балками с внешней стороны	271
Кузнецов Е.Б., Леонов С.С. Параметризация решения задач деформирования неупрочняющихся конструкций при ползучести	273
Кузнецов Е.Б., Теренин А.С. Анализ влияния агрессивной окружающей среды на длительную прочность металла в случае одномерной задачи с учетом времени релаксации	276
Кузнецов С.П. Математическая модель взаимодействия многослойных оболочек с основаниями	277
Кукуджанов К.В. Залечивание поврежденности в металлах посредством высокоэнергетического импульсного электромагнитного поля	280
Кургузов В.Д. Критерий упругопластического разрушения конструкций с острыми V-образными вырезами	282
Лалин В.В., Лалина И.И., Беляев Д.И. Вариационная постановка и решение пространственных задач устойчивости стержней. Еще раз о парадоксе Николая	284
Лесникова Ю.И., Труфанов А.Н. Численно-экспериментальное исследование конструкционной прочности силовых элементов из функционально-градиентных материалов на основе кварцевых стекол для анизотропных оптических волокон	285
Лесникова Ю.И., Труфанов А.Н., Труфанов Н.А. Численное моделирование влияния микроизгиба и контактных напряжений на оптические характеристики анизотропного волокна типа Panda	287
Линник Е.Ю., Котов В.Л., Константинов А.Ю. Численное моделирование процессов проникания пирамидальных тел в упругопластическую среду	290
Назарова Л.А., Назаров Л.А., Вандамм М., Переира Ж.-М. Определение механических свойств сорбирующих сред на основе решения обратных задач: теория и лабораторный эксперимент	292
Орлов М.Ю., Орлова Ю.Н., Богомолов Г.Н. Исследование процесса соударения ударника с оживальной головной частью с многослойными ледяными преградами . .	294
Острик А.В. Математическое моделирование процессов с различной физикой в едином численном коде	296
Острик А.В., Бакулин В.Н., Бугай И.В. Нестационарное деформирование разрушающихся композитных оболочек нитяной намотки	299
Панов В.А., Патрушев В.Л., Потамов Д.О., Соловьев С.А. Обоснование прочности ЯРУ с использованием 3D-расчетного моделирования	301
Пыхтин А.В. Применение модели среды сложной структуры для решения обратной динамической стохастической задачи	303
Радченко А.В., Радченко П.А., Батуев С.П. Исследование разрушения материалов и конструкций при ударных и импульсных нагрузках с помощью вычислительного комплекса EFES	304
Роговой А.А., Столбова О.С. Численное моделирование поведения сплавов с памятью формы при конечных деформациях	305
Рощин В.В. Результаты расчета суммарных потерь мощности на привод высокоскоростных конических роликоподшипников	307
Сафаров И.И., Ахмедов М.Ш. О колебаниях вязкоупругой тороидальной оболочки с протекающей жидкостью	309
Сафаров И.И., Болтаев З.И. Динамические эффекты, связанные со структурной неоднородностью конструкций	312
Сафаров И.И., Нуриддинов Б.З., Умаров А.О. Колебания цилиндра с внешним демпфером и соотношения ортогональности	314
Сафаров И.И., Отажонова Н.Б., Раджабов О.И. Воздействие нестационарных упругих волн в слоистых цилиндрических телах	316

Соколов А.П., Щетинин В.Н., Сапелкин А.С. Численный анализ параметров прочности оригинальных конструкций металлополимерных соединений на базе технологии GBSE	318
Соломонов Ю.С., Георгиевский В.П., Недбай А.Я., Конопельчев М.А. Устойчивость трехслойной оболочки с кольцевыми ребрами в сверхзвуковом потоке газа	321
Столбов О.В. Расчет давления, создаваемого намагничивающимся эластомером	323
Терентьев А.Г., Казакова А.О. Численное моделирование кручения стержня многосвязного сечения	324
Товарнов М.С., Быков Н.В., Власова Н.С. Математическая модель мобильного робота специального назначения	327
Тырымов А.А. Матрица жесткости тетраэдralьного элемента графовой модели упругой среды	329
Федорова Т.Г., Гоник Е.Г., Петров М.В. Влияние заполнения тонкостенных оболочек различными сыпучими материалами на устойчивость при изгибе	332
Хабибуллин М.В., Афанасьева С.А., Белов Н.Н., Дударев Е.Ф., Табаченко А.Н. Разрушение титана при воздействии наносекундного релятивистского сильноточного электронного пучка	334
Хакимов А.Г., Юлмухаметов А.А. Спектр частот изгибных колебаний трубопровода	336
Чеканин В.В. Регрессионная модель для предельной минимизации рассеивания случайной величины выборки опытных данных	338
Чупашев А.В., Афанасьева С.А., Белов Н.Н., Буркин В.В., Дьячковский А.С., Ищенко А.Н., Югов Н.Т. Исследование проникания суперкавитирующих ударников в воду с применением математической модели	340
Яковleva T.B., Ерофеев N.P., Krysc'ko A.B. Нелинейная динамика микро-балок Эйлера–Бернулли с учетом связности полей температуры и деформации в условиях цветных шумов (белого и розового)	343
Яковleva T.B., Krysc'ko B.A. (мл.) Контактное взаимодействие прямоугольной в плане пластинки с учетом наноразмерности применительно к гироскопическим приборам	345
Якушина С.И., Пресненова В.Ю., Ромашин С.Н., Фроленкова Л.Ю., Шоркин В.С. Адгезия и антиадгезия твердых тел	347
Янг Нант Мин, Аунг Чжо Тжу, Мартиросов М.И., Рабинский Л.Н. Выбор рациональных конструктивных решений при проектировании элементов конструкций из полимерных композитов	349

Секция D

Механика жидкости, газа и плазмы. Аэротермодинамика гиперзвуковых скоростей

Абашев В.М., Ерёмин И.Н., Животов Н.П., Замураев В.П., Калинина А.П., Третьяков П.К., Тупикин А.В. Исследование газодинамики пересекающихся струй в полуоткрытом канале	351
Абдрашитов А.А., Марфин Е.А., Чакков Д.В., Кравцов Я.И. Моделирование генерации колебаний в проточном излучателе на основе струйных резонаторов Гельмгольца	353
Аксенова О.А., Халидов И.А. Асимптотический анализ рассеяния атомов разреженного газа на слабо шероховатой полигауссовой поверхности	355
Алексеев А.К., Бондарев А.Е. О локализации истинного решения на ансамбле расчетов	357
Алексеев М.В., Алексеев М.М., Самсонов Е.В., Семенов О.Ю. Гидродинамика взаимодействия двух встречных фронтов пламени в открытых и закрытых каналах .	359
Амелиушкин И.А., Стасенко А.Л. Математические модели, результаты экспериментального и численного исследования двухфазных потоков	361

Андреев В.А. Численное моделирование обтекания винто-рулевых колонок (ВРК) разного типа потоком вязкой несжимаемой жидкости	364
Андрющенко В.А., Мурашкин И.В. Численное решение модельной задачи о точечных взрывах, расположенных в вершинах правильного тетраэдра	365
Антюхов И.В. Математическое моделирование интенсификации теплообмена в каналах с помощью турбулизаторов потока различной геометрической формы	367
Аульченко С.М., Звегинцев В.И. Определение обобщенных характеристик горения твердого топлива в высокоскоростном воздушном потоке	369
Аульченко С.М., Картаев Е.В. Моделирование синтеза композитных частиц диоксида титана и оксида кремния в проточном плазмохимическом реакторе	371
Бабаков А.В. Моделирование конвективных процессов в вращающейся самогравитирующей массивной звезде с использованием газодинамической модели	372
Базилевский А.В., Рожков А.Н. Всплески воды с добавками поверхностно-активных веществ	374
Балашов С.В., Бляхарский Я.С., Надирадзе А.Б. Математическая модель эрозионного воздействия потоков разреженной плазмы на сетчатые поверхности	377
Баранникова Д.Д., Обухов А.Г. Численное моделирование тепловых закрученных потоков воздуха при учете действия сил тяжести и Кориолиса	379
Баутин С.П., Дерябин С.Л., Крутова И.Ю., Обухов А.Г. Разрушительные атмосферные вихри и вращение Земли вокруг своей оси	380
Безуглова Е.Ю., Труфанова Н.М. Численное моделирование температурного поля в кабельном коллекторе	382
Бильченко Г.Г., Бильченко Н.Г. О диффеоморфизме пар управляющих воздействий и локальных параметров тепломассообмена в точке торможения гиперзвукового потока	384
Бильченко Г.Г., Бильченко Н.Г. О постановках одномерных и двумерных обратных задач гиперзвуковой аэротермодинамики	386
Бишаев А.М., Рыков В.А., Абгарян М.В. Н-теорема и уравнение состояния для кинетической модели неидеального газа	389
Бондаренко А.В., Рябкова Н.А., Казаков А.В., Труфанова Н.М. Особенности формирования свободной поверхности многослойных течений	392
Бочарников В.М., Володин В.В., Голуб В.В. Об изменении величины подъемной силы, создаваемой симметричным актуатором в зависимости от его расположения на крыле летательного аппарата	394
Бураго Н.Г., Никитин И.С., Якушев В.Л. Применение наложенных сеток к расчету течений в областях переменной геометрии	395
Волков Р.Е., Абдубакова Л.В., Обухов А.Г. Исследование зависимости характеристик восходящего закрученного потока воздуха от скорости вертикального продувка .	397
Володин В.В., Голуб В.В. Описание динамики ускорения фронта горения на основе закона Колмогорова	399
Галимзянов И.И., Булатов Р.И., Гайсин Ф.М., Багаутдинова Л.Н. Исследования спектров излучения плазмы электрического разряда между струйным анодом и твердым катодом	399
Ганиев Р.Ф., Ревизников Д.Л., Сухарев Т.Ю., Украинский Л.Е. Влияние пространственного расположения рабочих элементов на процесс волнового перемешивания в установках колебательного типа	401
Ганиев Ю.Х., Горбушина Н.А., Еремин В.В., Казаков М.Н., Козловский В.А., Липницкий Ю.М., Лихачёва Е.С., Михалин В.А., Строилов А.В. Некоторые особенности аэродинамики сегментально-конических тел малой длины	403
Гапонов С.А., Терехова Н.М. Вторичные режимы в окрестности нейтральной кривой в пограничном слое сжимаемого газа при $M = 2$	406

Гапонов С.А., Терехова Н.М. Устойчивость пограничного слоя сжимаемого газа на пористой поверхности при тангенциальном вдуве газа	408
Гембаржевский Г.В., Леднев А.К., Осипенко К.Ю. Режимы следа цилиндров для газового течения и течения плазмы электрического разряда	411
Гидаспов В.Ю., Кононов Д.С. Одномерное стационарное неравновесное течение в сопле с детонационной волной	414
Гидаспов В.Ю., Москаленко О.А. Математическое моделирование влияния капель воды на параметры детонационных волн в горючих газовых смесях	416
Гидаспов В.Ю., Северина Н.С. Моделирование циклического рабочего процесса импульсного детонационного двигателя	418
Градов В.М., Желаев И.А., Коробков С.С. Моделирование процессов в импульсных селективно излучающих разрядах высокого давления	419
Гришин Ю.А., Бакулин В.Н. Определение отрывных потерь в рабочих колесах радиально-осевых турбин	421
Гришин Ю.А., Бакулин В.Н. Отрывные потери в решетках осевых турбин	423
Гришин Ю.А., Бакулин В.Н., Зенкин В.А. Распад произвольного разрыва и газодинамические функции нестационарного течения	426
Гришин Ю.А., Семенчукова В.С. Численное моделирование нестационарного течения в системе «трубопровод–клапан–объем»	428
Губайдуллин Д.А. Особенности и эффекты волновой динамики и акустики газокапельных и пузырьковых сред	431
Губайдуллин Д.А., Гафиятов Р.Н. Отражение и прохождение акустических волн через слой многофракционной пузырьковой жидкости	433
Губайдуллин Д.А., Зарипов Р.Г., Ткаченко Л.А. Динамика аэрозоля в закрытой трубе при колебаниях в режиме перехода к ударным волнам	435
Губайдуллин Д.А., Никифоров А.А. Прохождение акустических волн через трехслойную преграду при различных углах падения	437
Губайдуллин Д.А., Терегулова Е.А. Распространение акустических возмущений в многофракционных полидисперсных газовзвесях	439
Губайдуллин Д.А., Федоров Ю.В. Особенности отражения акустических волн от слоя газовзвеси или пузырьковой жидкости	441
Гувернюк С.В., Максимов Ф.А. О влиянии толщины решетчатого экрана на его аэродинамические свойства	443
Дьяченко Н.В. Модель турбулентной струи воздуха, вытекающей из области воздушной подушки	445
Егорян А.Д., Пьянков К.С. Характеристики импульсного детонационного двигателя и их сравнение с характеристиками ПВРД	447
Замураев В.П., Калинина А.П. Исследование влияния подвода энергии на процесс формирования околозвуковой области в сверхзвуковом потоке в канале переменного сечения	449
Замураев В.П., Калинина А.П. Трансзвуковое обтекание симметричного крылового профиля при одностороннем двухмодовом поверхностном воздействии	451
Зубарев В.М. Исследование турбулентного пристенного течения с отрицательным градиентом давления	453
Зуев Ю.В. Влияние граничных условий на параметры газовых и двухфазных двухконтурных турбулентных коаксиальных струй	455
Иванов И.Э., Назаров В.С. Численное исследование газодинамического тракта СО-лазера с колеблющейся стенкой в канале тракта	457
Исмагилов Д.Р., Костин Г.Ф., Лепихов А.В. Расширение возможностей численных моделей ANSYS Fluent для решения задач аэрофизики гиперзвуковых летательных аппаратов	460

Каверинский А.Ю., Сухоруков А.Л., Чернышев И.А. Об использовании численных методов динамики вязкой жидкости для определения гидродинамических характеристик водометного движителя	462
Казачинский А.О., Крутова И.Ю., Опрышко О.В. Математическое моделирование придонных частей восходящих закрученных потоков	463
Карленко А.Г., Волков К.Н., Емельянов В.Н. Численное моделирование гиперзвуковых течений воздуха с использованием графических процессоров	464
Карцева Е.Ю., Панасенко А.В., Панасенко К.А., Рябых В.Ю., Скоморохов Н.В. Результаты валидации пакета программ ЛОГОС	466
Кашеваров А.В., Моллесон Г.В., Стасенко А.Л. Численные исследования процессов, сопровождающих обледенение ЛА в воздушно-капельных и воздушно-кристаллических переохлажденных облаках	468
Козлов Е.А., Жарова И.К., Маслов Е.А., Фарапонов В.В., Савкина Н.В. Структура течения при обтекании осесимметричных тел с локальным вдувом	469
Коротаева Т.А., Фомичев В.П., Шашкин А.П., Ядрёнкин М.А. Генерация скачка уплотнения в области МГД-взаимодействия в гиперзвуковом потоке воздуха	470
Косарева А.А., Нагнибеда Е.А. Многотемпературные модели течений смеси CO ₂ /CO/O за ударными волнами	472
Котельников М.В., Комраков А.В., Нахатакян Д.Ф. Пределы применимости формулы Ленгмюра и Мотт–Смита для движущейся разреженной плазмы	475
Котельников М.В., Муслаев И.А., Морозов И.А. Исследование распределения плотности тока по обводу спутника	475
Котельников М.В., Платонов М.А. Компьютерное моделирование эффективности нейтрального газа в вакуумное пространство	476
Котов М.А., Руслева Л.Б., Соловьевников С.И. Методика испытаний моделей воздушозаборника	477
Кошоридзе С.И., Левин Ю.К. Зависимость полиморфизма от характеристик кристаллов при их гомогенной генерации	479
Краснослободцева Т.П., Краснослободцев А.В. О затухании длинных волн на заэмульсированной жидкости	481
Крюков В.Г., Абдуллин А.Л., Сафиуллин И.И., Исхакова Р.Л. Сокращение механизмов реакций комбинацией методов DRGEP и зацепления	483
Крюков И.А., Ларина Е.В., Иванов И.Э. Верификация программного комплекса hySol для расчета высокоскоростных течений	485
Крюков И.А., Ларина Е.В., Иванов И.Э. Исследование газодинамических эффектов в соплах при их колебательных движениях	487
Кутыш И.И., Кутыш А.И., Кутыш Д.И. Влияние закона регулирования состава топливовоздушной смеси на эмиссию оксида углерода и оксидов азота в кольцевых камерах сгорания ГТД	490
Лепешинский И.А., Заранкевич И.А., Казённов И.С. Численное и экспериментальное моделирование двухфазного жидкостно-газового эжектора	492
Лепешинский И.А., Кучеров Н.А. Исследование процесса течения газа в цилиндрическом канале с трением и подогревом	495
Лепешинский И.А., Решетников В.А., Истомин И.А., Заранкевич Е.А., Антоновский И.В., Гузенко А.А. Сравнительный анализ двух газодинамических схем формирования двухфазных газокапельных струй	497
Леушка М.А., Гайсин Ал.Ф., Гайсин Ф.М., Луканина Д.Т. Особенности электрического разряда между струйным катодом и пористым металлическим анодом	499
Максимов Ф.А., Лукашенко В.Т. Влияние формы на скорость разлета двух тел	500
Максимов Ф.А., Остапенко Н.А. V-образное крыло с центральным телом	503

Маламанов С.Ю. Об аналогии между процессами, происходящими при круговом и прямолинейном движении проводящей жидкости в магнитном поле	505
Марков А.А. Модели каналов с микрополостями на поверхности	508
Марфин Е.А., Абдрашитов А.А. Моделирование притока жидкости к горизонтальной скважине	510
Мокин Ю.А. Оценка возможных изменений положения центра давления острого конуса за счет малого изменения формы при сверхзвуковом и гиперзвуковом обтекании	513
Молчанов А.М., Янышев Д.С., Быков Л.В. Влияние турбулентности на скорости реакций в химически неравновесных течениях	515
Нагнибада Е.А., Папина К.В. Колебательная и химическая релаксация в потоках воздуха в соплах	517
Надирадзе А.Б. Рецепторный метод расчета отраженных потоков частиц собственной внешней атмосферы космических аппаратов	519
Нуриев А.Н., Зайцева О.Н., Габдрахманова Э.Р., Афанасьева В.И. Численное и экспериментальное исследование аэродинамических сил, действующих на колеблющиеся консольно-закрепленные пластины в воздухе. 2. Численное определение аэrodинамического воздействия	521
Нуриев А.Н., Камалутдинов А.М., Егоров А.Г. Численное и экспериментальное исследование аэродинамических сил, действующих на колеблющиеся консольно-закрепленные пластины в воздухе. 1. Экспериментальное определение аэродинамического воздействия	523
Петров А.Г., Потапов И.И. О расчете сил, действующих на тела, при решении задач кавитационного обтекания	525
Петров А.Г., Потапов И.И. Об устойчивости уравнения Экснера	525
Пинчуков В.И. Модель Кармана турбулентной вязкости и ее использование в расчетах нестационарных течений	526
Платонов И.М., Быков Л.В., Янышев Д.С. Численное моделирование рабочих параметров экспериментальной установки для изучения образования наледи на элементах конструкции летательных аппаратов	529
Пономарев А.П. Учет начального рывка строп в плоской модельной задаче раскрытия парашюта с двумя степенями свободы	531
Потапов И.И., Решетникова О.В. О сохранении энергии и импульса для систем частиц при различных реализациях SPH-алгоритмов	533
Ревизников Д.Л., Способин А.В., Иванов И.Э. Численное моделирование воздействия отраженной от поверхности частицы на структуру ударного слоя при сверхзвуковом обтекании тела гетерогенным потоком	533
Рябинин А.Н. Явление гистерезиса в канале при трансзвуковом обтекании клина . .	536
Савельев А.Д. Численное моделирование дозвукового обтекания аэродинамического профиля с акцентом на влияние вязкости	538
Садин Д.В. Разностная схема с настраиваемыми диссипативными свойствами для расчета течений газа с микрочастицами	540
Сергеева А.А., Сидельников Р.В. Исследование влияния степени начальной турбулентности на частоту срыва вихрей при поперечном обтекании кругового цилиндра .	543
Сидху Джунior С.С., Волков В.А., Семенов В.В. Волновое сопротивление рельефных поверхностей каналов сложных форм	544
Слободкина Ф.А. Математическое моделирование возникновения мостообразного скачка уплотнения в сопле силовой установки, интегрированной в «летающее крыло» .	546
Собачкина Н.Л. Движение бинарной смеси с цилиндрической свободной границей при малых числах Марангони	547
Суров В.С., Степаненко Е.Н. О гиперболизации ряда моделей гетерогенных сред .	549

Сызранова Н.Г., Андрушенко В.А. Влияние параметров метеорных тел на процесс их взаимодействия с атмосферой	552
Терехова Н.М. Трехволновые резонансы в пограничном слое сжимаемого газа при $M = 2$	555
Тимохин М.Ю., Иванов И.Э., Крюков И.А. Применение моментных уравнений для моделирования умеренно неравновесных газовых течений	557
Толстых А.И., Широбоков Д.А. Моделирование развития возмущений в пограничном слое на пластине при помощи мультиоператорных схем 16-го порядка точности .	559
Турчак Л.И., Баранов Н.А. Применение численных методов аэродинамики для оценки рисков вихревой безопасности	561
Фахрутдинова И.Т., Гайсин Аз.Ф., Гайсин Ф.М., Шакиров Н.И. Электрические разряды между капельно-струйным анодом и медным катодом	564
Федоров А.В., Хмель Т.А., Лаврук С.А. Моделирование двумерных детонационных течений в линейно расширяющейся области	565
Федюшкин А.И. Движение частиц около цилиндрической частицы в сдвиговом поле скорости	567
Федюшкин А.И. Тепло- и массоперенос в слое жидкости с волновым изменением формы верхней границы	570
Федюшкин А.И., Рожков А.Н. Динамика коалесценции капель	572
Фролко П.А., Шумаев В.В. Численная модель расчета параметров плазмы в газоразрядной камере ВЧ-разряда	574
Хатунцева О.Н. Об учете изменения энтропии стохастических возмущений в уравнениях Навье–Стокса при описании турбулентности	576
Цветков Г.А. Развитие алгоритмов численного стохастического моделирования на основе метода Монте-Карло на нефизические системы	579
Цыпкин Г.Г. Математическая модель самоконсервации гидрата метана в морских осадках	580
Шеховцов В.В., Волокитин О.Г. Влияние плазменного потока на частицы SiO_2 различной пористости	582
Щербаков Д.В., Любимов Д.Ю., Гришина В.Г., Шувалов П.В., Мартынов Д.В., Квасов И.Е., Додулад О.И. Программно-моделирующая среда для анализа газокинетических процессов в межэлектродном зазоре термоэмиссионного электрогенерирующего канала ЯЭУ	585
Ягодников Д.А., Сухов А.В., Папырин П.В., Антонов Ю.В. Математическое моделирование термогазодинамики горения частиц диборида алюминия в высокоскоростном окислительном потоке	587
Яковенко С.Н. Сценарии перехода к турбулентности при опрокидывании подветренных волн	588
Яцухно Д.С. Анализ влияния радиуса затупления на аэродинамические характеристики гиперзвукового летательного аппарата Waverider	591

Секция Е

Методы и средства визуализации, системы обработки изображений

Алексанина М.Г., Алексанин А.И., Фомин Е.В. Расчет сжатия ледяного покрова моря по изображениям метеорологических спутников	594
Венедиктов В.С., Замащиков В.В., Тупикин А.В., Третьяков П.К. Исследование диффузационного горения углеводородов оптическими методами	596
Владимиров А.П., Каманцев И.С., Гладковский С.В., Горкунов Э.С., Друкаренко Н.А., Задворкин С.М. Система регистрации и обработки спектловых изображений в режиме реального времени	598

Небаба С.Г. Технология подготовки изображений лиц к распознаванию личности в видеопотоке в режиме реального времени	600
Никитин И.К. Методы поиска нечетких дубликатов видео	602
Носырев Д.А., Пантиюхов А.Л. Визуализация результатов расчетов в среде Unity3D для задач внешней баллистики	605
Попов А.К., Степанян К.В., Миллер Б.М., Миллер А.Б. Программный комплекс IMODEL для исследования свойств алгоритмов управления или навигации БПЛА по наблюдениям подстилающей поверхности	607
Шкляр А.В., Захарова А.А. Структурный подход к визуализации данных	609

Секция F

**Общие проблемы и модели механики сплошных сред
на разных масштабных уровнях**

Архипов В.А., Усанина А.С., Золоторёв Н.Н., Маслов Е.А. Динамика процесса осаждения твердых частиц в жидкости	612
Бадриев И.Б. Математическое моделирование процессов изгиба трехслойных оболочек	613
Бакулин В.Н., Попов В.В. О газопроницаемости мембран с упорядоченными нанопорами	615
Белашова И.С., Валишин А.А., Горшков А.А., Карташов Э.М., Кухтенкова А.А., Ломовской В.А. Релаксационная составляющая фона внутреннего трения	617
Бошенятов Б.В. Исследование волн цунами в гидродинамическом лотке: эксперимент, теория, численное моделирование	620
Бураго Н.Г., Никитин И.С. Уточненная модель слоистой среды с вязкопластическими прослойками	621
Войтков И.С., Высокоморная О.В., Кузнецов Г.В., Стрижак П.А. Численное моделирование испарения капель воды в высокотемпературных газах	624
Воротилин В.П. К оценке скорости эффективных химических реакций при турбулентном смешении реагентов	626
Гурина Т.А. Бифуркационное исследование перехода к хаосу в модели падения пластиинки в жидкости	628
Желтухин В.С., Соловьев П.С., Чебакова Ю.В. Граничные условия для уравнения баланса электронов в ВЧИ-разрядах	630
Игошин Д.Е., Хромова Н.А. Анизотропия проницаемости в пористых средах периодической структуры	632
Ключкова Л.В., Орлов Ю.Н., Тишкин В.Ф. Математическое моделирование нестационарных процессов распространения инфекций капельно-воздушным путем	635
Корнев Ю.В., Валиев Х.Х., Титов С.А., Гуськов Д.В., Карнет Ю.Н., Семенов П.Е., Юмашев О.Б. Исследование свойств клеевой композиции на основе эпоксидной смолы ЭД-20 с добавками оксида графена	637
Крюков В.Г., Халиуллин Ф.Х., Халиуллин А.Ф. Моделирование процессов массообмена на нестационарных режимах работы экстрактора «Crown-Model»	639
Марышев Б.С. О молекулярно-диффузионном транспорте растворенных газов ненасыщенной пористой среде	641
Паймушин В.Н. Об уточненных моделях контактного взаимодействия монослоя композита с расположеннымными с двух сторон слоями связующего	643
Подрыга В.О., Поляков С.В. Моделирование процессов истечения сверхзвуковой газовой струи в вакуум на макро- и микромасштабах	645
Прозорова Э.В. Влияние новых эффектов в физической механике	647
Садин Д.В., Добролюбов А.Н. Расчет динамического воздействия потока газа на элементы высокопористого волокнистого сенсора методом многомасштабного осреднения	649

Смолин А.Ю., Еремина Г.М., Шилько Е.В. Исследование влияния прочностных характеристик межфазных границ на механическое поведение композита NiCr–TiC	651
Соколов А.П., Першин А.Ю., Щетинин В.Н., Сапелкин А.С. Автоматическая валидация результатов численного моделирование упруго-прочностных характеристик композиционных материалов, получаемых методом реверсивной многомасштабной гомогенизации	653
Сороковикова О.С., Семенов В.Н., Дзама Д.В., Устинов Г.А., Благодатских Д.В. Специализированные численные модели аэротермодинамики для расчета микрометеорологических параметров на территории промплощадки и в городской застройке	655
Хмель Т.А. Моделирование ячеистой детонации в газовзвесях частиц алюминия нанометрового диапазона	657
Хмель Т.А. Распространение и дифракция ударных волн в плотных газовзвесях	659
Цаплин С.В., Больчев С.А. Влияние тепловой граничной проводимости на термоупругое состояние двухслойной системы металл–диэлектрик при ультракоротком лазерном воздействии	662
Шангареева А.И. Алгоритм ускорения расчетов уравнений переноса как способ оптимизации моделирования нефтяных месторождений	663
Щетинин В.Н., Соколов А.П. Решение задачи идентификации упругих характеристик компонент изотропных композитных материалов	665

Секция G Биомеханика

Бакулин В.Н., Шабалов Р.В., Валиев Х.Х., Карнет Ю.Н., Попов В.В., Снегирева Н.С., Юмашев О.Б. Сопоставление структурных и гидродинамических характеристик мембран сnano- и микропорами	667
Гороженинова Т.Н., Киченко А.А. Биомеханическое моделирование перестройки трабекулярной костной ткани при изменении нагрузки	669
Дядюкина А.Д., Киченко А.А. Биомеханические моделирование и количественное описание структуры трабекулярной костной ткани	671
Никитин И.С., Журавлев А.Б., Ирошников Н.Г., Якушев В.Л. Математическая модель коррекции формы роговицы глаза	673
Попов А.К., Сметанин Б.Н., Кожина Г.В. Аппаратно-программный комплекс TEQCube, реализующий пространство виртуальной реальности для исследований в области биомеханики	675
Сластущенский Ю.В., Ревизников Д.Л., Рогоза А.Н., Украинский Л.Е. Декомпозиция сигнала при анализе профиля центральной пульсовой волны	677

Секция H Задачи теории управления

Горнов А.Ю., Зароднюк Т.С., Аникин А.С., Финкельштейн Е.А. Программные комплексы для численного исследования задач оптимизации	680
Засухина Е.С., Засухин С.В. Выбор начальных данных в задаче идентификации параметров модели	682
Иванов В.А., Купреев В.А., Ручинский В.С. Применение технологии тросовых систем для обеспечения функционирования наноспутников при решении научных и практических задач	685
Крючков А.Ю. Метаэвристические методы условной глобальной оптимизации в задачах оценки параметров динамических систем	687
Малафеев С.С. Математическое моделирование при проектировании мекатронных систем карьерных машин	689

Малафеева А.А., Малафеев С.И. Итерационная модель динамики сложной системы	691
Пантелеев А.В., Давтян Л.Г. Метаэвристические методы оптимизации нелинейных непрерывных детерминированных систем совместного оценивания и управления	692
Пантелеев А.В., Письменная В.А. Гибридный меметический алгоритм синтеза субоптимального управления нелинейными стохастическими системами с неполной обратной связью	695
Пантихов А.Л. Метод случайного поиска с построением взаимно ортогональных направлений в пространстве параметров	697
Расина И.В. Дискретно-непрерывные системы с промежуточными критериями	699
Расина И.В., Гусева И.С. Приближенное исследование задач оптимального управления на основе магистральных решений	701
Родионова Д.А. Применение гибридного метода случайного поиска в задачах поиска оптимального программного управления	703
Сидоренко Г.В. Управление пучком траекторий	705
Степанян К.В., Попов А.К., Миллер Б.М., Миллер А.Б. Разработка численного метода для оптимального управления с обратной связью для непрерывной системы, аппроксимируемой цепью Маркова	708
Суркова В.А., Шмыров В.А. Управляемые и неуправляемые перелеты между окрестностями коллинеарных точек либрации системы Солнце–Земля	710
Фесько О.В., Расина И.В. Один способ преобразования вырожденных задач оптимального управления	712
Хачумов М.В. Задача преследования цели группой беспилотных летательных аппаратов в возмущенной среде	714
Шмыров А.С., Шмыров В.А. О численном интегрировании уравнений механики с помощью консервативных методов	716

Секция I

Аэрокосмическая механика.

Проблемы создания и эксплуатации аэрокосмической техники

Абгарян В.К., Круглов К.И. Эффективность преобразования ВЧ-мощности в ионный ток в ионных двигателях с высокочастотным нагревом плазмы	718
Акимов Н.Б., Григорьев И.В., Громышков А.Д., Копылов А.А., Левицкий А.В., Руденко Д.С., Шардин А.О., Юстус А.А. Динамически подобная аэродинамическая модель на трехступенчатом шарнире для исследования динамики полета на больших углах атаки	720
Бакулин В.Н., Богомолов Н.В., Анфалов А.С., Борзых С.В. Анализ причин и последствий нештатных и аварийных ситуаций, требующих экстренной эвакуации экипажа орбитальной станции	721
Бакулин В.Н., Боков М.А., Недбай А.Я. Аэроупругая устойчивость цилиндрической оболочки при двухстороннем обтекании	723
Бакулин В.Н., Борзых С.В., Воронин В.В., Щиблев Ю.Н. Разработка подхода к расчету процесса динамики мягкой посадки лунного взлетно-посадочного модуля . .	726
Бакулин В.Н., Попов В.В. Постановка задачи расчета ламинарного движения бинарной смеси совершенных газов в плоском узком канале с учетом объемной вязкости .	728
Баранов Н.А., Родыгин А.В. Особенности формирования вихревого следа за самолетом на режимах посадки	729
Баранов Н.А., Турчак Л.И. Оценка риска обледенения воздушных судов по данным температурного зондирования атмосферы	732
Барченко Ф.Б., Бакулин В.Н. Расчет параметров состояния рабочего тела в цилиндре автомобильного дизеля для определения граничных условий теплового и механического нагружения	734

Гелин Д.В., Гелин Н.Д., Лысов Д.А., Марков В.А., Марков И.В., Селиванов В.В., Сотская М.М., Сотский М.Ю. Получение дополнительной информации о нестационарных процессах в баллистических опытах для верификации расчетных моделей	736
Зленко Н.А. Использование эмпирико математических моделей при определении местоположения датчиков системы воздушных сигналов	739
Кагенов А.М., Глазунов А.А., Костюшин К.В., Еремин И.В. Математическое моделирование взаимодействия нерасчетной сверхзвуковой струи с плоской преградой перпендикулярной ее оси	741
Колегов Р.Н., Любимова Т.П., Синер А.А. Разработка численной методики оценки характеристик акустических резонансных процессов в проточной части газотурбинного двигателя	743
Конопельчев М.А., Георгиевский В.П., Волков Е.Н., Недбай А.Я. Флаттер цилиндрической оболочки переменной длины	743
Крылов С.С., Перепёлкин В.В., Филиппова А.С. Численно-аналитическая модель движения полюса Земли	746
Макеич Г.С., Крюков И.А. Оценка влияния времени года и координаты точки пуска на летательный аппарат, двигающийся по баллистической траектории	747
Марков Ю.Г., Вей Ян Сое. Динамика нежесткого КА в режиме ориентации	749
Пестренин В.М., Пестренина И.В., Русаков С.В., Кондюрин А.В. Упаковка, развертывание внутренним давлением и отверждение в условиях космоса крупногабаритных оболочечных конструкций	750
Пискунов А.Ф., Кравченко И.В., Булаева М.Н. Модели физических процессов в электродинамической защите	753
Прилуцкий Д.В. Экспертная система поддержки принятия проектных решений при разработке авиационных конструкций из ПКМ на основе вероятностного подхода	753
Соколов Е.И. Исследования и разработки в области летательных микроаппаратов (2000–2010 гг.)	754
Страхов В.Л., Атаманов Ю.М., Кузьмин И.А., Бакулин В.Н. Математическое и компьютерное моделирование высокотемпературных теплофизических свойств резиноподобных теплозащитных материалов	757
Туктаров С.А., Уськов В.М., Чедрик В.В. Сравнение традиционного подхода к проектированию подпорной балки с подходом, основанном на топологической оптимизации	759
Федотов А.А., Ципенко А.В. Анализ влияния деградации свойств ремонтной заплаты на развитие эксплуатационных повреждений авиационных конструкций	761
Фомичев А.В., Ерошевич Е.А. Методика оценки потребной массы топлива энергетической установки ступени точного выведения космических аппаратов	763
Чедрик В.В. Вероятностный метод обоснования уровня неопределенностей по заданной вероятности разрушения и коэффициенту безопасности	765
Шустов С.А. Сравнительный анализ эффективности двигательных установок наноспутников для различных рабочих тел	766

Секция J

Компьютерное обучение. Современные компьютерные технологии и подготовка специалистов для ракетно-космической отрасли

Алейников Я.А. Проектирование интерфейса пользователя для автоматизации расчетов в пакете первоосновного моделирования VASP	769
Булавкина Т.А., Неклюдова Г.А. Различия в субъективных компонентах профессиональной культуры у студентов технических вузов	771
Виноградов В.И., Круглов В.И. Применение системы WEKA при проведении расчетно-практических работ поиска ассоциативных правил	772

Виноградов В.И., Смышляева А.Г. Применение среды Microsoft Azure для выполнения заданий лабораторного практикума по изучению методов Data Mining	774
Волкова Т.Б., Шубин В.Л. Применение компетентностного подхода при формировании билетов заключительной аттестации по дисциплинам математического цикла	776
Гаврилова А.Ю., Кули-заде М.Е., Скороход Е.П. О внесении изменений в типовые учебно-методические разработки при подготовке специалистов для ракетно-космической отрасли	778
Демидова О.Л., Малинина Н.Л. Особенности решения уравнений в частных производных в среде электронных таблиц	779
Киндинова В.В., Кринецкий Е.О., Кузнецова Е.В. Обработка и аппроксимация исходных данных имитационной модели анализа логистических процессов	780
Киндинова В.В., Кринецкий Е.О., Кузнецова Е.В. Теоретические аспекты преподавания дискретно-событийного имитационного моделирования	782
Кринецкий О.Е. Об особенности преподавания дисциплины «Численные методы» для студентов аэрокосмических специальностей	784
Лукин В.Н., Чернышов Л.Н. Технология контроля знаний студентов по дисциплинам программирования	785
Новиков И.О. Разработка системы хранения и обработки данных о расписании занятий	787
Пивоваров Д.Е. Об опыте документирования процесса очного обучения при помощи мобильного приложения	788
Самсонов К.С., Севрюкова А.В., Галиновский А.Л., Абашин М.И. Анализ тенденций развития инженерного образования в странах с высоким уровнем инновационного и технологического развития	789
Столбова И.Д. Управление предметным обучением на основе модульно-компетентностного подхода	791
Доктор технических наук, профессор Л. П. Фельдман (1923–2017)	793
Список организаций	795
Адресная книга	800
Авторский указатель	809

**Секция А ТЕОРИЯ И ПРАКТИКА СОВРЕМЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ.
ВЫСОКОПРОИЗВОДИТЕЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ**

**COMPLEXITY REDUCTION OF THE NUMERICAL EXPERIMENT
IN THE PROJECT OF THE VOLUNTARY DISTRIBUTED
COMPUTING NETMAX@HOME***

I. I. Kurochkin, A. I. Prun

Institute for Information Transmission Problems of RAS, Moscow, Russia

For carrying out numerical experiments on mathematical simulation of functioning of telecommunication networks the project NetMax@home of the voluntary distributed computing was created. Approach on division of numerical experiment into stages is discussed, that significantly affects the reduction of the computational complexity of the numerical experiment, the general time of computation and the volume of results.

The mathematical model of functioning of a telecommunication network by means of which it was possible to carry out the comparative analysis of various algorithms of routing has been created [1]. Calculation of route for all these heuristic algorithms is made as definition of the minimum cost path. Distinction between algorithms consisted in different ways of determination of these additional costs of arcs. The following approaches of routing on the network graph have been considered: the shortest path, economy of arcs with a small capacity, economy of arcs, belonging to the minimum cuts, uniform use of various routes.

Main usable areas of results of mathematical modeling are:

- comparative analysis of various strategies of routing;
- determination of vulnerabilities in a telecommunication network;
- modeling on a failure for determination of reliability of corporate networks.

Application for simulation of mathematical modeling of the functioning of a telecommunication networks was created. Using the application and analysis of results revealed that need a large quantity of experiments with different sets of parameters of the initial networks. In view of the large number of similar calculations with different initial parameters to reduce the time a series of experiments it has been decided to develop the distributed application version.

Use of supercomputers imposes serious financial obligations on researchers as it is necessary to buy time of high-performance cloud system or to buy the supercomputer, and also to organize and support supercomputer infrastructure. In this regard the concept of the distributed computing and use of grid-systems can solve a problem with big computing complexity and do without essential financial expenses.

For the organization of the distributed computing system it was decided to use the BOINC platform. The project NetMax@home of the voluntary distributed computing was created.

Reasons of use the BOINC platform. The BOINC platform (Berkeley Open Infrastructure for Network Computing) is an open non-commercial software for the

*This work was funded by Russian Science Foundation (№16-11-10352).

organization of the voluntary distributed computing on personal computers. BOINC has client-server architecture and consists of client part and server. Is a universal platform for calculations in various areas of science (mathematics, molecular biology, medicine, astrophysics, telecommunications, etc.).

Projects of the distributed computing on bases of the BOINC platform share on 2 types:

- 1) public projects with participation of volunteers;
- 2) closed (internal) projects with use of the available computing means.

The voluntary distributed computing participate 4 million users who help to consider about one hundred scientific projects. Total computing capacity of volunteers' computers exceeds computing capacity of modern supercomputers. However the voluntary distributed computing has a number of features which can significantly slow down calculations: heterogeneity of nodes, changeable time of continuous work of nodes, impossibility of continuous coordination and other. The correct setup of parameters of the volunteer distributed computing project, including parameters of replication and determination of task runtime on one computing node is necessary for increase of efficiency of use of the distributed computing system [2].

Numerical experiment. Numerical experiment is made on a set of networks with similar initial parameters in case of the given distribution of requests between a set of pairs of nodes. Simulation of functioning of each network shall be carried out by means of several algorithms.

For carrying out numerical experiment it is necessary to create a set of the independent tasks which aren't requiring huge computing expenses. In literature [3, 4] such set of tasks is called «bag of tasks». One task determined as mathematical simulation of a network on certain input parameters, the given distribution of requests for a routing between a set of pairs of nodes and a certain algorithm of routing. Runtime of tasks variously also depends on a set of parameters, including the used algorithm of routing and network topology.

Table 1. Estimate of time and volume of output data at stages of numerical experiment

	1 stage	2 stage	3 stage
Quantity of algorithms	3	5	7 (+2)
Quantity of networks	3696	~ 300	~ 70
Number of tasks	11088	~ 1500	~ 240
Average size of the output file, MB	4.2	534	534
General size of output data, GB	46,6	801	128
Average time of execution of the task, hours	4,7	33	33
General time of computation, years	5,9	5,7	0,9

Use of stages when carrying out numerical experiment allowed to reduce computing complexity of experiment almost by 8 times and to reduce the volume of results by 14 times.

1. *Kurochkin I., Grinberg Ya.* Different Criteria of Dynamic Routing // Procedia Computer Science. — 2015. — V. 66. — P. 166–173.
2. *Anderson D. P.* BOINC: a system for public-resource computing and storage // Grid Computing, IEEE, 2004.
3. *Oprescu A., Kielmann T.* Bag-of-tasks scheduling under budget constraints // Proc. IEEE 2nd Int. Conf. Cloud Comput. Technol. Sci. — 2010. — P. 351–359.
4. *Bertin R., Hunold S., Legrand A., Touati C.* Fair scheduling of bag-of-tasks applications using distributed Lagrangian optimization // Journal of Parallel and Distributed Computing. — Jan.2014. — V. 74, Issue 1. — P. 1914–1929.

ПАРАЛЛЕЛЬНЫЕ АЛГОРИТМЫ ПАРАМЕТРИЧЕСКОЙ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПОТЕНЦИАЛА ТЕРСОФФА ДЛЯ AlN

К.К. Абгарян^{1,3}, Д.И. Бажанов^{1,2,3}, А.В. Гревцев³

¹ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН, Москва, Россия;

²МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия; ³МАИ, Москва, Россия

Задачи численного моделирования кристаллических наноструктур, с помощью молекулярно-динамического подхода, в настоящее время представляют огромный интерес. Применение данного подхода к исследованию сложных процессов выращивания полупроводниковых наноструктур позволяет не только детально изучать протекающие процессы, но и существенно сократить расходы на разработку наноматериалов с заданными свойствами.

Идентификация параметров потенциалов межатомного взаимодействия [1, 2] является одним из важнейших этапов в молекулярно-динамическом моделировании. В данной работе рассматривались потенциалы межатомного взаимодействия, адекватно воспроизводящие ковалентную связь. Постановка задачи параметрической идентификации представлена для потенциала Терсоффа [3], применяемого для моделирования процессов выращивания слоя нитрида алюминия на поверхности полупроводника.

Для решения задачи идентификации необходимо определить вектор , для двухкомпонентного материала $\xi = (\xi_1, \dots, \xi_k) \in X$, ($X \subseteq R^k$, $k = 36$), на котором достигается минимум функционала:

$$F(\xi) = \sum_{i=1}^l \omega_i \frac{(f_i(\xi) - \tilde{f}_i)^2}{\tilde{f}_i^2} = \omega_1 \frac{(f_1(\xi) - \tilde{f}_1)^2}{\tilde{f}_1^2} + \dots + \omega_l \frac{(f_l(\xi) - \tilde{f}_l)^2}{\tilde{f}_l^2} \rightarrow \min, \quad \xi \in X,$$

$$\sum_{i=1}^l \omega_i = 1.$$

В работе рассмотрен случай, когда число слагаемых в целевой функции равно девяти ($l = 9$)

$$F(\xi) = \omega_1 \frac{(a - \tilde{a})^2}{\tilde{a}^2} + \omega_2 \frac{(E_{coh} - \tilde{E}_{coh})^2}{\tilde{E}_{coh}^2} + \omega_3 \frac{(B - \tilde{B})^2}{\tilde{B}^2} + \omega_4 \frac{(C_{11} - \tilde{C}_{11})^2}{\tilde{C}_{11}^2} + \omega_5 \frac{(C_{12} - \tilde{C}_{12})^2}{\tilde{C}_{12}^2} +$$

$$+ \omega_6 \frac{(C_{44} - \tilde{C}_{44})^2}{\tilde{C}_{44}^2} + \omega_7 \frac{(E_{sol} - \tilde{E}_{sol})^2}{\tilde{E}_{sol}^2} + \omega_8 \frac{(E_{dim}^{in} - \tilde{E}_{dim}^{in})^2}{\tilde{E}_{dim}^{in^2}} + \omega_9 \frac{(E_{dim}^{on} - \tilde{E}_{dim}^{on})^2}{\tilde{E}_{dim}^{on^2}} \rightarrow \min, \quad \xi \in X,$$

$$\sum_{i=1}^9 \omega_i = 1.$$

Здесь ω_i — весовые коэффициенты. В данной задаче все расчеты полных энергий E_{tot} проводятся для кристаллической решетки размером $2 \times 2 \times 2$ в единицах элементарной ячейки кристаллической структуры AlN. Первоначально проводятся статические расчеты, без релаксации атомных позиций. Атомы располагаются в узлах «идеальной» кристаллической решетки типа вюрцита. Эталонные значения характеристик берутся из таблиц (экспериментальные данные) (a , B , C_{11} , C_{12} , C_{44}) и из квантовомеханических расчетов (\tilde{E}_{tot}). Значения характеристик рассчитываются согласно известным формулам, с использованием значений полных энергий,

полученных с помощью потенциала Терсоффа с идентифицируемыми параметрами. В данной задаче целевую функцию входят следующие характеристики:

- $f_1(\xi) = a$ — постоянная решетки;
- $f_2(\xi) = E_{coh}$ — когезионная энергия;
- $f_3(\xi) = B$ — модуль объемной упругости;
- $f_4(\xi) = C_{11}, f_5(\xi) = C_{12}, f_6(\xi) = C_{44}$ — константы упругости;
- $f_7(\xi) = E_{sol}$ — энергия растворимости примеси рода А в кристалле рода В;
- $f_8(\xi) = E_{dim}^{in}$ — энергия связи димера А в поверхностном слое В;
- $f_9(\xi) = E_{dim}^{on}$ — энергия связи димера А на поверхности В.

Число слагаемых в минимизируемом функционале выбрано так, чтобы в ходе молекулярно-динамического моделирования процесса нанесения нитридного слоя на поверхность, потенциал с идентифицированными параметрами обладал свойством «переносимости», т. е. воспроизводил как свойства поверхности полупроводника, так и правильно описывал процесс формирования нитридного слоя алюминия.

Для решения поставленной задачи, необходимо найти:

$$\xi = \arg \min_{\xi \in X} F(\xi).$$

Первоначально были проведены первопринципные вычисления [4] физических величин для поверхности AlN (VASP, <http://cms.mpi.univie.ac.at/vasp/vasp.html>), которые вместе с табличными значениями использовались в качестве эталонных характеристик для решения задачи оптимизации.

Прежде чем начать процесс минимизации, была выделена область допустимых значений всех параметров потенциала $\xi = (\xi_1, \dots, \xi_k) \in X$, ($X \subseteq R^k$, $k = 36$). С помощью метода Монте-Карло в области допустимых значений были сгенерированы несколько тысяч случайных начальных приближений, равномерно распределенных в параллелепипеде X . Далее, начиная с полученных начальных значений, для минимизации функционала применялся метод Granular Radial Search [1, 2]. Из всех наборов параметров, полученных в ходе работы метода локальной оптимизации, выбирались лишь те $\xi = (\xi_1, \dots, \xi_k)$, на которых значение целевой функции не превысило 10^{-5} . Далее проводилась процедура релаксации атомных позиций, с помощью которой из полученного числа наборов параметров, отобрали лишь несколько оптимальных. Таким образом, были получены значения идентифицированных параметров потенциала Терсоффа, с помощью которых планируется проводить МД-моделирование процесса выращивания пленки нитрида алюминии на поверхности полупроводника. Разработанные алгоритмы были реализованы в виде программного обеспечения на языке C++. При построении вычислительных алгоритмов применялось распараллеливание процесса вычислений, что позволило существенно сократить время, требуемое для идентификации параметров. В работе представлены результаты идентификации параметров потенциала Терсоффа для двухкомпонентного нитрида алюминия.

1. Абгарян К.К., Посьпкин М.А. Применение оптимизационных методов для решения задач параметрической идентификации потенциалов межатомного взаимодействия // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. — 2014. — Т. 54, №12. — С. 1994–2001.
2. Powell D. Elasticity, lattice dynamics and parametrisation techniques for the Teroff potential applied to elemental and type III-V semiconductors. — University of Sheffield, 2006.
3. Teroff J. Empirical interatomic potential for silicon with improved elastic properties // Phys. Rev. B. — 1988. — V. 38. — P. 9902–9905.
4. Kohn W., Sham L.J. // Phys. Rev. — 1965. — 140. — A1133.

ПАРАЛЛЕЛЬНАЯ ОБРАБОТКА ДАННЫХ В ЗАДАЧАХ КОМПЬЮТЕРНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ВЫСОКОСКОРОСТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

К. К. Абгарян^{1,2}, Д. Л. Ревизников², А. А. Журавлев^{1,2}

¹ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН, Москва, Россия; ²МАИ, Москва, Россия

Доклад посвящен оптимизации программного обеспечения для дискретно-элементного моделирования высокоскоростного взаимодействия тел. В работах авторов [1, 2] была описана методика расчета, основанная на модели дискретных элементов. Сопоставление результатов расчетов с экспериментальными данными по высокоскоростному внедрению показало достаточно высокую точность дискретно-элементного моделирования для широкого диапазона толщин преград — для тонких преград, пробиваемых с сохранением цельности деформируемого ударника, для преград средней толщины, пробиваемых с практически полной фрагментацией ударника на выходе из преграды, а также для непробиваемых насеквоздь преград [3].

Типичное количество дискретных элементов для задач рассматриваемого класса составляет несколько миллионов, что требует существенных вычислительных затрат. С целью решения этой проблемы авторами используются технологии распараллеливания вычислений на графических процессорах.

Для оптимизации программного обеспечения применяются как широко известные подходы, основанные на эффективном отображении необходимых для расчетов структур данных на память графического сопроцессора, что позволяет поддерживать локальность запросов к памяти, так и реализация собственного менеджера памяти, что, благодаря более эффективной работе с запросами на выделение памяти, дает возможность более эффективно использовать хорошо оптимизированные алгоритмы из стандартной библиотеки. Помимо базовых техник оптимизации кода под графические сопроцессоры применяется дополнительный шаг, модуль компилируется несколько раз с различными наборами параметров, отвечающих за гранулярность и распределение подзадач на GPU. Кроме того на специальном наборе тестовых задач осуществляется выбор оптимального варианта компиляции.

Следует отметить, что дискретно-элементное широко применяется в вычислительной практике для исследования систем на атомарном уровне. В настоящее время существует целый ряд пакетов программ для проведения молекулярно-динамических расчетов, которые используют параллелизм, предоставляемый отдельными центральными процессорами (технология OpenMP) и кластерами машин (технология MPI). По мере все более активного проникновения вычислений на графических процессорах в область высокопроизводительных вычислений, эти пакеты тоже стали оснащаться средствами поддержки использования графических сопроцессоров для вычисления взаимодействий между парами частиц.

В настоящей работе сравнивается производительность авторской реализации дискретно-элементного кода с аналогичным модулем в известном пакете программ для классической молекулярной динамики LAMMPS. Сравнение проводится на примере системы с парным потенциалом межчастичного взаимодействия (потенциал Леннарда-Джонса).

На рис. 1 можно видеть, что применение технологии CUDA существенно ускоряет проведение дискретно-элементного моделирования по сравнению с использованием центральных процессоров (отличие в производительности LAMMPS на CPU и GPU составляет порядка четырех раз), а так же то, что авторская реализация не уступает реализации LAMMPS в скорости моделирования, однако при

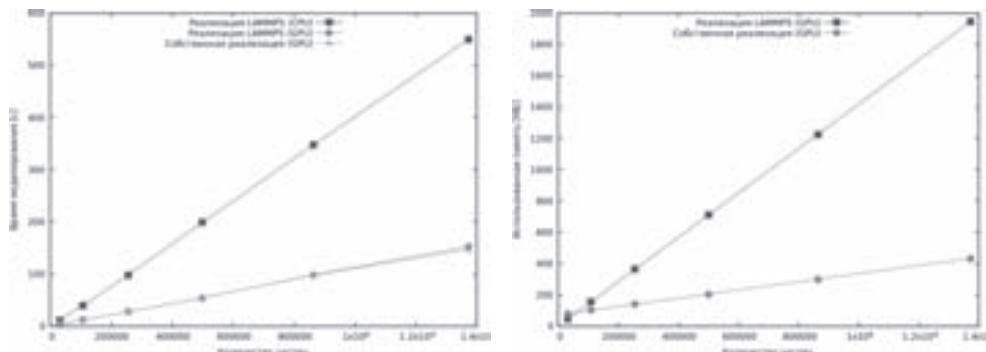


Рис. 1. Сравнительные характеристики пакета LAMMPS и авторской реализации

этом потребляет заметно меньше памяти (отличие между потреблением памяти LAMMPS и авторской реализацией достигает пяти раз). Это позволяет проводить моделирование с большим количеством дискретных элементов и получать более высокое пространственное разрешение.

1. Абгарян К.К., Журавлев А.А., Загордан Н.Л., Ревизников Д.Л. Дискретно-элементное моделирование внедрения шара в массивную преграду // Компьютерные исследования и моделирование. – 2015. – Т. 7, №1. – С. 71–79.
2. Абгарян К.К., Журавлев А.А., Ревизников Д.Л. Параметрическая идентификация потенциала межчастичного взаимодействия в задаче дискретно-элементного моделирования высокоскоростного внедрения шара в преграду // Материалы XIX Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2015), 24–31 мая 2015 г., Алушта. – М.: Изд-во МАИ, 2015. – С. 31–32.
3. Абгарян К.К., Ревизников Д.Л., Журавлев А.А., Елисеев С.В., Смирнов В.Е. Валидация дискретно-элементной модели высокоскоростного внедрения на экспериментальных данных // Материалы XI Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2016), 25–31 мая 2016 г., Алушта. – М.: Изд-во МАИ, 2016. – С. 409–410.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТРАЕКТОРИЙ СТОХАСТИЧЕСКИХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ НА ЗАДАННОМ МНОГООБРАЗИИ*

Т. А. Аверина^{1,2}, Е. В. Карабанская³, К. А. Рыбаков⁴

¹ИВМиМГ СО РАН, Новосибирск, Россия; ²НГУ, Новосибирск, Россия;

³ДВГУПС, Хабаровск, Россия; ⁴МАИ, Москва, Россия

В работе рассматривается математическая модель динамической системы, которая задается стохастическим дифференциальным уравнением Ито со скачкообразной компонентой:

$$dX(t) = f(t, X(t))dt + \sigma(t, X(t))dW(t) + \int_{\Theta} c(t, X(t-), \theta)\nu(dt \times d\theta), \quad X(t_0) = X_0, \quad (1)$$

*Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проекты № 15-01-05052-а и 17-08-00530-а).

где $X \in \mathbb{R}^n$ — n -мерный вектор состояния системы; $t \in T = [t_0, t_1]$ — время, моменты времени t_0 и t_1 заданы; $f(t, x) : T \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$ и $c(t, x, \theta) : T \times \mathbb{R}^n \times \Theta \rightarrow \mathbb{R}^n$ — заданные n -мерные вектор-функции, $\Theta = \mathbb{R}^k$; $\sigma(t, x) : T \times \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^{n \times s}$ — заданная $(n \times s)$ -мерная матричная функция; $W(t)$ — s -мерный стандартный винеровский процесс; ν — пуассоновская мера на $T \times \Theta$ с характеристической мерой Π , которая определяется неотрицательной функцией $\pi(t, x, \theta) : T \times \mathbb{R}^n \times \Theta \rightarrow \mathbb{R}_+$.

Модели динамических систем вида (1) позволяют описывать многие явления и процессы, которые изучаются в технических науках, в различных областях физики, экономики, финансовой математики и др. Наличие диффузионной (винеровской) и скачкообразной (пуассоновской) компонент дает возможность учитывать непрерывные и импульсные случайные воздействия, действующие на динамическую систему.

Предполагается, что траектории случайного процесса $X(t)$ находятся на гладком многообразии $\mathcal{M} \subset T \times \mathbb{R}^n$, которое задается соотношением $\mathcal{M} = \{(t, x) \in T \times \mathbb{R}^n : M(t, x) = C = \text{const}\}$; начальный вектор состояния X_0 в общем случае является случаем, его распределение задано, $(t_0, X_0) \in \mathcal{M}$.

Как показано в [3, 4], для гладкого многообразия \mathcal{M} существует класс стохастических систем вида (1), для которых $(t, X(t)) \in \mathcal{M}$ с вероятностью 1. Этот класс характеризуется определенной структурой функций $f(t, x)$, $\sigma(t, x)$ и $c(t, x, \theta)$. Таким образом, многообразие, рассматриваемое как множество первых интегралов динамической системы (инвариантов), позволяет построить уравнения этой системы.

Для динамических систем вида (1), траектории которых находятся на гладком многообразии, можно рассматривать те же задачи, что и для динамических систем, на траектории которых не накладывается дополнительных условий. В частности, это задачи анализа, синтеза и фильтрации [1, 2, 5]. Для решения перечисленных задач требуются эффективные методы и алгоритмы моделирования траекторий рассматриваемых динамических систем. Разработка, исследование и апробация таких методов является основной целью представленной работы.

Методы и алгоритмы моделирования траекторий рассматриваемых динамических систем включают: численное решение стохастических дифференциальных уравнений со скачкообразной компонентой и статистическую обработку результатов моделирования. Методы численного решения стохастических дифференциальных уравнений со скачкообразной компонентой базируются на методах решения стохастических дифференциальных уравнений, содержащих только диффузионную компоненту, и методах моделирования пуассоновских потоков, как однородных, так и неоднородных в зависимости от задания конкретной динамической системы [1, 2]. Статистическая обработка результатов моделирования предполагает оценку таких вероятностных характеристик случайного процесса, как функции распределения и плотности вероятности, а также моментных характеристик.

В качестве примера рассмотрим двумерную динамическую систему с вектором состояния $X = [X_1 \ X_2]^T$ ($n = 2$), находящуюся под непрерывными и импульсными случайными воздействиями, траектории которой должны с вероятностью 1 оставаться на гладком многообразии $M(t, x_1, x_2) = x_2 e^{-2x_1} = C = \text{const}$. Уравнения, которым удовлетворяет случайный процесс $X(t) = [X_1(t) \ X_2(t)]^T$, имеют вид

$$\begin{aligned} dX_1(t) &= f_1(t, X_1(t), X_2(t))dt + \sigma_1(t, X_1(t), X_2(t))dW(t) + \\ &+ \int_{\Theta} c_1(t, X_1(t-), X_2(t-), \theta)\nu(dt \times d\theta), \quad X_1(0) = X_{10}, \\ dX_2(t) &= f_2(t, X_1(t), X_2(t))dt + \sigma_2(t, X_1(t), X_2(t))dW(t) + \\ &+ \int_{\Theta} c_2(t, X_1(t-), X_2(t-), \theta)\nu(dt \times d\theta), \quad X_2(0) = X_{20}. \end{aligned}$$

Здесь $t \in T = [0, 5]$, $W(t)$ — скалярный стандартный винеровский процесс ($s = 1$). Коэффициенты в этих уравнениях согласно [3, 4] записываются следующим образом:

$$\begin{aligned} f_1(t, x_1, x_2) &= -\frac{q_1(t, x_1, x_2)}{q_2(t, x_1, x_2) + 2q_3(t, x_1, x_2)x_2} - q_0^2(t, x_1, x_2)e^{-4x_1}, \\ f_2(t, x_1, x_2) &= -\frac{2q_1(t, x_1, x_2)x_2}{q_2(t, x_1, x_2) + 2q_3(t, x_1, x_2)x_2}, \\ \sigma_1(t, x_1, x_2) &= q_0(t, x_1, x_2)e^{-2x_1}, \quad \sigma_2(t, x_1, x_2) = 2x_2q_0(t, x_1, x_2)e^{-2x_1}, \\ c_1(t, x_1, x_2, \theta) &= \frac{1}{2}\ln(2\theta + e^{2x_1}) - x_1, \quad c_2(t, x_1, x_2, \theta) = 2x_2\theta e^{-2x_1}, \end{aligned}$$

где функции $q_0(t, x_1, x_2)$, $q_1(t, x_1, x_2)$, $q_2(t, x_1, x_2)$ и $q_3(t, x_1, x_2)$ могут выбираться произвольным образом, например, чтобы были выполнены условия существования и единственности решения стохастических дифференциальных уравнений.

Далее приведены результаты моделирования. На рисунке слева показаны три выборочные траектории случайного процесса $X(t)$, а справа — их проекции на фазовую плоскость (разрывы фазовой траектории обусловлены наличием скачкообразной компоненты в модели системы). В этом примере расчеты проводились стохастическим методом Эйлера с шагом $h = 10^{-4}$ при $q_0(t, x_1, x_2) = x_1$, $q_1(t, x_1, x_2) = \sin x_1 + \cos x_2$, $q_2(t, x_1, x_2) = 2 + \cos t$ и $q_3(t, x_1, x_2) = 1/x_2$. Начальные данные $X_{10} = X_{20} = 1$, т. е. многообразие задается уравнением $x_2 e^{2-2x_1} = 1$. Пуассоновский поток моделировался с применением определения ординарности и привязкой точек к сетке численного интегрирования стохастических дифференциальных уравнений. Случайная величина θ имеет нормальное распределение с математическим ожиданием 1 и дисперсией 1 ($\Theta = \mathbb{R}$, $k = 1$), интенсивность пуассоновского потока задавалась функцией $\lambda(t, x_1, x_2) = 3\sqrt{x_1^2 + x_2^2}$ (закон распределения θ и интенсивность $\lambda(t, x_1, x_2)$ определяют характеристическую меру Π).

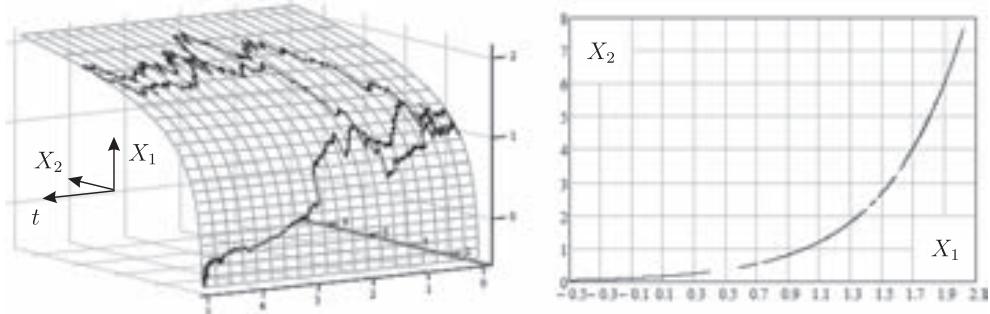


Рис. 1. Результаты моделирования траекторий динамической системы

Моделирование траекторий динамических систем может осуществляться и с помощью других методов численного решения стохастических дифференциальных уравнений и методов моделирования пуассоновских потоков, описанных в [1, 2].

1. Аверина Т. А. Построение алгоритмов статистического моделирования систем со случайной структурой. — Новосибирск: РИЦ НГУ, 2015.
2. Аверина Т. А., Рыбаков К. А. Два метода анализа стохастических систем с пуассоновской составляющей // Дифференциальные уравнения и процессы управления. — 2013. — № 3. — С. 85–116.

3. Карабанская Е. В. Обобщенная формула Ито – Вентцеля для случая нецентрированной пуассоновской меры, стохастический первый интеграл и первый интеграл // Математические труды. — 2014. — Т. 17, №1. — С. 99–122.
4. Карабанская Е. В. Интегральные инварианты стохастических систем и программное управление с вероятностью 1. — Хабаровск: Изд-во Тихоокеанского гос. ун-та, 2015.
5. Рыбаков К. А. Статистические алгоритмы оптимальной фильтрации сигналов в нелинейных диффузионно-скачкообразных стохастических системах // Вестник УГАТУ. — 2016. — Т. 20, №4 (74). — С. 107–113.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНЫХ ПРИСТЕНОЧНЫХ ТЕЧЕНИЙ С ПРОДОЛЬНЫМ ГРАДИЕНТОМ ДАВЛЕНИЯ*

B. A. Алексин

ИПМех РАН, Москва, Россия

На основе моделей турбулентности для низких чисел Рейнольдса исследуются динамические характеристики стационарных пристеночных пограничных слоев вдоль поверхности вплоть до предотрывной области. Метод переноса граничных условий со стенки в поток апробируется для течений с переменным продольным градиентом давления. Изучается влияние параметров набегающего потока с высокой интенсивностью турбулентности на развитие динамических процессов в развитом турбулентном пограничном слое в области торможения потока. Проведено сопоставление расчетных профилей скорости, кинетической энергии турбулентности, коэффициента трения при задании граничных условий как на стенке, так и в потоке с экспериментальными данными.

При обтекании криволинейных профилей местоположение и протяженность перехода зависит почти от всех параметров задачи, в том числе от параметров турбулентности набегающего потока. Переменность градиента давления вдоль поверхности также влияет на изменение локальных параметров турбулентности на внешней границе пограничного слоя, что может сказываться на локальных характеристиках трения и теплообмена на поверхности.

При развитой турбулентности малая толщина ламинарного подслоя по сравнению с пристеночной областью пограничного слоя приводит к резкому изменению характеристик течения и теплообмена в нем, что требует их точного разрешения при численном интегрировании. Для решения этой проблемы и повышения эффективности расчетных алгоритмов во многих практических приложениях применяются либо пристеночные функции, либо пристеночные (промежуточные) условия [1, 2].

При переносе граничных условий со стенки на некоторую промежуточную поверхность в пристеночную область пограничного слоя они представляются в дифференциальной форме как граничные условия Робена или обобщенные пристеночные функции [2]. При этом применяются модели турбулентности для низких чисел Рейнольдса, которые используются во всех областях течения вплоть до стенки.

Результаты расчетов. Для замыкания исходной системы уравнений применяется двухпараметрическая $K-\varepsilon$ -модель турбулентности [3, 4]. При этом изучено влияние точности определения коэффициентов пристеночных условий типа Робена ($u^* = u(0) + F_1[du/d\zeta]^* + \beta$) на изменение профилей скорости от переходной области и до развитого турбулентного режима, и в области торможения потока.

*Работа выполнена при поддержке РФФИ №14-08-00664.

При решении уравнений исходной системы использование приближенного задания коэффициентов F_1 и β в пристеночном граничном условии с разной степенью отражается, согласно результатам расчетов [5, 6], на точность определения коэффициентов трения и теплопередачи. При этом, основное влияние на решение оказывает точность определения члена β , а роль коэффициента F_1 заметно меньше чем β [6].

Воздействие градиента давления с отрицательными и положительными значениями по-разному может отражаться на изменениях профилей скорости и энергии турбулентности в пограничном слое. Так в случае умеренных отрицательных значений градиента давления отмечается только незначительные отклонения расчетного профиля скорости от экспериментальных данных и логарифмического распределения [3]. Для положительных градиентов давления возможны иные варианты изменения профилей скорости в зависимости от его распределения и значений основных параметров развитого турбулентного режима [4].

В области торможения потока возрастающий вниз по потоку положительный градиент давления, воздействуя на пограничный слой, перераспределяет характеристики турбулентности внутри него, в частности, изменяется профиль относительной кинетической энергии $K' = K/u_e^2$ (рис. 1). Из сравнения расчетных профилей $K'(\zeta)$ для сечений $\xi = 2,89, 3,39$ (м): 3, 4 (условия на стенке) и 5, 6 (в потоке) с экспериментальными данными 1, 2 [7] следует, что вниз по потоку максимум величины K' отходит от стенки дальше в пристеночную область с его возрастанием, при этом расчетные профили согласуются между собой.

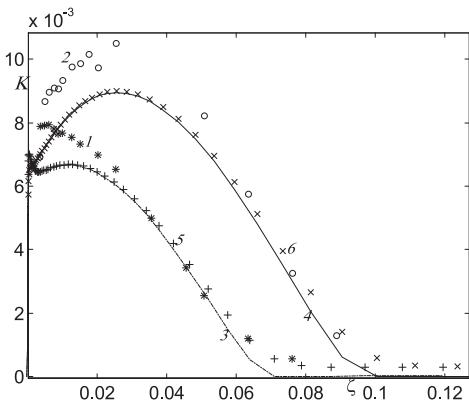


Рис. 1

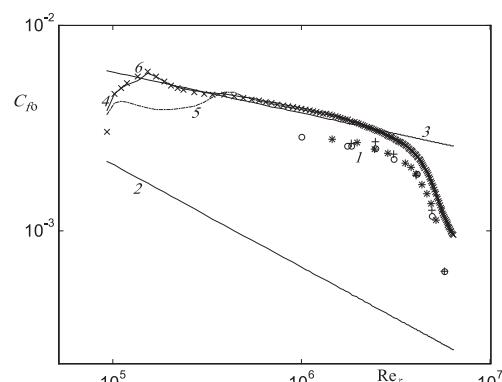


Рис. 2

В области развитого турбулентного течения с ростом локального числа $Re_{\xi 0}$ при дальнейшем воздействии увеличивающегося положительного градиента давления на пограничный слой происходит сначала медленное, затем с нарастающим темпом снижение локального коэффициента трения $C_{f0}(Re_{\xi 0})$ вниз по потоку от эмпирической турбулентной зависимости 3 к ламинарной 2 (рис. 2, где $Re_{\xi 0}$ определено по V_∞ , ξ , а 2, 3 — для нулевого градиента давления). При этом в области близкой к отрыву расчетные величины 4–6 падают с тем же темпом, что и экспериментальные данные 1 [7]. Расчетные значения C_{f0} получены для граничных условий на стенке 4, 5 (для $Tu_\infty = 4,86$ и 2%) и в потоке 6 (4686%) на промежуточной границе. Различия между зависимостями 4 и 6 отмечаются только в начальной области перехода, в области переменного градиента давления они незначительны.

Заключение. Метод переноса граничных условий со стенки в поток на промежуточную границу апробирован для развитого турбулентного пограничного слоя в области торможения потока. Проведено сопоставление расчетных профилей скорости и кинетической энергии турбулентности, коэффициента трения при задании граничных условий как на стенке, так и в потоке с экспериментальными данными. Изучено влияние коэффициентов пристеночных условий на характеристики турбулентного течения в пограничном слое с положительным градиентом давления.

1. Cebeci T., Bradshaw P. Physical and Computational Aspects of Convective heat Transfer. — N.Y.: Springer-Verlag, 1984. — 499 p.
2. Utyuzhnikov S.V. Robin-type wall functions and their numerical implementation // Appl. Numer. Math. — 2008. — V. 58, No. 10. — P. 1521–1533.
3. Алексин В.А. Моделирование влияния параметров потока с высокой интенсивностью турбулентности на нестационарные пограничные слои с продольными градиентами давления // Изв. РАН. МЖГ. — 2008. — №2. — С. 122–136.
4. Алексин В.А. Моделирование влияния параметров набегающего потока на нестационарные пограничные слои с положительными градиентами давления // Изв. РАН. МЖГ. — 2012. — №1. — С. 80–95.
5. Aleksin V.A., Utyuzhnikov S.V. Implementation of near-wall boundary conditions for modeling of boundary layers with free-stream turbulence // App. Math. Mod. — 2014. — V. 38, No. 14. — P. 3591–3606.
6. Алексин В.А. Метод пристеночных условий для исследования течений и теплообмена с высокой интенсивностью турбулентности // Изв. РАН. МЖГ. — 2015. — №3. — С. 114–133.
7. Computation of turbulent boundary layer — 1968 // Proc. AFOSR-IFR-Stanford Conference / Ed. Coles D.E., Hirst E.A. V. 2, Stanford Univ., 1969. — 519 p.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ НЕЛИНЕЙНОЙ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ СИСТЕМЫ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-АЛГЕБРАИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЙ С ЗАПАЗДЫВАЮЩИМ АРГУМЕНТОМ*

М. Н. Афанасьева, Е. Б. Кузнецов

МАИ, Москва, Россия

Рассматривается численное решение нелинейной краевой задачи для системы дифференциально-алгебраических уравнений с запаздывающим аргументом. Систему уравнений можно представить в виде:

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dt} &= f(t, y(t), y(t - \tau), x(t), x(t - \tau)), \quad t \in [a, b], \\ G(t, y(t), y(t - \tau), x(t), x(t - \tau)) &= 0, \end{aligned}$$

краевые условия представим в форме:

$$\begin{aligned} W(\bar{y}(a), y(b), \bar{x}(a), x(b)) &= 0, \\ W(\bar{y}(a), y(b), \bar{x}(a), x(b)): \mathbb{R}^{2s+2r} &\rightarrow \mathbb{R}^s, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \bar{y}(t) &= \varphi(t), \quad t \in [a - \tau, a], \\ \bar{x}(t) &= \psi(t), \quad t \in [a - \tau, a], \end{aligned}$$

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект №16-08-00943).

$y(t) = (y_1(t), y_2(t), \dots, y_s(t))$, $x(t) = (x_1(t), x_2(t), \dots, x_r(t))$ — искомые функции, $\tau > 0$ — аргумент запаздывания, $f: \mathbb{R}^1 \times \mathbb{R}^{2s} \times \mathbb{R}^{2r} \rightarrow \mathbb{R}^s$ — достаточно гладкая функция своих аргументов, $G(t, y(t), y(t - \tau), x(t), x(t - \tau)): \mathbb{R}^1 \times \mathbb{R}^{2s} \times \mathbb{R}^{2r} \rightarrow \mathbb{R}^r$ — недифференциальная составляющая, на множестве $E_0 = \{t \leq a \mid \exists t_1 > a, t_1 - \tau = t\}$ заданы достаточно гладкие функции $\varphi(x)$, $\psi(x)$.

Граничные условия удовлетворяют условиям согласования:

$$\begin{aligned} G(a, y(a), y(a - \tau), x(a), x(a - \tau)) &= 0, \\ G(b, y(b), y(b - \tau), x(b), x(b - \tau)) &= 0. \end{aligned}$$

Решение краевой задачи для дифференциально-алгебраических уравнений без отклоняющегося аргумента рассмотрено в работе [1]. Решение Краевой задачи для системы дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом рассмотрено в [2].

Особую сложность при построении решения задач подобного рода представляют краевые задачи с запаздывающим аргументом, имеющие особенность в виде нескольких возможных решений или являющиеся сингулярно возмущенными.

Задача преобразуется с помощью конечно-разностного представления производных с учетом того, что функции t, y, x являются функциями наилучшего аргумента λ [3]. Для решения преобразованной краевой задачи можно использовать совместно методы решения начальной задачи и методы решения операторного уравнения [4]. Для решения рассматриваемой задачи применяется метод пристрелки (стрельбы), который состоит в сведении краевой задачи к начальной путем ввода параметра пристрелки [5].

Таким образом, задача сводится к нахождению указанного выше параметра. Для этого нужно использовать один из численных методов, предназначенных для решения нелинейных уравнений. Для нахождения параметра пристрелки используется метод Ньютона [6]. Однако при использовании метода Ньютона для сходимости метода нужно удачно выбрать начальное значение, которое должно быть достаточно близко к корню. Для обеспечения данного условия вводится дополнительный параметр μ и для решения преобразованной задачи используется метод продолжения по параметру в форме Лаэя [7]. Однако применение данного метода некорректно в случае, если кривая решений содержит предельные точки. Для корректного отыскания решения, используется метод продолжения по наилучшему параметру ν [7]. Решение в данном случае строится, продвигаясь по последовательности значений введенного наилучшего параметра.

На каждом шаге метода стрельбы при каждом найденном значении параметра пристрелки решается задача Коши. Для решения задачи Коши используется метод Рунге–Кутты четвертого порядка точности.

Особенностью рассматриваемой задачи является наличие запаздывающего аргумента. Если значение $(x - \tau)$ совпадает с узловой точкой, дополнительных вычислений на рассматриваемом этапе решения задачи не требуется. В этом случае в качестве значения функции на предыстории используется уже вычисленное ранее значение функции в данной точке на предыдущих этапах решения задачи. В противном случае для вычисления значения функции в точке запаздывания используется метод интерполяции в форме Лагранжа по трем точкам.

Данный подход позволил найти все возможные решения при решении сингулярно возмущенных уравнений с запаздывающим аргументом, что не всегда удается сделать с помощью других методов решения краевых задач [9].

1. Будкина Е. М., Кузнецов Е. Б. Моделирование технологического процесса производства узлов летательных аппаратов на основе наилучшей параметризации краевой задачи для нелинейных дифференциально-алгебраических уравнений // Вестник Московского авиационного института. — 2016. — Т. 23, №1. — С. 189–196.
2. Афанасьева М. Н., Кузнецов Е. Б. Численный метод решения нелинейной краевой задачи для дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом // Труды МАИ. — 2016. — №88: <http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=70713>.
3. Kuznetsov E. B. Optimal parametrization in numerical construction of curve // Journal of the Franklin Institute. — 2007. — V. 344. — P. 658–671.
4. Красносельский А. М., Вайникко Г. М., Забрейко П. П. и др. Приближенное решение операторных уравнений. — М.: Наука, 1969. — 456 с.
5. Красников С. Д., Кузнецов Е. Б. Параметризация численного решения краевых задач для нелинейных дифференциальных уравнений // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. — 2005. — Т. 45, №12. — С. 2148–2158.
6. Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М. Численные методы. — М.: Наука, 1987. — 600 с.
7. Lahaye M.E. Une metode de resolution d'une catigorie d'ýquations transcendentes // Compt. Rend. Hebdomataires Seances de L'Acad. Sei. — 1934. — V. 198, No. 21. — P. 1840–1842.
8. Шалашилин В. И., Кузнецов Е. Б. Метод продолжения решения по параметру и наилучшая параметризация в прикладной математике и механике. — М.: Эдиториал УРСС, 1999. — 224 с.
9. Афанасьева М. Н., Кузнецов Е. Б. Численный метод решения нелинейной краевой задачи для системы дифференциальных уравнений с запаздывающим аргументом // Материалы XI Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2016), 25–31 мая 2016 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2016. — 600 с. — С. 414–416.

АЛГОРИТМЫ РАСЩЕПЛЕНИЯ В МЕТОДЕ КОНЕЧНЫХ ОБЪЕМОВ ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ЭЙЛЕРА И НАВЬЕ–СТОКСА*

П. В. Бабинцев¹, В. М. Ковеня^{1,2}, М. А. Солдаткин²

¹*ИВТ СО РАН, Новосибирск, Россия; ²НГУ, Новосибирск, Россия*

Для численного решения уравнений Эйлера и Навье–Стокса сжимаемого теплопроводного газа записанных в интегральной форме, предложен класс конечно объемных схем предиктор–корректор, основанных на расщеплении уравнений. На этапе предиктора введено специальное расщепление исходных уравнений по физическим процессам и пространственным направлениям, что позволило свести решение исходной системы к неявному решению отдельных уравнений на дробных шагах. Приведены результаты расчетов задач: о регулярном и нерегулярном отражении скачков в рамках уравнений Эйлера, течение в угловых конфигурациях, осесимметричная задача о обтекании цилиндра с иглой и пространственном обтекании затупленного конуса.

Рассмотрим систему уравнения Навье–Стокса в интегральной форме

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\mathbf{V}} \mathbf{U} d\mathbf{V} + \int_{\mathbf{S}} \mathbf{W} d\mathbf{S} = 0, \quad p = p(\rho, e), \quad e = e(T), \quad (1)$$

*Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (код проекта 17-01-00064а).

где $\mathbf{U} = (\rho, \rho v_1, \rho v_2, \rho v_3, E)^T$, $\mathbf{W} = (\mathbf{W}_1, \mathbf{W}_2, \mathbf{W}_3)$ — вектор искомых функций и матрица потоков, состоящая из векторов $\mathbf{W}_m = (\rho v_m, \rho v_1 v_m + P_1^m, \rho v_2 v_m + P_2^m, \rho v_3 v_m + P_3^m, v_m(E + p) - Q_m)^T$, а

$$\begin{aligned} P_l^m &= \delta_l^m p - \sigma_l^m, \quad E = \rho(e + v^2/2), \quad \sigma_j^i = \delta_j^i \left(\mu' - \frac{2}{3} \mu \right) \operatorname{div} \mathbf{v} + \mu \left(\frac{\partial v_j}{\partial x_i} + \frac{\partial v_i}{\partial x_j} \right), \\ Q_j &= \sum_{l=1}^3 v_l \sigma_j^l + \kappa_0 \frac{\partial T}{\partial x_j}. \end{aligned}$$

\mathbf{V} — замкнутая область, $S = \partial \mathbf{V}$, n — его поверхность и нормаль к ней, κ_0, μ, λ — коэффициенты теплопроводности и вязкости. Для построения экономичных схем перепишем исходные уравнения (1) в виде

$$\frac{\partial}{\partial t} \int_{\mathbf{V}} \mathbf{U} d\mathbf{V} + \sum_{l=1}^2 \oint_{\mathbf{S}} \widetilde{\mathbf{W}}_l d\mathbf{S} = \mathbf{F}, \quad \text{где } \mathbf{F} = \oint_{\mathbf{S}} \mathbf{W} d\mathbf{S} - \oint_{\mathbf{S}} \widetilde{\mathbf{W}}_l d\mathbf{S}. \quad (2)$$

Векторы $\widetilde{\mathbf{W}}_l$ содержат газодинамические члены уравнений и часть диссипативных членов, содержащих производные по нормали к площади грани \mathbf{S} , все остальные члены перенесены в вектор \mathbf{F} . Представим вектор потоков $\mathbf{S} \widetilde{\mathbf{W}}$ в виде расщепления по физическим процессам

$$\begin{aligned} \widetilde{\mathbf{S}\mathbf{W}} &= \sum_{l=1}^2 \mathbf{S} \overline{\mathbf{W}}_l, \quad \mathbf{S} \overline{\mathbf{W}}_1 = (0, pS_1, pS_2, pS_3, (p + \rho e)V - q)^T, \\ &\quad \mathbf{S} \overline{\mathbf{W}}_2 = (\rho V, \rho v_2 V - \tilde{\sigma}_2, \rho v_3 V - \tilde{\sigma}_3, (p + \rho e)V - q, \rho v^2 V/2 - \sigma)^T. \end{aligned} \quad (3)$$

Введем усреднение искомых функций по ячейке ω , аппроксимируем интегральные операторы $\int_{\mathbf{S}} \widetilde{\mathbf{W}}_l d\mathbf{S}$, ($l = 1, 2$) на границах ячеек по формулам:

$$\mathbf{U} = \left(\int_V \mathbf{U} dV \right) / \omega, \quad \int_{\mathbf{S}} \widetilde{\mathbf{W}}_l d\mathbf{S} = \sum_{m=1}^3 \Delta_m (\mathbf{S} \widetilde{\mathbf{W}}_l) = \sum_{m=1}^3 [(\mathbf{S} \mathbf{W})_{m+1/2} + (\mathbf{S} \mathbf{W})_{m-1/2}].$$

Рассмотрим в качестве искомых функций вектор \mathbf{f} и линеаризуем вектор \mathbf{U} и операторы $\widetilde{\mathbf{W}}_{lh}$ относительно него. Тогда $\mathbf{U} = \mathbf{Af}$, $\mathbf{A}^{-1} \widetilde{\mathbf{W}}_{lh} = \bar{\mathbf{B}}_l^{\mathbf{f}} + O(\tau^2)$, $\mathbf{A} = \partial \mathbf{U} / \partial \mathbf{f}$. Для численного решения уравнений (1) рассмотрим конечно-объемную схему предиктор–корректор

$$\begin{aligned} \omega \frac{\mathbf{f}^{n+1/4} - \mathbf{f}^n}{\tau \alpha} + \sum_{m=1}^3 \Delta_m (\mathbf{S} \mathbf{B}_1^n \mathbf{f}^{n+1/4}) &= 0, \quad \omega \frac{\mathbf{f}^{n+1/2} - \mathbf{f}^{n+1/4}}{\tau \alpha} + \sum_{m=1}^3 \Delta_m (\mathbf{S} \mathbf{B}_2^n \mathbf{f}^{n+1/2}) = 0, \\ \frac{\mathbf{U}^{n+1} - \mathbf{U}^n}{\tau} + \sum_{m=1}^3 \Delta_m (\mathbf{S} \mathbf{W}_h^{n+1/2}) &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Она консервативна, нелинейная на этапе предиктора при $\alpha \neq 0$ и аппроксимирует уравнения (1) с порядком $O(\tau^m + h^2)$, где $h = (\omega)^{1/3}$, $m = 2$ при $\alpha = 0,5 + O(\tau)$. Введение расщепления по физическим процессам в форме (3) позволило упростить ее реализацию, сведя решение системы уравнений на этапе предиктора к независимому решению отдельных уравнений, а на этапе корректора к явному вычислению функций на новом временном слое. При введении последующего расщепления операторов по направлениям реализация схемы (4) сводится к скалярным прогонкам

на этапе предиктора и явному вычислению на этапе корректора (см. [1]). Рассмотренный алгоритм является экономичным по числу операций на узел сетки и, как показали расчеты, устойчивым в широком диапазоне параметров сетки.

Апробация алгоритма проведена на решении стационарных и нестационарных задач в приближении уравнений Эйлера и Навье–Стокса. Исследованы течения вязкого и невязкого газа в сужающемся канале при возникновении регулярного и нерегулярного отражений от плоскости симметрии, численно подтвержден эффект существования области двойного решения в определенном диапазоне углов обтекаемого клина. На рис. 1 приведено распределение температура в расчетной области для регулярного и нерегулярного отражения для $M = 3$, $\operatorname{tg}(\alpha) = 0,28$ и $\operatorname{tg}(\alpha) = 0,36$ (б).

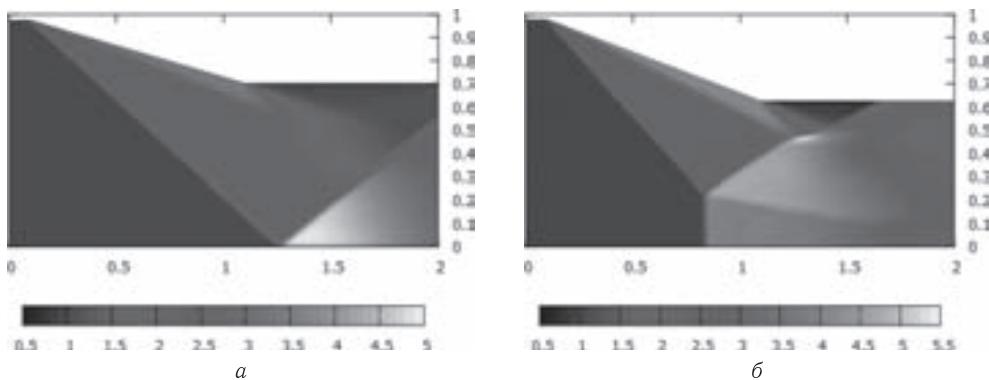


Рис. 1

Исследовано осесимметричное обтекания цилиндра с иглой. Известно, что при стационарных краевых условиях возможно возникновение двух режимов течения: стационарный режим и нестационарный с пульсациями параметров потока и головного скачка уплотнения в зависимости от параметров набегающего потока — чисел Маха и Рейнольдса набегающего потока и формы иглы. На рис. 2 приведены распределения плотности для $M = 6$, $Re = 10^4$ на два момента времени, что иллюстрирует нестационарный колебательный режим течения, реализуемый и в эксперименте [2].

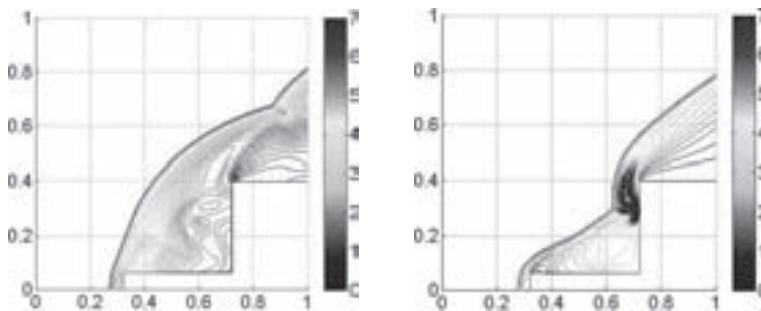


Рис. 2

Проведена апробация алгоритма на решении пространственной задачи в приближении уравнений Эйлера. Тело представляет собой затупленный по сфере конус с углом полурасвора 18° , радиус сферы $r_0 = 1,0$. На рис. 3 приведены распределение

ния полей плотности при установлении для $M = 3,0$ для углов наклона при $\alpha = 0^\circ$ (рис. 3, а) и $\alpha = 10^\circ$ (рис. 3, б). Как видно из рис. 3 ударная волна в центральном сечении отходит от тела на расстояние $\approx 0,5$, значение плотности за ударной волной возрастает до значений $\approx 3,8$, что соответствует из многочисленных расчетов других авторов.

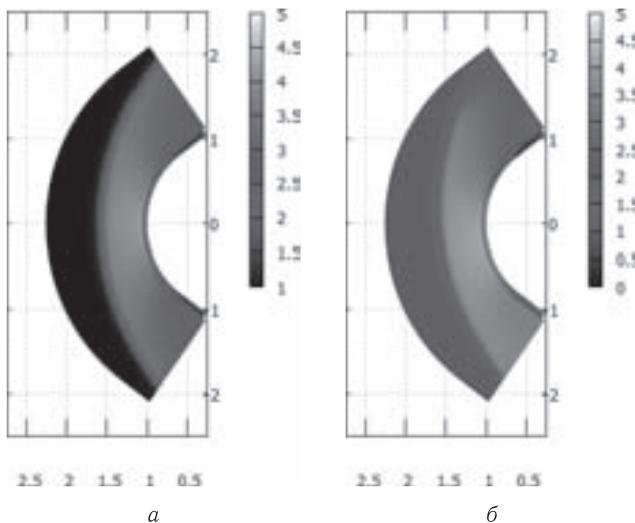


Рис. 3

Проведенные расчеты позволяют сделать вывод о работоспособности и эффективности предложенного алгоритма для расчета стационарных и нестационарных и его достаточной точности.

1. Ковеня В. М., Бабинцев П. В. Алгоритмы расщепления в методе конечных объемов // Вычислительные технологии. — 2015. — Т. 20, № 6. — С. 65–84.
2. Запрягаев В. И., Кавун И. Н. Экспериментальное исследование возвратного течения в передней отрывной области при пульсационном режиме обтекания тела с иглой // ПМТФ. — 2007. — Т. 48, № 4. — С. 30–39.

МЕТОД ПОСТРОЕНИЯ МОДЕЛИ НЕФОРМАЛЬНЫХ ОТНОШЕНИЙ В ГРУППЕ, ОГРАНИЧЕННОЙ ЧИСЛОМ ИНГВЕ–МИЛЛЕРА

C. В. Байков

МГППУ, Москва, Россия

В начале XXI века повсеместная автоматизация производства приводит к сокращению численности персонала. Закономерен вывод — в недалеком будущем в научных сферах и отраслях с развитым инструментарием основная работа будет выполняться группами профессионалов малой численности. Очевидны преимущества малых групп: высокая управляемость, быстрая реакция на события, профессионализм, но, вместе с тем, есть существенные недостатки — сильная зависимость от работы каждого участника, развитые неформальные взаимоотношения, персонификация общения и организации работы.

Из представленных недостатков — неформальные взаимоотношения, играют, пожалуй ведущую роль по следующим причинам.

1. В процессе жизнедеятельности группы подмена профессионального общения неформальным переводит работу в нерегламентированную законами область. От глав групп требуется найти нетривиальные решения для разрешения возникающих конфликтов, которые он не в силах предотвратить и отследить.

2. Наличие скрытой от руководителя формы взаимодействия приводит к порождению неучтенных задач. Не нова ситуация, когда коллега обращается за помощью, а следом за этим, поступает значительное количество официальной работы согласно должностным обязанностям.

Без раскрытия и учета неформальных отношений построение модели и оценка производительности группы не может быть адекватной. В настоящее время ответственность за нивелирование последствий внештатных ситуаций целиком возлагается на руководителя, полагающегося на опыт и интуицию.

Проблема моделирования малых групп осложняется традициями сбора и анализа информации: преимущественно применяются статистические средства как универсальный инструмент для выявления фундаментальных закономерностей. Зачастую подобные традиции не способны предоставить адекватную картину скоротечных или малых по численности явлений. Стремление избежать указанной неадекватности приводит к использованию элементов аппарата логики, предоставляющих структуры непротиворечивых субъективных данных без опоры на количественные характеристики.

Применение аппарата предполагает порождение гипотез о причинных зависимостях, что недостижимо статистическими средствами из-за ограниченной исходной базой фактов социальной действительности.

Предлагаемый метод выявления структуры неформальных отношений метапредметен, содержит элементы социологии, логики и теории графов. На текущем этапе развития применяются элементы экспертной системы. Необходимая информация, собираемая единовременно, включает в себя:

- 1) штатное расписание;
- 2) перечень выполняемых работ;
- 3) информация о необходимых навыках;
- 4) социометрический опрос.

Аккумулированная информация проходит этапы санации, интерпретации, предъявления эксперту, после чего формируются первичные гипотезы о структуре группы. На основании сформированных гипотез выстраиваются гипотезы поведения каждого участника группы и определяются вероятности взаимодействия.

Результат применения метода заключается в предоставлении руководителю информации об организации группы, внутренних процессах, противоречиях, вероятных сценариях поведения и предпочтениях участников групп.

1. George A. M. The Magical Number Seven, Plus or Minus Two: Some Limits on our Capacity for Processing Information. 1956.
2. Андреева Г. М. Социальная психология. — М.: Аспект Пресс, 2008. — С. 149.
3. Байков С. В. Малая группа в условиях потери одного из участников // Моделирование и анализ данных. — 2014. — №1. — С. 91–103.
4. Клини С. К. Введение в метаматематику. — М.: Иностр. литература, 1957. — С. 524.
5. Михеенкова М. А. О логических средствах интеллектуального анализа социологических данных // Искусственный интеллект и принятие решений. — 2010. — №1. — С. 20–32.
6. Мухатдинова О. Р. Построение и анализ социограмм на основе нечеткой логики // Социология: методология, методы, математическое моделирование. — 2000. — №12. — С. 154–172.

ВОПРОСЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ КОНФЛИКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ БОЛЬШИХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ В УСЛОВИЯХ ВЫСОКОЙ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТИ*

В. И. Балута, Ю. И. Нечаев, В. П. Осипов

ИПМ им. М. В. Келдыша, Москва, Россия

Рассматриваются вопросы создания интегрированной платформы «Электронный полигон» (ЭП) математического, информационного и системного моделирования взаимодействия сложных динамических систем на базе суперкомпьютерных технологий [1]. Интегрированная платформа включает имитационные модели конфликтного взаимодействия активных динамических систем (АДС) [2, 3] в условиях высокой неопределенности, а также систему оперативного контроля параметров взаимодействия. Функциональные компоненты платформы реализуют стратегию обработки больших объемов данных (Big Data) [4], режима экстренных вычислений (Urgent Computing – UC) [5], моделирования и динамической визуализации при выработке управлеченческих решений в рамках принципа конкуренции [2].



Рис. 1. Обобщенная структура ЭП виртуального моделирования

Программный комплекс ЭП может функционировать в среде «облачных» вычислений и Grid-технологий [6]. Ядром ЭП является мультимодельный вычислительный комплекс (МВК), представляющий собой интегрированную систему математического и имитационного моделирования, организованную с использованием интеллектуальных технологий и высокопроизводительной обработки информации (рис. 1). Принципы формализации информации, реализуемые в ЭП, позволяют расширить возможности традиционных подходов к выбору и принятию управлеченческих решений. Управляющее ядро ЭП поддерживает функции обработки информации при оперативном контроле возникновения и развития конфликтных ситуаций.

Основными функциональными компонентами, образующими интегрированный комплекс, являются МВК и нечеткая формальная система (НФС), реализующие в

*Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 16-29-09550офи-м).

режиме UC процедуры идентификации, аппроксимации и прогноза в пространстве поведения, а также генерацию альтернатив, выбор предпочтительной вычислительной технологии и выработку управлеченческих решений в пространстве состояний на основе динамической теории катастроф [3].

В ЭП управляемые элементы обладают свойством активности (свободы выбора своего состояния) и стремятся к выбору наилучших траекторий в пространстве состояний (стратегий) при заданных или прогнозируемых значениях управляющих воздействий.

Модель ЭП как АДС задается следующими характеристиками:

$$ADS = \langle s \in S, Str(I, U), G(Str, Dec), Int(F), \\ P(F, E), C(S), I(Dec), U(Dec) \rangle, \quad (1)$$

где $s \in S$ — элементы системы; $Str(I, U)$ — структура системы в виде совокупности информационных и управляющих связей; $G(Str, Dec)$ — порядок функционирования (оценка состояния ОУ, генерация стратегий и выбор решения), $Int(F)$ — интервал функционирования; $P(FE)$ — предпочтения функциональных элементов системы; $C(S)$ — допустимые множества состояний ОУ; $I(Dec)$ — информация на момент принятия решения; $U(Dec)$ — механизмы управления и совокупность правил принятия управлеченческих решений.

Управляющая инфраструктура ЭП обеспечивает решение взаимосвязанных задач при оперативной обработке информации в рамках гибридной архитектуры. Концептуальные решения по интерпретации результатов взаимодействия в критических ситуациях реализуются в режиме UC [5], который обеспечивается с использованием процедур оптимизации в условиях неопределенности. При имитационном моделировании поведения объектов управления используются мультиагентные технологии (multiagent modeling system — MMS) [7].

Реализация технологий MMS позволяет представить модельное отображение особенностей взаимодействия больших систем, имитировать различные цели и сущности взаимодействия, вырабатывать управляющие воздействия в зависимости от динамики развития и достижения целей управления. Последовательность выполнения этих операций обеспечивается путем разработки актуальной модели взаимодействия систем в условиях значительной неопределенности. Решение поставленных задач позволит обеспечить повышение эффективности информационной и аналитической поддержки управлеченческих решений на основе моделирования и визуализации динамики взаимодействия БС на базе суперкомпьютерных технологий. Концептуальные решения, определяющие проблему связности, сложности и устойчивости, направлены на обеспечение принципа адаптируемости, и отражают единую тенденцию — адекватное описание существенных функционально-значимых параметров активного взаимодействия сложных динамических систем.

1. Четверушкин Б. Н. Прикладная математика и проблемы использования высоко-производительных вычислительных систем // Труды МФТИ. — 2011. — Т. 3, №4. — С. 55–67.
2. Нечаев Ю. И. Теория катастроф: современный подход при принятии решений. — С-Пб: Арт. Экспресс, 2012. — 392 с.
3. Балута В. И., Осипов В. П. Яковенко О. Ю. Среда моделирования, прогнозирования и экспертиз как интеллектуальное ядро поддержки управления сложными системами // Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша. 2015. №82. 16 с.
4. Szalay A. Extreme data-intensive scientific computing // Computing in Science & Engineering. — 2011. — Т. 13, №6. — С. 34–41. <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2015-82>.
5. Urgent Computing Workshop 2007. Argonne National Lab, University of Chicago, April 25–26, 2007. [Электронный ресурс]: <http://spruce.teragrid.org/workshop/urgent07.php>.

6. Foster I., Zhao Y., Raicu I., Lu S. Cloud Computing and Grid Computing 360-Degree Compared // Preprint arXiv:0901.0131, 2008 [Электронный ресурс] <http://arxiv.org/ftp/arxiv/papers/0901/0901.0131.pdf>.
7. Klügl F. A validation methodology for agent-based simulations // Proceedings of the 2008 ACM symposium on Applied computing. — ACM, 2008. — С. 39–43.

ПРОГРАММНЫЕ СОЛВЕРЫ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СЕЧЕНИЙ РАССЕЯНИЯ МОЛЕКУЛ ПРИ СТОЛКНОВЕНИЯХ ДЛЯ АНАЛИЗА ГАЗОКИНЕТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В РАЗРЕЖЕННЫХ ГАЗАХ

**А. В. Басалаев^{1,2}, А. П. Потапов³, Е. Л. Остапов², В. В. Рябченков²,
О. К. Шайхатаров², А. В. Сакмаров², Д. О. Михайлов², А. В. Лисенко²**

¹МФТИ, Долгопрудный, Московская обл., Россия; ²НИЦ «Курчатовский институт», Москва, Россия; ³ООО «Параллелз Рисерч», Москва, Россия

В работе представлены программные солверы и численные методы для моделирования и анализа дифференциальных сечений рассеяния молекул разреженного газа для различных потенциалов межмолекулярного взаимодействия, которые необходимы для решения кинетического уравнения Больцмана.



Рис. 1. Блок-схема программы

Моделирование дифференциального сечения рассеяния молекул газа требует учета различных входных параметров, таких как потенциал взаимодействия, относительная скорость столкновения частиц. Для решения данной задачи используется так называемый «брюсовский метод». Целью данной работы является создание

компьютерной программы для расчета дифференциального сечения рассеяния молекул сильно разреженного одноатомного газа Ne при столкновениях при комнатной температуре. Задача трехмерная, частицы сталкиваются при скоростях много меньше релятивистских. Выборка в текущей реализации — 700 тыс. столкновений. Число узлов вокруг углов, в которые рассеиваются частицы — 500 (один угол рассеивания — один узел). Задача моделируется в безразмерных величинах. Моделирование столкновения происходит в системе отсчета, связанной с одной из частиц. Итоговая блок-схема программы представлена на рис. 1. Программа реализована на C++.

Независимо от потенциала взаимодействия частиц и входных параметров, описанных выше, солвер решает последовательно следующие задачи:

1. Установка начального положения частиц друг относительно друга до начала столкновения. При установке предполагается, что частицы не взаимодействуют друг с другом на расстояниях, больших изначально заданной сферы взаимодействия (где потенциал взаимодействия близок к нулю). Постановка движущейся частицы на сфере взаимодействия происходит произвольно (рис. 2).

2. Расчет траектории столкновения. Расчет происходит при учете взаимодействия между частицами на основе потенциалов Леннард–Джонса и Букингема численно методом Эйлера и методом Рунге–Кутты четвертого порядка. Примеры вида рассчитанных программой траекторий приведены на рис. 3 (рассеивающий центр находится в начале координат).

3. Проверка на выполнение З.С.М.Э и З.С.И., и, в случае их невыполнения, пересчет траектории с меньшим шагом по времени.

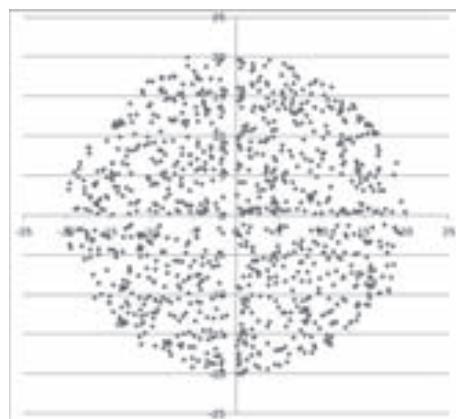


Рис. 2. Постановка частиц

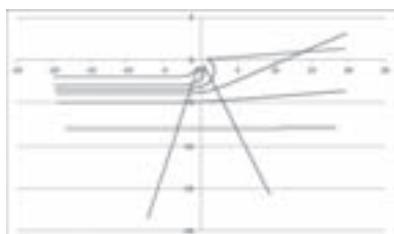


Рис. 3. Траектории движения частиц

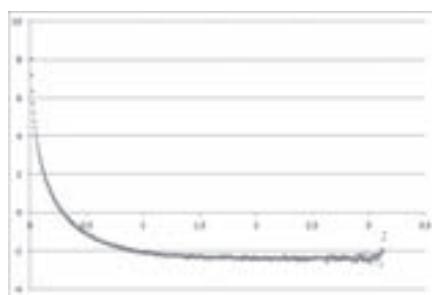


Рис. 4. Итоговые результаты

4. Расчет количества частиц в зависимости от азимутального угла. Для построения зависимости сечения рассеяния от азимутального угла используется неравномерное разбиение оси отклонения на узлы (ближе к нулю увеличивается частота узлов).

5. Построение зависимости логарифма дифференциального сечения рассеяния от угла.

Итоговые результаты зависимости логарифма дифференциального сечения рассеяния от угла представлены ниже ($N = 700000$, потенциал Леннард–Джонса) представлены на рис. 4. Следующие шаги развития программы:

- переработка программы для проведения расчетов для двухатомного газа, молекулы которого представляются жестким ротором;
- автоматизация (увеличение или уменьшение) шага по времени при расчете траектории в зависимости от угла отклонения частицы при двух последовательных итерациях расчета для экономии ресурсов расчета;
- построение зависимости логарифма сечения рассеяния частиц от угла рассеяния и относительной скорости частиц (трехмерный график);
- оптимизация работы программы для увеличения числа молекул в выборке при аналогичных временных затратах на общий расчет;
- построение графиков зависимости сечения рассеяния от азимутального угла в режиме реального времени или с шагом в N мин (N задается пользователем) для получения и обработки промежуточных результатов.

1. *Felix Sharipov, Guilherme Bertoldo. Numerical solution of the linearized Boltzmann equation for an arbitrary intermolecular potential // Journal of Computational Physics.* — 2009. — V. 228. — P. 3345–3357.
2. *Buckingham R. A. The Classical Equation of State of Gasesous Helium, Neon and Argon // Proceedings of the Royal Society of London. Series A, Mathematical and Physical Sciences.* — 1938. — V. 168.
3. *Петров И. Б., Лобанов А. И. Лекции по вычислительной математике: Учебное пособие.* — М.: Интернет-Университет Информационных технологий; БИНОМ. Лаборатория знаний, 2006. — 523 с.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОДАВЛЕНИЯ ЯЧЕЙСТОЙ ДЕТОНАЦИИ ИНЕРТНЫМИ ЧАСТИЦАМИ НА МАКРО И МИКРОУРОВНЯ*

И. А. Бедарев, А. В. Федоров

ИТПМ СО РАН, Новосибирск, Россия

Исследована проблема механики реагирующих гетерогенных сред, связанная с разработкой методов изучения ударно-волновых, взрывных и детонационных явлений в реагирующих смесях газов и микрочастиц. Задача обусловлена вопросами взрыва — и пожаробезопасности, в частности разработкой методов подавления газовой детонации инертными частицами. Известно, что детонационная волна в газовых и гетерогенных горючих смесях имеет ячеистую структуру. Также установлено, что добавление во взрывоопасную смесь инертных частиц способствует подавлению детонации. Изучение взаимодействия детонационных волн и инертных частиц в основном проводится в одномерной постановке и позволяет сделать оценки влияния объемной концентрации, диаметра частиц, их теплофизических свойств на способность ослабления и подавления детонации. Однако неодномерная структура детонационной ячейки, несомненно, оказывает влияние на параметры смеси взрывчатого газа с химически инертными частицами и на предельные характеристики детонации. Таким образом, исследования параметров детонационной волны и оценка размера детонационной ячейки в смесях горючих газов и инертных частиц

*Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (проект №16-19-00010) и РФФИ (проекты №15-08-01947 и 15-08-01723).

представляют научный и практический интерес. Кроме того, представляет интерес при изучении на микроуровне явления подавления детонационных волн, а также инициирования и реинициирования детонации при взаимодействии ударных волн, распространяющихся по горючей смеси, с частицами. Представляется актуальным провести анализ влияния режима обтекания частиц на их сопротивление, тепловую и скоростную релаксацию, динамику воспламенения смеси в рамках моделей турбулентного течений газа. При этом целесообразно рассмотреть различное взаимное расположение частиц относительно набегающего потока.

Таким образом, в настоящей работе взаимодействие детонационной волны с инертными частицами исследуется с помощью двух подходов. С одной стороны, проведено моделирование задачи на макроуровне, когда ячеистая детонационная волна гасится облаком неподвижных микрочастиц. Такая постановка задачи возможна в случае взаимодействия с относительно крупными частицами (диаметром больше 100 мкм), когда за время прохождения детонационной волны скорость и температура частиц меняются не слишком сильно, в пределах 20% от скорости и температуры потока за детонационной волной. Газодинамика процесса моделировалась системой уравнений Навье–Стокса, описывающей движение вязкого сжимаемого теплопроводного газа, с учетом многокомпонентности газовой смеси и химической кинетики. Система дополнялась источниковым членом, учитывающим сопротивление и теплообмен при взаимодействии с неподвижными сферическими частицами. В результате разработана и верифицирована по времени задержки воспламенения и скорости детонационной волны простейшая модель приведенной кинетики для описания детонации водорода в воздухе. Создана методология расчета детонационных течений в ANSYS Fluent с использованием приведенной кинетики. Приведенная кинетика верифицирована по размеру детонационной ячейки в водородовоздушной смеси. Разработана технология расчетов двумерных детонационных течений в системе реагирующая газовая смесь — инертные частицы для анализа вопросов, связанных с подавлением ячеистой детонации. Получены значения объемной концентрации частиц, приводящие к срыву детонационной волны. На рис. 1 представлены результаты моделирования прохождения ячеистой детонационной волны через облако частиц. Приведены поля максимумов давления во времени для объемных концентраций частиц $m_2 = 10^{-4}, 10^{-3}, 10^{-2}$. Для малой объемной концентрации не наблюдается существенного изменения структуры волны. Количество ячеек сохраняется по всей длине облака. Увеличение объемной доли частиц приводит к изменению структуры ячеистой волны и росту величины ячейки. Увеличение объемной концентрации частиц до 10^{-2} приводит к быстрому срыву, гашению детонации и ее вырождение в ударную волну.

Второй частью настоящей работы было изучение на микроуровне взаимодействия детонационной волны с системой частиц для определения влияния режима обтекания на динамику гашения и реинициирования детонации. Использована также математическая модель. Для численной реализации данной математической модели в рамках пакета инженерного анализа ANSYS Fluent с применением решателя 6DOF создана вычислительная технология прямого моделирования скоростной и тепловой динамики массива частиц диаметром от 1 до 100 мкм для описания волновых процессов в реагирующей водородо-воздушной смеси на микроуровне. Для учета столкновений использована модель упругого взаимодействия частиц.

Выполнено моделирование прохождения плоской детонационной волны через решетку неподвижных изотермических частиц. Такая постановка справедлива для частиц с высокой теплоемкостью ($\text{Al}_2\text{O}_3, \text{SiO}_2$) и диаметром порядка 100 мкм. Анализ ударно-волновых конфигураций показал, что в зависимости от поперечного

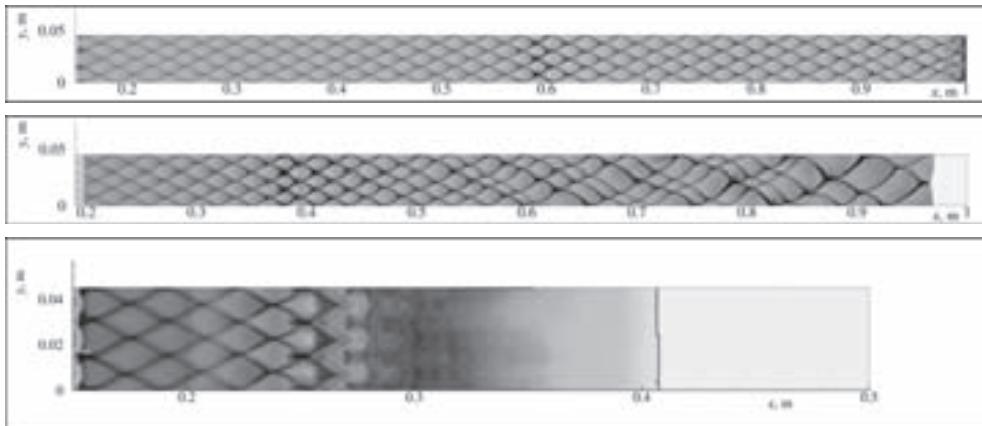


Рис. 1. Поля максимумов давления во времени для объемных концентраций частиц $m_2 = 10^{-4}, 10^{-3}, 10^{-2}$

расстояния между частицами в результате формирования скачков перед частицами в потоке за детонационной волной могут возникнуть различные режимы взаимодействия ударных волн. При малых расстояниях — реализуется коллективная конфигурация ударных волн, которая с увеличением расстояния переходит сначала в маховское, а затем в регулярное взаимодействие. Кроме того, при прохождении волны наблюдается срыв детонации с разделением фронта на ударную волну и волну горения. Для больших продольных расстояний между частицами (малых объемных концентрациях) в дальнейшем волна горения может догнать ударную волну и произойдет реиницирование детонации. При росте объемной концентрации, как и ожидается, возможен полный срыв детонации без реиницирования последней.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДИНАМИКИ РАЗГОНА ОБЪЕКТА ИСПЫТАНИЯ НА УСТАНОВКЕ «РАКЕТНЫЙ РЕЛЬСОВЫЙ ТРЕК» ДО СКОРОСТИ 4М

В. И. Бирюков¹, Г. А. Кушнир²

¹МАИ, Москва, Россия; ²ГКНИПАС, п. Белозерский, Московская обл., Россия

Разработка перспективных гиперзвуковых летательных аппаратов различного назначения является актуальной задачей современности. Двигательной установкой для таких летательных аппаратов может быть гиперзвуковой прямоточный воздушно-реактивный двигатель (ГПВРД). Также возможно применение двигательных установок, выполненных на основе комбинаций ГПВРД с ракетными двигателями твердого топлива, либо с жидкостными ракетными двигателями. Существенным снижением финансовых затрат при исследовании гиперзвуковых ключевых технологий, по нашему мнению, явилось бы проведение предварительных исследований ряда проблем, возникающих у летательных аппаратов при сверхзвуковых скоростях, и отработка новых решений и технологий на основе модельных испытаний на экспериментальной установке «Ракетный рельсовый трек» в ФКП «ГкНИПАС».

В данной работе рассматриваются проблемы, возникающие при создании новых образцов сверхзвуковой и гиперзвуковой авиационной техники, которые могут быть решены модельными высокоскоростными наземными трековыми испытаниями. Выполнено математическое моделирование аэродинамических характеристик летательного аппарата (объекта испытания), размещенного на рельсовой каретке и разгоняемого твердотопливными ракетными двигателями. Сформулирован алгоритм и выполнена программа численных расчетов на Фортране. Методом Рунге–Кутта 4-го порядка решена задача движения тела переменной массы по рельсовому треку с учетом динамических нагрузений. Выполнен анализ влияния суммарной массы каретки с грузом и тяги двигателей на возможность разгона объекта испытания до скорости 4 Маха. Рассмотрены различные сценарии совместного использования РДТТ и ПВРД в целях снижения затрат.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ КРАЕВОЙ ЗАДАЧИ ДЛЯ СМЕШАННЫХ УРАВНЕНИЙ*

Е. М. Будкина, Е. Б. Кузнецов

МАИ, Москва, Россия

1. Введение. Под смешанными уравнениями будем понимать системы уравнений, состоящие из уравнений следующих типов: дифференциально–алгебраических уравнений (ДАУ), интегро-алгебраических уравнений (ИАУ), интегро-дифференциальных уравнений (ИДУ), интегро-дифференциально-алгебраических уравнений (ИДАУ).

Рассматривается краевая задача для смешанных уравнений [1], которую в общем случае можно записать в виде:

$$\Phi_1\left(t, u(t), u'(t), \int_{t_0}^t K_1[\xi, u(\xi)]d\xi\right) = 0, \quad (1.1a)$$

$$\Phi_2\left(t, u(t), \int_{t_0}^t K_2[\xi, u(\xi)]d\xi\right) = 0, \quad (1.1b)$$

$$G(t, u(t)) = 0, \quad (1.1b)$$

$$b(u(t_0), u(T)) = 0, \quad (1.2)$$

$$t \in [t_0, T], \quad u(t) : \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}^N.$$

Здесь вектор-функции $\Phi_1(t, u(t), u'(t), \int_{t_0}^t K_1[\xi, u(\xi)]d\xi)$ и $\Phi_2(t, u(t), \int_{t_0}^t K_2[\xi, u(\xi)]d\xi)$ — в общем случае нелинейные интегро-дифференциальная и интегро-алгебраическая составляющие системы соответственно, вектор-функция $G(t, u(t))$ — алгебраическая составляющая системы, вектор-функция $b(u(t_0), u(T))$ — определяет граничные условия. Требуется найти $u(t)$ на отрезке $t \in [t_0, T]$. В дальнейшем предполагается, что функции F , G , b удовлетворяют при $t \in [0, T]$ таким условиям, для которых решение задачи (1.1)–(1.2) существует.

При отсутствии интеграла задача (1.1)–(1.2) является краевой задачей для системы ДАУ. Численному решению таких систем посвящен ряд работ, например, [2].

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект №16-08-00943).

В работе [3] рассмотрено решение таких задач с помощью метода продолжения по наилучшему параметру. В работе [4] метод продолжения по наилучшему параметру применяется при численном решении краевой задачи для системы ИДАУ вида (1.1а), (1.1в), (1.2).

2. Параметризация задачи. Пусть система (1.1) приводима к нормальному виду. Введем новые переменные, тогда исходная система (1.1)-(1.2) будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \frac{dy}{dt} &= f(t, x, y, z), \quad \frac{dz}{dt} = F(t, x, y, z, \int_{t_0}^t K_1[\xi, x(\xi), y(\xi), z(\xi)]d\xi), \\ \Phi_2\left(t, x, y, z, \int_{t_0}^t K_2[\xi, x(\xi), y(\xi), z(\xi)]d\xi\right) &= 0, \quad G(t, x, y, z) = 0, \\ b(x(t_0), y(t_0), z(t_0), x(T), y(T), z(T)) &= 0, \\ t \in [t_0, T], \quad x(t): \mathbf{R} &\rightarrow \mathbf{R}^k, \quad y(t): \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}^l, \quad z(t): \mathbf{R} \rightarrow \mathbf{R}^m. \end{aligned} \quad (2.1)$$

Здесь $x(t)$ — новая переменная, не имеющая дифференциальной составляющей.

На концах отрезка $t \in [t_0, T]$ должны выполняться условия согласования

$$\begin{cases} G(t_0, x(t_0), y(t_0), z(t_0)) = 0, \\ G(T, x(T), y(T), z(T)) = 0. \end{cases} \quad (2.2)$$

Выполним параметризацию задачи, для этого введем параметр λ — наилучший аргумент [1], которым является длина дуги интегральной кривой задачи, тогда $t = t(\lambda)$, $x = x(\lambda)$, $y = y(\lambda)$, $z = z(\lambda)$.

Перепишем систему (2.1), преобразованную к аргументу λ , в дискретном виде:

$$\begin{aligned} (y^{(i+1)} - y^{(i)}) - f^{(i)}(t^{(i+1)} - t^{(i)}) &= 0, \quad (z^{(i+1)} - z^{(i)}) - F^{(i)}(t^{(i+1)} - t^{(i)}) = 0, \\ \Phi_2\left(t^{(i+1)}, x^{(i+1)}, y^{(i+1)}, z^{(i+1)}, \int_{t_0}^{t^{(i+1)}} K_2[\xi, x(\xi), y(\xi), z(\xi)]d\xi\right) &= 0, \\ G(t^{(i+1)}, x^{(i+1)}, y^{(i+1)}, z^{(i+1)}) &= 0, \\ \sum_{j=1}^k (x_j^{(i+1)} - x_j^{(i)})^2 + \sum_{j=1}^l (y_j^{(i+1)} - y_j^{(i)})^2 + \sum_{j=1}^m (z_j^{(i+1)} - z_j^{(i)})^2 + (t^{(i+1)} - t^{(i)})^2 - \Delta\lambda^2 &= 0, \end{aligned} \quad (2.3)$$

где

$$\begin{aligned} f^{(i)} &= f(t^{(i)}, x^{(i)}, y^{(i)}, z^{(i)}), \quad F^{(i)} = F(t^{(i)}, x^{(i)}, y^{(i)}, z^{(i)}, S^{(i)}), \\ S^{(i)} &= \int_{t_0}^{t^{(i)}} K_1[\xi, u(\xi)]d\xi \approx \frac{1}{2} \sum_{j=1}^i (K_1^{(j)} + K_1^{(j-1)})(t^{(j)} - t^{(j-1)}), \\ \int_{t_0}^{t^{(i+1)}} K_2[\xi, x(\xi), y(\xi), z(\xi)]d\xi &= \frac{1}{2} \sum_{j=1}^{i+1} (K_2^{(j+1)} + K_2^{(j)})(t^{(j+1)} - t^{(j)}), \end{aligned}$$

Таким образом, на каждом шаге по λ получаем систему из $(k + l + m + 1)$ нелинейных уравнений, которая может быть решена каким-либо итерационным численным методом, например методом Ньютона с начальными условиями (1.2). Краевая задача решается методом пристрелки.

3. Численные исследования. Пример. Рассмотрим краевую задачу для системы ИДАУ [5]:

$$\begin{aligned} y'_1 + \sin y_3 - e^t - \sin(\sin t) &= 0, y''_2 + \int_0^t [y'_2(\xi)y_4(\xi)]d\xi - e^{-t}\left(1 + \frac{\cos t - \sin t}{2}\right) + \frac{1}{2} = 0, \\ y_3 + y_1 + e^{y_3} - \sin t - e^t - e^{\sin t} &= 0, \quad y_4 + \int_0^t [y_1(\xi) + y_2(\xi)]d\xi - \cos t - e^t + e^{-t} = 0, \\ y_1(0) = 1, \quad y_2(0) = 1, \quad y_3(1) + y_1(1) &= -e^{y_3(1)} + \sin 1 + e + e^{\sin 1}. \end{aligned} \tag{3.1}$$

Данная задача имеет точное решение: $y_1(t) = e^t$, $y_2(t) = e^{-t}$, $y_3(t) = \sin t$, $y_4(t) = \cos(t)$.

Задача (3.1) решалась при помощи метода дискретного продолжения по параметру (2.3) с постоянным шагом $\Delta\lambda = 0,01$. Преобразованная задача решалась методом стрельбы. Начальные условия для метода стрельбы с учетом условия согласования (2.2): $y_1(0) = 1$, $y_2(0) = 1$, $y_3(0) + y_1(0) = 1$, $y_4(0) = p$, $t(0) = 0$. Границные условия: $y_3(1) + y_1(1) = -e^{y_3(1)} + \sin 1 + e + e^{\sin 1}$, $t(1) = 1$. Среднеквадратичное отклонение вычисленных значений от точного решения составило 0,006.

1. Кузнецов Е. Б. Некоторые приложения метода продолжения решения по наилучшему параметру. — М.: Изд-во МАИ, 2013. — 160 с.
2. Kunkel P., Mehrmann V. Differential-Algebraic Equations. Analysis and Numerical Solution. — European Mathematical Society, 2006.
3. Будкина Е. М., Кузнецов Е. Б. Решение краевых задач для дифференциально-алгебраических уравнений // Материалы XIX международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам. — М.: Изд-во МАИ, 2015. — С. 44–46.
4. Будкина Е. М., Кузнецов Е. Б. Численное решение краевых задач для систем интегро-дифференциально-алгебраических уравнений // Материалы XI международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях. — М.: Изд-во МАИ, 2016. — С. 417–419.
5. Бандурин Н. Г. Численный метод и программа для решения нелинейных интегро-дифференциально-алгебраических уравнений общего вида // Интернет-вестник ВолгГАСУ. Сер. Странит. информатика. — 2010. — Вып. 4(11).

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНЫЕ И РАСЧЕТНЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ТЕМПЕРАТУРНОГО СОСТОЯНИЯ МОДЕЛИ В УСЛОВИЯХ ТЕМПЕРАТУРНЫХ ПУЛЬСАЦИЙ

A. В. Будников, Д. Н. Свешников, Д. Н. Патрушев

АО «ОКБМ Африкантов», Нижний Новгород, Россия

В составе любой реакторной установки найдется несколько десятков единиц оборудования, функционирующего в условиях постоянно действующих пульсаций температур. При длительном воздействии температурных пульсаций в конструкционном материале оборудования могут возникнуть повреждения в виде усталостных трещин, что в конечном итоге может привести к потере его работоспособности.

В связи с этим возникает потребность в оценке влияния температурных пульсаций на ресурсные характеристики элементов, работающих в условиях интенсив-

ного термоциклирования. Очевидно, что самым надежным методом таких оценок являются ресурсные испытания в натурных условиях, но вследствие их высокой стоимости, сложности и длительности, данный метод практически неприменим.

Альтернативой являются расчетные методы, основанные на совместном использовании программ трехмерного теплогидравлического расчета (CFD-программ), программ трехмерного расчета напряженно-деформированного состояния (FEA программ) и программ оценки ресурсных характеристик оборудования. Для внедрения технологии необходимо ее обоснование на основе представительных экспериментальных исследований влияния температурных пульсаций на ресурсные характеристики материалов. Данные эксперименты в АО «ОКБМ Африкантов» проводятся на стенде, конструктивное исполнение которого позволяет организовать принципиально нестационарный и турбулентный характер смешения неизотермических потоков теплоносителя, сопровождающийся пульсациями температур в потоке и, соответственно, на стенке модели.

Специфической особенностью численного моделирования эксперимента является необходимость корректного разрешения процессов смешения потоков в модели и связанного теплообмена теплоносителя с металлом образца. Это возможно только с использованием вихреразрешающих моделей турбулентности CFD-программы, использование которых накладывает существенные требования к вычислительным ресурсам.

В докладе приведены результаты расчетных и экспериментальных исследований, на основе которых разработаны требования к сеточной модели CFD-программы, обеспечивающие корректное моделирование процессов смешения потоков и связанного теплообмена, приведены требования к используемым многопроцессорным вычислительным ресурсам для проведения расчетов.

СТРУКТУРНО-ПАРАМЕТРИЧЕСКАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ КОМБИНИРОВАННЫХ БАЛЛИСТИЧЕСКИХ УСТАНОВОК*

Н. В. Быков^{1,2}, М. С. Товарнов¹

¹МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия; ²ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН, Москва, Россия

Несмотря на существующие проблемы с математическим описанием некоторых аспектов горения порохов и других частных вопросов, в настоящее время прямая задача моделирования баллистических установок с произвольным наполнением сред (комбинированных баллистических установок) во многом решена [1, 2].

В то же время наиболее важной с практической точки зрения является обратная задача, включающая не только определение оптимальных (с точки зрения некоторого критерия) параметров, но и структуры комбинированной установки, под которой понимается последовательность расположения различных сред (таких как пороховой заряд, деформируемые поршни, легкий газ, взрывчатое вещество и другие) в трубе. Задача обычного параметрического синтеза может быть решена различными известными методами, в том числе на основе эволюционных алгоритмов [3].

Хотя параметрический синтез технических и других систем является достаточно хорошо разработанным вопросом, структурно-параметрический синтез преимущественно ограничен на практике оперированием с достаточно простыми

*Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №16-38-0094816 мол-а).

структурными, при этом в любом случае алгоритмы в основном являются сугубо специализированными для данного класса устройств [4]. Основная проблема при решении задач структурно-параметрического синтеза в сложности задания связи структуры и параметров элементов и связей между ними на должном математическом уровне.

Применительно к внутрибаллистическим процессам в комбинированных баллистических установках, структура системы может быть задана следующим образом. Пусть имеется набор сред различных типов, количество которых не превышает некоторого целого заранее заданного числа n (это ограничение не является обязательным), расположенных внутри трубы в произвольном порядке. Геометрия трубы задана функцией радиуса в зависимости от осевой координаты, $r = r(x)$, и является также произвольной монотонно убывающей функцией (для двух- и трехмерных моделей прямых задач ограничение монотонности может быть снято). Таким образом, структура системы формируется при помощи указания последовательности расположения и типов сред и может быть представлена некоторым вектором (n_1, n_2, \dots, n_n) , где n_i — целое число, обозначающее тип среды. Параметры системы для данной структуры включают в себя геометрию трубы, геометрические размеры занимаемых областей, начальные условия внутри этих областей и т. п.

В качестве ограничений выступают прежде всего ограничение на максимальную длину трубы и наибольшее давление, однако дополнительное могут быть введены и другие.

Формирование критерия оптимальности баллистической установки является отдельной задачей. В наиболее простых случаях можно обойтись критерием максимальной дульной скорости метаемого макротела. Такой критерий подходит для лабораторных баллистических установок. В более сложных случаях требуется учет различных факторов — масс используемых веществ, стоимости одного выстрела и других.

Разработанный алгоритм структурного-параметрической оптимизации является в основе своей эволюционным (генетическим) и по методике схож с описываемым в [3], примененным для параметрической оптимизации бикалиберных баллистических установок, за исключением того, что в связи с существенно возрастающим в данном случае объемом вычислений, применена параллельная версия этого алгоритма. В дополнение к имеющимся в алгоритме факторам, в данном случае введена еще случайная генерация структуры.

1. Быков Н. В., Нестеренко Е. А. Математическое моделирование и визуализация внутрикамерных процессов в баллистических установках с гидродинамическим эффектом // Научная визуализация. — 2015. — Т. 7, №1. — С. 65–77.
2. Хоменко Ю. П., Ищенко А. Н., Касимов В. З. Математическое моделирование внутрибаллистических процессов в ствольных системах. — Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1999. — 256 с.
3. Быков Н. В., Зеленцов В. В. Методика проектного синтеза баллистических установок с гидродинамическим эффектом на основе генетического алгоритма // Вестник МГТУ им. Н. Э. Баумана. Сер. Машиностроение. — 2016. — №4. — С. 128–143.
4. Акимов С. В. Анализ проблемы автоматизации структурно-параметрического синтеза // Доклады ТУСУРа. — 2011. — №2(24). — Ч. 2. — С. 204–211.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕМНОГО УЧАСТКА ТРАЕКТОРИИ МЕТЕОРИТНЫХ ФРАГМЕНТОВ*

В. В. Винников¹, М. И. Грицевич^{1,2}, Л. И. Турчак¹

¹*ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН, Москва, Россия; ²УрФУ, Екатеринбург, Россия*

Прохождение метеороидом земной атмосферы, как правило, проходит в два последовательных этапа, а именно: атмосферного входа в виде болида и темного терминального участка траектории. Исключениями являются лишь массивные плотные тела наподобие металлических метеоритов с полностью световой траекторией до поверхности Земли, а также микрометеориты и космическая пыль, теряющие скорость в верхних слоях атмосферы. Обычно, начальный яркий участок траектории считается линейным [1], однако при снижении в плотные слои атмосферы, аэродинамическое сопротивление становится преобладающим фактором в падении скорости метеорита ниже звуковой. Точность оценки темного участка траектории является важной для определения области поисков метеоритных фрагментов. Таким образом, численное моделирование становится наиболее надежным способом определения терминальных участков траекторий.

Для повышения эффективности решения задачи по оценке темного участка траектории принимаются следующие допущения. Во-первых, предполагается, что моделируемый метеороид подвержен дроблению и может представлять собой ансамбль фрагментов при завершении болидного этапа траектории. Во-вторых, в силу большого количества моделируемых фрагментов, достигающего порядков $10^3\text{--}10^4$, рассматривается упрощенная баллистическая модель, в которой фрагменты представляются однородными шарами с заданной плотностью. Уравнения динамики каждого фрагмента описываются системой дифференциальных уравнений, учитывающей силу сопротивления среды и силу гравитации. Для повышения точности модели коэффициент сопротивления рассчитывается по формуле Хендерсона [2]. Свойства атмосферы рассчитываются по модели 1976 U.S. Standard Atmosphere [3], которая достаточна для эндоатмосферных расчетов. Температурная коррекция вязкости воздуха производится по формуле Сазерленда [4]. Ускорение свободного падения и форма Земли моделируются согласно модели WGS84 [5]. С целью более точного представления области рассеивания фрагментов учитывается земной рельеф, моделируемый глобальной спутниковой картой высот GTOPO30 с разрешением 30 угловых секунд. Для моделирования процессов фрагментации используется выражение [6] для порогового давления торможения

$$p_{imp}^* = \sigma_0 m_0^\alpha m_p^\alpha,$$

где m_0 — начальная масса метеороида, $\alpha = 0,25$ — масштабирующий параметр, $\sigma = 0,25$ — средняя статическая прочность материала метеороида. Размеры результирующей пары осколков вычисляются с помощью стохастической модели [6]:

$$\xi \sim R[0; 1], \quad r_{P,1} = \xi r_p, \quad r_{P,2} = (1 - \xi^3)^{1/3} r_p.$$

По представленной модели были проведены расчеты с начальными параметрами, соответствующими Челябинскому метеориту (табл. 1 и 2, [7–9]).

В ходе расчетов прочность метеороида была скорректирована до значения 0,6 МПа, что соответствовало оценке для болида Benesov [6]. В результате численных экспериментов было получено хорошее согласование с реальными данными

*Работа поддержана грантом РФФИ 16-07-01072А.

Таблица 1

Параметр	Значение
Высота, [км]	32,47
Долгота, [$^{\circ}$]	62,06
Широта, [$^{\circ}$]	54,92
Скорость, [км/с]	13,43
Угол входа, [$^{\circ}$]	-16,33
Угол курса, [$^{\circ}$]	271,60

Таблица 2

Параметр	Значение
Начальный диаметр, [м]	18
Начальная масса, [т]	11 000
Плотность, [г/см ³]	3,6
Прочность, [МПа]	10

таких параметров как высота фрагментации, терминальные скорости и максимальные массы фрагментов. Например, вычисленная масса для крупнейшего найденного фрагмента Челябинского метеорита составила 692 кг, а масса фрагмента, обнаруженного в озере Чебаркуль, составила 654 кг.

1. Gritsevich M. I. On a formulation of meteor physics problems // Moscow University Mechanics Bulletin. — 2010. — 65(4). — P. 94–95.
2. Henderson C. B. Drag coefficients of spheres in continuum and rarified flows // AIAA J. — 1976. — 14(6). — P. 707–708.
3. COESA: US Commission/Stand Atmosphere (Compiler), Natl Oceanic & Atmospheric Admin (Collaborator), Natl Aeronautics & Space Admin (Collaborator), United States Air Force (Collaborator). U.S. Standard Atmosphere, 1976 (NOAA Document S/T 76-1562). 1st ed. NOAA, NASA, USAF.
4. Sutherland W. The viscosity of gases and molecular force // Philosophical Magazine. — 1893. — S. 5, 36. — P. 507–531.
5. National Imagery and Mapping Agency Department of Defense World Geodetic System 1984: its definition and relationships with local geodetic systems, 2000 (St. Louis, MO, USA: National Imagery and Mapping Agency TR8350.2.)
6. Artemieva N. A., Shuvalov V. V. Motion of a fragmented meteoroid through the planetary atmosphere // J. of Geophysical Research: Planets. — 2001. — 106(E2). — P. 3297–309.
7. Borovicka J., Spurny P., Shrbeny L. Trajectory and orbit of the Chelyabinsk superbolide // Electronic Telegram No. 3423, Central Bureau for Astronomical Telegrams.
8. Parigini C., Cano J. L., Haya-Ramos R. Preliminary estimation of the footprint and survivability of the Chelyabinsk Meteor fragments // arXiv: 1304.2410v1 — 2013.
9. Kohout T., Gritsevich M., Grokhovsky V., Yakovlev G., Haloda J., Halodova P., Michalik R., Penttilä A., Muinonen K. Mineralogy, reflectance spectra, and physical properties of the Chelyabinsk LL5 chondrite – Insight into shock-induced changes in asteroid regoliths // Icarus. — 2014. — 228. — P. 78–85.

РАЗРАБОТКА ВИРТУАЛЬНОГО ЛАБОРАТОРНОГО СТЕНДА ПО ИССЛЕДОВАНИЮ КПД ПЕРЕДАЧИ «ВИНТ–ГАЙКА»

A. A. Волочкива, А. С. Несмелова, П. А. Тырнов

МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия

На кафедре РЛ5 МГТУ им. Н. Э. Баумана ежегодно проводится лабораторная работа «Исследование КПД винтовой передачи». Реальный стенд требует постоянного обслуживания, находится в эксплуатации долгое время, в результате чего достоверность получаемых экспериментальных данных постоянно снижается. Кроме того, в современной системе образования постоянно увеличивается доля

высокотехнологичных, интерактивных решений, которые делают процесс обучения нагляднее и интереснее. Поэтому была поставлена задача разработки компьютерной модели реальной лабораторной установки и всей лабораторной работы, которая содержит:

- математическую интерактивную модель, разработанную в программе МВТУ 3.7;
- приложение, содержащее наглядную виртуальную 3D модель реального лабораторного стенда, взаимодействующую по протоколу UDP с математической моделью из программы МГТУ;
- методические указания к лабораторной работе, содержащие необходимые теоретические сведения по предмету исследования, порядок выполнения лабораторной работы, образец отчета по результатам работы.

Подобная задача уже решалась с использованием пакета MatLab, и рассмотрена в статье Д. Г. Остапенко, И. А. Мурзина “Моделирование лабораторной работы по курсу ОКП «Исследование КПД прямозубого зубчатого редуктора», но данный метод требует больших вычислительных ресурсов от компьютера. Для решения этой проблемы предлагается использовать другой метод с использованием пакета МВТУ, программы SolidWorks и бесплатного графического движка Irrlicht Engine.

Первым этапом разработки модели было эскизирование деталей реальной установки и их моделирование в среде SOLIDWORKS 2015, для дальнейшего их ис-

пользования при создании виртуальной 3D-модели на графическом движке Irrlicht (рис. 1).

Модель является визуализацией математической модели: гайка движется по винту в реальном времени, количество грузов меняется в зависимости от настроек, выбранных оператором. Для передачи данных, не требующих высокого быстродействия используются текстовые файлы, а движение винта и гайки передается в реальном времени с помощью сетевого протокола UDP.

В среде МВТУ 3.7, являющейся аналогом таких программ, как SIMULINK, VisSim, MATRIXx, была разработана математическая модель (рис. 2) реального лабораторного стенда с использованием основных теоретических и эмпирических формул (рис. 3), описывающих физические процессы, происходящие в винтовой передаче. Также в МВТУ создается пользовательский интерфейс для работы с программой: управление величиной нагрузки, изменение длины плеч, включение виртуальной модели, снятие показаний с виртуальных индикаторов градуировки и нагрузки, ввод градуировочных и экспериментальных данных в таблицы.

Затем была разработана методика проведения лабораторной работы. После получения всех экспериментальных данных строятся графики зависимости КПД установки от величины нагрузки при осевом и эксцентричном нагружении. Результаты, полученные на лабораторном стенде, оказались соответствующими действительности. Программа может использоваться для выполнения лабораторной работы на компьютерном оборудовании.



Рис. 1. 3D-модель виртуального стенда

$$\eta = \eta_{\text{подш}} \frac{A_n}{A_{\text{полн}}} = \eta_{\text{подш}} \frac{\tan \beta}{\tan(\beta + \varphi') + \frac{fd_2 \tan \beta}{2l \sin(\alpha/2)}} = \eta_{\text{подш}} \frac{1}{\tan(\beta + \varphi') + \frac{fd_2 \tan \beta}{2l \sin(\alpha/2)}}$$

— КПД при осевом нагружении

$$\eta = \eta_{\text{подш}} \frac{A_n}{A'_{\text{полн}}} = \eta_{\text{подш}} \frac{\tan \beta}{\frac{\tan(\beta + \varphi')}{\tan \beta} + \frac{fd_2}{2l \sin(\alpha/2)} + \frac{2j \cdot P_2 l_1}{P_3 C \tan \beta}}$$

— КПД при эксцентрическом нагружении

$$\eta = \frac{P \cdot S_1}{2 \cdot \pi \cdot M \cdot \eta_{\text{подш}} \cdot \eta_{\text{ред}}} — \text{экспериментальный КПД}$$

Рис. 2. Основные формулы, использовавшиеся для создания математической модели

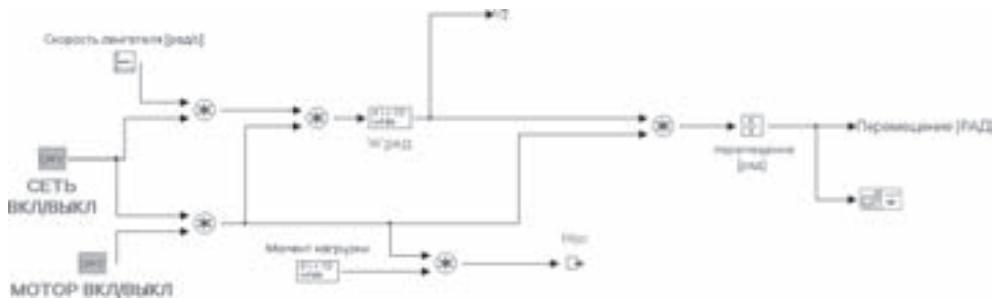


Рис. 3. Математическая модель, разработанная в среде МВТУ

1. Остапенко Д. Г., Мурзин И. А. Моделирование лабораторной работы по курсу ОКП «Исследование КПД прямозубого зубчатого редуктора» // Молодежный научно-технический вестник. МГТУ им. Н. Э. Баумана. Электрон. журн. №10. Режим доступа: <http://sntbul.bmstu.ru/doc/628122.html> (дата обращения 18.03.2013).
2. Сайт <http://mvtu.power.bmstu.ru>.
3. Тарабарин В. Б., Тарабарина З. И. Виртуальный лабораторный практикум по ТММ.
4. Волочкова А. А., Несмелова А. С., Тырнов П. А. Разработка виртуального лабораторного стенда по исследованию КПД передачи «винт–гайка» // Молодежный научно-технический вестник. Электрон. журнал 2015. №11. Режим доступа: <http://sntbul.bmstu.ru/doc/848407.html>.

ПРОГРАММНЫЙ МОДУЛЬ ЧИСЛЕННОГО РАСЧЕТА ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ И ОЦЕНИВАНИЯ ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ ГЕТЕРОГЕННОЙ СРЕДЫ МЕТОДОМ ЭЛЕМЕНТАРНОЙ ЯЧЕЙКИ

Б. А. Гарibyan, Г. А. Меркулов

МАИ, Москва, Россия

Задачи изучения процессов теплопереноса и расчета температурных полей в гетерогенных средах требуют знания их *тепло-физических характеристик* (ТФХ), а значит совершенствования методов не только физических измерений, но и теоретического прогнозирования и оценивания. Современный подход предполагает

комплексное исследование, когда теоретическими методами дается прогноз интересующей ТФХ, который затем уточняется численным моделированием теплового процесса и решением коэффициентной обратной задачи, а затем корректируется экспериментально при минимальном количестве опытов.

Методологической основой теоретического прогноза служит *теория обобщенной проводимости* (ТОП), предполагающая построение идеализированной структуры гетерогенной среды и применение к ней приемов исследования переноса с помощью феноменологического подхода [1]. Разработанный программный модуль действует в составе комплекса программ оценивания характеристик теплопереноса твердых материалов, и предназначен для расчета прогнозных значений *эффективного коэффициента теплопроводности* (ЭКТ) гетерогенных сред методом *элементарной ячейки* (ЭЯ) ТОП. Основная задача модуля — оценивание ЭКТ бинарных и многокомпонентных гетерогенных сред. В первом случае расчет проводится по одной из предлагаемых приближенно-аналитических зависимостей для данного типа ЭЯ, а также численным моделированием теплового процесса и усреднением тепловых потоков внутри ЭЯ [4, 5]. Во втором случае — с помощью дихотомических методов последовательного сведения к бинарной среде, либо самосогласованного метода [1]. Помимо этого, модуль позволяет решать задачи расчета распределения температурного поля внутри ЭЯ и времени установления в ЭЯ квазистационарного теплового режима.

Приложение разработано в кроссплатформенной среде программирования Qt Creator 5.3.2 opensource (MSVC 2010). Математическая и алгоритмическая основы решаемых задач приведены в работе [4]. Для расчета ЭКТ необходимо задать проводимости компонентов, их объемные концентрации (в том числе диапазоном значений), а также базовый тип структуры гетерогенной среды и характер связей между ее компонентами или/и их смесями. В соответствии с принятой классификацией предлагается набор из четырех типов структур с соответствующим характером связи:

- I. Слоистые системы (с ориентацией слоев относительно вектора теплового потока: а) параллельной; б) перпендикулярной).
- II. Системы пронизывающего типа (с ориентацией вытянутого компонента относительно вектора теплового потока: а) параллельной; б) перпендикулярной).
- III. Системы с изолированными изомерными включениями (с матрицей: а) более проводящей; б) менее проводящей).
- IV. Системы с взаимопроникающими компонентами (со скелетом: а) объемным; б) плоским волокнистым).

Численное моделирование нестационарного теплового процесса в рамках ЭЯ бинарной среды проводится экономичным методом дробных шагов Н. Н. Яненко, счетом на установление. Вычисления реализованы маршевым методом по временным слоям вычислительной сетки. Наступление квазистационарного теплового режима отвечает пороговому времени установления t_p , при котором с коэффициентом доверия p (по умолчанию $p = 0,95$) достигается выравнивание теплового потока на верхней грани ЭЯ с заданным тепловым потоком снизу. Расчет ЭКТ ЭЯ бинарной среды проводится по полученной сеточной функции распределения температур двумя способами: на основе формулы, приведенной в работе [2] и на основе так называемого энергетического функционала «действие» [3, 4].

Для получения оценки ЭКТ многокомпонентной гетерогенной среды методом последовательного приведения к бинарной среде, либо самосогласованным методом, необходимо задать типы связей между соответственно всеми парами элементов, либо компонентом и окружающей его смесью. Модуль позволяет также

рассчитывать грубые прикидочные значения ЭКТ по формулам К. Ликтенеккера (K. Lichtenegger) и В. В. Новикова [1], которые не привязаны к структуре смеси. В случае существенно неоднородных смесей эти прикидочные значения могут сильно (на порядок) отличаться от ЭКТ, рассчитанных по алгоритмам упомянутых выше методов.

Взаимодействие с пользователем происходит в диалоговом режиме через интерфейс, предоставляющий возможности выбора решаемой задачи, типа структуры ЭЯ и характера связи компонентов, настройки параметров как ЭЯ, так и решателя и используемых методов усреднения. Результаты решения задач выводятся в отдельном нендиалоговом окне, в виде числовых данных, таблиц и графиков, которые могут быть сохранены на жестком диске компьютера.

С помощью данного программного модуля рассчитаны ЭКТ абстрактных ЭЯ с разными типами структур и при различных концентрациях компонентов, а также ЭКТ некоторых неоднородных материалов [4, 5]: углепластиков, пенополиуретанов (с ячейками закрытого и открытого типов), монодисперсных порошков при сдавливании и др. Результаты численных экспериментов согласовывались с известными приближенно-аналитическими и численными зависимостями, экспериментальными и справочными данными [1].

1. Дульнев Г. Н., Новиков В. В. Процессы переноса в неоднородных средах. — Л.: Энерготомиздат. Ленингр. отделение, 1991. — 248 с.
2. Спирин Г. Г., Ненарков Н. Ю., Лещинский К. Н. Теплопроводность и критерий квазиоднородности дисперсных материалов // ИФЖ. — 1998. — Т. 71, №3. — С. 441–446.
3. Гариян Б. А., Спирин Г. Г. Принцип минимума «действия» в задачах стационарного теплообмена // Научное обозрение. — 2013. — №7. — С. 92–98.
4. Гариян Б. А., Спирин Г. Г. Расчет эффективной теплопроводности авиационных материалов с помощью функционала «действие» // Вестник Московского авиационного института. — 2014. — Т. 21, №4. — С. 168–180.
5. Гариян Б. А., Меркулов Г. А. Численный метод расчета эффективной теплопроводности гетерогенной среды с помощью «действия» // Тез. докл. 42-й Международной конференции «Гагаринские чтения — 2016». — 2016. — Т. 1. — С. 465–466.

ПРОГРАММЫ И МЕТОДЫ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ КИНЕТИЧЕСКОГО УРАВНЕНИЯ БОЛЬЦМАНА НА НЕСТРУКТУРИРОВАННЫХ СЕТКАХ

**М. М. Гаспарян^{1,2}, Ю. Ю. Клосс^{1,2}, М. В. Калинин², А. А. Захаров¹,
А. А. Говорун², М. Б. Федорова², А. А. Бабайлов²**

¹МФТИ, Долгопрудный, Московская обл., Россия;

²НИЦ «Курчатовский институт», Москва, Россия

В работе изучается движение разреженного газа через устройство, которое можно разбить на простейшие элементы неструктурной сетки — призмы, тетраэдры, гексаэдры и пирамиды. Для дискретизации пространства используется генератор сеток GMSH (рис. 1).

Для изучения движения газа была написана программа-солвер, позволяющая решать кинетическое уравнение Больцмана с первым порядком точности по пространству в произвольной геометрии на неструктурной сетке. Решение уравнения Больцмана выполняется с помощью метода расщепления по физическим процессам. Вычисление интеграла столкновений производится с помощью проекционного метода.

Солвер может выполнять вычисления как на одном ядре, что удобно при отладке программы, так и на нескольких ядрах, что используется при выполнении громоздких расчетов. Выполнение кода сразу в нескольких потоках реализовано с помощью технологии MPI (Message Passing Interface) [1].

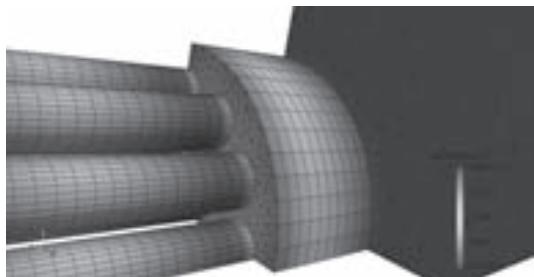


Рис. 1. Пример работы генератора сеток GMSH.
Четверть ячейки насоса Кнудсена

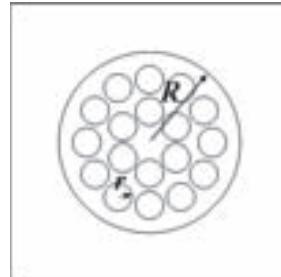


Рис. 2. Ячейка мембранны
из насосов Кнудсена

Для проверки работоспособности программы в работе изучается протекание разреженного газа через мембрану из много-трубочных насосов Кнудсена [2]. Одна ячейка насоса состоит из 18 тонких трубок диаметра 1 дл.св.пр. и длинной 10 дл.св.пр., входящих в широкую трубку диаметра 6,5 дл.св.пр. и длинной 5 дл.св.пр. (дл.св.пр. — длина свободного пробега) (рис. 2). На поверхности узких трубок температура возрастает от T_1 до $T_2 > T_1$, а вдоль широкой трубы падает до T_1 (рис. 3). Эффект теплового скольжения в узких трубках приводит к откачке. Практически, создать установку можно с помощью нескольких слоев диэлектрика с вытравленными каналами, между которыми могут быть вставлены металлические пластины, чтобы создать необходимый градиент температуры.

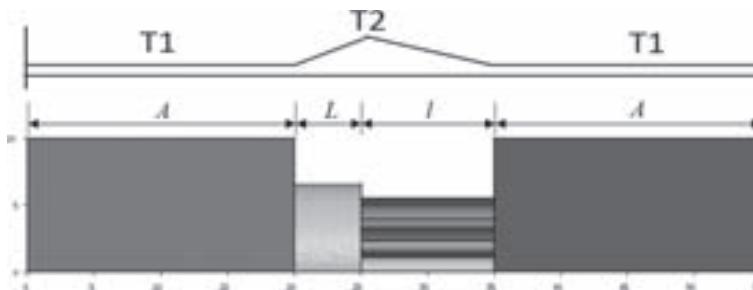


Рис. 3. Градиент температуры в многотрубочном насосе Кнудсена

Расчет течения ведется на основе решения кинетического уравнения Больцмана:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{\vec{p}}{m} \frac{\partial f}{\partial \vec{x}} = \int_0^{\pi} \int_0^{2\pi} \int_0^{\Omega} (f' f'_1 - f f'_1) g \sigma \sin \chi d\chi d\varepsilon d\vec{p}.$$

Интеграл столкновений вычисляется консервативным проекционным методом [3].

Результаты расчетов представлены на рис. 4. Левый график показывает отношение средних по резервуарам давлений в зависимости от времени (номера временного шага) для числа Кнудсена 0,62. Правый график показывает уровень откачки в зависимости от числа Кнудсена для потенциала столкновений твердых сфер

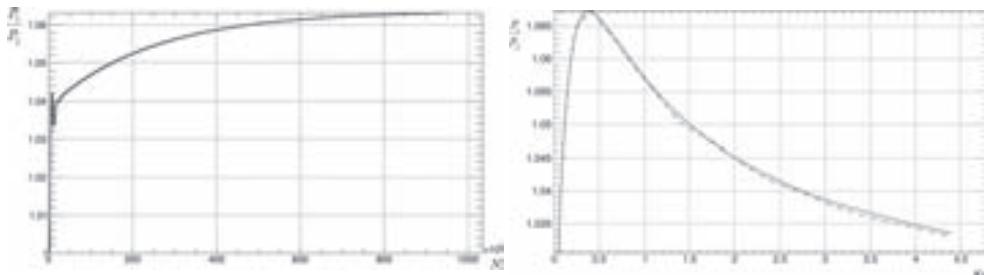


Рис. 4. Результаты расчета

(штрихпунктирная кривая) и для потенциала столкновений Леннарда–Джонса (сплошная кривая). Максимальная откачка достигается при числе Кнудсена 0,4.

1. Клосс Ю.Ю., Мартынов Д.В., Черемисин Ф.Г. Проблемно-моделирующая среда для решения кинетического уравнения Больцмана на тетраэдрических сетках // Вычислительные методы и программирование. — М., 2011. — Т. 12, №1. — С. 220–234.
2. Takata S., Umetsu H. Numerical study on effective configurations of the knudsen pump for separation and compression // AIP Conference Proceedings. — 2011. — V. 1333, No. 1. — P. 998–1003.
3. Черемисин Ф. Г. Решение кинетического уравнения Больцмана для высокоскоростных течений // ЖВМ и МФ. — 2006. — Т. 46, №2. — С. 329–343.

ЧИСЛЕННОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ВЯЗКОСТИ ЭПОКСИД-КОМПОЗИТА НА НАЧАЛЬНОМ ЭТАПЕ ЕГО ФОРМИРОВАНИЯ*

В. Г. Гилев, С. В. Русаков

ПГНИУ, Пермь, Россия

Введение. Полимерные материалы на основе эпоксидных смол, благодаря уникальности своих свойств находят широкое применение, как в технологических процессах, так и при создании различных конструкций на их основе. Они обладают высокими диэлектрическими и прочностными показателями, радиационной стойкостью, что позволяет использовать эти материалы и на земле и в космосе. Разработка таких оболочечных конструкций невозможна без предварительного математического моделирования. При моделировании процесса отверждения эпоксид-композита на основе кинетических уравнений [1] существенную роль играет способ вычисления вязкости жидкой фазы используемой смеси, которая и позволяет количественно оценить ход процесса полимеризации. При этом в соответствующую модель входит начальное значение вязкости, которое может быть определено только экспериментально. К сожалению, в большинстве случаев производители эпоксидных смол и отвердителей к ним приводят значение вязкости только при одной температуре (чаще всего +25 °C и только для одного соотношения долей компонентов смеси, соответствующих стехиометрическому равновесию). С другой стороны, предлагаемый к использованию процесс полимеризации является неизотермическим, а компенсацию уноса части компонент смеси можно обеспечить путем изначального нарушения «равновесных долей» смолы и отвердителя [2].

*Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ №15-01-07946, №16-48-590844.

Таким образом экспериментальное определение «начальной» вязкости в широком диапазоне температур и соотношения долей смолы и отвердителя является весьма актуальной задачей.

Объект исследования и подготовка образцов. В экспериментах использовалась эпоксидная композиция — эпоксидная смола L, отвердитель ЕРН 161 сертифицированные к применению в конструкционных композиционных материалах авиационного назначения. Смесь готовилась в весовом соотношении эпоксидной смолы к отвердителю в необходимых пропорциях. После приготовления смесь тщательно смешивалась в течение 1–2 мин электромеханическим смесителем и дополнительно 1–2 мин в ультразвуковой ванне Digital Ultrasonic Cleaner CD 4820 на частоте 40 кГц. Последняя операция способствует также дегазации смеси. Общее время на подготовку образцов составляло не более 3–4 мин. Такое время подготовки образцов связано с высокой скоростью протекания процессов полимеризации в нормальных условиях и быстрым изменениям свойств композиции после смешения ее компонентов

Реологические измерения проводились на ротационном реометре Physica MCR 501. Этот прибор способен проводить реологические испытания в широком диапазоне постоянных и динамических тестов как в режиме контролируемого напряжения сдвига (CS), так и в режиме контроля скорости сдвига (CR), начиная от измерения кривых течения и заканчивая динамическими анализами сложных жидкостей. Во всех измерениях использовалась система «конус–плита».

Результаты измерений и их анализ. В первой серии экспериментов было произведено измерения вязкости смолы и отвердителя по отдельности в диапазоне температур от 10 до 80 °С, после чего удалось построить эмпирические зависимости: отвердитель — $\eta_0 = 1,277 \cdot 10^{-5} \exp\left(\frac{1120,3}{87,42 + T}\right)$; смола — $\eta_c = 4,512 \cdot 10^{-5} \times \exp\left(\frac{937,6}{72,42 + T}\right)$. При подстановке в эти зависимости температуры в 0 °С, размерность вязкости — Па · с, погрешность аппроксимации не превышает 3%. Полученные данные позволяют рассчитать вязкость нереагирующей смеси, например, по известной формуле:

$$\eta_{\text{раствор}} = \eta_0^{am,0} \cdot \eta_c^{ep,0}. \quad (1)$$

При измерении вязкости смеси, в которой варьировалась объемная концентрация отвердителя, было обнаружено ее заметное увеличение в области близкой к стехиометрическому равновесию (по данным производителя 4:1) (рис. 1).

Объяснить этот эффект удалось с помощью упрощенного варианты кинетической модели [1]:

$$\begin{aligned} \frac{dn_0^{ep}(t)}{dt} &= -(K_{0,0}n_0^{am}(t) + K_{1,0}n_1^{am}(t))n_0^{ep}(t), & \frac{dn_1^{ep}(t)}{dt} &= (K_{0,0}n_0^{am}(t) + K_{1,0}n_1^{am}(t))n_1^{ep}(t), \\ \frac{dn_0^{am}(t)}{dt} &= -(K_{0,0}n_0^{ep}(t) + K_{0,1}n_1^{ep}(t))n_0^{am}(t), & \frac{dn_1^{am}(t)}{dt} &= (K_{0,0}n_0^{ep}(t) + K_{0,1}n_1^{ep}(t))n_1^{am}(t), \end{aligned} \quad (2)$$

$$n_0^{ep}(0) = n_0^{ep,0}, \quad n_1^{ep}(0) = 0, \quad n_0^{am}(0) = n_0^{am,0}, \quad n_1^{am}(0) = 0, \quad (3)$$

где индексом «*ep*» обозначена концентрация смолы, а «*am*» — отвердителя. Для учета изменения вязкости использовалась формула Чонга в виде [1];

$$\eta_{\text{раствора}}(t) = \eta_{\text{раствора}}(0) \left(1 + \frac{1,25\varphi(t)}{1 - \varphi(t)/\varphi_{\max}}\right)^2, \quad \text{где } \varphi(t) = \frac{V_{ep}n_1^{ep}(t) + V_{am}n_1^{am}(t)}{V_{ep}n_0^{ep,0} + V_{am}n_0^{am,0}}.$$

Поскольку для исследуемой смеси не имелось данных по значениям параметров модели, они определялись в результате численного эксперимента с помощью метода наименьших квадратов. Как видно из рис. 1 результаты расчетов хорошо согласуются с экспериментальными данными.

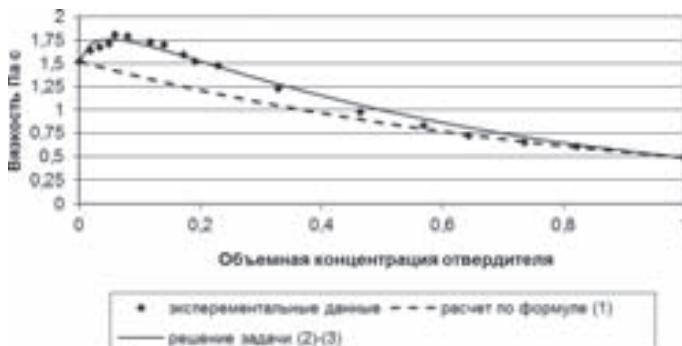


Рис. 1. Результаты измерения и расчетные значения вязкости растворов в зависимости от объемной концентрации отвердителя для температуры, равной 17°C

Таким образом, можно сделать заключение, что обнаруженный эффект действительно является результатом начальной стадии процесса полимеризации и в качестве модельного начального значения вязкости можно использовать результаты применения формулы (1), при условии, что известны вязкости смолы и отвердителя по отдельности.

1. Кондюрин А. В., Комар Л. А., Свистков А. Л. Моделирование кинетики реакции отверждения композиционного материала на основе эпоксидного связующего // Механика композиционных материалов и конструкций. — Рига, 2010. — Т. 16, №4. — С. 597–611.
2. Русаков С. В., Свистков А. Л., Комар Л. А., Кондюрин А. В. Моделирование отверждения эпоксидной смолы в условиях открытого космоса // Материалы XVIII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСПС'2013), 22–31 мая 2013 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2013. — С. 128–130.

ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКАЯ, КОНСЕРВАТИВНАЯ (ХАКО) ФОРМА ЗАКОНОВ СОХРАНЕНИЯ (ЗС) СПЛОШНОЙ СЖИМАЕМОЙ СРЕДЫ И ЕЕ ПРИМЕНЕНИЕ

В. Г. Грудницкий

ГУУ, Москва, Россия

Проблемы, которые имели место в законах сохранения (далее ЗС) сплошной среды длительное время можно сформулировать следующим образом. Законы сохранения сплошной среды, записанные в дифференциальной форме, не имеют смысла на фронтах разрывов. Характеристический тип и консервативность исходных уравнений и вычислительных схем *несовместимы*. В численных исследованиях разрывных течений *отсутствовали* необходимые и достаточные условия устойчивости и монотонности решения. При включении в ЗС любых (как угодно малых) диффузионных эффектов качественно ужесточались параметры необходимых условий устойчивости разностных схем. Применяемые в течение полу века

методы улучшения качества решений, не имеющие обоснований со стороны механики и математики, не обеспечили качества численного решения.

Реальные причины проблем заключаются в принципиальной невозможности использования систем дифференциальных уравнений и методов и моделей их преобразования в характеристическую форму для моделирования разрывных течений.

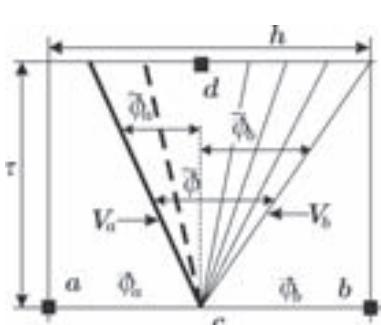


Рис. 1

В наших работах тождественными преобразованиями законов сохранения (ЗС) получена их характеристическая консервативная (ХаКо) форма. При ее выводе, наряду с ЗС массы, импульса и энергии, используются законы механики, в частности,

$$\begin{aligned} \frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{\partial F}{\partial x} &= 0, \\ \varphi^T &= \|\rho, \rho u, \rho E\|, \\ F^T &= \|\rho u, p + \rho u^2, (\rho E + p)u\| \end{aligned} \quad (1)$$

— принцип относительности Галилея. Здесь ρ — плотность, u — скорость, p — давление, E — энергия единицы массы. В конечных разностях, после умножения на τ , система уравнений (1) имеет вид

$$\Delta_t \varphi + (\tau/h) \Delta_x F = 0. \quad (2)$$

Для того чтобы привести (2) к характеристической форме нужно преобразовать величины ΔF к квазилинейному виду относительно величин $\Delta \varphi$ (рис. 1). Для этого достаточно, тождественным способом представить величину ΔF в виде суммы возмущений $\Delta \varphi$

$$\begin{aligned} \Delta_x F &= F_{b(N)} - F_{a(0)} \equiv (F_N - F_{N-1}) + (F_{N-1} - F_{N-2}) + \dots + (F_1 - F_0); \\ V_k &= \left[\frac{F_k - F_{k-1}}{\varphi_k - \varphi_{k-1}} \right]; \quad \Delta_x F = \sum_{k=1}^N V_k (\varphi_k - \varphi_{k-1}). \end{aligned} \quad (3)$$

Принцип Галилея состоит в том, что при изменении скорости наблюдателя на любую величину, скорости реальных (устойчивых) возмущений изменяются на ту же величину

$$V(u+v) = V(u) + v. \quad (4)$$

Для уравнения энергии выражение (4) имеет вид

$$[(\rho e + p + \rho(u+v)^2/2)(u+v)] = (V_3 + v)[\rho e + \rho(u+v)^2]/2. \quad (5)$$

Для устойчивых течений многочлены от v в (5) должны быть равны при любых значениях v . Приравнивая в (5) слагаемые с одинаковыми степенями v , имеем:

$$V_3 = \frac{[u(\rho E + p)]}{[\rho E]} = \frac{[p + \rho u^2]}{[\rho u]} = \frac{[\rho u]}{[\rho]}, \quad V_2 = \frac{[p + \rho u^2]}{[\rho u]} = \frac{[\rho u]}{[\rho]}. \quad (6)$$

Равенства (6) (условия Гюгонио), выполняются для скоростей устойчивых возмущений любой амплитуды, определяются однозначно. ХаКо форма ЗС, полученная из (1), имеет вид (7).

$$\Delta_t \varphi + (\tau/h) \sum_{i=1}^N V_i \Delta(\varphi)_i = 0. \quad (7)$$

Уравнения (7) являются характеристической и одновременно консервативной формой ЗС полученной тождественными преобразованиями ЗС без каких-либо потерь. Аналогично получается XaKo форма для многомерных течений.

Результаты некоторых расчетов проведенных на основе XaKo формы ЗС.

Отметим, что полученные в этих расчетах результаты были признаны лучшими среди результатов, конкурировавших по этой теме групп. Они получили конкретное применение.



Рис. 2. Тестовый расчет сверхзвукового течения в плоском канале с выступом ($M = 2$)

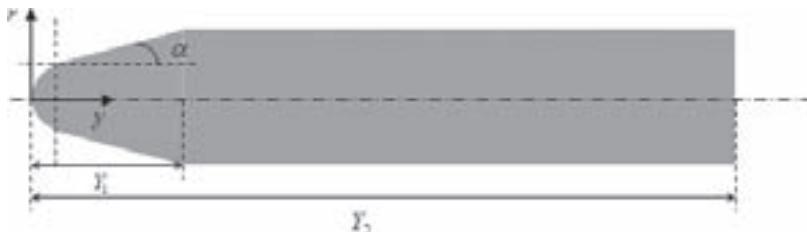


Рис. 3. Форма обтекаемого тела

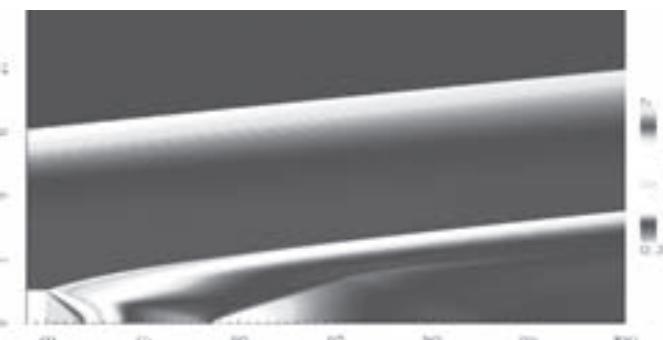


Рис. 4. Часть области донного течения (с учетом струи двигателя). $M = 5$

Схема повышенной точности для одномерного струйного течения. Сетку для расчета разрывных течений XaKo естественно согласовать с геометрией крайних характеристик. Для сохранения послойного характера сетки, при значительном изменении шага по времени на слое, определяется время первого пересечения соседних крайних характеристик. Оно принимается за величину шага по времени для слоя. Ячейки имеют форму неправильных четырехугольников, границы которых совпадают или близки к крайним характеристикам течений распада (рис. 5). Формулы усреднения на границах ячеек для функций φ и потоков F имеют вид

$$h = \sum_{i=1}^3 h_i, \quad \tau = \sum_{i=1}^3 \tau_i, \quad \varphi_c = \frac{\varphi_1 h_1 + \varphi_2 h_2 + \varphi_3 h_3}{h}, \quad F_c = \frac{F_1 \tau_1 + F_2 \tau_2 + F_3 \tau_3}{\tau}. \quad (8)$$

Применение усреднения решения вдоль характеристик учитывает развитие течения в процессе шага более точно, нежели усреднение по координатам.

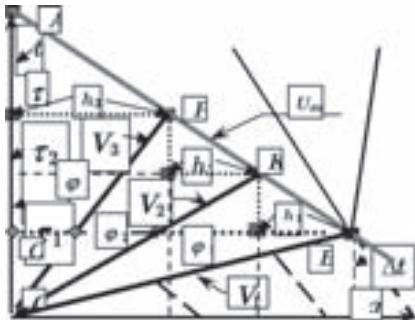


Рис. 5. Характеристическая сетка

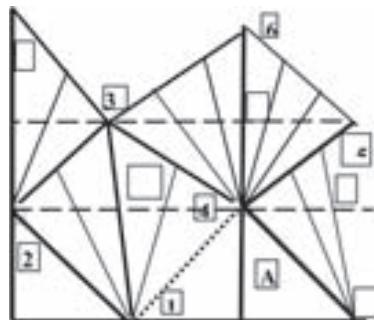


Рис. 6. Усреднение на границе ячейки

Применение ХаКо формы ЗС для повышения точности и устойчивости методов расчета. Хако форма законов сохранения (ЗС) в двумерном нестационарном случае имеет вид

$$\Delta_t(\varphi) + (\tau/h_x) \sum_{i=1}^N U_i \Delta(\varphi)_i + (\tau/h_y) \sum_{k=1}^M V_k \Delta(\varphi)_k = 0. \quad (9)$$

В расчетах двумерных нестационарных течений по схеме С. К. Годунова взаимодействие первичных волн распада, идущих с границ ячейки, начинается не в конце шага по времени (как в одномерном случае), а часто с его начала (заштрихованые области перекрытия волн в углах ячейки, рис. 7). Это обстоятельство меняет

ситуацию с устойчивостью. При развитии течения суммарная площадь двойного перекрытия решения растет и может стать соизмеримой с площадью ячейки. При определении среднего по ячейке значения параметра (делении суммы площадей, занимаемых значениями каждой функции во всех волнах первичного распада, на площадь ячейки) — сумма коэффициентов в формуле усреднения станет больше единицы. Это неустойчивость. Такой дефект, требует значительного снижения шага по времени, что приводит к чрезмерному «размазыванию» численного решения. С этим, по-видимому, связано ограниченное применение этой схемы в двумерных

нестационарных расчетах. Для устранения дефекта нужно рассмотреть взаимодействие в углах ячейки первичных фронтальных волн распада (рис. 7, нижние углы). Достаточно заменить их в области двойного решения течением вторичного распада первичных волн в угловых зонах.

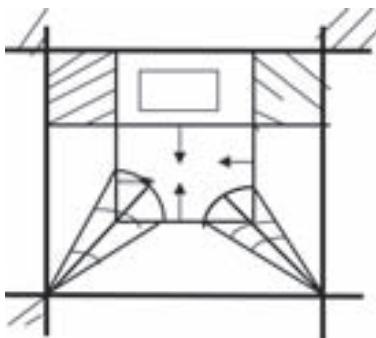


Рис. 7

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УРАВНЕНИЯ АДВЕКЦИИ-ДИФФУЗИИ ПЕРЕНОСА ПРИМЕСИ В ОКЕАНИЧЕСКОЙ СРЕДЕ МЕТОДОМ ЛАГРАНЖЕВЫХ КРУПНЫХ ЧАСТИЦ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ СОВРЕМЕННЫХ ТЕХНОЛОГИЙ ВЫСОКОПРОИЗВОДИТЕЛЬНЫХ ВЫЧИСЛЕНИЙ

Д. В. Дзама, О. С. Сороковикова, Д. В. Благодатских, Д. Г. Асфандияров

ИБРАЭ РАН, Москва, Россия

Доклад посвящен реализации ансамблевого подхода — перебору возможных условий распространения поверхностного загрязнения крупных водных акваторий на основе многолетних рядов данных реанализа, включающих в себя данные о скоростях приповерхностных течений и глубинах слоя перемешивания. Полученные на основе этого подхода результаты моделирования в дальнейшем используются для построения вероятностной картины загрязнения в зависимости от локализации источника загрязнений.

Такой подход для его практической реализации требует проведения большого объема вычислений. Следовательно, возникает необходимость в его оптимизации. Оптимизация достигается за счет разработки более эффективного численного алгоритма решения уравнения адвекции-диффузии и применения современных технологий параллелизации.

Для выбросов в атмосферу наиболее известной моделью, где применяется аналогичный ансамблевый подход, является расчетная 3D-модель SILAM [1, 2]. В основе задействованной в этой модели методики лежит использование многолетних реальных временных рядов метеоданных. В предположении о неизменности параметров источника для всех реализаций ансамбля, для каждого такого метеоряда производится расчет переноса примеси, и для каждой интересующей точки местности производится консервативная оценка максимально возможной концентрации загрязнения путем перебора значений, полученных при каждом расчете. Таким образом, на основе 3D-информации о метеорологии за многие годы дается вероятностная картина загрязнения. Особую актуальность такой подход имеет при попытках оценить последствия длительных выбросов (разрабатывался для моделирования тяжелых аварий с длительностью выброса до нескольких недель), когда в зависимости от момента выброса картина загрязнений абсолютно индивидуальна из-за уникальности смены погодных условий во время выброса.

Описание моделей такого класса применительно к получению оценок загрязнения в океане в доступной литературе отсутствует.

Основными уравнениями, описывающими динамику распространения загрязнения в океане, являются уравнения адвекции-диффузии. В качестве метода их численного решения выбран лагранжевый подход, основанного на представлении всей массы примеси в виде множества частиц, которые испытывают как случайные смещение, обусловленные турбулентной природой переноса в океанических течениях, так и детерминированные смещения за счет процессов адвекции. Выбор данного подхода оправдан тем, что он хорошо описывает распределение загрязнения в областях с высокими градиентами концентрации за счет отсутствия, так называемой, схемной вязкости.

Проведение ансамблевых расчетов, связанных с использованием данных по морским течениям за ряд лет, сопряжено с наличием больших вычислительных затрат. Одним из путей минимизации этих затрат представляется использование

неточечных лагранжевых частиц. Последний заключается в том, что каждая частица представляет собой «облако» конечных размеров специального вида. Недостатком этого подхода применительно к проблеме расчета переноса примеси в морских течениях является то, что взаимодействие этих «облаков» с сильно изрезанной береговой линии может привести к потере точности.

В данной работе приведены результаты тестовых расчетов (рис. 1) по распространению примеси в акватории с сильно изрезанной береговой линией с помощью точечных и неточечных лагранжевых частиц.

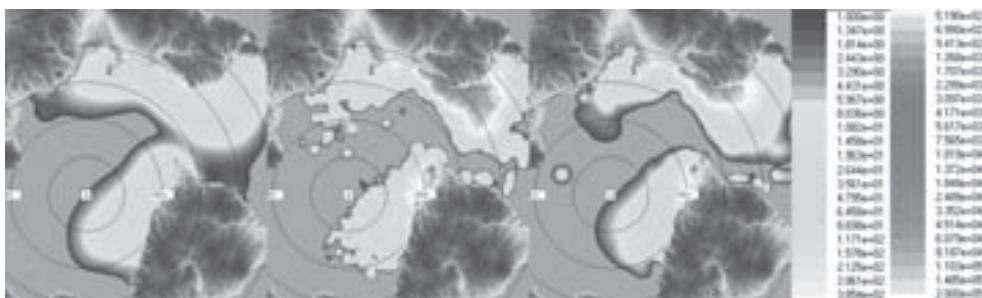


Рис. 1. Расчеты с разными алгоритмами взаимодействия частиц от береговой линии

На рис. 1 продемонстрированы три варианта учета взаимодействия лагранжевых частиц с береговой линией: слева — неточечные лагранжевые частицы, в центре — точечные частицы, справа — неточечные частицы с корректировкой их размера при приближении к берегу.

Таким образом, применяемый в нашей модели новый алгоритм описания взаимодействия неточечной частицы с береговой линией позволяет добиться результата, не уступающего по качеству расчету, требующему на порядок больше времени, с использованием точечных частиц.

Другим путем ускорения проведения ансамблевых расчетов является использование современных технологий распараллеливания. Однако использование данных о морских течениях в виде временных рядов с большой продолжительностью налагает жесткие ограничения на качество используемого генератора псевдослучайных чисел, а именно требуется отсутствие статистической корреляции между различными подпоследовательностями псевдослучайных чисел, генерируемых данным генератором. В докладе будет проведено сравнение качества работы ряда генераторов с помощью различных статистических критериев и тестов. На примере проведения параллельных расчетов с их использованием, сделан вывод об их сравнительной эффективности.

1. Kaasik M., Prank., Sofiev M. Running SILAM model comparatively with ECMWF and HIRLAM meteorological fields: a case study in Lapland / A. Baklanov, A. Mahura, R. Sokhi (eds.) Integrated systems for meso-meteorological grid and chemical transport models. ISBN 978-3-642-13979-6, Springer, 159–166, 2010.
2. Sofiev M., Siljamo P. and et al. A dispersion modelling system SILAM and its evaluation against ETEX data // Atmosph. Environ. — 2006. — V. 40. — P. 674–685.

ПРОГРАММНЫЙ КОМПЛЕКС CSPH & VD³
С АВТОМАТИЧЕСКОЙ БАЛАНСИРОВКОЙ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОЙ НАГРУЗКИ
ДЛЯ ПАРАЛЛЕЛЬНОГО ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ
ВЕЩЕСТВ В ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ СОСТОЯНИЯХ
МЕТОДОМ СГЛАЖЕННЫХ ЧАСТИЦ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ
РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ РИМАНА НА МЕЖЧАСТИЧНЫХ КОНТАКТАХ

М. С. Егорова, С. А. Дьячков, А. Н. Паршиков, В. В. Жаховский

ВНИИА им. Н. Л. Духова, Москва, Россия

Использование бессеточного лагранжевого метода гидродинамики слаженных частиц (SPH) является оптимальным способом моделирования гидродинамических задач, где происходит образование кумулятивных струй, капель, пузырей, вращательных и сдвиговых течений сжимаемых сред, так как методы частиц не требуют отслеживания контактных поверхностей и свободных границ. Использование формулировки SPH с решением задачи Римана (CSPH, контактный SPH [1]) расширяет возможности стандартного метода SPH, позволяя корректно воспроизводить эффекты сжатия-растяжения частиц. Простота формулировки метода способствует прозрачной программной реализации, а ограниченная область межчастичного взаимодействия идеально подходит для эффективной параллелизации кода с декомпозицией по пространству.

Применение известных алгоритмов параллелизации для систем с распределенной памятью (технология MPI), основанных на статической декомпозиции расчетной области, приводит к плохой балансировке вычислительных ресурсов, так как эти алгоритмы не учитывают пространственное перераспределение вещества в рассматриваемых задачах. Для решения этой проблемы мы применили новый для SPH метод декомпозиции по пространству: Voronoi Dynamic Domain Decomposition (VD³) [2]. Исходное название метода (Material Particle Dynamic Domain Decomposition) было изменено в работе над его применением к SPH во избежание конфликта понятий «материальная частица» — «SPH-частица».

Идея предлагаемого [2] метода состоит в следующем. Пусть в расчетной области размещен некоторый образец. В объеме, занимаемом образцом, строится диаграмма Вороного. При заполнении образца SPH-частицами частицы, попавшие в ячейку Вороного k , будут рассчитываться MPI-процессом k на каждом расчетном шаге. Генераторы (центры) ячеек Вороного смещаются на основе информации о движении частиц внутри ячеек и о нагрузке в окружающих ячейках. После смещения центров образуются новые границы ячеек Вороного и некоторые частицы, как правило, находящиеся рядом с границами, могут изменить принадлежность к той или иной ячейке Вороного. С интервалом в несколько шагов данная процедура повторяется.

Алгоритм балансировки определяет корректировку движения центров ячеек Вороного, соответствующих менее загруженным вычислительным ядрам, в сторону более загруженных, что приводит к дополнительному перераспределению частиц между ними и выравниванию нагрузки. Таким образом, уменьшается время ожидания межпроцессорных коммуникаций и, в итоге, уменьшается время всего моделирования. Нагрузка измеряется как отношение времени непосредственного расчета взаимодействия между частицами к полному времени работы на шаг интегрирования, включая время на коммуникации между процессами.

На примере течения вещества с сильными изменениями формы и пространственными неоднородностями плотности (рис. 1) продемонстрирована гораздо более высокая эффективность использования ресурсов программного комплекса

CSPH & VD³, реализующего вышеизложенные идеи, по сравнению со статической декомпозицией (рис. 2, а). Мы также приводим тесты, показывающие сходимость алгоритма VD³ для систем с начальным дисбалансом с количеством частиц до 10^8 , распределенных между 10^3 вычислительных ядер, а также практически идеальное сильное масштабирование (рис. 2, б).



Рис. 1. Распределение плотности в задаче об истечении струи из ударно нагруженного образца с треугольной выемкой с углом раскрытия 90° . Образец из меди имел размеры $40 \times 140 \times 2$ мкм. Начальная конфигурация области показана сверху. В начальный момент времени образец тыльной стороной ударился о жесткую стенку со скоростью 1000 м/с, вследствие чего при прохождении ударной волны по образцу в выемке образовалась кумулятивная струя, распределение плотности которой показано ниже на рисунке. Плотность в точке тем выше, чем темнее цвет в ней. Сетка показывает декомпозицию для 256 процессов

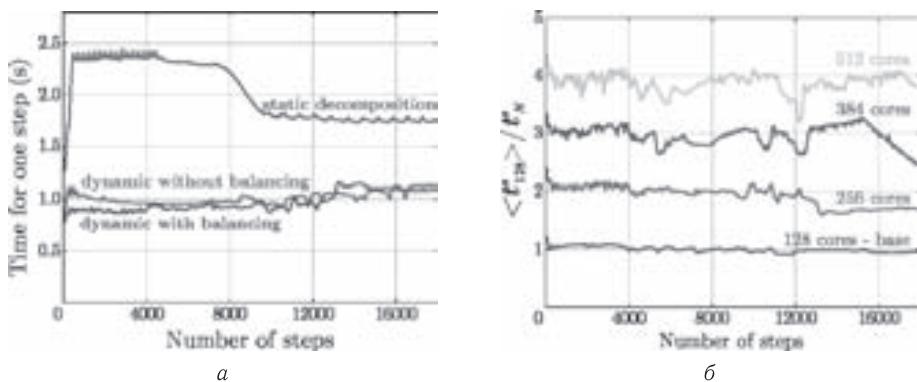


Рис. 2. а) Сравнение времени на шаг для задачи об истечении струи для разного типа декомпозиций. Динамическая декомпозиция по диаграмме Вороного с балансировкой нагрузки показывает меньшее время на шаг, чем статическая и динамическая декомпозиция по Вороному без балансировки нагрузки. Референсное число процессов — 128. б) Динамика шага по времени для задачи об истечении струи. Рисунок показывает, что время на шаг падает практически линейно при выделении большего числа ядер для расчета

С помощью CSPH & VD³ становится возможным получить решение многих фундаментальных и прикладных задач гидродинамики сплошных сред со свободными границами и разрывами сплошности, а также движением веществ с высокой плотностью энергии.

1. Parshikov A. N., Medin S. A. Smoothed particle hydrodynamics using interparticle contact algorithms // Journal of computational physics. — 2002. — V. 180, no. 1. — P. 358–382.
2. A new dynamical domain decomposition method for parallel molecular dynamics simulation / Vasilii Zhakhovskii, Katsunobu Nishihara, Yuko Fukuda et al. // Cluster Computing and the Grid, 2005. CCGrid 2005. IEEE International Symposium on / IEEE. — V. 2. — 2005. — P. 848–854.

ПРИМЕНЕНИЕ СОВМЕСТНОГО МЕТОДА КОНЕЧНЫХ И ГРАНИЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ К РАСЧЕТУ СОБСТВЕННЫХ ЧАСТОТ И ФОРМ КОЛЕБАНИЙ ЛОПАСТИ РАБОЧЕГО КОЛЕСА РАДИАЛЬНО-ОСЕВОЙ ГИДРОТУРБИНЫ

В. П. Золотаревич¹, А. Е. Салиенко², А. И. Фрумен³, Н. В. Югов⁴

¹Университет ИТМО, Санкт-Петербург, Россия; ²ОАО «Тяжмаш», Сызрань, Россия;

³СПбГМТУ, Санкт-Петербург, Россия;

⁴ООО «ТГР Инжениринг», Санкт-Петербург, Россия

В последнее время при модернизации ГЭС выдвигаются повышенные требования к энергетическим характеристикам проточной части гидротурбин. Это приводит к таким конструкционным решениям, которые требует дополнительных исследований в области резонансной вибрации гидроагрегата.

В работе приведено построение физико-математической модели лопасти рабочего колеса радиально-осевой гидротурбины для расчета собственных частот и форм колебаний с учетом влияния жидкости. Расчетные исследования по анализу собственных частот и форм колебаний лопасти были выполнены на основе применения совместного метода конечных и граничных элементов.

Для расчета собственных частот и форм колебаний конструкции в воде необходимо решить следующую задачу на поиск собственных значений:

$$(K - \omega^2(M + M_a(\omega)))U = 0, \quad (1)$$

где K и M — матрицы жесткости и масс конструкции, M_a — матрица присоединенных масс, которая формируется на основе применения МГЭ. В процессе расчетов матрица присоединенных масс вычисляется для заданной частоты ω_a .

Искомый вектор U можно искать в виде суперпозиции форм колебаний «сухой» конструкции:

$$U = \Psi\xi, \quad (2)$$

где Ψ — матрица собственных форм колебаний, полученная на основе применения МКЭ, ξ — вектор вкладов собственных форм «сухой» конструкции в форму колебаний конструкции в «воде». Подставляя (2) в (1) и умножая слева на транспонированную матрицу «сухих» форм колебаний получаем:

$$(\Psi^T K \Psi - \omega^2 (\Psi^T M \Psi + \Psi^T M_a(\omega_a) \Psi))\xi = 0. \quad (3)$$

Если принять, что «сухие» собственные формы нормированы на матрицу масс, т. е. выполняются следующие соотношения:

$$\Psi^T M \Psi = I, \quad \Psi^T K \Psi = \Omega^2, \quad (4)$$

где I — единичная матрица, Ω — диагональная матрица собственных частот, то уравнение (3) упрощается и его можно записать в виде::

$$(\Omega^2 - \omega^2(I + \Psi^T M_a(\omega_a) \Psi))\xi = 0. \quad (5)$$

Таким образом, при вычислении собственных частот и форм колебаний конструкции, определяется вектор вкладов ξ «сухих» форм колебаний в форму коле-

баний смоченной поверхности. Это позволяет установить связь «сухих» форм колебаний и форм колебаний погруженной конструкции. Можно считать, что «сухая» форма колебаний, которая дает максимальный вклад в форму колебаний погруженной конструкции, будет определяющей для этой формы, а собственная частота погруженной конструкции для этой форме колебаний будет соответствовать соответствующей собственной частоте «сухой» конструкции.

Разработанный аппарат был применен для анализа причин разрушения рабочего колеса радиально-осевой турбины одной из модернизированных ГЭС.

Выполнены расчетные исследования собственных частот и форм колебаний изолированной лопасти рабочего колеса и рабочего колеса в целом в воздухе. На основе расчетов собственных частот и форм колебаний лопасти рабочего колеса в воде определены коэффициенты пересчета отношения собственных частот в воде по отношению к собственным частотам в воздухе для идентичных мод колебаний колеса в целом. На основе эксплуатационных данных турбины, определены оборотно-лопаточные и оборотно-лопастные частоты возмущающих сил, а также диапазон частот гидродинамических воздействий от вихрей Кармана.

Следует отметить, что частоты первого и второго тона лопасти, в случае расчета полного колеса, оказались ниже соответствующих частот лопасти, полученных в предположении жесткой заделки нижнего обода. Таким образом, предположение о жесткой заделке лопасти вблизи нижнего обода рабочего колеса не является вполне корректным и требует учета на границе с ободом конечной жесткости или величины механического сопротивления.

Оценка собственных частот колебаний рабочего колеса в «воде» была выполнена на основе анализа данных предыдущих расчетов и имеющегося опыта, в связи с тем, что многократные скачки угла нормалей к поверхности при переходе от лицевых поверхностей к боковым и тыльным поверхностям лопастей, а также к поверхностям обода и ступице в МГЭ могут дать непредсказуемые погрешности. Для крутильной, первой лопастной и остальных мод колебаний был взят коэффициент 0,51, для второй лопастной формы колебаний коэффициент был взят 0,56. Значения этих коэффициентов получены на основе исследования собственных частот лопасти рабочего колеса.

Сравнение имеющихся экспериментальных данных вибрации на подшипнике рабочего колеса с результатами расчета собственных частот рабочего колеса в воде показывал, что имеются значительные уровни вибрации на частотах 50 Гц, 60 Гц, 125 Гц и 160 Гц. Пик экспериментальных данных по вибрации на частоте 62,5 Гц является весьма значительным и определяется крутильной формой колебаний обода колеса на лопастях рабочего колеса. На частоте 125 Гц наблюдается совпадение первого тона собственных колебаний лопасти с первой оборотно-лопаточной частотой возбуждения. Также значительным является пик вибрации подшипника в районе 170 Гц, в котором лежат частоты второго тона собственных колебаний лопастей рабочего колеса совместно с ободом (168–175 Гц), что также совпадает с частотами воздействия вихрей Кармана, которые сходят с задней кромки лопастей рабочего колеса.

Сравнение собственных частот рабочего колеса в «воде» и спектра частот возбуждающих динамических сил показало, что критическое возникновение резонансных колебаний в результате совпадения собственных частот рабочего колеса с оборотными частотами возмущающих сил определяет характеристики прочности колеса, лопастей и характер их разрушения. Таким образом, можно утверждать, что силовые воздействия от оборотных сил внесли решающий вклад в разрушение колеса.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ УСЛОВНЫХ ЦЕПНЫХ ТЕРМОДИНАМИКО-МЕХАНИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ В РЕШЕНИИ ФИЗИКО-ХИМИЧЕСКИХ И ТЕХНИКО-ЭКОНОМИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

Б. М. Каганович, М. С. Зароднюк, С. В. Якшин

ИСЭМ СО РАН, Иркутск, Россия

Стремительное развитие вычислительных техники и математики и научно-технический прогресс в целом ведут к резкому усложнению решаемых научных и инженерных задач. Это делает все более актуальной проблему максимально возможного упрощения используемых математических моделей. Прекрасным примером такого упрощения стало формализованное описание теплообмена с помощью условной модели — теплорода. Важным направлением в создании простых моделей явилось описание движения реальных или условных сплошных сред в реальном или условном одномерном пространстве переменных, представляющем многоконтурную цепь или дерево. Сплошную среду можно охарактеризовать как обобщение понятия теплорода. Неоценимый вклад в развитие данного направления внесли: Кирхгоф (определение распределения тока в плоской пластине с помощью условной цепной модели параллельного движения положительно и отрицательно заряженных жидкостей) [1]; Эйнштейн (решение задачи распределения частот в электромагнитном поле на основе модели движущейся смеси условных газов с мольными энергиями, пропорциональными постоянной Планка) [2]; Канторович (оптимизация железнодорожных и автомобильных грузопотоков, представляемых потоками сплошной среды) [3]; Горбань (оценка возможных концентраций продуктов химических реакций на термодинамическом дереве) [4] и другие выдающиеся ученые.

В ИСЭМ одномерное графическое моделирование в значительной мере развивалось на основе совместного использования положений классической равновесной термодинамики и заложенной В. Я. Хасилевым теории гидравлических цепей [5]. Совмещение позволило одновременно использовать достоинства термодинамического (владание множествами допустимых решений свойствами инвариантных многообразий) и одномерного (потенциальность и равновесность) пространств переменных. Отмеченный методический подход уже нашел применение в решении ряда задач [6–9]. В анализе загрязнения атмосферы с его помощью удалось решить отмечаемую метеорологами проблему «принципиальной неприменимости» термодинамики в атмосферной химии, объясняемую низкой скоростью реакций и недостатимостью конечного равновесия. Созданная в ИСЭМ модель экстремальных промежуточных состояний (МЭПС) [6], позволяющая рассматривать все достижимое множество частичных равновесий, устранила эти трудности. Выявившаяся при использовании цепных моделей возможность отыскивать механизмы химических процессов подсказала способ решения задач оптимального выбора катализаторов. Интересные результаты были получены в ходе анализа на условной гидравлической цепи воздействия крупной ветроэнергетической установки (ВЭУ) (мощностью 500–1000 мВт) на физико-химические процессы в атмосфере. Выяснилось, что резкие изменения нагрузки ветряной электростанции вызывают изменения давления воздуха более 5 мм.рт.ст, а это сильно сказывается на образовании капель конденсата, на поверхности которых растворяются вредные вещества. Соответственно меняется режим выпадения вредных осадков. Отсюда следует необходимость проведения серьезного экологического анализа при решении вопросов развития ветроэнергетики, которая считалась абсолютно чистой.

Накопленный опыт термодинамико-цепного моделирования привел к постановке двух новых интересных задач. Первая из них подсказана успешным анализом

воздействия на природу ВЭУ и связана с построением более сложной модели, предназначеннной для расчета: распределения воздушных потоков в атмосфере; процессов образования, распространения, превращений и выпадения в виде осадков антропогенных загрязнителей в крупных промышленных и энергетических узлах и регионах. Понятно, что эта модель должна включать термодинамические блоки. При оценке масштабов загрязнения нужно учитывать воздействия как непосредственных источников «грязи» (тепловых электростанций, котельных, промышленных предприятий, транспорта), так и косвенных (гидроэлектростанций и ВЭУ, влияющих на влажность воздуха и следовательно на размеры и чистоту выпадающих осадков). Вторая задача заключается в едином моделировании транспорта энергии и энергоносителей в крупных энергетических системах, осуществляемого различными способами: электросетевым, трубопроводным, железнодорожным, автомобильным, и возможно, некоторыми другими. Единую оптимизационную модель такого разнородного перемещения «сплошной среды» предполагается представить в виде цепи, отдельные ветви которой отображают пути, проходимые на отдельных стадиях составляющих суммарное движение процессов. Конечно, создание подобной модели никоим образом не означает отказ от использования специальных моделей электрических сетей; систем тепло-, нефте- и газоснабжения; железнодорожных перевозок. Но общие модели необходимы для выявления взаимосвязей между решениями частных задач и поиска способов согласования различных требований к экономичности, надежности, экологичности и управляемости моделируемых систем. Решение обеих поставленных задач связано с большими трудностями. Следует выбрать целевую функцию и уравнения, входящие в системы ограничений; выполнить анализ математических особенностей полученной модели, характера возможных результатов вычислительных экспериментов, условий сходимости используемого метода их проведения; оценить диапазон погрешности расчетов. Успешное преодоление возникающих трудностей в цепном термодинамико-механическом моделировании, бесспорно, существенно расширит область приложений равновесной термодинамики в прикладных исследованиях.

1. Кирхгоф Г. Р. Работы по электрическому току в проводящих средах // Избранные труды. — М.: Наука, 1988. — 428 с.
2. Эйнштейн А. К квантовой теории // Собр. науч. тр. — М.: Наука, 1966. — Т. 3. — С. 328–335.
3. Юбилейный выпуск к 100-летию со дня рождения Л. В. Канторовича: Избранные труды / Под ред. и с предисл. Ю. С. Попова. — М.: ЛЕНАНД, 2012. — 186 с.
4. Горбань А. Н. Обход равновесия: Уравнения химической кинетики и их термодинамический анализ. — Новосибирск: Наука, 1984. — 226 с.
5. Виктор Яковлевич Хасилев: Воспоминания о жизни и деятельности. Научное наследие. — Рос. акад. наук, Сиб. отд-ние, ИСЭМ. — Новосибирск: Акад. изд-во «Гео», 2012. — 382 с.
6. Горбань А. Н., Каганович Б. М., Филиппов С. П. Термодинамические равновесия и экстремумы: Анализ областей достижимости и частичных равновесий в физико-химических и технических системах. — Новосибирск: Наука, 2001. — 296 с.
7. Kaganovich B. M., Keiko A. V., Shamansky V. A. Equilibrium Thermodynamic Modeling of Dissipative Macroscopic Systems // Advances in Chemical Engineering. V. 39. Thermodynamics and kinetics of complex systems. Chapter 1. — Elsevier, 2010. — P. 1–74.
8. Kaganovich B. M., Keiko A. V., Shamansky V. A., Zarodnyuk M. S. On the Interrelations Between Kinetics and Thermodynamics as the Theories of Trajectories and States // Chemical Kinetics. — Rijeka: Intech, 2012. — P. 31–60.
9. Каганович Б. М. Равновесная термодинамика. Проблемы и перспективы. Вторая редакция. — Saarbrücken: LAP Lambert Academic Publishing/ 2015. — 239 с.

МЕТОДОЛОГИЯ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ИДЕНТИФИКАЦИИ КОМПОНЕНТОВ ТЕНЗОРА ТЕПЛОПРОВОДНОСТИ АНИЗОТРОПНЫХ МАТЕРИАЛОВ С УЧЕТОМ РЕГУЛЯРИЗИРУЮЩЕГО ФУНКЦИОНАЛА*

С. А. Колесник, В. Ф. Формалев, И. А. Селин

МАИ, Москва, Россия

В работе предлагается методология численного решения задач идентификации нелинейного теплопереноса в анизотропных материалах, используемых в качестве теплозащитных при аэрогазодинамическом нагреве гиперзвуковых летательных аппаратов (ЛА). Основными характеристиками анизотропных теплозащитных материалов при высоких температурах являются нелинейные компоненты тензора теплопроводности (зависящие от температуры), которые необходимо восстановить по результатам экспериментальных замеров температур в пространственно-временных узлах. Методология включает в себя метод параметрической идентификации, численные методы решения прямых задач анизотропной теплопроводности, неявный метод градиентного спуска и метод регуляризации по А. Н. Тихонову.

Используя метод параметрической идентификации, компоненты тензора теплопроводности представляются в виде линейной комбинации базисных ортогональных функций. При этом задача сводится к определению коэффициентов линейной комбинации, записанных в виде вектора, который определяется из минимизации функционала невязки с помощью итерационного неявного метода градиентного спуска.

На основе численного решения задачи теплопроводности, полученного с помощью нового экономичного абсолютно устойчивого метода переменных, в анизотропной пластине с нелинейными компонентами тензора теплопроводности (зависящими от температуры) решается обратная коэффициентная задача по восстановлению главных компонентов и углов ориентации главных осей тензора теплопроводности.

Поскольку малым возмущениям экспериментальных значений температур могут соответствовать значительные возмущения искомого вектора, то обратная задача является некорректной. Для получения контролируемой погрешности в получении векторе, необходимо использовать регуляризирующий функционал, путем добавления его к функционалу невязки.

Регуляризирующий функционал формируется на основе дополнительных априорных предположений, накладываемых на искомые функции, например, требование принадлежности этих функций классу C_n , использование двустороннего метода, когда искомые функции расположены в ε -полоске, ограниченной сверху и снизу, и т. п.

Регуляризирующий функционал может быть как линейным, так и нелинейным, однако целесообразно использовать линейный функционал, что существенно упрощает алгоритм решения обратной задачи.

Получены результаты по восстановлению тепловых характеристик различных композиционных материалов с использованием экспериментальных значений нелинейной теплопроводности этих материалов. Результаты показали хорошую сходимость итерационного процесса даже в случае, когда исходное приближение вектора коэффициентов отличается от истинного в несколько раз.

*Работа выполнена при финансовой поддержке грантов РФФИ 15-01-04996, 15-01-04989.

МЕТОДИКА И АЛГОРИТМ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ГАЗОВОЙ ДИНАМИКИ ДЛЯ ПРОИЗВОЛЬНОГО ЧИСЛА ГРАНЕЙ РАСЧЕТНОЙ ЯЧЕЙКИ*

**К. В. Костюшин, А. М. Кагенов, А. А. Глазунов, И. В. Еремин,
Ю. Р. Колосова, В. А. Шувариков**

ТГУ, Томск, Россия

Для проведения расчетов течений газа в областях сложной формы, характерных для современных газо-динамических устройств, широкое применение находят различные типы расчетных сеток, включая структурированные и блочно-структурные сетки, тетраэдальные сетки, гибридные сетки, неструктурные сетки, состоящие из тетраэдров, призм, пирамид и гексаэдров, а также полиэдальные сетки, состоящие из многогранных ячеек с произвольным числом граней. В работе реализованы алгоритм численного решения уравнений газовой динамики и система хранения данных для произвольного числа граней расчетной ячейки.

Для простоты изложим алгоритм решения для течения невязкого газа. В общем случае большинство схем типа Годунова для уравнений Эйлера могут быть записаны в следующем виде [1]:

$$G_i \frac{\rho_i^{k+1} - \rho_i^k}{\Delta t} + \sum_{j=1}^{m(i)} R_j (V_j \cdot S_j) = 0, \quad (1.1)$$

$$G_i \frac{(\rho \mathbf{v})_i^{k+1} - (\rho \mathbf{v})_i^k}{\Delta t} + \sum_{j=1}^{m(i)} (R_j \mathbf{V}_j) (\mathbf{V}_j \cdot \mathbf{S}_j) + \sum_{j=1}^{m(i)} P_j \mathbf{S}_j = 0, \quad (1.2)$$

$$G_i \frac{e_i^{k+1} - e_i^k}{\Delta t} + \sum_{j=1}^{m(i)} (E_j + P_j) (\mathbf{V}_j \cdot \mathbf{S}_j) = 0, \quad (1.3)$$

где ρ — плотность, t — время, p — давление, $\mathbf{v} = [u, v, w]^T$ — скорость движения газа, $e = \rho \varepsilon + p(u^2 + v^2 + w^2)/2$ — полная энергия единицы объема, ε — удельная внутренняя энергия, G_i — объем i ячейки, $\mathbf{S}_j = \mathbf{n}_j S_j$ — ориентированная площадь грани j ячейки, \mathbf{n}_j — вектор внешней нормали j ячейки, $m(i)$ — количество граней i ячейки, k — номер шага по времени, $\mathbf{a} \cdot \mathbf{b}$ — скалярное произведение двух векторов. Большие буквы R , \mathbf{V} , P , E обозначают соответственно плотность, скорость, давление и полную энергию на гранях дискретной сеточной ячейки. Большие величины определяются из решения соответствующей задачи Римана [2] в направлении внешней нормали. Так же для расчета потоков могут быть использованы другие методы, основанные на приближенных решениях задачи Риммана: Рое, Ошера, HLL, HLLC, HLLE, WAF [3].

Самым простым способом организации алгоритма решателя является подход, основанный на хранении данных в изолированных массивах и их дальнейшего сопоставления путем использования индексов соответствующих элементов. Очевидно, что такой подход позволяет достаточно быстро разрабатывать решатели для сеток с заранее известной топологией, однако даже при малейшем изменении шаблона расчетной сетки (изменение количества граней в ячейках, использование

*Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках государственного задания (проект № 9.9063.2017/БЧ).

блочной структуры и т. д.) необходимо вносить существенные изменения как в структуру хранимых данных, так и в сам алгоритм решения. В связи с этим, для реализации алгоритма универсального решателя, адаптированного к произвольному количеству граней в ячейках, предлагается использовать следующую структуру данных:

- Класс «Ячейка» («Cell»). Экземпляры класса «Ячейка» хранят информацию о геометрии ячейки (центр масс, площадь и т. д.) и параметрах газа в ячейке.
- Класс «Грань» («Edge»). Экземпляры класса «Грань» хранят информацию о геометрии грани ячейки (площадь либо длина, вектор нормали) и параметрах газа на данной грани (большие величины).
- Модель данных расчетной ячейки представляется в виде коллекций экземпляров класса «Ячейка» и «Грань».
- Взаимосвязь «Ячейка»–«Грань» реализуется путем хранения коллекции ссылок на экземпляры класса «Грань» в классе «Ячейка», а связь «Грань»–«Ячейка», путем хранения в классе «Грань» ссылок на экземпляры класса «Ячейка» (рис. 3).

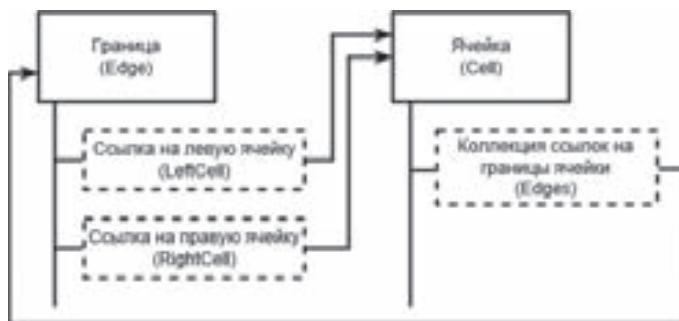


Рис. 1. Взаимосвязь между классами «Ячейка» и «Грань»

Такая система хранения данных не имеет зависимости от топологии расчетной сетки, и позволяет проводить расчеты на сетках произвольной конфигурации. При использовании современных объектно-ориентированных языков программирования, решатель схемы (1.1)–(1.3) может быть записан в достаточно простом и компактном виде (Листинг 1). Здесь V , N , $stream_2$ – экземпляры класса Vector (пользовательский тип данных «Вектор» для которого определены стандартные векторные операции).

```

foreach (var cell in cells)
{
    double stream_1 = 0;
    Vector<double> stream_2 = new Vector<double>(0,0,0);
    double stream_3 = 0;

    foreach (var edge in cell.edges)
    {
        stream_1 += edge.Gas.Ro * (edge.Gas.V * edge.N * edge.S);
        stream_2 += (edge.Gas.Ro * edge.Gas.V) * (edge.Gas.V * edge.N * edge.S) + edge.Gas.P * edge.N * edge.S;
        stream_3 += (edge.Gas.E + edge.Gas.P) * (edge.Gas.V * edge.N * edge.S);
    }

    cell.Gas_Next.Ro = cell.Gas.Ro - dt / cell.G * stream_1;
    cell.Gas_Next.V = cell.Gas.Ro * cell.Gas.V - dt / cell.G * stream_2;
    cell.Gas_Next.E = cell.Gas.E - dt / cell.G * stream_3;
}
  
```

Листинг 1. Пример реализации шага по времени. Язык C#

Представленный алгоритм и программа расчета «FlashFlow» апробированы на структурированных, блочно-структурных и неструктурированных расчетных сетках при определении параметров невязкого сжимаемого газа в газодинамическом тракте ракетного двигателя, включающего в себя камеру сгорания, сопло и истекающую струю. Полученные результаты хорошо согласуются с известными решениями.

1. Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я., Крайко А. Н., Прокопов Г. П. Численное решение многомерных задач газовой динамики. — М.: Наука, 1976. — 400 с.
2. Куликовский А. Г., Погорелов Н. В., Семенов А. Ю. Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. — Т. 607.
3. Волков К. Н., Дерюгин Ю. Н., Емельянов В. Н., Козелков А. С., Карпенко А. Г., Тетерина И. В. Методы ускорения газодинамических расчетов на неструктурированных сетках. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014.

ПОСТРОЕНИЕ РЕГУЛЯРНОЙ АДАПТИВНОЙ РАСЧЕТНОЙ СЕТКИ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ПАРАБОЛИЧЕСКОГО ГЕНЕРАТОРА*

B. B. Кузенов^{1,2}, A. D. Петренко¹

¹МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия; ²ИПМех РАН, Москва, Россия

На практике часто встречаются случаи, когда необходимо автоматически построить структурированную сетку вблизи границы некоторого объекта. Например, при построении гибридной сетки требуется строить структурированную сетку у стенки летательного аппарата или для сжимаемой плазмы [1–7]. Для таких случаев может оказаться полезным использование параболических генераторов сеток.

Впервые двумерный параболический генератор был предложен в 1982 г. Этот тип генераторов занимает промежуточное положение между простыми и быстрыми алгебраическими методами построения сеток и эллиптическими генераторами, позволяющими создавать качественные сетки, но более сложными в реализации и требующими значительных системных ресурсов. Параболический генератор, как и эллиптический, основан на решении уравнений Лапласа, но, в отличие от последнего, не требует итераций, сочетая в себе быстроту построения сеток с приемлемым их качеством.

Рассмотрим классический алгоритм параболического генератора. Пусть задано N узлов на верхней и нижней границе расчетной области $N \times M$. Координаты узлов сетки для каждого из $N - 2$ слоев между этими границами вычисляются в два этапа. Сначала алгебраический предиктор приближенно определяет координаты узлов $\vec{r}_{k,j}^p$ текущего слоя j и следующего слоя $j + 1$. При этом обычно используются соотношения вида:

$$\begin{cases} \vec{r}_{k,j}^p = \vec{r}_{k,j-1} + (1 - \psi(j))\varphi(j)\Delta R_k \vec{n}_k + \psi(j)\varphi(j)\Delta \vec{R}_k, \\ \vec{r}_{k,j+1}^p = \vec{r}_{k,j-1} + (1 - \psi(j+1))\varphi(j+1)\Delta R_k \vec{n}_k + \psi(j+1)\varphi(j+1)\Delta \vec{R}_k. \end{cases} \quad (1)$$

Здесь $\Delta \vec{R}_k = \vec{r}_{k,j_{\max}}^p - \vec{r}_{k,j}^p$; $\Delta R_k = |\Delta \vec{R}_k|$; \vec{n}_k — вектор нормали к слою $j - 1$; $\psi(j)$ и $\varphi(j)$ — монотонно возрастающие от 0 до 1 функции, позволяющие управлять

*Представленные результаты получены в рамках выполнения государственного задания Минобрнауки России №13.5240.2017/БЧ.

процессом генерации сетки. Далее координаты узлов слоя j уточняются при помощи параболического корректора. Для этого относительно $\vec{r}_{k,j}^p$ решается уравнение Лапласа (2) в криволинейных координатах:

$$a_1 \frac{\partial^2 \vec{r}}{\partial \xi^2} + a_2 \frac{\partial^2 \vec{r}}{\partial \xi \partial \eta} + a_3 \frac{\partial^2 \vec{r}}{\partial \eta^2} = 0, \quad (2)$$

где $\vec{r}^T = (x, y)$ — декартовы координаты, (ξ, η) — криволинейные координаты точек расчетной области. Производные вычисляются по координатам, найденным на этапе алгебраического предиктора. После этого полученная система линейных уравнений решается методом прогонки. В рассмотренном алгоритме предполагалось, что координаты узлов на границе $j = j_{\max}$ зафиксированы. В ряде случаев это негативно сказывается на качестве построенной сетки.

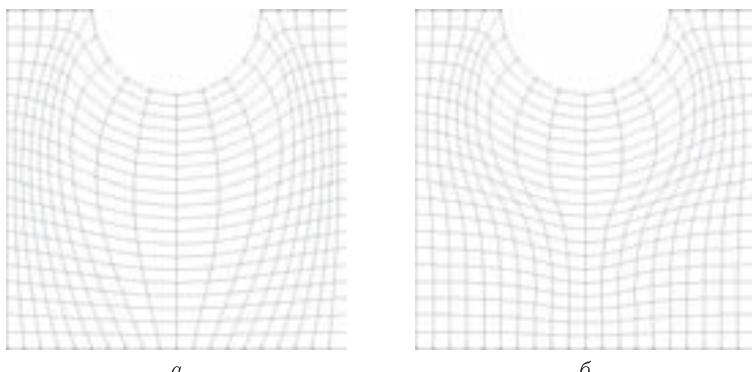


Рис. 1. Пример работы стандартного параболического генератора (а) и генератора со встречным маршем (б)

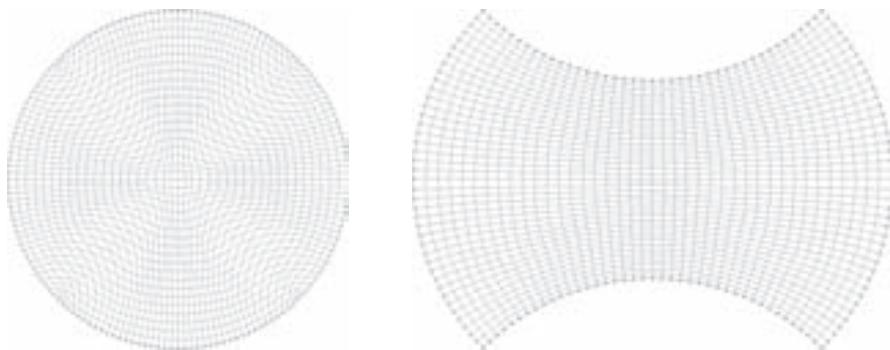


Рис. 2. Примеры работы параболического генератора со встречным маршем в двух направлениях

Поэтому в 1995 г. была предложена модификация рассмотренного алгоритма, где вместо $\vec{r}_{k,j_{\max}}^p$ в (1) используются координаты, рассчитанные по формуле: $\vec{r}'_{k,j} = (1 - \theta(j))\vec{r}_{k,j_{\max}}^p + \theta(j)\vec{r}_{k,j-1}^*$, где $\theta(j)$ — некоторая монотонно возрастающая от 0 до 1 функция, $\vec{r}_{k,j-1}^*$ — радиус-векторы точек пересечения нормалей к поверхности предыдущего слоя с контуром внешней границы. В случаях, когда требуется построить сетку между двумя границами тела, можно использовать встречный маршрут. При этом сначала строится слой $j + 1$ и за внешнюю границу принимается

слой $j_{\max} - j + 1$, а потом строится слой $j_{\max} - j$ со слоем $j + 1$ в роли внешней границы.

Примеры построения сетки стандартным параболическим генератором и генератором со встречным маршем показаны на рис. 1. Отметим существенно большее качество сетки, полученной при использовании встречного маршса. В отдельных случаях бывает полезно воспользоваться встречным маршем сразу от четырех границ сетки (рис. 2).

1. Kuzenov V. V., Ryzhkov S. V. Numerical modeling of magnetized plasma compressed by the laser beams and plasma jets // Problems of Atomic Science and Technology. — 2013. — No. 1(83). — P. 12–14.
2. Рыжков С. В. Современное состояние, проблемы и перспективы термоядерных установок на основе магнитно-инерционного удержания горячей плазмы // Известия РАН. Серия Физическая. — 2014. — Т. 78, №5. — С. 647–653.
3. Кузенов В. В., Рыжков С. В. Радиационно-гидродинамическое моделирование контактной границы плазменной мишени, находящейся во внешнем магнитном поле // Прикладная физика. — 2014. — №3. — С. 26–30.
4. Kuzenov V. V., Ryzhkov S. V. Evaluation of hydrodynamic instabilities in inertial confinement fusion target in a magnetic field // Problems of Atomic Science and Technology. — 2013. — No. 4(86). — P. 103–107.
5. Кузенов В. В., Рыжков С. В. Численное моделирование процесса лазерного сжатия мишени, находящейся во внешнем магнитном поле // Математическое моделирование. — 2017. — Т. 29.
6. Кузенов В. В., Рыжков С. В. Разработка метода расчета физических процессов в комбинированных схемах магнитно-инерционного удержания плазмы // Известия РАН. Серия Физическая. — 2016. — Т. 80, №5. — С. 659–663.
7. Кузенов В. В., Лебо А. И., Лебо И. Г., Рыжков С. В. Физико-математические модели и методы расчета воздействия мощных лазерных и плазменных импульсов на конденсированные и газовые среды. — М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2015. — 328 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ СХОДИМОСТИ СПЕКТРАЛЬНОГО МЕТОДА РЕШЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

И. И. Кутыш

ООО «ЭКОГИБЕНТ», Москва, Россия

Эффективным средством при нахождении решений дифференциальных уравнений, при восстановлении сложных аналитических функций, не поддающихся дифференцированию и интегрированию, и функций, заданных таблично, является спектральный метод. Удобство применения данного метода состоит в том, что ряд Фурье, построенный по тригонометрическому базису, можно легко интегрировать и многократно дифференцировать. Более широкое применение спектрального метода к решению этих задач сдерживается отсутствием рекомендаций по выбору степени ряда, обеспечивающей абсолютную сходимость построенного ряда Фурье.

Рассмотрим уравнение

$$Au = f, \quad (f \in H), \tag{1}$$

где A — некоторый дифференциальный оператор на линеале D_A , плотном в гильбертовом пространстве H .

Его обобщенное решение u_0 однозначно определяется из соотношения

$$(Au_0 - f, \varphi_k) = 0, \quad \forall \varphi_k \in H, \quad (k = 1, 2, \dots), \tag{2}$$

где $\varphi_k = \{\sin k\pi x; k = 1, 2, \dots, m\}$ — система тригонометрических функций, образующая ортонормированный базис в H .

Будем искать приближенное решение \hat{u}_m уравнения (1) в виде конечного ряда Фурье с разложением по этой системе периодических функций

$$\hat{u}_m \cong Q_m(x) = \sum_{l=1}^m b_l \sin l\pi x \Big|_{m \rightarrow \infty} \rightarrow u_0, \quad (l = 1, 2, \dots, m), \quad (3)$$

где b_l — коэффициенты Фурье, которые определяются из соотношения

$$b_l \cong (f, \varphi_l) = 2 \int_0^1 f(z) \sin l\pi z dz, \quad (l = 1, 2, \dots, m). \quad (4)$$

При этом отождествляем функцию f с абсолютно интегрируемой на интервале $[0, 1]$ функцией $f(z)$, которую продолжим по закону периодичности с периодом 2π на всю числовую ось, т. е. $f(z) \equiv f$.

Сходимость ряда Фурье (3) к обобщенному (точному) решению u_0 должны обеспечивать коэффициенты Фурье (4). Однако их интегралы, содержащие в подынтегральном выражении быстроосциллирующие множители, могут быть решены в замкнутом виде только в очень редких случаях. Поэтому и для сложных аналитических функций, и для функций, заданных таблично, такие интегралы приходится решать приближенными методами.

Применяя ко всей подынтегральной функции формулу Симпсона, автором была получена квадратурная формула для вычисления коэффициентов Фурье

$$b_k \approx \frac{4}{3n} (2\sigma_1 + \sigma_2), \quad (5)$$

где $\sigma_1 = \sum_{i=1}^{n-1} f_i \sin \theta i$, ($i = 1, 3, \dots, n-1$), $\theta = k\pi/n$, $f_i = f(z_i)$, $z_i = i/n$, $\sigma_2 = \sum_{i=2}^{n-2} f_i \sin \theta i$, ($i = 2, 4, \dots, n-2$), $n+1$ — число точек на интервале $[0, 1]$.

Сходимость в метрике $L^2[0, 1]$ приближенного решения \hat{u}_m , представленного рядом Фурье (3) с коэффициентами Фурье (5), к обобщенному решению u_0 уравнения (1) на сетке $\omega_n^* = \{x_i = i/n^*; i = 0, 1, \dots, n^*; n^* = 10n\}$ по относительной норме (6) была численно исследована автором в работе [1] (рис. 1)

$$S_m = \frac{1}{n^* + 1} \|Q_m(x) - f(x)\| = \frac{1}{n^* + 1} \sum_{i=0}^{n^*} [Q_m(x_i) - f(x_i)]^2, \quad (i = 0, 1, \dots, n^*; x_i \in \omega_n^*). \quad (6)$$

Из графика находится инвариантное сетке ω_n оптимальное значение переменной $\theta_{opt} = m_{opt}\pi/n = \pi/2$. Откуда следует, что $m_{opt} = n/2$. Причем θ изменяется в диапазоне $\pi/n \leq \theta \leq \pi/2$.

Ряд Фурье, обеспечивающий наилучшую сходимость по норме (6) к его функции $f(x)$, принимает вид

$$Q_{opt}(x) = \sum_{l=1}^{n/2} b_l \sin l\pi x, \quad (l = 1, 2, \dots, n/2). \quad (7)$$

Важно, что скорость сходимости ряда Фурье (7) тем выше, чем мельче сетка.

Применяя формулу Симпсона только к функции f , а также используя разложение функций $\sin \theta$ и $\cos \theta$ в степенные ряды, в работе [2] был предложен метод вычисления коэффициентов Фурье, который позволил построить сходящиеся и равно-

мерно сходящиеся ряды Фурье. Однако в областях $\theta \leq \theta_{opt}$ и $\theta > \theta_{opt}$ коэффициенты Фурье приходилось вычислять по различным формулам, что неудобство. Поэтому в работе [3] для коэффициентов Фурье была предложена новая единая формула, не требующая разложения тригонометрических функций в ряды и справедливая во всей области изменения θ :

$$b_k \cong \sum_{i=1}^{n-1} \frac{E}{\theta n} [\cos \alpha - \cos \eta] + \frac{D}{(\theta n)^2} [\sin \eta - \sin \alpha - \eta \cos \eta + \alpha \cos \alpha] + \\ + \frac{C}{(\theta n)^3} \{2[\eta \sin \eta - \alpha \sin \alpha] - (\eta^2 - 2) \cos \eta + (\alpha^2 - 2) \cos \alpha\}, \quad (8)$$

где $k = 1, 2, \dots, m$; $i = 1, 3, \dots, n-1$; $\eta \equiv \theta(i+1)$, $\alpha \equiv \theta(i-1)$, $\theta \equiv k\pi/n$, $C \equiv n^2(f_{i-1} - 2f_i + f_{i+1})$, $D \equiv n[4if_i - f_{i-1}(2i+1) - (2i-1)f_{i+1}]$, $E \equiv f_{i-1}i(i+1) - 2f_i(i-1)(i+1) + f_{i+1}i(i-1)$.

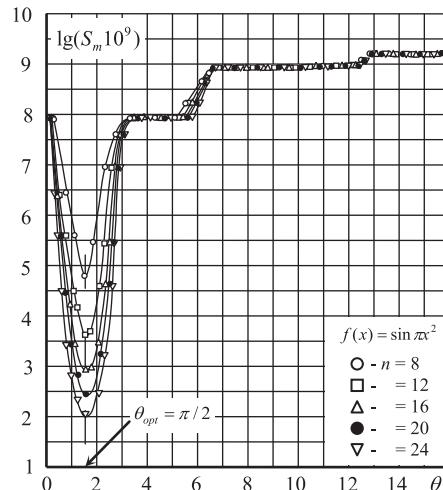


Рис. 1

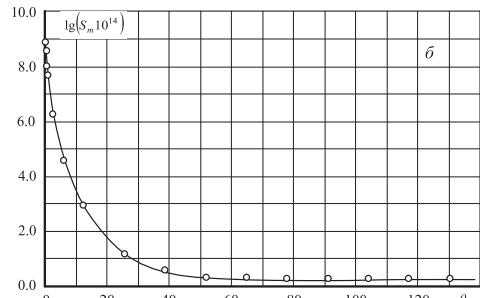
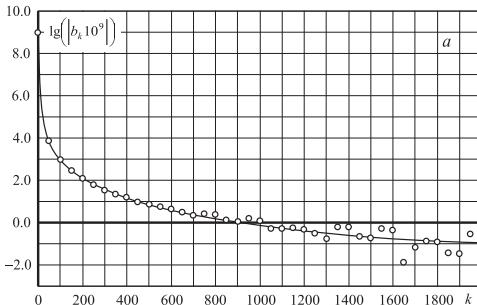


Рис. 2

В данной работе выполнено исследование сходимости ряда Фурье (3) с коэффициентами Фурье (8), к обобщенному решению u_0 уравнения (1) на сетке ω_n^* по норме (6) для функции $f = -x$, $(0 \leq x \leq 0,5)$ и $f = 4(x - 0,5)^2 - x$, $(0,5 \leq x \leq 1,0)$ при $n = 24$ (рис. 2).

Из графика (рис. 2, а) видно, что значение b_k регулярно уменьшается для всех k даже для тех, которые значительно превышают потребности при очень точных расчетах. До $k = 700$ наблюдаются и равномерная сходимость b_k (рис. 2, а), и ряда Фурье (рис. 2, б). При $k > 700$ из-за эффекта Гиббса b_k начинает колебаться относительно своего среднего значения. Причем эти колебания возрастают с ростом k . Однако сходимость ряда Фурье, достигнув своего максимального значения, сохраняет его во всем исследованном диапазоне θ .

То есть можно утверждать, что для практических расчетов формула (8) не накладывает ограничений на степень m тригонометрического ряда Фурье (3), но для экономии вычислений целесообразно ограничиться значением $\theta \leq 50\text{--}60$.

1. Кутыш И. И. Приложение метода Фурье к решению уравнений Эйлера и Навье–Стокса // Сб. науч. тр. Качественные методы теории дифференциальных уравнений и их приложения. — М.: Изд-во МАИ, 1991. — С. 62–74.
2. Кутыш И. И. Построение равномерно сходящихся рядов Фурье для сеточных функций // Сб. науч. тр. Некоторые задачи и методы исследования динамики механических систем. — М.: Изд-во МАИ, 1985. — С. 68–75.
3. Кутыш И. И. Улучшенный спектральный метод решения дифференциальных уравнений // Материалы XIV международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2005), 25–31 мая 2005 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2005. — С. 271–273.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАТУХАНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ В СПЛОШНОМ ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ ЭКРАНЕ КАБЕЛЯ

A. С. Мансуров, А. Г. Щербинин

ПНИПУ, Пермь, Россия

Наиболее эффективным способом защиты кабелей связи от воздействия внешних электромагнитных помех является экранирование. Источники помех могут быть как естественного, так и искусственного происхождения. К естественным помехам можно отнести атмосферные явления, солнечную активность, а к искусственным — радиовещание, телевидение, телефонная связь, навигация и источники электроэнергии. Экранирование осуществляется посредством установки преграды между внутренним пространством кабеля и источником помехи. В качестве преграды используют металлические экраны, предназначенные для ослабления электромагнитных полей. В зависимости от частоты сигнала помехи, различают три режима работы экрана (электромагнитостатический, электромагнитный, волновой) [2].

В данной работе поставлена задача численного исследования затухания переменного электромагнитного поля в экране. Рассмотрен сплошной цилиндрический экран в электромагнитном режиме работы ($f = 10^3\text{--}10^9$ Гц), который в кабелях связи встречается чаще других.

Для решения поставленной задачи проведено трехмерное математическое моделирование электромагнитных процессов, возникающих в кабеле связи, при воздействии на экран переменным электромагнитным полем. Геометрия модели представлена на рис. 1.

Электромагнитное поле, которое действует на экран, создается переменным током, который протекает по жиле. Созданное в окружающем пространстве жилы электромагнитное поле характеризуется ортогональным расположением векторов напряженностей магнитного и электрического полей. Таким образом на экран дей-

ствует одновременно поперечная магнитная волна и продольная электрическая волна. Распространение плоской переменной электромагнитной волны в диэлектрике описывается следующими уравнениями Максвелла [3]:

$$\begin{aligned}\operatorname{rot} \vec{H} &= j\omega \varepsilon_a \vec{E}; \\ \operatorname{rot} \vec{E} &= -j\omega \mu_a \vec{H}.\end{aligned}$$

где \vec{H} , \vec{E} — векторы напряженности магнитного и электрического полей соответственно; ω — циклическая частота; ε_a , μ_a — диэлектрическая и магнитная проницаемости среды.

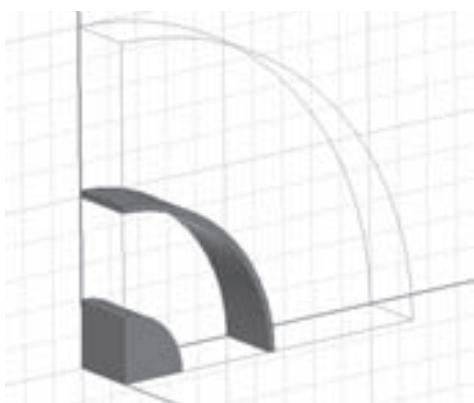


Рис. 1. Геометрия кабеля с жилой, сплошным экраном, изоляцией и диэлектрической оболочкой

Численное решение уравнений Максвелла выполнено методом конечных элементов [1], реализованном в программном продукте ANSYS. Для применения этого метода составлено волновое уравнение относительно одной составляющей электромагнитного поля:

$$\nabla^2 \vec{H} + \omega^2 \varepsilon_a \mu_a \vec{H} = 0.$$

На поверхностях поперечного сечения кабеля задано граничное условие идеальной проводящей поверхности. На поверхностях продольного сечения задано граничное условие симметрии, представляющую идеальную H плоскость. На границах раздела сред задано равенство напряженностей поля по обе стороны от границы.

Используя подход, описанный в [4], для оценки экранирующего эффекта вычислено затухание экранирования по формуле:

$$A_9 = 34 - 20 \cdot \lg \left(\frac{1}{z_t} \right), \text{ дБ},$$

где A_9 — затухание экранирования; $z_t = (1/I_0)(\partial U / \partial l)$ — поверхностное переходное сопротивление экрана; I_0 — ток, наведенный в экране; $\partial U / \partial l$ — продольное измерение напряжения на внешней поверхности экрана.

В результате проведенных исследований получена картина переменного электромагнитного поля. Получена зависимость затухания экранирования от частоты помехи.

Проверка адекватности работы предложенной математической модели и методики определения затухания экранирования произведена путем сравнения с результатами, полученными с помощью соответствующих аналитических уравнений [2], по которым экранирующий эффект определяется суммарным действием затухания поглощения $A_{\text{погл}}$ и затуханием отражения $A_{\text{отр}}$.

1. Сегерлинд Л. Применение метода конечных элементов. — М.: Мир, 1979. — 392 с.
2. Шапиро Д. Н. Электромагнитное экранирование — Долгопрудный: Издательский Дом «Интеллект», 2010. — 120 с.
3. Бессонов Л. А. Теоретические основы электротехники. Электромагнитное поле: Учебник для вузов. — М.: Гардарики, 2003. — 317 с.
4. ОСТ 1 01205-2012 Экранирование бортовой кабельной сети самолетов и вертолетов. Методики проведения испытаний с целью оценки эффективности экранирования.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИКИ ДВИЖЕНИЯ ТВЕРДОГО ТЕЛА ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ ПРИ СВОБОДНОМ ПАДЕНИИ В ВОДУ

И. С. Маняк, А. П. Маштаков

АО НПП «Радар ММС», Санкт-Петербург, Россия

Введение. Проблема взаимодействия твердого тела с поверхностью жидкости при падении известна еще с древних времен. На сегодняшний день имеется множество публикаций разных авторов из различных областей науки и техники, посвященных исследованию динамики твердого тела при переходе границы «воздух–вода». Есть работы, посвященные как экспериментальным исследованиям [1, 2], так и численному моделированию на основе сеточных и бессеточных методов [3–6]. В данной работе излагаются некоторые результаты моделирования процесса свободного падения твердого тела цилиндрической формы в воду методом конечных объемов. Приводится описание метода решения, отмечаются его преимущества и недостатки.

Расчетная модель. Расчетная область представляла собой прямоугольный параллелепипед, условно разделенный плоской поверхностью раздела воздуха и воды. Рассмотрено движение нескольких тел с разным коэффициентом формы k , равным отношению длины цилиндра к диаметру, и для разных начальных кинематических условий. В данной работе приведены результаты только для цилиндра с коэффициентом формы $k = 14,8$, имеющего начальную поступательную скорость центра масс 150 м/с, угловую скорость 1 рад/с угол подвода к поверхности воды 35° .

Основные допущения расчетной модели: движение плоское, цилиндрическая поверхность идеально гладкая, вода — несжимаемая жидкость, воздух — идеальный газ, ветер отсутствует, поток изотермический. Решалась система уравнений движения двухфазной жидкости (здесь и далее под жидкостью понимается смесь воды и воздуха) совместно с уравнениями движения твердого тела (1)–(4). Использовалась модель турбулентности $k-\varepsilon$ [7] в предположении гомогенности турбулентных составляющих скорости потока.

$$\begin{cases} \frac{\delta}{\delta t}(r_\alpha \rho_\alpha) + \nabla \cdot (r_\alpha \rho_\alpha \mathbf{U}_\alpha) = 0, \\ r_\alpha + r_\beta = 1, \end{cases} \quad (1)$$

$$\frac{\delta}{\delta t}(r_\alpha \rho_\alpha \mathbf{U}_\alpha) + \nabla \cdot (r_\alpha (\rho_\alpha [\mathbf{U}_\alpha \mathbf{U}_\alpha])) = -r_\alpha \nabla p_\alpha + \nabla \cdot (r_\alpha \mu_\alpha (\nabla \mathbf{U}_\alpha + (\nabla \mathbf{U}_\alpha)^T)) + \mathbf{M}_\alpha, \quad (2)$$

$$p_\alpha = p_\beta = p, \quad (3)$$

$$\begin{cases} m \ddot{\mathbf{x}} = \mathbf{F}_s + m \mathbf{g}, \\ I_z \ddot{\alpha} = M_s. \end{cases} \quad (4)$$

Здесь и далее нижние индексы α и β соответствуют обозначениям фаз (воды и воздуха), r — объемная доля, ρ — плотность, \mathbf{U} — вектор скорости, μ — вязкость, \mathbf{M}_α — вектор сил, действующих на фазу α со стороны фазы β . \mathbf{M}_α определялся по формуле для модели «свободной поверхности» раздела воды и воздуха [8]:

$$\mathbf{M}_\alpha = -\mathbf{M}_\beta = C_D \rho_{\alpha\beta} A_{\alpha\beta} |\mathbf{U}_\beta - \mathbf{U}_\alpha| (\mathbf{U}_\beta - \mathbf{U}_\alpha), \quad (5)$$

где C_D — коэффициент, характеризующий интенсивность взаимодействия фаз; $\rho_{\alpha\beta} = r_\alpha \rho_\alpha + r_\beta \rho_\beta$ — плотность смеси; $A_{\alpha\beta}$ — «плотность взаимодействия» фаз, принималось $A_{\alpha\beta} = |\nabla r_\alpha|$; \mathbf{F}_s и M_s — силы и момент гидро(аэро)динамического сопротивления.

Использовалась тетраэдральная неструктурированная конечно-элементная сетка с элементами пристеночного слоя. Деформация узлов сетки в процессе решения описывалась уравнением «сеточной диффузии»:

$$\nabla \cdot (\mathbf{K} \cdot \nabla \delta) = 0, \quad (6)$$

Здесь \mathbf{K} — жесткость элементов; δ — перемещение узлов.

$$K_i = \left(\frac{\Omega_0}{\Omega_i} \right)^n, \quad (7)$$

где Ω_i — объем i -го рассматриваемого элемента, Ω_0 — средний по всей расчетной области объем элемента, n — показатель степени (принимался равным 2).

Результаты в виде положений тела в разные моменты времени представлены на рис. 1. На представленных иллюстрациях выводится значение переменной r_α : синий цвет соответствует $r_\alpha = 1$ — вода, белый цвет — $r_\alpha = 0$ — воздух.

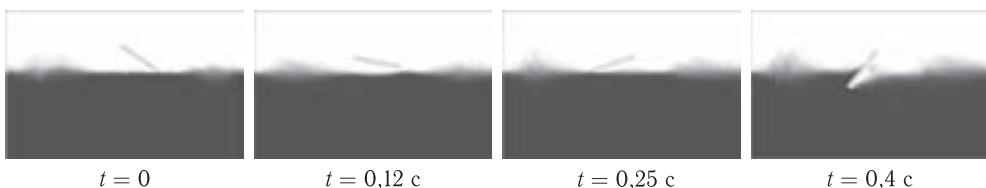


Рис. 1. Положения изделия в разные моменты времени

Величина поступательной скорости снижается со 150 до 90 м/с за 0,4 с. Расчетное время ограничено периодом 0,4 с, что обусловлено существенной деформативностью сетки вследствие разворота тела. После указанного момента времени конечные элементы теряют свою форму, что приводит к значительным вычислительным погрешностям. Подобное временное ограничение является главным недостатком используемого метода расчета. Тем не менее, данный метод может использоваться при решении различных практических задач, например, по определению перегрузок, действующих на падающее в воду тело или в случае предсказания изменения траектории его движения при переходе через границу «воздух–вода».

1. On Falling Spheres: the Dynamics of Water Entry, and Descent along a Flexible Beam. — J. M. Aristoff, Phdthesis, MASSACHUSETTS INSTITUTE OF TECHNOLOGY, Sept. 2009.
2. Stephan Gekle, Ivo R. Peters, José Manuel Gordillo, Devaraj van der Meer and Detlef Lohse. Supersonic Air Flow due to Solid-Liquid Impact // Physical review letters. — Jan. 2010.
3. Козелков А. С., Куркин А. А., Пелиновский Е. Н. Моделирование падения тела в воду в различных условиях на основе численного решения уравнений Навье–Стокса полностью неявным методом // Труды Нижегородского государственного технического университета им. Р. Е. Алексеева. — 2015. — №3(110).
4. Abdelraheem M. Aly, Mitsuteru Asai and Yoshimi Sonoda. Simulation of free falling rigid body into water by a stabilized incompressible SPH method // Ocean Systems Engineering. — 2011. — V. 1, No. 3. — P. 207–222.
5. Peter C. Chu, Anthony Gilles, Chenwu Fan. Experiment of falling cylinder through the water column // Experimental Thermal and Fluid Science. — 2005. — V. 29. — P. 555–568.
6. Chu P. C., Ray G. P. Prediction of high-speed rigid body maneuvering in air-water-sediment // Adv. Fluid Mech. — 2006. — V. 6. — P. 43–52.
7. Коркодинов Я. А. Обзор семейства к-моделей для моделирования турбулентности, 2013.
8. Zhang Y. H., Reese J. M. The drag force in two-fluid models of gas-solid flows // Chemical Engineering Science. — 2003. — V. 58(8). — P. 1641–1644.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОВОГО РЕЖИМА КОСМИЧЕСКОГО КАМЕННО-ЛЕДЯНОГО ТЕЛА: ЯДРО КОМЕТЫ 67Р/ЧУРЮМОВА–ГЕРАСИМЕНКО

М. Я. Маров, А. В. Русол, В. А. Дорофеева

ГЕОХИ РАН, Москва, Россия

Ядра комет, состоящие из льдов и скальных пород, представляют исключительный интерес как для астрономии, так и для физической механики. Подобно другим телам во внешних областях Солнечной системы — спутников планет-гигантов, транснептуновых объектов пояса Койпера — они состоят преимущественно из льдов воды и других летучих элементов и к тому же сохранили в своем составе первичное вещество, из которого сформировались планеты. Поэтому кометы являются важным элементом при изучении проблем происхождения и ранних этапов эволюции Солнечной системы — планетной космогонии. Наряду с этим, кометы и слагающее вещества ядер, подверженное непосредственному воздействию космической среды, являются уникальными объектами механики. Они открывают перспективы изучения характера и динамики процессов, происходящих в природной среде, на основе разрабатываемых математических моделей, верификация которых стала возможной благодаря сравнению с экспериментальными данными, полученными космическими аппаратами.

Проблеме изучения теплового режима и процессов сублимации каменно-ледяного кометного ядра с формированием газопылевой атмосферы в его окрестности (комы) посвящено большое число работ (см., напр., [2–5]). Нами предложена модель теплового режима кометного ядра для кометы 67Р/Чурюмова–Герасименко, на детальное изучение которой был нацелен космический проект Европейского космического агентства (ЕКА) РОЗЕТА в составе спутника ядра кометы и посадочного модуля Фила на ее поверхность. Осуществление этой космической миссии позволило получить наиболее полную информацию о космическом каменно-ледяном теле, включая морфологию, структуру и свойства поверхности и ее газопылевой оболочки.

Тепловой режим поверхности кометного ядра и его вариации зависят от двух основных параметров движения: положения на орбите и суточного вращения. Построение зависимости температуры поверхности ядра кометы 67Р от времени в течение одного периода требует определения положения кометного ядра на орбите в различные моменты времени. Зная координаты положения ядра на орбите и принимая приближение сферического серого тела с альбедо кометного ядра можно получить зависимость средней температуры освещенной части поверхности от положения на орбите (рис. 1).

На основе экспериментальных данных, полученных КА «Розетта», была оценена плотность вещества ядра: $0,533 \cdot 10^3 \text{ кг}/\text{м}^3 \pm 6 \text{ кг}/\text{м}^3$ [6, 7]. Это означает его высокую пористость (72–74%) в составе льда и силикатной пыли, с учетом того, что оценочный объем ядра $\sim 9,35 \text{ км}^3 \pm 0,1 \text{ км}^3$. Механические и теплофизические характеристики пористой каменно-ледяной композиции, с учетом объемной доли пор, могут быть рассчитаны по соотношениям, предложенным в работе [8].

С физической точки зрения это означает, что глубина области, в которой происходит фазовое превращение, асимптотически мала по сравнению с характерным размером ядра кометы; граница фазового перехода отвечает температуре фазового перехода. Предполагая отсутствие внутренних источников тепла, а также исключая рассмотрение подвижной границы с описанием изменения фазового состояния

вещества (задачи Стефана), можно изучить тепловую эволюцию внутренних областей ядра кометы 67Р, исходя из уравнения теплопроводности с соответствующими начальными и граничными условиями. Решение задачи было получено численно методом конечных разностей. На рис. 2 представлены результаты моделирования тепловой эволюции внутренних областей ядра после некоторого количества оборотов кометы по орбите.

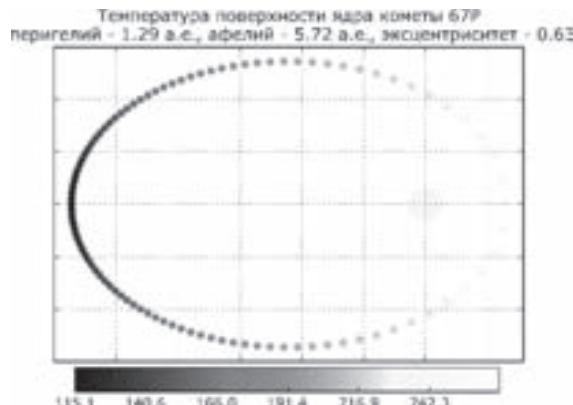


Рис. 1. Зависимости температуры поверхности от положения на орбите

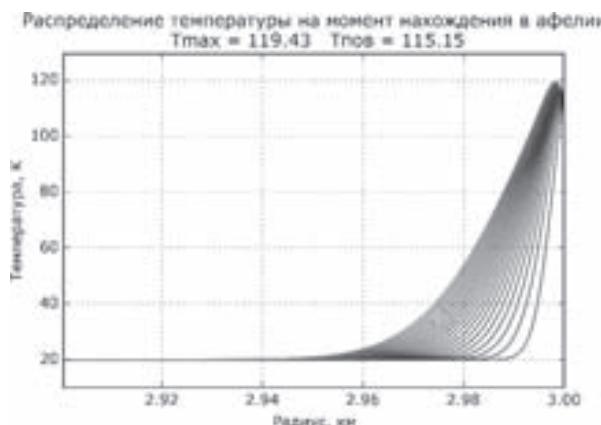


Рис. 2. Изменение температуры внутренних областей ядра кометы 67Р при начальном распределении 20 К

Анализ полученных результатов показывает, что по мере роста числа оборотов вокруг Солнца во внутренних областях ядра происходит накопление тепловой энергии. Из графиков рис. 2 видно, что при нахождении ядра кометы 67Р в афелии температура внутренних областей ядра превосходит температуру поверхности. После 20-го витка превышение составляет 4,28 К или 3,72% от температуры поверхности. Это позволяет, в частности, объяснить наблюдаемое увеличение потери летучих компонентов кометами после прохождения ими точки перигелия, а в дальнейшем можно будет также оценить интенсивность этих потерь в течении всего времени движения кометы по орбите. Верификация модели проведена путем сравнения расчетных значений температур поверхности 67Р с данными измерений аппаратов VIRTIS и MIRO в августе 2014 г. и с результатами работы [9].

Предложенная модель позволяет получать поля температур на поверхности кометных ядер. Такие поля являются важной основой как для получения количественных оценок характера и глубины прогрева кометного ядра со сложной топологией поверхности в условиях временной инсоляции, так и для получения данных о процессах сублимации и образования газопылевой оболочки кометы. Однако для моделирования тепловой эволюции каменно-ледяных тел Солнечной системы необходим учет внутренних источников тепла, как это предложено в работах [10, 11].

1. *Lodders K., Fegley Br.* The Planetary Scientist's Companion. — N.Y.: Oxford University Press, 1998.
2. *Маров М. Я.* Физические свойства и модели комет // Астрон. вестн. — 1994. — Т. 28, № 4/5. — С. 5.
3. *Whipple F. L., Huebner W. F.* Physics and Chemistry of Comets, XVI. — Berlin–Heidelberg–New York: Springer-Verlag, 1990. — 376 p.
4. *Huebner W. F.* Composition of Comets: Observations and Models // Earth Moon and Planets. — October 2002. — V. 89, Issue 1. — P. 179–195.
5. *Skorov Yu. V., Marov M. Ya., Korolev A. E.* Mass Transfer in the Near-Surface Layer of a Cometary Nucleus: A Gas-Kinetic Approach // Solar System Research. — 2002. — V. 36, No. 2. — P. 87.
6. *Preusker F. et al.* Shape model, reference system definition and cartographic mapping standards for comet 67P/Churyumov–Gerasimenko — stereophotogrammetric analysis of Rosetta/OSIRIS image data // Astron. Astrophys. — 2015. — 583, A33.
7. *Pätzold M., Andert T., Hahn M., et al.* A homogeneous nucleus for comet 67P/Churyumov–Gerasimenko from its gravity field Nature. — 2016. — V. 530. — Issue 7588. — P. 63–65.
8. *Черемской П. Г. и др.* Поры в твердом теле. — М.: Энергоатомиздат, 1990.
9. *Keller H. U., Mottola S., Davidsson B., et al.* Erosion, and Morphology of Comet 67P/Churyumov–Gerasimenko // Astron. & Astrophys. — 2015. — V. 583. — id. A34. — 16 p.
10. *Дорофеева В. А., Рускол Е. Л.* О тепловой истории спутников Сатурна: Титана и Энцелада // Астрономический вестник. — 2010. — Т. 44, № 3. — С. 212–221.
11. *Рускол А. В., Дорофеева В. А.* Динамическая модель тепловой эволюции каменно-ледяных тел — вероятного источника вещества ледяных колец Сатурна // XIII Международная конференция «Физико-химические и петрофизические исследования в науках о Земле», 1–4 октября 2012 г., Москва–Борок. — С. 236–239.

ВИЗУАЛЬНЫЙ АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ЭНЕРГОВЫДЕЛЕНИЯ В ПОРИСТЫХ СРЕДАХ*

C. B. Мельман^{1,2}

¹ИАПУ ДВО РАН, Владивосток, Россия; ²ДВФУ, Владивосток, Россия

При исследовании природных явлений или технологических процессов методами математического моделирования часто возникает необходимость работы с большими объемами получаемых данных. Такие задачи возникают, в частности, при исследовании процессов энерговыделения в пористых средах, возникающих в результате различных природных и техногенных катастроф. Пожары на торфяниках, взоржение полигонов твердых отходов, а также последствия взрывов на АЭС

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 16-01-00103-а).

и промышленных объектах могут моделироваться с точки зрения механики как очаги энерговыделения в пористых средах [1–4]. Математическое моделирование позволяет прогнозировать развитие катастрофических процессов, поэтому к актуальным относятся такие задачи как ускорение расчетов математического моделирования [5], визуализация и интерпретация получаемых данных, от результативности решения которых зависит эффективность противодействия этим процессам. В силу постановки задач исследователям приходится иметь дело с пространственными 3D-данными, анализ которых затруднен без специализированных инструментов компьютерной графики. Дополнительная сложность возникает, когда исследуются процессы, изменяющиеся во времени, т. е. добавляется четвертое измерение.

Одним из доступных универсальных средств визуализации пространственных данных является программный продукт ParaView. Как и большинство подобных систем, в силу универсальности, он имеет ряд недостатков, в особенности невысокий уровень интерактивности интерфейса и информативности визуализации для специфических задач, ограниченный набор поддерживаемых форматов данных и методов визуализации. Поэтому на сегодняшний день требуются разработки собственных дополнительных инструментов визуализации или постобработки модельных данных для приведения их к универсальным форматам. Средства визуализации ParaView, как и многие системы визуализации научных данных, для отображения скалярных полей позволяют использовать такие методы компьютерной графики как: построение изоповерхности, сечение объема плоскостью, объемный рендеринг (интегрирование цветов лучей сквозь объем). Для визуализации векторных полей есть такие инструменты как стрелки, линии тока, трубы тока, свертки LIC и др. Разнообразие методов визуализации продиктовано сложностью восприятия человеком пространственной информации на дисплее ПК. Для улучшения понимания результатов моделирования используется выделение зон интереса при помощи цвета и прозрачности. Удобным инструментом является использование трансферных функций (CLUT – Color LookUp Table) для задания способа перевода данных расчетов в цвет и прозрачность для вывода на экран. Изначально CLUT действительно была таблицей перевода скалярного значения в цвет, своего рода палитра. Этот подход широко использовался при визуализации 2D-векторных полей. Следующим шагом стало использование непрерывных функций CLUT, заданных таблично с интерполяцией промежуточных значений. Более общей формой является:

$$RGBA(x, y, z) = CLUT(F(x, y, z), x, y, z), \quad (1)$$

В формуле (1) на вход трансферной функции может быть подано скалярное, векторное, тензорное поле, заданное функцией F , которая определяет значение этого поля в точке с пространственными координатами x, y, z , на выходе получаем компоненты красного, зеленого, синего и прозрачность в заданной точке пространства. Также возможны и более сложные конфигурации трансферной функции, например, зависимость от времени. Часто в системах визуализации данных реализованы простейшие CLUT, зависящие только от значения скаляра и являющиеся линейной комбинацией набора базовых цветов. CLUT для векторного поля может использовать любой из его компонентов или длину вектора, т. е. используется подход на основе отображения векторного поля в скалярное с последующим преобразование в цвет при помощи CLUT. В настоящей работе для визуального анализа в задаче моделирования процессов энерговыделения в пористых средах исследовались скалярные поля: температуры фаз, давление, плотность; векторное

поле: скорость движения газа. Трудность визуального анализа пространственных многокомпонентных данных потребовала подбора удачного ракурса, набора инструментов визуализации, трансферных функций, компоновки и расположения полей, чтобы избежать загромождения и не упустить из виду важные детали изучаемых процессов. Кроме этого для использования более сложных форм CLUT был предложен подход предварительного расчета сложной функции CLUT для выделения зон интереса в исследуемых данных в узлах регулярное решетки, после чего применялся традиционный подход с линейной CLUT. Полученные в результате статические изображения и многоплановые анимации с динамикой как в пространстве, так и во времени, позволили выявить особенности изучаемых процессов в трехмерном нестационарном случае [6]. На рис. 1 приведены примеры визуализации результатов вычислительного эксперимента воздушного охлаждения пористых трехмерных объектов с различным распределением очагов тепловыделения при постоянном суммарном выделении энергии.



Рис. 1. Примеры визуализации расчетов с применением сложных CLUT (слева направо: с методом объемного рендеринга, линий тока, раскраска секущей плоскости)

Показано, что подход с использованием предварительно рассчитанных CLUT позволяет использовать универсальные средства научной визуализации, такие как ParaView, для достаточно сложного визуального анализа.

1. Levin V. A., Lutsenko N. A. Modeling Unsteady Two-Dimensional Gas Flows in Self-Heating Solid Waste Dumps // Fluid Dynamics. — 2011. — V. 46, No. 5. — P. 826–834.
2. Гришин А. М., Якимов А. С. Математическое моделирование теплофизических процессов при зажигании и тлении торфа // Теплофизика и аэромеханика. — 2010. — Т. 17, №1. — С. 151–167.
3. Левин В. А., Луценко Н. А. Движение газа через пористые объекты с неравномерным локальным распределением источников тепловыделения // Теплофизика и аэромеханика. — 2008. — Т. 15, №3. — С. 407–417.
4. Lutsenko N. A. Numerical modeling of unsteady gas flow through porous heat-evolutional objects with partial closure of the object's outlet // International Journal of Heat and Mass Transfer. — 2014. — V. 72. — P. 602–608.
5. Луценко Н. А., Тарасов Г. В., Гырник К. А. OpenMP-версия параллельного алгоритма расчета нестационарных течений газа через пористые объекты с источниками энерговыделения: анализ и применение // Сибирский журнал вычислительной математики. — 2014. — Т. 17, №3. — С. 229–244.
6. Луценко Н. А. Численное моделирование трехмерных нестационарных течений газа через пористые объекты с источниками энерговыделения // Вычислительная механика сплошных сред. — 2016. — Т. 9, №3. — С. 331–344.

ПРИМЕНЕНИЕ АДАПТИВНОЙ ИНТЕРПОЛЯЦИИ В ЗАДАЧАХ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ С ИНТЕРВАЛЬНЫМИ ПАРАМЕТРАМИ

A. Ю. Морозов, В. Ю. Гидаспов, Д. Л. Ревизников

МАИ, Москва, Россия

При решении прикладных задач часто приходится иметь дело с системами обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ), содержащими некоторую неопределенность или неоднозначность в начальных условиях или параметрах. Для таких задач является необходимым получение интервальной оценки решения по известным интервалам значений исходных данных. В частности, подобные задачи возникают в прикладной механике, термодинамике и химической кинетике.

При решении задач Коши для систем ОДУ с интервальными параметрами существуют численные методы, основанные на рядах Тейлора, такие, как прямой метод Мура, метод параллелепипедов и QR-метод Лонера [1]. Эти методы просты и достаточно нетребовательны в плане вычислительных ресурсов, но их применение для реальных систем приводит к неудовлетворительным результатам из-за эффекта обертывания, проявляющегося в безграничном росте ширины получаемых интервальных оценок решений [2]. Приемы, основанные на символьном представлении формул, например, методы, аппроксимирующие оператор сдвига вдоль траектории решений [3], не подвержены эффекту обертывания, но для них характерна высокая вычислительная сложность и в большинстве случаев крайне высоки затраты памяти для хранения получающихся символьных формул. В связи с этим в настоящее время есть потребность в методах, которые за приемлемое время находили бы интервальную оценку решений, и при этом не были бы подвержены влиянию эффекта обертывания.

Рассматриваемый алгоритм позволяет находить непосредственно зависимость решений задачи от конкретных значений интервальных параметров. При наличии такой зависимости оценка верхней и нижней границы решений не представляет трудностей.

Идея заключается в построении адаптивного разбиения пространства, образованного интервальными начальными условиями и параметрами задачи, на основе kd-дерева. Каждая вершина дерева представляет собой регулярную интерполяционную сетку, соответствующую заданной степени интерполяционного многочлена. Каждому узлу сетки сопоставляется решение, найденное при параметрах, определяемых положением узла в пространстве.

Одна итерация алгоритма состоит из двух этапов. На первом этапе вычисляются решения на следующем «временном» слое для всех узлов сеток с помощью какого-либо численного метода интегрирования. На втором этапе происходит перестроение kd-дерева по принципу минимизации ошибки интерполяции в вершинах.

В ходе выполнения алгоритма на каждом шаге решения исходной задачи находится кусочно-полиномиальная функция, которая интерполирует зависимость решения задачи от конкретных значений интервальных параметров с заданной точностью.

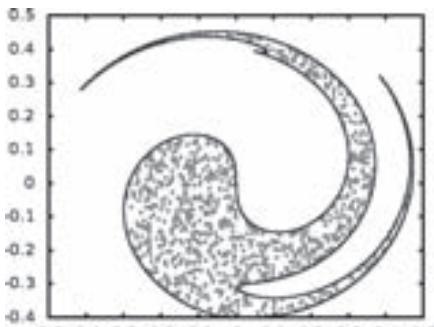


Рис. 1. Консервативный осциллятор.
Фазовая плоскость

ответствующую заданной степени интерполяционного многочлена. Каждому узлу сетки сопоставляется решение, найденное при параметрах, определяемых положением узла в пространстве.

Одна итерация алгоритма состоит из двух этапов. На первом этапе вычисляются решения на следующем «временном» слое для всех узлов сеток с помощью какого-либо численного метода интегрирования. На втором этапе происходит перестроение kd-дерева по принципу минимизации ошибки интерполяции в вершинах.

В ходе выполнения алгоритма на каждом шаге решения исходной задачи находится кусочно-полиномиальная функция, которая интерполирует зависимость решения задачи от конкретных значений интервальных параметров с заданной точностью.

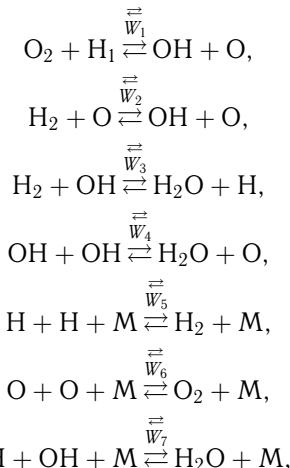
Рассмотрим нелинейную систему ОДУ, описывающую консервативный осциллятор:

$$\begin{cases} \frac{dx}{dt} = y, & x(0) \in [-0,4; 0,4], \\ \frac{dy}{dt} = -\sin(x), & y(0) \in [0,0; 0,3]. \end{cases}$$

Система записана в безразмерных переменных.

На рис. 1 непрерывной линией показано множество решений, полученное с помощью рассматриваемого подхода, а точками, полученное методом Монте-Карло, в момент $t = 313$. Исходное множество в процессе интегрирования ОДУ сильно деформировалось, вытянулось и превратилось в некоторую спиралевидную структуру.

Рассмотрим модель химической кинетики [4], описывающую систему из шести компонент: H_2O , OH , H_2 , O_2 , H , O , в которой протекает 13 реакций [5]:



где $\text{M} = \{\text{H}_2, \text{H}_2\text{O}, \text{O}_2\}$, \vec{W}_i — скорости i -й химической реакции в прямом и обратном направлениях.

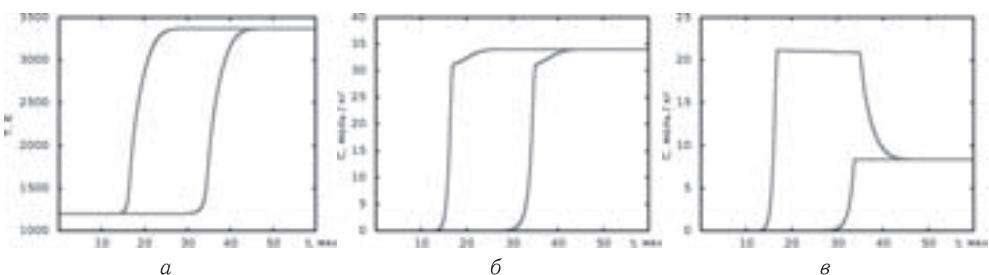


Рис. 2. Зависимость температуры (а) и мольно-массовых концентраций H_2O (б) и H (в) от времени

Рассматривается стехиометрическая смесь водорода и кислорода при начальной температуре 1200 К, постоянной плотности 0,12 кг/м³ и постоянной внутренней энергии 1,48 МДж/кг. В первой и четвертой реакции предэкспоненциальный множитель в уравнении Аррениуса задавался интервально: $[2 \cdot 10^8, 6 \cdot 10^8] \text{ м}^3/(\text{моль} \cdot \text{с})$ — для первой реакции и $[1,5 \cdot 10^3, 4,5 \cdot 10^3] \text{ м}^3/(\text{моль} \cdot \text{с})$ —

для четвертой. Все остальные коэффициенты скоростей реакций были взяты из [5]. На рис. 2 представлены верхние и нижние оценки для температуры смеси и концентраций некоторых компонент.

Полученные оценки границ совпадают с полученными оценками методом Монте-Карло, при этом предлагаемый подход требует на порядки меньше вычислительного времени.

Результаты аprobации алгоритма на модельных примерах и на задачах химической кинетики показывают его эффективность и говорят о применимости к решению рассматриваемого класса задач. В рамках моделирования процессов горения рассматриваемый подход позволяет исследовать зависимость времени задержки воспламенения от констант скоростей химических реакций. Важно отметить, что алгоритм поддается распараллеливанию и соответствует как архитектуре CUDA, так и архитектуре MPI.

1. Markus Neher, Interval Methods and Taylor Model Methods for ODEs, TM VII, Key West, KIT, Michigan State University, 2011, p. 33.
2. Морозов А.Ю., Ревизников Д.Л. Модификация методов решения задачи Коши для систем обыкновенных дифференциальных уравнений с интервальными параметрами // Труды МАИ. — 2016. — №89. — <http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=73407>.
3. Рогалев А.Н. Символьные вычисления в гарантированных методах, выполненные на нескольких процессорах // Вестник НГУ. «Информационные технологии». — 2006. — Т. 4. — Вып. 1. — С. 56–62.
4. Гидаспов В.Ю., Северина Н.С. Элементарные модели и вычислительные алгоритмы физической газовой динамики. Термодинамика и химическая кинетика: Учебное пособие. — М.: Факториал, 2014. — 84 с.
5. Варнатц Ю., Маас У., Дибл R. Горение. Физические и химические аспекты, моделирование, эксперименты, образование загрязняющих веществ / Пер. с англ. Г. Л. Агафонова; Под ред. П. А. Власова. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. — 352 с.

ДИНАМИКА СУДОВ АКТИВНОГО ЛЕДОВОГО ПЛАВАНИЯ НА ОСНОВЕ СОВРЕМЕННЫХ ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫХ ТЕХНОЛОГИЙ

Ю. И. Нечаев

СПбГМТУ, Санкт-Петербург, Россия

Динамика судов активного ледового плавания представляет собой одно из перспективных направлений использования методов компьютерного моделирования на основе современных интеллектуальных технологий [1, 2]. Интегрированный комплекс оперативного контроля динамики взаимодействия реализован в виде модульной структуры бортовой интеллектуальной системы (ИС) нового поколения (рис. 1), обеспечивающей оперативный контроль поведения судов активного ледового плавания при различном уровне внешних возмущений от ледовых образований различной конфигурации. Реализация ИС выполнена в рамках многорежимного принципа управления с использованием технологии активных динамических систем (АДС) [3].

Динамическая база знаний функционирует на основе данных измерений, поступающих с датчиков динамики взаимодействия, установленных в зоне контакта, и датчика прогноза толщины ледового поля, установленного в носовой части на палубе судна. Процедуры обработки информации при оценке ситуации, выработке практических рекомендаций выполняются системой автоматически по мере поступления данных от измерительной системы.

Управляющий модуль является ядром программного комплекса и предназначен для выполнения последовательности операций при анализе и прогнозе динамических ситуаций. С помощью этого модуля осуществляется переход от низкоуровневого варианта использования параллельных вычислений, ориентированных главным образом на обработку текущей информации от датчиков измерительной системы, к работе со средствами моделирования на базе предметно-ориентированного графического интерфейса. Выполняя основную функцию управления процессом функционирования программного комплекса, этот модуль открывает возможность доступа к информационному обеспечению системы и реализуется с помощью менеджера задач.



Рис. 1. Модульная структура программного комплекса бортовой ИС

Концептуальная модель. Построение алгоритмов и программного комплекса экстременных вычислений ведется в соответствии с современными требованиями, предъявляемыми к разработке интеллектуальных технологий экстременных вычислений и предусматривает создание процедур управленческих решений на основе адаптивных алгоритмов, методов и моделей, реализуемых в рамках принципа конкуренции [1].

Модель АДС задается следующими характеристиками:

$$ADS = \langle s \in S, Str(I, U), G(S, D), Int(F), Pref(F, E), Per(S), I(D), U(D) \rangle, \quad (1)$$

где $s \in S$ — элементы системы; $Str(I, U)$ — структура системы в виде совокупности информационных и управляющих связей; $G(S, D)$ — порядок функционирования (генерация стратегий и выбор решения), $Int(F)$ — интервал функционирования; $Pref(F, E)$ — предпочтения функциональных элементов системы (интерпретирующий и вычислительный модули); $Per(S)$ — допустимое множество состояний; $I(D)$ — информация на момент принятия решения и целевая функция системы; $U(D)$ — механизмы управления и совокупность правил принятия решений.

Состояние судна как АДС в рассматриваемый момент времени t зависит от переменной состояния $y \in A$ и управляющих воздействий $u \in U$, $y \in G(u)$. На множестве $U \times A$ задается функционал $\Phi(u, y)$, определяющий выполнение операций контроля на интервале времени $[t_0, t_k]$. Эффективность управления $\Phi(u)$ определяется выбором допустимого режима, при котором обеспечивается максимальное значение эффективности:

$$\Phi(u) \rightarrow \max(u \in U). \quad (2)$$

Управляемые элементы АДС обладают свойством активности при выборе лучших стратегий контроля при заданных или прогнозируемых значениях управляющих воздействий.

Многорежимное управление. Особенности динамики судна в ледовых условиях определяются сложным взаимодействием судна с внешней средой и многорежимностью управления. Поведение судна как многорежимной динамической системы со сложной структурой описывается дифференциальным уравнением:

$$\begin{aligned} x' &= f[k](t, x, u, q), \quad t \in [t_0, T], \\ x(t_0) &= x_0, \quad k \in \{1, \dots, K\}, \end{aligned} \quad (3)$$

где x — вектор состояния; $f^{[k]}(\cdot)$ — функция многорежимной системы; u — управляющее действие (изменение скорости и курса судна); q — вектор параметров конкретной модели обработки информации; k — номер текущей структуры; t_0 и T — начальный и конечный моменты времени контроля; x_0 — начальное условие.

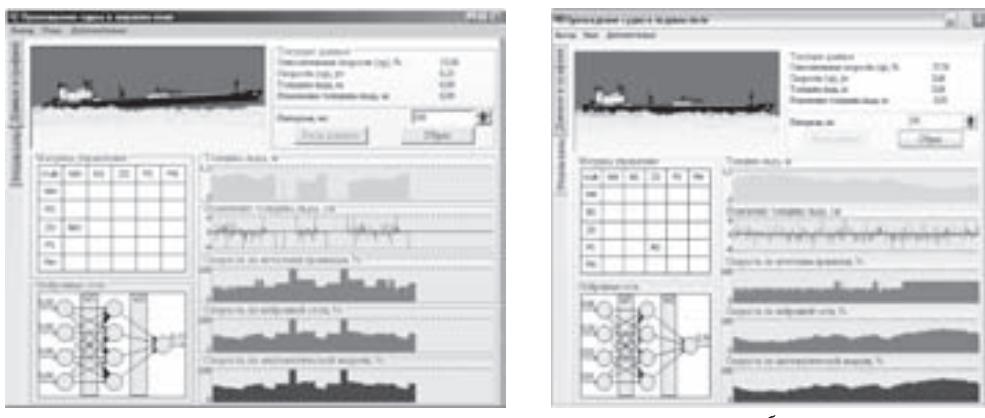


Рис. 2. Результаты моделирования динамики судна на основе нейронечеткой и стандартной модели для движения в торосах (а) и в сплошном (б) ледовом поле

Принцип многорежимности обеспечивает возможность настройки системы управления на различные режимы движения судна во льдах: обычный режим, связанный с преодолением сплошного ледового поля; режим движения «набегами» в сложных ледовых условиях; режим движения в битом льду при различной сплоченности льда; режим движения в дрейфующих льдах при значительных ударных нагрузках.

Пример контроля скорости судна с использованием матрицы нечеткого управления и нейронной сети (рис. 2) содержит результаты моделирования ситуации на основе концепции «мягких вычислений». В качестве конкурирующих вычислительных технологий использованы нечеткое, нейросетевое и математическое моделирование на основе системы дифференциальных уравнений динамики судна на волнении [2].

- Нечаев Ю. И. Теория катастроф: современный подход при принятии решений. — Санкт-Петербург: Арт-Экспресс, 2011.
- Нечаев Ю. И. Динамика судов активного ледового плавания. — Санкт-Петербург: Арт-Экспресс, 2016.
- Новиков Д. А., Петраков С. Н. Курс теории активных систем. — М.: СИНТЕГ, 1999.

НЕЙРОДИНАМИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ В ЗАДАЧАХ АДАПТИВНОГО УПРАВЛЕНИЯ НА ОСНОВЕ СОВРЕМЕННОЙ ТЕОРИИ КАТАСТРОФ

Ю. И. Нечаев

СПбГМТУ, Санкт-Петербург, Россия

Использование интеллектуальных технологий на основе современной теории катастроф имеет принципиальное значение при разработке бортовых интеллектуальных систем (ИС) новых поколений [1–3]. Особую сложность в таких системах представляют задачи адаптивного управления в условиях непрерывного изменения динамики объекта и внешней среды. Ниже обсуждаются наиболее важные аспекты проблемы реализации нейродинамических систем (ND-систем) при функционировании бортовой ИС контроля поведения судов в сложных динамических средах.

ND-системы в задачах идентификации и аппроксимации. Архитектуры ND-систем, используемые при реализации пространства поведения современной теории катастроф представлены на рис. 1. Ансамбль нейронных сетей (*а*) и интегрированный нейродинамический комплекс (*б*) обеспечивают оперативный контроль параметров внешней среды и динамических характеристик судна в режиме экстренных вычислений на базе данных измерений при непрерывном изменении динамики объекта и внешней среды [1]. Анализ альтернатив и выбор решения в условиях неопределенности осуществляются в рамках принципа конкуренции, при реализации которого на основе стратегии управления обеспечивается сходимость решений к структуре целевого атTRACTора, определяющего особенности текущей ситуации.

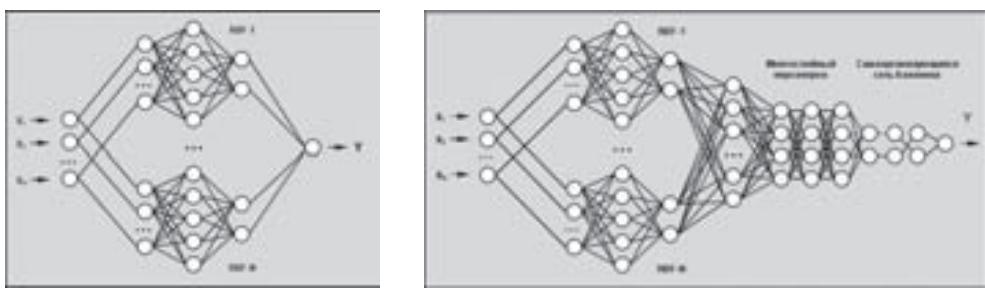


Рис. 1. Структура нейросетевого ансамбля (*а*) интегрированного нейросетевого комплекса (*б*), реализующих оператор преобразования сложных сигналов при контроле экстремальных ситуаций

Эффективное решение задачи преобразования информации достигается за счет организации ансамбля RBF-сетей, реализующего контроль «климатического спектра» морского волнения и разделения функций интегрированного нейросетевого комплекса, состоящего из RBF-сетей, многослойного персептрона и самоорганизующейся сети Кохонена [2]. Причем, первый входной слой представлен набором RBF-сетей, обеспечивающих фильтрацию данных измерений, второй промежуточный слой — персептрон, выполняющий функцию концентратора информации, и, наконец, выходной слой — самоорганизующаяся сеть Кохонена, реализующий задачу классификации данных.

Вычислительные эксперименты по исследованию режимов функционирования позволили выполнить сравнительную оценку критического интервала времени (мин) нахождения судна в экстремальной ситуации. При реализации принципа

конкуренции стандартный алгоритм на базе нелинейной стохастической модели [1] сопоставлялся с результатами нейродинамического моделирования (табл. 1). В таблице содержатся значения критического интервала времени нахождения судна в экстремальной ситуации на интервале реализации. Оценка момента возникновения «скачка» динамической нагрузки производилась с использованием кластера Фибоначчи [3].

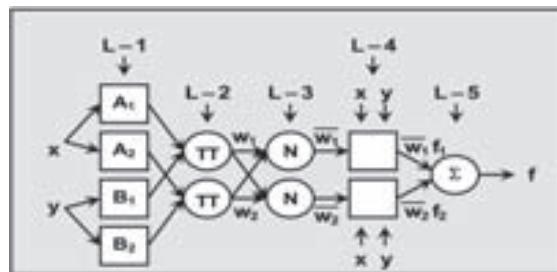
Таблица 1

Результаты оценки критического интервала времени нахождения судна в экстремальной ситуации (мин)

Интервал времени, мин	Стандартный алгоритм	Нейросетевой алгоритм
1	65–62	63–61
2	50–46	49–47
4	38–35	36–34
6	30–27	28–26
8	25–23	23–22
10	22–19	21–18

Из приведенных в табл. 1 данных следует, что нейросетевой алгоритм приводит к менее оптимистичным значениям критического интервала времени при сравнительно небольшом разбросе данных для рассматриваемых вычислительных технологий.

Реализация адаптивного управления. Адаптивное управление реализуется с помощью нейронечеткой системы (рис. 2), функционирующей в режиме экстренных вычислений [2]. В приведенной структуре узлы, обозначенные кружочками, являются фиксированными, а узлы в виде квадратиков — адаптируемыми, т. е. их параметры могут настраиваться. Как видно из рисунка, функции нейронечеткой системы изменяются от узла к узлу и зависят от текущей ситуации и решаемой задачи. Наиболее сложную функцию реализует адаптивный узел с параметрами, изменяющимися в процессе обучения на основе данных динамических измерений. Более простая функция характерна для узлов, параметры которых сохраняются неизменными в процессе обучения. Функциональность системы обеспечивает оперативный контроль поведения судна в экстремальной ситуации на интервале реализации.



разворота на волнении. Из этих данных следует, что использование нейронечеткой системы позволяет обеспечить эффективный контроль безопасности движения судна на волнении.

Таблица 2

Результаты оценки величины снижения скорости судна на волнении

№ опыта	Стандартный алгоритм	Нейросетевой алгоритм
1	2,40	2,57
2	3,43	3,50
3	3,67	3,71
4	4,14	4,67
5	4,96	5,05

1. Нечаев Ю. И. Теория катастроф: современный подход при принятии решений. — Санкт-Петербург. Апт. Экспресс, 2012. Нейрокомпьютеры в интеллектуальных технологиях XXI века. — М.: Радиотехника, 2011.
2. Помехоустойчивые коды: Компьютер Фибоначчи. — М.: Знание. Радиоэлектроника и связь, 1989. — Вып. 6.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ СИЛ В ЗАДАЧЕ О ДВИЖЕНИИ ВИБРОРОБОТА В ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ*

A. Н. Нуриев¹, О. С. Захарова²

¹ННГУ, Нижний Новгород, Россия; ²К(П)ФУ, Казань, Россия

Одна из простейших моделей вибрационного устройства, способного перемещаться в сопротивляющейся среде, может быть представлена в виде двухмассовой системы, состоящей из замкнутого корпуса и подвижного внутреннего груза. Устройства подобной архитектуры часто называют вибророботами. Периодическое движение внутренней массы вызывает движение корпуса устройства, которое в свою очередь встречает сопротивление внешней среды. Именно это сопротивление определят возможность направленного движения всей системы в среде и его эффективность.

При изучении движения виброробота в вязкой жидкости и вопросов его оптимизации нелинейное гидродинамическое сопротивление является ключевым неизвестным фактором, определяемым течениями, образованными в результате взаимодействия корпуса устройства с жидкостью. Практически все предыдущие исследования такого взаимодействия опирались на гипотезу о квазистационарности течений, пренебрегая при этом наследственными эффектами [1, 2], связанными с предысторией движения, или используя вместо них упрощенные аппроксимационные зависимости [3]. Целью настоящей работы являлось изучение реальных гидродинамических сил, действующих на виброробот в условиях периодического движения. Для этого рассматривалась комплексная модель взаимодействия робота со средой, в рамках которой движение жидкости описывалось полной нестационарной системой уравнений Навье–Стокса.

*Работа выполнена при поддержке гранта РНФ 15-19-10039.

Исследование проводилось для класса двухфазных законов движения виброробота со сферическим корпусом. Перемещение полностью симметричного тела в данном случае обеспечивалось за счет чередования фаз быстрого и медленного движения, во время которых корпус перемещался с практически постоянными скоростями. Согласно результатам [1–3] именно такие двухфазные законы обеспечивают оптимальное, с точки зрения энергозатрат, движение виброробота в жидкости при низких числах Рейнольдса. Соотношение скоростей на разных фазах определялось из условия установившегося движения (нулевой средней силы за период движения) при заданных параметрах: числе Рейнольдса Re_s (определенном по средней скорости движения), числе Кулегана–Карпентера KC (характеризующего отношение расстояния, пройденного за один период, к диаметру корпуса) и отношении продолжительности фазы быстрого движения к полному периоду Δ . Задача взаимодействия виброробота с жидкостью решалась численно на базе пакета с открытым исходным кодом OpenFOAM. Численная схема разрабатывалась на основе моделей [4, 5]. Расчеты проводились в следующем диапазоне параметров $Re_s < 120$, $0,1 < KC < 2$, $0,04 < \Delta < 0,2$. По результатам моделирования вычислялись средняя скорость движения устройства в установившемся режиме, показатель эффективности движения, визуализировались режимы течения, а также изучались силы, оказывающие влияние на движение устройства.

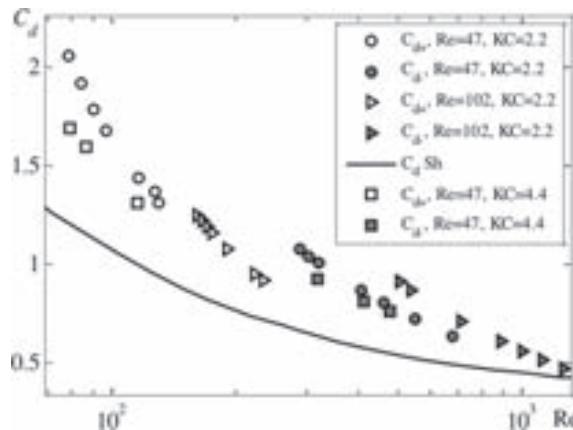


Рис. 1. Зависимость коэффициентов сопротивления от мгновенного числа Рейнольдса при разных параметрах движения: $KC = 2,2$, $Re_s = 47$, $\Delta = [0,2, 0,18, 0,16, 0,1, 0,08, 0,0589, 0,0426]$; $KC = 2,2$, $Re_s = 102$, $\Delta = [0,18, 0,16, 0,1, 0,07, 0,0589, 0,05, 0,0426]$; $KC = 4,4$, $Re_s = 47$, $\Delta = [0,16, 0,08, 0,0589]$

В ходе изучения сил, действующих на корпус со стороны жидкости при двухфазном законе движения, была предложена аппроксимация, позволяющая выделить инерциальные (пропорциональные ускорению) и вязко-вихревые (пропорциональные квадрату скорости) составляющие силы. Как показал анализ большой серии расчетов (более 70 различных случаев), на прямой и возвратной фазах движения, где скорость движения корпуса постоянна, сила (точнее ее вязко-вихревая составляющая, полностью определяющая силу в отсутствии ускорения) также имеет практически постоянное значение (разное для прямой и обратной фаз). В тоже время на коротких временных отрезках смены фаз, во время которых корпус движется с большим ускорением, абсолютное доминирование имеет инерциальная составляющая силы (коэффициент при которой остается неизменным как при ускорении, так и при замедлении тела). Таким образом, анализ закона изменения

силы позволяет определить 3 константы для заданного закона движения: C_{d+} — коэффициент сопротивления на прямой фазе, C_{d-} — коэффициент сопротивления на возвратной фазе, C_m — коэффициент присоединенных масс. Построенная с помощью такого метода аппроксимация с высокой точностью приближает данные численных экспериментов.

Значения коэффициентов C_{d+} , C_d — вычисленные при разных управляющих параметров задачи представлены на рис. 1. Как видно, мгновенное число Рейнольдса, построенное по скорости движения на прямой и возвратных фазах, в общем случае не является универсальным параметром подобия (как это обычно предполагается в квазистационарных моделях). Это доказывает значительную роль наследственных эффектов, влияющих непосредственно на силы сопротивления. Изучение изменения коэффициентов позволяет определить влияние каждого параметра задачи, а также найти их комбинации, обеспечивающие наиболее эффективное движение в жидкости.

1. Егоров А. Г., Захарова О. С. Оптимальное по энергетическим затратам движение виброробота в среде с сопротивлением // ПММ. — 2010. — Т. 74. — Вып. 4. — С. 620–632.
2. Егоров А. Г., Захарова О. С. Оптимальное квазистационарное движение виброробота в вязкой жидкости // Известия ВУЗов. Математика. — 2012. — Вып. 2. — С. 57–64.
3. Егоров А. Г., Захарова О. С. Энергетически оптимальное движение виброробота в среде с наследственным законом сопротивления // Изв. РАН. ТиСУ. — 2015. — №3. — С. 212–220.
4. Нуриев А. Н., Захарова О. С. Численное моделирование движения клиновидного двухмассового виброробота в вязкой жидкости // Вычислительная механика сплошных сред. — 2016. — Т. 9. №1. — С. 5–15.
5. Нуриев А. Н., Зайцева О. Н. Решение задачи об осциллирующем движении цилиндра в вязкой жидкости в пакете OpenFOAM // Вестник Казанского технологического ун-та. — 2013. — Т. 16, №8. — С. 116–123.

КОЛИЧЕСТВО ПОЧТИ СОВЕРШЕННЫХ ПАРОСОЧЕТАНИЙ НА ПРЯМОУГОЛЬНЫХ РЕШЕТКАХ НЕЧЕТНОГО ПОРЯДКА С ВАКАНСИЕЙ НА ГРАНИЦЕ

С. Н. Перепечко

ПетрГУ, Петрозаводск, Россия

Как известно, необходимым условием существования совершенного паросочетания в простом графе без петель и кратных ребер является четность его порядка. По отношению к ним в графах нечетного порядка наиболее близким структурным классом будут почти совершенные паросочетания, в которых ровно одна вершина оказывается не насыщенной паросочетанием. Интерес к перечислению таких объектов обусловлен их тесными связями с *задачей о димерах* — одной из классических решеточных моделей статистической механики.

По исторически сложившимся причинам долгое время наиболее популярным методом при исследовании модели димеров являлась техника пфаффианов, хорошо приспособленная именно для подсчета совершенных паросочетаний в планарных графах. Однако попытки ее обобщения на другие классы паросочетаний наталкивались на серьезные трудности. В связи с этим существенным шагом вперед стало выявление в 70-х годах прошлого века тесной связи между множеством совершенных паросочетаний в решеточном графе и множеством остовых деревьев в некотором

вспомогательном графе. История данного вопроса, а также используемые в рамках данного подхода методы хорошо представлены в [1].

Опираясь на результаты работы [1], авторы [2, 3] рассмотрели семейство прямоугольных решеток $P_m \times P_n$ при нечетных значениях параметров m и n . Было показано, что в том случае когда вакансия расположена в одном из граничных узлов решетки количество почти совершенных паросочетаний $\hat{K}_{m,n}$ окажется равным либо 0, либо приведенной ниже величине

$$\prod_{i=1}^{\frac{m-1}{2}} \prod_{j=1}^{\frac{n-1}{2}} \left(4 \cos^2\left(\frac{\pi i}{m+1}\right) + 4 \cos^2\left(\frac{\pi j}{n+1}\right) \right)$$

в зависимости от того, в какой из долей двудольного графа находится вакансия. В дальнейшем будем рассматривать только ненулевые значения $\hat{K}_{m,n}$.

Громоздкость двойного произведения не позволила авторам детально проанализировать полученный результат и им пришлось ограничиться вычислением нескольких первых членов асимптотического разложения $\ln \hat{K}_{m,n}$ в ряд по степеням параметров графа. Сопоставление с аналогичным асимптотическим разложением для числа совершенных паросочетаний $K_{m,n}$ (при условии четности порядка графа) привело к обнаружению дополнительного слагаемого в разложении $\ln \hat{K}_{m,n}$, логарифмически зависящего от параметров решетки. Для проверки выявленной зависимости были выполнены обширные численные расчеты величины отношения $K_{n-1,n+1}/\hat{K}_{n,n}$, которое аппроксимировалось выражением вида $C\sqrt{n}$. Несмотря на медленную сходимость, авторам [3] удалось получить достаточно точную оценку константы $C \approx 0,578\,250$.

Основной результат проделанной работы состоит в доказательстве того, что наличие корневой зависимости в отношении $K_{m,n+1}/\hat{K}_{m,n}$ не требует выполнения условия $m, n \rightarrow \infty$ неявно подразумеваемого использованным в [2, 3] асимптотическим разложением. Если зафиксировать один из параметров решетки, например m , то оказывается, что величина $K_{m,n+1}/\hat{K}_{m,n}$ будет пропорциональна $\sqrt{(m+1)/2}$ при всех нечетных m . В сочетании с известными формулами для вычисления $K_{m,n}$ это позволяет получить явное выражение для константы C .

Возможность радикального упрощения результатов работ [2, 3] была установлена в ходе проведения вычислительных экспериментов, связанных с построением ландшафтов почти совершенных паросочетаний в рассматриваемом семействе графов. Как выяснилось, при фиксированном m числовые последовательности $\{\hat{K}_{m,n}\}$ и $\{K_{m,n}\}$ удовлетворяют одному и тому же рекуррентному соотношению. Если учесть, что выражения для $K_{m,n}$ нам известны, то одно из произведений, фигурирующих в формуле для вычисления $\hat{K}_{m,n}$, может быть найдено в символьном виде. Сами символьные преобразования существенно опираются на одно из многочисленных соотношений, которые имеют место для полиномов Чебышева. Для краткости приведем его ниже без доказательства.

Лемма. Для всех положительных четных n и вещественных $a \neq 0$ справедливо равенство

$$\prod_{j=1}^{\frac{n}{2}-1} \left(\left(a - \frac{1}{a} \right)^2 + 4 \cos^2\left(\frac{\pi j}{n}\right) \right) = \frac{a^n - 1/a^n}{a^2 - 1/a^2}.$$

Выполнив серию громоздких преобразований в системе компьютерной алгебры, выпишем конечный результат в обозначениях работы [4]

$$\widehat{K}_{m,n} = \frac{1}{\sqrt{\frac{m+1}{2}} D_m} \prod_{j=1}^{\lfloor m/2 \rfloor} (c_j(m)^{n+1} - \bar{c}_j(m)^{n+1}).$$

Фигурирующие в этой формуле величины определяются соотношениями:

$$c_j(m) = \cos\left(\frac{\pi j}{m+1}\right) + \sqrt{1 + \cos^2\left(\frac{\pi j}{m+1}\right)}, \quad c_j(m) \bar{c}_j(m) = -1.$$

Квадрат D_m является целым числом, поэтому его удобно записывать в виде

$$D_m^2 = \frac{(\sqrt{2}+1)^{m+1} + (-1)^{\delta(m)} (\sqrt{2}-1)^{m+1}}{2^{3/2+\delta(m)}}.$$

Признак нечетности числа $\delta(m)$ равен 1 для нечетных m и 0 для четных. Сопоставление формулы для $\widehat{K}_{m,n}$ с выражением (1) из [4] свидетельствует о наличии в знаменателе дополнительного множителя $\sqrt{(m+1)/2}$ при всех m , который в несколько ином виде и был обнаружен в асимптотических разложениях [2, 3].

При фиксированном m асимптотику $\widehat{K}_{m,n}$ можно выписать в явном виде если, аналогично [4], ввести функцию $\Lambda(m) = \prod_{j=1}^{\lfloor m/2 \rfloor} c_j(m)$. Тогда при $n \rightarrow \infty$ будем иметь $\widehat{K}_{m,n} \sim \Lambda^{n+1}(m) / (\sqrt{(m+1)/2} \cdot D_m)$. В свою очередь, при той же ширине решетки m количество совершенных паросочетаний в графе $P_m \times P_{n+1}$ (см. формулу (1) в [4]) оценивается величиной $\Lambda^{n+2}(m) / D_m$. Следовательно, $\lim_{n \rightarrow \infty} K_{m,n+1} / \widehat{K}_{m,n} = \Lambda(m) \cdot \sqrt{(m+1)/2}$ и логарифмические поправки в асимптотике $\ln \widehat{K}_{m,n}$ будут проявляться даже в таких графах, которые имеют вид узких, но длинных полосок.

Оценка числа почти совершенных паросочетаний в больших квадратных решетках требует учета дополнительного множителя. Положив $m = n$ в формуле для вычисления $\widehat{K}_{m,n}$, получим, после вынесения из каждого множителя коэффициента $c_j(m)$, следующее выражение:

$$\widehat{K}_{n,n} = \frac{\Lambda^{n+1}(n)}{\sqrt{\frac{n+1}{2}} D_n} \prod_{j=1}^{\lfloor n/2 \rfloor} \left(1 - \bar{c}_j(n)^{2(n+1)}\right).$$

При больших n вклад в $\widehat{K}_{n,n}$ последнего множителя в виде произведения оказывается мало отличающимся от единицы, поскольку

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \prod_{j=1}^{\lfloor n/2 \rfloor} \left(1 - \bar{c}_j(n)^{2(n+1)}\right) = \prod_{j=1}^{\infty} (1 - e^{-2\pi j}) = \frac{\Gamma\left(\frac{1}{4}\right) e^{\pi/12}}{2 \pi^{3/4}} \approx 0,998\,129.$$

Опираясь на результаты [4], можно повторить аналогичные рассуждения для величины $K_{n-1,n+1}$ и найти значение константы C из [3]

$$C = \frac{\sqrt[4]{2\pi^3} e^{-G/\pi}}{\Gamma\left(\frac{1}{4}\right)} \approx 0,578\,249\,860.$$

1. Kenyon R. W., Propp J. G., Wilson D. B. Trees and matchings // The Electronic Journal of Combinatorics. — 2000. — V. 7. art. #R25.
2. Wu F. Y. Dimers and spanning trees: some recent results // International Journal of Modern Physics B. — 2002. — V. 16, No. 14–15. — P. 1951–1961.
3. Tzeng W.-J., Wu F. Y. Dimers on a simple-quartic net with a vacancy // Journal of Statistical Physics. — 2003. — V. 110, No. 3–6. — P. 671–689.
4. Караваев А. М., Перепечко С. Н. Производящие функции в задаче о димерах на прямоугольных сеточных графах // Информационные процессы. — 2013. — Т. 13, №4. — С. 374–400.

ДИНАМИКА АВАРИЙНОГО СУДНА В УСЛОВИЯХ АДАПТАЦИИ И САМООРГАНИЗАЦИИ НА НЕРЕГУЛЯРНОМ ВОЛНЕНИИ

O. H. Петров

СПбГМТУ, Санкт-Петербург, Россия

При создании математического обеспечения бортовой интеллектуальной системы (ИС) контроля динамической непотопляемости морских судов разрабатываются и «проигрываются» различные сценарии развития эволюционной динамики экстренных вычислений [1–5]. Экстремальные ситуации моделируются на основе динамической теории катастроф [2], позволяющей представить процесс эволюции в виде движения системы к целевому аттрактору и при потере устойчивости (возникновение катастрофы). Функционируя в рамках принципа конкуренции, разработанная вычислительная технология обеспечивает непрерывный контроль динамики аварийного судна как нелинейной нестационарной системы (NN-системы) в окрестности «потенциальной ямы». Типичными аттракторами динамики взаимодействия является устойчивый и неустойчивый предельные циклы, формируемые в зависимости от особенностей динамики судна на интервале реализации.

Выработка управляющих воздействий по стабилизации ситуации осуществляется на основе механизма логического вывода нечеткой формальной системы. Структура управления предусматривает использование различных стратегий в зависимости от сложности ситуации, включая программное и адаптивное управление с помощью параметрической настройки системы и управление на основе принципа самообучения с использованием текущей и накопленной информации о динамике взаимодействия в нестандартных (нештатных и экстремальных) ситуациях.

В качестве примеров практической реализации разработанной стратегии и концептуальных решений построения самоорганизующихся систем рассмотрим эволюцию судна для случаев взаимодействия, связанных с перестройкой картины поведения судна при непрерывном изменении параметров судна и внешней среды (рис. 1 и 2). Характерные точки катастрофы на этих рисунках — центр масс G , кривая центров величины $C(\theta)$, метацентр m_0 , точка сборки Р и область бифуркационного множества $B(\theta)$ — изменяют свое положение в процессе структурной и параметрической самоорганизации. Затененная область $GZ_0(\theta)$ соответствует изменению восстанавливющего момента $M(\theta)$, который создается за счет положительной величины метацентрической высоты.

Случай взаимодействия, приведенный на рис. 1, отображает результат преобразования динамической картины катастрофы на основе структурной и параметрической самоорганизации. Исходная модель взаимодействия соответствует формированию первого классического случая затопления S_1 (симметричное затопление) и перехода системы в новый режим S_3 вследствие интенсивного затопления

отсеков судна на нерегулярном волнении. При этом происходит резкое снижение метацентрической высоты и переход системы в область их отрицательных значений (пример формирования аттрактора бистабильной динамической системы [4]).

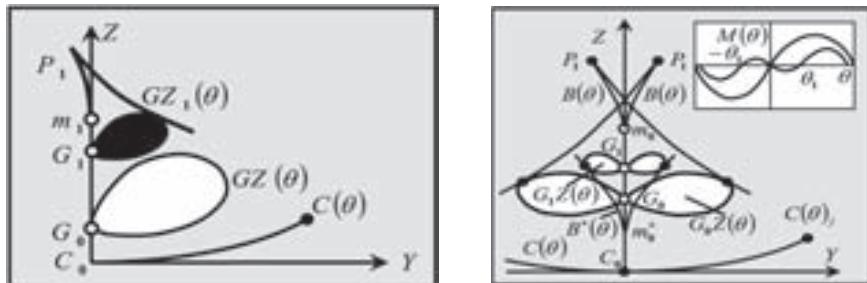


Рис. 1. Перестройка модели катастроф $S_1 \Rightarrow S_3$ при симметричном затоплении отсеков поврежденного судна

Динамические картины взаимодействия на рис. 2 отображают результат структурной и параметрической самоорганизации при асимметричном затоплении отсеков поврежденного судна [3].

Модель катастрофы характеризует формирование второго классического случая затопления S_2 и переход системы в новый аттрактор, соответствующий более сложному режиму S_4 вследствие снижения метацентрической высоты до области отрицательных знаний за счет влияния влившееся воды и воздействия нерегулярного волнения.

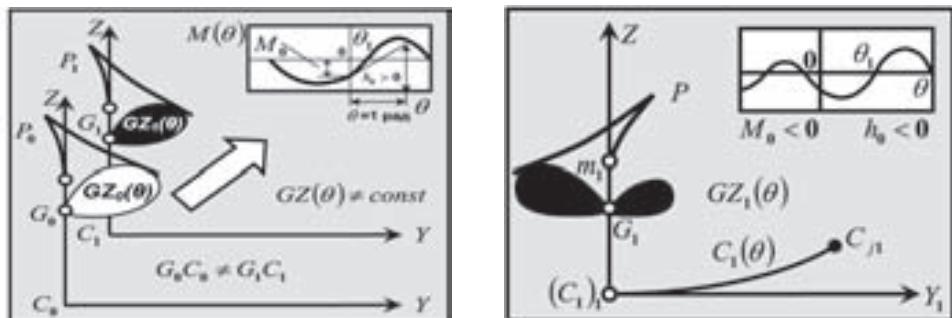


Рис. 2. Перестройка модели катастроф $S_2 \Rightarrow S_4$ при асимметричном затоплении отсеков поврежденного судна

Рассмотренные предельные случаи нештатных ситуаций при интенсивных внешних воздействиях связаны с возникновением пульсирующей «потенциальной ямы» и катастрофических ситуаций, приводящих к потере устойчивости движения. При функционировании программного комплекса экстренных вычислений возможность наступления таких ситуаций предусматривается за счет формализации процедурной компоненты динамической базы знаний. Для этого разрабатываются модели прогноза развития экстремальных и нештатных ситуаций, которые отрабатываются в процессе тестирования программного комплекса бортовой ИС на основе построения сценариев динамики взаимодействия судна с внешней средой и анализа альтернативных решений.

Таким образом, проблема самоорганизации в задачах исследования процессов взаимодействия судна с внешней средой рассматривается в рамках функциониро-

вания адаптивной динамической среды [5]. Сложность динамической среды рождает разнообразие динамических картин взаимодействия в непрерывно изменяющейся внешней среде. В этих условиях на первый план выдвигаются проблема построения моделей эволюции и самоорганизации исследуемой системы в условиях неопределенности и неполноты исходной информации. Другая проблема связана с реализацией математического описания, соответствующего динамике самоорганизующейся системы в условиях возникновения пульсирующей «потенциальной ямы».

На основе концептуальных решений разработан математический аппарат геометрической и аналитической интерпретации текущих ситуаций при комплексном использовании достижений современной компьютерной математики и средств высокопроизводительных вычислений. В рамках такой формализации открываются возможности анализа и прогноза развития сложных динамических ситуаций при взаимодействии аварийного судна с внешней средой.

1. Нейрокомпьютеры в интеллектуальных технологиях XXI века: монография / Под общей ред. Ю. И. Нечаева. — М.: Радиотехника, 2012. — 352 с.
2. Нечаев Ю. И. Теория катастроф: современный подход при принятии решений: монография. — Санкт-Петербург: Арт-Экспресс, 2011. — 392 с.
3. Нечаев Ю. И., Петров О. Н. Непотопляемость судов: подход на основе современной теории катастроф: монография. — Санкт-Петербург: Арт-Экспресс, 2014. — 368 с.
4. Нечаев Ю. И. Топология нелинейных нестационарных систем: теория и приложения: монография. — Санкт-Петербург: Арт-Экспресс, 2015. — 332 с.
5. Новиков Д. А., Петраков С. Н. Курс теории активных систем. — М.: СИНЕГ, 1999.

ВЕРИФИКАЦИОННЫЕ РАСЧЕТЫ НА ЭКСПЕРИМЕНТЕ ПО СМЕШЕНИЮ РАЗНОТЕМПЕРАТУРНЫХ ПОТОКОВ НАТРИЯ ЗА ПЕРЕГОРОДКОЙ В КАНАЛЕ

И. С. Прокопцов, А. Н. Крылов, С. А. Рогожкин, И. Д. Фадеев

АО «ОКБМ Африкантов», Нижний Новгород, Россия

Увеличение срока службы и повышение безопасности реакторных установок БН-600, БН-800 и проектируемой БН-1200, где в качестве теплоносителя используется жидкий натрий, требуют детального исследования теплогидравлических процессов. Одним из таких процессов, который оказывает существенное влияние на ресурс конструкций, является неизотермическое смешение теплоносителя. При смешении разнотемпературных потоков возникают пульсации температур, которые обуславливают дополнительные термоциклические нагрузки на оборудование и трубопроводы, вплоть до возникновения трещин [1, 2].

Моделирование процесса неизотермического перемешивания возможно с помощью методов вычислительной гидродинамики (CFD-кодов). Однако использование CFD-кодов, применительно к натриевому теплоносителю, требует дополнительной верификации на экспериментальных данных, полученных на натриевых стендах.

Для наполнения матрицы верификации применительно к РУ БН были проведены экспериментальные исследования процесса перемешивания разнотемпературных потоков натрия на модели канала с перегородкой. Канал с перегородкой представляет собой соединение труб из нержавеющей стали диаметром 42,5 мм, и толщиной стенки трубы 1,5 мм, который показан на рис. 1. В трубе герметично

установлена продольная перегородка, разделяющая ее на две части. В каждой части установлены хонейкомбы для формирования потоков «горячего» и «холодного» натрия. Далее потоки натрия поступают в участок цилиндрической трубы без перегородки (участок смешения), где происходит процесс смешивания двух разнотемпературных потоков. Исследования проводились для четырех экспериментальных режимов, отличающихся соотношением расходов и температур натрия, поступающих в канал с перегородкой.

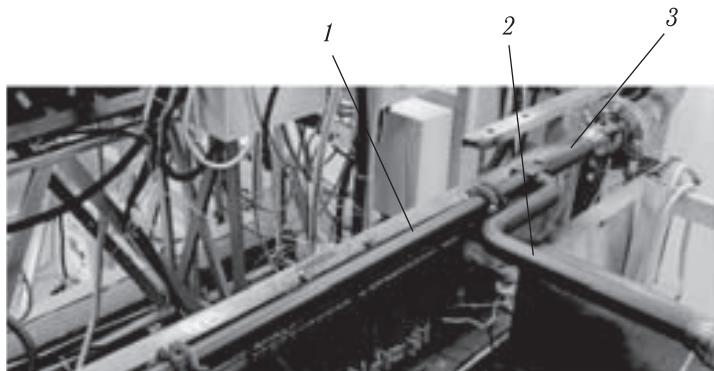


Рис. 1. Экспериментальная модель канала с перегородкой: 1 — участок смешения; 2 — трубопровод «холодного» натрия; 3 — трубопровод «горячего» натрия

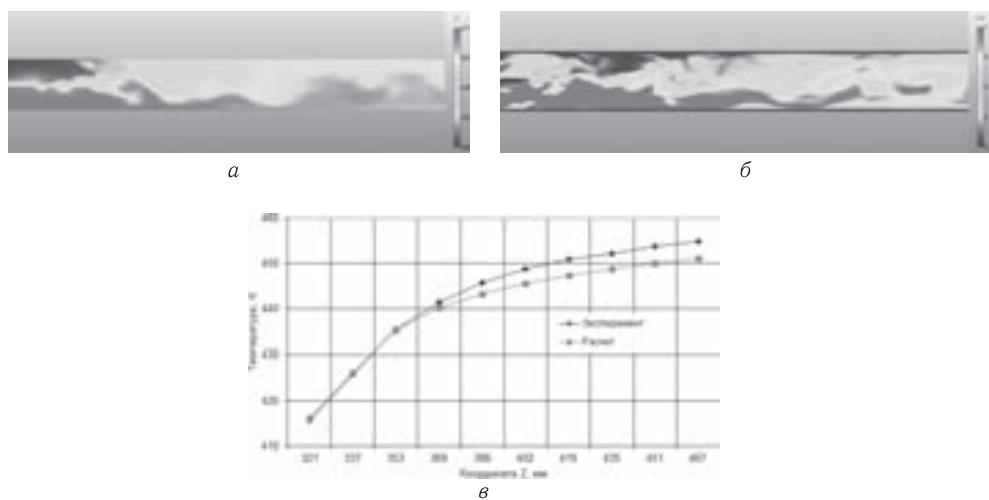


Рис. 2. Результаты расчета в канале с перегородкой: а — поле температуры (К); б — поле скорости (м/с); в — распределение температур на поверхности трубопровода участка смешения

В процессе исследования на участке смешения определялась температура в контрольных точках. Для этого с помощью термопар проводились измерения температуры в потоке натрия, а с помощью тепловизора «FLIR SC5000» измерялась температура на внешней поверхности трубопровода.

Для проведения расчетных исследований с последующим сравнением с экспериментальными данными применялся CFD-код ЛОГОС с использованием LES подхода. Численное моделирование проводилось на расчетной сетке, включающей

~ 85 млн элементов, и с использованием высокопроизводительных вычислительных ресурсов ~ 640 ядер. Для всех четырех режимов были получены поля скорости и температуры, зависимости температуры от времени в контрольных точках, по которым рассчитывалась средняя температура и среднеквадратичное отклонение температурной пульсации. Результаты расчета для одного из экспериментальных режимов приведены на рис. 2.

Результаты верификационных расчетов, полученные по программе ЛОГОС с использованием LES подхода, удовлетворительно согласуются с экспериментальными данными. При этом значение относительного отклонения температуры не превышает 9 %.

1. IAEA-TECDOC-1318 Validation of fast reactor thermomechanical and thermohydraulic codes. Final report of co-ordinated research project 1996-1999.
2. Виленский О.Ю., Крылов А.Н., Осипов С.Л., Остров Д.Л., Рогожкин С.А., Марголин О.Ю., Прокошев О.Ю., Поздняков М.Л., Гуленко А.Г. Расчетно-экспериментальные исследования причин образования сетки трещин в районе верхней трубной доски теплообменника реактора БН-600 // Известия высших учебных заведений. Ядерная энергетика. — 2015. — №1. — С. 56–65.

О НЕКОТОРЫХ РАЗЛОЖЕНИЯХ МАТРИЦ В СПЕКТРАЛЬНЫХ ЗАДАЧАХ

И. Е. Серебрякова

МАИ, Москва, Россия

При численном решении Несимметричных Спектральных Задач (НСЗ) для матриц $\tilde{A}(n \times n)$:

$$\tilde{A} \cdot X = \lambda \cdot X, \quad (a_{kj} \neq a_{jk}); \quad (1)$$

($\lambda = \alpha + i \cdot \beta$ — Собственное Значение (СЗ), X — Собственный Вектор (СВ), $X = x + i \cdot y$, ($x^T = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, $y^T = (y_1, y_2, \dots, y_n)$) в ряде случаев оказывается возможным существенно упростить вычисление СЗ и СВ для заданной Несимметричной Матрицы (НсМ) $A(n \times n)$. Например, если $A = f(B)$, $B(n \times n)$ — матрица, для которой уже получено решение спектральной задачи, т. е. определены СЗ λ_B и СВ X_B : $B \cdot X_B = \lambda_B \cdot X_B$, то СЗ матрицы A (НСЗ (1)) определяются по формуле

$$\lambda = \alpha + i \cdot \beta, \quad \alpha = \frac{1}{2} \cdot (f(\lambda_B) + f(\bar{\lambda}_B)), \quad \beta = \frac{1}{2 \cdot i} \cdot (f(\lambda_B) - f(\bar{\lambda}_B)) \quad (\bar{\lambda}_B = \alpha_B - i \cdot \beta_B).$$

Помимо этого, если заданную матрицу A (НСЗ (1)) оказывается возможным представить в виде некоторой суммы произведений элементарных тригонометрических матриц $E_{\cos(\Delta\varphi)}(n \times n)$, $E_{\sin(\Delta\varphi)}(n \times n)$:

$$\begin{aligned} E_{\cos(\Delta\varphi)} : & \{e_{(\cos(\Delta\varphi))kj} = 1 \cdot \cos(\varphi_j - \varphi_k)\}, \quad (k, j = \overline{1, n}); \\ E_{\sin(\Delta\varphi)} : & \{e_{(\sin(\Delta\varphi))kj} = 1 \cdot \sin(\varphi_j - \varphi_k)\}, \quad (k, j = \overline{1, n}), \end{aligned} \quad (2)$$

то исходная НСЗ (1) также существенно упрощается. Приведем пример, поясняющий вышесказанное, а именно, предположим, что НсМ A (НСЗ (1)) можно записать, в виде суммы

$$A = k_1 \cdot E + k_2 \cdot (E_{\cos(\Delta\varphi)} \cdot E_{\sin(\Delta\varphi)})^2 + k_3 \cdot (E_{\sin(\Delta\varphi)})^3, \quad (3)$$

где k_1, k_2, k_3 — произвольные действительные коэффициенты, E — единичная матрица ($n \times n$).

В силу того, что для Симметричной Матрицы (СМ) $E_{\cos(\Delta\varphi)}$ и Кососимметричной Матрицы (КсМ) $E_{\sin(\Delta\varphi)}$ выполняется равенство

$$(E_{\cos(\Delta\varphi)})^2 - (E_{\sin(\Delta\varphi)})^2 = n \cdot E_{\cos(\Delta\varphi)}; \quad (4)$$

для СЗ и СВ данных тригонометрических вырожденных матриц $E_{\cos(\Delta\varphi)}$ и $E_{\sin(\Delta\varphi)}$ справедливо следующее:

1) для каждого не равного нулю СЗ $\alpha_\gamma (\alpha_\gamma \neq 0)$ СМ $E_{\cos(\Delta\varphi)}$ (которому соответствует СВ $H_\gamma: E_{\cos(\Delta\varphi)} \cdot H_\gamma = \alpha_\gamma \cdot H_\gamma$) найдется СЗ $\alpha_\eta (\alpha_\eta \neq 0)$ СМ $E_{\cos(\Delta\varphi)}$ (которому соответствует СВ $H_\eta: E_{\cos(\Delta\varphi)} \cdot H_\eta = \alpha_\eta \cdot H_\eta$) такое, что $\alpha_\gamma + \alpha_\eta = n$ или $\alpha_\gamma = n - \alpha_\eta$ (т. е. число ненулевых СЗ матрицы $E_{\cos(\Delta\varphi)}$ четно);

2) не равные нулю комплексные СЗ КсМ $E_{\sin(\Delta\varphi)}$ являются чисто мнимыми $\lambda = 0 \pm i \cdot \beta$, так что спектр КсМ $E_{\sin(\Delta\varphi)}$ состоит из того же числа нулевых СЗ, что и спектр СМ $E_{\cos(\Delta\varphi)}$, и также включает чисто мнимые сопряженные пары $\lambda_{\gamma,\eta} = \pm i \cdot \beta_{\gamma,\eta}$, такие что

$$(\beta_\gamma)^2 = n \cdot \alpha_\gamma - (\alpha_\gamma)^2, \quad (\beta_\eta)^2 = n \cdot \alpha_\eta - (\alpha_\eta)^2, \quad (\beta_\gamma)^2 = (\beta_\eta)^2 = \alpha_\gamma \cdot \alpha_\eta. \quad (5)$$

Из (5) следует, что не равные нулю СЗ $\alpha_\gamma, \alpha_\eta$ принадлежат интервалу $0 < \alpha_\gamma, \alpha_\eta < n$.

Из равенства (4) также можно сделать вывод, что вместо НСЗ для КсМ $E_{\sin(\Delta\varphi)}$ можно решать спектральную задачу для СМ $E_{\cos(\Delta\varphi)}$ и затем составлять СВ

$$H_{\gamma,\eta} = p \cdot H_\gamma + i \cdot H_\eta: \quad E_{\sin(\Delta\varphi)} \cdot (p \cdot H_\gamma + i \cdot H_\eta) = i \cdot \beta_\gamma \cdot (p \cdot H_\gamma + i \cdot H_\eta); \quad (6)$$

(для каждого СЗ $\alpha_0 = 0$ найдется ненулевой (в общем случае) СВ $H_0: E_{\cos(\Delta\varphi)} \times H_0 = 0, E_{\sin(\Delta\varphi)} \cdot H_0 = 0$); p — множитель, определяющийся из системы

$$\begin{cases} E_{\sin(\Delta\varphi)} \cdot (p \cdot H_\gamma) = -\beta_\gamma \cdot H_\eta, \\ E_{\sin(\Delta\varphi)} \cdot H_\eta = \beta_\gamma \cdot (p \cdot H_\gamma). \end{cases} \quad (7)$$

Аналогично, для нахождения СЗ и СВ НСЗ матрицы A , представимой в виде разложения (3) по степеням элементарных тригонометрических матриц $E_{\cos(\Delta\varphi)}, E_{\sin(\Delta\varphi)}$ достаточно получить решение спектральной задачи для вырожденной СМ $E_{\cos(\Delta\varphi)}$: умножая (3) справа на вектора $(p \cdot H_\gamma), H_\eta$ из (7) получаем соответственно

$$A \cdot (p \cdot H_\gamma) = (k_1 - k_2 \cdot \beta_\gamma^4) \cdot (p \cdot H_\gamma) + k_3 \cdot \beta_\gamma^3 \cdot H_\eta, \quad (8)$$

$$A \cdot H_\eta = (k_1 - k_2 \cdot \beta_\gamma^4) \cdot H_\eta - k_3 \cdot \beta_\gamma^3 \cdot (p \cdot H_\gamma). \quad (9)$$

Нетрудно заметить, что (8), (9) можно представить в виде

$$A \cdot (p \cdot H_\gamma + i \cdot H_\eta) = ((k_1 - k_2 \cdot \beta_\gamma^4) + i \cdot (-k_3 \cdot \beta_\gamma^3)) \cdot (p \cdot H_\gamma + i \cdot H_\eta), \quad (10)$$

т. е. для НсМ A из (3) вектор $H_{\gamma,\eta} = p \cdot H_\gamma + i \cdot H_\eta$ является СВ для СЗ λ_A , $\lambda_A = (k_1 - k_2 \cdot \beta_\gamma^4) + i \cdot (-k_3 \cdot \beta_\gamma^3)$; вектор (вектора) $H_0: H_0 \neq 0, E_{\cos(\Delta\varphi)} \cdot H_0 = 0$, является (являются) СВ для СЗ $\lambda_0 = k_1$.

Таким образом, представление заданной НсМ A в виде разложения (3) позволяет перейти от НСЗ (1) к спектральной задаче для элементарной вырожденной СМ $E_{\cos(\Delta\varphi)}$.

Очевидно, что все вышесказанное имеет место и для любых других НсМ A , которые представимы в виде сумм произведений степеней элементарных тригонометрических матриц $E_{\cos(\Delta\varphi)}, E_{\sin(\Delta\varphi)}$.

Далее рассмотрим еще один вариант разложения НсМ A :

$$A = k_1 \cdot E + k_2 \cdot (E_{\cos(\Delta\varphi)})^L \cdot (E_{\sin(\Delta\varphi)})^{2 \cdot m + 1} \cdot (E_{\cos(\Delta\varphi)})^L \cdot (E_{\sin(\Delta\varphi)})^{2 \cdot V}, \quad (L, m, V \in \mathbb{N}). \quad (11)$$

Используя формулы

$$\begin{aligned} (E_{\sin(\Delta\varphi)})^{2 \cdot q + 1} \cdot (p \cdot H_\gamma) &= (-1)^{q+1} \cdot \beta_\gamma^{2 \cdot q + 1} \cdot H_\eta, \\ (E_{\sin(\Delta\varphi)})^{2 \cdot q} \cdot (p \cdot H_\gamma) &= (-1)^q \cdot \beta_\gamma^{2 \cdot q} \cdot (p \cdot H_\gamma); \\ (E_{\sin(\Delta\varphi)})^{2 \cdot q + 1} \cdot H_\eta &= (-1)^q \cdot \beta_\gamma^{2 \cdot q + 1} \cdot (p \cdot H_\gamma), \\ (E_{\sin(\Delta\varphi)})^{2 \cdot q} \cdot H_\eta &= (-1)^q \cdot \beta_\gamma^{2 \cdot q} \cdot H_\eta, \quad (q \in \mathbb{N}) \end{aligned}$$

получаем следующие выражения для $A \cdot (p \cdot H_\gamma)$, $A \cdot H_\eta$:

$$A \cdot (p \cdot H_\gamma) = k_1 \cdot (p \cdot H_\gamma) + k_2 \cdot (-1)^{V+m+1} \cdot \beta_\gamma^{2 \cdot (V+m+L)+1} \cdot H_\eta, \quad (12)$$

$$A \cdot H_\eta = k_1 \cdot H_\eta + k_2 \cdot (-1)^{V+m} \cdot \beta_\gamma^{2 \cdot (V+m+L)+1} \cdot (p \cdot H_\gamma). \quad (13)$$

Аналогичным образом, для НсМ A из (11) формируем равенства

$$A \cdot (p \cdot H_\gamma + i \cdot H_\eta) = (k_1 + i \cdot k_2 \cdot (-1)^{V+m} \cdot \beta_\gamma^{2 \cdot (V+m+L)+1}) \cdot (p \cdot H_\gamma + i \cdot H_\eta), \quad (14)$$

$$A \cdot H_0 = k_1 \cdot H_0, \quad (15)$$

исходя из которых можно заключить, что представление заданной НсМ A из (11) в виде суммы произведений степеней вырожденных тригонометрических матриц $E_{\cos(\Delta\varphi)}$, $E_{\sin(\Delta\varphi)}$ позволяет перейти от НСЗ (1) к спектральной задаче для СМ $E_{\cos(\Delta\varphi)}$.

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕХНОЛОГИИ GBSE ДЛЯ РАЗРАБОТКИ ПРОГРАММНОГО ОБЕСПЕЧЕНИЯ АВТОМАТИЗАЦИИ ПРОЦЕССА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ И ТЕПЛОВЫХ НАГРУЗОК НА ТЭЦ*

A. П. Соколов, В. Н. Щетинин, А. С. Сапелкин

MГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия

Оптимизация работы теплоэлектроцентрали (ТЭЦ) является важной технико-экономической задачей, направленной на повышение эффективности использования природных ресурсов, которые служат топливом для ТЭЦ, с целью повышения экономической эффективности работы станции на российском оптовом рынке электроэнергии и мощности (ОРЭМ) (Условия функционирования ОРЭМ введены 1 сентября 2006 г. Постановлением Правительства РФ от 31 августа 2006 г. № 529 «О совершенствовании порядка функционирования оптового рынка электрической энергии (мощности).») Критерии оптимальности работы ТЭЦ зависят от условий ее эксплуатации, к ним относят: а) минимизация совокупного расхода топлива на всех турбоагрегатах ТЭЦ за заданный период времени (наиболее часто применяемый критерий на практике в России); б) максимизация финансовой прибыли, определяемой как разница между выручкой и затратами; в) минимизация постоянных и переменных затрат ТЭЦ и др.

*Работа проведена при финансовой поддержке АО «ТЕКОН-Инжиниринг» в рамках договоров 593-16-ТИ, 594-16-ТИ, 595-16-ТИ.

На сегодняшний день задача оптимизации работы ТЭЦ в России, помимо расходов топлива, должна учитывать специальные условия и правила работы на ОРЭМ, которые требуют обеспечения возможностей динамического изменения критериев оптимальности в зависимости от ситуации на рынке.

Основная задача работы заключалась в разработке вычислительных методик и программного обеспечения (ПО) численного поиска оптимальных режимов совместной работы энергоблоков заданной ТЭЦ (задача однокритериальной многомерной нелинейной оптимизации).

Исходные данные:

- Массивы скалярных значений расходных характеристик $B_i^{(j)} = B^{(j)}(N_i, Q_i)$ энергоблока (j) ТЭЦ при фиксированных N_i , Q_i — электрической и тепловой нагрузке соответственно (рис. 1 в обозначениях $N_{\text{Э}}, Q_{\text{T}}$), i — номер точки, в которой известен расход топлива $B^{(j)}(N_i, Q_i)$.

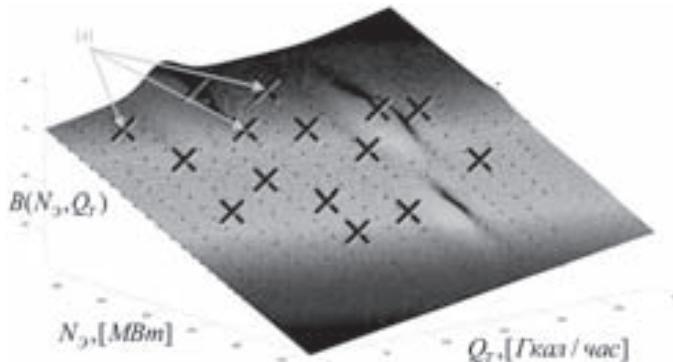


Рис. 1. Зависимость расхода топлива $B^j(N, Q)$ от N, Q — электрическая и тепловая нагрузки соответственно. (а) — опорные узлы или точки, полученные экспериментальным путем

Требуется:

- Обеспечить возможность построения расходных характеристик $B^{(j)}(N^{(j)}, Q^{(j)})$ отдельных j -х энергоблоков ТЭЦ, где $N^{(j)} \in [\min(N^{(j)}), \max(N^{(j)})]$, $Q^{(j)} \in [\min(Q^{(j)}), \max(Q^{(j)})]$, для которых выполняется: $B^{(j)}(N_i^{(j)}, Q_i^{(j)}) \approx B_i^{(j)}$ с заранее определенной точностью.

- Минимизировать суммарный расход всех энергоблоков (1) и найти множество оптимальных режимов работы ТЭЦ

$$B_{\Sigma}(N^{(1)}, \dots, N^{(R)}, Q^{(1)}, \dots, Q^{(R)}) = \sum_{i=1}^R B^{(j)}(N^{(j)}, Q^{(j)}) \rightarrow \min, \quad (1)$$

где R — число энергоблоков на ТЭЦ.

В работе были определены исходные данные и предъявлены специальные требования (относительно каждого энергоблока ТЭЦ в частности).

Архитектура разработанного ПО представлена в виде диаграммы потоков данных (рис. 2). Разработанное программное обеспечение позволяет гибко менять критерии оптимальности в зависимости от ситуации, что обеспечивает синхронное сравнение получаемых результатов и более точное управление ТЭЦ. Для решения задач аппроксимации применялся метод STPS [1, 2]. Для решения задачи оптимизации использовался алгоритм квадратичного программирования [3].

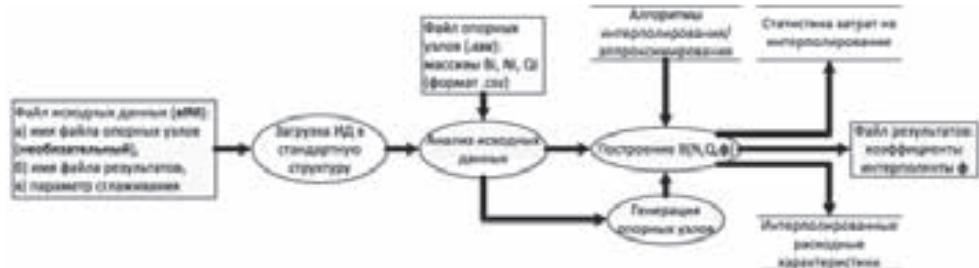


Рис. 2. Диаграмма потоков данных ПО решения задачи аппроксимации расходных характеристик турбоагрегатов ТЭЦ с учетом специальных требований на основе применения метода STPS (Smoothing Thin Plate Spline)

Для создания программных реализаций алгоритмов аппроксимации и оптимизации применялась технология графоориентированной разработки программных реализаций сложных вычислительных методов (GBSE) [4]. GBSE технология обеспечила возможность проведения расчетов на многопроцессорных вычислительных системах с архитектурой Intel MIC [5], активно применялась технология параллельных вычислений OpenMP. Апробация разработанного программного обеспечения проводилась на одной из действующих в Москве ТЭЦ.

1. Carr J. C., Fright W. R. and Beatson R. K. Surface interpolation with radial basis functions for medical imaging // IEEE Transactions on Medical Imaging. — Feb. 1997. — V. 16, no. 1. — P. 96–107.
2. Eric P.J. Boer, Kirsten M de Beurs, A Dewi Hartkamp. Kriging and thin plate splines for mapping climate variables // International Journal of Applied Earth Observation and Geoinformation. — 2001. — V. 3, Issue 2. — P. 146–154. — ISSN 0303-2434. — [http://dx.doi.org/10.1016/S0303-2434\(01\)85006-6](http://dx.doi.org/10.1016/S0303-2434(01)85006-6).
3. Измаилов А. Ф., Соловьев М. В. Численные методы оптимизации: Учеб. пособие. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2005. — 304 с.
4. Соколов А. П., Щетинин В. Н., Макаренков В. М. Опыт применения теории графов для создания гибких сопровождаемых масштабируемым программным реализаций сложных вычислительных методов // Материалы XIX Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2015), 24–31 мая 2015, Алушта, Крым. — М.: Изд-во МАИ, 2015. — С. 172–174.
5. Соколов А. П., Щетинин В. Н., Сапелкин А. С. Параллельный алгоритм построения поверхности прочности КМ для архитектуры Intel MIC (Intel Many Integrated Core Architecture) // ПРОГРАММНЫЕ СИСТЕМЫ: ТЕОРИЯ И ПРИЛОЖЕНИЯ. — 2016. — 7:2(29). — С. 3–25.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ОПТИМИЗАЦИИ РЕЖИМОВ ТЕРМООБРАБОТКИ ИЗДЕЛИЙ ИЗ ПОЛИМЕРНЫХ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ И ЕЕ ЧИСЛЕННАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ

B. Л. Страхов, М. А. Малинкин, М. Н. Слитков

ЦНИИСМ, Хотьково, Московская обл., Россия

Развитие авиационной и ракетно-космической техники привело к необходимости создания несущих корпусных конструкций с повышенной надежностью и весовым совершенством. Для снижения затрат на их производство необходима

разработка энергосберегающей высокопроизводительной технологии переработки односторонних высокопрочных угле — и органопластиков методом непрерывной «мокрой» жгутовой программированной намотки на современных многокоординатных намоточных станках с ЧПУ.

Целью решения задачи оптимизации режимов термообработки изделий из полимерных композиционных материалов (ПКМ) может быть сокращение времени технологического цикла отверждения и (или) уменьшение энергозатрат на термообработку.

Оптимизация технологических режимов термообработки отверждаемых изделий из ПКМ производится на основе результатов математического и компьютерного моделирования термохимических и теплофизических свойств материала, а также процессов теплопереноса в изделии, сопровождающихся соответствующими физико-химическими превращениями.

Процессы сложной теплопередачи в системе «термокамера — оправка с отверждаемым изделием» в известной авторам литературе не рассматривались. Вместе с тем, учет этих процессов особенно важен в случае термообработки крупногабаритных изделий из ПКМ, изготавливаемых на массивной технологической оснастке, обладающей большой тепловой инерционностью.

Для решения оптимизационной задачи разработана математическая модель на основе системы обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений для контрольных объемов [1], на которые разбивается система «термокамера — оправка с отверждаемым изделием». Нелинейность дифференциальных уравнений обусловлена радиационно-конвективным теплообменом на поверхности каждого контрольного объема [2, 3], зависимостью теплофизических характеристик их материалов от температуры, а также учетом кинетики полимеризации связующего в контрольных объемах отверждаемого изделия.

Для решения указанной системы дифференциальных уравнений, описывающей текущее тепловое состояние каждого контрольного объема, используется метод Рунге–Кутты 4-го порядка.

Численная реализация созданной математической модели осуществляется при использовании созданного основного программного модуля и двух подпрограмм. В основном программном модуле задаются геометрические характеристики термокамеры, оправки и изделия, теплофизические характеристики материалов, мощность и распределение источников тепла в термокамере, объемный расход циркулирующего воздуха внутри термокамеры. Подпрограмма 1 производит численное решение уравнение кинетики полимеризации связующего, подпрограмма 2 — необходимую линейную интерполяцию исходных данных.

Численная реализация математической модели позволяет оптимизировать температурный режим для термообработки опытных образцов типовых корпусных конструкций из углепластика и органопластика с анизогридной сетчатой структурой в термокамере и обеспечивает сокращение продолжительности термообработки в ~ 2 раза по сравнению с применявшимся ранее режимом при обеспечении заданного качества изготовления изделий.

1. Патанкар С. Численные методы решения задач тепломассобмена и динамики жидкости. — М.: Энергоатомиздат, 1984. — 152 с.
2. Исаченко В. П., Осипова В. А., Сукомел А. С. Теплопередача. — М.: Энергия, 1981. — 416 с.
3. Зигель Р., Хауэлл Дж. Теплообмен излучением. — М.: Мир, 1975. — 934 с.

О ПАРАЛЛЕЛЬНОМ АЛГОРИТМЕ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ ГЕТЕРОГЕННОГО ГОРЕНИЯ В ПОРИСТЫХ СРЕДАХ*

Г. В. Тарасов

ИАПУ ДВО РАН, Владивосток, Россия

В работе рассматривается задача моделирования прохождения газа через пористые объекты с очагами горения в твердой фазе. В текущей постановке [1, 2] процессы, протекающие в пористом объекте с источниками гетерогенного горения, описываются следующей системой уравнений (1):

$$\begin{aligned}
 (\rho_{cf}c_{cf} + \rho_{ci}c_{ci})\frac{\partial T_c}{\partial t} &= -\alpha(T_c - T_g) + Q\rho_{cf0}W + \nabla((1 - a_g)\lambda_c\nabla T_c), \\
 \rho_g c_{gp}\left(\frac{\partial T_g}{\partial t} + (v_g \nabla)T_g\right) &= \alpha(T_c - T_g) + \nabla(a_g\lambda_g\nabla T_g), \\
 \rho_g(1 + \chi(1 - a_g))\left(\frac{\partial v_g}{\partial t} + (v_g \nabla)v_g\right) &= -a_g\nabla p + \rho_g g - a_g^2\frac{\mu_1}{k_1}v_g - \rho_{cf0}Wv_g, \\
 \frac{\partial \rho_g}{\partial t} + \nabla(\rho_g v_g) &= \rho_{cf0}W, \quad p = \rho_g RT_g/(a_g M), \\
 \left(\frac{\partial \rho_g C}{\partial t} + \nabla(\rho_g Cv_g)\right) &= \nabla(\rho_g D_g \nabla C) - \mu\rho_{cf0}W, \\
 W &= (1 - \eta)Cke^{-\frac{E}{R}T_c}, \quad \frac{\partial \eta}{\partial t} = W, \quad \rho_{cf} = (1 - \eta)\rho_{cf0}, \\
 a_g &= a_{g0} + a_{cf0}\eta, \quad D_g = D_{g0}(T_g/273)^b, \quad \mu_1 = c_{s1}\frac{T_g^{1.5}}{c_{s2} + T_g}.
 \end{aligned} \tag{1}$$

Представленная задача имеет важное практическое значение. В повседневной жизни, в природе и в производственных процессах мы часто сталкиваемся с объектами, имеющими пористую структуру. Наличие очагов горения (тления) в некоторых таких объектах может приводить к опасным последствиям для жизнедеятельности человека и наносить серьезный вред окружающей среде. Примерами таких объектов служат торфяные пожары, полигоны твердых бытовых отходов (ТБО), пожары в элеваторах, пожары в разрушенных промышленных объектах и т. п. Понимание происходящих процессов в пористых объектах в условиях гетерогенного горения, понимание особенностей движения газа (в данном случае окислителя, поддерживающего реакцию горения) поможет определить и скорректировать способы и подходы, которые бы позволяли максимально эффективно тушить пожары и предотвращать условия их повторного появления.

Следует отметить одну особенность исследуемых явлений — длительный процесс их проистекания. Например, торфяные пожары могут распространяться под землей месяцами и даже годами, вызывая задымление и смог на всей окружающей территории. Аналогично на полигонах ТБО процессы горения могут идти непрерывно, нанося вред окружающей среде газообразными продуктами горения. Поэтому при проведении численных экспериментов и исследовании медленнопротекающих процессов горения системой уравнений (1) ускорение времени моделирования имеет очень большое значение. Очевидно, что применение параллельных вычислений при реализации численного метода решения задачи данного вида является единственным подходом, позволяющим максимально ускорить время получения ко-

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 16-01-00103-а).

нечного результата. Однако, учитывая сложность и объем исходной системы уравнений, даже расчет одного шага по времени требует больших объемов вычислений. Автором данной работы уже делались попытки распараллелить похожие процессы в задачах, связанных с энерговыделением без рассмотрения реакций горения [3, 4], эти результаты использовались в работах [5, 6]. Максимально достигнутое ускорение в этих работах для различных конфигураций пористого объекта составило от 7 до 14 раз при небольшой масштабируемости задачи (рассматривались двумерные и трехмерные задачи, реализована OpenMP модель распараллеливания).

В данной работе упор делается на более качественное распараллеливание численного метода решения системы (1) для достижения максимально возможных показателей ускорения и эффективности использования параллельных вычислительных ресурсов. Численный метод представляет собой комбинацию явных и неявных конечно-разностных схем и при программной реализации может быть распараллелен методом геометрической декомпозиции. Для решения поставленной задачи используются прямоугольные и квадратные равномерные сетки с одинаковым шагом. Поскольку в каждой ячейке сетки требуется проводить примерно одинаковый объем вычислений, то наиболее оптимальным и сбалансированным способом разбиения сетки является ее деление на равномерные одно-, двух- или трехмерные домены в зависимости от размерности исследуемого пористого объекта. Комбинирование технологий параллельного программирования для реализации расчетов внутри доменов и реализации междоменного обмена позволяет собрать оптимальную конфигурацию расчетных кодов, адаптированных для заданной вычислительной машины с заданными характеристиками. Современные вычислительные системы обладают большим потенциалом параллелизма: параллелизм на уровне ядра процессора (векторные расширения системы команд), параллелизм на уровне процессора (многопоточная модель распараллеливания циклов OpenMP), параллелизм на уровне вычислительного узла (модель передачи сообщений MPI), использование ускорителей и мультиядерных вычислительных архитектур (технологии CUDA и MIC). В настоящее время идет сборка и тестирование конфигурации параллельного алгоритма, использующей параллелизм на уровне инструкций для выполнения расчетов внутри каждого домена сетки и MPI для организации междоменных обменов данных. Все расчетные коды одного домена оформлены в виде отдельных вычислительных функций, реализующих расчет только в пределах домена заранее известной конфигурации и размерности (8×8 , 16×16 ячеек и т. д.), и оптимизированных под различные поколения векторных расширений процессоров (SSE, AVX и AVX-2). Применение гибкого подхода при сборке расчетных кодов задачи, состоящих из заменяемых компонент, позволяет добиться нужного уровня оптимизации для заданной вычислительной машины и, таким образом, достичь максимального ускорения расчета. Также преимуществом такого подхода является более простая адаптация в будущем расчетных кодов для использования на мультиядерных и графических архитектурах.

1. Lutsenko N. A. Modeling of Heterogeneous Combustion in Porous Media under Free Convection // Proceedings of the Combustion Institute. — 2013. — V. 34, No. 2. — P. 2289–2294.
2. Lutsenko N. A., Levin V. A. Effect of Gravity Field and Pressure Difference on Heterogeneous Combustion in Porous Media // Combustion Science and Technology. — 2014. — V. 186, No. 10–11. — P. 1410–1421.
3. Луценко Н. А., Тарасов Г. В., Гирник К. А. OpenMP-версия параллельного алгоритма расчета нестационарных течений газа через пористые объекты с источниками энерговыделения: анализ и применение // Сиб. журн. вычисл. математики. — 2014. — Т. 17, №3. — С. 2290–244.

4. Tarasov G. The Features of Parallel Program for 3-D Modeling of Dynamic Processes in Porous Objects with Heat-Evolution // Key Engineering Materials. — 2016. — V. 685. — P. 109–113.
5. Lutsenko N. A. Numerical modeling of unsteady gas flow through porous heat-evolutional objects with partial closure of the object's outlet // International Journal of Heat and Mass Transfer. — 2014. — V. 72. — P. 602–608.
6. Луценко Н. А. Численное моделирование трехмерных нестационарных течений газа через пористые объекты с источниками энерговыделения // Вычислительная механика сплошных сред. — 2016. — Т. 9, №3. — С. 331–344.

МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ ОСНОВНЫХ ПРОЕКТНЫХ ПАРАМЕТРОВ РДТТ

Б. К. Терпогосова, А. Ю. Писарев

АО “Корпорация «МИТ», Москва, Россия

Выбор оптимальных параметров проектируемой энергетической установки (ЭУ) РДТТ сводится к поиску такой оптимальной комбинации из возможного множества сочетаний параметров двигателя, которая наиболее полно отвечает выбранному критерию оптимизации.

В качестве функции, поиск экстремальных значений которой проводится в процессе оптимизации, может быть принята баллистическая эффективность, а именно приращение скорости полета ракеты на участке работы ЭУ (ΔV).

На выбор оптимальных проектных параметров ЭУ, таких, как [1] время работы РДТТ (τ), масса топлива заряда (m_T), давление в камере сгорания РДТТ (p_{kc}), удельный пустотный импульс (I_{IN}), вес конструкции ЭУ (q_k), максимальный диаметр ЭУ (D_M), относительная длина сверхзвуковой части сопла ($\bar{L}_c = L_c/d_a$) и относительная степень расширения сопла ($\xi = d_a/d_{kp}$), налагаются габаритные и массовые ограничения, полученные на этапе определения оптимальных параметров надсистемы, т. е. ракеты. Выбор оптимальных параметров ЭУ РДТТ сводится к определению основных проектных параметров ЭУ, обеспечивающих максимальный прирост эффективности ракеты. Алгоритмы оптимизации работают путем много-кратного перебора функции цели в зависимости от различных изменений проектных переменных до тех пор, пока функция цели не сходится к решению в пределах допустимых ограничений.

Для определения оптимальных проектных параметров ЭУ применимы как однопараметрические, так и многопараметрические методы оптимизации.

Однопараметрическая оптимизация, в ходе которой последовательно определяются оптимальные проектные параметры, применима при поиске в известной области экстремума функции цели. Многопараметрические методы оптимизации применимы на этапе расширенного поиска экстремума функции цели.

В качестве многопараметрического метода оптимизации функции цели в заданной области пространства R_n наиболее эффективна комбинация методов, каждый из которых используется на одном из двух последовательных этапов решения задачи:

- на первом этапе реализуется поиск области глобального экстремума функции цели с использованием одного из эвристических роевых алгоритмов;

- на втором этапе в выявленной области экстремума функции цели осуществляется поиск локального экстремума методом спирального координатного спуска.

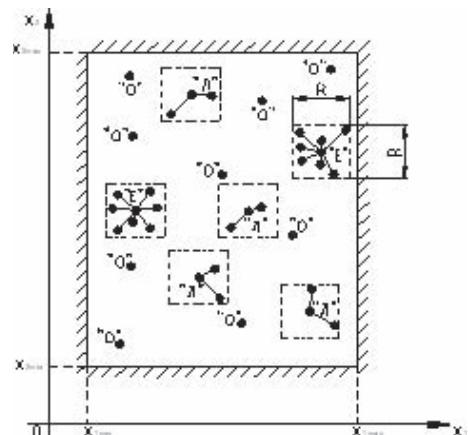
Двухэтапный поиск экстремума функция цели обусловлен тем, что данная функция, являясь существенно нелинейной и немонотонной, допускает существование нескольких экстремумов в заданной области пространства. На первом эта-

пе оптимизации осуществляется поиск области глобального экстремума функции цели многих переменных. В качестве метода поиска предлагается алгоритм пчелиной колонии (*ABC – Artificial Bee Colony optimization*), идея которого была предложена Д. Карабогом в 2005 г. [2]. Алгоритм *ABC* принадлежит к семейству полиноминальных эвристических алгоритмов, в основе которых заложен «роевой интеллект» — коллективное поведение децентрализованной самоорганизующейся системы в живой природе. В большинстве практических задач применение алгоритма *ABC* обеспечивает существенно более высокую скорость сходимости по сравнению с другими алгоритмами нахождения экстремума, причем тем сильнее, чем сложнее и многомернее целевая функция [3]. Кроме того, алгоритм хорошо поддается распараллеливанию, что дополнительно увеличивает скорость его работы.

Суть работы алгоритма *ABC* заключается в следующем. В некотором пространстве аргументов функции цели производится начальная «разведка» пространства и последующая его локальная «доразведка». При начальной «разведке» методом случайного поиска производится выявление наиболее перспективных точек с наилучшими значениями функции цели. Все разведанные точки сортируются по убыванию значения функции цели, причем в зависимости от «ценности» (наибольшего значения функции цели) точки ранжируются по категориям: элитные, лучшие и все остальные. После чего, в окрестностях точек, имеющих ранг элитных или лучших, производится локальная «доразведка» в пределах некоторого объема пространства поиска с целью улучшения решения (рис. 1).

При этом при локальной «доразведке» элитных точек в их окрестностях исследуется большее число дополнительных точек, чем в окрестностях лучших. В случае улучшения обновленное значение экстремума функции цели и соответствующий ей вектор аргументов (проектных параметров) сохраняются и снова сортируются по «ценности». Комбинируя указанные два вида «разведок» на протяжении некоторого числа итераций, алгоритм *ABC* обеспечивает постепенное улучшение запоминаемой выборки. Работа алгоритма завершается при достижении заданного условия, соответствующего требованиям, предъявляемым к целевой функции (достижение среднего уровня, относительное улучшение, количество итераций и т. д.). В области глобального экстремума, определенной посредством *ABC*, функция цели (ΔV) достаточно предсказуема, носит плавный и неразрывный характер. Это означает, что в этой области существует глобальный и он же единственный экстремум функции цели $\Delta V = f(X^*) \rightarrow \max$, который определяется на втором этапе многопараметрической оптимизации.

На втором этапе целесообразно использование одного из самых быстрых методов поиска локального экстремума в найденной области глобального экстремума — метод спирального координатного спуска [4, 5]. Суть его заключается в поочередном поиске экстремума функции цели $\Delta V = f(X)$ по координатам (аргументам — проектным переменным типа m_T , τ_n , p_{\max} и т. п.) точки X в $(n+1)$ -мерном евклидовом пространстве. В трехмерном пространстве при нахождении максимума



функции цели (ΔV) процесс напоминает подъем на вершину горы по спиральной дороге. Данный метод основан на методе поразрядного приближения функции одной проектной переменной с поочередным дополнением цикла задания другими проектными переменными и изменением шага вычисления H .

Заключение. Описанные методы многопараметрической оптимизации рекомендуются для поиска оптимальных проектных параметров при разработке нового изделия, когда применение традиционных методов не гарантирует нахождения зоны глобального экстремума. Трудоемкость решения задач многопараметрической оптимизации на современных ЭВМ составляет не более 1 минуты для нахождения устойчивой зоны экстремума функции цели для 8 проектных переменных (при 8-поточной схеме расчета).

1. Николаев Ю. М., Соломонов Ю. С. Инженерное проектирование управляемых баллистических ракет с РДТТ. — М.: Воениздат, 1979. — 240 с.
2. Karaboga D. D. An Idea Based On Honey Bee Swarm for Numerical Optimization / Technical Report-TR06, Erciyes University, Engineering Faculty, Computer Engineering Department. — 2005.
3. Pham D. T., Castellani M. Benchmarking and Comparison of Nature — Inspired Population-Based Continuous Optimisation Algorithms // Soft Computing. — 2013. — Р. 1–33.
4. Батищев Д. И. Методы оптимального проектирования. — М.: Радио и связь, 1984. — 248 с.
5. Щуп Т. Решение инженерных задач на ЭВМ / Пер. с англ. — М.: Мир, 1982. — 235 с.

МНОГОПОТОЧНАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ЭВОЛЮЦИОННОГО АЛГОРИТМА ПОИСКА ОПТИМАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ КОМБИНИРОВАННЫХ БАЛЛИСТИЧЕСКИХ УСТАНОВОК*

М. С. Товарнов¹, Н. В. Быков^{1,2}

¹МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия; ²ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН, Москва, Россия

Параметрический синтез технических систем представляет собой довольно сложную задачу. Это связано в первую очередь с тем, что прямые задачи часто записываются в виде дифференциальных уравнений, в том числе в частных производных. В этом случае выбор и реализация рационального метода поиска оптимальных параметров по заданному критерию становится отдельной задачей, от решения которой зависит быстродействие процесса оптимизации.

Разработка последовательного варианта генетического алгоритма (ГА) для поиска оптимальных параметров баллистических установок [1] показала, что этот вариант реализации предъявляет высокие требования к вычислительным ресурсам и поэтому чрезвычайно затратен с точки зрения времени выполнения алгоритма. При этом анализ показал, что на все действия, связанные с разыгрыванием случайных чисел, логикой ГА, кодированием/декодированием хромосом, селекции и т. д. вычислительных мощностей современных ЭВМ хватает более, чем достаточно. Основным же «узким» местом в программной реализации ГА является само вычисление фитнес-функций у всех хромосом (особей) на каждой итерации ГА, которое у особей в пределах одной популяции является процессом, не зависящим от таких же вычислений у соседей. Следовательно, вычисление фитнес функций у хромосом можно проводить параллельно.

*Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №16-38-0094816 мол-а).

Для программной реализации параллельного расчета фитнес-функций ГА на одной ЭВМ можно использовать многопоточную реализацию программы. При такой реализации каждая процедура вычисления фитнес-функции запускается в своем отдельном потоке. Полученный результат сохраняется в хромосоме. Такая реализация не лишена недостатков. Основной из которых это количество одновременно выполняемых потоков. Если их количество превышает количество аппаратно-независимых потоков системы (количества физических процессоров/ядер процессоров), то общее время расчета всех фитнес-функций увеличивается. Это связано с потерями системы на переключение между потоками. Создание, уничтожение, переключение между потоками — это дорогостоящая операция. Для того чтобы избежать накладных расходов, связанных с этим, в программе можно организовать «пул» потоков. Основной идеей пула потоков является уменьшение числа задействованных потоков и увеличение выполненной ими работы. Поэтому в пуле всегда ждет определенное известное количество потоков готовых на выполнение задач. Схематичное изображение пула потоков представлено на рис. 1.

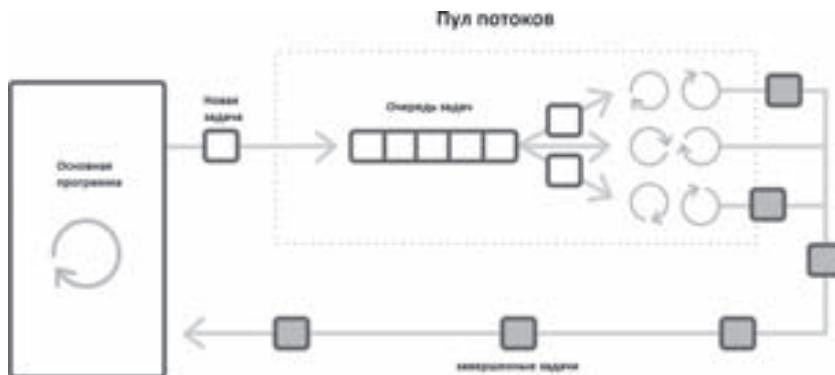


Рис. 1. Пул потоков

Пул потоков состоит из глобальной очереди, в которую попадают задачи на выполнение из потока основной программы и определенного числа рабочих потоков, всегда готовых выполнить новую задачу. Именно рабочие потоки разбирают задачи из глобальной очереди на выполнение, и когда они выполняют задачу — они обращаются в глобальную очередь за новой порцией. Но так как потоки разбирают задачи одновременно, для того чтобы два рабочих не взяли одну и ту же порцию — существует синхронизация между ними посредством блокировок. Блокировки же могут стать «бутылочным горлышком» этого механизма и производительность из-за этого упадет.

Стоит заметить, что сложность написания программы, которая организует параллельный расчет, сильно возрастает, если параллельные потоки в программе используются для расчета/взаимодействуют с одними и теми же областями памяти. Однако при решении задач ГА этого можно избежать. Сама сущность вычисления фитнес-функций в популяции подразумевает отсутствие «общих» данных. Перед началом вычисления фитнес-функции уже известны все параметры, необходимые для ее вычисления.

Для программной реализации параллельного расчета фитнес-функций ГА одновременно на нескольких ЭВМ необходимо использовать программный интерфейс (API) для передачи информации, который позволяет обмениваться сообщениями между процессами, выполняющими одну задачу (в данном случае вычисление

фитнесс-функций в популяции). Наиболее распространенным стандартом интерфейса обмена данными в параллельном программировании является MPI (Message Passing Interface, интерфейс передачи сообщений).

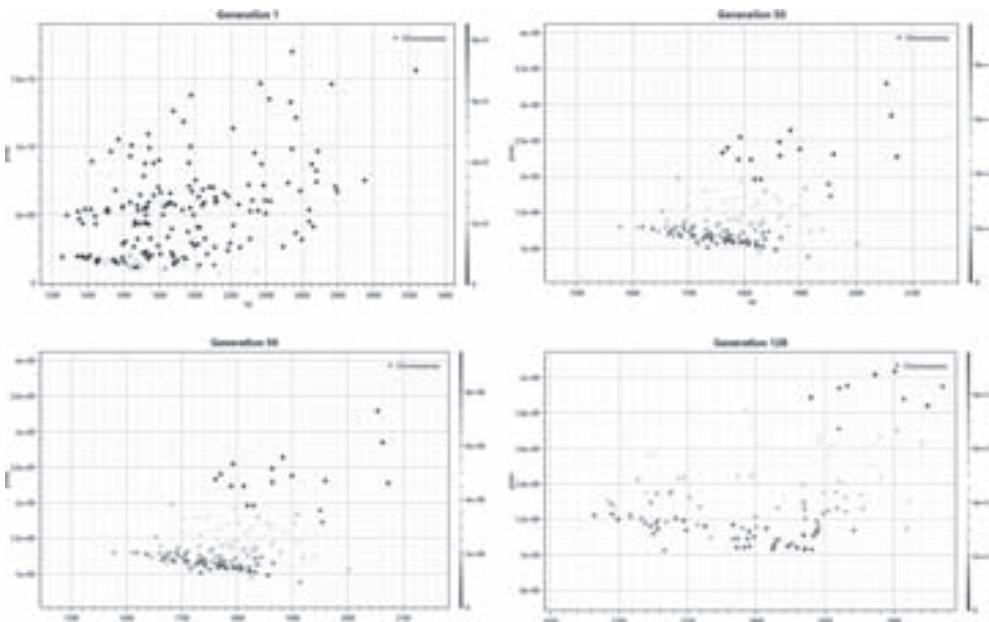


Рис. 2. Распределение характеристик в поколениях 1, 50, 100, 128

На рис. 2 показаны распределение характеристик (дульная скорость по оси абсцисс, максимальное давление по оси ординат) в популяциях первого (начального) поколения, 50-го поколения, 100-го поколения и 128 (завершающего) поколения. Каждая точка соответствует одной особи в популяции. Цвет точки показывает значение фитнесс-функции.

Подобные результаты позволяют выделить множество Парето для двухкритериальной задачи (максимальное давление — дульная скорость). После формирования глобального критерия может быть выделено единственное решение.

1. Быков Н. В., Зеленцов В. В. Методика проектного синтеза баллистических установок с гидродинамическим эффектом на основе генетического алгоритма // Вестник МГТУ им. Н. Э. Баумана. Сер. Машиностроение. — 2016. — № 4. — С. 128–143.

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ ГИДРОДИНАМИКИ В ПРИБЛИЖЕНИИ СЕН ВЕНАНА ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ПОСЛЕДСТВИЙ АВАРИЙ НА ГИДРОТЕХНИЧЕСКИХ СООРУЖЕНИЯХ

Г. А. Устинов, О. С. Сороковикова, Д. В. Дзама, Д. В. Благодатских

ИБРАЭ РАН, Москва, Россия

В результате многолетней практики оценки возможных последствий аварий на гидротехнических сооружениях [1] выработаны определенные требования к качеству моделирования и необходимому кругу моделируемых процессов. В частности,

необходимо определить гидрограф излива, динамику изменения уровня верхнего бьефа с учетом шероховатости русла при разрушении секций плотин, затворов водопропускных сооружений и ворот шлюзов. Кроме того, требуется моделирование первичных и вторичных (для каскада водохранилищ) прорывов и распространение в водохранилище волн высокой интенсивности, возникающих вследствие оползней или взрыва. Также, применение численного моделирования должно позволить рассчитать границы области затопления, продолжительность затопления и оценить максимальное значение скорости и глубины возникающего при прорыве потока.

В качестве расчетных моделей удовлетворяющих перечисленным требованиям наибольшее распространение получили численные схемы на основе уравнений Сен-Венана с высокими требованиями к точности моделирования разрывных решений и решений с большими градиентами.

Для систем многомерных гиперболических уравнений разработаны численные схемы повышенной точности для решения задач аэроакустики и аэротермодинамических процессов [2–4]. Характерной особенностью этих схем, получивших название балансно-характеристических, является комбинирование свойств консервативных разностных схем, основанных на дискретном представлении исходных уравнений в дивергентной форме записи, и характеристических схем, использующих характеристическое представление. Это позволяет добиться высокой точности получаемых решений в областях, где имеются скачки и большие градиенты.

Однако применение балансно-характеристического подхода для уравнений Сен-Венана пока ограничено одномерной постановкой без учета трения о дно и ветрового форсинга [2], что серьезно сужает круг решаемых практических задач.

Доклад посвящен двумерной модели Сен Венана, на основе идей, изложенных в [2]. Численная модель основана на применении балансно-характеристического подхода к решению двумерной системы уравнений Сен-Венана с учетом трения о дно и ветрового форсинга. Ниже приведена их запись в дивергентном виде с учетом внешних сил:

$$\begin{cases} \frac{\partial h}{\partial t} + \frac{\partial u(h-b)}{\partial x} + \frac{\partial v(h-b)}{\partial y} = 0, \\ \frac{\partial(h-b)u}{\partial t} + \frac{\partial((h-b)u^2 + \frac{1}{2}g(h-b)^2)}{\partial x} + \frac{\partial(h-b)uv}{\partial y} = -g(h-b)\frac{\partial b}{\partial x} + \frac{1}{\rho}(\tau_x^w - \tau_x^b), \\ \frac{\partial(h-b)v}{\partial t} + \frac{\partial(h-b)uv}{\partial x} + \frac{\partial((h-b)v^2 + \frac{1}{2}g(h-b)^2)}{\partial y} = -g(h-b)\frac{\partial b}{\partial y} + \frac{1}{\rho}(\tau_y^w - \tau_y^b). \end{cases} \quad (1)$$

где u, v — корости течения в x и y направлениях соответственно; $h(x, y)$ — высота поверхности водоема или водотока; $b(x, y)$ — функция рельефа дна; τ_x^w, τ_y^w — напряжение трения ветра на поверхности воды в x и y направлениях соответственно; τ_x^b, τ_y^b — напряжение трения потока воды на дне водоема или водотока в x и y направлениях соответственно; g — ускорение свободного падения; ρ — плотность воды.

Балансно-характеристический подход требует особого рассмотрения так называемых «звуковых точек» т. е. узлов вычислительной сетки, где количество приходящих в узел характеристик не согласовано с количеством параметров, которые определяются в этом узле.

В статье [2] при выводе соотношений, доопределяющих параметры в расчетном узле (для одномерного случая), предполагается, что используемая разностная схема сохраняет при применении этих соотношений свойство обратимости по времени.

Это свойство, применительно к разностным схемам, означает отсутствие у последних аппроксимационной вязкости.

Тем не менее, опыт экспериментального и численного моделирования явлений прорыва показал, что при моделировании этих явлений необходимо учитывать диссипативные эффекты, которые присутствуют в системе, такие как трение потока воды о дно и ветрового форсинга у поверхности воды.

Таким образом, требование, использованное в [2], об обязательном сохранении обратимости разностной схемы налагает неоправданно жесткие ограничения на выбор алгоритма обработки «звуковых» точек.

В данном докладе приведены результаты расчетов с различными способами учета «звуковых» точек. Отличительной чертой используемых алгоритмов является то, что они не налагают условие обязательной обратимости по времени.

1. Милитеев А. Н., Школьников С. Я. Численные методы исследования планов течения в руслах со сложным рельефом дна // Водные ресурсы. — 1981. — №3.
2. Головизнин В. М., Горбачев Д. Ю. и др. Неявные обратимые по времени схемы «кабаре» для квазилинейных уравнений мелкой воды // Выч. Мет. Программирование. — 2016. — Т. 17, вып. 4. — С. 402–414.
3. Karabasov S. A., Goloviznin V. M. New Efficient High-Resolution Method for Nonlinear Problems in Aeroacoustics // AIAA Journal. — 2007. — V. 45, No. 12. — P. 2861–2871.
4. Головизнин В. М., Карабасов С. А., Короткин И. А., Сороковикова О. С. Надсеточное моделирование однородной изотропной турбулентности в одномерном и двумерных случаях // Фундаментальные проблемы моделирования турбулентных и двухфазных течений. — М.: Наука, 2010. — Т. 2. — С. 60–137.

МАСШТАБИРУЕМОСТЬ ПАРАЛЛЕЛЬНЫХ АЛГОРИТМОВ БЛОЧНЫХ МЕТОДОВ ЧИСЛЕННОГО РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КОШИ

Л. П. Фельдман, И. А. Назарова, Т. В. Михайлова

ДонНТУ, Донецк, Украина

В связи с интенсивным развитием параллельной компьютерной индустрии масштабируемость становится одной из наиболее важных характеристик при проектировании алгоритмов и архитектур. Термины «масштабируемость» и «масштабируемый» широко используются при многочисленных исследованиях по параллельной обработке информации [1–3]. Однако до сих пор не существует общепринятого определения этого термина. Для измерения и сравнения масштабируемости параллельных приложений трудно получить не только количественные характеристики, но и качественные оценки. Поэтому введение формального определения и теоретического обоснования метрики масштабируемости для высокопроизводительных вычислений является актуальной и перспективной научной-исследовательской задачей. Не менее важными являются задачи разработки практического инструментария для оценки масштабируемости систем и сравнения новых полученных подходов с существующими динамическими характеристиками алгоритмов такими, как коэффициенты ускорения и эффективности.

В докладе представлены результаты исследований авторов, посвященные разработке и анализу масштабируемости параллельных алгоритмов решения задачи Коши на основе явных многостадийных, полностью неявных и многоточечных/блочных численных методов. В качестве математического аппарата применя-

ется теория, основанная на введении функции изоэффективности [1, 2], как одной из наиболее используемых метрик масштабируемости параллельных вычислений.

Существует большое количество определений масштабируемости [1, 2], которые в большинстве своем указывают на тот факт, что для программы при изменении «масштабов» ее работы ряд факторов, снижающих эффективность, начинают иметь большее или меньшее влияние. В качестве рабочего принято следующее — параллельный алгоритм является масштабируемым (scalable), если при росте числа процессоров он обеспечивает увеличение ускорения при сохранении постоянного уровня эффективности использования процессоров. На сегодня наиболее употребительным является метрика, предложенная в [1–3] и основана на введении функции равной эффективности или изоэффективности. Для ее вычисления вводится новая динамическая характеристика — общие накладные расходы на параллелизм, которая включает суммарные затраты всех процессоров вычислительной системы на параллельную реализацию, учитывая последовательную часть распараллеленного алгоритма, выполнение обменов, непроизводительные затраты на синхронизацию и время простоя из-за несбалансированности загрузки процессоров.

В данном докладе приведены результаты исследования масштабируемости параллельных блочных одношаговых методов решения нелинейной задачи Коши для СОДУ.

Блочные многоточечные методы решения задачи Коши особенно актуальны, поскольку хорошо согласуются с архитектурой параллельных ВС, что значительно повышает эффективность численных расчетов. Данные методы обладают достаточными характеристиками устойчивости и являются по своей сути параллельными [3].

Блочный одношаговый k -точечный метод для СОДУ имеет вид:

$$\bar{x}_{n,i} = \bar{x}_{n,0} + ih \left[b_i F_{n,0} + \sum_{j=1}^k a_{i,j} F_{n,j} \right]; \quad i = \overline{1, k}; \quad n = \overline{1, N}, \quad (1)$$

и требует решения системы нелинейных алгебраических уравнений размерности $m \times k$.

Параллельное интегрирование СОДУ рассматривается на основе вложенных блочных методов, как наиболее эффективного из существующих способов оценки локальной апостериорной погрешности. Концепция вложенных форм, изначально была предложенная для явных методов Рунге–Кутты, может быть использована и для блочных методов. Более подробно разработка и анализ применения блочных методов с различными средствами оценки погрешности на шаге описано в [3]. В данном исследовании оценка апостериорной локальной погрешности выполнена путем разложения идеи комбинирования специально подобранных формул смежных порядков, в частности, методом последовательного повышения порядка точности.

Расчетные формулы для n -го блока имеют вид:

$$\begin{cases} x_{n,q,i;0} = x_{n,q,0} + ih f_q(t_{n,0}; \bar{x}_{n,0}), \quad i = \overline{1, k}, \quad n = \overline{1, N}, \quad q = \overline{1, m}, \\ x_{n,q,i} = x_{n,q,i;l+1} = x_{n,q,0} + ih \left[b_i F_{n,q,0} + \sum_{j=1}^k a_{i,j} \cdot F_{n,q,j,l} \right], \\ \hat{x}_{n,q,i} = x_{n,q,i;L} = x_{n,q,0} + ih \left[b_i F_{n,q,0} + \sum_{j=1}^k a_{i,j} \cdot F_{n,q,j,L-1} \right], \quad l = \overline{0, L-2}, \end{cases}$$

где $F_{n,q,j} = f_q[t_{n,j}; x_1(t_{n,j}), x_2(t_{n,j}), \dots, x_m(t_{n,j})]$, $q = \overline{1, m}$ — q -я компонента вектора правой части СОДУ; n — номер блока, $n = 1, 2, \dots, N$; i — номер точки блока, $i = \overline{1, k}$; l — номер текущей итерации, L — максимальное число ненулевых итераций.

Последовательный алгоритм интегрирования СОДУ имеет следующую вычислительную сложность: $T_1 = (Lk + 1) \sum_{i=1}^m T_{f_i} + m[2L(k^2 + 2k) + 3k]t_{op}$.

Пусть имеется параллельная ВС с p процессорами, разобъем процессорное поле на k групп по числу точек в блоке. Число процессоров в одной группе равно $\hat{p} = \lceil p/k \rceil$, число компонент системы, исчисляемых одним процессором, составляет $\hat{m} = \lceil m\hat{p} \rceil$. Каждая группа отвечает за вычисления решения в одной точке блока для всей СОДУ на одной итерации. Время параллельной реализации для топологии гиперкуб состоит из времени выполнения арифметических операций и $(L + 1)$ раз повторенной операции передачи данных по типу «all-to-all», объем пересылаемых данных равен $\lceil mk/p \rceil$

$$T_{p,comp} = (L + 1) \cdot \sum_{i=1}^{\lceil mk/p \rceil} T_{f_i} + \lceil mk/p \rceil \cdot [2Lk + 4L + 3] \cdot t_{op},$$

$$T_{p,comm} = (L + 1) \cdot [t_s \cdot \log_2 p + \lceil mk/p \rceil(p - 1) \cdot t_w].$$

Общее время реализации параллельного вложенного блочного метода решения задачи Коши для СОДУ показано на рис. 1. Характер поведения кривой отражает тот факт, что величина T_p при росте p достигает некоторого минимального значения и начинает расти. Как и в случае вложенных явных стадийных методов, имеет место соотношение: $T_o > \Theta(p)$.

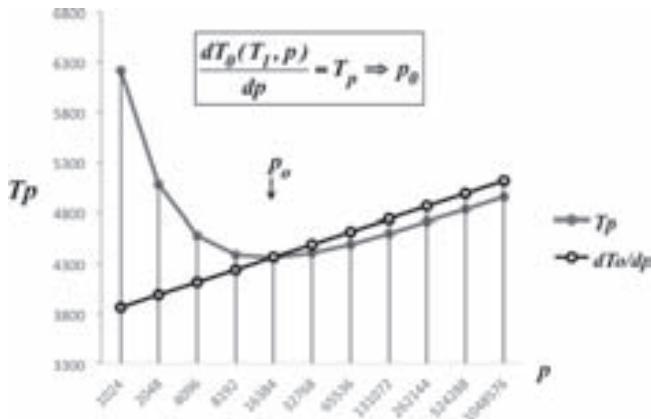


Рис. 1. График зависимости общего времени реализации параллельного алгоритма вложенного блочного одношагового метода от числа процессоров для ВС топологии гиперкуб

Максимальная степень параллелизма вложенных блочных методов равна: $Dop = m \cdot k$, $p_0 > Dop$, $p_{max} = \min(p_0, Dop) = Dop = m \cdot k$, поэтому ускорение и эффективность в пиковой точке определяются следующим образом:

$$S_p = \frac{T_1 \cdot m \cdot k}{T_1 + T_o(T_1, m \cdot k)}, \quad E_p = \frac{T_1}{T_1 + T_o(T_1, m \cdot k)}.$$

Ряд интересных выводов можно сделать из анализа масштабируемости алгоритма за счет типа и параметров коммуникационной среды. Функция общего времени выполнения параллельного алгоритма по терму t_s (латентность) имеет сложность порядка: а) $\Theta(\log_2 p)$ для гиперкуба; б) $\Theta(\sqrt{p})$ для тора в) $\Theta(p)$ для кольцевой топологии. Независимо от вида три топологии имеют одинаковую сложность по терму t_w (время передачи слова): $\Theta(p)$. Очевидно, что наименее затратным способом соединения процессоров является гиперкуб, поэтому общие накладные расходы для

блочных неявных методов приведены только для этой, наиболее прогрессивной, топологии:

$$T_o = m \cdot (k - 1) \cdot T_F + (L + 1) \cdot p \cdot \log_2^p \cdot t_s + (L + 1) \cdot m \cdot k(p - 1) \cdot t_w.$$

Кроме приведенных временных параметров ВС на качество параллелизма существенно влияют и характеристики метода. Для численного блочного метода интегрирования СОДУ это, безусловно, порядок метода, число точек в блоке и сложность правой части системы уравнений.

1. Gram A., Gupta A., Kumar V., Karypis G. Introduction to Parallel Computing. — Addison Wesley, 2003. — 856 р.
2. Гергель В. П. Теория и практика параллельных вычислений. — М.: ИУИТ. Бином. Лаборатория знаний, 2007. — 423 с.
3. Фельдман Л. П., Назарова И. А. Современные параллельные методы численного решения задач Коши: монография. — Донецк: ГВУЗ «ДонНТУ», 2013. — 206 с.

О МОДЕЛИРОВАНИИ ВНЕШНИХ НАГРУЗОК ПРИ ДВИЖЕНИИ СУДНА НА ВОЗДУШНОЙ ПОДУШКЕ БАЛЛОНЕТНОГО ТИПА

В. В. Шабаров¹, Ф. С. Пеплин¹, А. В. Туманин¹, Д. Т. Чекмарев²

¹ООО СК «Аэроход», Нижний Новгород, Россия; ²ННГУ, Нижний Новгород, Россия

При проектировании судов на воздушной подушке (СВП) важное значение имеет численное моделирование динамики судна при движении по водной или твердой поверхности. Проведение численных экспериментов на этапе проектирования позволяет оценить силы и перегрузки, действующие на судно в процессе движения. В зависимости от этого корректируются параметры конструкции судна, обеспечивающие безопасность и комфорт пассажиров и экипажа, управляемость и прочность судна. Моделирование динамики судна также используется при разработке систем автоматического управления и тренажеров для обучения экипажа.

Рассмотрим кратко основные положения методики численного моделирования динамики СВП ACVDYN, разработанной в ООО «Аэроход» [1, 2]. Методика основывается на численном решении дифференциальных уравнений движения судна в трехмерном пространстве и дифференциальных уравнений изменения давлений в секциях воздушной подушки.

Динамика судна на воздушной подушке системой дифференциальных уравнений движения центра масс судна (1), (2) и уравнениями (3), описывающими изменение давления в секциях воздушной подушки (ВП) судна:

$$\frac{dV_{xg}}{dt} = \frac{F_{xg}}{m}, \quad \frac{dV_{yg}}{dt} = \frac{F_{yg}}{m}, \quad \frac{dV_{zg}}{dt} = \frac{F_{zg}}{m}; \quad (1)$$

$$\frac{d\gamma}{dt} = \omega_x - \operatorname{tg} \psi (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma), \quad \frac{d\omega_x}{dt} = \frac{M_x - (I_z - I_y)\omega_y\omega_z}{I_x},$$

$$\frac{d\psi}{dt} = (\omega_z \cos \gamma + \omega_y \sin \gamma), \quad \frac{d\omega_y}{dt} = \frac{M_y - (I_x - I_z)\omega_x\omega_z}{I_y}, \quad (2)$$

$$\frac{d\varphi}{dt} = \frac{1}{\cos \psi} (\omega_y \cos \gamma - \omega_z \sin \gamma), \quad \frac{d\omega_z}{dt} = \frac{M_z - (I_y - I_x)\omega_x\omega_y}{I_z};$$

$$\frac{dp_i}{dt} = \frac{np_{\text{возд}}}{W_i} \left(Q_{\text{вент}}^i - Q_{\text{ист}}^i - Q_{\text{взаим}}^{ij} - \frac{dW_i}{dt} \right), \quad i, j = 1, 2. \quad (3)$$

Уравнения для сил (1) записаны в земной системе координат, для моментов (2) и давлений в секциях воздушной подушки (3) — в связанной системе. Целесообразность записи уравнений движения центра масс в земной системе координат определяется исследованием динамики СВП на пространственной нерегулярной волне, которую рационально моделировать в земной системе координат.

Вектор сил в правых частях уравнений (1) складывается из следующих составляющих:

$$\vec{F} = \vec{F}_g^T + \vec{F}_g^{ВП} + \vec{F}_g^K + \vec{F}_g^A + m\vec{g}, \quad (4)$$

где \vec{F}_g^T — тяга, создаваемая маршевыми двигателями судна; $\vec{F}_g^{ВП}$ — сила отдавления в ВП; \vec{F}_g^K — сила от контакта ГО с опорной поверхностью; \vec{F}_g^A — сила от внешнего аэродинамического обтекания судна; $m\vec{g}$ — сила тяжести.

Вектор моментов в правых частях уравнений (2) представляет собой сумму:

$$\vec{M} = \vec{M}^T + \vec{M}^{ВП} + \vec{M}^K + \vec{M}^A, \quad (5)$$

где \vec{M}^T — момент, создаваемый маршевыми двигателями судна; $\vec{M}^{ВП}$ — момент от давления в ВП; \vec{M}^K — момент от контакта ГО с опорной поверхностью; \vec{M}^A — момент, возникающий от внешнего аэродинамического обтекания судна.

Дифференциальные уравнения (1)–(3) численно интегрируются по времени методом Эйлера.

Адекватность описания реальных процессов движения АСВП с помощью данной методики в первую очередь определяется корректным и эффективным определением составляющих сил и моментов (4), (5). Для их определения используются различные методы и алгоритмы. Развитие методики связано с усовершенствованием этих методов или заменой их на более точные. Данная работа соответствует этому направлению.

Исходя из практики математического моделирования динамики реальных СВП, наибольшие трудности вызывает моделирование сил и моментов от давления в ВП и от контактного взаимодействия ГБО с водной поверхностью. Это связано со сложностью описания совместных процессов движения судна (и его конструктивных элементов) и воды под движущимся судном. Во-первых, необходим учет деформирования водной поверхности под действием избыточного давления в воздушной подушке. Во-вторых, в уравнении (3) необходимо учитывать диссипацию энергии в окружающую водную среду.

Рассматриваются подходы к построению уточненных моделей определения данных двух видов внешних сил. Приводятся результаты численных экспериментов, сравнение с натурным экспериментом [3], оценивается эффект от модификации методики численного моделирования.

1. Туманин А. В. Моделирование статики и динамики гибкого ограждения баллонетного типа амфибийного судна на воздушной подушке // дис. ... канд. техн. наук: 01.02.06 / Андрей Владимирович Туманин; Нижегород. гос. ун-т. — Нижний Новгород, 2012. — 118 с.
2. Кальясов П. С., Туманин А. В., Шабаров В. В., Якимов А. К. Математическое моделирование несущего комплекса судов на воздушной подушке (СВП) // Морской вестник. — 2011. — №1. — Р. 104–107.
3. Проведение буксировочных испытаний модели глиссирующего баллонета в скоростном мореходном опытном бассейне. — Техн. отчет Крыловского государственного научного центра; Дьякова Т. А., Рождественский С. О., Александров Н. С. — 2016.

Секция В ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ, БАЗЫ И ХРАНИЛИЩА
ДАННЫХ. ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ
И НЕЙРОСЕТЕВЫЕ ТЕХНОЛОГИИ

ПРИМЕНЕНИЕ ДОКУМЕНТНО-ОРИЕНТИРОВАННОЙ СУБД ДЛЯ ХРАНЕНИЯ ДАННЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ

К. К. Абгарян, Е. С. Гаврилов, П. А. Сеченых

ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН, Москва, Россия

Задачи многомасштабного компьютерного моделированияnanoструктур предполагают использование множества разнообразных расчетных моделей [1], которые обычно реализуются в виде набора вычислительных модулей, каждый из которых имеет собственную спецификацию входных параметров, форматов справочных данных и результатов вычислений. Для использования этих модулей была реализована соответствующая платформа интеграции [2], позволяющая специалисту предметной области, не имеющему технических навыков работы с модулями на низком уровне подготавливать параметры, запускать вычислительные эксперименты и сохранять все входные и выходные данные.

Архитектура платформы[2] базировалась на реляционной СУБД SQL Server с достаточно нормализованной схемой хранения данных. Для доступа к данным использовалось объектно-реляционное отображение[3]. По мере развития системы и наполнения базы данными, проявились недостатки выбранных технологий, связанные с гибкостью, производительностью и стоимостью разработки/поддержки решения. Проблематика по классам данных включает следующие аспекты:

1. *Параметры и структурированные результаты экспериментов* часто имеют достаточно разветвленную структуру из 3–5 уровней вложенности, с векторными и матричными структурами (например, массивами координат атомов), среднего объема (300–500 элементов данных) для входных данных и до 10^5 для результатов.

а) Высокая степень нормализации схемы БД приводит к высокой трудоемкости интеграции клиентских приложений и, как следствие, к высокой стоимости поддержки решения. Каждое изменение структуры данных со стороны разработчика приводит к соответствующим изменениям структуры хранения данных, конфигурации отображения, серверной и клиентской моделей. В то же время, расширение входных/выходных данных происходит достаточно часто в процессе доработки математических моделей и алгоритмов вычислительных модулей.

б) Низкая скорость выполнения типовых сценариев манипулирования данными («сохранить», «получить по id» и др.) — порядка нескольких секунд для 300–500 элементов данных. Падение производительности СУБД при значительном увеличении числа обрабатываемых элементов данных ставит под сомнение целесообразность использования классической реляционной модели для хранения результатов вычислительных экспериментов в системе.

2. *Трудно прогнозируемые объемы расчетов и слабо структурированные результаты.* Например, в файлах для хранения графической информации, «сырые» данные в виде массивов чисел или XML могут занимать от нескольких килобайт до

нескольких сотен мегабайт в сжатом виде (в дальнейшем, возможно, до нескольких гигабайт).

а) Хранение подобных данных в реляционной нормализованной схеме, хоть и возможно, но не является сильной стороной реляционной СУБД.

3. *Справочные данные*, от самых простых одноуровневых («кристаллическая система»), до достаточно сложных («пространственная группа симметрии» — 4 уровня вложенности, более 600 элементов данных). Для них характерны как вышеупомянутые проблемы (1а, 1б), так и то, что их много и они разные (от 2–3 до 10 на модуль), что влечет увеличение нагрузки на их поддержку со стороны СУБД.

Перечисленные технологические проблемы дополняются финансовыми нагрузками на потенциальных клиентов из-за необходимости лицензирования СУБД и ОС Windows Server.

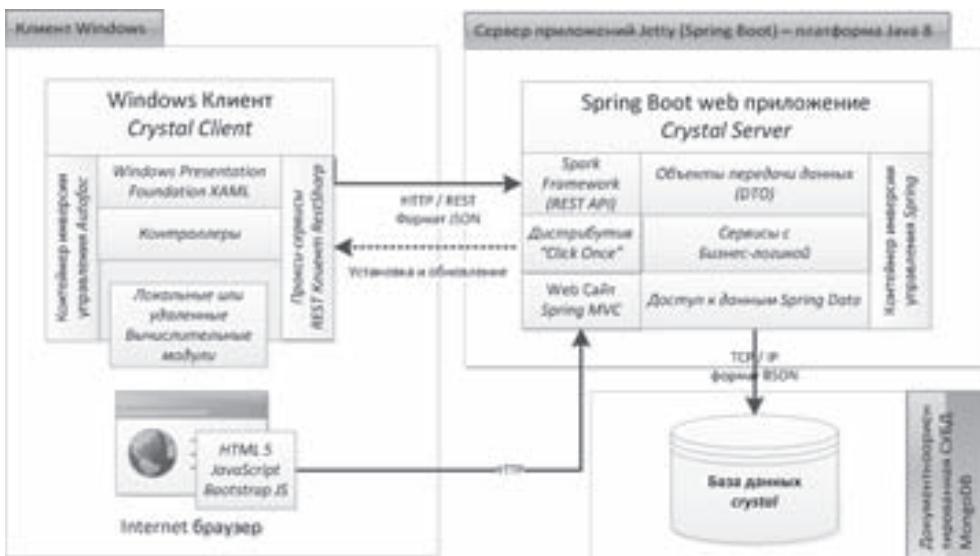


Рис. 1

Вышесказанное подтолкнуло группу разработчиков интеграционной платформы к поиску альтернативных решений. Были проанализированы и апробированы следующие подходы:

1. Переход на универсальную реляционную схему хранения числовой информации типа «ключ–значение». Это позволило сократить время интеграции приложений в систему, но не решило проблему производительности типовых операций.

2. Расширение типологии атрибутов. Хранение данных в виде CLOB/BLOB полей в JSON или XML решает основные проблемы (1а, 1б), но теряется реляционная составляющая базы данных (первая нормальная форма), усиливается проблема поиска и обработки числовых параметров (2а).

3. Использование NOSQL СУБД, специализированной для хранения структурированных данных в виде JSON или XML, оптимизированной для требуемых сценариев работы в системе.

Последняя альтернатива оказалась достаточно привлекательной. Был разработан прототип системы на базе достаточно популярной СУБД MongoDB [4], сервера приложений Jetty на платформе Spring Boot/Java 8 и языке программирования

ния Kotlin [5]. Данный стек рассматривается как кроссплатформенный, наиболее удобный для тестирования. Такой подход обладает потенциалом для дальнейшего развития. Обновленная архитектура платформы интеграции представлена на рис. 1.

В результате прототипирования удалось достаточно быстро адаптировать существующую рабочую модель данных под новые технологии для хранения слабоструктурированных результатов вычислительных экспериментов с сохранением программного интерфейса для клиенского модуля. Вся серверная часть получилась независимой от конкретного вычислительного модуля, поэтому трудоемкость работ по интеграции нового модуля существенно сокращается. Компонентная модель включает общую (частично известна на сервере) и частную (специфичная для модуля) составляющие. Скорость извлечения и сохранения данных при этом, сократилась до 200–300 мс.

Из недостатков решения, стоит отметить потерю автоматической проверки целостности ссылок для справочников и входных параметров. Для устранения этих проблем предлагается использовать программные проверки на стороне сервера приложений, либо валидаторы на стороне СУБД.

1. Абгарян К. К. Многомасштабное моделирование и численные методы оптимизации задач структурного материаловедения. — М.: МАКС Пресс, 2017.
2. Абгарян К. К., Гаврилов Е. С., Сеченых П. А. Архитектура платформы интеграции приложений для задач материаловедения // Материалы XIX Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2015), 24–31 мая 2015 г. — М.: Изд-во МАИ, 2015. — С. 126–128.
3. Абгарян К. К., Сеченых П. А., Гаврилов Е. С. Объектно-реляционный подход к разработке системы компьютерного моделирования многомасштабной схемы расчета многослойных полупроводниковыхnanoструктур // Программная инженерия. — М.: Новые технологии, 2015. — №8. — С. 9–17.
4. DB-Engines Ranking of Document Stores: <http://db-engines.com/en/ranking/document+store>.
5. Dmitry Jemerov, Svetlana Isakova. Kotlin in Action. Manning, 2017.

ИССЛЕДОВАНИЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧИ КОММИВОЯЖЕРА МЕТОДОМ ДЕКОМПОЗИЦИИ ПО УЧАСТКАМ НЕОПРЕДЕЛЕННОГО ОБХОДА

H. В. Авдеев, А. И. Брызгин

АО «ГРЦ Макеева», Челябинская обл., Миасс, Россия

При эксплуатации ракетно-космических систем решается задача последовательного наведения летательного аппарата на точки, находящиеся на поверхности Земли при имеющихся на борту ЛА ограниченных энергетических ресурсах. Решение этой задачи может быть сведено к решению задачи коммивояжера, которая в вербальной постановке имеет следующий вид: на плоскости заданы точки и известны затраты на переход из одной в другую. С учетом данных затрат, требуется найти самый выгодный маршрут, проходящий через данные точки. Но в отличии от классической постановки задачи, в данном случае маршрут должен быть незамкнутым.

Известно множество алгоритмов решения задачи коммивояжера, которые делятся на точные и приближенные. Недостатком точных методов являются большие временные затраты, требуемые для решения задачи, поэтому на практике чаще используют приближенные.

В связи с увеличением производительности вычислительной техники стало возможным использование более сложных и, вследствие этого, более точных алгорит-

мов решения задачи обхода чем ранее существующие. В связи с этим был рассмотрен новый приближенный метод решения задач обхода, идея которого состоит в использовании следующего алгоритма.

1) Среди всех точек последовательно выбирается начальная и конечная и строится между ними маршрут.

2) Относительно него, среди оставшихся точек находится самая левая и самая правая и образуется два независимых маршрута вставляя найденные точки поочереди: сначала левую, затем правую, и наоборот.

3) С помощью метода минимального риска для оставшихся свободных точек определяются оптимальные интервалы обхода для вставки.

4) Выбирается очередная вставляемая точка.

5) Выбирается новая начальная и конечная точки и повторяется вышеописанный алгоритм.

6) Из всех найденных маршрутов выбирается минимальный.

Особенность исследуемого метода в том, что в процессе вставки определяются участки неопределенного обхода, для которых применяется метод декомпозиции.

Будем говорить, что возник участок неопределенного обхода если после вставки очередной свободной точки другая свободная точка меняет свой оптимальный интервал обхода (рис. 1). Для разрешения данного участка применяется метод декомпозиции — он выделяется в самостоятельную задачу, которая решается аналогично начальной, с выбранными новыми начальной и конечной точками.

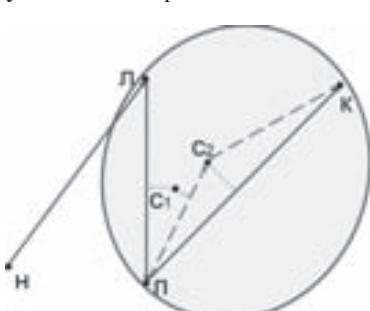


Рис. 1. Пример возникновения участка неопределенного обхода

Оценка эффективности метода декомпозиции по участкам неопределенного обхода проводилась по двум критериям: по времени расчета и по точности решения. Для сравнения результатов проведена оценка по некоторым известным при-

ближенным методам: по методу минимального риска без использования декомпозиции, методу оптимального в среднем, методу Борознова и методу «взвешенный».

Точность решения задачи обхода определяется в отклонениях решения от эталонного. Для небольшой размерности задачи (до 10 точек) эталонным будет решение методом полного перебора, поскольку этот метод всегда дает наименьший из всех путей. Для задач больших размерностей в качестве эталонного решения

Таблица 1
Вероятность точного решения симметричной задачи (N — размерность)

Методы \ N	6	8	10	12	15	20
1	0,9996	0,99	0,9746	0,9783	0,943	0,8903
2	0,9953	0,982	0,962	0,9233	0,8817	0,814
3	0,9210	0,8376	0,7523	0,6673	0,5470	0,398
4	0,9956	0,9723	0,9383	0,8890	0,8463	0,753
5	0,9710	0,9323	0,8833	0,8320	0,7500	0,609
6	1,0000	1,0000	1,0000	—	—	—

Примечание: 1 — метод разрешения участков неопределенного обхода; 2 — метод минимального риска; 3 — метод оптимизации в среднем; 4 — метод Борознова; 5 — метод «взвешенный».

берется решение методом, который дает минимальный из всех путей. Для оценки точности решения задач для различного количества точек обхода проведено по 3000 испытаний.

В табл. 1 количеству точек обхода сопоставлены вероятности получения точного решения различными методами.

Для оценки временных затрат построена табл. 2. За условную единицу принято время на расчет методом оптимального в среднем, поскольку он является самым быстрым из всех представленных.

Таблица 2
Среднее время выполнения задач

Размер задачи	Методы решения				
	1 (y.e)	2 (y.e)	3 (y.e)	4 (y.e)	5 (y.e)
6	2,86	1,73	1	3,89	3,47
8	9,61	4,74	1	9,11	3,86
10	24,28	10,97	1	20,92	4,52
12	36,47	13,96	1	34,55	3,54
15	40,56	14,53	1	35,22	2,74
20	49,35	19,38	1	45,21	2,26

Из представленных таблиц следует, что разработанный метод декомпозиции по участкам неопределенного обхода является самым трудоемким (самые высокие временные затраты), но в то же время при его использовании вероятность получения точного решения значительно выше.

ИСПОЛЬЗОВАНИЯ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ ДЛЯ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ВРЕМЕННОГО РЯДА ПАРАМЕТРОВ ВРАЩЕНИЯ ЗЕМЛИ

Н. П. Аносова

МАИ, Москва, Россия

Изучение особенностей вращения Земли позволило выяснить, что Земля вращается вокруг своей оси неравномерно, и сама ось вращения меняет свою позицию относительно географического полюса Земли.

Для изучения параметров вращения Земли используют геоцентрические координатные системы. Эти системы физически реализуются в международных опорных системах координат — небесной (ICRF) и земной (ITRF).

Для точного представления ориентации Земли в системе ITRF используется пять параметров:

- две угловые координаты — прецессия и нутация ($d\psi, d\varepsilon$) небесного полюса в системе ICRF;

- две угловые координаты в ITRF, описывающие движение земного полюса (x_p, y_p);

- фазовый угол $\varphi(t)$, характеризующий вращение земной системы по отношению к небесной.

Начиная с 1962 г. международная служба вращения Земли отслеживает и публикует данные о параметрах вращения Земли.

Решение задач прогнозирования позиции плюса Земли и параметров ее вращения имеет большое практическое значение, так как позволит существенно повысить точность координатно-временного и навигационного обеспечения наземных (стационарных и подвижных), а также движущихся в околоземном пространстве объектов.

Если рассматривать Землю как замкнутую физическую систему, пусть и очень сложную, то можно предположить, что можно построить функциональную зависимость следующих состояний от текущего и некоторого количества предыдущих. Нейронные сети свою очередь могут аппроксимировать любую гладкую функции с любой степенью точности при условии, что существует достаточное количество данных для обучения такой сети.

В качестве топологии сети был выбран многослойный персепtron с большим количеством скрытых слоев и сквозными связями от входного слоя ко всем скрытым слоям и выходному слою. Это позволяет более точно моделировать линейные компоненты функциональных зависимостей.

Из анализа имеющихся данных видна некоторая периодичность происходящих процессов: полюс описывает «круг» примерно за 430 дней, центр которого, в свою очередь, также двигается по дуге. Это хорошо видно из анализа спектра разложение Фурье (Чандлеровская составляющая).

Так как размах значения x_p и y_p составляет несколько сот угловых секунд (каждая угловая секунда, а необходима точность порядка десятых долей угловых секунд, то использование линейного масштабирования приведет к росту требований по точности обучения нейронной сети до 10^{-5} , что, в свою, очередь вызовет необходимость увеличить мощность сети и усложнит топологию). Поэтому в улучшения точности моделирования в качестве входных данных использовались разности текущего и предыдущего значения (dx_p и dy_p), которые впоследствии нормализовались. Для восстановления непосредственных значений прогнозируемых координат достаточно прибавить полученные результаты к текущим координатам по x_p и y_p .

В качестве входных данных брались значения по x_p и y_p за 11 дней непосредственно перед прогнозом и 31 значение до этого периода с шагом 17 дней для учета периодического характера входных данных (всего 82 значения).

Нейронная сеть состояла из 6 слоев (300–160–70–30–7–1), такая топология позволяет получать более гладкий результат, нейронная сеть лучше обучается, и, в общем случае, ведет себя более стабильно.

В качестве обучающей выборки был взят период с 1962 г. (начало наблюдений) до конца 2012 г. (всего около 18 тысяч значений). А в качестве проверочной выборки выступали данные за 2013 и 2014 годы. При обучении, для прогноза на первый и второй день использовались несглаженные данные, для прогноза на последующие дни использовались данные полученные после сплайнового сглаживания. Необходимость сглаживания возникла из-за колебание параметров dx_p и dy_p с периодом около суток и меньше. Амплитуда этих колебаний сопоставима с точностью результатов для первых двух дней, но из-за характера представления данных (ежедневные замеры) аппроксимировать их достаточно сложно. Поэтому, начиная с третьего дня, использование сглаженных данных дает более точный результат.

В большинстве случаев прогноз, построенный нейронной сетью, оказался точнее публикуемых прогнозов МСВЗ. Кроме того, он сопоставим с результатами, полученными при краткосрочном прогнозировании с использованием численно-аналитической модели колебательного процесса земного полюса.

ОБ АЛГОРИТМЕ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОГО ОБУЧЕНИЯ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

Е. А. Благовещенская, П. Е. Булавский, В. В. Гарбарук, Д. В. Зуев

ПГУПС, Санкт-Петербург, Россия

Во многих вопросах фундаментальной и вычислительной математики, а также их приложениях важную роль играет оператор ортогонального проектирования. В частности, ключевым понятием теории искусственных нейронных сетей [1] является понятие искусственного нейрона [2]. Для задания нейрона достаточно указать активационную функцию $f: R \rightarrow I \subset R$ и вектор весовых коэффициентов $\mathbf{W} \in R^m$. На вход нейрона подается вектор $\mathbf{X} \in R^m$, выход нейрона y определяется как $y = f(\langle \mathbf{X}, \mathbf{W} \rangle)$. Важной особенностью нейрона является его способность к обучению. Пусть задан набор k пар $L = \{(\mathbf{X}_i, y_i) | i = 1 \dots k\}$ где $\mathbf{X}_i \in R^m$, а $y_i \in I \subset R$. Обучить нейрон набору L означает подобрать такой вектор \mathbf{W}^* , что $f(\langle \mathbf{X}_i, \mathbf{W}^* \rangle) = y_i$. Набор L в терминах нейронных сетей называется обучающей выборкой. К сожалению, вектор \mathbf{W}^* , удовлетворяющий указанным условиям не всегда существует. Разумным выходом из ситуации является следующее. Рассмотрим функции $E_i(\mathbf{W}) = [f(\langle \mathbf{X}_i, \mathbf{W} \rangle) - y_i]^2$ для всех $i = 1 \dots k$ и функцию $E(\mathbf{W}) = \sum_{i=1}^k E_i$, известную как функция ошибки [2]. Под обучением нейрона понимают минимизацию функции E ($E \rightarrow \min$). Для минимизации E обычно используют один из методов численной оптимизации [3]. Если функция f непрерывно дифференцируема, то «эталонным», хотя и не самым эффективным методом является метод градиентного спуска [3]. Этот метод является итерационным, а его суть заключается в том, что на t -м шаге r -й компонент w_r вектора \mathbf{W} вычисляется как $w_r^t = w_r^t - \theta \cdot \frac{\partial E}{\partial w_r}(\mathbf{W}^t)$, где $0 < \theta < 1$ — заданный коэффициент.

В связи с бурным развитием интернета, массовым распространением сервисов, в которые ежесекундно загружаются сотни гигабайтов фото и видео данных, обрабатывать весь набор имеющихся данных становится крайне сложно. В том числе и обучать нейронные сети всей совокупности данных «разом» представляется маловозможным. Для обучения нейронных сетей предлагаются так называемые online-версии алгоритмов обучения [4]. Основное отличие этих версий заключается в том, что на каждом шаге работа идет с одним элементом (или небольшой группой элементов) обучающей выборки в отдельности. За несколько циклов такой работы нейронная сеть оказывается обученной всей выборке. Причина, по которой так происходит не вполне понятна [4]. Авторами исследована online-версия метода градиентного спуска для случая одного нейрона и многоэлементной обучающей выборки. В настоящей статье представлена геометрическая интерпретация online-версии данного метода для случая одного нейрона и обучающего набора $L = \{(\mathbf{X}_i, y_i) | i = 1 \dots k\}$, где $\mathbf{X}_i \in R^2$, $y_i \in I \subset R$.

Прежде всего заметим, что если функция активации f нейрона монотонна, то пространство решений уравнения $f(\langle \mathbf{X}_i, \mathbf{W}^i \rangle) = y_i$ представляет собой прямую. Действительно, функция f как монотонная имеет обратную f^{-1} . Применяя ее к уравнению $f(\langle \mathbf{X}_i, \mathbf{W}^i \rangle) = y_i$ получаем, что $\langle \mathbf{X}_i, \mathbf{W}^i \rangle = f^{-1}(y_i)$. Также заметим, что при минимизации функции $E_i(\mathbf{W}) = [f(\langle \mathbf{X}_i, \mathbf{W} \rangle) - y_i]^2$ методом градиентного спуска, точка с координатами \mathbf{W} движется вдоль вектора, ортогонального прямой $\langle \mathbf{X}_i, \mathbf{W}^i \rangle = f^{-1}(y_i)$. В этом можно убедиться непосредственной проверкой. Таким образом online-версия метода градиентного спуска при обучении нейрона одному элементу обучающей выборки интерпретируется как ортогональная проекция точки на пространство решений, представляющее собой прямую.

Эксперименты показывают, что если имеется двухэлементная обучающая выборка, то при обучении нейрона online-версией метода градиентного спуска через достаточное количество итераций обучения нейрон «выучивает» оба элемента выборки. Объяснение этого факта заключается в следующей лемме.

Лемма. Пусть даны две пересекающиеся прямые и точка в произвольном месте плоскости. Пусть точка поочередно ортогонально проектируется на заданные прямые. Тогда последовательность этих точек будет стремиться в точку пересечения прямых.

Доказательство. Рассмотрим плоскость как полное метрическое пространство со стандартным расстоянием. Пусть на плоскости имеются две пересекающиеся прямые L_1 и L_2 . Рассмотрим произвольную точку плоскости. Введем отображение A ортогонального проектирования точки с прямой L_1 на прямую L_2 и обратно. Возьмем на прямой L_1 две произвольные точки x и y . Подействуем на них отображением A . Расстояние между точками сократится, так как уже при проектировании с прямой L_1 на прямую L_2 расстояние между точками, представляющее на прямой L_1 гипотенузу треугольника на прямой L_2 представляет собой катет того же треугольника. При возвращении точек обратно на прямую L_1 расстояние и подавно сократится. Тем самым убеждаемся, что отображение A сжимающее и по теореме Банаха имеет неподвижную точку. Неподвижной точкой, очевидно, является точка пересечения прямых. Итерации отображения A стремятся в точку пересечения прямых, что и доказывает теорему.

Перейдем к общему случаю.

Теорема. Пусть имеется k попарно пересекающихся прямых. Пусть точка последовательно ортогонально проектируется на заданные прямые. Тогда существует единственный аттрактор, в который стремится данная точка, причем из любого исходного положения.

Доказательство (схема). Рассмотрим отображение A , заданное на первой прямой, которое ставит в соответствие точке с этой прямой новую точку, получающуюся после полного цикла ортогонального проектирования по всем прямым. Из тех же соображений что и в предыдущей теореме следует, что отображение A сжимающее, а значит на первой прямой есть неподвижная точка. В эту неподвижную точку возможно попасть только из единственной точки с предыдущей прямой. Таким образом существует единственный набор точек (по одной на каждой прямой), определяющий искомый аттрактор.

Очевидно, что если все прямые пересекаются в одной точке, то и аттрактор вырождается в единственную точку пересечения прямых.

С практической точки зрения результат приведенной теоремы может являться обоснованием следующего критерия остановки процесса обучения. Если в процессе online-обучения нейрона происходит попадание в достаточно малую окрестность точки, которая уже встречалась, то процесс обучения можно останавливать.

Существенным при online-обучении оказывается выбор последовательности подаваемых на обучение элементов.

Замечание. Пусть имеется k попарно пересекающихся прямых. Пусть эти прямые не пересекаются в одной точке. Аттракторы, получающиеся при ортогональном проектировании точки на эти прямые в заданном и противоположном направлениях не совпадают.

Доказательство. Рассмотрим две соседние (с точки зрения последовательности) прямые. Если бы аттракторы совпадали, то отрезок, соединяющий точки аттрактора этой пары прямых был бы перпендикулярен каждой прямой. Это возможно только в случае, если прямые параллельны, что приводит к противоречию.

1. Хайкин С. Нейронные сети. Полный курс. — М.: Вильямс, 2006. — 1104 с.
2. Круглов В. В., Борисов В. В. Искусственные нейронные сети. — М.: Горячая линия-Телеком, 2001. — 382 с.
3. Васильев А. Н., Тархов Д. А. Нейросетевое моделирование. Принципы. Алгоритмы. Приложения. — СПб.: Изд-во Политехн. Ун-та, 2009. — 528 с.
4. Yann LeCun, Leon Bottou, Yoshua Bengio, Patrick Haffner. Gradient-Based Learning Applied to Document Recognition // Proc. IEEE. 1998.

АЛГОРИТМЫ УПРАВЛЕНИЯ ДВУНОГИМ ШАГАЮЩИМ АППАРАТОМ

А. П. Борина, В. А. Терешин

СПбПУ, Санкт-Петербург, Россия

Двуногий шагающий аппарат представляет собой многозвездный управляемый механизм, который может быть использован в качестве механического устройства, заменяющего ноги человека. Для повышения маневренности таких устройств необходимо снижать степень их статической устойчивости [2, 4] и увеличивать эффективность динамической устойчивости. Наибольшим быстродействием, маневренностью и проходимостью должен обладать двуногий статически неустойчивый аппарат с небольшими ступнями, которые не в состоянии обеспечить его устойчивость. Для управления таким аппаратом предлагается ввести в систему управления передаточную функцию идеального механизма, в качестве которого удобно использовать линеаризованные уравнения перевернутого математического маятника

$$\begin{cases} z_n - z_{\text{л}} = \frac{1}{2} \left(z_{n-1} - z_{\text{л}} + \frac{\dot{z}_{n-1}}{k} \right) \psi + \frac{1}{2} \left(z_{n-1} - z_{\text{л}} - \frac{\dot{z}_{n-1}}{k} \right) \psi^{-1}, \\ \dot{z}_n = \frac{k}{2} \left(z_{n-1} - z_{\text{л}} + \frac{\dot{z}_{n-1}}{k} \right) \psi - \frac{k}{2} \left(z_{n-1} - z_{\text{л}} - \frac{\dot{z}_{n-1}}{k} \right) \psi^{-1}, \end{cases} \quad (1)$$

где z — координата центра тяжести точечного груза; индексы $n-1$ и n соответствуют началу и концу шага, а k — месту постановки ноги; точкой сверху обозначена производная по времени; $\Psi = e^{kt_p}$; $k = (g/L)^{1/2}$; t_p — продолжительность шага; L — длина маятника; g — ускорение свободного падения. Аналогичные уравнения записываются и для описания поперечного движения с координатой x . Оба движения независимы, с разными начальными условиями и с координатами постановки ноги. Их связывает только синхронизация по времени, т. е. одновременные начала и окончания шагов. Задавая, например, продолжительность шага и скорость в его конце, можно по известным начальным условиям с помощью уравнений (1) определить необходимые для этого координаты постановки ноги. В работе выполнены исследования устойчивости различных алгоритмов, обеспечивающих прямолинейную равномерную и равноускоренную ходьбу, поворот, динамическое стояние другие законы движения. В качестве модели объекта управления принято абсолютно твердое тело с заданной массой и матрицей инерции установленное на невесомых ногах. Проиллюстрируем возможности создания простейших алгоритмов ходьбы как числовых последовательностей [1] и исследуем их свойства. Рассмотрим движение вдоль оси z . Преобразуем уравнения (1) к виду

$$\dot{z}_n + \dot{z}_{n-1} = \lambda(z_n - z_{n-1}), \quad (2)$$

где $\lambda = k(\psi + 1)/(\psi - 1) \geq 1$. Обозначим $\dot{z}_n + \dot{z}_{n-1} = a_n$, $z_n - z_{n-1} = b$. Тогда

$$a_n = \lambda(z_n - z_{n-1}), \quad b_n = (\dot{z}_n + \dot{z}_{n-1})/\lambda. \quad (3)$$

Последние уравнения удобны для построения итерационных процедур [3].

Пусть заданы координаты центра тяжести аппарата z_n в моменты окончания шагов. Тогда из (3)

$$\dot{z}_n = (-1)^n \left(\dot{z}_0 + \sum_{k=1}^n (-1)^k a_k \right). \quad (4)$$

1. Пусть длина шага $z_n - z_{n-1} = \text{const}$, тогда

$$\dot{z}_n = (-1)^n \left[\dot{z}_0 - \frac{\lambda}{2} (z_n - z_{n-1}) \right] + \frac{\lambda}{2} (z_n - z_{n-1}). \quad (5)$$

Из выражения (5) следует, что при постоянной разности $(z_n - z_{n-1})$ скорость в конце шага будет иметь периодический характер с размахом $2[\dot{z}_0 - \frac{\lambda}{2}(z_n - z_{n-1})]$ и средним значением $\frac{\lambda}{2}(z_n - z_{n-1})$.

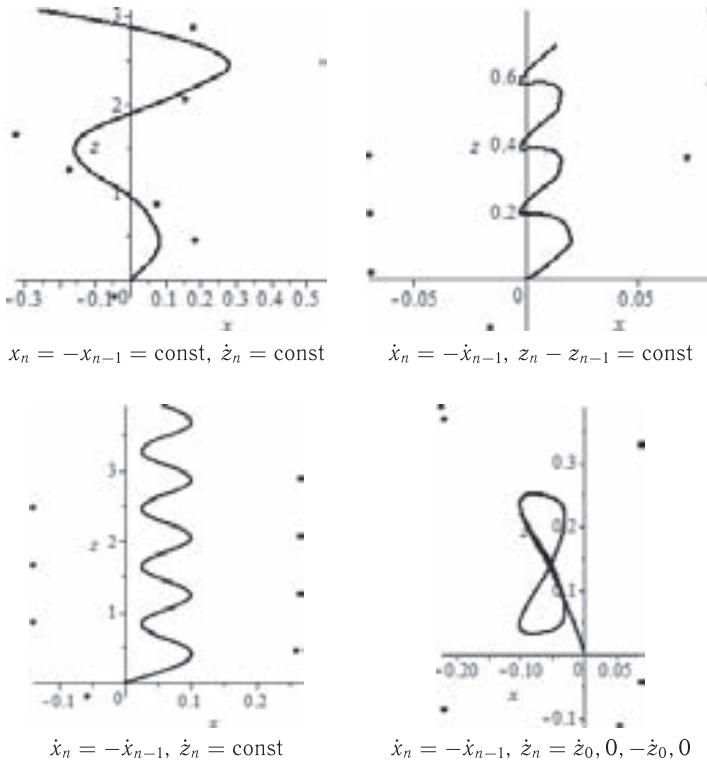


Рис. 1

2. Пусть модуль

$$|z_n - z_{n-1}| = \text{const}, \quad (6)$$

но знак разности меняется. Тогда $a_n = (-1)^n a$ и

$$\dot{z}_n = (-1)^n [\dot{z}_0 + \lambda(z_n - z_{n-1})n]. \quad (7)$$

При таком законе изменения длины шага скорость \dot{z}_n увеличивает размах колебаний с ростом номера шага при любом малом $|z_n - z_{n-1}|$ и лишь при точном выполнении равенства $z_n = z_{n-1}$ скорость $\dot{z}_n = (-1)^n \dot{z}_0$. Это характерно для режима покачивания.

Рассмотрение других режимов движения выходит за рамки данной работы. Описанные алгоритмы реализуются для продольного и поперечного направлений движения в различных сочетаниях. В зависимости от вида программного движения можно задавать следующие четыре варианта набора двух параметров (\dot{x}_n, \dot{z}_n) , (\dot{x}_n, z_n) , (x_n, \dot{z}_n) и (x_n, z_n) . Задание переменной продолжительности шага t_p допустимо только в аварийных ситуациях, так как сопряжено с повышенными энергетическими затратами.

Точками отмечены места постановки ног. На рис. 1 приведены траектории центра тяжести аппарата, рассчитанные на основе описанной выше физической модели.

1. Brogliato B. Some perspectives on the analysis and control of complementarity-systems // IEEE Transactions on Automatic Control. — 2003. — No. 48(6). — P. 918–935.
2. Brogliato B., Niculescu S. I., Monteiro-Marques M. On the tracking control of a class of complementarity – slackness hybrid mechanical systems // Systems and Control Letters. — 2000. — No. 39. — P. 255–266.
3. Chevallereau C., Aoustin Y. Optimal reference trajectories for walking and running of a biped robot // Robotica. — 2001. — No. 19. — P. 557–569.
4. Gienger M., LNoOer K., Pfei:er F. Practical aspects of biped locomotion // In: B. Siciliano, & P. Dario (Eds.). Experimental robotics. — Berlin, Heidelberg: Springer, 2003. — P. 95–104.

МНОГОСЛОЙНЫЕ ПАРАМЕТРИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ ДЛЯ ЗАДАЧИ О ПРОЦЕССАХ В ГРАНУЛЕ ПОРИСТОГО КАТАЛИЗАТОРА

А. Н. Васильев, Д. А. Тархов, О. Д. Боровская, К. В. Сколис

СПбПУ, Санкт-Петербург, Россия

В работе [1] оригинальный метод построения нейросетевых приближенных решений дифференциальных уравнений [2] протестирован на задаче моделирования процессов тепломассопереноса в плоской грануле пористого катализатора [3, 4]. В данной работе эти результаты сравниваются с результатами нового метода построения многослойных решений дифференциальных уравнений [5].

В работах [3, 4] решается краевая задача для нелинейного обыкновенного дифференциального уравнения второго порядка

$$\frac{d^2y}{dx^2} = \alpha(1 + y) \exp\left[-\frac{\gamma\beta y}{1 - \beta y}\right]$$

с условиями $y'(0) = 0$, $y(1) = 0$. Подход [5] состоит в принципиальной модификации известных численных методов типа метода Эйлера, состоящей в применении этих методов к промежутку с переменным верхним пределом. При решении рассмотренной задачи мы основывались на методе Штёрмера [6].

Особенность задачи заключается в том, что классические численные методы предназначены для решения задач Коши, а не краевых задач. Для преодоления возникающей трудности мы с помощью формулы метода Штёрмера записываем приближенное многослойное решение задачи Коши, в которое неизвестное условие для решения на левом конце входит в виде параметра: $y(0) = p$. Данный параметр ищем в виде нейросетевой функции параметров задачи $p = p(\alpha, \beta, \gamma)$, веса которой подбираем исходя из условия на правом конце.

Данная работа имела своей целью исследовать качественно зависимость между величинами среднеквадратичных ошибок в пробных точках для уравнения и в граничных условиях и различными комбинациями числа слоев, соответствующих многослойной формуле, и нейронов в сети, приближающей начальное условие. При этом по сравнению с работой [1] была резко расширена область изменения параметров α, β, γ , каждый из которых теперь менялся на интервале от 0 до 2.

Для приближения к решению $y(x, p, \alpha, \beta, \gamma)$, число слоев в котором равно двум, получаем выражение

$$p + 0,25x^2\alpha(e^{-\frac{p\beta\gamma}{1-p\beta}}(1+p) + \\ + \exp\left[-\frac{(p+0,125e^{-\frac{p\beta\gamma}{1-p\beta}}(1+p)x^2\alpha)\beta\gamma}{1-(p+0,125e^{-\frac{p\beta\gamma}{1-p\beta}}(1+p)x^2\alpha)\beta}\right](1+p)(1+0,125e^{-\frac{p\beta\gamma}{1-p\beta}}x^2\alpha)).$$

Увеличение количества нейронов приближающей сети не выявило существенного повышения точности полученного нейросетевого приближения. Наименьшая ошибка в граничных условиях была достигнута при максимальном рассматриваемом количестве нейронов – 15, она составила 0,0012, так же и для пробных точек для уравнения наименьшая среднеквадратичная ошибка 0,0025 была получена при данном количестве нейронов.

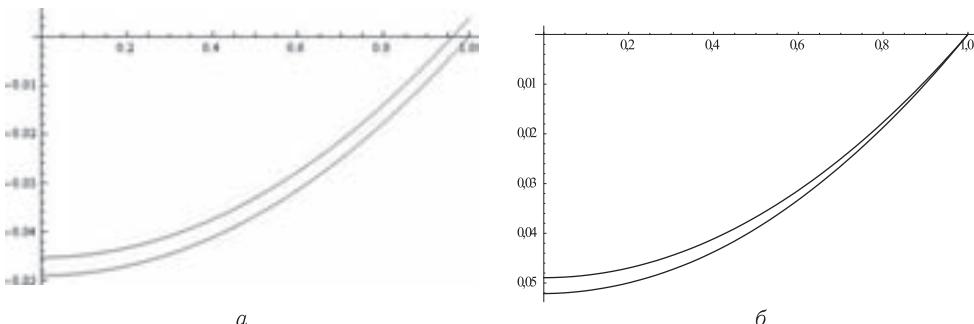


Рис. 1. Графики решения, подсчитанного по приближенной формуле в случае четырех слоев с использованием сети из 15 нейронов для $p(\alpha, \beta, \gamma)$ (а); решения, построенного для сети из 100 нейронов методом работы [2] для интервалов изменения параметров $\alpha \in (0,05; 0,15)$, $\beta \in (0,4; 0,6)$, $\gamma \in (0,8; 1,2)$, и решения, найденного в пакете *Mathematica* (б). Значения параметров $\alpha = 0,1$, $\beta = 0,5$, $\gamma = 1$

При проведении расчетов для трехслойной и четырехслойной формулы значительно увеличилось время получения приближенного решения и среднеквадратичных ошибок. Результаты вычислений погрешностей расчетов для трехслойных формул показали, что наиболее точный результат достигается при 5 нейронах в сети, приближающей начальное условие. Для пробных точек для уравнения наименьшая среднеквадратичная ошибка составила 0,0025.

Последующие расчеты, в которых рассматривались четыре слоя, соответствующие многослойной формуле, показали, что существует прямая зависимость между увеличением точности приближенного вычисления и числом слоев, так как наименьшая ошибка была выявлена именно при максимальном числе слоев, рассмотренном в данной работе. Так, при использовании приближающей сети, включающей 5 нейронов, были получены значения среднеквадратичных ошибок для проб-

ных точек уравнения 0,00202 и для граничных условий 0,00082 соответственно. Данные значения показали минимальную погрешность приближенного решения.

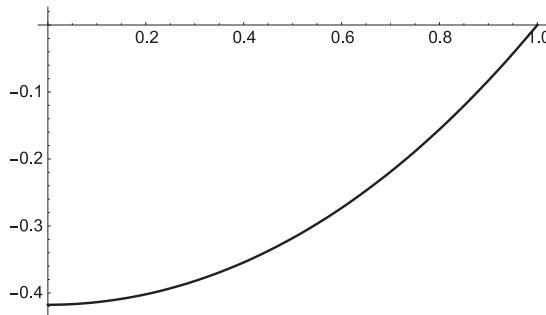


Рис. 2. Графики решения, подсчитанного по приближенной формуле в случае четырех слоев с использованием сети из 15 нейронов для $p(\alpha, \beta, \gamma)$, и решения, найденного в пакете Mathematica. Значения параметров $\alpha = 1, \beta = 1, \gamma = 1$

Таким образом, построенное новым способом решение по сравнению с прежним подходом сохраняет точность в существенно более широком множестве параметров задачи при меньшем числе подбираемых весов сети.

1. Васильев А.Н., Тархов Д.А. Принципы и техника нейросетевого моделирования. — СПб.: Нестор-история, 2014. — 215 с.
2. Васильев А.Н., Тархов Д.А. Нейросетевое моделирование. Принципы. Алгоритмы. Приложения. — СПб.: Изд-во СПбГПУ, 2009. — 528 с.
3. Дмитриев С.С., Кузнецов Е.Б. Перенос тепла и массы в пористом катализаторе // Материалы VI Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2006), СПб. — М.: Вузовская книга, 2006. — С. 159–160.
4. Na T. Y. Computational methods in engineering. Boundary value problems. ACADEMIC PRESS: A Subsidiary of Harcourt Brace Jovanovich, Publishers, New York, London, Toronto, Sydney, San Francisco, 1979, p. 310.
5. Lazovskaya T., Tarkhov D. Multilayer neural network models based on grid methods, IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 158 (2016) <http://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/158/1/01206>.
6. Hairer E., Norsett S.P., Wanner G. Solving Ordinary Differential Equations I: Nonstiff Problem, Springer-Verlag, Berlin, 1987. xiv + 480 pp.

ПРИМЕНЕНИЕ МНОГОСЛОЙНЫХ ПОЛУЭМПИРИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ К ЗАДАЧЕ НЕЛИНЕЙНОГО ИЗГИБА СТЕРЖНЯ

Т. В. Виноходов, Т. Т. Каверзнева, Д. Р. Капицин, Д. А. Тархов, В. А. Терешин

СПбПУ, Санкт-Петербург, Россия

Моделирование сложных технических объектов часто затруднено недостаточной изученностью происходящих в них процессов. Модель такого объекта в виде дифференциального уравнения и граничных условий может вызывать ложные представления о точности моделирования, так как структура и коэффициенты уравнений, краевые условия и т. д. известны не точно, и обычно меняются в процессе работы объекта. Задача идентификации уравнений и граничных условий по данным наблюдений за ним обычно гораздо сложнее прямой задачи. В данной работе пред-

ставлен новый класс многослойных моделей [1], который создает дополнительные возможности для комбинирования классических и новых методов, проверяется на задаче изгиба консольно нагруженной металлической трубы. Проведенные нами исследования деформированного состояния указанной трубы представляют интерес для долгосрочного прогнозирования поведения строительных балок, разнообразных конструктивных элементов грузоподъемных машин и механизмов с учетом реальной картины процессов износа, старения и коррозии металла.

Для проведения эксперимента использовались трубка (массой 116 г), 6 грузиков массой по 100 г и грузик ориентировочной массы 500 г. Один конец трубы был плотно закреплен. На другой конец трубки прикреплялись грузики (рис. 1). Фиксировались положения точек трубы при увеличении массы на незакрепленном конце.

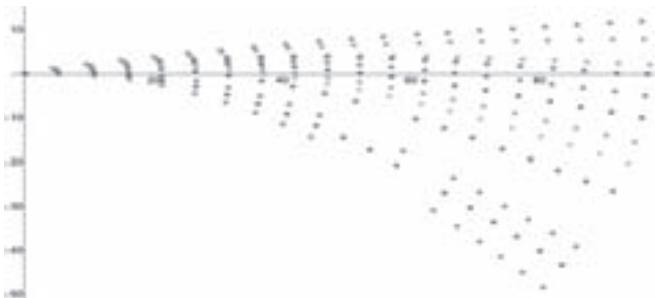


Рис. 1. Положения точек трубы (в см) при различном нагружении, метки сделаны по длине трубы через 5 см

В качестве математической модели использовано уравнение большого статического прогиба прямого тонкого однородного физически линейного упругого стержня под действием распределенной q и сосредоточенной p сил [2].

$$\frac{d^2\theta}{dz^2} - \frac{mgL^2}{D} \left(\frac{m_i}{m} + z \right) \cos \theta = 0, \quad (1)$$

где D и L — постоянная изгибная жесткость и длина стержня; θ — угол наклона касательной; $z = 1 - s/L$; s — натуральная координата изогнутой оси стержня, отсчитываемая от заделки; m — масса стержня; m_i — масса груза. В выполненном эксперименте распределенной и сосредоточенной силами являлись веса стержня и груза на конце.

Границные условия имеют вид:

$$\frac{d\theta}{dz} \Big|_{z=0} = 0; \quad \theta|_{z=1} = \theta_0.$$

Угол θ связан с координатами точек на стержне равенствами

$$\frac{dx}{ds} = \cos(\theta), \quad \frac{dy}{ds} = \sin(\theta). \quad (2)$$

Экспериментальные данные для каждого значения веса слаживались нейросетевой зависимостью, по которой определялись эмпирические значения угла θ в точках измерений (рис. 2).

Для решения задачи (1) сравнивалось два подхода. В первом строилось решение (1) с высокой точностью, причем коэффициент mgL^2/D подбирался минимизацией суммы квадратов разностей этого решения и эмпирических значений угла в точках наблюдений.

Второй подход состоял в модификации классического метода Штёрмера для решения обыкновенных дифференциальных уравнений в соответствии с подходом, предложенным в [1]. Данный подход состоит в том, что выписываются рекуррентные формулы численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений для интервала с переменным верхним пределом. В результате получается приближенное решение в виде функции. При этом параметры задачи автоматически становятся параметрами данной функции, а часть постоянных в решении может быть сделана переменными и подбираться, например, для удовлетворения экспериментальным данным.

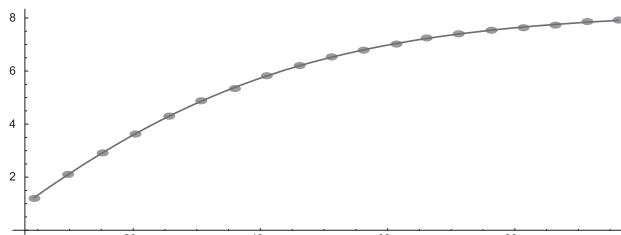


Рис. 2. Положения точек трубы при нагружении грузом 100 г и сглаживающая кривая

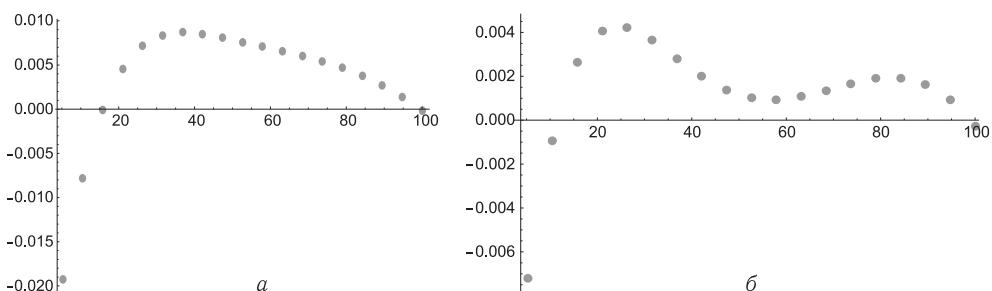


Рис. 3. Ошибки соответствия экспериментальным данным для точного решения (1) (а) и полуэмпирического многослойного решения (б)

В частности, применяя указанный выше метод Штёрмера при дроблении промежутка $[0, x]$ на две части, получаем весьма неточное решение уравнения (1)

$$\theta(s) = 0,0126 - 0,216s^2\alpha - 0,125s^2(1,72 + x)\alpha \cos(0,0126 - 0,108s^2\alpha), \quad (3)$$

где $\alpha = mgL^2/D$. Введем в это решение дополнительный параметр, осуществляя подбор решения в виде

$$\theta(s) = 0,0126 - 0,216as^2\alpha - 0,125s^2(1,72 + x)\alpha \cos(0,0126 - as^2\alpha). \quad (4)$$

Параметры α и a как и для первого способа подбираются минимизацией суммы квадратов разностей этого решения и эмпирических значений угла в точках наблюдений. В результате получается полуэмпирическое решение, существенно точнее соответствующее экспериментальным данным (рис. 3).

1. Lazovskaya T., Tarkhov D. Multilayer neural network models based on grid methods, IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 158 (2016) <http://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/158/1/01206>.
2. Захаров Ю. В., Охоткин К. Г., Скоробогатов А. Д. Нелинейный изгиб консоли распределенной нагрузкой // Вестник Сибирского государственного аэрокосмического университета имени академика М. Ф. Решетнева. — 2006. — Вып. 4(11). — С. 21–24.

ВОССОЗДАНИЕ НЕИЗВЕСТНОЙ АНАЛИТИЧЕСКОЙ ФОРМЫ КРИТЕРИЯ КАЧЕСТВА ДЛЯ ЗАДАННОЙ НЕЙРОСТРУКТУРЫ УПРАВЛЕНИЯ С ПОМОЩЬЮ ОБРАТНОЙ ЗАДАЧИ ОПТИМИЗАЦИИ

О. А. Галютина, В. Б. Галютин

МАИ, Москва, Россия

Любая попытка обучения управляющих нейроструктур с помощью учителя или моделирующей среды страдает одним недостатком — в них нет аналитических оценок качества достижения поставленной цели. Обычный классический путь решения «прямой» задачи оптимизации таков — задано конечное состояние движения и в аналитическом виде критерий качества этого движения, (например, минимизируемые функции риска), задан динамический объект. Требуется найти способ управления.

Возникает вопрос — а нельзя ли решить «обратную» задачу оптимизации, если заданы способ управления и объект, а нужно восстановить аналитическую форму интегрального функционала качества? Для динамических систем это означает решение обратной задачи динамического программирования.

Первые попытки решения такой задачи были проведены, в частности, в [1], для случая непрерывного управления угловым движением космического аппарата (КА) и продемонстрировали возникающие трудности, связанные с проблемами неоднозначности обратного решения уравнения Риккати. Тем не менее, этот результат можно проиллюстрировать практически ясным примером управления космической съемкой [1]. На рис. 1 показан маршрут обслугивания выбранных для съемки наземных пунктов, попавших в полосу обзора КА.

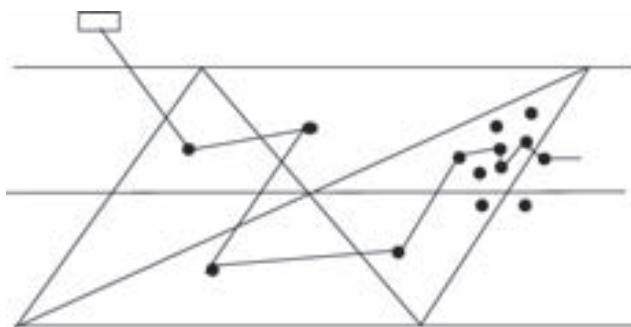


Рис. 1. Полоса наблюдения орбитального аппарата

Вербальный критерий с неизвестной аналитической формой назначен — получить максимальное количество снимков на витке при ограниченных возможностях углового движения КА. Моделирование показало, что правило выбора очередного объекта соответствует функции притяжения в виде эллипсов, параметры которых зависят от числа наблюдаемых объектов в передней и задней полусферах и от ограничений по угловой скорости КА. Это обусловлено тем, что при большом скоплении объектов наиболее выгодно обслуживать объекты впереди себя и находящиеся вблизи траверса полета КА.

Проведя моделирование для различных выборок объектов наблюдения, и учитывая изменяющееся от случая к случаю расположение объектов, можно предложить следующую функцию риска, удобную для практической реализации в случае

большого скопления наблюдаемых объектов:

$$F = \left(-1 + 0,5w\sqrt{\frac{2}{\delta}} \right) (x_j - x) + (1 - 4,35w)(x_j - x)^2 + (y_j - y)^2.$$

Приведенная w угловая скорость КА вычисляется по формуле

$$w = w_{KA} - w_3 = \frac{g\sqrt{R_3}}{(R_3 + H)} - w_3,$$

где δ — ограниченная угловая скорость оптической оси телескопа, равная 0,01 град/с, w_3 — угловая скорость вращения Земли ($\approx 0,04$ град/с), R_3 — радиус Земли, равный 6370 км, H — высота орбиты.

Внутри эллипса расположен КА, а первый попавший на его границу пункт станет очередным в съемке (рис. 2).

Это позволило воссоздать простейшую квадратичную формулу подинтегрального выражения функционала, и затем, при решении прямой задачи, получить уже аналитические, без моделирования, правила управления съемкой для других динамических характеристик КА, других внешних возмущений, что очень важно.

Поэтому можно поставить аналогичную задачу и для случая альтернативного управления, если иметь в виду исходной посылкой знание иерархической нейроструктуры управления [2]. Дело в том, что в этом случае каждому нейрону в n -мерном пространстве соответствует в виде гиперплоскости часть границы между областями, принадлежащим разным альтернативам. В отличие от предыдущего примера, нам заданы не функции риска, а границы их переключения. Поэтому вначале, при движении по иерархии вверх нужно воссоздать функции риска в виде правых частей уравнения Беллмана, а затем решить обратную задачу динамического программирования для альтернативного случая, и в конце расчетов получить компактную аналитическую форму критерия, который найденной нейроструктуре соответствует. В этом видится эффект осознания цели поведения и вытекающих последствий при возникновении других условий существования системы.

Рассмотрена задача получения из найденной нейроструктуры неизвестной аналитической формы интегрального критерия эффективности управления. Приобретение первоначальных аналитических знания позволит провести адаптацию управляющих правил для других полетных ситуаций, и в этом состоит дополнительный эффект самообучения.

1. Галютин В. Б. Планирование маршрута на основе самообучения // Авиакосмическое приборостроение. — 2002. — №3.
2. Лебедев Г. Н., Мирзоян Л. А. Нейросетевое планирование действий по облету наземных объектов группой летательных аппаратов // Авиакосмическое приборостроение. — 2005. — №12.

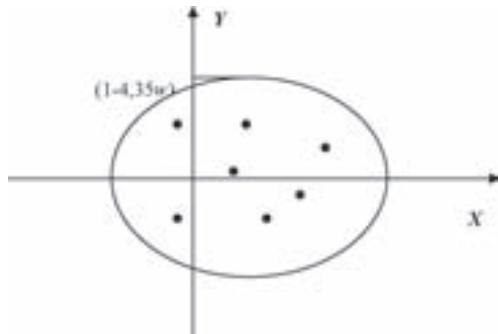


Рис. 2. Область притяжения функции риска

ИНФОРМАЦИОННЫЕ ТЕХНОЛОГИИ ГЕНЕРАЦИИ АДАПТИВНЫХ РАЗНОСТНЫХ СЕТОК В ПРЕПРОЦЕССОРЕ ПРОГРАММНОГО КОМПЛЕКСА SIGMA

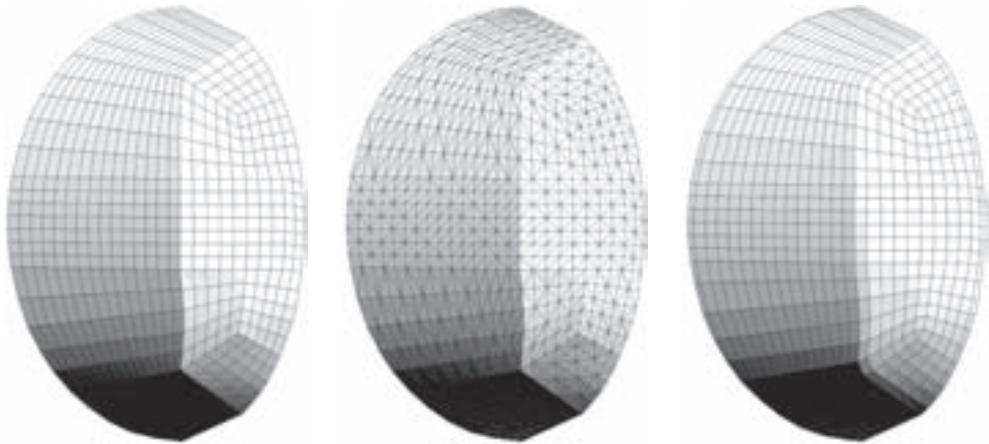
Ю. И. Димитриенко, А. А. Захаров

МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия

Разработка унифицированных автоматизированных пакетов программ построения адаптивных разностных сеток в настоящее время представляет собой масштабную проблему прикладной математики, вычислительной физики, механики, биологии и медицины как в России, так и за рубежом [1]. Существующие открытые и коммерческие программные продукты в основном используют универсальные методы генерации сеток для сложных форм криволинейных областей и ориентированы на генерацию неструктурированных конечно-элементных или конечно-объемных сеток. Структурированность и адаптация сетки, а также гексаэдральность формы ее ячеек, как правило могут сохраняться только вблизи некоторых границ области. В тоже время, для некоторых задач математической физики (например, для некоторых задач высокоскоростной аэродинамики) важно сохранение структурированности и гексаэдральной формы ячеек во всей области, возможность применения сетки для конечно-разностных методов, геометрическая и динамическая адаптация сетки во всей области. Поэтому продолжается поиск алгоритмов генерации прямоугольных и гексаэдральных сеток [2].

Программный комплекс SIGMA применяется для моделирования широкого класса задач механики сплошных сред [3–5]. Он разрабатывается на кафедре «Вычислительная математика и математическая физика» МГТУ им. Н. Э. Баумана. Программный комплекс включает в себя полный набор модулей, которые требуются для проведения численных расчетов, и успешно применяется для решения различных задач механики сплошных сред уже более десяти лет. Препроцессор SIGMA состоит из модуля трехмерного геометрического моделирования, позволяющего генерировать достаточно широкий диапазон трехмерных геометрических областей; модуля задания свойств, параметров и начальных данных и модуля генерации адаптивной сетки. Каждый модуль является независимым программным продуктом, написанным на языке C++ с использованием библиотек STL, Boost, OpenGL, OpenMP, и поддерживает возможность создания расширений. Алгоритмы генерации сетки обладают геометрическим параллелизмом. В настоящее время программный продукт имеет параллельную версию для систем с общей памятью.

В работе описываются технологии разработки препроцессора для генерации блочно-структурных адаптивных сеток. Генерируемые сетки могут быть двухмерными, двухмерными осесимметричными (в цилиндрических координатах) или трехмерными. Они могут применяться для решения конечно-разностными, конечно-элементными или конечно-объемными методами. Приводятся способы автоматизированного компьютерного построения геометрий расчетных областей, используемые методы генерации и сгущения узлов сетки. Рассматриваются алгоритмы работы с блочно-структурными квазинепрерывными сетками для некоторых типов областей; алгоритмы генерации тетраэдральных сеток и сеток с элементами, центрированными относительно узлов (*vertex-centered volume*), из исходных блочно-структурных адаптивных сеток; алгоритмы генерации фиктивных узлов и ячеек, алгоритмы расчета расстояний от внутренних узлов сетки до границ расчетной области. Показываются разработанные интерфейсы препроцессора SIGMA и некоторые примеры сгенерированных сеток (рис. 1, 2).



а) блочно-структурированная б) тетраэдральная сетка в) центрированные элементы

Рис. 1. Различные типы сеток для области внешнего обтекания сферы



а) поверхностная сетка для высокоскоростного летательного аппарата типа Falcon HTV-2

б) сетка для области зазора между рулем и телом летательного аппарата

Рис. 2. Примеры генерации блочно-структурированных адаптивных сеток

Делаются выводы о преимуществах предложенного подхода генерации адаптивных сеток по сравнению с существующими аналогами.

1. Лисейкин В.Д., Шокин Ю.И., Васева И.А., Лиханова Ю.В. Технология построения разностных сеток. — Новосибирск: Наука, 2009. — 419 с.
2. Schneiders R. A Grid-based Algorithm for the Generation of Hexahedral Element Meshes // Engineering with Computers. — 1996. — V. 12. — P. 168–177.
3. Димитриенко Ю.И., Коряков М.Н., Захаров А.А. Математическое моделирование со-пряженных аэрогазодинамических и термомеханических процессов в композитных конструкциях высокоскоростных летательных аппаратов // Материалы XIX Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2015), 24–31 мая 2015 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2015. — С. 435–438.

4. Димитриенко Ю.И., Коряков М.Н., Захаров А.А. Математическое моделирование неравновесных течений в гиперзвуковой аэродинамике // Материалы X Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2014), 25–31 мая 2014 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2014. — С. 89–91.
5. Димитриенко Ю.И., Захаров А.А., Коряков М.Н., Парамонов В.В., Аббакумов А.С. Численное моделирование обтекания перспективных гиперзвуковых летательных аппаратов газовыми потоками // Материалы XVII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2011), 25–31 мая 2011 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2011. — С. 533–535.

ИНСТРУМЕНТАРИЙ ДЛЯ СБОРА, ИНДЕКСИРОВАНИЯ И КЛАССИФИКАЦИИ СТАТЕЙ ПО КРИСТАЛЛОГРАФИИ

Н. А. Зайцев

МАИ, Москва, Россия

В современном мире свободный и бесплатный поиск по закрытым научным статьям является затруднительным, так как обычные поисковые машины типа «Google» и «Яндекс» не позволяют производить подобный поиск. Данная работа может помочь сотрудникам кафедры, а также людям, не имеющим доступа к ее внутренней сети, производить полнотекстовый поиск по находящимся в локальной сети кафедры научным статьям, а в дальнейшем и по другим удаленным закрытым источникам. Поэтому была поставлена задача по разработке инструмента, позволяющего исследователям-физикам в области материаловедения быстро находить тематические статьи по заданным предметно-ориентированным критериям поиска. Например, задав название материала, или химическую формулу, тип кристаллической решетки и метод расчета — получить список статей, где они упоминаются вместе или отдельно (по релевантности).

Данную задачу можно решить путем использования возможностей поискового движка Elasticsearch [1], который способен производить полнотекстовый поиск. Был создан прототип на его основе, собирающий научные статьи по заданным источникам и производящий поиск по ним. Индексирование [2] статей производится в различных форматах (PDF, Word). Для того, чтобы это стало возможно, был установлен плагин Ingest Attachment [3] для Elasticsearch. В качестве графического интерфейса к Elasticsearch используется Kibana [4]. На данном этапе сервер Elasticsearch запускается локально на машине пользователя вместе с Kibana. Индексировать можно было бы вручную, при помощи JSON запросов через командную строку [5], предоставляемую через Kibana, но это слишком неудобно и поэтому была написана программа на Java, которая через Elasticsearch API индексирует статьи с диска в указанной директории. Исходный код написанной программы доступен по адресу: https://github.com/JacksonGibsonESP/pdf_index.

После того, как программа проиндексировала статьи (которых на данный момент было всего две), они становятся доступны в индексе crystal (рис. 1).

Можно увидеть два документа по кристаллографии [6] [7] в индексе crystal, по которым можно произвести полнотекстовый поиск (рис. 2).

Произведен поиск по словам potential и potentials, было обнаружено два документа в индексе crystal, со вхождениями данных слов. Kibana производит подсветку этих мест.

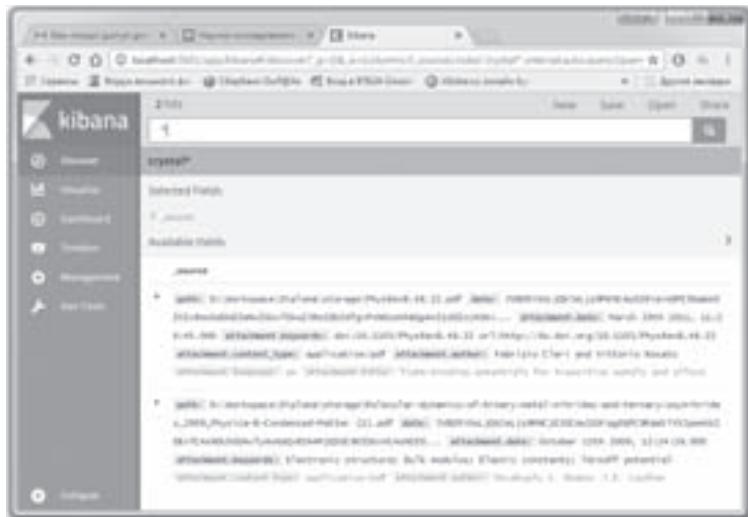


Рис. 1



Рис. 2

В результате проделанных работ, была доказана работоспособность концепта, а именно: научные статьи в pdf формате были проиндексированы, и по ним возможен полнотекстовый поиск. В дальнейшем необходимо предусмотреть возможность индексирования статей с удаленного сервера, работу самого Elasticsearch на удаленном сервере, также создать более удобный для конечного пользователя интерфейс, нежели тот, который предоставляет Kibana, а также, возможно, предусмотреть присвоение документу некоторой категории при помощи алгоритмов машинного обучения.

1. <https://www.elastic.co>.
2. https://www.elastic.co/guide/en/elasticsearch/reference/current/docs-index_.html.
3. <https://www.elastic.co/guide/en/elasticsearch/plugins/master/ingest-attachment.html>.

4. <https://www.elastic.co/products/kibana>.
5. <https://www.elastic.co/guide/en/elasticsearch/plugins/master/using-ingest-attachment.html>.
6. *Onyekwelu U. Okeke, J.E.Lowther.* Molecular dynamics of binary metal nitrides and ternary oxynitrides // *Physica B.* — 2009.
7. *Fabrizio Cleri, Vittorio Rosato.* Tight-binding potentials for transition metals and alloys // *Physical Review B.* — 1993.

СИСТЕМА УПРАВЛЕНИЯ ПРОСРОЧЕННОЙ ЗАДОЛЖЕННОСТЬЮ

М. В. Калинина

МАИ, Москва, Россия

С каждым годом количество выдаваемых кредитов в России растет. По данным рейтингового агентства Fitch Racting, на 2016 г. россияне задолжали банкам около 11 трлн.руб. Число должников, вышедших на просроченную задолженность за 2016 г. около 40 млн человек, т. е. более половины экономически активного населения страны. В 2006 г. произошел первый весомый скачок по количеству выданных кредитов физическим лицам, общая сумма которых достигла 1 трлн.руб, что в два раза превысило показатель 2005 г. Доля невозвращенных кредитов также выросла. На тот момент российские банки с точки зрения ИТ находились на уровне 90-ых годов и оказались совершенно не готовы к обработке такого количества кредитов, что повлекло за собой печальные последствия.

В 2008 г. на выездной коллегии один из высокопоставленных ревизоров Сбербанка заявил о наполовину «скомпрометированных ссудных портфелях физлиц» в отдельных филиалах. С 2005 по 2007 гг. служба внутреннего контроля, по его словам, зафиксировала резкий всплеск кредитования по фальшивым документам. Позднее открылись подробности. Крупные аферы были раскрыты сразу в трех столичных отделениях банка. Налеты грабителей, нечистоплотность инкассаторов (например, тех, что летом 2009-го в Перми похитили принадлежащие Сбербанку 250 млн рублей) и прочие эпизоды криминальной хроники казались детскими забавами в сравнении с размахом московских мошенников. Благодаря им Сбербанк недосчитался 35,4 млрд рублей — суммы, которая едва не дотягивала до чистой прибыли банка за 2009 г.

Сотрудники ответственные за выдачу кредитов закрывали глаза на липовые справки о доходах клиентов. Лицам с сомнительными документами и плохой репутацией выдавали миллионные кредиты.

Издержки старой системы выдачи кредитов не исчerpывались миллиардными убытками. Никто не считал нужным вести учет обработанных заявок. Другими словами: банк не имел информации о том, какой у него процент одобренных заявок на получение кредита, а какой — отклоненных. Поскольку статистика отказов никого не интересовала, руководство фактически не могло правильно оценить качество кредитов. Без этой калибровки данные о просрочке мало о чем говорили. И, следовательно, топ-менеджмент не имел четкой картины происходящего и не мог сформулировать свои пожелания региональным офисам банка.

Впоследствии консультанты констатировали, что с точки зрения ИТ банк жил в юрском периоде. В каждом территориальном банке использовались свои инструменты для обработки информации о просроченной задолженности. Чаще всего такими инструментами являлись либо купленные ПО для определенной стадии обработки информации о клиентах с просроченной задолженностью, либо Excel.

Тем самым вероятность потери информации и, как следствие, получение неверных данных была велика. Но самая большая проблема была в том, что территориальные банки никак не были между собой связаны, поэтому главный офис Сбербанка почти не имел никакого представления о суммах, которые он выдавал, и какие ему возвращали. Например, клиент мог взять кредит в одном территориальном банке, впоследствии, не вернуть его, после чего взять второй кредит в другом территориальном банке. Из-за отсутствия единой базы данных о информации по заемщикам и их кредитам, клиент мог набрать сколько угодно кредитов в разных территориальных банках.

Работа сотрудников также не была оптимизирована. Например, чтобы перевести клиента с досудебной стадии взыскания на судебную, сотруднику Сбербанка надо было сделать двойную, а то и тройную работу. Надо было производить множественное копирование данных в разные Excel документы, после чего сотрудник отдела по работе с клиентами находящихся на судебной стадии, должен был снова перекопировать данные из Excel в специальную систему для обработки клиентов на данном этапе.

Операторы call-центра также испытывали трудности. Они не имели каких-то специальных алгоритмов по работе с клиентами. Всю полученную информацию в ходе работы с клиентом они записывали в Excel или на листочек бумаги. После чего информация могла быть утеряна.

Система управления просроченной задолженностью. Данная система автоматизирует процессы по взысканию просроченной задолженности по кредитам физических и юридических лиц и включает в себя все стадии обработки информации о клиентах и их кредитах на позднем сборе. Также в системе присутствует и ранний сбор по клиенту, который включает в себя ожидание перехода клиента в стратегию позднего сбора в течение заданного периода времени. Стратегия — это алгоритм, по которому производится работа с клиентом.

Поздний сбор включает в себя: досудебную, внесудебную и судебную стадию взыскания, а также последующее исполнительное производство.

С введением данной системы в эксплуатацию, банк больше не теряет деньги в данной сфере. Более того, благодаря автоматизированному процессу, банк сокращает свои расходы, в следствии, сокращения персонала.

Система управления просроченной задолженностью состоит из двух основных составляющих: диаграммы Activiti и клиент-серверное приложение с использованием почти всех составляющих фреймворка Spring. Диаграммы Activiti отображают алгоритмы (стратегии) по которым может быть обработан клиент/счет в системе, взаимодействие с проектом происходит через Groovy. Так как Groovy скрипты довольно быстро и просто обновлять, то все расчеты, которые надо производить по мере прохождения клиента/счета по стратегии реализованы при помощи них.

Клиент-серверное предложение позволяет сотрудникам банка общаться с системой при помощи доступного и понятного интерфейса. Отображая результаты всех коммуникаций с клиентом, а также шаги каждой стратегии, которые когда-то делались на Excel.

Все процессы связанные с общением со внешними системами реализованы по средством Kafka. Это помогает поддерживать высокую пропускную способность, как со стороны систем — источников, так и со стороны систем — подписчиков. Также позволяет увеличить производительность и сделать систему универсальной.

Интерфейс проекта представлен гугловским плагином GWT, что позволяет создавать экранные формы при помощи языка Java и сводит к минимуму код на CSS и JS, а также легко масштабируется. В качестве СУБД используется Oracle.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МНОГОАГЕНТНЫХ СИСТЕМ КОНКУРЕНЦИИ В АЭРОКОСМИЧЕСКОЙ ОТРАСЛИ

E. A. Клёнов

МАИ, Москва, Россия

Решение задач конкурентного анализа относится к современной теории принятия решений. Лица принимающие решения (ЛПР) должны располагать необходимой и достаточной информацией о новых технологиях в отрасли, основных конкурентах, возможных рисках и др., а также иметь время для ее обработки и принятия оптимальных решений.

Классический анализ конкуренции в отрасли на основе теории взаимодействия пяти сил М. Портера (F_1 — основных игроков, F_2 — продуктов-заменителей, F_3 — новых игроков, F_4 — поставщиков, F_5 — потребителей) преобразуется в работе за счет введения новых факторов конкурентной борьбы с учетом развития информационных технологий: силы F_6 — комплементоров [1], производящих дополняющую продукцию, а также, предложенной автором, новой силы F_7 — инфлюенторов [2], которые оказывают влияние на конкурентоспособность продукции и, как следствие, увеличивают или уменьшают прибыль компаний. В роли комплементоров выступают, в частности, специальные учебные заведения, аэропорты, производители топлива и др., а в роли инфлюенторов, в свою очередь, выступают удовлетворенные потребители, социальные сети, СМИ и другие агенты рынка.

В новом кортеже сил $\{F_k\}$ в свою очередь имеет место конкуренция, приводящая к новой структуре отраслевого рынка, в которой обнаруживается самоподобие и иерархичность рыночных подсистем, что также выступает как модификация исходной модели конкуренции, расширенной здесь до модели глобальной конкуренции — МГК [3].

Конкуренция в отрасли может быть представлена в виде гиперкомплексной динамической системы (ГДС), т. е. как многоуровневый фрактальный нагруженный граф, вершинами которого являются элементы системы (игроки), а ребрами — взаимосвязи между ними (рис. 1). Ресурсами, перемещаемыми во времени по ребрам такого графа, являются: материальные потоки — продукция компании и комплектующие, информационные потоки, финансовые средства и др.

Теоретико-игровая модель анализа конкуренции авиационной техники, представленная как ГДС, описывает поведение интеллектуальных агентов $\{A_i\}$ и определяет взаимодействие между парой агентов набором функций $W_l(A_i(g_i), A_j(g_j), t)$, $i \neq j$, максимизирующих прибыль компании производителя ОАТ и выполняющих операции движения ресурсов по ребрам графа во времени t и с учетом издержек $g_i = c_i Q_i$, $g_j = c_j Q_j$.

Для учета влияния друг на друга интеллектуальных агентов на разных уровнях иерархии модели глобальной конкуренции вводятся иерархические весовые коэффициенты \bar{K}_i , значения которых определяются с помощью экспериментного оценивания.

Тогда взаимодействие между парой агентов можно определить соотношением $\bar{K}_i W_l(A_i(g_i), A_j(g_j), t)$, $i \neq j$, здесь $\bar{K}_i = 1$ в случае взаимодействия на одном иерархическом уровне.

При построении модели задается число уровней иерархии, период прогнозирования, общие параметры игры — функции спроса и предложения, определяется множество сил и агентов на каждом иерархическом уровне, и для каждого игрока — объем выпуска продукции и издержки, а также — набор действий игроков.

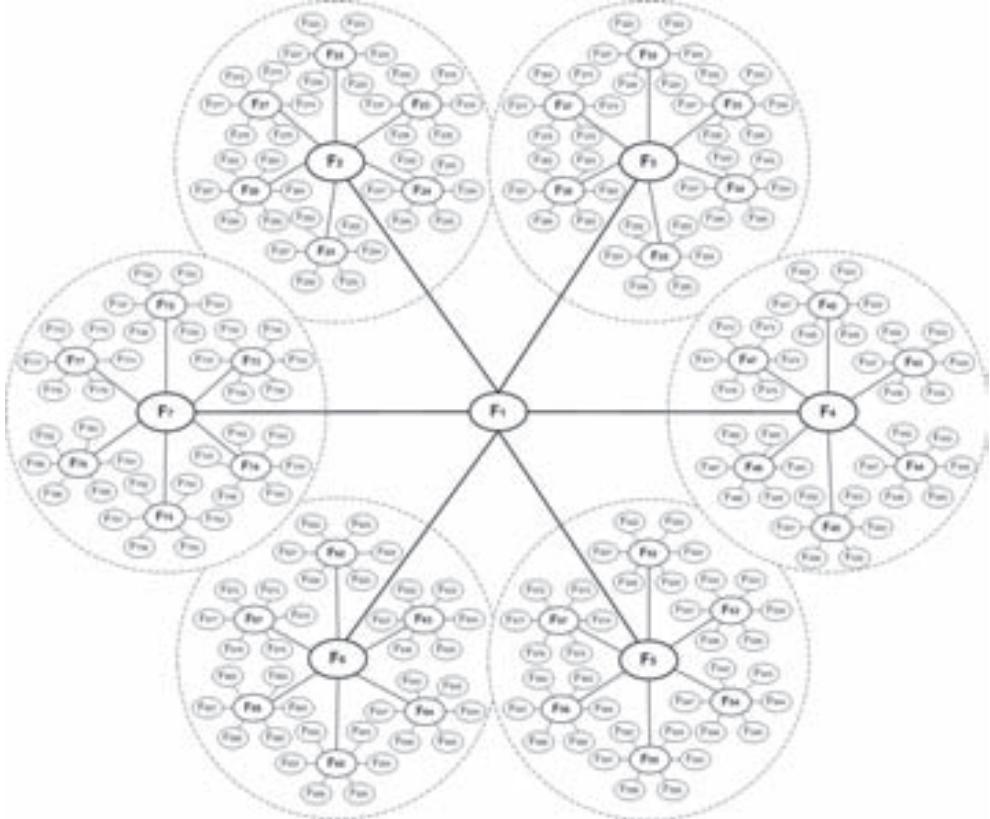


Рис. 1. Модель глобальной конкуренции на отраслевом рынке

За период моделирования T агенты $\{A_m\}$ выполняют набор действий $\{O_i\}$, соответствующих функциям $\bar{K}_i W_l(A_i(g_i), A_j(g_j), t)$, $i \neq j$ и/или $W_l(A_i(g_i), t)$, с учетом действий других игроков. Набор действий ограничен ресурсами, выделяемыми компанией с учетом заданной стратегии и бюджета, а также временным интервалом. Одновременно могут выполняться несколько действий; возможна пауза (период бездействия) для анализа действий конкурентов, а также — отмена начатого действия в случае его неэффективности.

Поскольку каждое действие агента направлено на максимизацию прибыли компании, то оптимальной стратегией компании \mathbb{S} при заданных ограничениях T, g_i является последовательность шагов:

$$\mathbb{S} = \{O_i\}, \quad i = \overline{1, n}. \quad (1)$$

Полученный набор действий рассматривается здесь как одна из четырех возможных конкурентных стратегий: 1) \mathbb{S}_1 — стратегия лидер, 2) \mathbb{S}_2 — бросающий вызов лидеру, 3) \mathbb{S}_3 — следующего за лидером, 4) \mathbb{S}_4 — стратегия специализации.

Наличие предложенного в исследовании подхода к моделированию конкуренции в аэрокосмической отрасли как многоагентной системы представляется важным в условиях постоянной нехватки информации и времени у ЛПР, а также с учетом потенциально короткого жизненного цикла современной высокотехнологичной продукции, что подтверждает актуальность работы.

- Бранденбургер А. М., Нейлбафф Б. Дж. Со-организация. Конкурентное сотрудничество в бизнесе. — М.: Кейс, 2012. — 352 с.
- Клёнов Е.А. Моделирование глобальной конкуренции с учетом влияния новых агентов отраслевого рынка // В трудах 16-й международной конференции «CAD/CAM/PDM – 2016», 17–19 октября 2016 г. — М.: ООО «Аналитик», 2016. — С. 309–314.
- Бабенко Е. А. Разработка SaaS-приложения конкурентного анализа в секторе объектов авиационной техники // Вестник Московского авиационного института. — 2013. — Т. 20, №1. — С. 242–254.

СПЕЦИАЛИЗИРОВАННЫЕ ЧАТ-БОТЫ В ПРИЛОЖЕНИЯХ МГНОВЕННЫХ СООБЩЕНИЙ МЕДИЦИНСКОЙ ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКОЙ СИСТЕМЫ «ЦИФРОМЕД»

A. A. Кухтичев, A. B. Поповкин, I. B. Юров

МАИ, Москва, Россия

В связи с развитием и широкой доступностью мобильной сети Интернет приложения мгновенных сообщений (messengers, мессенджеры) за последние несколько лет стали популярным средством коммуникаций. В таких приложениях начинают применять специальные программы — «чат-боты», функция которых заключается в автоматическом и/или по расписанию выполнении определенных действий, а также — реагирование на специальные команды пользователя. Среди таких действий могут быть, например, поддержка беседы, уведомление о событии, поиск и выдача контента по запросу пользователя и др. Подобные чат-боты целесообразно интегрировать в медицинские информационные системы (МИС), чему посвящена данная работа. В качестве такого мессенджера выбран свободно распространяемый (free software) кроссплатформенный мессенджер Telegram.

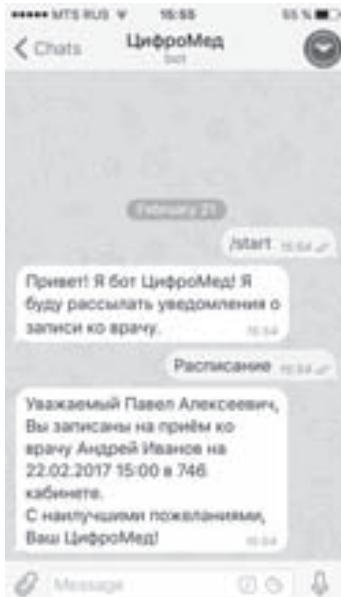


Рис. 1. Пример работы чат-бота в мессенджере Telegram

На рис. 1 приведен снимок экрана мобильного телефона с примером работы чат-бота в мессенджере Telegram. На сервере (виртуальной машине) запущен демон чат-бота, реализованный на языке программирования Python. Демон принимает входящие запросы от пользователей, находит профиль пользователя в

базе данных МИАС «ЦифроМед» по его идентификационному номеру id, и в чате с пользователем отправляет ему соответствующее сообщение.

Чат-боты, как и любые другие пользователи мессенджера Telegram, могут не только писать сообщения, но и делиться картинками, музыкой, стикерами и другим контентом, что открывает огромный простор для дополнения чат-бота новыми функциями в сфере цифровой медицины.

Благодаря удобству, понятности API Telegram'a и подробному руководству для написания программ чат-боты Telegram'a являются хорошей платформой для автоматизации любых действий пользователя, настройки уведомлений и других действий, а так же для удаленной передачи показателей жизнедеятельности пользователей данного сервиса.

ПРИМЕНЕНИЕ НЕЙРОСЕТЕВЫХ ПОДХОДОВ В ЗАДАЧЕ ПЛАНИРОВАНИЯ МЕТОДОВ УВЕЛИЧЕНИЯ НЕФТЕОТДАЧИ ПЛАСТОВ

P. Г. Лазарева, О. В. Денисов

ПАО «Татнефть», Альметьевск, Россия

В настоящее время большинство участков месторождений жидких углеводородов ПАО «Татнефть» характеризуется высокой степенью выработанности. С уменьшением доли извлекаемых запасов нефти все более актуальным становится направление применения методов увеличения нефтеотдачи пластов (МУН). В настоящее время используется большое количество МУН, среди которых различают следующие типы: тепловые, газовые, химические, гидродинамические и микробиологические. Применимость конкретных МУН зависит от многих технологических параметров скважины и геологических параметров пласта. В связи с этим особую актуальность приобретают исследования, направленные на прогнозирование эффективности МУН, целью которых является подбор наиболее эффективных МУН для конкретных условий добычи нефти.

Объем накопленных данных о проведенных МУН позволяет проводить прогнозирование прироста добываемой нефти с целью оптимизации планирования МУН. По результатам проведенных исследований был разработан программный продукт, позволяющий строить нейросетевую модель на основе исходных данных о проведенных МУН и рассчитывать модельные значения прироста нефти (рис. 1).

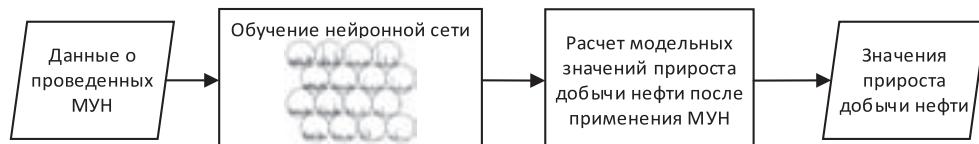


Рис. 1. Схема работы программного продукта

С помощью алгоритма построения самоорганизующихся нейронных сетей Кохонена [1] была построена модель по данным о приросте добычи нефти в результате проведения МУН (115 видов) на различных продуктивных горизонтах (рис. 2).

Левое изображение нейронной сети содержит номера ячеек и отображает количество находящихся в ячейке горизонтов. Правое изображение содержит векторы значений прироста нефти. На рис. 3 изображена таблица горизонтов с номерами, соответствующими номерам ячеек в нейронной сети на рис. 2.

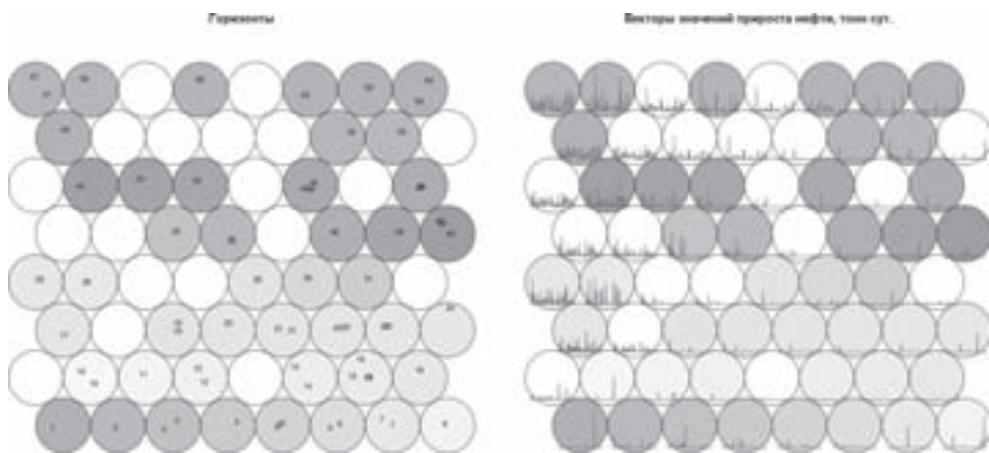


Рис. 2. Самоорганизующаяся нейронная сеть

Кл. Горизонт	Кл. Горизонт	Кл. Горизонт	Кл. Горизонт
1 Тунгусский, Калитинский, Чаренетский, Карбон	12 Франсий, Пашайский, Д1Г-1-Н, Девон	23 Фаменский, Ся I, Заволжский, Девон, Верхне-Фаменский	48 Франсий, Кыновский, Д1, Девон
2 Франсий, Пашайский, Д1Г-1-Н, Девон	14 Франсий, Девон	24 Московский, Каширский, Карбон	49 Франсий, Пашайский, Д1-Б1-Б2, Девон
3 Франсий, Пашайский, Д1А-Б1, Девон	14 Франсий, Доманиковый, Девон	25 Тульский, Карбон, Визеийский	50 Франсий, Пашайский, Д1Б-1-Девон
4 Франсий, Пашайский, Д1Б, Девон	15 Карбон, Еловский, Визеийский	26 Карбон, Визеийский, Бобриково-Тульский	51 Финансий, Средний Фаменский, Девон, Данилево-Лебедянский
5 Франсий, Пашайский, Д1А, Девон	16 Франсий, Пашайский, Д2Б-Б3-Б4, Девон	28 Франсий, Пашайский, Д1Г-1Г-1-Н, Девон	52 Франсий, Пашайский, Д1-Г-1, Девон
6 Карбон, Визеийский, Алексинский	18 Франсий, Пашайский, Д1Б-Б1, Девон	29 Ульянский, Турнейский, Карбон	53 Франсий, Пашайский, Девон
7 Финансий, Заволжский, Девон, Верхне-Фаменский	19 Франсий, Пашайский, Д1Б-Ч1-Г1, Девон	31 Франсий, Пашайский, Д1А-Б1, Девон	54 Франсий, Кыновский «Пашайский», Д1-Д1Г, Девон
8 Франсий, Пашайский, Д2Д, Девон	20 Ся I, Карбон, Башкирский	33 Франсий, Пашайский, Д1Б, Девон	55 Жигутский, Девон, Воробьевский
9 Мутненский, Жигутский, Девон	21 Карбон, Башкирский	36 Франсий, Пашайский, Д1В, Девон	57 Карбон, Визеийский, Бобриковский-Радиевский
10 Староскальский, Жигутский, Девон	22 Франсий, Пашайский, Д1Б-Б1-Н, Девон	38 Франсий, Пашайский, Д1Г-1-С, Девон	58 Франсий, Кыновский «Пашайский», Девон
11 Тульский, Ся I, Карбон, Визеийский	23 Франсий, Пашайский, Д1Б-Г-1, Девон	39 Карбон, Визеийский, Бобриковский	59 Турнейский, Карбон
12 Тульский, Ся I, Карбон, Визеийский	24 Франсий, Пашайский, Д1Г-1-Г-1-Н, Девон	40 Суптранский, Протранский, Карбон	60 Турнейский, Кирзовский, Карбон
13 Франсий, Доманиковые отложения, Девон	25 Франсий, Кыновский «Пашайский», Д1-Д1Б-1-1, Девон	42 Франсий, Кыновский «Пашайский», Энг I, Девон	61 Франсий, Пашайский, Д1, Девон
14 Франсий, Кыновский «Пашайский», Д1-Д1, Девон	26 Франсий, Пашайский, Д1Б-Б1, Девон	43 Франсий, Пашайский, Д1Б-1-1, Девон	62 Франсий, Пашайский, Д1А-Г-1, Девон
15 Франсий, Пашайский, Д1-Г-1-1, Девон	27 Ся I, Карбон, Визеийский, Бобриковский-Радиевский	45 Франсий, Кыновский, Девон	63 Исковский, Карбон, Верхне-
16 Франсий, Пашайский, Д1Б-1, Девон	28 Франсий, Пашайский, Д1Б-1-Н-Г-1, Девон	46 Франсий, Пашайский, Д1Г, Девон	64 Исковский, Карбон, Верхне-
17 Франсий, Пашайский, Д1Б-Б1-Н-Г-1, Девон	29 Турунский, Малинский, Карбон	48 Франсий, Пашайский, Д1Б-1-Г-1-Б, Девон	65 Франсий, Пашайский, Д1-Г-1, Девон

Рис. 3. Таблица горизонтов

Таким образом горизонты в сети сгруппированы по величине прироста нефти от проведения различных МУН. Для удобства идентификации горизонта с ячейками нейронной сети использована цветовая схема: цвет ячейки нейронной сети соответствует цвету ячейки таблицы.

На построенной сети наблюдается прямая зависимость между фильтрационно-емкостными свойствами горизонтов и эффективностью проведения на них конкретного типа МУН.

Полученная нейросетевая модель позволяет получать модельные значения показателей прироста нефти от проведения различных МУН.

На рис. 4 представлена таблица фактических и оценочных значений для горизонта «Франский, Пашийский, Д163, Девон». Данное представление демонстрирует, что на указанном горизонте помимо ранее применяемых МУН может быть применен метод «ВУКСЖ» (технология закачки вязко-упругой коллоидной суспензии на основе жидкого стекла), а прирост нефти после его применения из истории использования в среднем составлял около 1,18 тонн в сутки.

№	МУН	Фактические данные - прирост нефти, тонн сут.		Расчетные данные - прирост нефти, тонн сут.
		Фактический	Расчетный	
1	Капсулированная полимерная система	8.855		8.3769854208555
2	КХДВ	3.13		2.02654292364479
3	ВДС	2.44		1.55230179269794
4	Биополимер "ксантан"	1.988		1.2282032964602
5	Гидрофобная эмульсия	1.1125		1.87346742963633
6	Жидкое стекло НМ	1.89		0.67274643795893
7	Полимер-глинистая композиция	1.61		0.6253-0.213823612
8	Кисл-пов-активная система (КЛАС)	0.97		0.9754-0.001176779
9	Газодинамический разрыв пласта(ГДРП)	8.9529		0.5403-0.413468171
10	СНПХ(63)	8.81		0.313074-0.2539399
11	ВУКСЖ			0.183733-0.029579

Рис. 4. Прирост нефти по горизонту «Франский, Пашийский, Д163, Девон

Помимо нейросетевой модели для горизонтов так же была построена аналогичная модель в разрезе скважин. Полученная модель позволяет рассчитывать значения прироста нефти для конкретной скважины.

Кластеризация методом построения самоорганизующейся карты Кохонена дает возможность сгруппировать объекты с похожими геолого-техническими и эксплуатационными параметрами, что позволяет производить анализ эффекта от МУН для различных объектов с учетом условий их эксплуатации.

Предложенный метод позволяет выявлять ранее не применявшиеся на объекте МУН, которые могут показать эффективность при их использовании в конкретных условиях.

1. Kohonen T. Self-Organizing Maps (Third Extended Edition). — New York, 2001. — 501 p. ISBN 3-540-67921-9.
2. Боксерман А., Мищенко И. Потенциал современных методов повышения нефтеотдачи пластов // ТЕХНОЛОГИИ ТЭК. — Декабрь 2006.

МЕТОДОЛОГИЯ ТЕСТИРОВАНИЯ ПО РКПЗ

A. A. Ляпин

АО «ГРЦ Макеева», Челябинская обл., Миасс, Россия

Программное обеспечение расчета и контроля полетного задания (ПО РКПЗ) является одной из ключевых систем ракетного комплекса и предназначено для подготовки данных для системы управления полетом межконтинентальной баллистической ракеты, спецавтоматики и систем управления элементов боевого оснащения.

Важной особенностью технологии разработки ПО РКПЗ является использование декомпозиции задач РКПЗ по группам — все задачи РКПЗ с целью наглядности и упорядоченности делятся на группы, представленные на рис. 1.



Рис. 1. Декомпозиция задач РКПЗ по группам

Каждая из этих групп в свою очередь состоит из множества взаимосвязанных элементов (программных модулей — ПМ), разработкой которых занимаются инженеры АО «ГРЦ Макеева» и смежных организаций. Программным модулем ПМ будем называть функционально завершенную программную реализацию частной задачи (алгоритма) РКПЗ.

С целью обеспечения качества и надежности ПО РКПЗ каждый программный модуль должен быть отложен, отработан и протестирован в автономном режиме. Под надежностью ПМ понимается вероятность его работы без отказов.

Тестирование ПМ осуществляется его разработчиком и подразумевает создание автономных контрольных вариантов (тест-кейсов) при помощи которых определяется работоспособность ПМ, т. е. посредством сценарного юнит-тестирования. В качестве подхода к формированию тест кейсов служит следующий подход — «пройти все (основные) логические ветки алгоритма исследуемой задачи РКПЗ».

Однако вышеописанный подход не позволяет выявить некоторые дефекты в ПМ. Во-первых, сложные алгоритмы содержат огромное количество логических веток, исследовать их все невозможно. Во-вторых, даже пройдя все ветки алгоритма ПМ нельзя гарантировать его работоспособность (существуют не только логические ошибки).

Таким образом, становится актуальным вопрос о применении нового подхода к проведению тестирования ПМ, применение которого совместно с существующим подходом позволит отслеживать и находить большее количество ошибок на этапе разработки ПМ и тем самым улучшить качество и надежность ПО РКПЗ. В качестве такого подхода предлагается использовать автоматизированное исследовательское тестирование.

Суть проведения исследовательского тестирования ПМ РКПЗ заключается в построении n -мерного куба (сетки) с различными вариациями входных параметров (n равно числу контролируемых параметров) и отображение пользователю одного из срезов этого куба в виде таблицы. Границы, список исследуемых параметров, количество элементов в сетке определяет пользователь (разработчик ПМ задач РКПЗ) в зависимости от целей проведения тестирования.

Алгоритм исследовательского тестирования представлен на рис. 2.

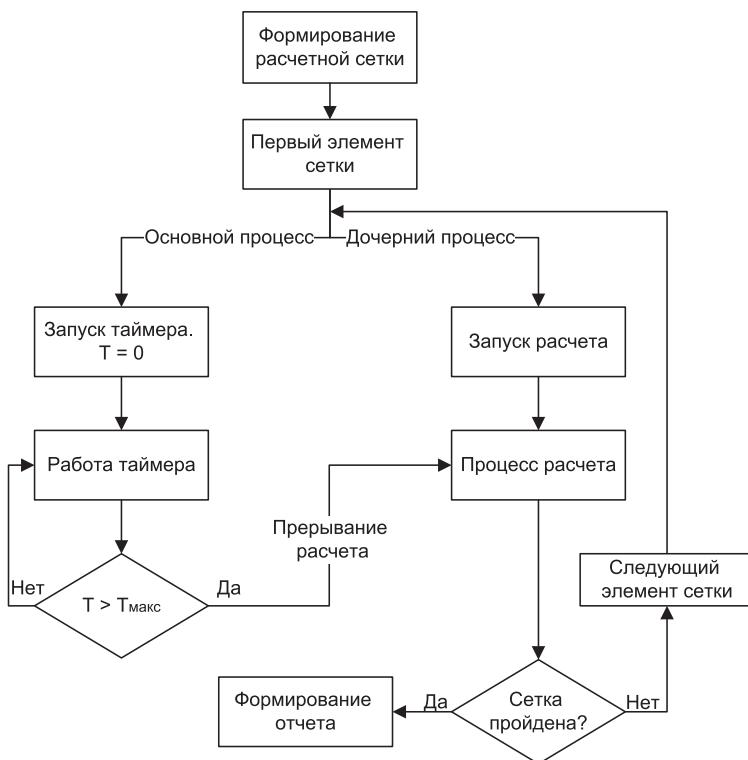


Рис. 2. Схема исследовательского тестирования

Как показано на схеме, задачи РКПЗ запускаются в дочернем процессе, что позволяет контролировать и прерывать их работу в случае невозможности получения результата (в случаях зависания ПМ тестирование продолжается).

Применение разработанной схемы исследовательского тестирования позволяет:

- повысить качество и надежность ПО РКПЗ (найти пропущенные при сценарном тестировании дефекты);

- выявить варианты исходных данных, приводящих к ошибкам (с целью последующего сценарного тестирования или отладки);

- сохранять сценарии исследовательского тестирования, с целью их последующего использования для регрессионного тестирования (регрессионное тестирование — тестирование, направленное на проверку того факта, что в ранее работоспособной функциональности не появились ошибки);

- оптимизировать рабочее время квалифицированных специалистов (выполнение в фоновом режиме).

ИНФОРМАЦИОННАЯ СИСТЕМА ЖЕЛЕЗНОДОРОЖНОЙ ЛОГИСТИКИ

B. B. Мишонов

МАИ, Москва, Россия

Идея данной системы состоит в попытке применить функциональность сервиса расписаний поездов «Яндекс.Расписания» к железнодорожным сетям европейских стран. Существующие сервисы для построения маршрутов и планирования поездок, работающие с европейскими перевозчиками (например, сервис InterRail), уступают российскому сервису по функциональности. Например, для найденных поездов нет возможности просмотра полного их маршрута (т. е. не только между двумя выбранными станциями). Также отсутствует возможность просмотра табло отправлений и прибытий поездов для конкретной станции и изменений в расписании на выбранные даты. Функции «Яндекса» дают расширенные возможности для планирования маршрутов, позволяя учитывать больше особенностей расписания. Но данный сервис отображает расписание только по России и некоторым странам бывшего СССР. Поэтому была поставлена цель создать собственную систему, позволяющую хранить данные о расписаниях поездов и давать по ним выборку в соответствии с запросом.

Разработанный прототип программной системы позволяет просматривать схему железнодорожной сети, табло поездов по выбранной станции, а также поиск маршрута между двумя произвольными станциями с учетом пересадок. В прототипе системы максимальное число пересадок ограничено одной, в дальнейшем предполагается усовершенствовать существующий алгоритм для произвольного числа пересадок.

Текущий алгоритм поиска проезда с учетом одной пересадки основан на алгоритме поиска пути в графе в ширину [1] с учетом особенностей предметной области и некоторых эвристических допущений. Самым важным является допущение, что для поиска пересадочных маршрутов целесообразно брать несколько самых коротких путей между двумя станциями. Результатом работы алгоритма являются два пересекающихся маршрута, а узлы графа, принадлежащие обоим найденным маршрутам — это и есть станции, на которых можно осуществить пересадку.

Прототип программной системы реализован на платформе Microsoft .NET с использованием технологий ASP.NET MVC [2] и Entity Framework [3]. В среде разработки система использует веб-сервер IIS Express и Microsoft SQL Server LocalDB [4]. В дальнейшем могут быть использованы любые совместимые веб-сервер и СУБД.

Основной задачей, связанной с дальнейшей разработкой системы, является расширение используемого на текущий момент алгоритма поиска. Помимо поддержки поиска маршрутов с произвольным числом пересадок, есть смысл добавить фильтрацию результатов по различным критериям, например, времени отправления и прибытия, по компании-перевозчику, виду поезда (пригородный, скоростной, дальнего следования и т. д.) и др.

Другой важной задачей, помимо дальнейшей разработки системы, остается наполнение ее реальными данными. Эта задача разбивается на две подзадачи: первая из них состоит в получении необходимых данных, а вторая — в обработке полученных данных и переводе их в формат, пригодный для хранения в программной системе. При этом также должен быть предусмотрен способ ручного изменения данных пользователем (администратором) системы при необходимости внести исправления. Эта возможность уже реализована в прототипе системы.

1. Кормен Т. и др. Алгоритмы. Построение и анализ / Пер. с англ. — М.: Издательский дом Вильямс, 2009.
2. Freeman A. Pro ASP. NET MVC 5. — Apress, 2013.
3. Lerman J., Miller R. Programming Entity Framework: Code First. — O'Reilly Media, Inc., 2011.
4. Справочный портал Microsoft: <http://msdn.microsoft.com>.

МЕТОДЫ ОБНАРУЖЕНИЯ ЗАКОНОМЕРНОСТЕЙ И ИЗВЛЕЧЕНИЯ ЗНАНИЙ

A. Л. Осипов, В. П. Трушин

НГУЭУ, Новосибирск, Россия

Современное состояние научных и прикладных исследований в химии и целого ряда, смежных с ней областей характеризуется использованием математических методов и новых информационных технологий для автоматизации эксперимента и обработки получаемых физико-химических, биологических и других данных, которые включают в себя: систему поддержки профессиональных структурно-химических и биологических баз данных и знаний; интеллектуальную систему, позволяющую предсказывать, и оценивать степень воздействия структурных и иных характеристик органических молекул на их биологические и физико-химические свойства [1]. Интеллектуальная компьютерная система состоит из:

Оригинальной СУБД, которая поддерживает обработку таких сложноструктурированных объектов как молекулярные химические графы. СУБД имеет встроенный гипертекстовый HELP, дружественный интерфейс с пользователем, редактор входных и выходных форм. Ввод, вывод и манипулирование структурными формулами молекул осуществляется графическим экранным редактором, основные режимы, которого: рисование, удаление, редактирование, сборка из фрагментов, создание ароматических комплексов, манипулирование структурными формулами и другие. Поиск информации в БД осуществляется по любому полю или совокупности полей, включая подструктурный поиск, который происходит путем рисования структурного фрагмента и/или фрагментов графическим редактором и внесения их в поисковые предписания на специально разработанном языке запросов. Идентификация химических веществ происходит по каноническому коду, программно порождаемому системой [2].

Инструментальной системы для прогнозирования биологических свойств химических препаратов и конструирования новых биологически активных соединений

с заданными свойствами по их структурным формулам с учетом или без учета физико-химических параметров молекул. Система позволяет создавать обучающие и экзаменационные выборки из БД, задавать или выбирать из меню различные описания химической структуры или иных признаков, выбирать различные модели статистической обработки данных для принятия решений о принадлежности химического соединения к тому или иному типу биологической активности, оценивать их адекватность, предсказывать биологические, фармакологические, токсические, мутагенные и канцерогенные свойства органических веществ по их структурным формулам с учетом или без учета физико-химических параметров. Точность прогнозирования (процент правильных решений) в разработанной системе при предсказании различных биологических свойств составила 88–96% [3, 4].

Инструментальной системы моделирования физико-химических и токсикологических свойств, основанной на оригинальных математических моделях (структурно-аддитивных и неаддитивных), которые затем применяются при нахождении количественных корреляций структура-свойство, что позволяет предсказывать такие важные параметры химических веществ, как молекулярная рефракция и липофильность, которые используются в дальнейшем при прогнозировании биологической активности химических веществ. Система позволяет предсказывать токсикологические параметры химических соединений с использованием моделей распознавания образов и кусочно-линейных регрессионных моделей, где интервалами линейности регрессии являются классы опасности химических веществ, а также с использованием нейронных сетей [5].

Инструментальной системы автоматического порождения модельных знаний и их пополнения в базу знаний. Модельные знания заключают в себе способность проявлять свойства, моделируемого ими объекта в рамках представленного пользователем описания за счет помещения их в предполагаемую математическую среду [6].

Инструментальной системы генерации неизоморфных химических графов на основе соответствующего множества помеченных вершин с возможностью задания дополнительных ограничений путем указания сведений о связывании вершин отдельных типов между собой, а также в виде списков обязательных и запрещенных фрагментов, которым соответственно разрешается и запрещается присутствовать в структурах финального списка. Из всего множества сгенерированных гипотетических структур происходит отбор биологически активных соединений, и даются машинные рекомендации, какими биологическими и/или физико-химическими свойствами они обладают [6].

Систему интеллектуальных интерфейсов, позволяющих производить ввод, корректировку и кодировку данных, а также обеспечивающих работу графических средств визуализации данных на всех этапах ее функционирования. Блока анализа и объяснения, который позволяет пользователю проследить всю цепочку принимаемых системой решений [6].

Инструментальной системы компьютерной диагностики канцерогенной опасности и радиоактивности химических веществ. Предсказание канцерогенных и радиоактивных свойств осуществлялось на основе моделей и алгоритмов распознавания образов и теории статистических решений [7].

Созданная компьютерная интеллектуальная система представляет собой мощный инструментарий, который дает возможность в режиме диалога вести оперативный прогноз радиопротекторных, канцерогенных и других свойств химических соединений, проверять на больших выборках гипотезы о связи структуры веществ с их биологическим действием, а также анализировать сравнительную информа-

тивную ценность различных групп факторов при изучении механизмов взаимодействия веществ с живым организмом.

1. Осипов А. Л., Трушина В. П. Интеллектуальная система предсказания свойств химических веществ // Science Time. — 2015. — № 4(16). — С. 578–585.
2. Осипов А. Л., Бобров Л. К. Об использовании моделей статистического распознавания в системе виртуального скрининга химических веществ // Научно-техническая информация. Серия 2: Информационные процессы и системы. — 2012. — № 7. — С. 1–6.
3. Нигматуллин Р. С., Осипов А. Л., Пузаткин А. П., Коптюг В. А. Статистический метод предсказания биологической активности многоатомных молекул на основе дескрипторов графов структурных формул // Химико-фармацевтический журнал. — 1985. — № 2.
4. Осипов А. Л., Бобров Л. К. Прогнозирование свойств химических соединений на основе структурно-неаддитивных моделей с учетом парциальных вкладов структурных элементов // Научно-техническая информация. Серия 2: Информационные процессы и системы. — 2013. — № 9. — С. 35–39.
5. Осипов А. Л., Трушина В. П. Теория принятия решений в химико-биологических исследованиях // В мире научных открытий. — 2015. — № 4.2(64). — С. 843–849.
6. Осипов А. Л. Методы обнаружения закономерностей и извлечения знаний в химических исследованиях // В сборнике: Знания–Онтологии–Теории (ЗОНТ-2015). Материалы Всероссийской конференции с международным участием. Российская академия наук, Сибирское отделение; Институт математики им. С. Л. Соболева. 2015. — С. 82–86.
7. Осипов А. Л., Трушина В. П., Ченгаева Е. А. Предсказание радиопротекторных свойств методами распознавания образов // В мире научных открытий. — 2014. — № 4(52). — С. 123–127.

МЕХАНИЗМЫ СЕТЕВОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В СИСТЕМЕ СОПРОВОЖДЕНИЯ ИНФРАСТРУКТУРЫ НА БАЗЕ ВИРТУАЛЬНЫХ КОНТЕЙНЕРОВ С ПРИЛОЖЕНИЯМИ

A. A. Рыбалко

МАИ, Москва, Россия

Изоляция приложений и инструменты разделения ресурсов между приложениями позволяют:

- значительно повысить эффективность использования аппаратного обеспечения (АО);
- сократить число пристаивающих систем;
- упростить миграции приложений между различными системами.

Инструменты виртуализации могли бы стать универсальным решением многих проблем, если бы изолируемые приложения не требовали сетевого взаимодействия, не стремились использовать удаленные ресурсы, что ограничило бы количество обращений к разнообразным системным службам, вызовам или файловым системам (ФС) [1].

Инструментарий полной виртуализации также вносит ряд дополнительных задержек и потребление ресурсов при работе и обращении к прикладным приложениям внутри виртуальных машин (ВМ). Это связано с необходимостью эмуляции полноценного окружения для каждой из множества операционных систем (ОС) в ВМ. Как следствие, требуется новый подход в построении и настройке жизненного цикла для прикладных приложений с применением технологии контейнерной виртуализации, а также требуется учитывать набор новых факторов, таких как балансировка нагрузки между распределенными компонентами приложения при высокой интенсивности обращений. Преимущества контейнерной виртуализации:

- 1) меньшее потребление ресурсов, и, как следствие, более высокая плотность (число) контейнеров на сервер;
- 2) возможность работы с более высокими нагрузками;
- 3) повышенная скорость развертывания копий контейнеров из шаблона;
- 4) упрощенная схема взаимодействия контейнеров с управляющей родительской системой — отсутствие ряда механизмов распределения ресурсов, присущих для классической виртуализации [2].

Указанные преимущества позволяют осуществлять изоляцию не только приложений друг от друга без ущерба для производительности, но и дробить приложения на изолированные сервисы для упрощения разработки и поддержки таких сервисов распределенными командами разработчиков. Такой подход получил название «сервис-ориентированная архитектура» (Service-Oriented Architecture — SOA) или «микросервисы» [3].

Для обеспечения надежности работы изолированных сервисов приложений, а также балансировки нагрузки между ними, возможно развертывание избыточного количества виртуальных контейнеров приложений, с созданием управляющей сети взаимосвязей между ними для сопровождения и контроля за жизненным циклом. В случае применения для этих целей классической архитектуры клиент–сервер, при масштабировании системы до относительно большого числа виртуальных контейнеров, возникает проблема высокой загрузки сетевых каналов между управляющим сервером(кластером) и отдельными контейнерами, а также риск выхода операции опроса узлов по времени за рамки выделенного временного окна.

Решением задачи является использование децентрализованного подхода, при котором виртуальные контейнеры обмениваются между собой информацией о состоянии и доступности соседей. В основе реализации такого подхода предлагается использовать механизмы, созданные для обмена маршрутной информации между всеми узлами сети Интернет, так как это проверенный механизм децентрализованной работы в сети большого масштаба (все узлы Интернет сети). Для универсального обмена информацией применяется протокол Border Gateway Protocol (BGP) [4], в то время как сканирование соседних узлов осуществляется с помощью Bidirectional Forwarding Detection (BFD) протокола [5].

Таким образом, каждый виртуальный контейнер должен содержать в себе сетевой контроллер опроса и реакции на потерю связи с соседними сервисами, а также инструменты эмуляции маршрутизатора с поддержкой BGP. Для реализации такого функционала предлагается использовать программный сетевой контроллер Quagga, который позволяет реализовать процесс обмена информации по BGP последней версии 4 [6]. В результате рассмотренных технологий получается необходимый набор для создания инфраструктуры сервисов любых масштабов при сохранении ее оперативного сопровождения и мониторинга.

1. Рыбако А. А. Моделирование системы защиты облачных сервисов с использованием механизмов виртуализации // Вестник МАИ. — М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2010. — Т. 16, №6. — С. 143–149.
2. IBM Research Report. An Updated Performance Comparison of Virtual Machines and Linux Containers. Wes Felter, Alexandre Ferreira, Ram Rajamony, Juan Rubio. IBM Research Division, Austin Research Laboratory, 11501 Burnet Road, Austin, TX 78758, USA. RC25482 (AUS1407-001) July 21, 2014. Computer Science.
3. <https://martinfowler.com/articles/microservices.html>.
4. <https://tools.ietf.org/html/rfc4271>.
5. <http://meetings.ripe.net/ripe-48/presentations/ripe48-eof-bfd.pdf>.
6. <http://www.nongnu.org/quagga/>.

ФРАКТАЛЬНЫЕ СЕТИ

A. C. Семенов

МАИ, Москва, Россия

За последнее десятилетие появился новый вид моделей масштабируемых систем. Масштабирование одна из наиболее важных целей разработчиков распределенных систем и облачных вычислений. Вычислительные ресурсы интегрируются в архитектуру способную автоматически масштабироваться.

Благодаря свойствам масштабирования, а также разнообразным способам построения, — фрактальные сети становятся незаменимым математическим аппаратом.

Для постановки проблемы будем оперировать понятиями взаимодействующих процессов и вычислительных ресурсов. Одной из основных форм масштабирования является масштабирование размера. Под этим следует подразумевать достижение высокой производительности и большей функциональности при помощи увеличения размера системы. В этом контексте проблема формулируется следующим образом:

1. Процессы взаимодействуют с вычислительными ресурсами. При взаимодействии должны быть исключены дедлоки и обеспечена живость динамически изменяемого размера системы.

2. Загрузка процессов ресурсами должна удовлетворять требованиям. Если спрос на ресурс ниже возможностей процессов, то ресурс недостаточно используется и размер системы должен быть уменьшен. Если спрос выше возможностей процессов, ресурс используется чрезмерно и не в состоянии удовлетворить спрос, то размер системы должен быть увеличен.

3. Изменение размера системы связано: с репликацией ресурсов и/или процессов, и их интеграцией в систему.

Решение поставленной проблемы заключается в интегрировании ресурса с архитектурой способной автоматически масштабироваться горизонтально или вертикально в ответ на флюктуирующий спрос. Система описывается как масштабируемая, если она остается эффективной при существенном увеличении ресурсов и процессов.

Динамическое масштабируемая архитектура — это архитектурно-ориентированная модель, основанная на системе предопределенных условий масштабирования, которая динамически переключает расположение ресурса из места его хранения в место локализации и наоборот. Таким образом, в ответ на флюктуирующий спрос, изменяется размер системы.

Динамическое масштабируемая архитектура — требует определенных качественных свойств моделей, которые должны учитывать источники внутренней активности процессов развития и природу целенаправленного поведения. В этой связи особую роль приобретают качественные свойства сетей.

В связи с этим, были разработаны фрактальные (самоподобные) сети, позволяющие автоматически и качественно перестраивать свою структуру.

Архитектуры фрактальных сетей: послойная, сжатая и развернутая, решают поставленную проблему.

Понятие фрактал, в контексте фрактальной сети, включает изоморфизм, гомеоморфизм подсетей единой сети, а также процесс создания само подобных множеств сетей. Для формирования таких множеств предлагается алгебра, включающая следующие уникально обратимые операции: репликацию (копирования сети), соединение вершин сети, подразбиения ребер.

Фрактальные сети позволяют моделировать масштабируемость системы [1], ее процесс развития [2] и могут стать основой для «фрактального» программирования [3].

1. Семенов А. С. Модель фрактальных графов для имитации самоорганизации процессов роста // Материалы XI Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2016), 25–31 мая 2016 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2016.
2. Семенов А. С. Моделирование самоорганизующихся процессов развития: фрактально-ориентированный подход. Монография. — М.: МАИ, 2013.
3. Семенов А. С. Фрактальная алгебра как основа фрактальной парадигмы программирования // Информационные технологии и вычислительные системы. — 2006. — №2.

НЕЙРОСЕТЕВОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ УСЛОВИЙ РАЗРЫВА УПРУГОГО МАТЕРИАЛА ОТ ДИНАМИКИ ЕГО РАСТЯЖЕНИЯ ПОД НАГРУЗКОЙ

*Д. А. Тархов, Т. Т. Каверзнева, С. А. Колесова, И. П. Болгов,
Ю. А. Каспаров, Е. А. Варшавчик, Ю. С. Седова*

СПбПУ, Санкт-Петербург, Россия

Целью работы является установление зависимости условий разрыва упругого материала от динамики его растяжения под нагрузкой. Для этого проведена нейросетевая аппроксимация экспериментальной зависимости деформации образца от нагрузки и установлена зависимость условий разрыва объекта от весов этой нейронной сети [1].

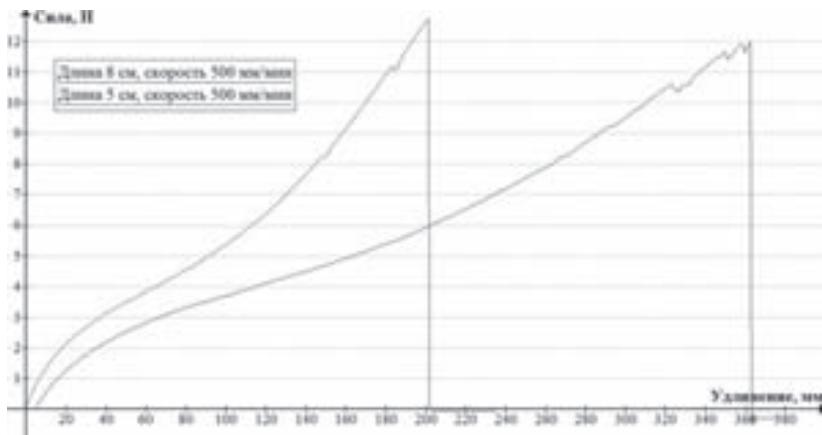


Рис. 1. График зависимостей удлинения образца от растягивающей силы

С помощью нейросетевой зависимости вида

$$F(x) = c_1 \operatorname{th}[a_1(x - x_{c_1})] + c_2 \operatorname{th}[a_2(x - x_{c_2})]$$

удалось достаточно точно аппроксимировать зависимость удлинения от нагрузки. Для всех экспериментов ошибка указанной выше нейросетевой аппроксимации не превышала 3 %.

По полученным результатам была построена нейросетевая модель зависимости силы натяжения, при которой происходит разрыв от параметра x_{c_2} нейросетевой аппроксимации зависимости удлинения резиновой нити от растягивающей силы.

Полученная зависимость при дальнейшем обучении сети для конкретного образца позволяет осуществлять динамическое предсказание разрыва, по вновь поступившим данным в процессе его растяжения.

Построенная выше зависимость применялась к модельной задаче расчета динамики падения человека при торможении спасательным тросом. На первом этапе тело свободно падает, а на втором — тормозится тросом силой $F(x-l)$. В результате уравнение движения на втором этапе имеет вид $\ddot{x} = G(x) = g - \frac{1}{m}F(x-l)$. Здесь l — длина троса, m — масса тела. Для построения приближения $x(t)$ используем многослойную функциональную аппроксимацию [2], основанную на методе Штермера, применяя рекуррентную формулу $x_{k+1}(t) = 2x_k(t) - x_{k-1}(t) + h^2G(x_k(t))$, где $h = t/n$. Заметим, что искомое решение $x_n(t)$ можно считать выходом многослойной нейронной сети прямого распространения с n скрытыми слоями.

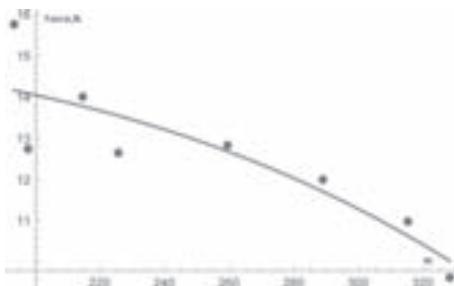


Рис. 2. Зависимость растягивающей силы, при которой происходит разрыв резиновой нити от x_{c2}

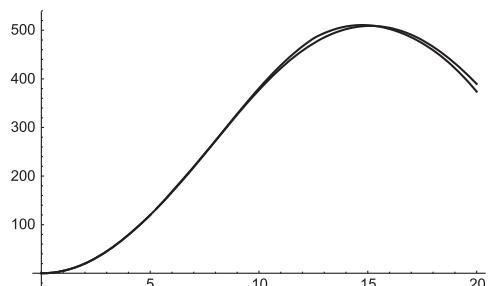


Рис. 3. Графики $x_5(t)$ и приближенного решения, построенного с помощью Mathematica 10 при $l = 30$; $p = 10$

Полученные результаты показывают работоспособность метода. Заметим, что точность может быть повышена, если в формуле для приближенного решения $x_n(t)$ заменить все или часть числовых коэффициентов параметрами и подбирать их, минимизируя функционал, который для рассматриваемой задачи имеет вид

$$\sum_{j=1}^M (\ddot{x}(t_j) - G(x(t_j)))^2 + \delta x^2(0).$$

Здесь $\{t_j\}_{j=1}^M$ — пробные точки на интервале $[0, T]$.

Другое направление уточнения полученного решения получается при оптимизации выбора шагов $h_k(t)$. Простейший вариант получается, если выбрать $h_k(t) = h_k t$. При этом h_k находятся минимизацией функционала ошибки. Более точное решение можно получить, если $h_k(t)$ искать как некоторые нейросетевые функции, веса которых подбираются оптимизацией данных функционалов.

Применяя метод прямых, можно подобным образом решать задачи для уравнений в частных производных.

1. Bolgov I., Kaverzneva T., Kolesova S., Lazovskaya T., Stolyarov O., Tarkhov D. Neural network model of rupture conditions for elastic material sample based on measurements at static loading under different strain rates // Journal of Physics: Conference Series. — 2016. — V. 772. — <http://iopscience.iop.org/article/10.1088/1742-6596/772/1/012032>.
2. Lazovskaya T., Tarkhov D. Multilayer neural network models based on grid methods // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. — 2016. — V. 158. — <http://iopscience.iop.org/article/10.1088/1757-899X/158/1/01206>.

ИНФОРМАЦИОННО-АНАЛИТИЧЕСКАЯ СИСТЕМА МОНИТОРИНГА ТЕНЕВЫХ РЕСУРСОВ

A. Б. Тихонова

МАИ, Москва, Россия

Теневой или глубинный Интернет («Deep Web») — огромная часть Интернета, которая находится за пределами стандартных методов поиска. Большая часть теневого Интернета — сайты, которые недоступны для поиска при помощи поисковиков или защищены паролем.

Часть глубинного Интернета, известная также под именем «Даркнет» («Dark-Net»), доступна только при помощи специальных программ. Он открывает доступ к полулегальным и нелегальным товарам или услугам. «Даркнет» позволяет приобрести различные идеи, схемы обхода защиты сайтов, финансовые услуги и дубликаты разного рода товаров. Киберпреступники продают здесь украденные данные или покупают вредоносные программы для кражи конфиденциальной информации клиентов банков. Киберпреступники также имеют онлайн-магазины, где они торгуют украденными кредитными карточками и данными.

Помимо хакеров «Даркнет» также используют инсайдеры. Такие люди подрывают безопасность компаний изнутри, так как зачастую, в силу занимаемой должности, они уже имеют доступ к секретной информации и могут продать ее, либо помочь злоумышленникам внедриться в сеть компании. Мировые потери от инсайдеров составляют 3,5 трлн долл.

В целях оповещения банков, коммерческих и государственных организаций об актуальных угрозах, прогнозирования возможных хакерских атак и поиска киберпреступников, была создана информационно-аналитическая система (ИАС) мониторинга теневых ресурсов «Forum Reaper».

ИАС «Forum Reaper» имеет следующие функциональные возможности:

- В режиме реального времени осуществляется сбор информации с теневых форумов.
 - База данных хранит все сообщения, опубликованные на теневом ресурсе.
 - Позволяет выделить псевдонимы («ники») злоумышленников.
 - Показывает все сообщения конкретного злоумышленника.
 - Позволяет осуществлять поиск по сообщениям со всех форумов в одном месте.
 - Осуществляет выдачу угроз при срабатывании триггеров, ключевых слов.
 - Хранит все сообщения, даже после удаления.
 - Осуществляет выгрузку из магазинов по продаже банковских карт. Позволяет отображать статистику по картам — сколько было загружено карт определенного банка за месяц. Поиск осуществляется по имени банка, по БИНам и по псевдониму злоумышленника.

Помимо самой ИАС, поддержку системы осуществляют компетентные аналитики информационной безопасности. В их обязанности входит:

- Добавление новых форумов для мониторинга и обновление уже подключенных.
- Помощь в поиске человека по «нику» на теневом ресурсе, по указанным контактам или другой входной информации.
- Создание аналитических справок по запросу — об угрозах, злоумышленнике, актуальных схемах мошенничества и т. д.
- Умеют разбираться в «жаргоне» и схемах мошенничества, что позволяет искаать и предоставлять всю доступную информацию по запросу.

При срабатывании триггеров, осуществляется формирование отчета об угрозе с аналитикой и высыпается оповещение заказчику.

Используемый в системе язык запросов позволяет настраивать критерии поиска и находить наиболее важные посты. Язык запросов реализован на русском и английском языке — ИАС «Forum Reaper» поддерживает мониторинг англоязычных ресурсов.

Разработанная система позволяет предсказать атаки и готовиться к ним заранее, чтобы не заниматься дорогим и длительным устранением их последствий.

В будущем планируется корреляция данных с разных теневых ресурсов с автоматическим добавлением всех «ников» и контактных данных злоумышленника. Данная информация будет хранится и использоваться для расследования инцидентов информационной безопасности.

Помимо этого, планируется подключить генерацию отчетов для определенной организации или компании:

- Статистика по найденным угрозам.
- Экспертная оценка найденных угроз.
- Ссылки на угрозы.

В настоящий момент данные из ИАС «Forum Reaper» загружаются в систему, после обработки аналитиком, и отображаются клиентам компании занимающейся расследованием компьютерных преступлений. Для клиентов компании доступны следующие сведения:

- Сведения о новых вредоносных программах и сервисах для хакерского сообщества, появлении новых групп и изменениях в тактике уже известных.
- Исследования отдельных трендов, атак, преступных групп, их тактик и инструментов.
 - Сведения об утечках, продажах баз данных, поиске инсайдеров в компании и обсуждениях ее уязвимостей.

1. *Ido Wulkan (IntSights), Tim Condello (RedOwl), David Pogemiller (RedOwl). Monetizing the Insider. The Growing Symbiosis of Insiders and the Dark Web: <https://www.acfe-rus.com>.*
2. «Секреты Даркнета. Ищем полезное в скрытых сервисах Тор» // Хакер. — 05.10.2016.

Секция С **ОБЩАЯ МЕХАНИКА,
МЕХАНИКА ДЕФОРМИРУЕМОГО ТВЕРДОГО ТЕЛА.
ПРОЧНОСТЬ, РАЗРУШЕНИЕ И БЕЗОПАСНОСТЬ КОНСТРУКЦИЙ**

**АЛГОРИТМ РАСЧЕТА КОНСТРУКЦИЙ
ИЗ АРМИРОВАННОГО КОМПОЗИТНОГО МАТЕРИАЛА***

А. И. Абдрахманова, И. Р. Гарифуллин, Л. У. Султанов

К(П)ФУ, Казань, Россия

Композитные материалы нашли широкое применение в технике и строительстве в виду их высоких прочностных и жесткостных характеристик. Создаются новые материалы с гиперупруго-пластическими свойствами. Исследованию поведения гиперупругих изотропных материалов посвящено множество трудов [1–4, 14, 15]. Существует различные методы решения нелинейных задач [5–10]. В данной работе была представлена методика исследования гиперупругих деформации армированного одним семейством волокон композита.

1. Определяющие соотношения. Характеризующим функционалом гиперупругого армированного короткими волокнами композитного материала является функция свободной энергии вида [11, 13]:

$$\Psi(\mathbf{C}, \mathbf{A}) = \frac{\lambda}{2} J_1^2 + \mu_t J_2 + \alpha J_3 J_1 + 2(\mu_l - \mu_t) J_4 + \frac{\beta}{2} J_3^2,$$

где λ , μ_l , μ_t , α , β — константы, определяющиеся из эксперимента

Данный функционал зависит от меры деформации Коши–Грина \mathbf{C} и тензора структуры \mathbf{A} , которая характеризует направление волокон в материале.

Физические соотношения строятся путем варьирования функции свободной энергии деформации:

$$\delta\Psi = \frac{1}{2} \mathbf{S} \cdot \cdot \delta\mathbf{C}.$$

Вариационное уравнение виртуальных мощностей в исходной конфигурации:

$$\int_{V_0} \frac{1}{2} (\mathbf{S} \cdot \cdot \delta\dot{\mathbf{C}}) dV_0 = \int_{V_0} \mathbf{f}_0 \cdot \delta v dV_0 + \int_{S_0^\sigma} \mathbf{t}_{0n}^* \delta v dS_0. \quad (1)$$

Решения данного уравнения получается с помощью метода пошагового нагружения (инкрементальный метод). Разрешающие уравнения получаются путем дифференцирования по времени вариационного уравнения (1):

$$\int_{V_0} \frac{1}{2} (\dot{\mathbf{S}} \cdot \cdot \delta\dot{\mathbf{C}} + \mathbf{S} \cdot \cdot \delta\ddot{\mathbf{C}}) dV_0 = \int_{V_0} \dot{\mathbf{f}}_0 \cdot \delta v dV_0 + \int_{S_0^\sigma} \dot{\mathbf{t}}_{0n}^* \delta v dS_0. \quad (2)$$

*Работа поддержана Российским научным фондом (проект №16-11-10299).

2. Конечно-элементная дискретизация. Для численной реализации взят 8-узловой изопараметрический элемент. Введены аппроксимации геометрии и скоростей:

$${}^k y^i(\xi^j) = \sum_{t=1}^8 {}^k y_t^i N_t(\xi^j), \quad {}^k v^i(\xi^j) = \sum_{t=1}^8 {}^k v_t^i N_t(\xi^j),$$

где $N_t(\xi^j) = (1/8)(1 + \xi_t^1 \xi^1)(1 + \xi_t^2 \xi^2)(1 + \xi_t^3 \xi^3)$ — функция формы.

После аппроксимации и интегрирования получаем систему линейных алгебраических уравнений:

$$[{}^k \mathbf{K}] \{ \Delta^k \mathbf{u} \} = \{ \Delta^k \mathbf{P} \} + \frac{1}{\Delta t} \{ {}^k \mathbf{H} \}. \quad (3)$$

Решением уравнения (3) находятся перемещения $\Delta^k \mathbf{u}$, после этого производится пересчет геометрии и напряжений ${}^{k+1} y^i = {}^k y^i + \Delta^k u^i$, ${}^{k+1} \mathbf{S} = 2 \frac{\partial \Psi}{\partial {}^{k+1} \mathbf{C}}$.

1. Голованов А. И., Коноплев Ю. Г., Султанов Л. У.. Численное исследование конечных деформаций гиперупругих тел. I. Кинематика и вариационные // Ученые записки Казанского университета. Серия физико-математические науки. — 2008. — Т. 150. — Кн. 1. — С. 29–37.
2. Голованов А. И., Коноплев Ю. Г., Султанов Л. У.. Численное исследование конечных деформаций гиперупругих тел. II. Физические соотношения // Ученые записки Казанского университета. Серия физико-математические науки. — 2008. — Т. 150. — Кн. 3. — С. 122–132.
3. Голованов А. И., Коноплев Ю. Г., Султанов Л. У.. Численное исследование конечных деформаций гиперупругих тел. III. Постановки задачи и алгоритмы решения // Ученые записки Казанского университета. Серия физико-математические науки. — 2009. — Т. 152. — Кн. 3. — С. 108–120.
4. Голованов А. И., Коноплев Ю. Г., Султанов Л. У.. Численное исследование конечных деформаций гиперупругих тел. IV. Конечно-элементная реализация. Примеры решения задач // Ученые записки Казанского университета. Серия физико-математические науки. — 2010. — Т. 152. — Кн. 4. — С. 115–126.
5. Голованов А. И., Султанов Л. У. Исследование закритического упругопластического состояния трехмерных тел с учетом конечных деформаций // Известия Вузов. Авиационная техника. — 2008. — № 4. — С. 13–16.
6. Голованов А. И., Султанов Л. У. Математические модели вычислительной нелинейной механики деформируемых сред. — Казань: Казан. гос. ун-т, 2009. — 465 с.
7. Голованов А. И., Султанов Л. У. Теоретические основы вычислительной нелинейной механики деформируемых сред. — Казань: Казан. гос. ун-т, 2008. — 165 с.
8. Давыдов Р. Л., Султанов Л. У. Численный алгоритм решения задачи о больших упругопластических деформациях МКЭ // Вестник Пермского Национального Исследовательского Политехнического Университета. Механика. — Пермь: ПНИПУ, 2013. — Т. 1. — С. 81–93.
9. Султанов Л. У., Фахрутдинов Л. Р. Численное исследование гиперупругих материалов // Инженерно-строительный журнал. — Санкт-Петербург: СППУ, 2013. — № 9(44). — С. 69–74.
10. Golovanov A. I., Sultanov L. U. Numerical investigation of large elastoplastic strains of three-dimensional bodies // International Applied Mechanics. — 2005. — V. 41, No. 6. — P. 614–620.
11. Behrens B. A., Rolfs R., Vucetic M., Reinoso J., Vogler M., Grbic N. Material modeling of shot fiber reinforced thermoplastic for the FEA of a clinching test // Procedia CIRP. — 2014. — V. 18. — P. 250–255.
12. Bonet J., Wood R. D. Nonlinear continuum mechanics for finite element analysis, 1997. — 283 p.

13. Mortazavian S., Fatemi A. Effects of fibre orientation and anisotropy on tensile strength and ekastic modulus of short fiber reinforced polymer composites // Composites: Part B: Engineering. — 2014.
14. Sultanov L. U., Davydov R. L. Mathematical modeling of large elastic-plastic deformations // Applied Mathematical Sciences. — 2014. — V. 8(57–60). — P. 2991–2996.
15. Sultanov L. U. Mathematical modeling of hyperelastic solids // Applied Mathematical Sciences. — 2014. — V. 8 (141–144). — P. 7117–7124.

АЛГОРИТМ ИССЛЕДОВАНИЯ ДЕФОРМАЦИЙ ТЕЛ ИЗ НЕСЖИМАЕМЫХ МАТЕРИАЛОВ*

А. И. Абдрахманова, Л. У. Султанов

К(П)ФУ, Казань, Россия

В нелинейной теории упругости все чаще объектами исследования становятся тела из упругих несжимаемых материалов. К несжимаемым материалам относятся резины и другие эластомеры. Это объясняется, прежде всего, их уникальной способностью значительно деформироваться при сравнительно небольших нагрузках, изменять форму при механическом нагружении, практически сохраняя постоянный объем и упругие свойства.

В настоящей работе приводится методика исследования конечных упругих деформаций несжимаемых материалов. Кинематика описывается левым тензором Коши–Грина (мера деформации Фингера), тензором пространственного градиента скорости и тензором деформации скорости. Физические соотношения задаются с помощью функции упругого потенциала.

Для описания напряженного состояния используется тензор истинных напряжений Коши–Эйлера, который определяется в текущем состоянии. Также приводится процедура получения линеаризованных определяющих соотношений.

Алгоритм исследования основан на методе шагового нагружения (инкрементального метода). В качестве базового уравнения принимается вариационное уравнение мощностей в актуальном состоянии. После линеаризации представляется получение разрешающей системы линейных алгебраических уравнений, где неизвестным является приращение перемещений в текущем времени. Для учета несжимаемости применяется метод штрафных функций.

Численная реализация основана на методе конечных элементов на базе восьмиузлового полилинейного элемента. В качестве примера был рассмотрен неогуковский материал. Был решен ряд задач, демонстрирующих работоспособность полученной методики.

1. Голованов А. И., Коноплев Ю. Г., Султанов Л. У. Численное исследование конечных деформаций гиперупругих тел. I. Кинематика и вариационные уравнения // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. физ.-матем. науки. — 2008. — Т. 150. — Кн. 1. — С. 29–37.
2. Голованов А. И., Коноплев Ю. Г., Султанов Л. У. Численное исследование конечных деформаций гиперупругих тел. II. Физические соотношения // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. физ.-матем. науки. — 2008. — Т. 150. — Кн. 3. — С. 122–132.
3. Голованов А. И., Коноплев Ю. Г., Султанов Л. У. Численное исследование конечных деформаций гиперупругих тел. III. Постановки задачи и алгоритмы решения // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. физ.-матем. науки. — 2009. — Т. 151. — Кн. 3. — С. 108–120.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты 15-01-08733, 15-41-02557).

4. Голованов А. И., Коноплев Ю. Г., Султанов Л. У. Численное исследование конечных деформаций гиперупругих тел. IV. Конечноэлементная реализация. Примеры решения задач // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. физ.-матем. науки. — 2010. — Т. 152. — Кн. 4. — С. 115–126.
5. Bonet J., Wood R. D. Nonlinear continuum mechanics for finite element analysis. — USA, 1997. — 283 р.
6. Давыдов Р. Л., Султанов Л. У. Численный алгоритм исследования больших упругопластических деформаций // Инженерно-физический журнал. — 2015. — Т. 88, №5. — С. 1237–1244.
7. Давыдов Р. Л., Султанов Л. У. Решение задачи о больших упругопластических деформациях методом конечных элементов // Учен. зап. Казан. ун-та. Сер. физ.-матем. науки. — 2012. — Т. 154. — Кн. 4. — С. 17–25.
8. Golovanov A. I., Sultanov L. U. Numerical investigation of large elastoplastic strains of three-dimensional bodies // International Applied Mechanics. — 2005. — V. 41, No. 6. — P. 614–620.
9. Голованов А. И., Султанов Л. У. Исследование закритического упругопластического состояния трехмерных тел с учетом конечных деформаций // Известия вузов. Авиационная техника. — 2008. — №4. — С. 13–16.

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ НЕЛИНЕЙНОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ И ПОТЕРИ УСТОЙЧИВОСТИ КОМПОЗИТНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПРИ КОМБИНИРОВАННЫХ КВАЗИСТАТИЧЕСКИХ И ИМПУЛЬСНЫХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ*

Н. А. Абросимов, А. В. Елесин

НИИМ ННГУ, Нижний Новгород, Россия

В ряде случаев композитные элементы конструкций могут подвергаться действию комбинированных квазистатических и динамических нагрузок, приводящих к потере их устойчивости. Однако в большинстве публикаций [1–5], посвященных нелинейному нестационарному деформированию и потери устойчивости композитных элементов конструкций, исследования проводились без учета предварительных квазистатических нагрузок. Хотя более вероятно, что конструкционные элементы в момент приложения импульсных воздействий могут быть подвержены действию квазистатических нагрузок эксплуатационного или технологического характера.

Цель данной работы — разработка адекватных математических моделей и эффективных численных методов для моделирования нелинейных процессов динамического деформирования и потери устойчивости предварительно напряженных композитных цилиндрических оболочек.

Полагается, что цилиндрическая оболочка образована перекрестной укладкой различных слоев одностороннего композитного материала. Кинематическая модель деформирования многослойного пакета определяется гипотезами прикладной теории оболочек,ложенными на весь пакет в целом [6]. Геометрические соотношения устанавливаются на основе нелинейной теории оболочек в квадратичном приближении [7]. Физические уравнения формулируются в рамках теории эффективных модулей [6]. Энергетически согласованная система уравнений движения

*Работа выполнена при частичном финансировании грантов РФФИ (проекты № 15-08-04268, № 16-08-01124).

оболочки получена в результате минимизации функционала полной энергии оболочки [8]. Метод численного решения сформулированной начально-краевой задачи основывается на явной вариационно-разностной схеме [9, 10].

Проведен анализ влияния структуры армирования на динамическое поведение и потерю устойчивости композитных цилиндрических оболочек при комбинированных динамических и квазистатических нагрузках осевого сжатия и давления.

1. Вольмир А. С. Нелинейная динамика пластинок и оболочек. — М.: Наука, 1972. — 432 с.
2. Перцев А. К., Платонов Э. Г. Динамика оболочек и пластин. — Л.: Судостроение, 1987. — 317 с.
3. Луговой П. З. Динамика оболочечных конструкций при импульсных нагрузках (обзор) // Прикладная механика. — Т. 26, №8. — С. 3–20.
4. Дудченко А. А., Лурье С. А., Образцов И. Ф. Анизотропные многослойные пластины и оболочки // Итоги науки и техн. Сер. Механика деформируемого твердого тела. — М.: ВИНИТИ, 1983. — Т. 15. — С. 3–68.
5. Богданович А. Е. Нелинейные задачи динамики цилиндрических композитных оболочек. — Рига: Зинатне, 1987. — 295 с.
6. Васильев В. В. Механика конструкций из композиционных материалов. — М.: Машиностроение, 1988. — 272 с.
7. Шаповалов Л. А. Об учете поперечного обжатия в уравнениях нелинейной динамики оболочек // Известия РАН МТТ. — 1997. — №3. — С. 156–168.
8. Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности. — М.: Мир, 1987. — 512 с.
9. Абросимов Н. А., Баженов В. Г. Нелинейные задачи динамики композитных конструкций. — Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2002. — 400 с.
10. Абросимов Н. А., Елесин А. В., Пирогов С. А. Численный анализ неосесимметричного деформирования и прогрессирующего разрушения слоистых композитных цилиндрических оболочек при импульсном нагружении // Проблемы прочности и пластичности. — 2015. — Т. 77, №1. — С. 23–32.

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ПРЕДЕЛЬНОЙ ДЕФОРМИРУЕМОСТИ МЕТАЛЛОКОМПОЗИТНЫХ СФЕРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПРИ ВЗРЫВНОМ НАГРУЖЕНИИ*

Н. А. Абросимов, Н. А. Новосельцева

НИИМ ННГУ, Нижний Новгород, Россия

Применение композитных материалов при создании современной инновационной техники позволяет создавать конструкции, обладающие качественно новыми уникальными свойствами. К таким конструкциям, которым свойственны повышенные требования к используемому материалу, относятся защитные контейнеры предназначенные для удержания в своей полости экологически опасных продуктов аварийного взрыва. Одна из ключевых задач возникающих при проектировании подобных защитных контейнеров состоит в обеспечении их приемлемых массо-габаритных параметров и анализе влияния структуры армирования на их предельную деформируемость в зависимости от интенсивности нагрузжения. Однако до настоя-

*Работа выполнена при финансировании грантами РФФИ (№ 15-08-04268, №16-08-01124) и гранта РНФ (№16-19-10237) — разработка модели зависимости прочностных характеристик от скорости деформации.

щего времени вопросы выбора рациональных структур армирования, позволяющих использовать высокие жесткостные и прочностные характеристики армирующих волокон как за счет варьирования состава наполнителя и связующего, так и формирования соответствующей ориентации армирующих элементов и создания определенного характера их пространственной геометрической укладки, остаются пока мало исследованными. Здесь можно отметить лишь немногочисленные теоретические [1, 2] и экспериментальные исследования [3, 4] по анализу влияния структуры армирования на прочность слоистых композитных цилиндрических оболочек при взрывном нагружении.

Цель данной работы — численный анализ влияния структуры армирования на предельную деформируемость металлокомпозитных сферических оболочек, нагруженных однократным импульсом внутреннего давления различной интенсивности.

В докладе представлена методика численного анализа динамической прочности двухслойных металлопластиковых сферических оболочек при осесимметричном внутреннем взрывном нагружении. Кинематическая модель деформирования слоистого пакета основана на неклассической теории оболочек [5]. Геометрические зависимости построены на соотношениях простейшего квадратичного варианта нелинейной теории упругости [6]. Связь между тензорами напряжений и деформаций в композитном макрослое установлена на основе закона Гука для ортотропного тела [7] с учетом деградации жесткостных характеристик многослойного пакета вследствие локального разрушения некоторых элементарных слоев композита и зависимости прочностных характеристик композита от скорости деформации. Физические соотношения в металлическом слое сформулированы в рамках дифференциальной теории пластичности. Энергетически согласованная разрешающая система уравнений динамики металлопластиковых сферических оболочек получена в результате минимизации функционала полной энергии оболочки как трехмерного тела [8]. Численный метод решения сформулированной начально-краевой задачи основан на явной вариационно-разностной схеме [5]. Достоверность рассматриваемой методики подтверждена сравнением численных результатов с экспериментальными данными [9].

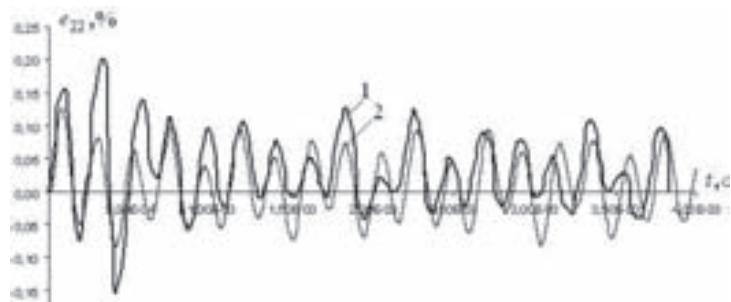


Рис. 1. На рисунке приведены осциллограммы окружных деформаций на экваторе оболочки:
1 — результаты эксперимента, 2 — численный расчет

Для различных структур армирования проведен сравнительный анализ предельной деформируемости и прочности как однородных стеклопластиковых сферических оболочек, так и двухслойных металлопластиковых.

1. Абросимов Н. А., Новосельцева Н. А. Численное моделирование процесса послойного разрушения цилиндрических оболочек при взрывном нагружении // Механика композитных материалов. — 2015. — Т. 51, №4. — С. 407–418.

2. Абросимов Н. А., Елесин А. В., Лазарев Л. Н., Новосельцева Н. А. // Численный анализ прочности стеклопластиковых цилиндрических оболочек различной структуры при импульсном нагружении. Проблемы прочности и пластичности: Межвуз. сб. — Н. Новгород: Изд-во ННГУ. — 2013. — Вып. 75(4). — С. 288–295.
3. Федоренко А. Г., Сырунин М. А., Иванов А. Г. Критерии выбора композитных материалов для оболочечных конструкций, локализующих взрыв (обзор) // Физика горения и взрыва. — 2005. — Т. 41, № 5. — С. 3–13.
4. Федоренко А. Г., Сырунин М. А., Иванов А. Г. Влияние структуры армирования ориентированных стеклопластиков на прочность круговых цилиндрических оболочек при взрывном нагружении изнутри // Механика композитных материалов. — 1991. — № 4. — С. 631–640.
5. Абросимов Н. А., Баженов В. Г. Нелинейные задачи динамики композитных конструкций. — Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2002. — 400 с.
6. Шаповалов Л. А. Об учете поперечного обжатия в уравнениях нелинейной динамики оболочек // Известия РАН МТТ. — 1997. — № 3. — С. 156–168.
7. Васильев В. В. Механика конструкций из композиционных материалов. — М.: Машиностроение, 1988. — 272 с.
8. Васидзу К. Вариационные методы в теории упругости и пластичности. — М.: Мир, 1987. — 512 с.
9. Федоренко А. Г., Сырунин М. А., Иванов А. Г. Динамическая прочность сферических стеклопластиковых оболочек при внутреннем взрывном нагружении // Физика горения и взрыва. — 1995. — Т 31, № 4. — С. 93–99.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МЕТАНИЯ ТВЕРДЫХ ДЕФОРМИРУЕМЫХ ТЕЛ ПРОДУКТАМИ ДЕТОНАЦИИ*

К. М. Абузяров, М. Х. Абузяров, Е. Г. Глазова, А. В. Кочетков, С. В. Крылов

НИИМ ННГУ, Нижний Новгород, Россия

Численно моделируется эксперимент процесса разгона сжимаемой стальной пластины продуктами детонации твердого взрывчатого вещества (ВВ). Описание экспериментальной установки, параметры пластины и ВВ приведены в [1]. Моделирование процесса взаимодействия деформируемого твердого тела с продуктами детонации производится с помощью авторского 3D-программного комплекса, предложенного в [2], основанном на модифицированной схеме С.К. Годунова повышенной точности, единой как для решения уравнений гидро-газодинамики так и упругопластических течений, с использованием базисной декартовой неподвижной сетки и локальных подвижных сеток, связанных с поверхностью твердого тела. Параметры из базисной сетки интерполируются в локальные и обратно, на границе жидкость – упругопластическое тело используется точное решение задачи распада разрыва.

Схематично постановка задачи соответствует выстрелу из безоткатного орудия: твердое деформируемое тело цилиндрической формы находится в центре трубы с жесткими стенками. С одной стороны пространство трубы до цилиндра заполнено твердым ВВ, с другой – воздухом, зазор между цилиндром и трубой порядка 0,05 диаметра цилиндра. Инициация детонации происходила с открытого конца трубы. Для описания процесса распространения детонации в твердом ВВ использовалась лучевая (time dependent) модель детонации с уравнением состояния типа

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты 15-48-02333Р_поволжье_a, 16-08-00458а, 15-08-05517а).

JWL для продуктов детонации. Задача решалась в постановках как деформируемого, так и жесткого недеформируемого тела с применением мгновенной и лучевой моделей распространения детонации. Основная 3D-сетка состояла из порядка 6 миллионов разностных ячеек. Вариант расчета занимал порядка 3 ч на суперкомпьютере «Лобачевский» Нижегородского университета. Результаты 3D-расчетов находятся в хорошем соответствии с экспериментальными данными и расчетами, проведенными в одномерной постановке по комплексу [3].

1. Физика взрыва / Под ред. Л. П. Орленко. Т. 2. — 3-е изд. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2002. — 656 с.
2. Abuziarov K. M., Abuziarov M. H., Kochetkov A. V. 3D-fluid structure interaction problem solving method in euler variables based on the modified godunov scheme // Materials physics and mechanics. — 2016. — V. 28, No. 1/2. — P. 1–5.
3. Афанасьев С. Б., Баженов В. Г., Кочетков А. В., Фельдгун В. Р. Пакет прикладных программ «Динамика-1». Прикладные проблемы прочности и пластичности // Автоматизация научных исследований по прочности: Всесоюз. межвуз. сб. Горьк. ун-т., 1986. — С. 21–29.

ЭКСТРЕМАЛИ БОЛЬЦМАНА И ЭРГОДИЧЕСКАЯ ПРОБЛЕМА ПО ПУАНКАРЕ И ГИББСУ

C. З. Аджиев¹, В. В. Веденяпин², В. В. Казанцева²

¹МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия; ²ИПМ им. М. В. Келдыша, Москва, Россия

H-теорема впервые была рассмотрена Больцманом в [1]. Эту теорему, обосновывающую сходимость решений уравнений типа Больцмана к максвелловскому распределению, Больцман связал с законом возрастания энтропии [2]. Доказательство *H*-теоремы не только обосновывает второе начало термодинамики, но и делает поведение решения уравнения понятным, так как позволяет узнать, куда сходится решение для данного уравнения при времени, стремящемся к бесконечности.

Мы рассматриваем обобщения уравнений химической кинетики, включающие в себя классическую и квантовую химическую кинетику [3]. *H*-теорема для этих обобщений уравнений химической кинетики: (2) и (3), в случае непрерывного времени исследовалась [3]. Были изучены *обобщенное условие детального равновесия* (баланса) и *обобщенное условие динамического равновесия* (или обобщенное условие Штюкельберга–Батищевой–Пирогова), при выполнении которых справедлива *H*-теорема. В работах [4, 5] было показано, как выполняется закон роста энтропии для уравнений Лиувилля: энтропия временного среднего больше или равна энтропии начального распределения, хотя вдоль решения она сохраняется. В работах [6, 7] показано, что временные средние для уравнения Лиувилля совпадают с экстремалю Больцмана, там, где достигается условный максимум энтропии при фиксированных законах сохранения. Мы доказываем это совпадение для представлений групп, вводя энтропию и изучая ее свойства в теории представлений. Потом мы выясняем, что дает это для эргодической проблемы, получая обобщение и уточнение эргодических теорем Рисса, Биркгофа–Хинчина, фон Неймана и Боголюбова с единой точки зрения.

1. Больцман Л. Дальнейшие исследования теплового равновесия между молекулами газа. Избранные труды. — М.: Наука, 1984. — С. 125–189.

2. *Больцман Л.* О связи между вторым началом механической теории теплоты и теорией вероятностей в теоремах о тепловом равновесии. Избранные труды. — М.: Наука, 1984. — С. 190–235.
3. *Веденяпин В. В., Аджиев С. З.* Энтропия по Больцману и Пуанкаре // УМН. — 2014. — 69:6(420). — С. 45–80.
4. *Пуанкаре А.* Замечания о кинетической теории газов. Избранные труды. Т. 3. — М.: Наука, 1974.
5. *Козлов В. В., Треццев Д. В.* Слабая сходимость решений уравнения Лиувилля для нелинейных гамильтоновых систем // ТМФ. — 2003. — 134:3. — С. 388–400.
6. *Веденяпин В. В.* Кинетическая теория по Максвеллу, Больцману и Власову. Конспект лекций. — М.: МГОУ, 2005.
7. *Веденяпин В. В.* Временные средние и экстремали по Больцману // ДАН. — 2008. — Т. 422, №2. — С. 161–163.

**ВДАВЛИВАНИЕ ПРОВОДЯЩЕГО ШТАМПА
В ЭЛЕКТРОУПРУГОЕ ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛУПРОСТРАНСТВО
С ФУНКЦИОНАЛЬНО-ГРАДИЕНТНЫМ
ПЬЕЗОЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ПОКРЫТИЕМ***

С. М. Айзикович¹, А. С. Васильев², Н. М. Селезнев¹

¹ДГТУ, Ростов-на-Дону, Россия; ²ННГУ, Нижний Новгород, Россия

Недеформируемый проводящий штамп вдавливается в электроупругое полупространство с функционально-градиентным электроупругим покрытием. Покрытие и подложка выполнены из пьезоэлектрических материалов. Модули упругости, пьезомодули и диэлектрические проницаемости в покрытии изменяются с глубиной по произвольным независимым друг от друга законам. Штамп является идеальным проводником электрического тока и имеет постоянный электрический заряд. Требуется определить нормальные контактные напряжения и электрическую индукцию, возникающие под штампом. Задача сводится к решению системы парных интегральных уравнений. Трансформанты ядер интегральных уравнений строятся численно из решения краевых двухточечных задач. Используя аппроксимации трансформант ядер произведением дробно-квадратичных функций получены приближенные аналитические выражения для образов Ханкеля контактных напряжений и электрической индукции. Обращая интегральные преобразования, получены приближенные аналитические формулы для искомых величин. Показано, что формулы двухсторонне асимптотически точны для малых и больших значений относительной толщины покрытия. Получены численные результаты для всего диапазона значений относительной толщины покрытия, иллюстрирующие особенности деформирования пьезоэлектрических материалов с однородными или неоднородными покрытиями.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского Научного Фонда (грант 15-19-10056).

ГРАНИЧНАЯ ЗАДАЧА О ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ СТАТИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ НА ЛИТОСФЕРНЫЕ ПЛИТЫ И ВОЗМОЖНОЕ ЧИСЛО ПРЕДВЕСТНИКОВ*

**В. А. Бабешко¹, Е. М. Горшкова¹, С. Б. Уафа¹, В. Л. Шестопалов¹,
Ю. Б. Елецкий¹, Г. С. Штуркин²**

¹*ЮНЦ РАН, Ростов-на-Дону, Россия; ²КубГУ, Краснодар, Россия*

Рассматривается векторный случай статической задачи для полубесконечных литосферных плит с прямолинейными границами, параллельными друг другу, в двух состояниях. В первом случае дистанция между торцами плит отлична от нуля, во втором случае — она отсутствует, хотя плиты не взаимодействуют. Предполагается, что горизонтальные воздействия на плиты, которые, как известно, крайне медленно движутся, настолько велики, что вертикальными составляющими контактных напряжений можно пренебречь. В работе показано, что и в этом случае контактные напряжения при сближении плит на краях приобретают сингулярные концентрации напряжений, способные приводить к стартовым землетрясениям. Показано, что теоретический расчет последствий от таких землетрясений на поверхности Земли дает совпадение с реальными их последствиями.

1. Ранее на примере полубесконечных литосферных плит, находящихся под вертикальным воздействием, в том числе, их веса, доказано, что существуют стартовые землетрясения, которые способны приводить к разрушению зоны сближения плит еще до того, как начнется непосредственное их взаимодействие [1]. Исследование проводилось в предположении, что литосферная плита без трения взаимодействует в статическом режиме с деформируемым линейно упругим основанием. Это приводит к анализу лишь вертикальных составляющих напряжений, т.е. к скалярной постановке совокупности граничных задач. Установлено, что при близости литосферных плит, еще до контакта между ними, могут происходить разрушения как литосферных плит, так и основания локализованными в контактных напряжениях их концентрациями. В настоящей работе доказано, что стартовые землетрясения имеют место и в векторном случае, когда рассматривается наличие касательных составляющих в области контакта литосферных плит с основанием. Рассматривается векторный случай статической задачи для полубесконечных литосферных плит с прямолинейными границами, параллельными друг другу, в двух состояниях. В первом случае дистанция между торцами плит отлична от нуля, равна $2\theta > 0$, во втором случае — она отсутствует, $2\theta = 0$, хотя плиты не взаимодействуют. Предполагается, что горизонтальные воздействия на плиты, которые, как известно, крайне медленно движутся, настолько велики, что вертикальными составляющими контактных напряжений можно пренебречь. В реальности, считаем, что кора Земли в этой области состоит из гранитных плит, моделируемых пластинами, находящимися на деформируемом базальтовом основании, на границе Конрада. В статическом варианте можно считать, что плиты, по выражению академика А. А. Голицына, «слиплись» с основанием, что при горизонтальных воздействиях вызывает появление вектора касательных контактных напряжений. В основе исследования лежит ранее развитая теория скрытых дефектов в деформируемых материалах.

*Отдельные фрагменты работы выполнены в рамках реализации Госзадания на 2017 г. проекты (9.8753.2017/БЧ), (0256-2014-0006), Программы президиума РАН 1-33П, проекты с (0256-2015-0088) по (0256-2015-0093) и при поддержке грантов РФФИ (15-01-01379, 15-08-01377, 16-41-230214, 16-41-230218, 16-48-230216, 17-08-00323).

2. Применяя описанный подход, функциональное уравнение граничной задачи для этого случая, представленное для каждой пластины, превращается в матричное и имеет вид

$$-\mathbf{R}_b(-i\alpha_{1b}, -i\alpha_{2b})\mathbf{U}_b = \int_{\partial\Omega_b} \omega_b - \varepsilon_{5b}\mathbf{F}_2(\alpha_{1b}, \alpha_{2b})(\mathbf{g}_b + \mathbf{t}_b), \quad \mathbf{U}_b = \{U_{1b}, U_{2b}\},$$

Здесь ω_b — вектор внешних форм, имеющий представление

$$\begin{aligned} \omega_b &= \{\omega_{1b}, \omega_{2b}\}, \\ \omega_{1b} &= e^{i\langle\alpha, x\rangle} \left\{ -\left(\varepsilon_{1b} \frac{\partial u_{1b}}{\partial x_2} + \varepsilon_{2b} \frac{\partial u_{2b}}{\partial x_1} - i\varepsilon_{1b}\alpha_{2b}u_{1b} \right) dx_1 + \right. \\ &\quad \left. + \left(\frac{\partial u_{1b}}{\partial x_1} - i\alpha_{1b}u_{1b} - i\varepsilon_{2b}\alpha_{2b}u_{2b} \right) dx_2 \right\}, \\ \omega_{2b} &= e^{i\langle\alpha, x\rangle} \left\{ -\left(\varepsilon_{2b} \frac{\partial u_{1b}}{\partial x_1} + \frac{\partial u_{2b}}{\partial x_2} - i\alpha_{2b}u_{2b} \right) dx_1 + \right. \\ &\quad \left. + \left(\varepsilon_{1b} \frac{\partial u_{2b}}{\partial x_1} - i\varepsilon_{1b}\alpha_{1b}u_{2b} - i\varepsilon_{2b}\alpha_{2b}u_{1b} \right) dx_2 \right\}, \\ b &= \lambda \text{ для левой пластины, } b = r \text{ для правой.} \end{aligned}$$

Для построения псевдодифференциальных уравнений осуществляется дифференциальная факторизация матрицы — функции $-\mathbf{R}_b(-i\alpha_1, -i\alpha_2)$ функционального уравнения. Ради краткости индексы локальных систем координат опущены. Применением алгоритма внешнего анализа, строится факторизующая матрица-функция $\mathbf{D}_b(-i\alpha_{1b}, -i\alpha_{2b})$. Принимая во внимание, что определитель матрицы — функции $-\mathbf{R}_b(-i\alpha_1, -i\alpha_2)$ имеет двукратные корни $\alpha_{2b\pm} = \pm i\sqrt{\alpha_{1b}^2} \equiv \pm i|\alpha_{1b}|$, получаем факторизующие матрицы-функции для левой и правой пластин в виде и результаты их использования

$$\begin{aligned} \mathbf{D}_\lambda(-i\alpha_1, -i\alpha_2) &= \begin{vmatrix} \frac{1}{(\alpha_2 - \alpha_{2-})^2} & \frac{\alpha_{2-}}{(\alpha_2 - \alpha_{2-})^2\alpha_1} - \frac{(1 + \varepsilon_{1\lambda})}{(\alpha_2 - \alpha_{2-})\varepsilon_{2\lambda}\alpha_1} \\ 0 & 1 \end{vmatrix} \\ \mathbf{P}_\lambda \mathbf{u}(x_1, x_2, 0) + \mathbf{P}_\theta \mathbf{u}(x_1, x_2, 0) + \mathbf{P}_r \mathbf{u}(x_1, x_2, 0) &= \\ = \varepsilon_6^{-1} \mathbf{F}_2^{-1} \mathbf{K}(\alpha_1, \alpha_2, 0) [\mathbf{G}_\lambda(\alpha_1, \alpha_2) + \mathbf{G}_r(\alpha_1, \alpha_2)], \\ \mathbf{G}_\lambda(\alpha_1, \alpha_2) &= \mathbf{F}_2 \mathbf{P}_\lambda \mathbf{g}(x_1, x_2), \quad \mathbf{G}_r(\alpha_1, \alpha_2) = \mathbf{F}_2 \mathbf{P}_r \mathbf{g}(x_1, x_2), \\ \mathbf{P}_p \mathbf{u} &= \mathbf{F}_2^{-1} [\mathbf{R}_p(-i\alpha_1, -i\alpha_2)]^{-1} \left\langle - \int_{\partial\Omega_p} \omega_p + \varepsilon_{5p} \mathbf{F}_2(\mathbf{g}_p + \mathbf{t}_\lambda) \right\rangle, \quad p = \lambda, r. \end{aligned}$$

Здесь \mathbf{P}_λ , \mathbf{P}_r , \mathbf{P}_θ — проекторы на левую, правую полуплоскости и на область Ω_θ . Применив к ним оператор \mathbf{F}_2 , получим соотношения вида

$$\begin{aligned} &[\mathbf{R}_\lambda(-i\alpha_1, -i\alpha_2)]^{-1} \left\langle - \int_{\partial\Omega_\lambda} \omega_\lambda + \varepsilon_{5\lambda} (\mathbf{G}_\lambda + \mathbf{T}_\lambda) \right\rangle + \\ &+ [\mathbf{R}_r(-i\alpha_1, -i\alpha_2)]^{-1} \left\langle - \int_{\partial\Omega_r} \omega_r + \varepsilon_{5r} (\mathbf{G}_r + \mathbf{T}_r) \right\rangle - \\ &- \varepsilon_6^{-1} \mathbf{K}(\alpha_1, \alpha_2, 0) [\mathbf{G}_\lambda(\alpha_1, \alpha_2) + \mathbf{G}_r(\alpha_1, \alpha_2)] = 0, \\ &\mathbf{T}_\lambda = \mathbf{F}_2 \mathbf{t}_\lambda(x_1, x_2), \quad \mathbf{T}_r = \mathbf{F}_2 \mathbf{t}_r(x_1, x_2). \end{aligned}$$

Они приводят к функциональным уравнениям вида

$$\mathbf{X}_2^+ + \{\mathbf{N}_+(\alpha_1, \alpha_2) \mathbf{D}_-^{-1}(\alpha_1, \alpha_2) e^{-2i\alpha_2\theta} \mathbf{X}_1^-\}_{\alpha_2}^+ = \{\mathbf{N}_-^{-1}(\alpha_1, \alpha_2) \mathbf{F}_2^+(\alpha_1, \alpha_2)\}_{\alpha_2}^+,$$

$$\mathbf{X}_1^- + \{\mathbf{D}_-(\alpha_1, \alpha_2) \mathbf{N}_+^{-1}(\alpha_1, \alpha_2) e^{2i\alpha_2\theta} \mathbf{X}_2^+\}_{\alpha_2}^- = \{\mathbf{D}_+^{-1}(\alpha_1, \alpha_2) \mathbf{F}_1^-(\alpha_1, \alpha_2)\}_{\alpha_2}^-.$$

Контактные напряжения на краях пластин при $2\theta > 0$ имеют представление [3]

$$\mathbf{g}_\lambda(x_1, x_2) = \sigma_{1\lambda}(x_1, x_2)(-x_2 - \theta)^{-1/2}, \quad x_2 < -\theta,$$

$$\mathbf{g}_r(x_1, x_2) = \sigma_{1r}(x_1, x_2)(x_2 - \theta)^{-1/2}, \quad x_2 > \theta.$$

Векторы $\sigma_{1\lambda}$, σ_{1r} непрерывны по обоим параметрам.

При $2\theta = 0$ получаются концентрации напряжений в зоне схождения блоков вида

$$\mathbf{g}_\lambda(x_1, x_2) \rightarrow \sigma_{2\lambda}(x_1, x_2)x_2^{-1} + \sigma_{3\lambda}(x_1, x_2) \ln|x_2| + \sigma_{4\lambda}(x_1, x_2) \operatorname{sgn} x_2,$$

$$\mathbf{g}_r(x_1, x_2) \rightarrow \sigma_{2r}(x_1, x_2)x_2^{-1} + \sigma_{3r}(x_1, x_2) \ln|x_2| + \sigma_{4r}(x_1, x_2) \operatorname{sgn} x_2.$$

Все векторы $\sigma_{n\lambda}(x_1, x_2)$ и $\sigma_{nr}(x_1, x_2)$, $n = 2, \dots, 4$ непрерывны по обоим параметрам. Несложно подсчитать, что комбинации особенностей и отдельные особенности дают более 15 предвестников стартовых землетрясений.

1. Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М. Внешний анализ в проблеме скрытых дефектов и прогнозе землетрясений // Экологический вестник научных центров ЧЭС. — 2016. — №2. — С. 19–28.
2. Бабешко В.А., Бабешко О.М., Гладской И.Б., Евдокимова О.В., Уафа Г.Н., Хафуз Т.А., Шестопалов В.Л. О локализации статического процесса в телах с дефектными покрытиями // МТТ. — 2015. — №4. — С. 90–97.

О ВЛИЯНИИ ТИПОВ РАЗЛОМОВ НА ВОЗМОЖНОСТЬ СТАРТОВОГО ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯ ПРИ ГОРИЗОНТАЛЬНЫХ СТАТИЧЕСКИХ ВОЗДЕЙСТВИЯХ*

*О. М. Бабешко¹, И. Б. Гладской¹, Е. М. Горшкова¹, Г. Н. Уафа²,
Т. А. Хафуз², А. С. Мухин¹*

¹КубГУ, Краснодар, Россия; ²ЮНЦ РАН, Ростов-на-Дону, Россия

В связи с обнаружением стартового землетрясения, вызываемого сближением литосферных плит [1], своим весом вызывающих сингулярную концентрацию контактных напряжений, встает вопрос — не является ли такая постановка задачи единственной, приводящей к стартовым землетрясениям? В настоящей работе доказано, что стартовые землетрясения имеют место и в векторном случае, когда рассматривается наличие протяженного разлома и возникают касательные составляющие в области контакта литосферных плит с основанием. Рассматривается

*Отдельные фрагменты работы выполнены в рамках реализации Госзадания на 2017 г. проекты (9.8753.2017/БЧ), (0256-2014-0006), Программы президиума РАН 1-33П, проекты с (0256-2015-0088) по (0256-2015-0093) и при поддержке грантов РФФИ (15-01-01379, 15-08-01377, 16-41-230214, 16-41-230218, 16-48-230216, 17-08-00323).

векторный случай статической задачи для полубесконечных литосферных плит с прямолинейными границами, параллельными друг другу, в двух состояниях. В первом случае дистанция между торцами плит отлична от нуля, равна $2\theta > 0$, во втором случае — она отсутствует, $2\theta = 0$, хотя плиты не взаимодействуют. Предполагается, что горизонтальные воздействия на плиты, которые, как известно, крайне медленно движутся, настолько велики, что вертикальными составляющими контактных напряжений можно пренебречь. В реальности, считаем, что кора Земли в этой области состоит из гранитных плит, моделируемых пластинаами, находящихся на деформируемом базальтовом основании.

1. Примем оси координат x_1x_2 расположеными в плоскости пластин, а ось x_3 имеющей направление по внешней нормали к основанию. Уравнения граничных задач для пластин имеют форму

$$\mathbf{R}_b(\partial x_1, \partial x_2)\mathbf{u}_b - \varepsilon_{5b}\mathbf{g}_b = \varepsilon_{5b}\mathbf{t}_b, \quad (1)$$

$$\mathbf{R}_b(\partial x_1, \partial x_2)\mathbf{u}_b = \begin{vmatrix} \left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \varepsilon_{1b} \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} \right) u_{1b} & \left(\varepsilon_{2b} \frac{\partial^2}{\partial x_1^\partial x_2} \right) u_{2b} \\ \left(\varepsilon_{2b} \frac{\partial^2}{\partial x_1^\partial x_2} \right) u_{1b} & \left(\frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \varepsilon_{1b} \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} \right) u_{2b} \end{vmatrix}. \quad (2)$$

Рассматривается каждая пластина как многообразие с краем, причем $\mathbf{u}_b = \{u_{1b}, u_{2b}\}$ — вектор перемещения точек пластин по касательной и нормали к торцам пластин лежит в их срединных плоскостях.

Преобразование Фурье дифференциальной части системы уравнений имеет вид

$$-\mathbf{R}_b(-i\alpha_1, -i\alpha_2)\mathbf{U}_b = \begin{vmatrix} (\alpha_1^2 + \varepsilon_{1b}\alpha_2^2)U_{1b} & \varepsilon_{2b}\alpha_1\alpha_2 U_{2b} \\ \varepsilon_{2b}\alpha_1\alpha_2 U_{1b} & (\alpha_2^2 + \varepsilon_{1b}\alpha_1^2)U_{2b} \end{vmatrix},$$

$$\mathbf{U} = \mathbf{F}_2\mathbf{u}, \quad \mathbf{G} = \mathbf{F}_2\mathbf{g}, \quad b = 1, 2, \dots, B,$$

$$\varepsilon_{1b} = 0,5(1 - \nu_b), \quad \varepsilon_{2b} = 0,5(1 + \nu_b), \quad \varepsilon_{5b} = \frac{1 - \nu_b^2}{E_b h_b},$$

$$g_{1b} = \mu_{0b} \left(\frac{du_{1b}}{dx_3} + \frac{du_{3b}}{dx_1} \right), \quad g_{2b} = \mu_{0b} \left(\frac{du_{2b}}{dx_3} + \frac{du_{3b}}{dx_2} \right),$$

$$\mu_{0b} = \frac{\mu_b}{H}, \quad x_3 = 0, \quad \mathbf{g} = \{g_{1b}, g_{2b}\}.$$

Приняты следующие обозначения: μ_b — модуль сдвига, ν_b — коэффициент Пуассона, E_b — модуль Юнга, h_b — толщина, \mathbf{g} , $\mathbf{t}_b = \{t_{1b}, t_{2b}\}$ — векторы контактных напряжений и внешних горизонтальных воздействий соответственно, действующих по касательной к границе основания, как и перемещения, в областях Ω_b , где $b = \lambda$ для левой плиты и $b = r$ — для правой. $\mathbf{F}_2 \equiv \mathbf{F}_2(\alpha_1, \alpha_2)$, $\mathbf{F}_1 \equiv \mathbf{F}_1(\alpha_1)$ — двумерный и одномерный операторы преобразования Фурье соответственно. Описанные в [2] граничные условия здесь сохраняются. На границах пластин в случае жесткого защемления краев выполняются условия $u_1 = 0$, $u_2 = 0$.

Выражения для нормальной N_{x_2} и касательной $T_{x_1x_2}$ составляющих напряжений к срединной плоскости на торцах пластин даются соответственно соотношениями

$$T_{x_1x_2} = \varepsilon_7 \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_1} + \frac{\partial u_1}{\partial x_2} \right), \quad N_{x_2} = \varepsilon_8 \left(\frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \nu \frac{\partial u_1}{\partial x_1} \right),$$

$$\varepsilon_7 = \frac{E}{2(1 + \nu)H}, \quad \varepsilon_8 = \frac{E}{(1 - \nu^2)H}.$$

Для деформируемого основания, описываемого граничной задачей (1), применимы различные модели, даваемые соотношениями

$$\mathbf{u}(x_1, x_2) = \varepsilon_6^{-1} \frac{1}{4\pi^2} \int_{-\infty}^{\infty} \int \mathbf{K}(\alpha_1, \alpha_2) \mathbf{G}(\alpha_1, \alpha_2) e^{-i\langle \alpha, x \rangle} d\alpha_1 d\alpha_2,$$

$$x \in \Omega_\lambda, \quad x \in \Omega_r, \quad x \in \Omega_\theta, \quad \langle \alpha, x \rangle = \alpha_1 x_1 + \alpha_2 x_2, \\ \Omega_\lambda(|x_1| \leq \infty; |x_2| \leq -\theta), \quad \Omega_r(|x_1| \leq \infty; \theta \leq x_2), \quad \Omega_\theta(|x_1| \leq \infty; -\theta \leq x_2 \leq \theta),$$

$$\mathbf{K} = \|K_{mn}\|, \quad m, n = 1, 2, \quad \mathbf{K}(\alpha_1, \alpha_2) = O(A^{-1}), \quad A = \sqrt{\alpha_1^2 + \alpha_2^2} \rightarrow \infty,$$

$$\varepsilon_6^{-1} = \frac{(1-\nu)H}{\mu}, \quad \mathbf{G}(\alpha_1, \alpha_2) = \mathbf{F}_2(\alpha_1, \alpha_2) \mathbf{g},$$

\mathbf{g} — вектор касательных напряжений под пластинами на границе основания.

Свойства матриц-функций $K_{ks}(\alpha_1, \alpha_2, x_3)$ в статическом случае описаны в [2] для слоистой среды.

2. Рассматривая плиты и основание как блочную структуру, состоящую из трех деформируемых блоков, применим для ее исследования метод блочного элемента. Этот метод, как описано в [1, 2], предполагает, как первый шаг, погружение средствами внешней алгебры граничной задачи в топологическую структуру. В результате строится функциональное уравнение граничной задачи для блочной структуры. Многошаговый алгоритм назван авторами внешним анализом в теории блочного элемента. Он включает дифференциальную факторизацию матриц-функций с элементами из нескольких комплексных переменных, реализацию автоморфизма, состоящую в вычислении форм-вычетов Лере, либо неполных функциональных уравнений Винера–Хопфа, построение псевдодифференциальных уравнений, извлечение из них интегральных уравнений, диктуемых конкретными граничными условиями граничной задачи. Выполнив указанные алгоритмы приходим при $\theta = 0$ к матричному функциональному уравнению Винера–Хопфа следующего вида

$$\begin{aligned} \mathbf{M}\mathbf{G}_+ &= \mathbf{G}_- + \mathbf{V} + \mathbf{K}_1^{-1}\mathbf{U}_\theta, \quad \mathbf{M} = \mathbf{K}_1^{-1}\mathbf{K}_2, \\ \mathbf{K}_2 &= \varepsilon_{5r}\mathbf{R}_r^{-1} - \varepsilon_6^{-1}\mathbf{K}, \quad \mathbf{K}_1 = \varepsilon_6^{-1}\mathbf{K} - \varepsilon_{5\lambda}\mathbf{R}_\lambda^{-1}, \\ \mathbf{V} &= \mathbf{K}_1^{-1} \left(\mathbf{R}_\lambda^{-1} \int_{\partial\Omega_\lambda} \omega_\lambda + \mathbf{R}_r^{-1} \int_{\partial\Omega_r} \omega_r - \varepsilon_\lambda \mathbf{R}_\lambda^{-1} \mathbf{T}_\lambda - \varepsilon_r \mathbf{R}_r^{-1} \mathbf{T}_r \right), \quad \mathbf{U}_\theta = \mathbf{F}_2 \mathbf{P}_\theta u(x_1, x_2). \end{aligned}$$

Решение последнего показывает, что имеет место концентрация контактных напряжений в следующем виде:

$$\begin{aligned} \mathbf{g}_\lambda(x_1, x_2) &\rightarrow \sigma_{2\lambda}(x_1, x_2)x_2^{-1} + \sigma_{3\lambda}(x_1, x_2) \ln|x_2| + \sigma_{4\lambda}(x_1, x_2) \operatorname{sgn} x_2, \\ \mathbf{g}_r(x_1, x_2) &\rightarrow \sigma_{2r}(x_1, x_2)x_2^{-1} + \sigma_{3r}(x_1, x_2) \ln|x_2| + \sigma_{4r}(x_1, x_2) \operatorname{sgn} x_2. \end{aligned}$$

Здесь коэффициенты при особенностях являются непрерывными функциями обоих переменных. Таким образом, и в этом случае возможно стартовое землетрясение.

1. Бабешко В.А., Евдокимова О.В., Бабешко О.М. К проблеме физико-механического предвестника стартового землетрясения: место, время, интенсивность // ДАН. — 2016. — Т. 466, №6. — С. 664–669.
2. Бабешко В.А., Бабешко О.М., Гладской И.Б., Евдокимова О.В., Уафа Г.Н., Хафиз Т.А., Шестопалов В.Л. О локализации статического процесса в телах с дефектными покрытиями // МТТ. — 2015. — №4. — С. 90–97.

АНАЛИЗ ВЗАИМНОГО ВЛИЯНИЯ СЕЙСМИЧЕСКИХ ВИБРАЦИЙ ДВУХ БЛИЗКОРАСПОЛОЖЕННЫХ КРУПНОГАБАРИТНЫХ СООРУЖЕНИЙ*

В. Г. Баженов, М. С. Баранова, Н. С. Дюкина, А. И. Кибец

НИИМ ННГУ, Нижний Новгород, Россия

Численное исследование сейсмостойкости заглубленных сооружений АЭС и примыкающих к ним подземных трубопроводов является важным элементом их проектирования. Ввиду большой скорости распространения сейсмических волн в грунте, на результаты таких исследований могут оказывать влияние даже значительно удаленные крупногабаритные объекты. Принятие в расчет таких удаленных объектов подразумевает включение в рассмотрение массива прилегающего к сооружению грунта, достаточно большого для минимизации краевых эффектов вблизи сооружения. Выбор мелкой разностной сетки, необходимой для точного описания сооружения и высокочастотных сейсмических осцилляций, делает численное моделирование крупногабаритных задач сейсмики крайне трудоемким даже на суперкомпьютерах. Предлагаемый авторами метод анализа сейсмостойкости заглубленных сооружений [1] учитывает эффекты контактного взаимодействия стенок сооружения с грунтовым основанием и существенно сокращает вычислительные затраты.

Описание движения сплошных сред в переменных Лагранжа в неподвижной декартовой системе координат основывается на уравнениях, следующих из вариационного принципа баланса мощностей работ. Для решения определяющей системы уравнений при заданных начальных и граничных условиях применяется вариационно-разностный метод дискретизации по пространственным координатам и явная схема интегрирования по времени [2]. Массив грунта представляется прямоугольным параллелепипедом, размеры которого, в совокупности с неотражающими граничными условиями, достаточны для исключения влияния краевых эффектов на результаты расчета вблизи сооружения [1]. Жесткие грунты моделируются однородной или многослойной идеально упругой средой, для мягких оснований применяется трансверсально-изотропная модель, учитывающая изменение характеристик грунта с глубиной [3]. Между сооружением и грунтом моделируется контактное взаимодействие с трением. Расчетная область находится в поле сил тяжести. При расчете полей перемещений и напряжений от действия сил тяжести применяется процедура гашения кинетической энергии в момент достижения максимума до ее установления с заданной точностью.

Предложены методики моделирования мелкофокусных и глубокофокусных землетрясений в виде компонент вектора скорости v_x, v_y, v_z , вычисленных так [1, 4], чтобы вблизи сооружения воспроизводилась заданная акселерограмма землетрясения. При моделировании глубокофокусного землетрясения, полагается, что приходящие от источника землетрясения к сооружению волны можно считать плоскими и распространяющимися по нормали к дневной поверхности грунта. При моделировании мелкофокусного сейсмического воздействия как совокупности продольных, сдвиговых и поверхностных волн, на вертикальной боковой поверхности грунтовой среды задаются компоненты скоростей v_x, v_z , впоследствии дополнительно порождающие поверхностные волны на дневной поверхности расчетного массива грунта. В [4] авторами показано, что сгенерированная поверхностная волна является

*Исследования проведены при финансовой поддержке РФФИ (проект №16-38-60107мол_адк).

волной Релея, а также оценено влияние расположения источника сейсмического воздействия на поведение различных типов сооружений при землетрясении.

Описанные методы решения, алгоритмы моделирования контактного взаимодействия и учета поля сил тяжести реализованы в сертифицированном программном комплексе «Динамика-3». Распараллеливание алгоритма позволило сократить вычислительные затраты и повысить эффективность численных исследований. Благодаря этому стал технически возможным многократный пересчет задачи с различными вариантами воздействия, сформированного вероятностными методами из экспериментальной сейсмограммы. Результаты таких расчетов позволяют отражать опыт многих землетрясений, что повышает их достоверность.

Ввиду сложности сейсмических процессов, описанного выше варьирования сейсмограммы недостаточно для учета всего многообразия возможных последствий землетрясения. Изучение различных сценариев поведения сооружений при сейсмическом воздействии подразумевает анализ влияния множества параметров: строение грунтовой среды [1], массивность и строение сооружения [1], направление распространения и состав сейсмических волн [4], а также взаимное расположение сооружений. Проведен анализ взаимного влияния сейсмических вибраций двух близкорасположенных крупногабаритных сооружений. Исследования проводились для различных грунтовых сред (песок, глина, суглинок) и различных по габаритам и степени заглубления сооружений. Исследованы изменения сейсмических волн с учетом дополнительных близлежащих строительных объектов. Варьирование параметров геологического строения и взаимного расположения сооружений при численном моделировании сейсмических воздействий позволяют выбрать оптимальный проект АЭС.

Разработанная вычислительная модель динамического взаимодействия сооружения с грунтом применена для оценки сейсмопрочности подземных трубопроводов, примыкающих к ответственным сооружениям АЭС Бушер (Иран), Нововоронежской АЭС-2, Калининской, Ростовской АЭС (Россия), Белорусской АЭС (Белоруссия) по заказу ОАО «НИАЭП» (Н. Новгород).

1. Дюкина Н. С., Баженов В. Г. Методы численного исследования сейсмостойкости заглубленных сооружений. — Saarbrucken: LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co. KG, 2012.
2. Баженов В. Г., Чекмарев Д. Т. Решение задач нестационарной динамики пластин и оболочек вариационно-разностным методом. — Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2000.
3. Дюкина Н. С., Кубец А. И., Жестков М. Н. Анализ сейсмических колебаний заглубленных сооружений с учетом трансверсально-изотропного основания // Пробл. прочн. и пластичн. — 2013. — Вып. 75. — Ч. 1. — С. 40–46.
4. Дюкина Н. С., Баженов В. Г., Артемьева А. А. Моделирование поведения сооружений при мелкофокусном и глубокофокусном землетрясениях // Пробл. прочн. и пластичн. — 2014. — Вып. 76. — Ч. 4. — С. 279–287.

**УЧЕТ СИЛ ТРЕНИЯ ПРИ ПОСТРОЕНИИ
ДИАГРАММ ДЕФОРМИРОВАНИЯ МЕТАЛЛОВ И СПЛАВОВ
ПРИ ИСПЫТАНИЯХ НА УДАРНОЕ СЖАТИЕ ОБРАЗЦОВ-ТАБЛЕТОК***

В. Г. Баженов, М. С. Баранова, Д. Л. Осетров, Е. В. Нагорных

НИИМ ННГУ, Нижний Новгород, Россия

Динамические характеристики трения мало изучены в силу сложности методик их определения. Обзор теоретических и экспериментальных исследований роли трения и его учета при ударном сжатии представлен в [1]. Сделаны выводы, что оптимальное отношение высоты к радиусу таблетки находится в диапазоне от 0,3 до 1,5. Отметим, что известные численно-аналитические методики учета сил трения основываются на законе Кулона и предполагают известным коэффициент трения, который весьма сложно определить непосредственно экспериментально в каждом конкретном эксперименте на ударное сжатие. Поэтому для его определения применим экспериментально-расчетный метод [2], в котором интегральные характеристики — силы от времени берутся из эксперимента на ударное сжатие образцов-таблеток из испытуемого материала, а коэффициент трения находится из численного моделирования задачи в осесимметричной постановке в результате итерационного процесса. Для исследования закономерностей влияния сил трения на формоизменения и силы сжатия образцов-таблеток проведено численное моделирование процессов деформирования в системе ударник—образец—мерный стержень в осесимметричной постановке [3] в предположении, что динамическая диаграмма деформирования материала известна.

На контактных границах образцов-таблеток задавались условия одностороннего взаимодействия с учетом сухого трения по закону Кулона с коэффициентами трения 0; 0,1; 0,2; 0,3. На верхней и нижней границах образцов-таблеток задавались нормальные скорости, которые определялись из экспериментов на ударное сжатие по методике, описанной в [4, 5]. При больших деформациях из-за искажения конечно-элементной сетки пришлось применить процедуру коррекции сетки в процессе деформирования, причем многократно. Сначала проводились исследования роли коэффициента трения и степени деформации на напряженно-деформированное состояние образцов-таблеток из сталей 12Х18Н10Т и 09Г2С без учета зависимости от скорости деформации, а затем свинца С1 с учетом зависимости от скорости деформации. Скорость перемещений на ударяемой поверхности образца-таблетки задавалась 10^3 1/с.

При учете трения НДС таблеток неоднородно и неоднородность существенно возрастает при увеличении силы трения, скоростей и степеней деформации. Максимальные пластические деформации и осевые напряжения возникают в области, примыкающей к центру таблетки. Уровень осевых напряжений здесь в разы больше, чем вблизи границ таблетки. Максимальные сдвиговые напряжения и деформации возникают в области обрыва границ контакта «образец—ударник» и «образец — опорный стержень». Их уровень значительно меньше максимальных осевых деформаций и напряжений. Максимальные радиальные напряжения развиваются вблизи оси таблетки и достигают значений одного порядка с осевыми напряжениями. Истинные пластические деформации в таблетке при коэффициенте трения 0,3 достигают 100% при осадке 50%. Установлена закономерность, что величина бочкообразования мало зависит от параметров нагружения и деформирования, так

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты 17-08-00972, 16-38-00462_мол_а).

как характер пластического течения материала в объеме таблетки определяется главным образом коэффициентом трения, условием несжимаемости (при осевых деформациях более 2%) и отношением высоты к диаметру образца-таблетки. Формоизменение образцов становится заметным при коэффициентах трения и степени осадки более 0,1. Этот параметр используем для оценки величины коэффициента трения. Динамические диаграммы деформирования строятся для усредненных по объему таблетки напряжений, степеней и скоростей деформации, синхронизированных с изменением осевых сил и условных осевых деформаций. Сначала диаграммы строятся при коэффициенте трения равным нулю ($k = 0$), затем при коэффициенте трения 0,1 осуществляют итерационный процесс [6] перестройки диаграммы деформирования до сходимости с заданной погрешностью по силе. Далее сравниваем высоту арки боковой поверхности деформированной таблетки в расчете и эксперименте и корректируем посредством интерполяции (экстраполяции) по разности высот арки коэффициент трения. Затем снова осуществляют итерационный процесс до сходимости. Таким образом, во внешнем цикле итерационного процесса определяется коэффициент трения, при котором, в предположении его постоянства, остаточные формы таблетки в осесимметричном расчете и эксперименте согласуются с приемлемой точностью.

В результате многочисленных расчетов для различных материалов чувствительных и нечувствительных к скорости деформации было установлено, что изменения истинной диаграммы деформирования за счет учета сил трения мало влияет на бочкообразное формоизменение (высоту арки) образца-таблетки. Поэтому коэффициент трения можно определять без уточнения диаграммы деформирования, а затем строить истинную диаграмму деформирования с учетом сил трения при неоднородном НДС образца согласно алгоритму, приведенному в [2, 6]. Отметим, что разработанный алгоритм нахождения коэффициента трения по Кулону позволяет определять коэффициент трения на каждой контактной поверхности в соответствие с некоторой несимметрией бочкообразования по высоте таблетки, которая наблюдается в экспериментах на ударное сжатие. Данный подход применим к обработке результатов испытаний на ударное сжатие как методом Гопкинсона, так и прямого удара.

1. Nowacki W.K., Klepaczko J.R. New experimental methods in material dynamics and impact // INB ZTUREK p.223-266.
2. Патент 2324162 RU «Способ определения деформационных и прочностных свойств материалов при больших деформациях и неоднородном напряженно-деформированном состоянии» (авторы: Баженов В.Г., Зефиров С.В., Крамарев Л.Н., Осетров С.Л., Павленкова Е.В. Заявка № 2006115805. Опубликовано 10.05.2008, бюлл. № 13).
3. Баженов В. Г., Баранова М. С., Осетров Д. Л. Влияние трения на усилия ударного сжатия и формоизменения упруговязкопластических образцов-таблеток // Вестник Чувашского государственного педагогического университета имени И. Я. Яковлева. Серия Механика предельного состояния. — 2016. — № 3(29). — С. 82–88.
4. Баженов В. Г., Баранова М. С., Павленкова Е. В. Развитие и верификация метода прямого удара для идентификации вязкопластических характеристик материалов в экспериментах на газодинамической копровой установке // Проблемы прочности и пластичности. — Н. Новгород, 2009. — Вып. 71. — С. 184–192.
5. Баженов В. Г., Баранова М. С., Павленкова Е. В. Методика исследования упругопластических характеристик материалов на газодинамической копровой установке по показаниям двух датчиков деформаций // Вестник Нижегородского университета им. Н.И. Лобачевского. — Н. Новгород: Изд-во Нижегородского университета, 2011. — № 6(1). — С. 154–157.
6. Баженов В. Г., Зефиров С. В., Осетров С. Л. Экспериментально-расчетный метод построения истинных диаграмм деформирования при больших деформациях на основе испытаний на твердость // Доклады Академии наук. — 2006. — Т. 407, № 2. — С. 183–185.

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ БОЛЬШИХ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ ДЕФОРМАЦИЙ СФЕРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ В СКАФАНДРЕ ПРИ ВЗРЫВНОМ НАГРУЖЕНИИ*

В. Г. Баженов, А. В. Демарева, А. И. Кибец

НИИМ ННГУ, Нижний Новгород, Россия

Результаты экспериментального исследования динамического выпучивания свинцовой оболочки в скафандре при взрывном нагружении представлены в [1].

Испытательная сборка (рис. 1) состоит из свинцовой оболочки (1), нижнего монолитного полукорпуса скафандра (2) и крышки (3). Крышка крепится к полукорпусу винтами (4). Отношение толщины к радиусу сферической оболочки составляет: $h/R = 0,054$. Масса оболочки равна 2,95 кг, общая масса сборки — 21 кг. Материал оболочки — свинец марки С1. В расчетах использовалась динамическая диаграмма деформирования свинца, полученная по экспериментальным данным (рис. 2). Материал скафандра — алюминиевый сплав Д16. Коэффициент трения между свинцовой оболочкой и скафандром задавался равным 0,2.

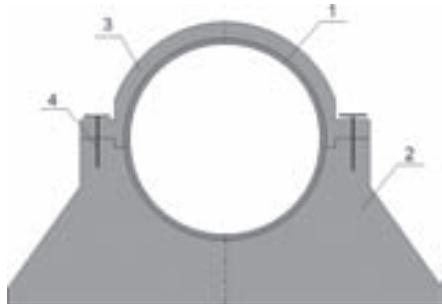


Рис. 1

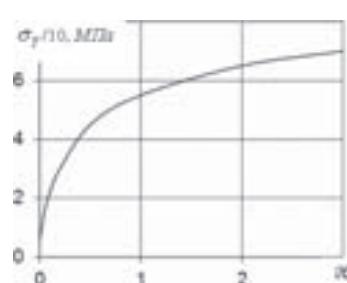


Рис. 2

Скафандр снизу нагружается посредством взрывного устройства, состоящего из взрывчатого вещества (ВВ), пластины-ударника и демпфера, трансформирующего воздействие взрыва на скафандр в трапециевидный импульс перегрузки.

Деформирование оболочки рассматривается в осесимметричной постановке и описывается в переменных Лагранжа с позиций механики сплошных сред в цилиндрической системе координат. Уравнение движения выводится из баланса виртуальных мощностей [2]. В качестве уравнений состояния используются соотношения теории течения с изотропным упрочнением [3, 4]. Контактное взаимодействие моделируется условиями непроникновения с учетом трения.

Решение определяющей системы уравнений основано на методе конечных элементов и явной конечно-разностной схеме интегрирования по времени типа «крест» [5, 6]. Расчетная область покрывается лагранжевой сеткой из 4-узловых конечных элементов. Скорости деформаций аппроксимируются линейными функциями в виде суммы безмоментных и моментных составляющих. Для определения узловых сил, статически эквивалентных напряжениям, применяются квадратурные формулы. Для снижения нефизичных высокочастотных осцилляций численного решения применяется процедура консервативного сглаживания. Изложенная конечно-элементная методика решения двумерных (осесимметричных) задач упругопласти-

*Работа выполнена за счет гранта Российской научного фонда (проект №15-19-10039).

ческого деформирования элементов конструкций реализована в вычислительной системе «Динамика-3» [7].

Под действием инерционной нагрузки и контакта со скафандром упругопластическое выпучивание оболочки продолжается в течении 2,5 мс. В последующем скорости перемещения оболочки и скафандра выравниваются. После разгрузки изменение формы оболочки практически завершается.

В результате интенсивного нагружения значительно меняются форма оболочки (рис. 3) и ее толщина. Увеличение толщины оболочки вдоль ее образующей происходит неравномерно. До потери устойчивости максимальные деформации развиваются в нижней полусфере оболочки. На оси вращения толщина оболочки увеличивается на 76 %. С удалением от нижнего полюса толщина оболочки уменьшается до 36 % на экваторе. Расчетные значения изменения толщин вдоль образующей хорошо согласуются с экспериментальными данными. По остаточной форме оболочки данные эксперимента и расчета хорошо согласуются друг с другом (рис. 3). Отличие остаточного вертикального размера оболочки (осадки) в расчете от экспериментального значения составляет 3 %.

По расчетным данным скорость деформации оболочки изменяется от минимального значения 60 с^{-1} в верхнем полюсе оболочки до максимального значения в складке 1200 с^{-1} . Применение статической диаграммы деформирования свинца не позволяет получить верные результаты. Так, например, осадка оболочки в остаточном положении в этом случае превышает экспериментальное значение более, чем в 2 раза.

1. Иванов И. Г., Новиков С. А. Деформирование сферических свинцовых оболочек при действии интенсивных механических перегрузок // Прочность материалов при динамическом нагружении: Сб. науч. тр. под ред. С. А. Новикова. — Саров, 2003.
2. Поздеев А. А., Трусов П. В., Няшин Ю. И. Большие упругопластические деформации: теория, алгоритмы, приложения. — М.: Наука, 1986. — 232 с.
3. Казаков Д. А., Капустин С. А., Коротких Ю. Г. Моделирование процессов деформирования и разрушения материалов и конструкций. — Н. Новгород: Изд-во Нижегор. гос. ун-та, 1999.
4. Баженов В. Г., Артемьева А. А., Гоник Е. Г. и др. Конечно-элементное моделирование упругопластического выпучивания незамкнутых сферических оболочек при сжатии // Проблемы прочности и пластичности. Межвуз. сб. — Н. Новгород: Изд-во Нижегор. гос. ун-та, 2012. — Вып. 74. — С. 84–91.
5. Артемьева А. А., Баранова М. С., Кубец А. И., Романов В. И., Рябов А. А., Шошин Д. В. Конечно-элементный анализ устойчивости упругопластической сферической оболочки при всестороннем сжатии // Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. Механика. — Н. Новгород: Изд-во ННГУ им. Н. И. Лобачевского. — 2011. — № 3(1). — С. 158–162.
6. Баженов В. Г., Кубец А. И., Цветкова И. Н. Численное моделирование нестационарных процессов ударного взаимодействия деформируемых элементов конструкций // Проблемы машиностроения и надежности машин. — 1995. — № 2. — С. 20–26.
7. Вычислительный комплекс «Динамика-3». Научно-технический центр по ядерной и радиационной безопасности. Аттестационный паспорт программного средства. Регистрационный паспорт аттестации ПС № 325 от 18.04.2013.

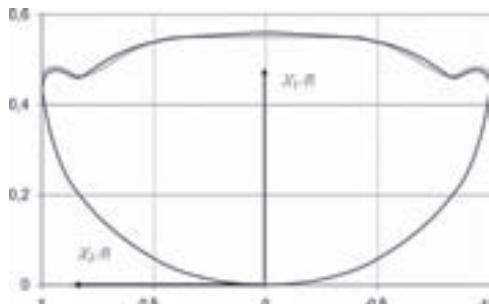


Рис. 3. Остаточная форма образующей сферической оболочки: сплошная линия — эксперимент, пунктирная линия — расчет

АНАЛИЗ СЕЙСМИЧЕСКИХ ВИБРАЦИЙ ДВУХ БЛИЗКОРАСПОЛОЖЕННЫХ КРУПНОГАБАРИТНЫХ СООРУЖЕНИЙ С УЧЕТОМ ИХ ВЗАИМНОГО ВЛИЯНИЯ

В. Г. Баженов, Н. С. Дюкина, А. И. Кибец

НИИМ ННГУ, Нижний Новгород, Россия

Численное исследование сейсмостойкости заглубленных сооружений АЭС и призывающих к ним подземных трубопроводов является важным элементом их проектирования. Ввиду большой скорости распространения сейсмических волн в грунте, на результаты таких исследований могут оказывать влияние даже значительно удаленные крупногабаритные объекты. Принятие в расчет таких удаленных объектов подразумевает включение в рассмотрение массива прилегающего к сооружению грунта, достаточно большого для минимизации краевых эффектов вблизи сооружения. Выбор мелкой разностной сетки, необходимой для точного описания сооружения и высокочастотных сейсмических осцилляций, делает численное моделирование крупногабаритных задач сейсмики крайне трудоемким даже на суперкомпьютерах. Предлагаемый авторами метод анализа сейсмостойкости заглубленных сооружений [1] учитывает эффекты контактного взаимодействия стенок сооружения с грунтовым основанием и существенно сокращает вычислительные затраты.

Описание движения сплошных сред в переменных Лагранжа в неподвижной декартовой системе координат основывается на уравнениях, следующих из вариационного принципа баланса мощностей работ. Для решения определяющей системы уравнений при заданных начальных и граничных условиях применяется вариационно-разностный метод дискретизации по пространственным координатам и явная схема интегрирования по времени [2]. Массив грунта представляется прямоугольным параллелепипедом, размеры которого, в совокупности с неотражающими граничными условиями, достаточны для исключения влияния краевых эффектов на результаты расчета вблизи сооружения [1]. Жесткие грунты моделируются однородной или многослойной идеально упругой средой, для мягких оснований применяется трансверсально-изотропная модель, учитывающая изменение характеристик грунта с глубиной [3]. Между сооружением и грунтом моделируется контактное взаимодействие с трением. Расчетная область находится в поле сил тяжести. При расчете полей перемещений и напряжений от действия сил тяжести применяется процедура гашения кинетической энергии в момент достижения максимума до ее установления с заданной точностью.

Предложены способы моделирования мелкофокусных и глубокофокусных землетрясений в виде компонент вектора скорости v_x, v_y, v_z , вычисленных так [1, 4], чтобы вблизи сооружения воспроизводилась заданная акселерограмма землетрясения. При моделировании глубокофокусного землетрясения, полагается, что приходящие от источника землетрясения к сооружению волны можно считать плоскими и распространяющимися по нормали к дневной поверхности грунта. При моделировании мелкофокусного сейсмического воздействия как совокупности продольных, сдвиговых и поверхностных волн, на вертикальной боковой поверхности грунтовой среды задаются компоненты скоростей v_x, v_z , впоследствии дополнительно порождающие поверхностные волны на дневной поверхности расчетного массива грунта. В [4] авторами показано, что сгенерированная поверхностная волна является волной Релея, а также оценено влияние расположения источника сейсмического воздействия на поведение различных типов сооружений при землетрясении.

Описанные методы решения, алгоритмы моделирования контактного взаимодействия и учета поля сил тяжести реализованы в сертифицированном программном

комплексе «Динамика-3». Распараллеливание алгоритма позволило сократить вычислительные затраты и повысить эффективность численных исследований. Благодаря этому стал технически возможным многократный пересчет задачи с различными вариантами воздействия, сформированного вероятностными методами из экспериментальной сейсмограммы. Результаты таких расчетов позволяют отражать опыт многих землетрясений, что повышает их достоверность.

Ввиду сложности сейсмических процессов, описанного выше варьирования сейсмограммы недостаточно для учета всего многообразия возможных последствий землетрясения. Изучение различных сценариев поведения сооружений при сейсмическом воздействии подразумевает анализ влияния множества параметров: строение грунтовой среды [1], массивность и строение сооружения [1], направление распространения и состав сейсмических волн [4], а также взаимное расположение сооружений. Авторами проведен анализ взаимного влияния сейсмических вибраций двух близкорасположенных крупногабаритных сооружений. Исследования проводились для различных вариантов грунтовой среды (песок, глина, суглинок), различных по размеру и степени заглубления сооружений и их удаленности друг от друга. Были получены конкретные примеры изменения картины сейсмических волн с принятием в рассмотрение дополнительных строительных объектов и оценено значение подобных изменений. Если варьирование неизменных для конкретной строительной площадки параметров, таких как особенности геологического строения или сейсмичность, позволяют лучше понять суть процесса, то варьирование доступных для изменения параметров сооружений позволяют выбрать оптимальное строение и взаимное расположение сооружений.

Разработанная вычислительная модель динамического взаимодействия сооружения с грунтом применена для оценки сейсмопрочности подземных трубопроводов, примыкающих к ответственным сооружениям АЭС Бушер (Иран), Ново-вонежской АЭС-2, Калининской, Ростовской АЭС (Россия), Белорусской АЭС (Белоруссия) по заказу ОАО «НИАЭП» (Н. Новгород).

1. Дюкина Н.С., Баженов В.Г. Методы численного исследования сейсмостойкости заглубленных сооружений. — Saarbrucken: LAP LAMBERT Academic Publishing GmbH & Co. KG, 2012.
2. Баженов В.Г., Чекмарев Д.Т. Решение задач нестационарной динамики пластин и оболочек вариационно-разностным методом. — Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2000.
3. Дюкина Н.С., Кибец А.И., Жестков М.Н. Анализ сейсмических колебаний заглубленных сооружений с учетом трансверсально-изотропного основания // Пробл. прочн. и пластичн. — 2013. — Вып. 75. — Ч. 1. — С. 40–46.
4. Дюкина Н.С., Баженов В.Г., Артемьев А.А. Моделирование поведения сооружений при мелкофокусном и глубокофокусном землетрясениях // Пробл. прочн. и пластичн. — 2014. — Вып. 76. — Ч. 4. — С. 279–287.

АЛГОРИТМ ПОЛУЧЕНИЯ АППРОКСИМИРУЮЩИХ ФУНКЦИЙ ДЛЯ ЭЛЕМЕНТОВ СЛОЕВ ЗАПОЛНИТЕЛЯ СЛОИСТО-НЕОДНОРОДНЫХ ОБОЛОЧЕК

B. H. Бакулин

ИПриМ РАН, Москва, Россия

Растущее применение слоисто-неоднородных, в том числе трехслойных оболочек вращения нулевой гауссовой кривизны в конструкциях ракетно-космической, авиационной и других отраслях современной техники вызывает необходимость в

совершенствовании методов исследования напряженно-деформированного состояния (НДС) таких конструкций и уточнении представлений об их деформировании.

В работах [3, 4] предложен подход для уточненного исследования напряженно-деформированного состояния слоисто-неоднородных оболочек и построен ряд эффективных моделей для уточненного анализа НДС указанных оболочек [5–13].

При послойном анализе [3, 14] применение двумерных и трехмерных оболочечных конечных элементов (КЭ) для моделирования соответственно несущих слоев и слоя заполнителя слоисто-неоднородных оболочек приведет к разрыву обобщенных перемещений на поверхностях контакта этих КЭ, если они построены с использованием различных аппроксимирующих функций перемещений.

Чтобы избежать погрешностей, вызванных таким разрывом обобщенных перемещений, для конечных элементов слоя заполнителя на криволинейных поверхностях выбирается столько же узлов, сколько их у конечных элементов несущих слоев и в качестве узловых неизвестных и аппроксимирующих функций используются те же обобщенные перемещения и аппроксимирующие функции, что и у КЭ несущих слоев.

В соответствии с этим в настоящей работе рассматривается алгоритм получения аппроксимирующих функций перемещений для конечных элементов слоев заполнителя слоисто-неоднородных оболочек с целью построения трехмерной конечно-элементной модели для анализа напряженно-деформированного состояния в слоях заполнителя указанных оболочек вращения.

Так как обобщенные перемещения при построении конечных элементов несущих слоев обычно задаются на срединной поверхности этих слоев, то пристыковке КЭ несущих слоев и слоя заполнителя, переходим в несущих слоях от срединной поверхности, относительно которой получалась матрица жесткости КЭ этого слоя, к поверхности раздела с заполнителем с помощью матриц перехода подобно тому, как это описано в монографии [13].

1. Бакулин В. Н., Образцов И. Ф., Потопахин В. А. Динамические задачи нелинейной теории многослойных оболочек: Действие интенсивных термосиловых нагрузок, концентрированных потоков энергии. — М.: Наука. Физматлит, 1998. — 464 с.
2. Бакулин В. Н. Метод конечных элементов для исследования напряженно-деформированного состояния трехслойных цилиндрических оболочек. — М.: ЦНИИ Информации, 1985. — 140 с.
3. Бакулин В. Н. Уточненная модель послойного анализа трехслойных нерегулярных конических оболочек // Доклады академии наук. — 2017. — Т. 472, №3. — С. 272–277. (Bakulin V. N. A Corrected Model of Level-by-Level Analysis of Three-Layer Irregular Conical Shells // Doklady Physics. — 2017. — V. 62, No. 1. — P. 37–41.)
4. Бакулин В. Н. Эффективные модели для уточненного анализа деформированного состояния трехслойных неосесимметричных цилиндрических оболочек // Доклады академии наук. — 2007. — Т. 414, №5. — С. 613–617.
5. Бакулин В. Н., Демидов В. И. Трехслойный конечный элемент естественной кривизны // Известия ВУЗов. Машиностроение. — 1978. — №5. — С. 5–10.
6. Образцов И. Ф., Бакулин В. Н. Уточненные модели для исследования напряженно-деформированного состояния трехслойных цилиндрических оболочек // Докл. РАН. — 2006. — Т. 407, №1. — С. 36–39.
7. Бакулин В. Н. Построение аппроксимаций для моделирования напряженно-деформированного состояния несущих слоев и слоев заполнителя трехслойных неосесимметричных цилиндрических оболочек // Мат. моделирование. — М., 2006. — Т. 18, №8. — С. 101–110.
8. Бакулин В. Н. Построение аппроксимаций и моделей для исследования напряженно-деформированного состояния трехслойных неосесимметричных цилиндрических оболочек // Мат. моделирование. — 2007. — Т. 19, №12. — С. 118–128.

9. Бакулин В. Н. Конечно-элементная модель для анализа напряженно-деформированного состояния трехслойных оболочек // Мат. моделирование. — 2006. — Т. 18, №1. — С. 3–9.
10. Бакулин В. Н. Аппроксимации для моделирования напряженно-деформированного состояния слоистых цилиндрических оболочек // Математическое моделирование. — 2004. — Т. 16, №6. — С. 101–105.
11. Бакулин В. Н. Уточненная модель для расчета напряженно-деформированного состояния трехслойных конических оболочек вращения // Вест. Московского авиационного института. — 2011. — Т. 18, №2. — С. 211–218.
12. Бакулин В. Н. Неклассические уточненные модели в механике трехслойных оболочек // Вест. Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. — Н. Новгород: Изд-во ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2011. — №4. — Ч. 5. — С. 1989–1991.
13. Бакулин В. Н., Рассоха А. А. Метод конечных элементов и голограммическая интерферометрия в механике композитов. — М.: Машиностроение, 1987. — 312 с.
14. Бакулин В. Н. Модель для уточненного расчета напряженно-деформированного состояния трехслойных конических нерегулярных оболочек вращения // Прикладная математика и механика. — 2017. — №5.

АЛГОРИТМ НА ОСНОВЕ МЕТОДА РАСЧЕТА ТРЕХМЕРНОГО НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ МНОГОСЛОЙНЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПРИ ДЕЙСТВИИ ЛОКАЛЬНЫХ УСИЛИЙ*

В. Н. Бакулин¹, В. П. Ревенко²

¹*ИПриМ РАН, Москва, Россия;* ²*ИППММ НАНУ, Львов, Украина*

Рассмотрен метод расчета трехмерного напряженно-деформированного состояния многослойных цилиндрических оболочек на основе использования метода однородных решений, который оказался весьма эффективным для решения большого класса двумерных задач теории упругости. Предложен алгоритм на основе разработанного варианта метода расчета трехмерного напряженно-деформированного состояния многослойных цилиндрических оболочек при действии локальных усилий. Для слоев цилиндра с ненагруженными торцами построены трехмерные однородные решения. Компоненты вектора перемещений и тензора напряжений записаны в виде рядов по однородным решениям (собственным функциям).

Для описания трехмерного напряженно-деформированного состояния j -слоя используем представление общего решения уравнений Ляме в цилиндрической системе координат [1]

$$u_r^j = \frac{\partial P_j}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial Q_j}{\partial \varphi}, \quad u_z^j = \frac{\partial P_j}{\partial z} - 4(1-\nu_j)\Phi_j, \quad u_\varphi^j = \frac{1}{r} \frac{\partial P_j}{\partial \varphi} - \frac{\partial Q_j}{\partial r}, \quad (1)$$

где $P_j = z\Phi_j + \Psi_j$, а Φ_j , Ψ_j , Q_j — три независимые гармонические функции *перемещений*, заданные в слое. Установлено, что объемное расширение однозначно определяется только функцией Φ_j по формуле: $e_j = -2(1-2\nu) \frac{\partial}{\partial z} \Phi_j$.

Использованы выражения для перемещений (1) и построено общее решение уравнений теории упругости через три гармонические функции. Напряженное состояние после разложения в ряды Фурье и разделения переменных распалось для

*Работа частично выполняется при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант №16-08-01225).

каждой гармоники на независимые состояния. Показано, что построение трехмерных однородных решений приводит к характеристическому уравнению и поиску собственных значений, которые совпадают с аналогичными для осесимметрического случая. Построены однородные решения для произвольной гармоники и каждого слоя цилиндра с торцами свободными от нагружений. Перемещения и напряжения в слоях приведены в виде суммы рядов, которые определяются N однородными решениями от ненулевых комплексных собственных значений и четырьмя решениями от нулевых собственных значений. Неизвестные коэффициенты определены из условия минимума интеграла от квадрата невязки найденного решения и заданных граничных усилий на боковой поверхности цилиндра и условий идеального контакта слоев. Аналогично [2–5] удовлетворение граничных условий на боковой поверхности цилиндра и условий идеального контакта слоев сведено к поиску минимума обобщенной квадратичной формы.

Предложенный подход апробирован на примере расчета однородного цилиндра, нагруженного локальными осесимметрическими нормальными усилиями обжатия, заданными на площадке.

Установлены критерии, при которых построенное приближенное решение в пределе совпадает с точным.

1. Ревенко В. П. О решении трехмерных уравнений линейной теории упругости // Прикладная механика. — 2009. — Т. 45, № 7. — С. 52–65.
2. Бакулин В. Н., Ревенко В. П. Аналитико-численный метод конечных тел решения краевой задачи для цилиндрической ортотропной оболочки с немалым прямоугольным отверстием // Известия вузов. Математика. — 2016. — № 6. — С. 3–14.
3. Бакулин В. Н., Ревенко В. П. Расчет методом конечных тел ортотропной цилиндрической оболочки с немалым прямоугольным отверстием // Материалы X Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2014), 25–31 мая 2014 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2014. — С. 324–326.
4. Ревенко В. П., Бакулин В. Н. О методе однородных решений в трехмерных задачах для многослойного цилиндрического тела // Математическое и компьютерное моделирование в механике деформируемых сред и конструкций. Труды. Т. 1 (Тезисы докладов) XXVI Международной конференции. Санкт-Петербург, 28–30 сентября 2015 г. — Санкт-Петербург: ИД ФАРМиндекс, 2015. — С. 269–270.
5. Бакулин В. Н., Ревенко В. П. Разрывы в компонентах тензора напряжений на поверхности многослойного цилиндра // Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред. Сборник материалов Всероссийской научной конференции. Москва, 15–17 декабря 2015 г. — М.: ИПРИМ РАН, 2015. — С. 486–489.

УСТОЙЧИВОСТЬ СТРОИТЕЛЬНЫХ И ИНЖЕНЕРНЫХ КОНСТРУКЦИЙ С УЧЕТОМ ВЕРОЯТНОСТНОГО РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКИХ И ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК

М. Л. Бартоломей¹, И. Н. Шардаков²

¹ПНИПУ, Пермь, Россия; ²ИМСС УрО РАН, Пермь, Россия

Современные материалы и технологии строительства позволяют создавать уникальные проекты, в которых существует возможность использования сложных многоярусных стержневых конструкций. При проектировании таких конструкций должны выполняться расчеты, оценивающие прочность, несущую способность, а также устойчивость, как всей системы, так и ее отдельных элементов. Подобные

расчеты сложных систем весьма трудоемки, вследствие чего их можно выполнить только с помощью численных методов. Существующие расчетные комплексы программ позволяют оптимизировать эти конструкции с точки зрения веса, прочности и других параметров, что приводит к удешевлению строительства, но в тоже время, вопросы, связанные с поиском путей повышения безопасности строительных и инженерных конструкций остаются актуальными. Расчет на устойчивость необходим при проектировании стержневых систем в силу того, что локальная или глобальная потеря устойчивости конструкции может быть наиболее вероятным сценарием ее разрушения.

При проектировании и расчетах строительных и инженерных стержневых конструкций достаточно часто приходится иметь дело со случайными величинами: размеры сечений и прочностные характеристики отдельных элементов, переменная нагрузка и т. д. По этой причине вероятностные методы и подходы находят широкое применение и в строительной механике [1], при расчете на устойчивость и при определении надежности строительных и инженерных стержневых конструкций.

В настоящее время существуют различные способы оценки устойчивости конструкции. Наиболее часто применяются: определение критической силы для сжатого стержня по Эйлеру, методы СНиП, а также численные методы оценки устойчивости стержневых систем [2].

В настоящей работе исследуется потеря устойчивости стержневой конструкции с использованием численных методов. Конструкция представляет собой модель телевышки, состоящей из стальных стержней. Численная реализация математических моделей осуществлялась методом конечных элементов в рамках программного комплекса ANSYS. Основу дискретного аналога составляли балочные и объемные конечные элементы.

На устойчивость высотной стержневой конструкции, такой как телевышка, влияют такие факторы, как: ветровое воздействие, разброс геометрических и механических характеристик элементов, составляющих конструкцию, и другие внешние воздействия. Задача определения устойчивости конструкции решалась в три этапа.

На первом этапе решалась задача определения напряженно-деформированного состояния конструкции. В численном эксперименте учитывался собственный вес стальных элементов и ветровое воздействие, градиентно изменяющееся по высоте. По нижним граням конструкция жестко закреплялась.

На втором этапе решалась задача устойчивости стержневой системы в общей постановке. Данный метод предсказывает теоретическое значение нагрузок, вызывающих общую потерю устойчивости (точку бифуркации) и форму потери устойчивости для идеальных упругих линейных моделей. Суть метода заключается в том, что системе, находящейся в равновесном состоянии, придается возмущение V и ставится задача о нахождении таких коэффициентов нагружения λ , при которых возможно ненулевое значение нагрузки V или новой равновесной формы. При решении задачи в рамках такого подхода были получены формы потери устойчивости и значение коэффициента нагружения λ при действующих нагрузках. Значение коэффициента нагружения λ может лежать в двух диапазонах:

- $\lambda > 1$, тогда система устойчива при действующих нагрузках;
- $\lambda \leq 1$, тогда система теряет устойчивость при нагрузках в λ раз меньше действующих.

На третьем этапе решалась вероятностная задача по определению распределения коэффициента нагружения λ в зависимости от распределения входных параметров: разброс геометрических и механических характеристик элементов конструкции. В качестве входных параметров для вероятностного анализа задавалось

распределение размеров сечений отдельных балочных элементов (для которых наступает локальная потеря устойчивости) и жесткостных характеристик материалов этих элементов, изменяющихся по нормальному закону. В результате данного этапа был получен характер распределение коэффициента нагружения λ .

Таким образом, анализ результатов численных экспериментов позволил сделать вывод о влиянии геометрических и физико-механических характеристик рассматриваемой стержневой системы на ее устойчивость, надежность и безопасность. Определены значения геометрических и физико-механических характеристик отдельных элементов системы и вероятность их наступления, которые могут привести к наименьшим значениям коэффициента нагружения λ , а следовательно, к вероятности потери устойчивости рассматриваемой системы как в целом, так и отдельных ее элементов.

1. Бартоломей М. Л., Труфанов Н. А., Шардаков И. Н. Численный анализ устойчивости многоэлементной стержневой конструкции при непропорциональном нагружении // Вычислительная механика сплошных сред = Computational Continuum Mechanics. — 2012. — Т. 5, №1. — С. 25–32.
2. Болотин В. В. Применение методов теории вероятностей и теории надежности в расчетах сооружений. — М.: Изд-во литературы по строительству, 1971. — 255 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИНАМИЧЕСКОЙ ПРОЧНОСТИ ГЛИНЯНОГО КИРПИЧА И ДВУХ ВИДОВ ФРАГМЕНТОВ КЛАДКИ НА УДАР ПАДАЮЩЕГО ГРУЗА*

**Н. Н. Белов, Н. Т. Югов, Д. Г. Копаница, А. А. Югов, Э. С. Усейнов,
А. В. Рышков, И. Н. Архипов**

ТГАСУ, Томск, Россия

В работе предложена математическая модель деформирования и разрушения обыкновенного глиняного кирпича и кирпичной кладки при ударно-волновом нагружении. Данная модель реализована в пакете вычислительных программ «РАНЕТ-3» [1]. Методом компьютерного моделирования проведено исследование динамической прочности кирпича и двух видов фрагментов кладки на удар падающего на копровой установке с высоты 1–2 м стального груза массой 197–1000 кг.

Нагрузка от падающего груза на лицевую поверхность верхнего кирпича моделировалась заданием массовой скорости $u(x, y, z)$ на контактной поверхности «сталь–кирпич»: $u(x, y, z) = u_0$. Считалось, что давление на поверхности контакта с течением времени T_1 оставалось постоянными равным P_0 . Время нагрузки T_1 определялось из второго закона Ньютона

$$m \frac{du}{dt} = -P_0 S,$$

где m — масса падающего груза, а S_1 — площадь лицевой поверхности кирпича. Учитывая, что скорость $u(x, y, z)$ в течении времени изменяется от v_0 до 0,

$$T_1 = \frac{mv_0}{S_1 P_0},$$

где $v_0 = \sqrt{2gh}$ — скорость падающего груза на момент взаимодействия. Для скорости удара v_0 численные значения P_0 и массовой скорости u_0 на поверхности

*Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ №17-01-00415.

контакта «сталь–кирпич» определялись графическим методом с использованием ударных адиабат стали и кирпича.

На рис. 1 представлены результаты расчета динамической прочности фрагмента кирпичной кладки, состоящей из четырех глиняных кирпичей, между которыми нанесен слой раствора толщиной 1 см, на удар падающего на копровой установке стального груза массой 500 кг с высоты 2 м ($v_0 = 6,26$ м/с, $u_0 = 6,1$ м/с, $P_0 = 0,04$ ГПа, $T_1 = 2541$ мкс). Расчет проведен до момента времени 4007 мкс.

Как видно из рис. 1, на котором изображена конфигурация кирпичной кладки, сильно разрушен нижний кирпич у основания, частично верхний. Второй и третий кирпичи не повреждены. Выкрошилась небольшая часть раствора в первом и третьем слоях. Основание кирпичной кладки разрушено примерно на глубину до 2 см и смещено. Хорошо видна трещина в первом кирпиче вблизи лицевой поверхности.

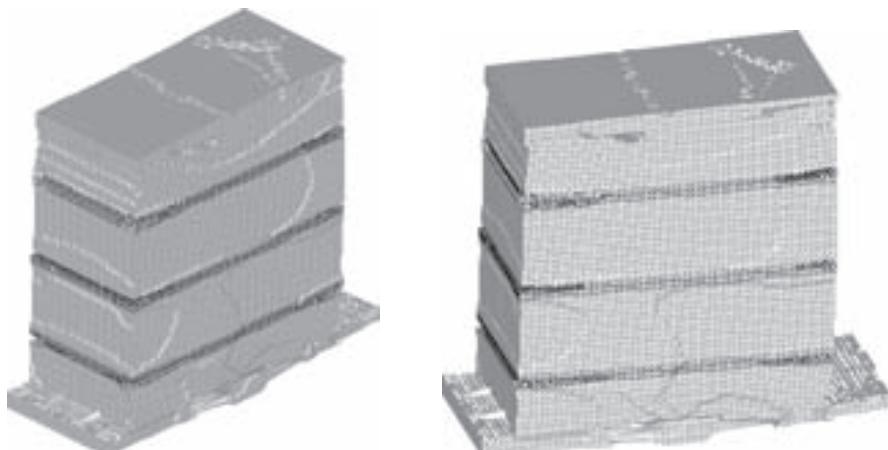


Рис. 1. Конфигурации кирпичной кладки 4x1 под воздействием прямоугольного импульса нагрузки длительностью 2541,7 мкс и скоростью 6,1 м/с в момент времени 4007 мкс

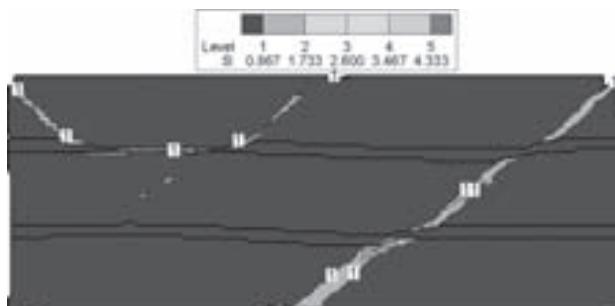


Рис. 2. Изометрии интенсивности пластических деформаций в срединном продольном сечении в момент времени 3000 мкс

На рис. 2 и 3 представлены результаты расчета ударного взаимодействия стального груза массой 1000 кг при падении с высоты 2 м с фрагментом кирпичной кладки второго типа ($v_0 = 6,26$ м/с, $u_0 = 6,1$ м/с, $P_0 = 0,04$ ГПа, $T_1 = 2541$ мкс). Первый и третий слои кладки выполнены из двух цельных кирпичей, разделенных слоем цементно-песочного раствора толщиной 1 см. Второй слой кладки изготовлен из целого кирпича и двух его половинок. Расчет проведен до момента времени 3000 мкс.

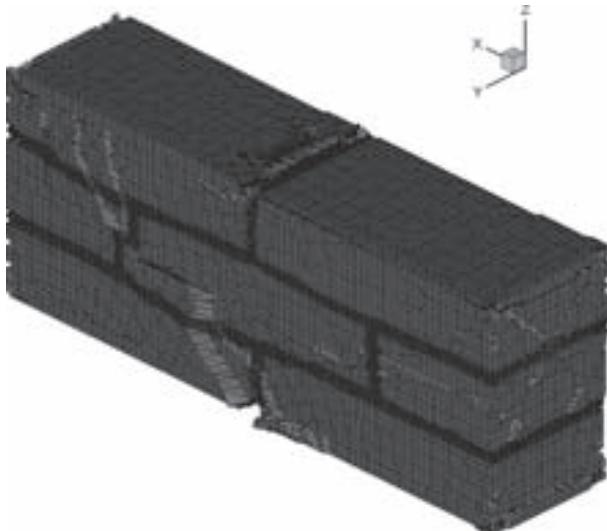


Рис. 3. Конфигурации кирпичной кладки 3×2 под воздействием прямоугольного импульса нагрузки длительностью 2541,7 мкс и скоростью 6,1 м/с в момент времени 3000 мкс

На рис. 2 на момент окончания расчета представлено распределение изолиний интенсивности пластических деформаций в срединном продольном сечении. От правого угла первого слоя кладки через второй и третий слои к стыку между кирпичами возникла узкая область материала, в которой интенсивность пластических деформаций достигла предельного значения. В этой области образовалась сквозная трещина сдвига. Помимо этой трещины в первом слое образовались еще две в первом кирпиче. Одна из них распространяется от левого верхнего угла под углом примерно 45° к слою раствора, вторая от стыка. Материал раствора под первым кирпичом разрушен. Картина деформации и разрушения фрагмента кирпичной кладки второго вида приведена на рис. 3.

1. Югов Н. Т., Белов Н. Н., Югов А. А. Расчет адиабатических нестационарных течений в трехмерной постановке «РАНЕТ-3» // Федеральная служба по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам. Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ №2010611042, Москва, 2010.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ УДАРНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МОДЕЛЬНОГО СНАРЯДА С ЭКРАНИРОВАННЫМ ВЗРЫВЧАТЫМ ВЕЩЕСТВОМ (ВВ)*

Н. Н. Белов, Н. Т. Югов, А. А. Югов

ТГАСУ, Томск, Россия

В данной работе в рамках механики сплошной среды методом компьютерного моделирования проведено решение задачи об ударном взаимодействии под углом отличным от нормального цилиндрического снаряда, несущего заряд (ВВ),

*Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ №17-01-00415.

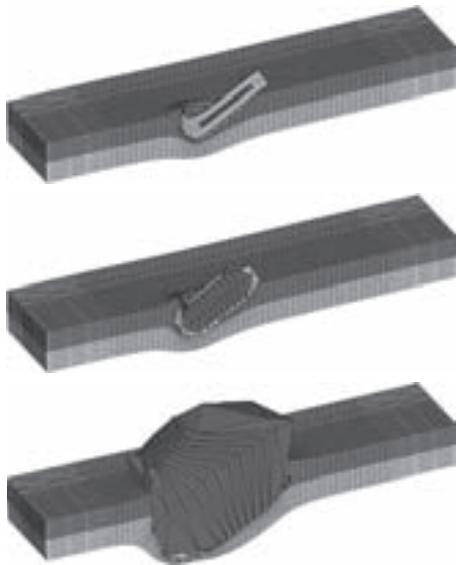


Рис. 1. Конфигурации взаимодействующих тел

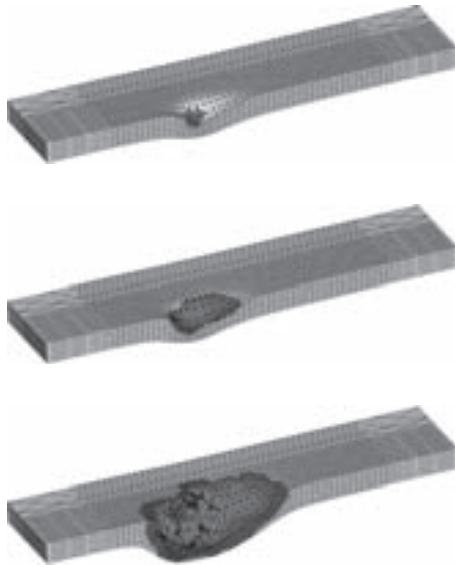


Рис. 2. Конфигурации слоя преграды из PBX-9404

с взрывчатым веществом, защищенным металлическим экраном. Решение задачи проведено в рамках модели пористой упругопластической среды, в которой отрывное разрешение рассматривается как процесс роста и слияния микродефектов под действием изотропного растягивающего напряжения. Моментом завершения локального макроскопического разрушения конденсированного материала является достижение относительным объемом пустот критической величин. Пороговым пределом для развития сдвигового разрушения является критическая величина интенсивности пластических деформаций [1]. Поведение взрывчатого вещества при ударе описывается в рамках модели упругопластического тела. При этом считается, что детонация взрывчатого вещества в модельном снаряде происходит мгновенно во всем объеме. Для расчета расширения продуктов взрыва твердых ВВ используется эмпирическое уравнение состояния [2]

$$P = A\rho^n + \gamma\rho E,$$

где $\gamma = \gamma_0 + C\rho$; $C = (\gamma_H - \gamma_0)/\rho_H$; P_H , ρ_H , D_H — давление, плотность и скорость детонации в точке Чепмена–Жуге, E — удельная внутренняя энергия. Для оценки инициирующей способности экранированного взрывчатого вещества при ударно-волновом нагружении (при $P > P_{\min}$) использовался критерий инициирования детонации в виде [3]

$$\int_{t_0}^t P^2 dt = K,$$

где K — константа материала, P — давление в ВВ, P_{\min} — минимальное давление, при котором происходит инициирование детонации.

Модельный снаряд представляет собой цилиндр из ВНЖ высотой 54 мм и диаметром 9 мм. Внутри него находится цилиндрический заряд ВВ ТГ 50/50 диаметром 3 мм и высотой 30 мм. Снаряд взаимодействует со скоростью 800 м/с под уг-

лом 60° с двухслойной мишенью, состоящей из слоя дюралюминия Д16 толщиной 10 мм и ВВ РВХ-9404 толщиной 10 мм. Решение задачи проведено в рамках пакета вычислительных программ «РАНЕТ-3» [4].

Рисунок 1 иллюстрирует в три момента времени ($t_1 = 60$ мкс, $t_2 = 68$ мкс, $t_3 = 80$ мкс) тконфигурации модельного снаряда и мишени, по которым можно судить о процессе внедрения модельного снаряда в мишень. Видно, что к моменту времени 60 мкс дюралюминиевый слой мишени находится на стадии близкой к его пробитию. На рис. 2 в эти моменты времени приведен второй слой преграды из РВХ-9404. Черным цветом на нем показаны области, в которых выполнился критерий инициирования ВВ.

К моменту времени 60 мкс критерий инициирования детонации в РВХ-9404 выполнился непосредственно в области перед внедряющимся ударником. В данный момент времени происходит инициирование детонации в модельном снаряде. В последующие моменты времени в экранированном ВВ под действием продуктов детонации и осколков снаряда область инициирования значительно расширилась. Таким образом, расчеты показывают, что взаимодействие модельного снаряда при данной скорости удара приводит к детонированию экранированного алюминиевым экраном ВВ РВХ-9404.

1. Белов Н. Н., Югов Н. Т., Копаница Д. Г., Югов А. А. Динамика высокоскоростного удара и сопутствующие физические явления. — Томск: СТТ, 2005. — 356 с.
2. Баум Ф. А., Орленко Л. П., Станюкович К. П., Чельщев В. П., Шехтер Б. И. Физика взрыва / Под ред. К. П. Станюковича. — М.: Наука, 1975. — 704 с.
3. Пилчер Д., Бенстед М., Кристенсен Л., Кинг А. Сопоставление теории с результатами опытов по переходу горения в детонацию // Детонация изврываемые вещества. Сборник статей. — М.: Мир, 1981. — С. 306–322.
4. Югов Н. Т., Белов Н. Н., Югов А. А. Расчет адиабатических нестационарных течений в трехмерной постановке «РАНЕТ-3» // Федеральная служба по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам. Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ №2010611042. — М., 2010.

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ПОДВИЖНОГО ГРУЗА НА ДИНАМИКУ НОСИТЕЛЯ

Г. Г. Бильченко (ст)

КНИТУ-КАИ, Казань, Россия

1. Дифференциальные уравнения движения носителя.

1.1. Рассматривается движение механической системы, состоящей из носителя и груза. Носитель, располагаясь все время в горизонтальной плоскости, движется поступательно по прямолинейной траектории. Носитель имеет прямолинейный канал, по которому может перемещаться груз. При этом ось канала располагается в вертикальной плоскости, проходящей через траекторию носителя. Пусть $Oxyz$ — неподвижная система координат, которая является инерциальной системой отсчета, при этом Oxy — горизонтальная плоскость, а Oz — местная вертикаль; $O_1x_1y_1z_1$ — подвижная система координат, скрепленная с носителем, которая движется поступательно по отношению к $Oxyz$; $O_2x_2y_2z_2$ — подвижная система координат, скрепленная с каналом, при этом $O_2x_2z_2$ является вертикальной плоскостью; $\varphi \in [0; \pi/2]$ — угол установки канала; $x_2 = x_2(t)$ — закон движения груза в канале.

1.2. Воспользуемся теоремой о движении центра масс

$$(M + m) \cdot \vec{a}_C = \vec{P}_h + \vec{P}_r + \vec{N} + \vec{R}, \quad (1)$$

где M — масса носителя; m — масса груза; \vec{a}_C — ускорение центра масс системы в $Oxyz$; \vec{P}_n — вес носителя; \vec{P}_g — вес груза; \vec{N} — нормальная реакция подстилающей горизонтальной плоскости; \vec{R} — сила сопротивления среды движению носителя.

Пусть закон движения груза в канале задан в виде $x_2(t) = l \cdot \sin(\omega t)$. Так как $(M+m) \cdot \ddot{x}_C = (M+m) \cdot \ddot{x} + m \cdot \cos \varphi \cdot \ddot{x}_2$, то, проектируя (1) на ось Ox , получим

$$(M+m) \cdot \ddot{x} = R_x(\dot{x}) + m \cdot l \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega t) \cdot \cos \varphi.$$

Так как $(M+m) \cdot \ddot{z}_C = m \cdot \sin \varphi \cdot \ddot{x}_2$, то проектируя (1) на ось Oz , найдем, что $N(t) = P_n + P_g - m \cdot l \cdot \omega^2 \cdot \sin(\omega t) \cdot \sin \varphi$. Выполнение неравенства

$$m \cdot l \cdot \omega^2 \cdot \sin \varphi < g \cdot (M+m) \quad (2)$$

означает, что носитель будет двигаться, не отрываясь от плоскости Oxy , а $N(t) > 0$.

Пусть силы сопротивления среды движению носителя являются силами типа кулонова трения. Тогда *дифференциальные уравнения движения носителя* (ДУДН) имеют вид

$$\ddot{x} = \beta \cdot (\cos \varphi + f \cdot \sin \varphi) \cdot \sin(\omega t) - \gamma \quad \text{при } \dot{x} > 0, \quad (3)$$

$$\ddot{x} = \beta \cdot (\cos \varphi - f \cdot \sin \varphi) \cdot \sin(\omega t) + \gamma \quad \text{при } \dot{x} < 0, \quad (4)$$

где $\beta = l \cdot \omega^2 \cdot m / (M+m)$, $\gamma = g \cdot f$, а f — коэффициент трения скольжения в движении для пары носитель–среда. Уравнения (3), (4) дополняются уравнением

$$\ddot{x} = 0, \quad (5)$$

которое имеет место для интервалов покоя.

В работах Ф. Л. Черноуско, Н. Н. Болотника, Т. Ю. Фигуриной [1–3] и других авторов обычно отыскивается движение груза, сообщающее требуемое движение носителю. В данной работе ставится обратная задача — определить движение носителя при $x_2(t) = l \cdot \sin(\omega t)$, если

$$x(t_0) = 0 \quad \text{и} \quad \dot{x}(t_0) = 0, \quad (6)$$

где $t_0 = 0$. Задача об определении влияния движения груза на динамику носителя рассматривалась в [4] при ином движении груза.

2. Динамика носителя с подвижным грузом. Пусть заданы значения параметров системы носитель+груз: m , M , l , ω , φ , f , и эти параметры таковы, что выполняется (2). Определим движение носителя при начальных условиях (6).

2.1. Введем $\psi_{\pm} = \cos \varphi \pm f \cdot \sin \varphi$ и $\Gamma_{\pm} = \beta \cdot \psi_{\pm}$. Необходимым условием движения носителя из состояния покоя в положительном направлении оси Ox будет $\gamma < \Gamma_+$. В этом случае введем $B_+ = \gamma / \psi_+$ и $\tau_+ = \arcsin(B_+ / \beta) / \omega$. Необходимым условием движения носителя из состояния покоя в отрицательном направлении оси Ox будет $\gamma < \Gamma_-$. В этом случае введем $B_- = \gamma / \psi_-$, $\tau_- = \arcsin(B_- / \beta) / \omega$, а также найдем $\beta_{\min} = \min\{\beta_1, \beta_2\}$, $\beta_{\max} = \max\{\beta_1, \beta_2\}$, где β_1, β_2 — корни уравнений

$$\sqrt{\beta_1^2 - B_+^2} + \sqrt{\beta_1^2 - B_+^2} = B_+ \cdot (\pi + \arcsin(B_- / \beta_1) - \arcsin(B_+ / \beta_1)),$$

$$\sqrt{\beta_2^2 - B_-^2} + \sqrt{\beta_2^2 - B_-^2} = B_- \cdot (\pi + \arcsin(B_+ / \beta_2) - \arcsin(B_- / \beta_2)).$$

Движение носителя будет вполне определено, если будет установлена последовательность временных интервалов интегрирования, на каждом из которых справедливо конкретное ДУДН из (3)–(5), и определены границы этих интервалов. Как показывает анализ, в рассматриваемой системе носитель+груз возможны движения носителя (ДН) только двух типов.

2.2. ДН типа R реализуются в системе тогда, когда $\ddot{x}(t)$ имеет *регулярный* характер, т. е. когда у $\ddot{x}(t)$ будут неизменными моменты переключения от одного вида ДУДН к другому в пределах каждого из нечетных полупериодов движения груза, начиная с третьего, и одинаковыми моменты переключения в пределах всех четных полупериодов движения груза в канале. Установлено, что при $\varphi > 0$ для ДН типа R кроме состояния покоя $R0$ существуют только пять различных нетривиальных последовательностей $R1-R5$ чередования ДУДН. Если носитель движется по типу R , то достаточно рассмотреть его движение на интервале $[t_0; T + \tau_+]$, где $T = 2\pi/\omega$ — период колебаний груза, чтобы построить его полный фазовый портрет.

$R0$	$t_0 \xrightarrow{5} \infty$	при $\Gamma_+ \leq \gamma$
$R1$	$t_0 \xrightarrow{5} t_1 \xrightarrow{3} t_2 \xrightarrow{5} \mathbf{t}_3 \xrightarrow{3} t_4 \xrightarrow{5} \mathbf{t}_5 \xrightarrow{3} \dots$	при $\Gamma_- \leq \gamma < \Gamma_+$
$R2$	$t_0 \xrightarrow{5} t_1 \xrightarrow{3} t_2 \xrightarrow{5} t'_2 \xrightarrow{4} t_3 \xrightarrow{5} \mathbf{t}'_3 \xrightarrow{3} t_4 \xrightarrow{5} t'_4 \xrightarrow{4} t_5 \xrightarrow{5} \mathbf{t}'_5 \xrightarrow{3} \dots$	при $\gamma < \Gamma_-$ и $\beta < \beta_{\min}$
$R3$	$t_0 \xrightarrow{5} t_1 \xrightarrow{3} t_2 = : t'_2 \xrightarrow{4} t_3 \xrightarrow{5} \mathbf{t}'_3 \xrightarrow{3} t_4 = : t'_4 \xrightarrow{4} t_5 \xrightarrow{5} \mathbf{t}'_5 \xrightarrow{3} \dots$	при $\gamma < \Gamma_-$ и $\beta_1 \leq \beta < \beta_2$
$R4$	$t_0 \xrightarrow{5} t_1 \xrightarrow{3} t_2 \xrightarrow{5} t'_2 \xrightarrow{4} t_3 = : \mathbf{t}'_3 \xrightarrow{3} t_4 \xrightarrow{5} t'_4 \xrightarrow{4} t_5 = : \mathbf{t}'_5 \xrightarrow{3} \dots$	при $\gamma < \Gamma_-$ и $\beta_2 \leq \beta < \beta_1$
$R5$	$t_0 \xrightarrow{5} t_1 \xrightarrow{3} t_2 = : t'_2 \xrightarrow{4} t_3 = : \mathbf{t}'_3 \xrightarrow{3} t_4 = : t'_4 \xrightarrow{4} t_5 = : \mathbf{t}'_5 \xrightarrow{3} \dots$	при $\gamma < \Gamma_-$ и $\beta = \beta_1 = \beta_2$

2.3. ДН типа NR возникают тогда, когда $\ddot{x}(t)$ имеет *нерегулярный* характер с различными моментами переключения в каждом из полупериодов движения груза. В отличие от движений типа R при движениях типа NR отсутствуют интервалы покоя, кроме $[t_0; t_1]$, а в k -м полупериоде движения груза имеется только один момент переключения θ_k . Если параметры системы таковы, что $\gamma < \Gamma_-$ и $\beta_{\max} < \beta$, то носитель совершает движение по типу NR .

Истинные моменты переключения t_k связаны с относительными θ_k очевидным образом $t_k = \theta_k + (k-1) \cdot T/2$, $k = 1, 2, \dots$, при этом $t_1 = \theta_1 = \tau_+ = \arcsin(B_+/\beta)/\omega$. Относительные моменты θ_k находятся последовательно из уравнений

$$\cos(\omega\theta_{k+1}) + \cos(\omega\theta_k) = \frac{\gamma}{\beta} \cdot \frac{\pi + \omega\theta_{k+1} - \omega\theta_k}{(\cos \varphi + (-1)^{k+1} \cdot f \sin \varphi)}, \quad k = 1, 2, \dots \quad (7)$$

Решая уравнения (7), найдем $\theta_2, \theta_3, \dots$ и, соответственно, t_2, t_3, \dots , т. е. определим последовательность интервалов интегрирования $[t_k; t_{k+1}]$. При этом на интервале $[t_k; t_{k+1}]$ в качестве ДУДН будет

$$\ddot{x} = \beta \cdot (\cos \varphi + (-1)^{k+1} \cdot f \cdot \sin \varphi) \cdot \sin(\omega t) + \gamma \cdot (-1)^k.$$

Таким образом, и для случая движения носителя по типу NR определены интервалы интегрирования и соответствующие им ДУДН.

3. Вычислительные эксперименты. Для различных случаев ДН типа R и для ДН типа NR приводятся результаты математического моделирования. Построены соответствующие фазовые портреты.

- Черноуско Ф. Л. О движении тела, содержащего подвижную внутреннюю массу // ДАН. — 2005. — Т. 405, №1. — С. 56–60.
- Черноуско Ф. Л. Анализ и оптимизация движения тела, управляемого посредством подвижной внутренней массы // Прикладная математика и механика. — 2006. — Т. 70. — Вып. 6. — С. 915–941.
- Болотник Н. Н., Фигурин Т. Ю. Оптимальное управление прямолинейным движением твердого тела по шероховатой плоскости посредством перемещения двух внутренних масс // Прикладная математика и механика. — 2008. — Т. 72. — Вып. 2. — С. 216–229.
- Бардин Б. С., Панев А. С. О периодических движениях тела с подвижной внутренней массой по горизонтальной поверхности // Электронный журнал «Труды МАИ». — 2015. — №84. — 25 с. [<http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=62995>] (дата обращения 02.02.2017).

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИЗНАШИВАНИЯ ОСЕСИММЕТРИЧНОГО ДИСКРЕТНОГО КОНТАКТА

А. А. Бобылев, И. С. Белашова

МАДИ, Москва, Россия; МАИ, Москва, Россия

При контактном взаимодействии твердых тел область фактического контакта, как правило, дискретна. Размеры и положение пятен фактического контакта зависят от условий контактного взаимодействия, механических характеристик тел и их поверхностной микроструктуры. Дискретный характер контактного взаимодействия играет важную роль при изнашивании. В процессе изнашивания изменяется макро- и микрогеометрия контакта, что, в свою очередь, влияет на характер протекания самого процесса изнашивания [1].

Возможности аналитических методов решения износоконтактных задач, как правило, ограничены телами канонической формы и не позволяют учитывать реальный профиль шероховатой поверхности [2]. Поэтому при исследовании процессов изнашивания дискретного контакта с изменяющимися площадками контакта перспективным является использование вычислительных алгоритмов на основе методов граничных или конечных элементов.

В настоящей работе рассмотрена осесимметричная задача об изнашивании дискретного контакта упругого полупространства и вращающегося жесткого штампа. Упругие характеристики материала полупространства считаются структурно нечувствительными и одинаковыми во всех точках полупространства, а параметры, характеризующие износостойкие свойства материала, зависят от величины линейного износа и расстояния до оси вращения штампа.

При постановке задачи задаются нелинейные граничные условия одностороннего контакта, содержащие неравенства. Предполагается, что величина линейного износа мала и соизмерима с упругими перемещениями, а граничные условия можно отнести к недеформированной поверхности полупространства. Размеры и положение пятен фактического контакта заранее неизвестны, могут изменяться при изнашивании и подлежат определению в процессе решения задачи. Кинетическое уравнение износа определяет зависимость интенсивности изнашивания от величины контактного давления и относительной скорости скольжения.

Для решения рассматриваемой задачи использован вариационный подход. Получена формулировка задачи в виде квазивариационного неравенства эволюционного типа. Для дискретизации задачи по времени использованы разностные схемы. Разработаны вычислительные алгоритмы на основе явной схемы Эйлера и схемы типа предиктор–корректор. В результате на каждом временном шаге для определения контактного давления требуется решить эллиптическое вариационное неравенство или эквивалентную ему экстремальную задачу. Дискретизация задачи по пространственным координатам производилась с использованием пространств интегрированных фундаментальных решений [3], построенных на основе гранично-элементного подхода. Применились осесимметричные кольцевые граничные элементы с постоянным распределением контактного давления. В результате дискретизации получена задача квадратичного программирования с ограничениями в виде неравенств, для решения которой предложен вариант метода сопряженных градиентов, учитывающий специфику ограничений задачи.

Разработанные вычислительные алгоритмы реализованы в виде пакета прикладных программ. Проведен сравнительный анализ вычислительной эффективности используемых разностных схем. Сформулированы рекомендации по выбору парамет-

ров разработанных вычислительных алгоритмов — шага дискретизации по времени и количества граничных элементов на площадках контакта с жестким штампом.

Получены численные решения ряда задач об изнашивании осесимметричного дискретного контакта. Рассмотрены два расчетных случая. В первом случае задается закон внедрения штампа в полупространство, а во втором — закон изменения во времени усилия вдавливания штампа. Проведено исследование влияния макро- и микрогеометрии дискретного контакта, а также характера изменения параметров уравнения износа структурно-неоднородной поверхности упругого полупространства на кинетику процесса изнашивания.

Полученные результаты могут быть использованы при расчете износа упорных подшипников скольжения.

1. Горячева И. Г. Механика фрикционного взаимодействия. — М.: Наука, 2001. — 478 с.
2. Солдатенков И. А. Износоконтактная задача с приложениями к инженерному расчету износа. — М.: Физматкнига, 2010. — 160 с.
3. Алексидзе М. А. Фундаментальные функции в приближенных решениях граничных задач. — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1991. — 352 с.

ВЕРИФИКАЦИЯ ОПЫТНОГО ОБРАЗЦА СИСТЕМЫ ЭКСПЛУАТАЦИОННОГО МОНИТОРИНГА РЕСУРСА

**М. А. Большухин¹, М. Н. Ереев¹, А. В. Козин¹, В. А. Панов¹,
В. А. Пахомов¹, А. В. Каплиенко²**

¹АО «ОКБМ Африкантов», Нижний Новгород, Россия;

²Госкорпорация «Росатом», Москва, Россия

Для отработки технических и программных средств системы эксплуатационного мониторинга ресурса разработан лабораторный образец, который представляет собой стенд, предназначенный для экспериментальных исследований кинетики напряженно-деформированного состояния конструктивных элементов и процессов накопления усталостных повреждений при циклическом термомеханическом воздействии, являющимся основным нагружающим фактором оборудования транспортных РУ.

Разработанный стенд позволяет проводить: ресурсные испытания моделей критических зон конструктивных элементов РУ с параметрами нагружения, близкими к эксплуатационным, с контролем температурного и напряженно-деформированного состояния с использованием системы термо-тензометрирования; контроль технического состояния материала неразрушающими методами; контроль топологии и геометрии развивающихся дефектов.

Объектами испытаний являются модели сварных соединений и конструктивных концентраторов напряжений различных типов и изготовленных из конструкционных материалов, применяемых в оборудовании и системах транспортных РУ. Исследования проводятся на базе испытания пяти моделей при термоциклическом нагружении. Целью испытаний является верификация опытного образца системы эксплуатационного мониторинга ресурса, новых математических моделей, методов и средств контролирования выработанного и остаточного ресурса конструктивных элементов оборудования и систем РУ при термоциклическом нагружении.

Верификация методов и средств системы эксплуатационного мониторинга ресурса (алгоритмических и вычислительных) осуществляется путем сопоставления экспериментальной информации с расчетной. Для исследуемых моделей на основе

фактических данных по условиям эксплуатации стенда проводится расчет поврежденности материала контролируемых зон, строятся кривые накопления повреждений, проводится прогнозирование остаточного ресурса. Производится сравнение экспериментально полученных значений степени поврежденности с результатами расчетного анализа, установление корреляции между мерами расчетной и экспериментальной поврежденности. В докладе приведены результаты первого этапа верификационных исследований.

Исследования на стенде термоциклирования позволяют провести отработку и верификацию основных составляющих системы эксплуатационного мониторинга ресурса и отработку технологий применения данной системы для оценки выработанного и остаточного ресурса оборудования и систем РУ.

ОБОБЩЕННЫЙ СВМУ-КРИТЕРИЙ МНОГООСНОГО РАЗРУШЕНИЯ С ОПРЕДЕЛЕНИЕМ КРИТИЧЕСКОЙ ПЛОСКОСТИ*

Н. Г. Бураго¹, А. Д. Никитин^{2,3}, И. С. Никитин^{2,3}, В. Л. Якушев²

¹ИПМех РАН, Москва, Россия; ²ИАП РАН, Москва, Россия; ³МАИ, Москва, Россия

В последние 20 лет было установлено, что относительно небольшие циклические напряжения (меньшие классического предела усталости материала), действующие с высокой частотой (порядка 1 кГц и выше) могут приводить к разрушению конструкций [1]. Высокочастотное нагружение приводит к значительным наработкам ($N \sim 10^9$ – 10^{10} циклов) за время расчетного срока службы изделия. Указанный диапазон долговечностей $N > 10^8$ известен в литературе как сверхмногоцикловая усталость (СВМУ).

В настоящее время разработаны и реализованы методики СВМУ испытаний для весьма ограниченного набора циклических нагрузений, в первую очередь для реверсивного и пульсирующего растяжения–сжатия, а также кручения образцов. Однако для оценок долговечности различных элементов конструкций, подверженных высокочастотным длительным воздействиям в условиях сложного нагружения, необходимы критерии многоосного СВМУ разрушения. В данной работе предлагается простая и естественная форма такого рода критериев, основанная на обобщении известных многоосных моделей для классических усталостных режимов. Ранее в [2] была предложена процедура определения параметров классических многоосных критериев (Сайнса, Кроссланда) в диапазоне малоцикловой и многоцикловой усталости (МЦУ и МНЦУ) по результатам одноосных испытаний с двумя разными коэффициентами асимметрии цикла (левая ветвь бимодальной одноосной усталостной кривой, рис. 1).

Современные подходы к построению многоосных критериев усталостного разрушения часто используют понятие критической плоскости. Первый критерий с определением критической плоскости был предложен Финдли [3]. Согласно этому критерию разрушение происходит по плоскости с нормалью \mathbf{n} с компонентами n_k при выполнении условия:

$$(\Delta\tau_n/2 + \alpha_F\sigma_n)_{MAX_n} = S_F + A_F N^{\beta_F}, \quad \sigma_n = \mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n}, \quad \tau_n = |\boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n} - (\mathbf{n} \cdot \boldsymbol{\sigma} \cdot \mathbf{n})\mathbf{n}|,$$

где $\beta_F < 0$, α_F , S_F , A_F — параметры, определяемые по данным эксперимента, N — число циклов до разрушения.

*Работа выполнена по проекту РФФИ №15-08-02392-а.

В главных осях тензора напряжений можно получить формулы:

$$\Delta\tau_n = \sqrt{(\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_2)^2 n_1^2 n_2^2 + (\Delta\sigma_1 - \Delta\sigma_3)^2 n_1^2 n_3^2 + (\Delta\sigma_2 - \Delta\sigma_3)^2 n_2^2 n_3^2},$$

$$\sigma_n = \sigma_1 n_1^2 + \sigma_2 n_2^2 + \sigma_3 n_3^2.$$

Для одноосного нагружения с коэффициентом асимметрии цикла $R = \sigma_{\min}/\sigma_{\max}$ критерий будет выглядеть так:

$$\sigma_{\max}(\alpha_F + \sqrt{(1-R)^2 + 4\alpha_F^2}/2)/2 = S_F + A_F N^{\beta_F} \text{ при } n_1 = 1/2 + \alpha_F / \sqrt{(1-R)^2 + 4\alpha_F^2}.$$

Сравнивая с представлением Баскина одноосной усталостной кривой $\sigma_{\max} \times \times (1-R)/2 = \sigma_R + \sigma_{CR} N^{\beta_F}$ и имея данные испытаний при $R = -1$ и R_0 , получаем:

$$S_F = \sigma_{-1}(\alpha_F + \sqrt{1 + \alpha_F^2})/2, \quad A_F = (\sigma_B - \sigma_{-1})(\alpha_F + \sqrt{1 + \alpha_F^2})10^{-3\beta_F}/2,$$

$$\alpha_F = \left(\sqrt{(2\kappa/(1-R_0) - 1)^2 + \kappa^2} - 1 - 2\kappa/(1-R_0) + \kappa^2 \right) / \kappa / (4/(1-R_0) - \kappa),$$

где σ_{-1} и σ_{R_0} — классические пределы усталости по усталостным кривым при коэффициентах асимметрии цикла -1 и R_0 соответственно, σ_B — статический предел прочности, $\kappa = \sigma_{-1}/\sigma_{R_0}$.

Анализ критерия Финдли для реверсного режима чистого кручения дает формулы:

$$\tau_{-1} = \sigma_{-1}(1 + \alpha_F/\sqrt{1 + \alpha_F^2})/2, \quad \tau_c = (\sigma_B - \sigma_{-1})(1 + \alpha_F/\sqrt{1 + \alpha_F^2})10^{-3\beta_F}/2.$$

Предложим схему обобщения многоосного критерия разрушения на режим СВМУ (рис. 1, правая ветвь одноосной бимодальной усталостной кривой при $N > 10^8$).

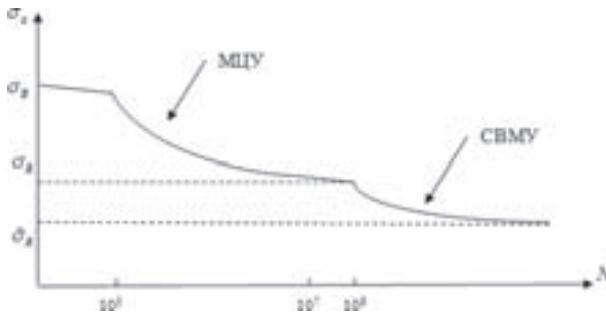


Рис. 1. Бимодальная усталостная кривая для режимов МЦУ и СВМУ

В основе обобщенного многоосного критерия типа Финдли лежит подобие поведения левой и правой ветвей бимодальной усталостной кривой. Это обобщение заключается в замене параметров левой ветви бимодальной усталостной кривой на параметры правой ветви: $\sigma_B \rightarrow \sigma_{-1}$, $\sigma_{-1} \rightarrow \tilde{\sigma}_{-1}$, $\sigma_R \rightarrow \tilde{\sigma}_R$, $3\beta_F \rightarrow 8\tilde{\beta}_F$, где $\tilde{\sigma}_{-1}$ и $\tilde{\sigma}_R$ — это «новые» пределы усталости на правой ветви усталостной кривой для коэффициентов асимметрии -1 и R .

Для режима СВМУ имеем (все параметры отмечены знаком \sim):

$$\tilde{S}_F = \tilde{\sigma}_{-1}(\tilde{\alpha}_F + \sqrt{1 + \tilde{\alpha}_F^2})/2, \quad \tilde{A}_F = (\sigma_{-1} - \tilde{\sigma}_{-1})(\tilde{\alpha}_F + \sqrt{1 + \tilde{\alpha}_F^2})10^{-8\tilde{\beta}_F}/2,$$

$$\tilde{\kappa} = \tilde{\sigma}_{-1}/\tilde{\sigma}_{R_0},$$

$$\tilde{\alpha}_F = \left(\sqrt{(2\tilde{\kappa}/(1-R_0) - 1)^2 + \tilde{\kappa}^2} - 1 - 2\tilde{\kappa}/(1-R_0) + \tilde{\kappa}^2 \right) / \tilde{\kappa} / (4/(1-R_0) - \tilde{\kappa}).$$

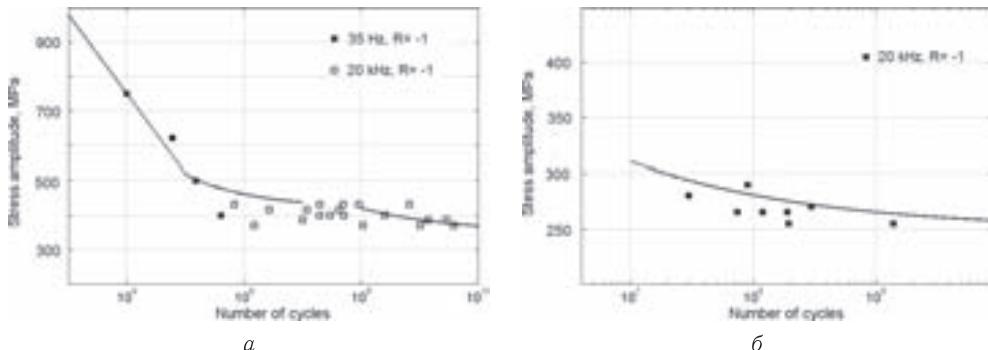


Рис. 2. СВМУ экспериментальные данные для сплава ВТ3-1: *a* — растяжение–сжатие; *б* — кручение

Для реверсного режима чистого кручения $\tilde{\tau}_a = \tilde{\tau}_{-1} + \tilde{\tau}_c N^{\tilde{\beta}_F}$ получаем:

$$\tilde{\tau}_{-1} = \tilde{\sigma}_{-1}(1 + \tilde{\alpha}_F/\sqrt{1 + \tilde{\alpha}_F^2})/2, \quad \tilde{\tau}_c = (\sigma_{-1} - \tilde{\sigma}_{-1})(1 + \tilde{\alpha}_F/\sqrt{1 + \tilde{\alpha}_F^2})10^{-8\tilde{\beta}_F}/2.$$

Были определены параметры обобщенного критерия СВМУ разрушения по результатам испытаний титановых образцов: $\sigma_B = 1100$ МПа, $\sigma_{-1} = 400$ МПа, $\tilde{\sigma}_{-1} = 365$ МПа, $\tilde{\sigma}_{0,1} = 215$ МПа, $\tilde{\beta} = -0,24$ (рис. 2, *a*). Полученные значения параметров были использованы для расчетной оценки долговечности образцов при СВМУ испытаниях на реверсное кручение. Сравнение показало близость расчетных и экспериментальных результатов (рис. 2, *б*). Тем самым была подтверждена возможность использования обобщенного критерия многоосного усталостного разрушения в режиме СВМУ и предложенной схемы определения его параметров для приближенной оценки долговечности элементов конструкций.

1. Bathias C., Paris P. C. Gigacycle Fatigue in Mechanical Practice. — New York: Dekker, 2005.
2. Bourago N. G., Zhuravlev A. B., Nikitin I. S. Models of multiaxial fatigue fracture and service life estimation of structural elements // Mechanics of Solids. — 2011. — V. 46, No. 6. — P. 828–838.
3. Findley W. A theory for the effect of mean stress on fatigue of metals under combined torsion and axial load or bending // J. of Eng. for Indust. — 1959. — P. 301–306.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ГИДРОДИНАМИЧЕСКОГО ЭФФЕКТА В БАЛЛИСТИЧЕСКИХ УСТАНОВКАХ*

Н. В. Быков^{1,2}, М. С. Товарнов¹, Н. А. Голденко³

¹МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия; ²ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН, Москва, Россия;

³ЦНИИМаш, Королев, Московская обл., Россия

Разработанная в настоящее время одномерная теория гидродинамического эффекта [1] позволяет проводить оценку увеличения скорости при прохождении деформируемым материалом сужающегося участка метательной трубы, однако не позволяет с достаточной степенью точности получить распределение давления на стенки трубы для получения данных необходимых для прочностного расчета.

*Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №16-38-0094816 мол-а).

Проведены расчеты метания медной частицы с полиэтиленовым поршнем, разогнанным до начальной скорости 1800 м/с при помощи пороховой метательной установки с цилиндроконическими насадками. Свойства материалов (уравнение состояния и условия прочности и разрушения) подбирались исходя из экспериментальных данных. Расчеты проводились в двумерной постановке с осевой симметрией. В эйлеровой области с размерами $1210 \times 62,5$ мм задан деформируемый поршень из полиэтилена высокого давления. Эйлерова область состоит из 17000 ячеек с размером ячейки $2,5 \times 2,5$ мм. Медный метаемый ударник задан конечно-элементным методом Лагранжа. Частица состоит из 260 ячеек с размером ячейки $2,5 \times 2,5$ мм. Применен связанный лагранжево-эйлеров подход (CEL подход) с использованием полигонов взаимодействия для описания конструкции цилиндроконической насадки. Для определения скорости по оси ствола установлены датчики. Схема моделирования представлена на рис. 1.



Рис. 1. Схема расчета: I, II — граничные условия

Граничные условия (рис. 1): условия бесконечного вытекания из границ (I); условие обнуления вертикальной составляющей скорости в эйлеровой ячейке (II).

В качестве материала поршня был выбран полиэтилен высокого давления. Объемный модуль упругости используется для определения линейной, энергетически независимой части уравнения состояния. Условия прочности (перехода из упругого в пластическое состояние): по модулю сдвига. Условия разрушения материала поршня: по минимальному откольному давлению.

В качестве уравнения состояния метаемого медного ударника использовалось уравнение ударной адиабаты Ми-Грюнайзена. Линейная модель позволяет опционально включать в себя зависимость от квадрата скорости частицы. Условия прочности (перехода из упругого в пластическое состояние): по модулю сдвига. Прочность частицы описывается кусочной J–C-моделью [2]. Условия разрушения материала поршня: по минимальному откольному давлению.

Целью основного исследования являлось определение конечной (дульной) скорости метаемого элемента в зависимости от геометрических параметров бикалиберного ствола. В качестве дополнительного — определение максимального давления внутри конуса бикалиберного ствола.

Диапазон изменений угла образующей конуса находился в пределах от 2 до 4 градусов. Выходной диаметр ствола — от 60 до 100 мм, скорости на входе в конус от 1100 до 3000 м/с.

Выходными данными выступали конечная скорость метаемой частицы и максимальное давление, действующее на стенку конической части бикалиберного ствола.

На рис. 2 показан график результатов расчета. Каждая точка соответствует результату одного расчета при определенном угле конуса. По оси абсцисс откладывается максимальная конечная скорость метаемой частицы. По оси ординат — максимальное давление в конической части ствола.

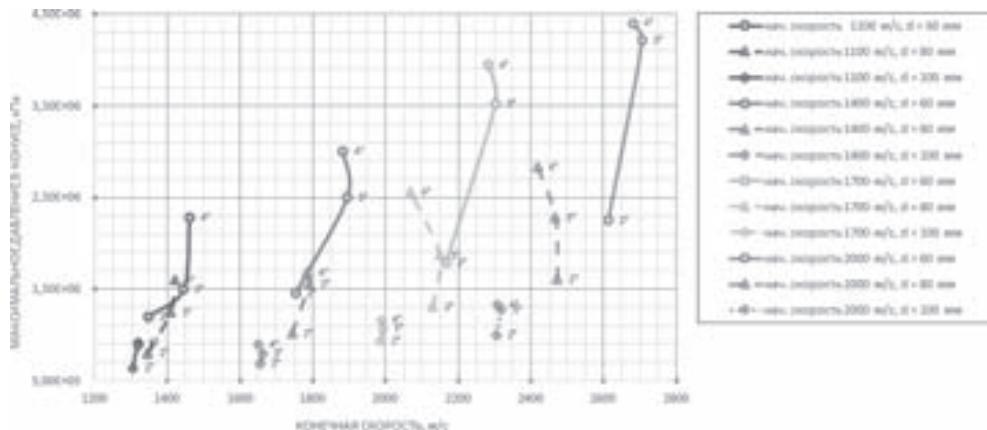


Рис. 2. Результаты расчета

На рис. 3 показано распределение скоростей внутри деформируемого поршня и в метаемом элементе при выстреле из установки с углом конуса 3° , с начальной скоростью входа в конус 1800 м/с и выходным диаметром ствола 70 мм.

Рис. 3. Распределение скоростей в телах (угол конуса 3°)

Приведенные распределения параметров с одной стороны хорошо подтверждают основную концепцию гидродинамического эффекта (увеличение скорости передней части поршня), а с другой открывают возможности для проведения двумерных расчетов деформации пластических материалов в конусе, что позволяет разработать отсутствующую на данный момент методику расчета прочности. Кроме того, видно, что приведенная конструкция метаемой сборки приводит к появлению обратного эффекта при определенных углах конуса.

1. Быков Н. В., Нестеренко Е. А. Математическое моделирование и визуализация внутрикамерных процессов в баллистических установках с гидродинамическим эффектом // Научная визуализация. — 2015. — Т. 7, №1. — С. 65–77.
2. Wilkins M. L. Calculation of Elastic-Plastic Flow // Methods of Computational Physics / Ed. by B. Alder, S. Fernback & M. Rotenberg. — New York: Academic Press, 1964. — P. 211–263.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ПОСТУЛИРОВАННОГО ПАДЕНИЯ КОНТЕЙНЕРА С ТЕПЛООБМЕННИКОМ НА НАДРЕАКТОРНОЕ ПЕРЕКРЫТИЕ РУ БН-1200*

**О. Ю. Виленский¹, Д. А. Лапшин¹, М. Г. Малыгин¹, С. Ф. Шепелев¹,
А. М. Брагов², А. Ю. Константинов²**

¹АО «ОКБМ Африкантов», Нижний Новгород, Россия;

²НИИМ ННГУ, Нижний Новгород, Россия

В АО «ОКБМ Африкантов» разработана конструкция поворотного надреакторного перекрытия (ПНП) для реактора БН-1200 (рис. 1), которое обеспечивает защиту реакторного оборудования и трубопроводов от падающих предметов, локализации радиоактивных сред в герметичном надреакторном объеме при нарушении нормальной эксплуатации (ННЭ).

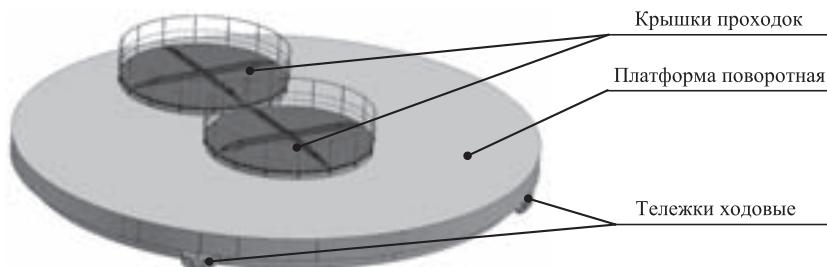


Рис. 1. Поворотное надреакторное перекрытие РУ БН-1200

Над неработающим реактором перемещаются различные грузы, из которых максимальный вес имеет контейнер с загруженным промежуточным теплообменником. В соответствии с НП-018-05, в качестве исходного события ННЭ рассмотрено падение на ПНП контейнера с загруженным теплообменником в вертикальном положении.

Целью данной работы является создание конструкции ПНП с учетом требований ударостойкости для минимизации последствий ННЭ и обеспечения радиационной безопасности на РУ БН-1200 с применением результатов экспериментальных исследований конструкционных материалов при динамическом нагружении.

Для определения механических характеристик стали Ст3, из которой изготовлено ПНП, используется метод Кольского с различными вариантами разрезного стержня Гопкинсона [1].

По результатам экспериментальных исследований деформирования стали Ст3 при статическом и динамическом нагружениях определены параметры модели Jonson-Cook [2], учитывающей влияние скорости деформации и температуры на радиус поверхности текучести из библиотеки программного комплекса ANSYS/LS-DYNA [3], предназначенного для расчетного анализа высоконелинейных динамических процессов.

Для верификации модели деформирования стали Ст3 использовались эксперименты на высокоскоростное внедрение инденторов со сферической и конической головными частями в образцы из исследуемого материала, и на диагональное сжатие.

*Исследования выполнены при финансовой поддержке РНФ: экспериментальная часть — проект 15-19-10032, теоретическая часть — проект 16-19-10237.

Результаты сравнения отпечатков инденторов и сравнение форм образцов таблеток, полученных в натурном и численном экспериментах (рис. 2), показали, что относительная погрешность расчетного предсказания не превысила 5%.

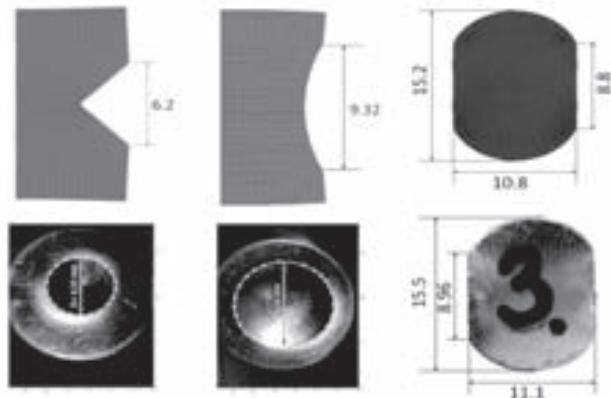


Рис. 2. Сравнение пластических отпечатков (размеры в мм)

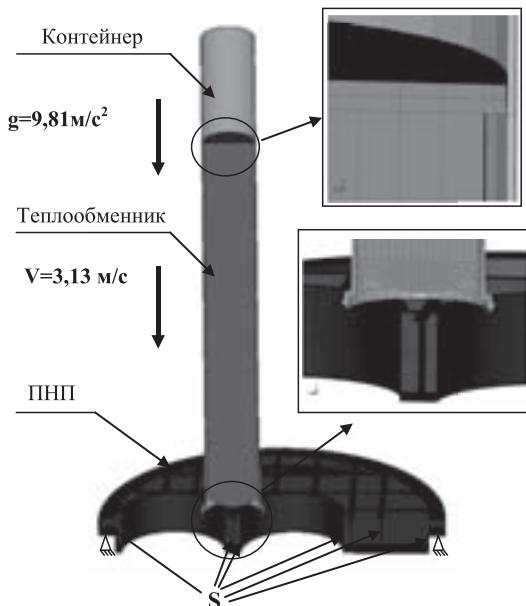


Рис. 3. Конечно-элементная расчетная модель

В качестве предельного состояния материала предлагается деформация разрушения $\varepsilon_{\text{пред}}$ при кратковременных стандартных испытаниях на одноосное растяжение образца, которая определяется по относительному сужению поперечного сечения образца в месте разрыва ψ : $\varepsilon_{\text{пред}} = \ln\left(\frac{1}{1 - 0,01 \cdot \psi}\right)$.

Для Ст3 при $\psi = 49\%$ величина $\varepsilon_{\text{пред}} = 0,67$.

Исходя из особенностей конструкции и условий нагружения, построена конечно-элементная модель конструкции контейнера с теплообменником и платформы (рис. 3).

В процессе соударения платформа испытывает упруго-пластические деформации. Самыми нагруженными элементами оказались обечайки проходок ПНП, где $\varepsilon_{\max} = 0,34$.

Для зон с максимальной пластической деформацией выполнена оценка целостности конструкции по критерию достижения величины предельной деформации. Условие целостности конструкции имеет вид: $\varepsilon_{\max} < \varepsilon_{\text{пред}}$.

Условие целостности конструкции выполняется.

Максимальный прогиб центральной части платформы в процессе соударения, может составить до 124 мм, но за счет упругих деформаций конечная величина прогиба (остаточная деформация) снизится до 60 мм. Анализ условий эксплуатации ПНП показал, что полученная деформация не приводит к нарушению его работоспособности.

По результатам полномасштабного математического 3D-моделирования на стадии проектирования в разрабатываемую конструкцию ПНП были внесены конструктивные изменения (за счет дополнительного обребрения были существенно уменьшены толщины листов, значительно снижена металоемкость), направленные на обеспечение радиационной безопасности РУ в ситуациях, связанных с ННЭ.

Примененный комплексный подход к решению поставленной задачи позволил оптимизировать конструкцию ПНП и сформировать транспортно-технологический тракт перемещения контейнера с теплообменником в границах реакторного зала.

1. Кольский Г. Исследование механических свойств материалов при больших скоростях нагружения // Механика. — 1950. — №4. — С. 108–119.
2. Johnson G. R., Cook W. H. A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures // Proceedings of the Seventh International Symposium on Ballistic, The Hague, The Netherlands, 1983.
3. Программный комплекс ANSYS Users Intoduction.

ОСНОВЫ АНАЛИТИЧЕСКОГО МЕТОДА КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ РЕШЕНИЯ КРАЕВЫХ ЗАДАЧ СТРОИТЕЛЬНОЙ МЕХАНИКИ ТОНКОСТЕННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

Ю. И. Виноградов, Д. Б. Молчанов

МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия

Развитие летательных аппаратов подразумевает переход к гиперзвуковым скоростям, что влечет за собой новые проблемы, в том числе связанные с расчетом конструкций на прочность. В связи с этим актуальна задача развития и разработки универсальных аналитических расчетных методов. Предлагается новый аналитический метод конечного элемента. Основы построения метода следующие.

1. Аппроксимация конструкции конечными элементами пластин и оболочек классических форм, для которых записывают уравнения механики деформирования. На первый взгляд высокая сложность или отсутствие математических моделей оболочек произвольной формы накладывает ограничение на класс решаемых задач. Однако, тот факт, что любая оболочка на относительно малом участке поверхности практически всегда может аппроксимироваться пологой оболочкой двойкой кривизны, позволяет обойти это ограничение.

2. Запись соответствующих уравнений в частных производных, например, в перемещениях.

3. Декомпозиция (расщепление) дифференциальных уравнений в частных производных и приведение их к системе обыкновенных дифференциальных уравнений и алгебраическим уравнениям связи.

4. Применение матричных аналитических методов решения обыкновенных дифференциальных уравнений в виде матриц функций Коши–Крылова, замечательным свойством которых является удовлетворение произвольным начальным условиям.

5. Построение и решение системы алгебраических уравнений относительно исключаемых величин краевой задачи.

Предлагаемый метод сохраняет главное достоинство МКЭ — возможность моделирования сложных конструкций конечными элементами простых форм. Сам метод при этом является аналитическим, так как решения дифференциальных уравнений находятся аналитически, т. е. с контролируемой погрешностью.

КОНЕЧНО-ЭЛЕМЕНТНЫЙ АНАЛИЗ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО ВЫПУЧИВАНИЯ ПОЛУСФЕРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК ПРИ КОНТАКТНОМ ВЗАИМОДЕЙСТВИИ С НЕДЕФОРМИРУЕМЫМ ИНДЕНТОРОМ*

Л. И. Вуцин, А. В. Демарева, А. И. Кибец, Ю. А. Шушкина

НИИМ ННГУ, Нижний Новгород, Россия

Для численного анализа упругопластического деформирования, потери устойчивости и закритического поведения оболочки применяется динамическая постановка задачи при малых скоростях нагружения [1]. Движение оболочки описывается с позиций механики сплошных сред с применением текущей лагранжевой формулировки [2, 3]. Уравнение движения выводится из баланса виртуальных мощностей. В качестве уравнений состояния используются соотношения теории течения [4]. Контакт оболочки и индентора описывается условиями непроникновения. Определяющая система уравнений дополняется начальными условиями и кинематическими граничными условиями.

Решение определяющей системы уравнений основано на методе конечных элементов и явной конечно-разностной схеме интегрирования по времени типа «крест» [5–8]. Для численного решения задачи контакта оболочки и индентора на несогласованных конечно-элементных сетках используется алгоритм [9]. Программная реализация конечно-элементной методики осуществлена в рамках вычислительного комплекса (ВК) «Динамика-3» [10].

На его основе выполнен расчет упругопластического выпучивания полусферической стальной оболочки, расположенной на неподвижной плите при квазистатическом вдавливании недеформируемого индентора. В расчетах варьировались геометрические параметры оболочки и форма инденторов, в качестве которых использовались круглая пластина, пластина с отверстием, цилиндрическая оболочка и цилиндрическая оболочка с продольными вырезами в зоне контакта. На основе результатов расчета построена зависимость контактной силы от смещения индентора. Проведен анализ влияния форм индентора на зависимость контактной силы от его смещения, величину критической нагрузки и закритическое поведение оболочки при немалых формоизменениях.

Полусферическая оболочка в процессе нагружения претерпевает значительные локальные формоизменения, характеризуемые большими смещениями и углами по-

*Работа выполнена при поддержке РФФИ и Правительства Нижегородской области в рамках научного проекта №15-48-02126 р_поволжье_a.

ворота конечных элементов как жесткого целого. Деформации поперечного сдвига не превышают 3%. Остаточные формы оболочки в расчете и эксперименте [11] хорошо согласуются друг с другом. По величинам предельных нагрузок и смещений индентора, при которых оболочка теряет устойчивость, вычислительный комплекс «Динамика-3» и эксперимент дают близкие результаты.

1. Баженов В. Г. и др. Особенности численного моделирования упругопластического выпучивания полусферических оболочек при нагружении жестким индентором // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. — 2016. — № 2. — С. 22–33.
2. Коробейников С. Н., Шутов А. В. Выбор отсчетной поверхности в уравнениях пластин и оболочек // Вычислительные технологии. — 2003. — Т. 8, № 6. — С. 38–59.
3. Поздеев А. А., Трусов П. В., Няшин Ю. И. Большие упругопластические деформации: теория, алгоритмы, приложения. — М.: Наука, 1986. — 232 с.
4. Казаков Д. А., Капустин С. А., Коротких Ю. Г. Моделирование процессов деформирования и разрушения материалов и конструкций: моногр. — Н. Новгород: Изд-во Нижегород. гос. ун-та, 1999. — 226 с.
5. Метод конечных элементов в механике твердых тел / Под ред. А. С. Сахарова и И. Альтенбаха. — Киев: Вища школа; Лейпциг: ФЕБ Фахбухферлаг, 1982. — 480 с.
6. Голованов А. И., Тюленева О. Н., Шигабутдинов А. Ф. Метод конечных элементов в статике и динамике тонкостенных конструкций. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2006. — 391 с.
7. Артемьева А. А. и др. Конечно-элементное моделирование упругопластического выпучивания незамкнутых сферических оболочек при сжатии // Проблемы прочности и пластичности. — 2012. — № 74. — С. 84–91.
8. Баженов В. Г. и др. Устойчивость и предельные состояния упругопластических сферических оболочек при статических и динамических нагрузлениях // ПМТФ. — 2014. — Т. 55, № 1. — С. 13–22.
9. Баженов В. Г., Жестков М. Н., Замятин В. А., Кибец А. И. Математическое моделирование развития запроектной аварии внутри корпуса реактора на быстрых нейтронах // Вестник ПНИПУ. Механика. — 2015. — № 3. — С. 5–14.
10. Вычислительный комплекс «Динамика-3». Научно-технический центр по ядерной и радиационной безопасности. Аттестационный паспорт программного средства. Регистрационный паспорт аттестации ПС № 325 от 18.04.2013.
11. Shariati M., Allahbakhsh H. R. Numerical and experimental investigations on the buckling of steel semi-spherical shells under various loadings // Thin-Walled Structures. — 2010. — V. 48, No. 8. — P. 620–628.

ДЕФОРМИРОВАНИЕ ВЯЗКОУПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО МАТЕРИАЛА СФЕРИЧЕСКОГО СЛОЯ, НАХОДЯЩЕГОСЯ ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ИЗМЕНЯЮЩЕГОСЯ СО ВРЕМЕНЕМ ДАВЛЕНИЯ*

К. Н. Галимзянова¹, Л. В. Ковтанюк¹, Г. Л. Панченко^{2,3}

¹*ИАПУ ДВО РАН, Владивосток, Россия;*

²*ИМиМ ДВО РАН, Комсомольск-на-Амуре, Россия;* ³*ВГУЭС, Владивосток, Россия*

Рассмотрим деформирование сферического слоя, ограниченного поверхностями $r = r_0$ и $r = R$ ($r_0 < R$), при выполнении следующих граничных условий

$$\sigma_{rr}|_{r=R} = -p(t), \quad \sigma_{rr}|_{r=r_0} = 0. \quad (1)$$

*Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект 16-31-60017мол_а_дк), программы фундаментальных научных исследований «Дальний Восток» (0262-2015-0064, 0262-2015-0065).

В условиях (1) $p(t)$ — известная возрастающая со временем функция, σ_{rr} — компонента тензора напряжений в сферической системе координат (r, θ, φ) .

Считаем, что полные деформации d_{ij} складываются из обратимых (упругих) e_{ij} и необратимых p_{ij} деформаций [1]:

$$d_{ij} = e_{ij} + p_{ij}. \quad (2)$$

Будем учитывать реологические эффекты на стадии деформирования, предваряющей пластическое течение, или на стадии разгрузки. Поэтому необратимые деформации накапливаются в материале непосредственно с начала процесса деформирования. При этом необратимые деформации p_{ij} могут быть и деформациями ползучести, и пластическими деформациями.

Напряжения в среде полностью определяются обратимыми деформациями и связаны с ними законом Гука

$$\sigma_{ij} = \lambda e_{kk} \delta_{ij} + 2\mu e_{ij}, \quad (3)$$

в котором λ, μ — параметры Ламе.

Диссипативный механизм деформирования связем только с вязкими и пластическими свойствами материалов. В областях, где напряженное состояние еще не достигло поверхности текучести, или, где пластическое течение происходило, но прекратилось, диссипативный механизм деформирования зададим в форме закона ползучести Нортона [2]:

$$V(\sigma_{ij}) = B\Sigma^n(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3), \quad \Sigma = \max |\sigma_i - \sigma_j|, \quad \gamma_{ij} = \varepsilon_{ij}^\nu = \frac{\partial V}{\partial \sigma_{ij}}. \quad (4)$$

Здесь $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ — главные значения тензора напряжений; ε_{ij}^ν — скорости деформаций ползучести; B, n — заданные параметры ползучести материала.

При достижении напряженным состоянием поверхности текучести, диссипативный механизм меняется: начинается пластическое течение. В качестве такой поверхности будем использовать условие пластичности Треска

$$f(\sigma_{ij}) = \max |\sigma_i - \sigma_j| - 2k, \quad \gamma_{ij} = \varepsilon_{ij}^p = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}, \quad \lambda > 0, \quad (5)$$

где ε_{ij}^p — тензор скоростей пластических деформаций, k — предел текучести.

Интегрируя уравнение равновесия (квазистатическое приближение) с учетом соотношений (2)–(4) и использованием краевых условий (1), для определения компоненты деформации ползучести $p_{rr}(r, t) = -2p_{\varphi\varphi}$ получим уравнение

$$p_{rr} - \frac{3(\lambda + 2\mu)}{2\mu(3\lambda + 2\mu)} \frac{r_0^3 R^3}{r^3(R^3 - r_0^3)} \left(p(t) + \frac{2\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + 2\mu} \int_{r_0}^R \frac{p_{rr}}{r} dr \right) = -\frac{\lambda + 2\mu}{\mu(3\lambda + 2\mu)} \left(\frac{1}{Bn} \frac{\partial p_{rr}}{\partial t} \right)^{\frac{1}{n-1}}.$$

Уравнение (6) справедливо до момента времени $t = t_0$, в который на внутренней поверхности $r = r_0$ выполнится условие пластичности (5). Начиная с этого момента времени, от поверхности $r = r_0$ развивается область пластического течения $r_0 \leq r \leq m(t)$, а область $m(t) \leq r \leq R$ остается областью с деформациями упругости и ползучести. Таким образом, граница $r = m(t)$ является движущейся границей области пластического течения. Уравнение равновесия теперь необходимо проинтегрировать отдельно в области пластического течения и в области с деформациями упругости и ползучести. Из условий непрерывности компонент напряжений σ_{rr} и

$\sigma_{\varphi\varphi}$ на границе $r = m(t)$ получим систему уравнений для определения функций $m(t)$ и $p_{rr}(r, t)$ в области $m(t) \leq r \leq R$

$$\begin{aligned} p_{rr} - \frac{3(\lambda + 2\mu)}{2\mu(3\lambda + 2\mu)} \frac{m^3 R^3}{r^3(R^3 - m^3)} \left(p(t) - 4k \ln \frac{m}{r_0} + \frac{2\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + 2\mu} \int_m^R \frac{p_{rr}}{r} dr \right) = \\ = -\frac{\lambda + 2\mu}{\mu(3\lambda + 2\mu)} \left(\frac{1}{Bn} \frac{\partial p_{rr}}{\partial t} \right)^{\frac{1}{n-1}}, \quad \left(\frac{1}{Bn} \frac{\partial p_{rr}(m, t)}{\partial t} \right)^{\frac{1}{n-1}} = 2k. \end{aligned}$$

В области $r_0 \leq r \leq m(t)$ функция $p_{rr}(r, t)$ имеет вид

$$p_{rr} = \frac{3(\lambda + 2\mu)}{2\mu(3\lambda + 2\mu)} \frac{m^3 R^3}{r^3(R^3 - m^3)} \left(p(t) - 4k \ln \frac{m}{r_0} + \frac{2\mu(3\lambda + 2\mu)}{\lambda + 2\mu} \int_m^R \frac{p_{rr}}{r} dr \right) - \frac{2(\lambda + 2\mu)k}{\mu(3\lambda + 2\mu)}.$$

В некоторый момент времени $t = t_1$ внешнее нагружающее давление начинает уменьшаться. В области с накопленными необратимыми деформациями $r_0 \leq r \leq m(t_1)$ при разгрузке пластические деформации не изменяются. Деформации ползучести во всем сферическом слое вычисляются из уравнения (6), в котором функция $p(t)$ заменяется на убывающую со временем функцию $p_1(t)$.

1. Белых С. В., Бормотин К. С., Буренин А. А., Ковтанюк Л. В., Прокудин А. Н. О больших изотермических деформациях материалов с упругими, вязкими и пластическими свойствами // Вестник ЧГПУ им. И. Я. Яковлева. Серия: Механика предельного состояния. — 2014. — № 4(22). — С. 145–157.
2. Norton F. H. The creep steel of high temperature. — N.-Y.: McGraw Hill, 1929. — 110 р.
3. Вержбицкий В. М. Численные методы (математический анализ и обыкновенные дифференциальные уравнения): Учеб. пособие для вузов. — М.: Выш. шк., 2001. — 382 с.

УДАРНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ОБОЛОЧКИ КОСМИЧЕСКОГО АППАРАТА С ЧАСТИЦАМИ КОСМИЧЕСКОГО МУСОРА*

А. В. Герасимов, С. В. Пашков, Ю. Ф. Христенко

НИИПММ ТГУ, Томск, Россия

Исследование процессов взаимодействия оболочек космических аппаратов с потоками техногенных и естественных осколков является необходимым как с точки зрения сохранения целостности космических аппаратов при ударе достаточно крупными осколками, так и с целью определение эрозии элементов конструкций при действии потоков ультрамелких частиц. Следовательно, обеспечение стойкости оболочек космических аппаратов к соударениям с микрочастицами космических тел и космического мусора представляет собой важную практическую задачу. Уравнения, описывающие пространственное адиабатное движение прочной сжимаемой среды, являются дифференциальными следствиями фундаментальных законов сохранения массы, импульса и энергии. В общем случае они приведены в [1–3].

Для расчета упругопластического течения ударника и преграды использовалась методика, реализованная на тетраэдрических ячейках и базирующаяся на совместном использовании метода Уилкинса для расчета внутренних точек тела и метода

*Работа выполнена при частичной поддержке грантов РФФИ №16-08-00037а, №15-08-06689а и №15-08-02265а.

Джонсона для расчета контактных взаимодействий [4, 5]. Естественная фрагментация ударников и преграды рассчитывалась с помощью введения вероятностного механизма распределения начальных дефектов структуры материала для описания отрывных и сдвиговых трещин. В качестве критерия разрушения при интенсивных сдвиговых деформациях в задачах использовалось достижение эквивалентной пластической деформацией своего предельного значения. Начальные неоднородности моделировались заданием распределения предельной эквивалентной пластической деформации по ячейкам оболочки с помощью модифицированного генератора случайных чисел, выдающего случайную величину, подчиняющуюся выбранному закону распределения [6, 7].

Для валидации вероятностной модели и численного метода были проведены тестовые расчеты взаимодействия стальных шариков с алюминиевыми пластинаами. Глубина и ширина рассчитанных кратеров сравнивалась с экспериментальными данными [8], полученными с помощью легкогазовых установок. На рис. 1, *a* и *б* представлены результаты численного моделирования и сравнение их с экспериментами. Рассматривалось соударение стального шарика (stainless steel 304L) и алюминиевой преграды (aluminum 6061-T6). Диаметр шарика 5 мм. Полученные результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными.

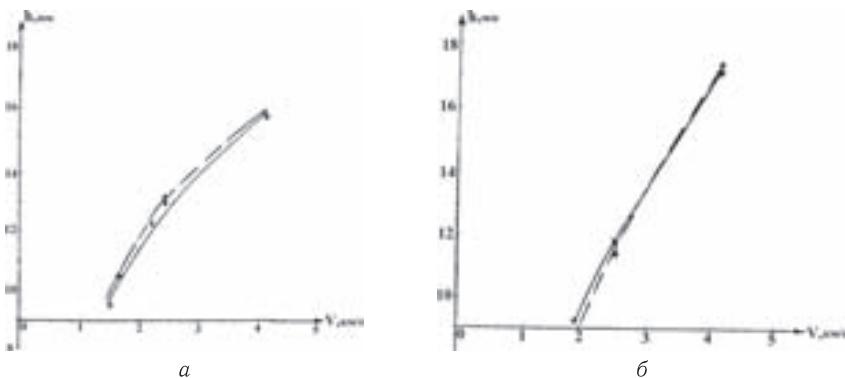


Рис. 1. Расчетные (штриховые линии) и экспериментальные данные (сплошные линии) глубины (*а*) и диаметра (*б*) кратера

На рис. 2 приведены результаты расчетов соударения алюминиевого шарика диаметром 1 мм с алюминиевой пластиной толщиной 5 мм со скоростью 3000 м/с.

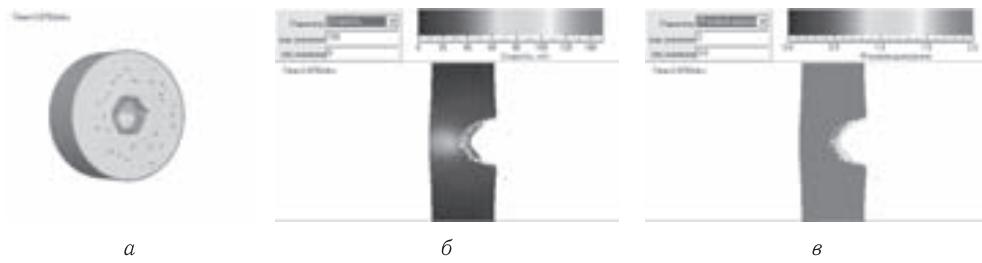


Рис. 2. Расчетная 3D-область (*а*) и 2D-сечения расчетной области: скорость (*б*) и фазовая диаграмма (*в*)

Глубина и ширина кратера, а также характер деформирования, разрушения и фрагментации шарика и преграды приведены на рис. 2, *а* и *б*.

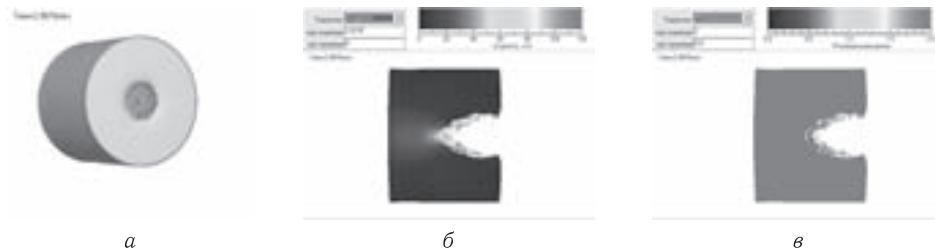


Рис. 3. Расчетная 3D-область (а) и 2D-сечения расчетной области: скорость (б) и фазовая диаграмма (в)

Результаты расчетов соударения стального шарика диаметром 1 мм с алюминиевой пластины толщиной 5 мм со скоростью 3000 м/с приведены на рис. 3.

1. Физика взрыва / Под ред. К. П. Станюковича. — М.: Наука, 1975.
2. Уилкинс М. Л. Расчет упругопластических течений // Вычислительные методы в гидродинамике. — М.: Мир, 1967. — С. 212–263.
3. Wilkins M. L. Modelling the behaviour of materials // Proc. of the Intern.conf. «Structural impact and crashworthiness». 16–20 July, London. — London; New York, 1984. — V. 2. — P. 243–277.
4. Уилкинс М. Л. Расчет упругопластических течений // Вычислительные методы в гидродинамике. — М.: Мир, 1967. — С. 212–263.
5. Johnson G. R., Colby D. D., Vavrick D. J. Tree-dimensional computer code for dynamic response of solids to intense impulsive loads // Int. J. Numer. Methods Engng. — 1979. — V. 14, No. 12. — P. 1865–1871.
6. Герасимов А. В. и др. Высокоскоростной удар. Моделирование и эксперимент. — Томск: Изд-во НТЛ, 2016. — 568 с.
7. Gerasimov A. V., Dobritsa D. B., Pashkov S. V., Khristenko Yu. F. Theoretical and Experimental Study of a Method for the Protection of Spacecraft from High-Speed Particles // Cosmic Research. — 2016. — V. 54, No. 2. — P. 118–126.
8. Harrison W., Loupias C., Outrebon P., Turland D. Experimental data and hydrocode calculations for hypervelocity impacts of stainless steel into aluminium in the 2–8 km/range // Int. J. Impact. Engng. — 1995. — V. 17. — P. 363–374.

МОДЕЛИРОВАНИЕ КИНЕМАТИЧЕСКИХ СОСТОЯНИЙ КЛИНОВЫХ МЕХАНИЗМОВ СВОБОДНОГО ХОДА В УСЛОВИЯХ СЛОЖНОГО НАГРУЖЕНИЯ

А. А. Гончаров, Ан.А. Гончаров, А. Е. Годенко

ВолгГТУ, Волгоград, Россия

В докладе приводятся результаты гранично-элементного моделирования контактного взаимодействия элементов клиновых механизмов свободного хода (МСХ) [1] в фазе активного нагружения. МСХ представляют собой самотормозящиеся триботехнические системы, структура и поведение которых зависит от геометрических параметров элементов, реализуемых в кинематических парах (КП) коэффициентов трения, и условий нагружения. В импульсных передачах МСХ работают в режиме выпрямителя механических колебаний, когда силовое взаимодействие элементов осуществляется в условиях скользящего контакта при действии переменных нагрузок, приведенных к ведущему и ведомому звеньям механизма.

Замкнутый эксплуатационный цикл МСХ в соответствии с характером изменения нагрузки, подразделяется на периоды, в пределах которых механизм имеет различную структуру, а его элементы находятся в различных кинематических состояниях. Поэтому специфической особенностью моделирования является учет особых условий деформирования изменяемой структуры, обусловленных наличием существенно неидеальных внутренних связей. Актуальность исследования обусловлена необходимостью определения силовых условий для осуществления структурных переходов.

Постановка задачи. Сформулирована плоская обратная статическая контактная задача теории упругости для триботехнической системы самотормозящегося МСХ (рис. 1), в которой вал-эксцентрик является недеформируемым телом, в области его контакта с жестко закрепленным ведущей обойме подшипником отсутствует трение; упругие элементы МСХ — подшипник, обоймы и клин — имеют идеально сопрягаемые контактные поверхности. В качестве входных параметров модели использовались упругие постоянные конструкционных материалов: модули Юнга и коэффициенты Пуассона; геометрические размеры звеньев: эксцентризитет e , радиус вала r_o , толщина подшипника h , а также радиусы обойм (клина) соответственно r , R , R_1 и углы радиальных срезов клина φ_1 , φ_2 . В областях контакта клина с обоймами считались заданными коэффициенты граничного трения f_{AC} , f_{BD} . Внешняя нагрузка создавалась вращающим моментом M_o и моментом полезной нагрузки M_C , приведенными к валу-эксцентрику и ведомой обойме.

Система граничных интегральных уравнений, составленных для узловых значений нормальных и касательных перемещений (u_n , u_s), и поверхностных усилий (σ_n , σ_s) приводит к построенной в локальной системе координат (касательная — s , нормаль — n) системе линейных алгебраических уравнений:

$$Y_s^i = \sum_{j=1}^N C_{ss}^{ij} X_s^j + \sum_{j=1}^N C_{sn}^{ij} X_n^j; \quad Y_n^i = \sum_{j=1}^N C_{ns}^{ij} X_s^j + \sum_{j=1}^N C_{nn}^{ij} X_n^j; \quad (i = 1, \dots, N), \quad (1)$$

где N — общее число граничных элементов; Y_s^i , Y_n^i — линейные комбинации известных параметров, задаваемых как граничные условия; $C_{ss}^{ij}, \dots, C_{nn}^{ij}$ — коэффициенты влияния, связанные с неизвестными граничными параметрами X_s^i , X_n^i .

Уравнения статического равновесия (1) дополняют смешанные граничные условия, имитирующие воздействие механической нагрузки, внешние и внутренние связи триботехнической системы МСХ.

Метод решения. Самотормозящийся МСХ при действии переменных нагрузок может находиться в одном из трех состояний — в тяговом режиме, в состоянии равновесия или в состоянии проскальзывания. Реализация указанных состояний непосредственно связана с процессами вырождения и восстановления КП клина с обоймами, физическую сущность которых наиболее достоверно описывают явления макро- и микроскольжения звеньев. В качестве универсальных критериев, определяющих условия трения и контакта, использовались характеристики,

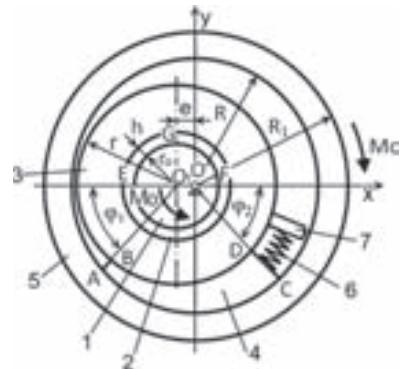


Рис. 1. Расчетная схема клинового МСХ: 1 — вал-эксцентрик, 2 — подшипник, 3 — ведущая обойма, 4 — клин, 5 — ведомая обойма, 6 — пружина, 7 — упор

связывающие в рамках закона трения Амонтона статус МСХ с распределениями поверхностных усилий в КП клина с обоймами, в которых граничные условия на участках жесткого сцепления (2) и проскальзывания (3) описывают силовые контактные соотношения:

$$|\sigma_s| \leq f_{BD}|\sigma_n|, \quad |\sigma_s| \leq f_{AC}|\sigma_n|, \quad (2)$$

$$|\sigma_s| = f_{BD}|\sigma_n|, \quad |\sigma_s| = f_{AC}|\sigma_n|, \quad (3)$$

где σ_n , σ_s — нормальные давления и силы трения соответственно в областях контакта звеньев АС и BD.

Методика численного решения контактной задачи построена на поэтапном решении системы уравнений статического равновесия МСХ с учетом ограничений (2), (3). Наличие зон жесткого сцепления в областях контакта является характерным признаком образования фрикционной связи между звеньями и дальнейшего их совместного движения, полное отсутствие указанных зон или их эволюционное вырождение при нагружении означает переход системы в состояние скольжения. Данный подход реализован в контактных алгоритмах вычислительной системы «ВЕА» [2].

Результаты моделирования. Модель использовалась для исследования контактного взаимодействия элементов МСХ при истории нагружения, схематично представленной в виде: $M_o = 0, \dots, M_o^{\max}$, $M_c = \text{const}$. Выполнен анализ влияния касательной нагрузки, создаваемой M_c , на условия фрикционного сцепления звеньев, установлены соотношения между внешними моментами, при которых обеспечивается самозаклинивание МСХ и передача полезной нагрузки, получены оценки величины момента трения, реализуемого механизмом при различных условиях трения.

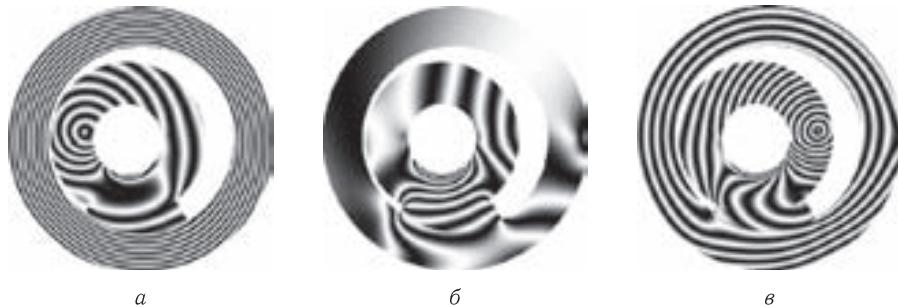


Рис. 2. Изолинии суммарных перемещений: *а* — $M_o = 1,87$ Нм; *б* — $M_o = 2,53$ Нм; *в* — $M_o = 2,86$ Нм

На рис. 2 представлены три характерные картины мгновенных перемещений самотормозящегося МСХ при действии переменного момента M_o ($M_c = 2,0$ Нм). Они иллюстрируют трансформирование кинематического состояния МСХ при увеличении нагрузки на ведущем звене. При действии момента $M_o = 1,87$ Нм МСХ имеет две степени свободы и находится в состоянии проскальзывания — клин жестко связан только с ведущей обоймой. Разрывы порядков полос на клине и ведомой обойме показывает полное отсутствие их сцепления. На рис. 2, *б*, *в* показано заклиниенное состояние МСХ с одной степенью свободы — клин имеет сцепления с обеими обоймами. При $M_o = 2,53$ Нм МСХ находится в состоянии равновесия — ведомая обойма заторможена, дальнейшее увеличение момента ($M_o = 2,86$ Нм) приводит к совместному движению звеньев и передаче нагрузки в тяговом режиме.

- Благонравов А. А. Механические бесступенчатые передачи нефрикционного типа. — М.: Машиностроение, 1977. — 145 с.
- Гончаров А. А. Самотормозящиеся клиновые механизмы свободного хода. — Волгоград: ВолГТУ, 2015. — 200 с.

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗВИТИЯ ТРЕЩИН В ЭЛЕМЕНТАХ КОНСТРУКЦИЙ С КОНЦЕНТРАТОРОМ В УСЛОВИЯХ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНОЙ ПОЛЗУЧЕСТИ*

В. А. Горохов, С. А. Капустин, Ю. А. Чурилов

НИИМ ННГУ, Нижний Новгород, Россия

Современные подходы к решению задач прочности конструкций наиболее широко используют методы линейной и нелинейной механики разрушения, занимающиеся изучением заключительной стадии разрушения — развития магистральной трещины. Значительно меньше уделяется внимания изучению начального периода разрушения, связанного с накоплением повреждений. Однако трещина зарождается и развивается в объемах материала, подготовленных к разрушению в пределах начальной стадии. Поэтому моделирование реальных процессов разрушения конструкций должно обеспечивать возможность описания протекания этих процессов как на начальной, так и на заключительной стадиях.

В настоящем докладе рассматривается численная методика исследования процессов разрушения конструкций в рамках соотношений механики поврежденной среды [1], позволяющей исследовать поведение конструкций с учетом особенностей процессов разрушения как на начальной стадии зарождения, так и на заключительной стадии развития трещин.

Приводятся результаты расчетного исследования закономерностей развития трещин в цилиндрическом образце с концентратором в условиях высокотемпературной ползучести, полученные с помощью предлагаемой методики.

Для описания процессов ползучести используется модель [1, 2], основанная на гипотезе существования поверхности ползучести и градиентальности к ней вектора скорости деформации ползучести \dot{e}_{ij}^c .

Скорость деформаций ползучести связана с девиатором эффективных напряжений σ'_{ij} следующими соотношениями:

$$\dot{e}_{ij}^c = \sigma'_{ij} \cdot L(T, \theta) \cdot H(T, \tau, \theta), \quad (1)$$

$$\theta = \frac{\sigma'_{ij} \sigma'_{ij} - C_c^2}{C_c^2}, \quad (2)$$

где $H(T, \tau, \theta)$ — функция упрочнения, характеризующая изменение начальной скорости ползучести \dot{e}_{ij}^c от параметра τ (при $\tau_0 = 0$ $H(T, \theta, \tau_0) = 1,0$); $C_c = C_c(T)$ — радиус поверхности ползучести, зависящий только от температуры; $L(T, \theta)$ — функция, характеризующая начальную скорость ползучести, отнесенную к единичному напряжению при уровне напряжений, определяемых параметром θ . В качестве параметра τ может приниматься либо время ползучести $\tau = t$, либо длина траектории деформации ползучести $\tau = k_c = \int [(2/3)\dot{e}_{ij}^c \dot{e}_{ij}^c]^{1/2} dt$, либо энергия диссипации $\tau = \int_0^t \sigma'_{ij} \dot{e}_{ij}^c dt$.

*Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект №17-08-01404).

В качестве переменной, определяющей процесс накопления повреждений при ползучести, принимается соответствующая доля энергии диссипации, изменение которой на шаге нагружения может быть записано в виде [1, 2]:

$$\Delta V = \sigma'_{ij} \cdot \Delta e_{ij}^c. \quad (3)$$

Соответствующее изменение функции поврежденности

$$\Delta\psi = \frac{\Delta V}{V^R}, \quad (4)$$

где $V^R = V^R(\Pi, T)$ — предельное значение энергии диссипации при ползучести, отвечающее текущему виду НДС и действующей температуре.

Зависимость функции V^R от вида напряженно-деформированного состояния (НДС) и температуры может приниматься по аналогии с пластичностью на основе соотношения

$$V^R = f(\Pi) \cdot V_0^R(T), \quad (5)$$

где $V_0^R(T)$ — предельное значение энергии диссипации ползучести при одноосном растяжении, $f(\Pi)$ — функция вида НДС ($0 \leq f(\Pi) < \infty$), определяемая на основе аппроксимации полученной из экспериментов зависимости V^R от вида НДС.

Вклад рассматриваемого вида поврежденности в изменение меры поврежденности принимается в виде

$$\Delta\omega = s \cdot \bar{\omega}^{\frac{s-1}{s}} \cdot \Delta\psi, \quad (6)$$

где $s = s(T)$ — функция материала.

На основе рассмотренных выше моделей в рамках вычислительного комплекса УПАКС [3] разработаны методика и программа [1, 4] решения на основе МКЭ задач зарождения и развития трещин в конструкциях в условиях высокотемпературной ползучести.

С помощью разработанного методического и программного обеспечения выполнено численное исследование развития трещин в цилиндрическом образце с концентратором в виде углового надреза. Моделирование проводилось в осесимметричной постановке. Длина рассматриваемого фрагмента рабочей части образца — 14 мм, диаметр образца — 10 мм, глубина надреза — 1 мм. Нагрузка на образец задавалась за три этапа: 1) прогрев до рабочей температуры; 2) растяжение с фиксированным уровнем осевых напряжений по торцам образца; 3) выдержка нагруженного образца в течение заданного времени.

По результатам численного моделирования деформирования и разрушения образца при фиксированной температуре установлены закономерности развития трещины в зависимости от уровня приложенных нагрузок, концентрации напряжений и схем конечно-элементной дискретизации.

1. Капустин С. А., Чурилов Ю. А., Горохов В. А. Моделирование нелинейного деформирования и разрушения конструкций в условиях многофакторных воздействий на основе МКЭ: монография. — Н. Новгород: Изд-во Нижегородского госуниверситета им. Н. И. Лобачевского, 2015. — 347 с.
2. Капустин С. А., Казаков Д. А., Чурилов Ю. А., Галущенко А. И., Вахтеров А. М. Экспериментально-теоретическое изучение поведения изделий из жаропрочного сплава в условиях высокотемпературной ползучести // Проблемы прочности и пластичности. — 2008. — Вып. 70. — С. 98–108.
3. Вычислительный комплекс УПАКС. Научно-технический центр по ядерной и радиационной безопасности. Аттестационный паспорт программного средства. Регистрационный паспорт аттестации ПС №147 от 31.10.2002.

4. Горохов В. А., Капустин С. А., Чурилов Ю. А. Численное моделирование процесса разрушения экспериментального образца с концентратором в условиях плоского изгиба // Проблемы машиностроения и надежности машин. — 2010. — № 6. — С. 47–53.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ МИКРОГЕОМЕТРИИ ПОВЕРХНОСТЕЙ НА ХАРАКТЕРИСТИКИ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ И СИЛУ ТРЕНИЯ*

И. Г. Горячева

ИПМех РАН, Москва, Россия

Представлены математические модели, позволяющие изучить влияние параметров микрогеометрии поверхности на контактные характеристики в условиях сближения двух шероховатых поверхностей, а также при их фрикционном взаимодействии.

Построено решение контактной задачи о сближении при нагружении нормальным давлением двух номинально плоских полупространств, одно из которых является упругим и обладает гладкой поверхностью, а другое — жестким и имеет поверхностную шероховатость в виде регулярно расположенных выступов. Проведен анализ влияния формы выступов, их высотного распределения, а также плотности расположения пятен контакта на распределение контактных давлений, фактическую площадь контакта, а также сближение полупространств под действием приложенного номинального давления. Полученное решение использовано для определения функции дополнительной податливости при контактном взаимодействии двух тел с заданной макро- и микрогеометрией и для построения интегрального уравнения для определения распределения номинальных (осредненных) контактных давлений на макроуровне с учетом параметров микрогеометрии взаимодействующих поверхностей. Отмечены некоторые особенности распределения давлений на макроуровне, связанные с наличием поверхности шероховатости. Развитый подход к рассмотрению контактного взаимодействия упругих тел с шероховатыми поверхностями на двух масштабных уровнях позволяет рассчитать как характеристики дискретного контакта (фактические давления, фактическую площадь контакта, зазор между телами), так и распределения номинальных давлений, номинальную площадь контакта, а также сближение тел под нагрузкой. Существенной особенностью предложенного алгоритма расчета характеристик дискретного и номинального контактов является учет взаимного влияния пятен фактического контакта микроперовностей деформируемых тел.

Разработаны методы решения контактных задач, рассматривающих скольжение жесткого тела, поверхность которого имеет регулярный рельеф, по тонкому вязкоупругому слою, скрепленному с жестким или упругим основанием. Рассмотрены различные формы поверхностного рельефа (одномерная и двойкопериодическая синусоидальная волнистость, сферические выступы) и разные условия контактного взаимодействия (контакт сухих и смазанных поверхностей). На основании построенных решений проведена оценка влияния параметров микрогеометрии поверхности на распределение контактных давлений, фактическую площадь контакта и деформационную составляющую силы трения при фрикционном взаимодействии смазанных поверхностей, когда можно пренебречь касательными напряжениями

*Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 17-01-00352.

в области контактного взаимодействия. В результате моделирования удалось выявить некоторые новые механические эффекты, связанные с пространственным расположением выступов. В частности, для двоякопериодической формы рельефа поверхности установлена возможность слияния областей контакта в направлении, перпендикулярном направлению относительного перемещения поверхностей, при некоторых скоростях скольжения индентора. Показано, что наличие жидкости в зазоре между шероховатыми поверхностями может приводить к уменьшению фактической области контакта и снижению коэффициента трения в определенном диапазоне изменения скорости скольжения.

Полученные результаты могут быть использованы для разработки способов управления функциональными характеристиками узлов трения за счет выбора оптимального поверхностного рельефа.

РАЗВИТИЕ КИНЕТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИНАМИЧЕСКОГО НЕУПРУГОГО ПОВЕДЕНИЯ ХРУПКИХ МАТЕРИАЛОВ*

A. С. Григорьев, Е. В. Шилько, С. Г. Псахье

ИФПМ СО РАН, Томск, Россия

Известно, что упругие, реологические и прочностные свойства хрупких материалов чувствительны к скорости деформирования и могут существенно отличаться от соответствующих «статических» характеристик. Традиционно в аналитических и численных моделях пластичности применяется подход, учитывающий чувствительность неупругих свойств материала к динамике изменения локального напряженно-деформированного состояния. В его основе лежит введение зависимостей параметров применяемых моделей пластичности и разрушения от скорости деформации $\dot{\varepsilon}$. Однако скорость деформации (в отличие от физической массовой скорости) является техническим параметром, характеризующим усредненную по объему скорость изменения размеров образца или его фрагмента. При этом локальные значения $\dot{\varepsilon}$ могут существенно отличаться от интегральной величины. Альтернативным способом описания поведения материалов в условиях динамического нагружения является подход, развитый в работах таких авторов как Журков, Регель, Петров, Морозов. В рамках данного подхода в качестве основного параметра динамического деформационного отклика материала используется характерное время деградации материала T . Параметр T является физическим и, как правило, характеризует динамику зарождения и развития магистральной трещины в образце или фрагменте материала или формирование системы микроповреждений, обусловливающие макроскопически неупругое поведение этого фрагмента.

Главной идеей кинетической модели динамического неупругого поведения хрупких материалов, развиваемой в представленной работе, является учет конечного времени процесса релаксации локальных напряжений, обусловленного возникновением повреждений различного масштаба. В современных кинетических моделях неупругости и прочности хрупких материалов, как правило, применяются интегральные критерии разрушения, основанные на вычислении приращения импульса

*Работа выполнена в рамках Программы фундаментальных научных исследований государственных академий наук на 2013–2020 годы.

нагружения за некоторое время τ , называемое временем инкубации разрушения. Такой интегральный критерий разрушения можно записать в виде:

$$\int_{t-\tau}^t \sigma(t') dt' = \sigma_c^{st} \tau, \quad (1)$$

где $\sigma(t')$ — скалярный параметр напряженного состояния, t — время. В различных реализациях критерия в качестве силового параметра используется максимальное главное напряжение, либо комбинация инвариантов тензора напряжений.

Экспериментальное определение величины параметра τ является сложной задачей. Более того, его количественное значение зависит от пространственного масштаба рассматриваемого образца. Поэтому в данной работе предлагается упрощенная силовая форма динамического критерия разрушения (1):

$$\sigma = \sigma_c^{dyn}, \quad (2)$$

где σ_c^{dyn} — динамическое значение предела прочности материала. Такая формулировка критерия (1) подразумевает, что при достижении скалярным силовым параметром σ статического предела прочности (σ_c^{st}) в момент времени t_0 начинается процесс разрушения. Длительность этого процесса определяется динамикой изменения параметра σ при $t > t_0$. К моменту формирования разрушающей трещины (при $t = t_{fr}$) величина параметра σ составит некоторое значение $\sigma_c^{dyn} \geq \sigma_c^{st}$ (конкретное значение σ_c^{dyn} зависит от динамики изменения напряженного состояния в период времени $(t_{fr} - t_0)$). Предположим, что за время формирования трещины скорость деформации не претерпевает существенных изменений. В этом случае скорость роста параметра σ за время $(t_{fr} - t_0)$ также не претерпит существенных изменений. В рамках данного предположения время разрушения $(t_{fr} - t_0)$, локальная скорость деформации и динамический предел прочности однозначно связаны между собой. При этом значение любого параметра из тройки $(\sigma_c^{dyn}, (t_{fr} - t_0), \dot{\varepsilon})$ может быть однозначно определено, если известны значения двух других параметров.

В частном случае одноосного сжатия с постоянной скоростью их связь может быть записана в следующем виде:

$$T_f = t_{fr} - t_0 = \frac{\sigma_c^{dyn} - \sigma_c^{st}}{E\dot{\varepsilon}}, \quad (3)$$

где σ_c^{st} и σ_c^{dyn} — статическое и динамическое значения предела прочности материала при одноосном сжатии, E — модуль Юнга, $\dot{\varepsilon}$ — скорость осевой деформации, T_f — время разрушения (в общем случае отличное от времени инкубации τ). Аналогичное соотношение можно записать и для одноосного динамического растяжения.

Пусть для некоторого заданного вида напряженного состояния (в общем случае отличного от одноосного нагружения) известна зависимость $T_f(\sigma_c^{dyn})$, полученная при постоянной скорости деформирования. Тогда для определения момента в каждый момент времени $t > t_0$ после достижения статического предела прочности производится проверка неравенства:

$$\sigma(t) \geq \sigma_c^{dyn}(T_f), \quad (4)$$

где $\sigma(t)$ — текущее локальное значение силового параметра, $T_f = t - t_0$, а значение σ_c^{dyn} определяется из «калибровочной» зависимости $T_f(\sigma_c^{dyn})$. При выполнении условия (4) (в момент времени t_{fr}) динамическая прочность материала считается

достигнутой, процесс инкубации завершенным, и происходит локальное разрушение материала. Соответствующие величины $T_f = t_{fr} - t_0$ и σ_c^{dyn} рассматриваются как локальные значения времени разрушения и динамической прочности.

Чувствительными к скорости нагружения являются не только прочностные, но и реологические свойства хрупких материалов. Это связано с тем, что неупругий отклик хрупких материалов связан с возникновением системы внутренних несплошностей (повреждений и микротрецчин), формирование которых длится конечное время. Поэтому модель динамического неупругого отклика хрупких материалов может быть построена на основе формализма кинетической теории прочности аналогичным образом. В рамках данной модели предполагается, что скорость деформации и скорость изменения параметра напряженного состояния остаются постоянными в течение времени релаксации (конкретный вид параметра σ может быть отличным от того же в динамическом критерии разрушения). В этом случае динамический предел текучести является однозначной монотонно убывающей функцией времени релаксации. Для частного случая одноосного нагружения вид данной зависимости можно получить из уравнения, аналогичного (3), с использованием пределов текучести вместо пределов прочности. При этом форма записи динамического критерия пластичности в общем случае идентична (2). Конкретный вид этого критерия определяется применяемой моделью пластичности.

Развитый подход, основанный на идеях кинетической теории прочности, может быть использован для построения моделей динамического поведения хрупких материалов в рамках различных численных методов, включая МКР, МКЭ и МДЭ.

УТОЧНЕННЫЕ ПОСТАНОВКИ ЗАДАЧ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ОПРЕДЕЛЯЮЩИХ ХАРАКТЕРИСТИК КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ И КОНСТРУКЦИЙ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ ФАКТОРОВ ВНЕШНЕЙ СРЕДЫ И МЕТОДЫ ИХ РЕШЕНИЯ

Е. Л. Гусев^{1,2}

¹ИПНГ СО РАН, Якутск, Россия; ²ИМИ СВФУ, Якутск, Россия

В настоящее время проблемы математического моделирования задач прогнозирования ресурса, надежности конструкций из полимерных композитов в условиях Крайнего Севера, Арктической зоны, при воздействии экстремальных климатических факторов внешней среды, решаются в значительно упрощенных постановках, не учитывающих значительное число факторов, оказывающих существенное влияние на точность решения. В частности, не учитывается свойство некорректности по А. Н. Тихонову задач прогнозирования, как обратных задач математической физики [1]; не учитывается дополнительная информация о законах распределения ошибок измерения определяющих свойств полимерных композитов; не разработана теория построения оценок точности прогноза, применяемые методы прогнозирования остаточного ресурса полимерных композитов не учитывают современных достижений в области математического моделирования, связанных с многомерным регрессионным анализом, современной теорией распознавания образов, современным кластерным анализом.

В соответствии с этим, актуальной является проблема разработки эффективных, уточненных методов прогнозирования ресурса, надежности, долговечности конструкций из полимерных, композиционных материалов, конструкций, основан-

ных на современных достижениях в области математического и компьютерного моделирования.

На основе проведенных исследований были разработаны перспективные пути эффективного решения проблемы как краткосрочного, так и средне-, и долгосрочного прогнозирования определяющих характеристик полимерных композитов при воздействии экстремальных факторов внешней среды. Разработанные перспективные пути связаны с возможностью выделения по результатам краткосрочных экспериментов устойчивых закономерностей поведения полимерных, композиционных материалов при воздействии экстремальных факторов внешней среды. Такого рода устойчивые закономерности определяются особенностями микро-, и макроструктуры конкретных видов полимерных, композиционных материалов. И установление таких устойчивых закономерностей может служить основой для разработки эффективных методов не только краткосрочного и среднесрочного, но также и долгосрочного прогнозирования.

Другим путем расширения потенциальных возможностей прогнозирования определяющих характеристик полимерных композитов является решение проблемы эффективного построения глобально-оптимальных решений, доставляющих абсолютный минимум многопараметрическим критериям эффективности, связанным с решением задач прогнозирования. Проблема же достоверного построения глобально-оптимальных решений сложнопостроенных многопараметрических критериев эффективности в настоящее время является чрезвычайно сложной. В работах [2–6] проведено обобщение существующих подходов к решению сформулированных усложненных вариационных постановок задач прогнозирования определяющих характеристик композиционных материалов, конструкций, на основе перехода к комбинированным методам построения оптимальных решений и связанных с ними параллельным процедурам принятия решений.

В рамках разрабатываемого подхода к эффективному решению задач прогнозирования определяющих характеристик композиционных материалов, конструкций при воздействии экстремальных факторов внешней среды и эксплуатационных нагрузок было также установлено, что для существенного повышения достоверности прогноза, эффективного сужения границ доверительных интервалов, с заданным уровнем вероятности, содержащих прогнозируемое решение, необходимо включить в постановку задачи прогнозирования принцип множественности моделей прогнозирования. Для наиболее полного охвата различных сторон исследуемых задач прогнозирования обоснована необходимость построения семейства моделей прогнозирования, так называемые «веера моделей», позволяющих с различной степенью детальности исследовать закономерности исследуемых задач прогнозирования, определяемые влиянием особенностей микро- и макроструктуры композиционных материалов, конструкций на характер и структуру временной зависимости их определяющих характеристик при воздействии экстремальных факторов внешней среды и эксплуатационных нагрузок.

На основе сформулированного принципа множественности моделей разработаны модели прогнозирования в уточненных постановках, позволяющих с различной степенью детальности исследовать закономерности исследуемых задач прогнозирования. На основе сформулированного принципа множественности моделей прогнозирования разработано параметрическое семейство моделей прогнозирования $\{R_\alpha(u; t)\}$, $0 \leq t \leq T$, зависящее от параметра $\alpha \in A$, определенных на временном отрезке прогнозирования $[0, T]$. В этих обозначениях: $u = (u_1, u_2, \dots, u_n)$ — n -мерный вектор параметров модели. Для каждой модели прогнозирования $R_\alpha(u; t)$ параметрического семейства, соответствующей значению параметра $\alpha \in A$, может

быть поставлен в соответствие критерий $J(R_\alpha(u; t))$, позволяющий оценить качество данной модели. В соответствии с введенным принципом множественности моделей строится модель прогнозирования оптимальной сложности в результате решения экстремальной задачи:

$$J(R_{\alpha^*}(u; t)) = \min_{\alpha \in A} J(R_\alpha(u; t)).$$

Решением данной экстремальной задачи будет являться модель $R_\alpha^*(u, t)$ параметрического семейства $\{R_\alpha(u; t)\}$ оптимальной структуры, соответствующая оптимальному значению параметра $\alpha = \alpha^*$. Данная модель, на основе установленных качественных закономерностей микро- и макроструктуры композиционных конструкций должна быть наиболее близкой к реальной физической модели.

1. Тихонов А. Н., Арсенин В. Я. Методы решения некорректных задач. — М.: Наука, 1979. — 288 с.
2. Гусев Е. Л. Применение методов поиска экстремума с оптимальным выбором параметров для решения обратных задач прогнозирования изменения прочности полимерных композитов // Международный журнал «Prospero». — М., 2015, — Т. 18, №6. — С. 66–70.
3. Гусев Е. Л. Применение методов возможных направлений с определением оптимальных направлений поиска для решения обратных задач прогнозирования изменения прочности полимерных композитных конструкций при воздействии экстремальных климатических факторов // Международный журнал «Educatio». — 2015. — Т. 13, №6. — С. 68–71.
4. Гусев Е. Л. Релаксационные методы в прогнозировании определяющих характеристик композиционных конструкций при воздействии экстремальных факторов внешней среды // Международный журнал Международного союза ученых «Наука. Технологии. Производство». — 2015. — №8. — С. 4–7.
5. Gusev E. L. Using parallel procedures for the searching of the extremum for the decision of the inverse problems prediction of the defining characteristics of the composite materials // Material Physics and Mechanics. — 2016. — V. 26, No. 1. — P. 70–72.
6. Гусев Е. Л. Применение параллельных процедур поиска экстремума для решения обратных задач прогнозирования определяющих характеристик композиционных материалов // Сб. трудов XXVI Международной конференции «Математическое и компьютерное моделирование в механике деформируемых сред и конструкций», Санкт-Петербург, 2015. Т. 1. — С. 123–124.

ПЕРСПЕКТИВНЫЕ ПУТИ РАСШИРЕНИЯ ПОТЕНЦИАЛЬНЫХ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ПРОГНОЗИРОВАНИЯ ДОЛГОВЕЧНОСТИ КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ ЭКСТРЕМАЛЬНЫХ КЛИМАТИЧЕСКИХ ФАКТОРОВ

Е. Л. Гусев^{1,2}, В. Н. Бакулин³, В. Д. Черных²

¹*ИПНГ СО РАН, Якутск, Россия;* ²*ИМИ СВФУ, Якутск, Россия;*

³*ИПриМ РАН, Москва, Россия*

Одной из важных задач при разработке различных конструкций, машин и механизмов является создание надежных методов количественной оценки работоспособности и долговечности изделий из полимерных и композиционных материалов [1, 2]. Специфика исследуемых задач прогнозирования остаточного ресурса композиционных материалов под воздействием экстремальных климатических факторов приводит к тому, что для этих задач подход экстраполяции в традиционной постановке является малоэффективным. Как отмечено в ряде работ [3–7] принципиаль-

ное усовершенствование подхода экстраполяции может быть достигнуто на основе выбора математической модели с ориентацией на физические представления.

Модели, описывающие зависимость изменения остаточного ресурса композиционных материалов R при воздействии климатических факторов в общем виде могут быть представлены в форме функциональных зависимостей следующего вида:

$$R(u_1, u_2, \dots, u_n; t) = R_0 + \Phi(u_1, u_2, \dots, u_n; t). \quad (1)$$

В этих обозначениях: R_0 — значение остаточного ресурса композита в исходном состоянии; u_1, u_2, \dots, u_n — параметры композиционной конструкции, отражающие влияние эксплуатационных нагрузок и экстремальных факторов внешней среды. В качестве критерия эффективности целесообразно выбрать среднеквадратическое отклонение экспериментальных данных R_t^* от теоретических значений $R(u_1, u_2, \dots, u_m; t)$:

$$J(u_1, u_2, \dots, u_n) = S^2 = \frac{1}{m} \sum_{t=1}^m [R(u_1, u_2, \dots, u_m; t) - R_t^*]^2. \quad (2)$$

Задача восстановления параметров моделей изменения остаточного ресурса композиционного материала от воздействия экстремальных факторов внешней среды и эксплуатационных нагрузок может быть сведена к решению следующей экстремальной задачи:

$$J(u_1^*, u_2^*, \dots, u_n^*) = \min_{u_1, u_2, \dots, u_n} J(u_1, u_2, \dots, u_n). \quad (3)$$

Как правило, при решении проблем такого рода находится некоторое неулучшаемое решение, которое существенно может отличаться от действительно оптимального решения. В соответствии с этим значительную актуальность представляет разработка и модификация эффективных методов поиска абсолютного экстремума многопараметрических функций с учетом специфических особенностей задач прогнозирования остаточного ресурса композиционных материалов. В работе [8] был предложен метод поиска экстремума многопараметрических функций с оптимальным выбором параметров для решения обратных задач прогнозирования изменения остаточного ресурса композитов. Однако в наиболее распространенных ситуациях, связанных с решением задач прогнозирования, зависимость показателей эффективности $J(u)$ от определяющих параметров, имеет достаточно сложную структуру, при которой абсолютные минимумы могут не находиться вдоль направлений, вычисленных способами, рекомендованными в [8]. В работе [9] для решения более сложного круга обратных задач прогнозирования изменения остаточного ресурса композиционных материалов разработаны модификации методов возможных направлений с определением оптимальных направлений поиска. В [10] разработана модификация методов возможных направлений с определением оптимальных направлений поиска для случая, когда оптимальные направления поиска совпадают с направлениями координатных осей Ou_1, Ou_2, \dots, Ou_n .

Проведенные вычислительные эксперименты показали, что наибольшей эффективностью обладает комбинированный подход, связанный с последовательным применением разработанных методов, основанных на существенно различающихся принципах. Рассмотрен вопрос о расширении потенциальных возможностей в повышении эффективности методов прогнозирования остаточного ресурса композиционных материалов. Один из перспективных путей повышения потенциальных возможностей связан с совершенствованием методов построения оптимальных направлений поиска абсолютного минимума показателей эффективности. В дополне-

ние к методам, изложенным в работах [8–10] и составляющим основу комбинированного подхода, проведен сравнительный качественный анализ методов выбора в качестве наиболее перспективных направлений поиска абсолютного минимума исследуемых показателей эффективности взаимно сопряженных направлений поиска. Проанализированы преимущества методов поиска абсолютного экстремума показателей эффективности, когда в качестве перспективных направлений поиска выбираются взаимно сопряженные направления. Применение для решения задач прогнозирования методов, связанных с построением в качестве перспективных взаимно-сопряженных направлений поиска может позволить значительно повысить эффективность прогноза остаточного ресурса композиционных материалов.

1. Уржумцев Ю. С., Черский И. Н. Научные основы инженерной климатологии полимерных и композитных материалов // Механика композитных материалов. — 1985. — № 4. — С. 708–714.
2. Болотин В. В. Прогнозирование ресурса машин и конструкций. — М., 1984. — 312 с.
3. Булманис В. Н., Ярцев В. А., Кривонос В. В. Работоспособность конструкций из полимерных композитов при воздействии статических нагрузок и климатических факторов // Механика композитных материалов. — 1987. — № 5. — С. 915–920.
4. Карпухин О. Н. Определение срока службы полимерного материала как физико-химическая проблема // Успехи химии. — 1980. — № 8. — С. 1523–1553.
5. Булманис В. Н., Старцев О. В. Прогнозирование изменения прочности полимерных волокнистых композитов в результате климатического воздействия, препринт. — Якутск: Якутский филиал СО АН СССР, 1988. — 32 с.
6. Бокшицкий М. Н. Длительная прочность полимеров. — М.: Химия, 1978. — 312 с.
7. Филатов И. С., Бочкарев Р. Н. Некоторые проблемы оценки и прогнозирования климатической устойчивости полимерных материалов // Методы оценки климатической устойчивости полимерных материалов. — Якутск: ЯФ СО АН СССР, 1986. — С. 11–20.
8. Гусев Е. Л. Применение методов поиска экстремума с оптимальным выбором параметров для решения обратных задач прогнозирования изменения прочности полимерных композитов // Международный журнал «PROSPERO». — М., 2015. — Т. 18, № 6. — С. 66–70.
9. Гусев Е. Л. Применение методов возможных направлений с определением оптимальных направлений поиска для решения обратных задач прогнозирования изменения прочности полимерных композитных конструкций при воздействии экстремальных климатических факторов // Международный журнал «Educatio». — 2015. — Т. 13, № 6. — С. 68–71.
10. Гусев Е. Л. Релаксационные методы в прогнозировании определяющих характеристик при воздействии экстремальных факторов внешней среды // Международный журнал Международного союза ученых «Наука. Технологии. Производство». — 2015. — № 8. — С. 4–7.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ СТРУКТУРЫ И ОСТАТОЧНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ ПРИ ИМПУЛЬСНОМ ТЕРМОСИЛОВОМ УПРОЧЕНИИ ТИТАНОВЫХ ПСЕВДО-АЛЬФА-СПЛАВОВ*

Д. С. Денисевич

ВолгГТУ, Волгоград, Россия

Разработана система математических моделей в рамках метода конечных элементов для прогнозирования регулярности структуры и остаточных напряжений титановых псевдо-альфа-сплавов при импульсном контактном термосиловом по-

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ в рамках проекта № 16-38-00939мол_а.

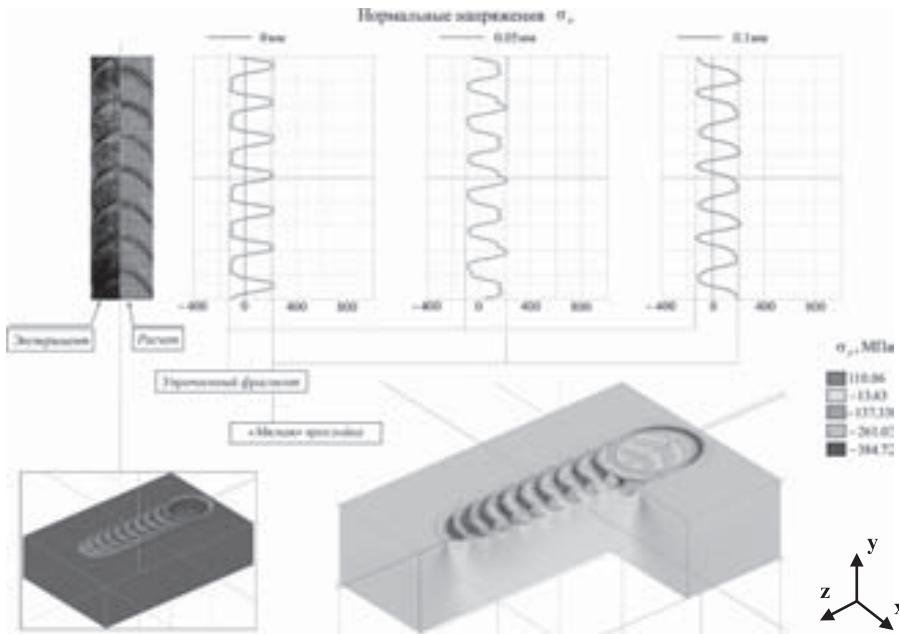


Рис. 1. Структура и остаточные напряжения при электромеханической обработке

верхностном упрочнении. Данна постановка возникающей при этом связанной технологической задачи.

Решение тепловой задачи осуществлялось на базе вариационной формулировки в слабой форме Галеркина:

$$\int_{\Gamma} \omega(\mathbf{n} \cdot \mathbf{q}) d\Gamma - \int_{\Omega} \nabla \omega \cdot \boldsymbol{\lambda} \cdot \nabla T d\Omega + \int_{\Omega} \omega(Q - c\rho\dot{T}) d\Omega = 0, \quad (1)$$

где ω — весовая функция; \mathbf{q} — вектор теплового потока; \mathbf{n} — вектор нормали к поверхности деформируемого тела в текущей конфигурации; $\boldsymbol{\lambda}$ — тензор теплопроводности; Q — удельные объемные источники тепла; c — коэффициент теплоемкости; ρ — плотность среды; \dot{T} — производная температуры по времени t . Интегрирование по времени выполнено в рамках схемы Галеркина. Учет нелинейных тепловых эффектов в процессе решения осуществлялся на основе итерационного метода Пикара совместно с формулой релаксации.

Предложены математические модели формирования структур металлических сплавов при ЭМО на основе совместного анализа расчетных данных о динамике температурных полей и термокинетической диаграммы на примере титанового сплава Ti6Al2V. Расчет напряженно-деформированного состояния при контактном термосиловом деформировании выполнен на базе вариационной постановки в актуальной конфигурации деформируемого тела:

$$\int_{\Omega} \nabla \otimes \delta \mathbf{u} : \sigma d\Omega = \int_{\Gamma} \delta \mathbf{u} \cdot \mathbf{t} d\Gamma + \int_{\Omega} \delta \mathbf{u} \cdot \mathbf{f} d\Omega + \int_{\Gamma_c} \sigma_n^c \delta g_n d\Gamma, \quad (2)$$

где ∇ — оператор набла в актуальной конфигурации; σ — тензор напряжений Коши; $\delta \mathbf{u}$ — вариация вектора перемещений; \mathbf{t} — вектор интенсивности внешней нагрузки; \mathbf{f} — вектор объемных сил; σ_n^c — контактное давление; δg_n — вариация функ-

ции расстояния между инструментом и деталью. Решение характерного для контактных задач вариационного неравенства осуществлялось в рамках метода штрафов для одностороннего контакта абсолютно жесткого штампа и полупространства.

Расчет НДС в упругопластической области деформирования ведется на основе аддитивного разложения тензора скоростей деформации в рамках закона ассоциированного течения. При этом используется комбинированная изотропно-трансляционная модель упрочнения, учитывающая скорость деформации на базе модели поверхности текучести Джонсона–Кука [1]. Интегрирование соотношений пластичности в форме скоростей осуществлялось с использованием метода проектирования напряжений на поверхность нагружения. Для выполнения принципа объективности в рамках шагового нагружения приращения тензора напряжений Коши вычислялись с использованием производной Яуманна. Решение нелинейного уравнения (2) осуществлялось с использованием метод Ньютона–Рафсона.

На основе разработанной модели проведен анализ остаточных напряжений при электромеханической обработке титановых псевдо-альфа-сплавов при вариации технологических режимов (рис. 1).

1. Johnson G.R., Cook W.H. A constitutive model and data for metals subjected to large strains, high strain rates and high temperatures // Proc. of 7th Symposium on Ballistics, Hague, Netherlands, 1983. — P. 541–547.

ОБ ОДНОЙ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ УПРУГО-ПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ АРОК И ПАНЕЛЕЙ ПРИ БОЛЬШИХ ПЕРЕМЕЩЕНИЯХ И УГЛАХ ПОВОРОТА*

В. Г. Дмитриев, С. И. Жаворонок, Л. А. Илларионова, Л. Н. Рабинский

МАИ, Москва, Россия

Рассматривается упруго-пластическое деформирование произвольных плоских арок и цилиндрических панелей, работающих в условиях плоской деформации, под действием произвольной системы краевых и поверхностных статических нагрузок общего или локального характера. При построении математической модели для описания напряженно-деформированного состояния арок и панелей при больших перемещениях точек координатной поверхности и неограниченных углах поворота нормали к ней в качестве неизвестных принимаются изменения декартовых координат x, y в процессе деформирования, что позволяет значительно упростить структуру исходных дифференциальных уравнений [1, 2]. Для учета физической нелинейности используются соотношения деформационной теории пластичности. Пластические деформации в элементе конструкции возникают при условии текучести Мизеса. Разгрузка полагается упругой. Зависимость $\sigma_i(e_i)$ аппроксимируется диаграммой с линейным упрочнением.

Система исходных нелинейных дифференциальных уравнений решается численно с дискретизацией по пространственным переменным методом конечных разностей (МКР) [3, 4]. При решении физически нелинейных задач арка (панель) разбивается на заданное число слоев по толщине. Сеточные функции усилий и моментов в поперечном сечении арки определяются численным интегрированием

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант РФФИ №16-01-00641).

напряжений по толщине конструкции. Для численного решения системы дискретных уравнений относительно сеточных функций неизвестных x_i, y_i (i — индекс узловой точки) используется квазидинамическая форма метода установления. При переходе к эволюционной задаче уравнения равновесия заменяются на уравнения, совпадающие по форме с уравнениями движения в вязкой среде [3, 4]. Разностная аппроксимация нестационарных уравнений на временной сетке с шагом $\Delta t = \text{const}$ позволяет построить итерационный процесс нахождения решения исходной стационарной задачи. Параметры итерационного процесса — удельные вязкости искусственной среды и шаг по времени Δt — определяются из условия ускорения сходимости и устойчивости разностной схемы, исходя из оценки наименьших и наибольших собственных чисел для соответствующих разностных операторов в МКР. Поскольку для нелинейных задач точное определение границ спектров разностных операторов связано со значительными математическими трудностями, то для их определения используются линейные соотношения при соответствующих упрощениях в исходных уравнениях.

- Григолюк Э. И., Шалашилин В. И. Проблемы нелинейного деформирования: Метод продолжения решения по параметру в нелинейных задачах механики твердого деформируемого тела. — М.: Наука, 1988. — 232 с.
- Dmitriev V. G., Egorova O. V., Rabinsky Lev N. Solution of nonlinear initial boundary-value problems of the mechanics of multiply connected composite material shells on the basis of conservative difference schemes // Composites: Mechanics, Computations, Applications: An International Journal. — 2015. — V. 6, Issue 4. — P. 265–277.
- Бахвалов Н. С., Жидков Н. П., Кобельков Г. М. Численные методы. — М.: Физматлит. Лаборатория Базовых Знаний, 2001. — 632 с.
- Дмитриев В. Г. Вариационно-разностные схемы в нелинейной механике оболочек // Мат. IV Международного семинара «Технологические проблемы прочности». — Подольск: МГОУ, 1997. — С. 57–67.

О РАСПРОСТРАНЕНИИ НЕЛИНЕЙНЫХ ВОЛН ДЕФОРМАЦИЙ ПРИ НЕСТАЦИОНАРНОМ ОДНООСНОМ НАГРУЖЕНИИ ИДЕАЛЬНО-УПРУГОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЫ

O. B. Дудко^{1,2}

¹ИАПУ ДВО РАН, Владивосток, Россия; ²ДВФУ, Владивосток, Россия

В работе обсуждаются особенности постановки и решения нестационарных краевых задач динамики деформирования пористых материалов. Рассматривается простейший случай одноосного сжатия пористого полупространства ($u = u(x, t)$, $e = u_{,x}$, $\sigma = \sigma(e)$). При малых деформациях пористый материал можно считать идеально-упругой разнопрочной средой [1] с одной сингулярной точкой $\sigma_k = \sigma(e_k) < 0$ в области сжатия диаграммы «напряжение–деформации». Математическую модель такой идеально-упругой пористой среды можно получить, задавая два различных набора параметров Ламе (λ_0, μ_0) и (λ_1, μ_1) и постулируя кусочно-линейную зависимость $\sigma(e)$ в виде:

$$\sigma(e) = \begin{cases} (\lambda_0 + 2\mu_0)e, & e_k \leq e < +\infty, \quad e_k < 0, \\ (\lambda_1 + 2\mu_1)e + \Delta\sigma, & -\infty < e < e_k < 0, \end{cases} \quad (1)$$

$$\Delta\sigma = (\lambda_0 - \lambda_1 + 2(\mu_0 - \mu_1))e_k > 0 \quad \text{при} \quad \lambda_0 + 2\mu_0 < \lambda_1 + 2\mu_1.$$

Напряженно-деформированное состояние с параметрами λ_0, μ_0 выше критической точки $\sigma_k = \sigma(e_k)$ соответствует материалу с раскрытыми порами, ниже (λ_1, μ_1) — с упруго схлопнутыми порами. Согласно (1), характеристическая скорость C уравнения движения такой среды может принимать два различных значения в зависимости от уровня напряжений и деформаций:

$$C^2 u_{,xx} = \ddot{u}, \quad C = \begin{cases} a = \sqrt{\frac{\lambda_1 + 2\mu_1}{\rho}}, & \text{при } e < e_k, \\ b = \sqrt{\frac{\lambda_0 + 2\mu_0}{\rho}}, & \text{при } e \geq e_k, \end{cases} \quad a > b. \quad (2)$$

Скачкообразное изменение упругих модулей при динамическом переходе нагрузки через критическую точку $\sigma(e_k)$ (упругое схлопывание или раскрытие пор) порождает в пористом материале нелинейные эффекты — волны сильных и слабых разрывов.

Анализ модельных соотношений (1)–(2) проведен на основе решения ряда нестационарных краевых задач одноосного сжатия идеально-упругого пористого полупространства. Оказалось, что при различных режимах граничного сжатия в пористом полупространстве могут возникать как единичные сильные или слабые волновые фронты, так и их чередующиеся последовательности. Показано, что решающим фактором для ответа на вопрос о количестве и характере возникающих волновых фронтов здесь является знак второй производной функции перемещения граничных точек $u(0, t) = \varphi(t) \geq 0$ ($\varphi'(0) = 0, \varphi''(t) > 0$ при $t \geq 0$). Если $\varphi''(t) > 0$ (вогнутая монотонно возрастающая функция $\varphi(t)$) и удар по границе полупространства не привел в начальный момент времени к мгновенному схлопыванию пор (т. е. $|\sigma_0(0)| < |\sigma_k|$, $\sigma_0(t) = \sigma(0, t)$), то в момент $t^* > 0$ при достижении граничной сжимающей нагрузкой $\sigma_0(t^*)$ уровня σ_k возникает единичный сильный разрыв с координатой фронта $X(\tau) = \int_0^\tau G(\xi) d\xi$ и скоростью распространения $G(\tau)$ ($\tau = t - t^*, b < G(\tau) < a$). При $\varphi''(t) < 0$ (т. е. $\varphi(t)$ — выпуклая монотонно возрастающая функция) и $|\sigma_0(0)| > |\sigma_k|$, в момент $t^{**} > 0$ ($\sigma_0(t^{**}) = \sigma_k$) от границы отделяется расширяющийся слой простой волны — два слабых разрыва с координатами $x_a(\theta) = a\theta$ и $x_b(\theta) = b\theta$ ($\theta = t - t^{**}$), движущиеся с характеристическими скоростями a и b . Последовательность сильных и слабых разрывов реализуется при осцилляции граничной нагрузки $\sigma_0(t)$ в окрестности особой точки модели, что достигается заданием закона перемещения граничных точек в виде непрерывно возрастающей по времени функции $u(0, t) = \varphi(t) \geq 0$, изменяющей в некоторые моменты направление своей выпуклости. Ранее для разномодульной кусочно-линейной упругой среды было показано [2], что возникновение сильных или слабых разрывов происходит при смене деформированного состояния с растяжения на сжатие или наоборот. Здесь же, в пористом материале, различные типы нелинейных волн деформаций можно сгенерировать, замедляя или ускоряя движение граничных точек, но оставаясь при этом в области сжатия. Исследованы различные формы таких граничных условий, в том числе приводящие в пористой среде к возникновению сильного разрыва с постоянной скоростью, как это было проделано для разномодульной среды [3].

1. Sadovskii V. M. and Sadovskaya O. V. Analyzing the Deformation of a Porous Medium with Account for the Collapse of Pores // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. — 2016. — V. 57, No. 5. — P. 808-818. — DOI: 10.1134/S0021894416050072.

2. Дудко О.В., Лаптева А.А., Семенов К.Т. О распространении плоских одномерных волн и их взаимодействии с преградами в среде, по-разному сопротивляющейся растяжению и сжатию // Дальневосточный математический журнал. — 2005. — Т. 6, №1–2. — С. 94–105.
3. Ragozina V. E. and Dudko O. V. Propagation of Converging Spherical Deformation Waves in a Heteromodular Elastic Medium // Journal of Applied Mechanics and Technical Physics. — 2016. — V. 57, No. 4. — P. 701–708. — DOI: 10.1134/S0021894416040143.

О СООТНОШЕНИЯХ, ОПИСЫВАЮЩИХ ВОЗМОЖНОСТЬ УПРЕЖДЕНИЯ СТАРТОВОГО ЗЕМЛЕТРЯСЕНИЯ*

**О. В. Евдокимова¹, Н. О. Степанова², А. С. Мухин¹,
С. Б. Уфа², А. Г. Федоренко¹, А. В. Плужник¹**

¹ЮНЦ РАН, Ростов-на-Дону, Россия; ²КубГУ, Краснодар, Россия

Считается, что литосферные плиты, покрывающие зону Земли, представляют полуплоскости с параллельными границами, удаленные друг от друга на расстояние 2θ и находятся на некотором линейно деформируемом основании. Литосферные плиты моделируются пластины Кирхгофа. Считаем, что пространство между разнотипными плитами является пустым, а на торцах плит действуют внешние силы, направленные по правилу внешних векторов. В локальной системе координат $x_1x_2x_3$ с началом в плоскостью x_1x_2 , совпадающей со срединной плоскостью пластины, осью ox_3 , направленной вверх по нормали к пластине, осью ox_1 , направленной по касательной к границе разлома, осью ox_2 — по нормали к его границе. Область, занятая левой плитой обозначается λ , и описывается соотношениями $|x_1| \leq \infty$, $x_2 \leq -\theta$, а занятая правой — индексом r и координатами $|x_1| \leq \infty$, $\theta \leq x_2$. Будем исходить из того, что литосферные плиты крайне медленно движутся.

Уравнение Кирхгофа для фрагментов b покрытия, $b = \lambda, r$, занимающих области Ω_b с границами $\partial\Omega_b$, при вертикальных статических воздействиях напряжением t_{3b} сверху и g_{3b} снизу имеет вид [1]

$$\begin{aligned} \mathbf{R}_b(\partial x_1, \partial x_2)u_{3b} + \varepsilon_{53b}(t_{3b} - g_{3b}) &\equiv \left(\frac{\partial^4}{\partial x_1^4} + 2 \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} \frac{\partial^2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^4}{\partial x_2^4} \right) u_{3b} + \varepsilon_{53b}(t_{3b} - g_{3b}) = 0, \\ \mathbf{R}_b(-i\alpha_1, -i\alpha_2)U_{3b} &\equiv R_b(-i\alpha_1, -i\alpha_2)U_{3b} \equiv (\alpha_1^2 + \alpha_2^2)^2 U_{3b}, \\ U_{3b} &= \mathbf{F}_2 u_{3b}, \quad G_{3b} = \mathbf{F}_2 g_{3b}, \quad T_{3b} = \mathbf{F}_2 t_{3b}, \quad b = \lambda, r, \\ M_b &= -D_{b1} \left(\frac{\partial^2 u_{3b}}{\partial x_2^2} + \nu_b \frac{\partial^2 u_{3b}}{\partial x_1^2} \right), \quad D_{b1} = \frac{D_b}{H^2}, \quad D_{b2} = \frac{D_b}{H^3}, \\ Q_b &= -D_{b2} \left(\frac{\partial^3 u_{3b}}{\partial x_2^3} + (2 - \nu_b) \frac{\partial^3 u_{3b}}{\partial x_1^2 \partial x_2} \right) = f_{4b}(\partial\Omega_b), \\ u_{3b} &= f_{1b}(\partial\Omega_b), \quad \frac{\partial u_{3b}}{H \partial x_2} = f_{2b}(\partial\Omega_b), \\ D_b &= \frac{E_b h_b^3}{12(1 - \nu_b^2)}, \quad \varepsilon_{53b} = \frac{(1 - \nu_b^2)12H^4}{E_b h_b^3}, \quad \varepsilon_6^{-1} = \frac{(1 - \nu)H}{\mu}. \end{aligned}$$

*Отдельные фрагменты работы выполнены в рамках реализации Госзадания на 2017 г. (проекты 9.8753.2017/БЧ, 0256-2014-0006), Программы президиума РАН 1-33П, проекты с (0256-2015-0088) по (0256-2015-0093), и при поддержке грантов РФФИ (15-01-01379, 15-08-01377, 16-41-230214, 16-41-230218, 16-48-230216, 17-08-00323).

Связь между граничными напряжениями и перемещениями на поверхности упругой среды, на которой находятся плиты имеет вид

$$u_{3m}(x_1, x_2) = \varepsilon_6^{-1} \sum_{n=1}^2 \iint_{\Omega_n} k(x_1 - \xi_1, x_2 - \xi_2) g_{3n}(\xi_1, \xi_2) d\xi_1 d\xi_2, \quad x_1, x_2 \in \Omega_m, \quad m = \lambda, r, \theta,$$

$$\begin{aligned} \Omega_\lambda(|x_1| \leq \infty; x_2 \leq -\theta), \quad \Omega_r(|x_1| \leq \infty; \theta \leq x_2), \\ \Omega_\theta(|x_1| \leq \infty; -\theta \leq x_2 \leq \theta), \quad n = \lambda, r, \end{aligned}$$

M_b и Q_b — изгибающий момент и перерезывающая сила в системе координат x_1ox_2 ; h_b — толщины пластин, H — размерный параметр подложки, например, толщина слоя. $\mathbf{F}_2 \equiv \mathbf{F}_2(\alpha_1, \alpha_2)$ и $\mathbf{F}_1 \equiv \mathbf{F}_1(\alpha_1)$ двумерный и одномерный операторы преобразования Фурье соответственно. Функциональные уравнения граничной задачи можно представить в виде

$$\begin{aligned} R_b(-i\alpha_1, -i\alpha_2) U_{3b} \equiv (\alpha_1^2 + \alpha_2^2)^2 U_{3b} = - \int_{\partial\Omega_b} \omega_b - \varepsilon_{53b} S_{3b}(\alpha_1, \alpha_2), \\ S_{3b}(\alpha_1, \alpha_2) = \mathbf{F}_2(\alpha_1, \alpha_2)(t_{3b} - g_{3b}), \quad b = \lambda, r. \end{aligned}$$

Здесь ω_b — участвующие в представлении внешние формы, имеющие вид

$$\begin{aligned} \omega_b = e^{i\langle \alpha, x \rangle} \left\{ - \left[\frac{\partial^3 u_{3b}}{\partial x_2^3} - i\alpha_2 \frac{\partial^2 u_{3b}}{\partial x_2^2} - \alpha_2^2 \frac{\partial u_{3b}}{\partial x_2} + i\alpha_2^3 u_{3b} + 2 \frac{\partial^3 u_{3b}}{\partial x_1^2 \partial x_2} - 2i\alpha_2 \frac{\partial^2 u_{3b}}{\partial x_1^2} \right] dx_1 + \right. \\ \left. + \left[\frac{\partial^3 u_{3b}}{\partial x_1^3} - i\alpha_1 \frac{\partial^2 u_{3b}}{\partial x_1^2} - \alpha_1^2 \frac{\partial u_{3b}}{\partial x_1} + i\alpha_1^3 u_{3b} \right] dx_2 \right\}, \quad b = \lambda, r. \end{aligned}$$

Вычислив формы-вычеты Лере, в том числе двукратные, псевдодифференциальные уравнения граничной задачи с учетом принятых обозначений можем представить, для левой пластины $b = \lambda$ в виде

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_1^{-1}(\xi_1^\lambda) \left\langle - \int_{\partial\Omega_\lambda} \left\{ i\alpha_{2-} D_{\lambda 1}^{-1} M_\lambda - D_{\lambda 2}^{-1} Q_\lambda - (\alpha_{2-}^2 + \nu_\lambda \alpha_1^2) \frac{\partial u_{3\lambda}}{\partial x_2} + \right. \right. \\ \left. \left. + i\alpha_{2-} [\alpha_{2-}^2 + (2 - \nu_\lambda) \alpha_1^2] u_{3\lambda} \right\} e^{i\alpha_1 x_1} dx_1 + \varepsilon_{53\lambda} S_{3\lambda}(\alpha_1, \alpha_{2-}) \right\rangle = 0, \end{aligned}$$

$$\alpha_{2-} = -i\sqrt{\alpha_1^2}, \quad \xi_1^\lambda \in \partial\Omega_\lambda,$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F}_1^{-1}(\xi_1^\lambda) \left\langle - \int_{\partial\Omega_\lambda} \left\{ iD_{\lambda 1}^{-1} M_\lambda - 2\alpha_{2-} \frac{\partial u_{3\lambda}}{\partial x_2} + i \left[3\alpha_{2-}^2 + (2 - \nu_\lambda) \alpha_1^2 \right] u_{3\lambda} \right\} e^{i\alpha_1 x_1} dx_1 + \right. \\ \left. + \varepsilon_{53\lambda} S'_{3\lambda}(\alpha_1, \alpha_{2-}) \right\rangle = 0, \quad \xi_1^\lambda \in \partial\Omega_\lambda, \\ \partial\Omega_\lambda = \{-\infty \leq x_1 \leq \infty, x_2 = -\theta\}. \end{aligned}$$

Аналогичный вид получается для правой плиты.

Производная вычисляется по параметру α_2 . Вводится следующую систему обозначений, в терминах которой формулируются условия упреждения стартового землетрясения

$$\mathbf{Y}_\lambda = \{y_{1\lambda}, y_{2\lambda}\}, \quad \mathbf{Z}_\lambda = \{z_{1\lambda}, z_{2\lambda}\}, \quad \mathbf{Y}_r = \{y_{1r}, y_{2r}\}, \quad \mathbf{Z}_r = \{z_{1r}, z_{2r}\},$$

$$\mathbf{F}_1 g = \mathbf{F}_1(\alpha_1)g, \quad \mathbf{F}_2 g = \mathbf{F}_2(\alpha_1, \alpha_2)g,$$

$$y_{1\lambda} = D_\lambda^{-1} \mathbf{F}_1 M_\lambda, \quad y_{2\lambda} = D_\lambda^{-1} \mathbf{F}_1 Q_\lambda, \quad y_{1r} = D_r^{-1} \mathbf{F}_1 M_r, \quad y_{2r} = D_r^{-1} \mathbf{F}_1 Q_r,$$

$$z_{1\lambda} = \mathbf{F}_1 \frac{\partial u_\lambda}{\partial x_2^\lambda}, \quad z_{2\lambda} = \mathbf{F}_1 u_\lambda, \quad z_{1r} = \mathbf{F}_1 \frac{\partial u_r}{\partial x_2^r}, \quad z_{2r} = \mathbf{F}_1 u_r,$$

$$\mathbf{K}_\lambda = \{k_{1\lambda}, k_{2\lambda}\}, \quad \mathbf{K}_r = \{k_{1r}, k_{2r}\},$$

$$k_{1\lambda} = \varepsilon_{53\lambda} \mathbf{F}_2(\alpha_1, \alpha_{2-})(t_\lambda - g_\lambda) = \varepsilon_{53\lambda} S_{3\lambda}(\alpha_1, \alpha_{2-}),$$

$$k_{2\lambda} = \varepsilon_{53\lambda} S'_{3\lambda}(\alpha_1, \alpha_{2-}), \quad k_{1r} = \varepsilon_{53r} \mathbf{F}_2(\alpha_1, \alpha_{2+})(t_\lambda - g_\lambda) = \varepsilon_{53r} S_{3r}(\alpha_1, \alpha_{2+}),$$

$$k_{2r} = \varepsilon_{53r} S'_{3r}(\alpha_1, \alpha_{2+}).$$

В результате дальнейших исследований приходим к необходимости решения следующего функционального уравнения относительно аналитических функций, регулярных в верхней и нижней полуплоскостях

$$\begin{aligned} [\varepsilon_{53r}(\alpha_1^2 + \alpha_2^2)^{-2} + \varepsilon_6^{-1} K_1(\alpha_1, \alpha_2)] G^+(\alpha_1, \alpha_2) = \\ = -[\varepsilon_{53\lambda}(\alpha_1^2 + \alpha_2^2)^{-2} + \varepsilon_6^{-1} K_1(\alpha_1, \alpha_2)] G^-(\alpha_1, \alpha_2) + \\ + (\alpha_1^2 + \alpha_2^2)^{-2} [A_\lambda k_{1\lambda} + B_\lambda k_{2\lambda} + A_r k_{1r} + B_r k_{2r} + \varepsilon_{53\lambda} T^+(\alpha_1, \alpha_2) + \varepsilon_{53r} T^-(\alpha_1, \alpha_2)], \quad \theta = 0. \end{aligned}$$

Его решение приводит к следующим результатам, описывающим концентрацию напряжений в зоне сближения литосферных плит в форме

$$g_{3\lambda}(x_1, x_2) \rightarrow \sigma_{2\lambda}(x_1, x_2) x_2^{-1} + \sigma_{3\lambda}(x_1, x_2) \ln |x_2|,$$

$$g_{3r}(x_1, x_2) \rightarrow \sigma_{2r}(x_1, x_2) x_2^{-1} + \sigma_{3r}(x_1, x_2) \ln |x_2|.$$

Учитывая, что наибольший риск возникновения землетрясения несет наибольшая особенность, т.е. сингулярная, получаем следующие условия упреждения такого землетрясения $\sigma_{2\lambda}(x_1, 0) = \sigma_{3r}(x_1, 0) = 0$. Однако, более слабая особенность также может спровоцировать землетрясение. Для его упреждения требуется, чтобы $\sigma_{3\lambda}(x_1, 0) = \sigma_{3r}(x_1, 0) = 0$. Эти условия обеспечивают полное упреждение стартовых землетрясений. Приведенные соотношения имеют сложные зависимости от введенных ранее параметров. Аналогичный подход применим к иным стартовым землетрясениям [2].

1. Бабешко В. А., Евдокимова О. В., Бабешко О. М. К проблеме физико-механического предвестника стартового землетрясения: место, время, интенсивность // ДАН. — 2016. — Т. 466, № 6. — С. 664–669.
2. Бабешко В. А., Евдокимова О. В., Бабешко О. М. Стартовое землетрясение при гармонических воздействиях // ДАН. — 2016. — Т. 471, № 1. — С. 37–40.

НАКОПЛЕНИЕ КОНТАКТНО-УСТАЛОСТНЫХ ПОВРЕЖДЕНИЙ В КОЛЕСАХ ВАГОНОВ ПРИ НАЕЗДАХ НА РЕЛЬСОВЫЕ СТЫКИ

Е. С. Евтух, Г. А. Неклюдова

БГТУ, Брянск, Россия

Климатические условия России, обусловленные уникальностью ее географического положения, и связанные с этим большие перепады эксплуатационных температур требуют наличия стыков в рельсовом пути. При прохождении колеса через рельсовый стык колесо испытывает значительные динамические нагрузки, наблюдается удар, сопровождаемый колебательными процессами.

Переход на бесстыковой путь уменьшает количество стыков, но полностью ликвидировать стыки практически невозможно. На российских железных дорогах доля стыкового пути составляет около 60% от всей протяженности, поэтому определение ресурса колеса с учетом современного состояния науки требует учета влияния стыкового соединения. Процесс качения колеса по гладкому рельсу исследовался многократно, в тоже время процесс перехода колеса через рельсовый стык исследовался значительно меньше. Данная работа посвящена исследованиям, связанным с выяснением особенностей работы колеса при движении вагона в зоне рельсового стыка.

Целью работы является разработка методики оценки влияния ударных сил, возникающих при наезде колес железнодорожного подвижного состава на рельсовые стыки, на долговечность колес.

Для достижения поставленной цели были решены следующие задачи.

Собраны статистические данные о величинах зазоров в рельсовых стыках, определен закон их распределения [1].

Предложена модель железнодорожного пути, позволяющая исследовать динамические процессы, обусловленные перекатыванием колесной пары через рельсовый стык. Модель позволяет учитывать просадку балластного слоя в области рельсового стыка.

С помощью разработанной модели исследованы динамические усилия, вызванные ударным взаимодействием колеса и рельса на стыке, а также колебательным процессом, сопутствующим движению вагона на участках с просадкой балласта в зоне рельсового стыка при различных скоростях движения, глубинах просадки, длинах участков с просадкой балласта [2, 5].

Исследованы распределения контактных напряжений для случаев контактирования колеса с кромкой рельса, а также на достаточном удалении от рельсового стыка, получена зависимость максимальных давлений от нормальной силы в контакте [3, 4].

Разработана методика оценки контактно-усталостной долговечности колеса с использованием кривой контактной усталости колесной стали.

В ходе исследований разработана методика оценки влияния ударных сил, возникающих при наезде колес железнодорожного подвижного состава на рельсовые стыки, на долговечность колес.

Проанализированы статистические данные о величинах зазоров в рельсовых стыках, определен закон их распределения.

Предложена модель железнодорожного пути, позволяющая исследовать динамические процессы, обусловленные перекатыванием колесной пары через рельсовый стык. Модель позволяет учитывать просадку балластного слоя в области рельсового стыка.

С помощью разработанной модели исследованы динамические усилия, вызванные ударным взаимодействием колеса и рельса на стыке, а также колебательным процессом, сопутствующим движению вагона на участках с просадкой балласта в зоне рельсового стыка при различных скоростях движения, глубинах просадки, длинах участков с просадкой балласта.

Определены максимальные динамические силы, возникающие между колесами и рельсами, обусловленные ударным и колебательным процессами при движении груженого полувагона по участку пути с рельсовым стыком.

Исследованы распределения контактных напряжений для случаев контактирования колеса с кромкой рельса, а также на достаточном удалении от рельсового стыка, получена зависимость максимальных давлений от нормальной силы в контакте.

Уточнено решение задачи определения силы ударного взаимодействия, возникающей при наезде колеса на рельсовый стык.

Собраны статистические данные о величине зазоров в рельсовых стыках на железнодорожных магистралях, прилегающих к городу Брянску. Показано, что распределение плотностей вероятностей зазоров описывается законом Вейбулла. Определены параметры распределения.

Использованы известные подходы к определению силы удара при прохождении колесом рельсового стыка. Уточнена зависимость, связывающая силу удара со сближением тел на основе решения контакта колеса и кромки рельса методом конечных элементов.

Разработана методика оценки контактно-усталостной долговечности колеса с использованием экспериментальной кривой контактной усталости колесной стали и линейной гипотезы суммирования повреждений.

Получено распределение нормальных сил в контакте колеса и рельса при движении вагона по пути без учета влияния стыка рельсов с использованием программного комплекса «Универсальный механизм».

Оценена долговечность колеса при движении вагона по рельсовому пути без учета влияния стыка и ее снижение, обусловленное влиянием рельсового стыка на накопление контактно-усталостных повреждений.

Получено распределение нормальных сил в контакте колеса и рельса при движении вагона по пути без учета влияния стыка рельсов с использованием программного комплекса «Универсальный механизм».

Оценена долговечность колеса при движении вагона по рельсовому пути без учета влияния стыка и ее снижение, обусловленное влиянием рельсового стыка на накопление контактно-усталостных повреждений. Разработана методика оценки контактно-усталостной долговечности колеса с использованием кривой контактной усталости колесной стали.

1. Евтух Е. С. Влияние рельсовых стыков на накопление контактно-усталостных повреждений в колесах подвижного состава / Е. С. Евтух, В. И. Сакало // Вестник БГТУ. — 2013. — №4. — С. 9–17.
2. Evtukh Elena, Galina Neklyudova. Contact stresses in rail joint elements of a railway track at freight car movement // XIII Scientific-expert conference on railways. — Serbia: Mechanical Engineering Faculty of the University of Niš, 2008.
3. Sakalo V. I., Olshevsky F. F., Shevchenko K. V., Vinnik L. V. A direct finite element method for solving the rolling contact problems // Proceedings of the 4nd mini conference on contact Mechanics and Wear of Rail/Wheel Systems. — Budapest, 2001. — P. 139–148.
4. Евтух Е. С. Напряженно-деформированное состояние в области контакта колеса и рельса при наезде колеса на стык // Вестник БГТУ. — 2011. — №3. — С. 74–79.

5. Евтух Е. С., Неклюдова Г. А. Решение контактной задачи для колеса грузового вагона при прохождении рельсового стыка // Вісник Східноукраїнського національного університету імені Володимира Даля. — Луганск, 2013. — №18(207). — Ч. 1. — С. 19–22.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МИКРОГЕОМЕТРИИ НА ОСНОВЕ ПРОФИЛОГРАММЫ ПОВЕРХНОСТИ ДЛЯ КОНТАКТНЫХ ЗАДАЧ

А. Д. Ежов, С. Ю. Меснянкин, Л. В. Быков

МАИ, Москва, Россия

Характеристиками, определяющими контактную прочность, жесткость, термическое и электрическое сопротивление, формирующими силы трения и износа, являются такие факторы как перемещение одной плоскости касания относительно другой (сближение) так и фактическая площадь касания. Эти характеристики так же в значительной мере обеспечивают и эксплуатационные свойства соединений [1, 2].

Достоверный инженерный расчет фактической площади контакта весьма важен для многих технических приложений контактной механики [1, 2]. Именно на площадках фактического контакта происходят процессы адгезионного и фрикционного взаимодействий; их локальное разрушение, перенос электрического заряда и тепловой энергии. При этом проведение экспериментов с целью определения площади контакта и величины сближения поверхностей достаточно трудоемки и не всегда позволяют получить достаточно четкое представление о величине зазора в месте контакта и его объеме. В отдельных случаях для определения характеристик контакта поверхностей пользуются математическими зависимостями [3–5]. К сожалению, большинство из них трудно применимы для инженерных расчетов, так как либо не обеспечивают необходимую точность расчетов площадей контакта, либо имеют сложный математический аппарат. Задача поиска взаимного расположения двух поверхностей контакта и фактической площади их соприкосновения наиболее полно может быть решена в трехмерном виде.

В работе представлено решение задачи построения трехмерной геометрии контактирующей шероховатой поверхности образцов из нержавеющей стали 12Х18Н10Т по данным, полученным из профилограммы поверхности. По результатам измерения шероховатости образцов из нержавеющей стали 12Х18Н10Т выбиралось среднее значение по трем измерениям. Профилограмма поверхностей с $R_a = 0,647$ мкм представлена на рис. 1.

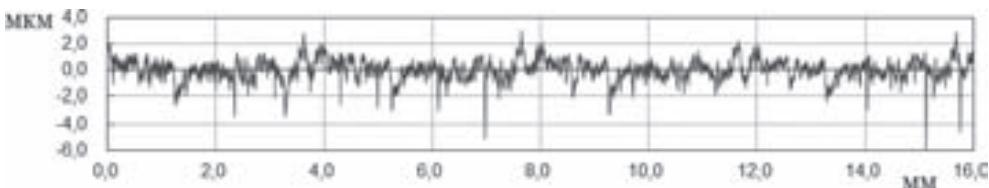


Рис. 1. Шероховатость поверхности с $R_a = 0,647$ на базовой длине 16 мм

Для точного определения среднего шага неровности и уменьшения количества точек профилограммы производилась выборка точек впадин и выступов шероховатой поверхности. В результате был получен массив точек, содержащий данные

только о выступах и впадинах профиля (рис. 2). Использование данного массива позволило определить значение среднего шага неровностей профиля.

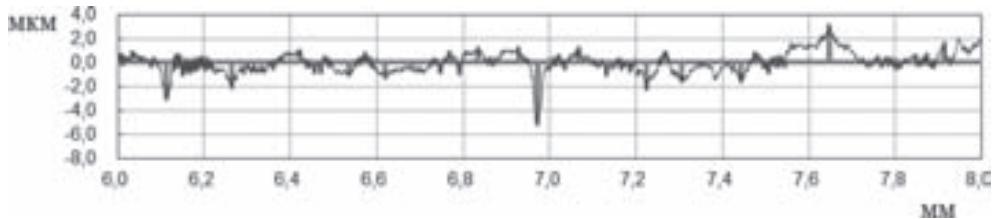


Рис. 2. Отображение выступов и впадин шероховатой поверхности (красным цветом)

Знание точного распределения высот микровыступов по всей поверхности контакта позволяет максимально достоверно выполнить моделирование реальной поверхности. Такое распределение было получено из профилограммы поверхности путем упорядочивания всех высот микровыступов от их максимального до минимального значения и обезразмеривания полученных значений по базовой длине (рис. 3), что в дальнейшем позволяет использовать данное распределение для расчетных областей любых размеров.



Рис. 3. Распределение микровыступов по высоте для образца с $R_a = 0,647$

Таким образом, для моделирования контактирующей поверхности были сформированы все необходимые исходные данные: средний шаг неровностей, распределение высот микровыступов по высоте, длина моделируемой поверхности.

Для автоматизации процесса получения значений координат точек поверхности и работы с массивом данных ее точек разработана программа на языке Фортран. В результате работы программы получена таблица данных с координатами точек (x, y, z) шероховатой поверхности. Полученный массив точек поверхности помещается в среду трехмерного проектирования SolidWorks, в котором происходит построение по сети точек сплайновой поверхности (рис. 4).

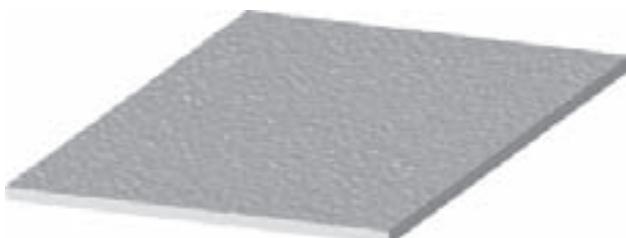


Рис. 4. Смоделированная шероховатость поверхности $R_a = 0,647$, $L = 2$ мм

Для определения фактической площади касания поверхностей, моделируется вторая поверхность с заданной шероховатостью. Полученные модели контактирующих поверхностей в дальнейшем обрабатываются в среде конечно-элементного анализа, где определяется изменение микрорельефа под действием сжимающей нагрузки.

Использование представленного алгоритма расчета позволяет достаточно достоверно моделировать трехмерную микронеровность контактирующих поверхностей, что в дальнейшем обеспечивает достоверными исходными данными задачи контактной механики, электрического и теплового взаимодействий.

1. Измайлов В. В., Новоселова М. В. О фактической и физической площадях дискретного контакта // Механика и физика процессов на поверхности и в контакте твердых тел, деталей технологического и энергетического оборудования. — 2015. — № 8. — С. 4–10.
2. Ежов А. Д., Быков Л. В., Меснянкин С. Ю., Богачев Е. А., Разина А. С. Доработка и оптимизация элементов конструкции с учетом тепловых деформаций // Тепловые процессы в технике. — 2015. — № 11. — С. 510–516.
3. Демкин Н. Б. Контактирование шероховатых поверхностей. — М.: Наука, 1970. — 277 с.
4. Огар П. М., Корсак И. И. Влияние характеристик тяжело нагруженного стыка шероховатых поверхностей на герметичность. Братск: БРИИ, 1989. 100 с. Деп. в ВИНТИ, № 6109-В89.
5. Рыжов Э. В. Контактная жесткость деталей машин. — М.: Машиностроение, 1966. — 352 с.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ИНДЕНТИРОВАНИЯ ОДНОРОДНЫХ МАТЕРИАЛОВ И КОМПОЗИЦИЙ «ПОКРЫТИЕ–ПОДЛОЖКА»

Г. М. Еремина¹, А. Ю. Смолин^{1,2}

¹ИФПМ СО РАН, Томск, Россия; ²ТГУ, Томск, Россия

Для улучшения прочностных свойств материалов применяются упрочняющие покрытия. Для оценки свойств поверхностных слоев и покрытий измерительное индентирование. С помощью измерительного индентирования определяется твердость, модуль Юнга, упругое восстановление. Наиболее распространенным способом обработки результатов измерительного наноиндентирования является методика Оливера–Фарра [1]. Отсутствие необходимой чувствительности и разрешающей способности современных приборов создает определенные ограничения для экспериментального исследования систем. Решением этой проблемы может стать компьютерное моделирование. В качестве метода исследования был выбран метод подвижных клеточных автоматов [2]. В методе подвижных клеточных автоматов предполагается, что материал состоит из определенного количества элементарных объектов конечного размера (автоматов), которые взаимодействуют друг с другом и могут перемещаться в пространстве, тем самым моделируя реальные процессы деформации.

Геометрически модель процесса индентирования состоит из образца в форме параллелепипеда и индентора. В задаче индентирования использовался трехгранный индентор Берковича, в качестве материала которого использовался алмаз. Для численного исследования процесса индентирования были созданы модели индентирования как для однородных материалов, так и для систем «покрытие–подложка». В случае системы «покрытие–подложка» явно учитывался переходный слой, который имел осредненные механические характеристики. Толщина подложки варь-

ировалась в зависимости от задаваемой глубины погружения так, чтобы общая толщина модельного образца была не менее 1/10 от глубины внедрения индентора, и в среднем составляла около 200 нм.

По данным из литературных источников [3] для образцовnanoструктурного титана были выбраны следующие значения параметров: $\rho = 4500 \text{ кг}/\text{м}^3$, $G = 41 \text{ ГПа}$, $K = 100 \text{ ГПа}$ (соответствующий модуль Юнга $E = 120,2 \text{ ГПа}$), $\sigma_y = 1,0 \text{ ГПа}$, $\sigma_B = 1,25 \text{ ГПа}$ и $\varepsilon_B = 0,15$. Упрочняющее покрытие представляло собой многокомпонентную TiC-Сa-P-O-N пленку многофункционального назначения. Модельным образцам, имитирующими покрытие [4, 5] были присвоены следующие физико-механические характеристики: $\rho = 4700 \text{ кг}/\text{м}^3$, $G = 80 \text{ ГПа}$, $K = 175 \text{ ГПа}$ (соответствующий модуль Юнга $E = 220 \text{ ГПа}$), $\sigma_y = 9,5 \text{ ГПа}$, $\sigma_B = 10,5 \text{ ГПа}$ и $\varepsilon_B = 0,075$. Процесс нагружения при индентировании имитировался заданием скоростей верхнему слою автоматов индентора. В случае индентирования скорость прикладывалась к индентору в вертикальном (ось Z) направлении.

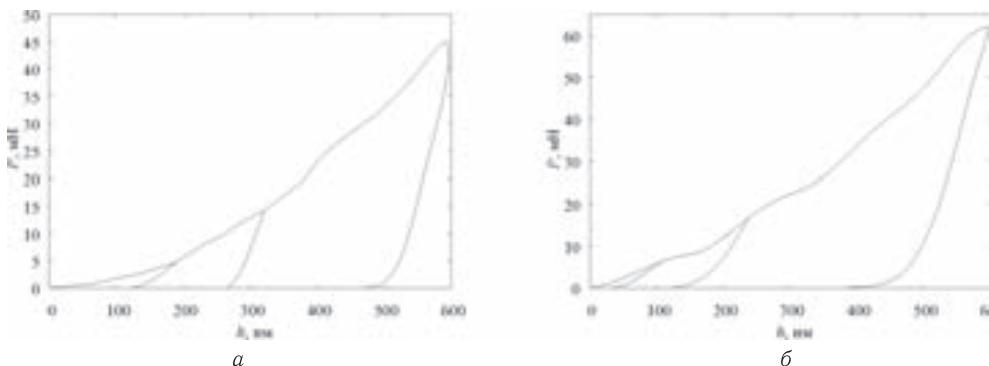


Рис. 1. Расчетные P - h -диаграммы для модельного образца из однородного материала (а) и модельного образца состоящего из композиции «покрытие–подложка» (б)

По результатам моделирования были получены P - h -диаграммы. При обработке диаграмм с помощью методики Оливера–Фарра были получены зависимости модуля упругости и твердости от времени.

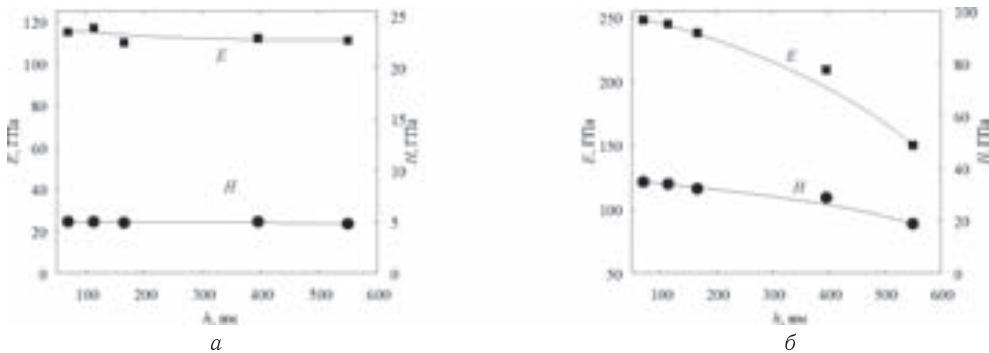


Рис. 2. Зависимости модуля упругости и твердости для модельного образца из однородного материала (а) и модельного образца состоящего из композиции «покрытие–подложка» (б)

При сравнении зависимостей было установлено, что значение модуля упругости и твердости для модельного образца композиции значительно выше, чем для однородного материала. Полученные результаты имеют хорошее соответствие с

данными натурного эксперимента. Таким образом, метод подвижных клеточных автоматов является перспективным для исследования механического поведения однородных материалов и систем «покрытие–подложка».

1. Oliver W. C., Farr G. M. Measurement of hardness and elastic modulus by instrumented indentation: Advanced in understanding and refinements to methodology // J. Mater. Res. — 2004. — V. 19, No. 1. — P. 73–78.
2. Shilko E. V., Psakhie S. G., Schmauder S., Popov V. L., Astafurov S. V., and Smolin A. Yu. Overcoming the limitations of distinct element method for multiscale modeling of materials with multimodal internal structure // Comp. Mater. Sci. — 2015.
3. Elias C. N., Meyers M. A., Valiev R. Z., Monteiro S. N. Ultrafine grained titanium for biomedical applications: An overview of performance // J Mater. Res. Technol. — 2013. — V. 2, No. 4. — P. 340–350.
4. Levashov E. A., Shtansky D. V., Kiryukhantsev-Korneev Ph. V., Petrzhik M. I., Tyurina M. Ya., Sheveiko A. N. Multifunctional nanostructured coatings: Formation, structure, and the uniformity of measuring their mechanical and tribological properties // Russian Metallurgy (Metally). — 2010. — V. 2010, No. 10. — P. 917–935.
5. Levashov E. A., Petrzhik M. I., Kiryukhantsev-Korneev F. V., Shtansky D. V., Prokoshkin S. D., Gunderov D. V., Sheveiko A. N., Korotitsky A. V., Valiev R. Z. Structure and mechanical behavior during indentation of biocompatible nanostructure titanium alloys and coatings // Metallurgist. — 2012. — V. 56, No. 5–6. — P. 395–407.

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНАЯ ОЦЕНКА ВОЗДЕЙСТВИЯ ВЛАГОНАСЫЩЕНИЯ НА ПОЛИМЕРНЫЕ КОМПОЗИЦИОННЫЕ МАТЕРИАЛЫ НА ОСНОВЕ УГЛЕРОДНОГО НАПОЛНИТЕЛЯ

A. Ю. Ершова, М. И. Мартиросов

МАИ, Москва, Россия

Как показывает практика, основными климатическими факторами, влияющими на прочность элементов конструкций, выполненных из полимерных композиционных материалов (ПКМ), являются изменяющиеся во времени температурно-влажностные условия окружающей среды. Известно, что ПКМ обладают способностью абсорбировать влагу из окружающей среды. Диффузия влаги в ПКМ вызывает набухание и действует на матрицу как пластификатор. Следствием этого является снижение температуры стеклования матрицы, что может отрицательно повлиять на прочностные характеристики материала.

При разработке элементов конструкций современной авиационной техники (АТ) с использованием ПКМ в настоящее время у нас в стране и за рубежом проводятся обязательные испытания таких материалов при следующих температурно-влажностных режимах:

- RTD (Room Temperature Dry) — испытания ПКМ при комнатной температуре +23°C и влажности — в состоянии поставки образцов (это состояние, в котором находятся образцы сразу после изготовления, содержание влаги в них не превышает 10% от максимального влагонасыщения при относительной влажности 85%);
- CTD (Cold Temperature Dry) — испытания ПКМ при отрицательной температуре -55°C и влажности — в состоянии поставки образцов;
- ETD (Evaluated Temperature Dry) — испытания ПКМ при повышенной температуре +80°C и влажности — в состоянии поставки образцов;

- ETW (Evaluated Temperature Wet) — испытания влагонасыщенных образцов из ПКМ при повышенной температуре $+80^{\circ}\text{C}$ (влажность равновесная при выдержке в условиях влажности 85% и температуре $+80^{\circ}\text{C}$).

В ряде отраслей машиностроения, использующих детали из ПКМ, весьма актуальной задачей является испытание таких материалов в режиме RTW (Room Temperature Wet): испытания при комнатной температуре влагонасыщенных образцов.

В работе проводятся климатико-прочностные испытания образцов из углепластика с типовой укладкой монослоев $+45^{\circ}/-45^{\circ}/0^{\circ}/90^{\circ}/0^{\circ}/-45^{\circ}/+45^{\circ}$ (всего 7 монослоев). Исследуются режимы RTD и RTW.

На основе препрода HexPly M21/40%/285T2/AS4C-6K (паспортная толщина монослоя $\sim 0,285$ мм) производства американской фирмы Hexcel Composites (углеродная ткань 285T2/AS4C саржевого переплетения на основе углеродного высокомодульного волокна HexTow AS4C 6K GP, пропитанная эпоксидным связующим M21 по технологии Hot Melt) была изготовлена плоская монолитная углепластиковая панель по автоклавной технологии (толщина пакета ~ 2 мм). Применимельно к АТ такой препрор может быть использован для производства сильнонагруженных деталей конструкционного назначения: панелей, лонжеронов и нервюр центроплана; панелей и лонжеронов консоли крыла; обшивок и лонжеронов стабилизатора и киля; нервюр консоли крыла, стабилизатора и киля; балок пола и других элементов. В деталях машиностроения этот препрор также имеет широкое применение.

Для изготовления панели использовался автоклав фирмы MASCHINENBAU Scholz GmbH & Co.KG (Германия). Далее из углепластиковой панели вырезались стандартные гладкие образцы для испытаний в продольном (24 штуки) и в попечном (24 штуки) направлениях. Все образцы были подвергнуты неразрушающему контролю. Использовался дефектоскоп ультразвуковой Epoch 1000i фирмы Olimpus (США) и преобразователи этой же фирмы. Кроме проверки на отсутствие внутренних дефектов контроль качества изготовленных образцов проводился на точность их геометрических размеров и отсутствие внешних дефектов. Разработана программа испытаний исследуемых образцов, которая включала следующие эксперименты: растяжение в режиме RTD; сжатие в режиме RTD; влагонасыщение + растяжение в режиме RTW; влагонасыщение + сжатие в режиме RTW. Половина образцов (направления выреза из панели 0° и 90°) были испытаны на растяжение и сжатие в режиме RTD, а остальные — в режиме RTW. Испытания на растяжение проводились по ГОСТ 25.601-80, а на сжатие — по ГОСТ 25.602-80. Эксперименты проводились на электромеханической испытательной машине INSTRON фирмы Instron Engineering Corporation (Великобритания). Управление машиной осуществлялось посредством программного обеспечения INSTRON Bluehill, с помощью которого проводилось задание параметров испытания, управление системой, сбор и анализ данных, полученных в ходе работ. Нагружение образцов проводилось с постоянной скоростью. Испытание прекращалось при достижении разрушения образца. Получены диаграммы деформирования в осях $P-\Delta l$ и $\sigma-\varepsilon$. Исследовался характер разрушения образцов.

Влагонасыщение образцов проходило в климатической камере TH-TG-1500 производства фирмы Lab Companion (Корея) в соответствии с ГОСТ 12423-2013 и контролировалось на образцах-спутниках. Образцы-спутники помещались в климатическую камеру вместе с образцами, предназначенными для механических испытаний, и служили для оценки количества поглощенной влаги. В камере контролировалась равномерность температуры и влажности. Наиболее интенсивное влагопоглощение наблюдалось в первые дни экспонирования. Этот процесс про текал с убывающей скоростью и обладал свойством насыщения. Считалось, что

равновесное насыщение достигнуто, когда три последовательных взвешивания с интервалом 3 суток дают среднее значение изменения массы поглощенной влаги в образце менее 1% от предыдущего значения. Содержание влаги определялось по приращению массы образцов относительно их исходного состояния. Построена кривая влагонасыщения. Проведен теоретический расчет диффузии влаги по закону Фика с учетом зависимости коэффициента диффузии от температуры среды.

Для количественного учета влияния влажности на характеристики статической прочности исследуемых образцов вводятся редукционные коэффициенты K_B , которые характеризуют изменение расчетных характеристик материала по сравнению с обычными лабораторными условиями. В работе определяются коэффициенты влияния климатических воздействий при статических испытаниях образцов на растяжение K_{B+} и сжатие K_{B-} (сравнение режимов RTD и RTW). Исследуется влияние угла вырезки (0° и 90°) на прочность образцов при растяжении и сжатии.

1. Мартirosов М. И., Еришова А. Ю. Деформирование и разрушение элементов авиационных конструкций из полимерных композитов с углеродным наполнителем // Тезисы докладов XXVI Международной конференции «Математическое и компьютерное моделирование в механике деформируемых сред и конструкций». Санкт-Петербург, СПбГУ, 2015 г. — С. 216–217.
2. Еришова А. Ю., Мартirosов М. И. Экспериментальное изучение влияния температурно-влажностных условий окружающей среды на механические свойства полимерных композитов // Материалы XI Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2016), 25–31 мая 2016 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2016. — С. 513–514.

НАПРЯЖЕНИЯ В СЛОЯХ КОМПОЗИТНОЙ ОБОЛОЧКИ С ГЕРМЕТИЧНЫМ СЛОЕМ ПОД ДЕЙСТВИЕМ УДАРНОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ*

В. Н. Зайцев

МАИ, Москва, Россия

Рассмотрена задача определения напряженно-деформированного состояния силовой оболочки баковой системы, а так же вклада композитных слоев в прочностные свойства оболочки. Конструкция представляет собой оболочку вращения сложной формы с металлическим герметичным слоем и внешними композиционными слоями. Бак представляет собой цилиндрическую обечайку диаметром $D = 3,9$ м и длиной $l = 1,73$ м с эллиптическими днищами (рис. 1). Одна полуось эллипса равна радиусу цилиндрической части бака, а другая полуось равна 1,3 м. Объем бака равен $41,3 \text{ м}^3$. Конструктивно бак изготовлен из композитного материала с герметичным металлическим слоем. Композитная оболочка, получается путем намотки ленты толщиной 0,8 мм в несколько слоев под различными.

Особенностью сосудов, работающих длительное время под давлением, является требование сохранения ими герметичности. Используемые способы герметизации композитных конструкций не всегда отвечают этому условию. Так, резиновый слой с течением времени теряет герметизирующие свойства вследствие старения, а слои термопласта можно использовать в сравнительно узком диапазоне температур. Один из перспективных способов обеспечения герметичности — введение

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (код проекта №15-01-03421-а).

несущего металлического слоя, обладающего малой проницаемостью, стойкостью к агрессивным средам и позволяющего использовать металлическую оболочку в качестве оправки при намотке оболочки. Получаемая комбинированная конструкция, состоящая из внутреннего изотропного слоя и наружного армированного слоя, как правило, оказывается тяжелей баллона из композита, однако обладает по сравнению с последним рядом технологических и эксплуатационных преимуществ.

Введение металлического слоя требует решения задачи оптимального проектирования комбинированной конструкции, т.е. выбора оптимального соотношения толщин металла и композита, схемы армирования и построения контура баллона. Если на оболочку действует только внутреннее давление, нагружение металлического слоя может считаться близким к простому. Как известно, в этом случае достаточно точные результаты могут быть получены на основании деформационной теории пластичности [1]. При этом физические соотношения для металлического слоя имеют вид:

$$\begin{aligned}\varepsilon_\alpha &= \frac{\sigma_\alpha^0 - \mu\sigma_\beta^0}{E} + \left(\frac{1}{E_c} - \frac{1}{E}\right) \left(\sigma_\alpha^2 - \frac{1}{2}\sigma_\beta^0\right), \\ \varepsilon_\beta &= \frac{\sigma_\beta^0 - \mu\sigma_\alpha^0}{E} + \left(\frac{1}{E_c} - \frac{1}{E}\right) \left(\sigma_\beta^2 - \frac{1}{2}\sigma_\alpha^0\right).\end{aligned}\quad (1)$$

Здесь $\sigma_\alpha^0, \sigma_\beta^0$ — меридиональное и кольцевое напряжения в герметизирующем изотропном слое; E, μ — модуль упругости и коэффициент Пуассона герметичного материала; E_c — секущий модуль, определенный по единой кривой $\sigma_i - \varepsilon_i$; $\sigma_i^2 = (\sigma_\alpha^0)^2 - \sigma_\alpha^0\sigma_\beta^0 + (\sigma_\beta^0)^2$ — интенсивность напряжений.

В полимерных композитах связующее разрушается на начальном этапе нагружения. Тогда для модели материала в виде системы нитей физические зависимости для комбинированной оболочки представляются в виде [2]:

$$\begin{aligned}N_\alpha &= \bar{B}_{11}\varepsilon_\alpha + \bar{B}_{12}\varepsilon_\beta, \\ N_\beta &= \bar{B}_{12}\varepsilon_\alpha + \bar{B}_{22}\varepsilon_\beta.\end{aligned}\quad (2)$$

Здесь обобщенные жесткости имеют вид:

$$\begin{aligned}\bar{B}_{11} &= \frac{4E^2 E_c h_0}{3E^2 + (1-2\mu)E_c[2E - (1-2\mu)E_c]} + \sum h_i E_1^i \cos^4(\phi_i). \\ \bar{B}_{12} &= \frac{2EE_c h_0 [E - (1-2\mu)E_c]}{3E^2 + (1-2\mu)E_c[2E - (1-2\mu)E_c]} + \sum h_i E_1^i \cos^2(\phi_i) \sin^2(\phi_i), \\ \bar{B}_{22} &= \frac{4E^2 E_c h_0}{3E^2 + (1-2\mu)E_c[2E - (1-2\mu)E_c]} + \sum h_i E_1^i \sin^4(\phi_i),\end{aligned}\quad (3)$$

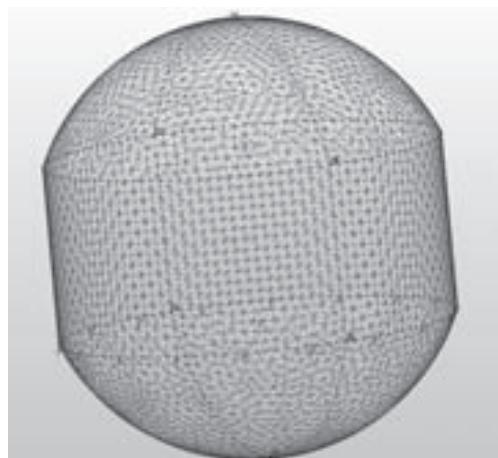


Рис. 1

где h_0 — толщина герметизирующей оболочки; h_i — толщина i -го слоя армированного материала; ϕ — угол намотки композитного слоя.

Соотношения (2) могут быть использованы при поверочном расчете комбинированной конструкции. По известным безмоментным усилиям и параметрам структуры с помощью метода последовательных нагружений определяются деформации пакета, с помощью которых вычисляются напряжения в слоях. При этом диапазон изменения давления разбивается на участки; на начальном участке секущий модуль E_c принимается равным E , а на каждом последующем E_c определяется по интенсивности напряжений, найденной на предыдущем этапе нагружения.

При использовании в качестве материала герметизирующего слоя металлов с выраженной площадкой текучести, в качестве диаграммы деформирования допустимо использовать модель жесткопластического тела, т. е. предполагать, что в момент, предшествующий разрушению, напряжения в металлической оболочке равны пределу текучести ($\sigma_\alpha^0 = \sigma_\beta^0 = \sigma_i = \sigma_T$), а напряжения в нитях равны предельным ($\sigma_1 = \bar{\sigma}_1$). Тогда при принятых допущениях безмоментные усилия в оболочке связаны с напряжениями в слоях зависимостями:

$$\begin{aligned} N_\beta &= \sigma_T h_0 + \bar{\sigma}_1 h \cos^2(\phi), \\ N_\beta &= \sigma_T h_0 + \bar{\sigma}_1 h \sin^2(\phi). \end{aligned} \quad (4)$$

Выбор модели материала герметизирующего слоя определяется конкретным видом его диаграммы деформирования. Для материалов с большой степенью упрочнения можно потребовать, например, чтобы равнопрочность конструкции существовала в предельном состоянии при разрушении ($p = p_{\max}$) или при эксплуатационной нагрузке $p = p_{\text{экспл}}$.

Поэтому все предыдущие выкладки могут быть использованы только для оценки полученных статических результатов. Ввиду сложности задачи использовался численный метод конечных элементов. На оболочку наносилась сетка, образующая конечные элементы. В качестве конечного элемента использовался плоский многослойный элемент. Первый слой этого элемента состоял из изотропного титанового сплава. Остальные слои представляли собой ортотропный материал. Композитная оболочка, получается путем намотки ленты толщиной 0,8 мм в несколько слоев под различными углами. Композитная лента, изготовленная из композитного материала УКН-500+ЭХД-МК1.

Расчеты проводились с использованием программы конечно-элементного анализа NX Nastran 7.5. Были проведены статический расчет оболочки под действием внутреннего давления и динамический расчет от действия ударного воздействия на внешнюю поверхность оболочки. Определено напряженно-деформированное состояние в слоях оболочки от действия каждой нагрузки.

Полученные результаты удовлетворяют условиям прочности и не вызывают потерю герметичности бака.

1. Васильев В. В. Механика конструкций из композиционных материалов. — М.: Машиностроение, 1988. — 272 с.
2. Композиционные материалы. Справочник / Под общей ред. В. В. Васильева, Ю. М. Тарнопольского. — М.: Машиностроение, 1990. — 512 с.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРВИЧНОЙ РАДИАЦИОННОЙ ПОВРЕЖДАЕМОСТИ В БЛИЗИ ГРАНИЦ РАЗДЕЛА В СПЛАВЕ Fe–Cr*

К. П. Зольников, А. В. Корчуганов, Д. С. Крыжевич

ИФПМ СО РАН, Томск, Россия

Первичная радиационная повреждаемость во многом зависит от внутренней структуры материала. Различного типа границы раздела такие как свободные поверхности, межзеренные границы во многом определяют особенности развития каскадов атомных смещений, количество и тип выживших радиационных дефектов [1–3]. В работах [4, 5] показано, что межзеренные границы являются барьераами на пути распространения каскадов атомных смещений и аккумулируют в своей области наибольшее количество сформированных дефектов. На завершающей стадии развития каскада в межзеренных границах образуются наибольшие по размеру кластеры точечных дефектов. Эволюция каскадов атомных смещений в области свободных поверхностей металлов имеет свои особенности, обусловленные возможностью выхода сформированных дефектов на поверхность. Как правило, развитие каскада на свободной поверхности металла сопровождается формированием адатомов на поверхности и выбиванием из образца некоторого количества атомов в результате столкновения частицы распада с атомами кристаллической решетки. Степень первичной радиационной повреждаемости материала существенно зависит от типа и энергии налетающей частицы. Кроме того, близость облучаемой поверхности оказывает влияние на количество и тип формируемых радиационных дефектов. Так, для приповерхностных каскадов характерно образование кратеров на облучаемой поверхности и формирование достаточно большого числа дислокационных петель вакансационного типа. Можно ожидать, что влияние границ раздела на первичную радиационную повреждаемость наиболее существенно для каскадов атомных смещений с малыми энергиями (менее 50 кэВ), поскольку эволюция каскадов происходит в непосредственной близости от границы.

В настоящей работе проведено компьютерное моделирование зарождения и развития радиационных дефектов в каскадах атомных смещений в кристаллине Fe–10Cr вблизи свободных поверхностей с различной кристаллографической ориентацией и границ зерен. Моделирование проводилось в рамках метода молекулярной динамики [6, 7]. Для описания межатомного взаимодействия в сплаве использовался многочастичный потенциал, построенный в рамках метода погруженного атома. Облучаемые свободные поверхности имели кристаллографические индексы (110) и (111). В качестве межзеренных границ были выбраны симметричные наклонные границы зерен. Для генерации каскада атомных смещений первично-выбитому атому (ПВА) железа, находящемуся на поверхности, сообщался импульс, направленный перпендикулярно к поверхности образца в объем материала. Энергия ПВА составляла 20 кэВ. Анализ результатов моделирования показал, что количество выживших точечных дефектов при развитии каскада атомных смещений вблизи свободной поверхности может быть в несколько раз больше количества дефектов сформированных каскадом в объеме образца вдали от границ раздела. При облучении свободных поверхностей в объеме образцов содержится больше вакансий, чем межузельных атомов. Это является результатом высокой подвижности межузельных атомов, которые выходят на свободную поверхность быстрее, чем вакансии.

*Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект №16-08-00120-а).

Обнаружено, что кристаллографическая ориентация свободных поверхностей существенно влияет на характер радиационной повреждаемости материала. При облучении свободной поверхности (111) образуются кратеры, окруженные островками атомов. В случае поверхности (110) в кристаллите формируется дислокационные петли вакансационного типа с векторами Бюргерса $a/2\langle 111 \rangle$ и $a\langle 100 \rangle$. Показано, что формирование кратера или дислокационной петли связано с анизотропией распространения ударных волн, генерируемых каскадами атомных смещений.

1. Korchuganov A. V., Zolnikov K. P., Kryzhevich D. S., Psakhie S. G., Chernov V. M. Generation of shock waves in iron under irradiation // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms. — 2015. — V. 352. — P. 39–42.
2. Zolnikov K. P., Korchuganov A. V., Kryzhevich D. S., Psakhie S. G., Chernov V. M. Structural changes in elastically stressed crystallites under irradiation // Nuclear Instruments and Methods in Physics Research Section B: Beam Interactions with Materials and Atoms. — 2015. — V. 352. — P. 43–46.
3. Зольников К. П., Уваров Т. Ю., Скрипняк В. А., Липницкий А. Г., Сараев Д. Ю., Псахье С. Г. Влияние границы зерна на характер откольного разрушения в кристаллите меди при импульсном воздействии // ПЖТФ. — 2000. — Т. 26, № 8. — С. 18–23.
4. Псахье С. Г., Зольников К. П., Крыжевич Д. С., Железняков А. В., Чернов В. М. Каскады атомных соударений в кристаллитах ванадия с межзеренными границами // Физическая мезомеханика. — 2008. — Т. 11, № 4. — С. 5–13.
5. Псахье С. Г., Уваров Т. Ю., Зольников К. П. О новом механизме генерации дефектов на границах раздела. Молекулярно-динамическое моделирование // Физическая мезомеханика. — 2000. — Т. 3, № 3. — С. 69–71.
6. Псахье С. Г., Зольников К. П. Об аномально высокой скорости перемещения границ зерен при высокоскоростном сдвиговом нагружении // ПЖТФ. — 1997. — Т. 23, № 14. — С. 44–48.
7. Псахье С. Г., Зольников К. П., Сараев Д. Ю. Локальная структурная неустойчивость и формирование тепловых пятен в материалах при механическом нагружении // Физика горения и взрыва. — 1997. — Т. 33, № 2. — С. 143–146.

ОБ ОСОБЕННОСТЯХ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ КУСОЧНО-ЛИНЕЙНЫХ ПЛАСТИЧЕСКИХ ПОТЕНЦИАЛОВ В РАСЧЕТАХ НЕУСТОЯВШИХСЯ ТЕМПЕРАТУРНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ

М. Каинг¹, А. В. Ткачева², Г. А. Щербатюк¹

¹*КнАГТУ, Комсомольск-на-Амуре, Россия;*

²*ИМиМ ДВО РАН, Комсомольск-на-Амуре, Россия*

Кусочно-линейные пластические потенциалы включают в себя классические условия пластичности максимальных касательных напряжений (критерий Треска-Сен-Венана) и условие пластичности максимальных приведенных напряжений (критерий Ишлинского-Ивлева) [1]. С их помощью достигаются [2, 3] значительные упрощения в алгоритмизации расчетов неустановившихся температурных напряжений в упругопластических телах при зависимости предела текучести от температуры.

Здесь на примере постановок простейших модельных краевых задач теории температурных напряжений в упругопластических телах отметим ряд качественных особенностей построения решений, связанных с использованием классических кусочно-линейных условий пластического течения. Будем использовать классиче-

скую математическую модель упругопластичности Прандтля–Рейса [1], в которой соотношения закона Гука заменяются зависимостями Дюамеля–Неймана [4], а в качестве условий пластичности выбираются соотношения Треска–Сен-Венана:

$$\max |\sigma_i - \sigma_j| = 2k$$

или соотношения Ишлинского–Ивлева

$$\max |\sigma_i - \sigma| = \frac{4}{3}k,$$

где σ_i — главные значения тензора напряжений, $\sigma = (1/3)(\sigma_1 + \sigma_2 + \sigma_3)$, k — предел текучести. Предел текучести k и упругие постоянные полагаются зависимыми от температуры.

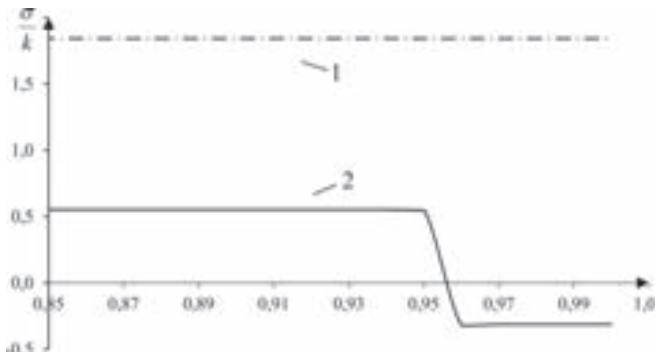


Рис. 1. Распределение остаточных напряжений в материале пластины с закрепленными краями

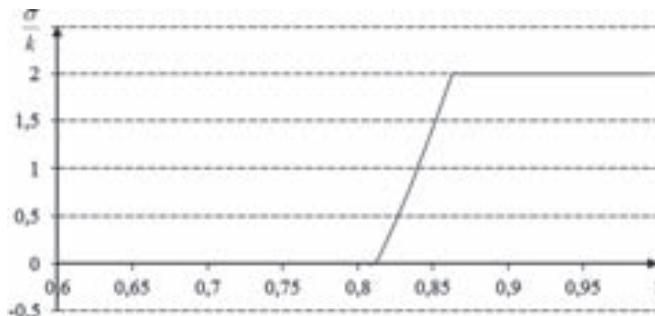


Рис. 2. Распределение остаточных напряжений в материале пластины со свободными краями

Рассмотрим бесконечно длинную пластину с закрепленными краями по ширине, интенсивно нагреваемую по линии симметрии. Центр декартовых координат расположим на краю пластины, ось абсцисс направим по ширине, ординат по длине. Нагрев заканчивается в тот момент, когда на оси симметрии температура достигает некого своего максимального значения.

Если за поверхность нагружения принять призму Треска–Сен-Венана, то решения в условиях зависимости предела текучести от температуры не существует, поскольку из условия пластичности следует $\sigma_x = -2k \neq \text{const}$, которое в условиях зависимости k от температуры и, следовательно, от пространственной координаты x противоречит уравнению равновесия $\sigma_{x,x} = 0$.

Если же за условие пластического течения принять условие Ишлинского–Ивлева, то при нагреве возникает пластическое течение в соответствии плоского напряженного состояния грани $2\sigma_y - \sigma_x = -4k$ призмы Ивлева. Оно возникает в месте нагрева и распространяется по пластине. С ростом температуры на оси симметрии выполняется условие ребра призмы Ивлева: $2\sigma_y - \sigma_x = -4k$ и $\sigma_y + \sigma_x = -4k$. Но такое пластическое течение не осуществимо опять же из-за противоречия с уравнением равновесия, так как из соотношения ребра призмы максимальных приведенных напряжений (призмы Ивлева) следует $\sigma_x = -(4/3)k \neq \text{const}$, но согласно уравнению равновесия σ_x не может быть зависимым от пространственной координаты x . Однако, решение можно построить по средствам мгновенного перехода напряженных состояний через грань поверхности нагружения на иное ребро: $\sigma_y + \sigma_x = -4k$.

В момент прекращения нагрева начинается повторное пластическое течение. Оно повторяет пластическое течение при росте температуры с тем только отличием, что в условиях пластичности поменяется знак правой части. Наличие жестких стенок по границам пластины приведет к тому, что итоговые напряжения останутся удовлетворяющими условию пластичности.

На рис. 1 изображены остаточные напряжения, прямой линией изображено напряжение σ_y , штрих пунктирной — σ_x .

В условиях свободных границ в пластине напряжения σ_x всегда рано нулю, поэтому в данном простейшем случае условие пластичности Ишлинского–Ивлева совпадает с условием пластичности Треска–Сен-Бенана. Пластическое течение возникает на линии нагрева, здесь выполняется условие $\sigma_y = -2k$. За моментом прекращения нагрева, следует полная разгрузка области пластического течения, но из-за высоких необратимых деформаций, накопившихся в материале пластины, происходит повторное пластическое течение, которое характерно тем, что выполняемое условие пластичности $\sigma_y = 2k$ сохраняться при остывании. Распределение остаточного напряжения σ_y изображено на рис. 2.

1. Быковцев Г. И., Ивлев Д. Д. Теория пластичности. — Владивосток: Дальнаука, 1998. — 528 с.
2. Буренин А. А., Дац Е. П., Мурашкин Е. В. Формирование поля остаточных напряжений в условиях локального теплового воздействия // Известия РАН МТТ. — 2014. — С. 124.
3. Дац Е. П., Петров М. Р., Ткачева А. В. Кусочно-линейные пластические потенциалы в задачах теории температурных напряжений о сборке горячей посадкой // Вестник ЧГПУ им. И. Я. Яковлева. Серия «Механика предельного состояния». — 2015. — №4(26). — С. 163.
4. Мелан Э., Паркус Г. Термоупругие напряжения, вызываемые стационарными температурными полями / Пер. с нем. — М.: Физматгиз, 1958. — 166 с.

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ФРИКЦИОННОГО КОНТАКТА ЭЛЕМЕНТОВ СФЕРИЧЕСКОЙ ОПОРНОЙ ЧАСТИ*

А. А. Каменских, Н. А. Труфанов

ПНИПУ, Пермь, Россия

Исследования фрикционного контакта элементов реальных конструкций является одной из актуальных тем исследования в рамках механики контактного взаимодействия. Особый интерес представляет исследование влияния фрикционных

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ проект №16-38-00390мол_а.

свойств материалов на параметры зоны контакта. В данной работе рассматривается численная реализация контактного взаимодействия элементов сферической опорной части мостового пролета с учетом фрикционных свойств материалов. Сферическая опорная часть включает: верхнюю стальную плиту с шаровым полированным сегментом 1, нижнюю стальную плиту со сферическим вырезом 2 и разделяющую их сферическую полимерную антифрикционную прослойку из модифицированного фторопластика 3. Рассматривается конструкция опорной части с номинальной нагрузкой 2,5 МН, изготовленная ООО «АльфаТех» (Россия).

Задача реализуется в осесимметричной постановке в рамках деформационной теории упругопластичности. Общая математическая постановка задачи контактно-го взаимодействия упругих тел 1 и 2 с упругопластической прослойкой 3 включает уравнения равновесия, геометрические соотношения, физические соотношения, а так же условия взаимодействия на поверхности контакта, которые приведены в [1, 2]. Математическая постановка включает кинематические и статические граничные условия, соответствующие реальному нагружению контактного узла. В рамках задачи рассматриваются такие типы контактного взаимодействия как проскальзывание с трением, прилипание и отлипание.

Данные по коэффициентам трения для модифицированного фторопластика получены на основе серии экспериментов, проведенных д.ф.-м.н. А. А. Адамовым в Институте механики сплошных сред УрО РАН (Россия). В рамках исследования фрикционных свойств материалов контактной пары (сталь, модифицированный фторопласт) элементов сферической опорной части получены зависимости коэффициента трения от удельного давления P_k при контакте без смазки и со смазкой (рис. 1).

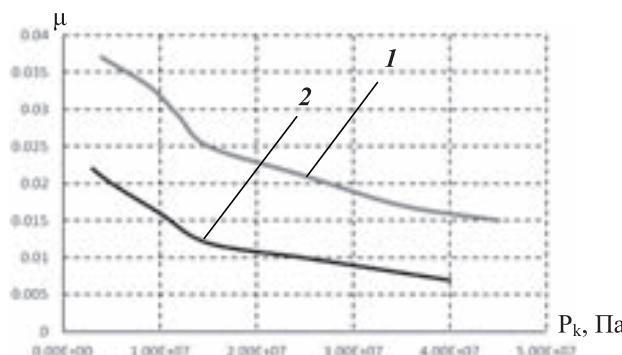


Рис. 1. Зависимость коэффициента трения от удельного вертикального давления P_k : 1 — без смазки; 2 — со смазкой

По результатам натурных экспериментов, направленных на определение фрикционных свойств антифрикционного материала, была составлена программа серии численных экспериментов (табл. 1) для двух вариантов контактного взаимодействия: со смазкой и без смазки.

В рамках численного исследования влияния фрикционных свойств материала антифрикционной прослойки на параметры зоны контакта была реализована серия численных экспериментов. В результате получены поля распределения относительного контактного давления и относительного контактного касательного напряжения при контакте без смазки и со смазкой (рис. 2), которые показаны на поверхности контакта S_{K_1} , по которой осуществляется поворот сферического сегмента верхней плиты.

Таблица 1

Численный эксперимент, соотношение давления и коэффициента трения

№ п/п	Контакт без смазки		Контакт со смазкой	
	Коэффициент трения	Давление, МПа	Коэффициент трения	Давление, МПа
1	0,037	4	0,022	3
2	0,033	9	0,02	5
3	0,029	12	0,016	10
4	0,025	15	0,012	15
5	0,021	25	0,01	25
6	0,017	35	0,009	35
7	0,015	45	0,007	40

В рамках серии численных экспериментов было установлено:

— при увеличении нагрузки и соответствующем уменьшении коэффициента трения максимальное контактное давление увеличивается как при контакте без смазки, так и со смазкой, уровень максимального относительного контактного давления мало зависит от нагрузки и коэффициента трения, при этом при контакте со смазкой контактное давление больше;

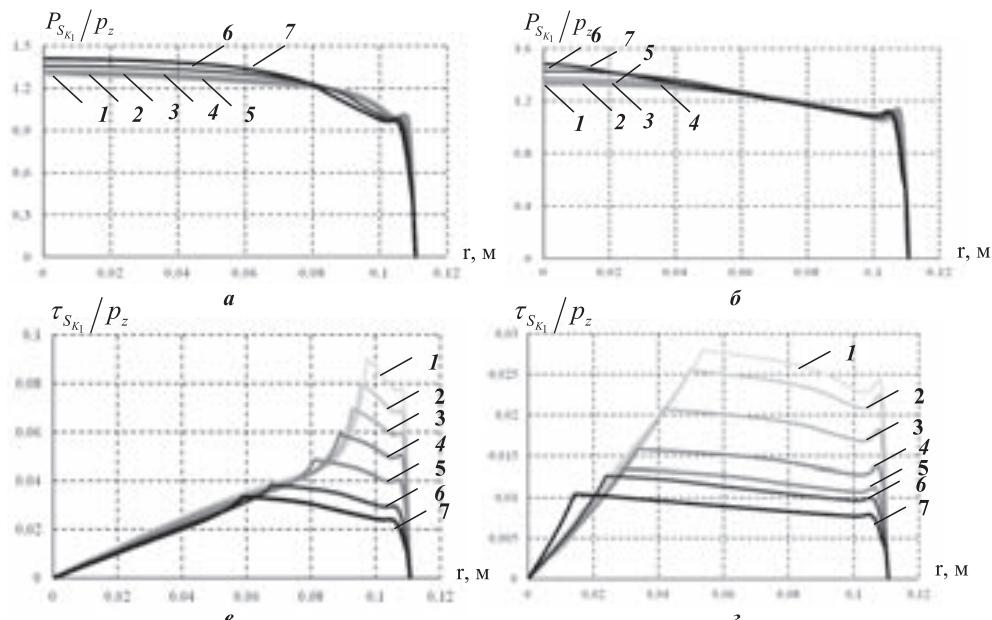


Рис. 2. Относительное контактное давление (а, б) и относительное контактное касательное напряжение (в, г) на S_{K_1} : а и в — без смазки; б и г — со смазкой (1–7 — № численного эксперимента)

— в случае относительного контактного касательного напряжения наблюдается проявление антифрикционных свойств материалов, таким образом, максимальное значение касательного напряжения уменьшается при увеличении нагрузки, при этом при контакте со смазкой максимальное значение относительного контактного касательного напряжения значительно меньше соответствующей величины при контакте без смазки при одном уровне нагрузки.

- Каменских А. А., Труфанов Н. А. Численный анализ напряженного состояния сферического контактного узла с прослойкой из антифрикционного материала // Вычислительная механика сплошных сред. — 2013. — Т. 6, №1. — С. 54–61.
- Kamenskih A. A., Trufanov N. A. Regularities Interaction of Elements Contact Spherical Unit with the Antifrictional Polymeric Interlayer // Friction and Wear. — 2015. — V. 36, No. 2. — P. 170–176.

ИДЕНТИФИКАЦИЯ ХОРОШО ОТДЕЛЕННЫХ ДЕФЕКТОВ В ТЕРМОУПРУГОМ ТЕЛЕ*

A. В. Капцов, Е. И. Шифрин

ИПМех РАН, Москва, Россия

Геометрические обратные задачи статической теории упругости представляют важность для неразрушающих методов испытаний и неразрушающего контроля материалов и конструкций. В нескольких публикациях [1, 2] исследовались задачи идентификации одиночных, максимум двух дефектов в 2D-термоупругом теле. Новый подход к решению обратных задач статической теории упругости для многих дефектов по граничным данным предложен в работах одного из авторов в [3, 4]. В настоящей работе, см. также [6], он распространен на решение обратных задач термоупругости.

В работе рассматривается геометрическая обратная задача термоупругости для 3D-тела, содержащего конечное число хорошо отделенных неоднородностей. Предполагается, что тело является линейно-упругим, механически и термически изотропным.

Постановка задачи. Пусть $V \subset \mathbb{R}^3$ — тело с границей ∂V , имеющее характерный размер L , содержащее n односвязных дефектов $G_k \subset V$, $k = 1, 2, \dots, n$ с границами ∂G_k . Обозначим индексом d термоупругие поля перемещений напряжений в теле вне дефектов, а индексом I_k соответствующие величины в дефектах. Обозначим индексом r такие упругие поля в теле без дефектов, для которых первый инвариант тензора деформаций равен нулю. Согласно [6], функционал взаимности $RG(d, r)$ определяется через интегралы по внешней поверхности тела

$$RG(d, r) = \int_{\partial V} (t_i^d u_i^r - t_i^r u_i^d) dS, \quad t_i^g = \sigma_{ij}^g n_i; \quad g = d, r. \quad (1)$$

Этот функционал может быть представлен в виде интеграла по границам дефектов

$$RG(d, r) = \sum_{k=1}^n \int_{\partial G_k} (t_i^{Ik} u_i^r - t_i^r u_i^{Ik}) dS. \quad (2)$$

Функции t_i^d , u_i^d на внешней границе считаются известными из эксперимента, поэтому функционал (1) вычисляется для всех регулярных полей r . Функционал (2) выражается через параметры G_k , что позволяет обнаружить дефекты по известным данным (1) на внешней границе тела.

Метод решения. В [3, 4] показано, что малые по сравнению с размером тела включения могут быть рассмотрены как точечные дефекты, и задача их рекон-

*Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 16-01-00149).

струкции сведена к определению проекций этих точек на произвольную плоскость. Рассматривая, в частности, проекцию на плоскость (x_1, x_2) , предполагая заданным (но неизвестным заранее) число дефектов n и выбирая специальные регулярные поля, задача определения проекций может быть сведена к системе уравнений

$$b_m = \sum_{k=1}^n A_k^{(n)} w_k^m, \quad m = 0, 1, 2, \dots; \quad w_k = w_k(z_k), \quad w = z/L, \quad z = x_1 + ix_2. \quad (3)$$

Такие уравнения возникают в задаче определения полюсов мероморфных функций. Эта задача решается известными методами. Координаты полюсов мероморфных функций w_k будут давать координаты точечных дефектов. Число дефектов n заранее неизвестно, поэтому необходимо решать уравнение (3) для разных n . В данной работе амплитуды $A_k^{(n)}$ связываются с вероятностями расположения дефектов, что позволяет построить функции распределения вероятностей расположения проекций дефектов внутри проекции тела на плоскость (x_1, x_2) .

Пример. Для иллюстрации эффективности предложенного метода рассмотрим двумерное тело V в виде квадрата со стороной 20 с тремя полостями (рис. 1, *a*). Модуль Юнга тела $E_M = 2\mu_M(1 + \nu_M) = 68,5$ ГПа, коэффициент Пуассона $\nu_M = 0,36$. Тепловые характеристики $\alpha_M = 19,5 \cdot 10^{-6}$ К $^{-1}$, $\kappa_M = 207$ В · м $^{-1}$ · К $^{-1}$. соответствуют алюминию. Температура на части верхней и нижней границ тела $\Gamma_1 = [-2,5, 2,5] \times 10$, $T_1(x') = 20^\circ\text{C}$, $x' \in \Gamma_1$, $\Gamma_2 = [-2,5, 2,5] \times (-10)$, $T_2(x') = 10^\circ\text{C}$, $x' \in \Gamma_2$, оставшаяся часть границы считается термоизолированной. Границы полостей также считаются термоизолированными.

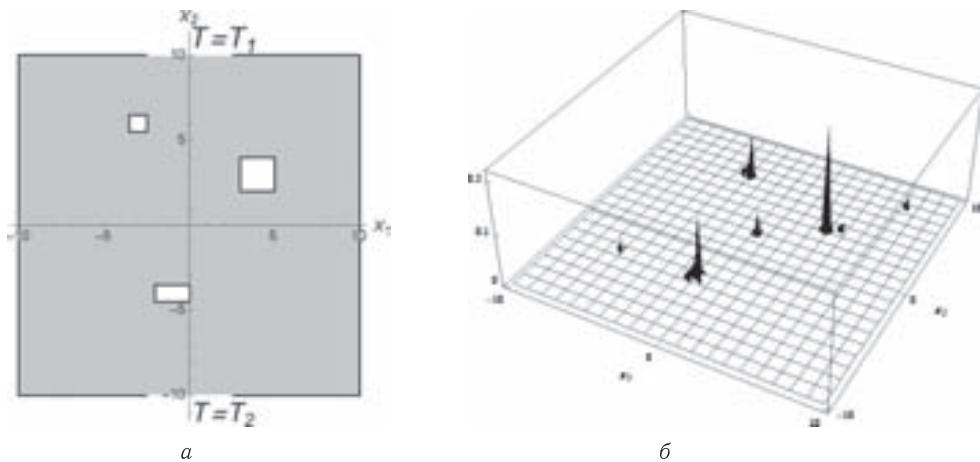


Рис. 1

Распределение вероятностей расположения дефектов в предположении, что их число не превосходит 20 приведено на рис. 1, *б*. Из представленного рисунка видно, что проекции дефектов выделяются и их количество и приближенное расположение могут быть определены.

1. Ben Ameur H., Burger M., Hackl B. Cavity identification in linear elasticity and thermoeelasticity // Math. Meth. Appl. Sci. — 2007. — V. 30. — P. 625–647.
2. Karageorghis A., Lesnic D., Marin L. The method of fundamental solutions for the detection of rigid inclusions and cavities in plane linear elastic bodies // Computers and Structures. — 2012. — 106-107. — P. 176–188.

3. Shifrin E. I., Shushpannikov P. S. Identification of small well-separated defects in an isotropic elastic body using boundary measurements // International Journal of Solids and Structures. — 2013. — V. 50. — P. 3707–3716.
4. Shifrin E. I., Shushpannikov P. S. Identification of finitely many small defects in an anisotropic linearly elastic body from a single static test // Mechanics of Solids. — 2015. — V. 50. — P. 421–431.
5. Shifrin E. I., Kaptsov A. V., Levitin A. L. Identification of small inhomogeneities in 3d thermoelasticity // XXIV ICTAM, 21–26 August 2016, Montreal, Canada. ISBN: NR16-127/2016E-EPUB. — P. 1927–1928.

ПОЛЗУЧЕСТЬ И ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКОЕ ТЕЧЕНИЕ МАТЕРИАЛА ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО СЛОЯ ПРИ НЕРАВНОМЕРНОМ ВРАЩАТЕЛЬНОМ ДВИЖЕНИИ ГРАНИЧНОЙ ПОВЕРХНОСТИ

Л. В. Ковтюк^{1,2}, А. О. Лемза²

¹ИАПУ ДВО РАН, Владивосток, Россия; ²ДВФУ, Владивосток, Россия

В настоящей работе в рамках модели больших деформаций [1, 2] строится решение краевой задачи о деформировании несжимаемого материала, проявляющегося нелинейные упругие, вязкие и пластические свойства, помещенного между жесткими соосными цилиндрами, при неравномерном вращении внутреннего цилиндра. Вязкие свойства материала учитываются на стадии пластического течения и до его развития.

Согласно [1, 2] в системе координат Эйлера основные кинематические соотношения имеют следующий вид:

$$\begin{aligned} d_{ij} &= e_{ij} + p_{ij} - \frac{1}{2}e_{ik}e_{kj} - e_{ik}p_{kj} - p_{ik}e_{kj} + e_{ik}p_{ks}e_{sj}, \\ \frac{de_{ij}}{dt} &= \varepsilon_{ij} - \gamma_{ij} + r_{ik}e_{kj} - e_{ik}r_{kj} - \frac{1}{2}\left((\varepsilon_{ik} - \gamma_{ik} + z_{ik})e_{kj} + e_{ik}(\varepsilon_{kj} - \gamma_{kj} - z_{kj})\right), \\ \frac{dp_{ij}}{dt} &= \gamma_{ij} - p_{ik}r_{kj} + r_{ik}p_{kj} - p_{ik}\gamma_{kj} - \gamma_{ki}p_{kj}, \\ \varepsilon_{ij} &= \frac{1}{2}(v_{i,j} + v_{j,i}), \quad w_{ij} = \frac{1}{2}(v_{i,j} - v_{j,i}), \\ r_{ij} &= w_{ij} + z_{ij}(e_{ks}, \varepsilon_{ks}), \quad v_i = \frac{du_i}{dt} = \frac{\partial u_i}{\partial t} + \frac{\partial u_i}{\partial x_j}v_j. \end{aligned} \tag{1}$$

В соотношениях (1) u_i и v_i — компоненты векторов перемещений и скоростей точек среды; d_{ij} , e_{ij} , p_{ij} — компоненты тензоров полных, обратимых и необратимых деформаций соответственно; r_{ij} — тензор вращений; ε_{ij} и γ_{ij} — компоненты скоростей полных и необратимых деформаций. Напряжения в среде, как и в классической теории, полностью определяются обратимыми деформациями:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij} &= -p\delta_{ij} + \frac{\partial W}{\partial e_{ik}}(\delta_{kj} - e_{kj}), \quad p_{ij} \neq 0, \\ W &= -2\mu J_1 - \mu J_2 + bJ_1^2 + (b - \mu)J_1J_2 - \chi J_1^3 + \dots, \\ J_1 &= e_{kk} - \frac{1}{2}e_{ks}e_{sk}, \quad J_2 = e_{ks}e_{sk} - e_{ks}e_{st}e_{tk} + \frac{1}{4}e_{ks}e_{st}e_{tn}e_{nk}. \end{aligned} \tag{2}$$

В (2) σ_{ij} — компоненты тензора напряжений Эйлера–Коши; p — добавочное гидростатическое давление; W — упругий потенциал; μ — модуль сдвига исследуемого материала; b , χ — упругие модули более высокого порядка.

В областях, где напряженное состояние еще не достигло поверхности текучести или где пластическое течение происходило, а затем прекратилось, диссипативный механизм деформирования зададим в форме закона ползучести Нортона:

$$V(\sigma_{ij}) = B\Sigma^n(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3), \quad \gamma_{ij} = \varepsilon_{ij}^v = \frac{\partial V}{\partial \sigma_{ij}}, \quad (3)$$

где B, n — параметры ползучести материала; ε_{ij}^v — тензор скоростей деформаций ползучести. Когда напряженное состояние достигает поверхности текучести, диссипативный механизм меняется. С целью учета вязкости при пластическом течении в качестве такой поверхности будем использовать обобщенное условие Треска:

$$\max |\sigma_i - \sigma_j| = 2k + 2\eta \max |\varepsilon_k^p - \varepsilon_k^{v_0}|, \quad (4)$$

где $\sigma_i, \varepsilon_k^p$ — главные значения тензоров напряжений и скоростей пластических деформаций; k, η — предел текучести и коэффициент вязкости. Связь скоростей пластических деформаций ε_{ij}^p с напряжениями в условиях принимаемого принципа максимума Мизеса устанавливается ассоциированным законом пластического течения:

$$\gamma_{ij} = \varepsilon_{ij}^p = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}} + \varepsilon_{ij}^{v_0}, \quad f(\sigma_{ij}, \varepsilon_{ij}^p) = 0, \quad \lambda > 0. \quad (5)$$

В (4) и (5) $\varepsilon_{ij}^{v_0}$ — компоненты тензора скоростей деформаций ползучести в момент начала вязкопластического течения, $\varepsilon_k^{v_0}$ — его главные значения.

Рассмотрим деформирование материала при повороте внутренней граничной поверхности $r = r_0$, в то время как внешняя поверхность $r = R$ остается неподвижной. На жестких стенках выполняются условия прилипания. Тогда граничные условия в цилиндрической системе координат запишем в форме:

$$\bar{u}|_{r=R} = \bar{v}|_{r=R} = 0, \quad \omega|_{r=r_0} = \omega_0, \quad \theta|_{r=r_0} = \theta_0 = \int_0^t \omega_0 dt, \quad \sigma_{rr}|_{r=R} = a_0, \quad (6)$$

где $\theta(r, t)$ — центральный угол закручивания; $\omega = v_\varphi/r = \partial\theta/\partial t$ — угловая скорость; ω_0, a_0 — задаваемые функции, $u_r = r(1 - \cos\theta)$, $u_\varphi = r\sin\theta$ — компоненты вектора перемещений.

Интегрирование второго из уравнений равновесия, имеющих в цилиндрической системе координат вид

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\varphi\varphi}}{r} = 0, \quad \frac{\partial \sigma_{r\varphi}}{\partial r} + 2\frac{\sigma_{r\varphi}}{r} = 0, \quad (7)$$

приводит, учитывая (2), к следующим соотношениям:

$$\sigma_{r\varphi} = \frac{c(t)}{r^2}, \quad e_{r\varphi} = \frac{c(t)}{2\mu r^2}. \quad (8)$$

Скорость вращения поверхности $r = r_0$ определим следующим образом:

$$\omega_0 = \begin{cases} \alpha^2 t, & 0 \leq t \leq t_1; \\ \alpha^2 t_1, & t_1 \leq t \leq t_2; \\ \alpha^2 t_1 - \beta^2(t - t_2), & t_2 \leq t \leq t_3; \\ 0, & t \geq t_3. \end{cases} \quad \alpha, \beta = \text{const.} \quad (9)$$

В условиях, пока вязкопластическое течение не началось, для определения неизвестной функции $c_1(t) = \int_0^t c^{n-1}(t) dt$ используется дифференциальное уравнение:

$$\theta_0 = \frac{\dot{c}_1^{\frac{1}{n-1}}(t)}{2\mu} \left(\frac{1}{R^2} - \frac{1}{r_0^2} \right) + (-1)^n \frac{Bn2^{n-1}}{1-n} c_1(t) \left(\frac{1}{r_0^{2n-2}} - \frac{1}{R^{2n-2}} \right), \quad c_1(0) = 0. \quad (10)$$

В некоторый момент времени t_0 в окрестности поверхности $r = r_0$ напряженное состояние достигнет поверхности текучести, начнет развиваться область $r_0 \leq r \leq m(t)$ вязкопластического течения, где $m(t)$ — движущаяся упругопластическая граница, вычисление положения которой осуществляется путем решения уравнения:

$$\dot{m} = \frac{\frac{Bn\mu k^{n-2}}{2^{1-n}(n-1)} \left(1 - \frac{m^{2n-2}}{R^{2n-2}} + 2(n-1) \ln \frac{m}{r_0} \right) - \frac{\mu}{\eta} \left(2 \ln \frac{m}{r_0} - \frac{m^2}{r_0^2} + 1 + \frac{\eta \omega_0}{k} \right)}{m \left(\frac{1}{R^2} - \frac{1}{r_0^2} \right)}, \quad m(t_0) = r_0. \quad (11)$$

Здесь, как следует из (4), справедливо соотношение

$$m^2(t) = -\frac{c_2(t)}{k}, \quad (12)$$

где функция $c_2(t)$ выполняет ту же роль, что и функция $c(t)$, но в силу иного порядка вычисления на стадии вязкопластического течения имеет отличное обозначение. Решение (10) и (11) позволяет (1), (8) вычислить напряжения и деформации в среде.

1. Буренин А. А., Ковтанюк Л. В. Большие необратимые деформации и упругое последействие. — Владивосток: Дальнаука, 2013. — 312 с.
2. Белых С. В., Бормотин К. С., Буренин А. А., Ковтанюк Л. В., Прокудин А. Н. О больших изотермических деформациях материалов с упругими, вязкими и пластическими свойствами // Вестник ЧГПУ им. И. Я. Яковleva. Серия: Механика предельного состояния. — 2014. — № 4(22). — С. 144–156.

ПОЛЗУЧЕСТЬ И ПЛАСТИЧЕСКОЕ ТЕЧЕНИЕ В МАТЕРИАЛЕ ПРИ ЕГО ПРЯМОЛИНЕЙНОМ ДВИЖЕНИИ В ЗАЗОРЕ МЕЖДУ ДВУМЯ КОАКСИАЛЬНЫМИ ЦИЛИНДРАМИ*

Л. В. Ковтанюк¹, Г. Л. Панченко^{2,3}

¹*ИАПУ ДВО РАН, Владивосток, Россия;*

²*ИМиМ ДВО РАН, Комсомольск-на-Амуре, Россия;* ³*ВГУЭС, Владивосток, Россия*

Пусть слой несжимаемого материала расположен между двумя жесткими коаксиальными цилиндрическими поверхностями с радиусами r_0 и R ($R > r_0$). Образующие поверхности параллельны оси z цилиндрической системы координат r, φ, z . Деформирование среды происходит за счет прямолинейного движения внутренней

*Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект 16-31-60017мол_а_дк), программы фундаментальных научных исследований «Дальний Восток» (0262-2015-0064, 0262-2015-0065).

поверхности, в то время как внешняя поверхность закреплена. На жестких стенках выполняется условие прилипания. Тогда граничные условия представим в виде

$$v|_{r=R} = u|_{r=R} = 0, \quad v|_{r=r_0} = v_0, \quad u|_{r=r_0} = u_0 = \int_0^t v_0 dt, \quad \sigma_{rr}|_{r=R} = a_0.$$

Здесь $v = v_z(r, t)$, $u = u_z(r, t)$ — единственные отличные от нуля компоненты векторов скорости и перемещения соответственно; v_0 , a_0 — задаваемые функции; σ_{rr} — компонента тензора напряжений Эйлера–Коши.

Решение задачи в квазистатическом приближении будем искать в рамках модели больших деформаций [1], учитывающей реологические свойства материалов [2]. Основным преимуществом модели больших деформаций является следование требованиям классической теории упругопластичности, когда пластические деформации в областях упругого деформирования и при разгрузке изменяются так же, как и при жестком движении среды. Принятие упрощающей гипотезы о независимости термодинамического потенциала от пластических деформаций позволило получить решения ряда краевых задач об упругопластическом и упруговязкопластическом деформировании материалов, приобретающих большие деформации.

Тензор деформаций Альманси d_{ij} через свои обратимую e_{ij} и необратимую p_{ij} составляющие записывается следующим образом

$$d_{ij} = e_{ij} + p_{ij} - \frac{1}{2}e_{ik}e_{kj} - e_{ik}p_{kj} - p_{ik}e_{kj} + e_{ik}p_{km}e_{mj}.$$

Будем учитывать реологические эффекты как на стадии деформирования, предваряющей пластическое течение, или на стадии разгрузки, так и на стадии пластического течения. Необратимые деформации p_{ij} накапливаются в материале с начала процесса деформирования и могут быть и деформациями ползучести, и пластическими деформациями.

Напряжения в среде полностью определяются обратимыми деформациями и связаны с ними следующей зависимостью

$$\sigma_{ij} = -p\delta_{ij} + \frac{\partial W}{\partial e_{ik}}(\delta_{kj} - e_{kj}). \quad (1)$$

В (1) p — неизвестная функция добавочного гидростатического давления, W — упругий потенциал.

В областях, где напряженное состояние еще не достигло поверхности текучести, или, где пластическое течение происходило, но прекратилось, диссипативный механизм деформирования зададим в форме закона ползучести Нортон [3]:

$$V(\sigma_{ij}) = B\Sigma^n(\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3), \quad \Sigma = \max |\sigma_i - \sigma_j|, \quad \gamma_{ij} = \varepsilon_{ij}^\nu = \frac{\partial V}{\partial \sigma_{ij}}.$$

Здесь $\sigma_1, \sigma_2, \sigma_3$ — главные значения тензора напряжений; ε_{ij}^ν — скорости деформаций ползучести; B, n — заданные параметры ползучести материала.

При достижении напряженным состоянием поверхности текучести, диссипативный механизм меняется: начинается пластическое течение. В качестве такой поверхности будем использовать условие текучести Треска, обобщенное на случай вязкопластического течения [4]

$$f(\sigma_{ij}) = \max |\sigma_i - \sigma_j| - 2k - 2\eta \max |\varepsilon_k^p|, \quad \gamma_{ij} = \varepsilon_{ij}^p = \lambda \frac{\partial f}{\partial \sigma_{ij}}, \quad \lambda > 0,$$

где ε_{ij}^p — тензор скоростей пластических деформаций, ε_k^p — его главные значения, k — предел текучести, η — коэффициент вязкости.

Получен закон продвижения упругопластической границы, вычислены напряжения, деформации, скорости деформаций и перемещения при равноускоренном движении внутренней поверхности. Также решены аналогичные задачи при постоянной скорости внутренней поверхности и при ее равнозамедленном движении. Рассмотрены разгрузка среды и релаксация напряжений. Рассчитаны остаточные напряжения и деформации.

Для значительного формоизменения некоторых материалов используется способ холодной формовки в условиях ползучести [5]. Поэтому оказываются интересными постановки задач, когда при кинематическом воздействии на деформируемые материалы необратимые деформации накапливаются в условиях ползучести при низкой температуре. Данная задача является одним из таких примеров. Отметим, что ранее [6] рассматривалась подобная задача только без учета пластичности.

1. Буренин А. А., Быковцев Г. И., Ковтанюк Л. В. Об одной простой модели для упругопластической среды при конечных деформациях // Докл. АН СССР. — 1996. — Т. 347, № 2. — С. 199–201.
2. Буренин А. А., Ковтанюк Л. В. Большие необратимые деформации и упругое последействие. — Владивосток: Дальнаука, 2013. — 312 с.
3. Norton F. H. The creep steel of high temperature. — N.Y.: McGraw Hill, 1929. — 110 р.
4. Быковцев Г. И., Семыкина Т. Д. О вязкопластическом течении круглых пластин и оболочек вращения // Изв. АН СССР. Механика и машиностроение. — 1964. — № 4. — С. 68–76.
5. Олейников А. И., Пекарш А. И. Интегрированное проектирование процессов изготовления монолитных панелей. — М.: Эком, 2009. — 109 с.
6. Ковтанюк Л. В., Панченко Г. Л. Ползучесть и релаксация напряжений в материале цилиндрического слоя при его прямолинейном движении // Сибирский журнал индустриальной математики. — 2016. — № 4 (68). — С. 44–50.

СТРУКТУРНЫЕ ПЕРЕСТРОЙКИ В КРИСТАЛЛИТЕ ВАНАДИЯ ПРИ ДЕФОРМИРОВАНИИ В СТЕСНЕННЫХ УСЛОВИЯХ*

А. В. Корчуганов, К. П. Зольников, Д. С. Крыжевич

ИФПМ СО РАН, Томск, Россия

Атомная структура материала и процессы, происходящие в нем на микроскопическом уровне при высокоэнергетических воздействиях, определяют поведение материала на более высоких масштабных уровнях. Так, границы зерен играют определяющую роль в процессах пластичности, разрушения и радиационного повреждения материалов [1–3]. При деформировании поликристаллических материалов зерна могут находиться в стесненных условиях, что влияет на их механический отклик при нагружении [4]. В виду малости пространственно-временных масштабов протекающих процессов компьютерное моделирование является эффективным инструментом для изучения динамики структурных трансформаций на микроуровне [5, 6].

*Работа выполнена в рамках Программы фундаментальных научных исследований государственных академий наук на 2013–2020 годы.

В данной работе проведено изучение особенностей поведения кристаллита ванадия при деформировании в стесненных условиях. Расчеты проводились на основе метода молекулярной динамики. Потенциал межатомного взаимодействия описывался в приближении Финниса–Синклера [7]. Исходный кристаллит ванадия имел форму параллелепипеда и был нагрет до комнатной температуры. Для имитации деформирования в стесненных условиях кристаллит в одном из направлений равномерно растягивался, а в двух других направлениях сжимался таким образом, чтобы его объем не менялся [8]. Растяжение кристаллита было реализовано для трех кристаллографических направлений: $[11\bar{2}]$, $[111]$ и $[1\bar{1}0]$. Было обнаружено, что пороговая величина растяжения, при которой в кристаллите начинает зарождаться пластическая деформация, различается для этих направлений. При нагружении в кристаллите зарождаются двойники, рост которых сопровождается генерацией $1/2\langle 111 \rangle$ и $\langle 100 \rangle$ дислокаций. При этом преимущественно генерируются $1/2\langle 111 \rangle$ дислокации. Формирование двойников приводит к фрагментации кристаллита. При растяжении вдоль кристаллографического направления $[11\bar{2}]$ формируется двойник больших размеров, в то время как растяжение вдоль $[111]$ и $[1\bar{1}0]$ ведет к образованию большого числа зерен.

1. Корчуганов А. В., Чернов В. М., Зольников К. П., Крыжевич Д. С., Псахье С. Г. Молекулярно-динамическое моделирование первичной радиационной повреждаемости металлов с внутренней структурой // Перспективные материалы. — 2016. — №3. — С. 5–19.
2. Зольников К. П., Уваров Т. Ю., Скрипняк В. А., Липницкий А. Г., Сараев Д. Ю., Псахье С. Г. Влияние границы зерна на характер откольного разрушения в кристаллите меди при импульсном воздействии // ПЖТФ. — 2000. — Т. 26, №8. — С. 18–23.
3. Крыжевич Д. С., Корчуганов А. В., Зольников К. П., Псахье С. Г. Влияние границ раздела на формирование радиационных повреждений в железе // Известия высших учебных заведений. Физика. — 2013. — Т. 56, №12/2. — С. 143–146.
4. Корчуганов А. В., Зольников К. П., Крыжевич Д. С., Чернов В. М., Псахье С. Г. Моделирование зарождения пластической деформации в механически-нагруженных кристаллитах при радиационном воздействии // Вопросы атомной науки и техники. Серия: Термоядерный синтез. — 2015. — Т. 38, Вып. 1. — С. 42–48.
5. Псахье С. Г., Зольников К. П., Дмитриев А. И., Крыжевич Д. С., Никонов А. Ю. Локальные структурные трансформации в ГЦК-решетке в условиях контактного взаимодействия различного типа. Молекулярно-динамическое исследование // Физическая мезомеханика. — 2012. — Т. 15, №1. — С. 23–31.
6. Зольников К. П., Корчуганов А. В., Крыжевич Д. С., Чернов В. М., Псахье С. Г. Ударные волны в металлических кристаллитах при радиационном воздействии // Вопросы атомной науки и техники. Серия: Термоядерный Синтез — 2015. — Т. 38, Вып. 1. — С. 68–74.
7. Sivak A. B., Chernov V. M., Romanov V. A. Energetic, kinetic and crystallographic characteristics of self-point defects in vanadium and iron crystals // In: Joint International Topical Meeting on Mathematics & Computation and Supercomputing in Nuclear Applications (M&C + SNA 2007). — Monterey, USA, 2007. — on CD ROM.
8. Псахье С. Г., Зольников К. П., Крыжевич Д. С., Липницкий А. Г. Молекулярно-динамическое исследование возможности термофлуктуационного механизма генерации структурных дефектов при высокоскоростной деформации // Письма в Журнал технической физики. — 2006. — Т. 32, №3. — С. 14–18.

**ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ
УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО ДЕФОРМИРОВАНИЯ
ПРЕДВАРИТЕЛЬНО ОБЖАТЫХ МЕТАЛЛИЧЕСКИХ ПЛЕТЕННЫХ СЕТОК***

A. В. Кочетков, Н. В. Леонтьев, И. А. Модин

НИИМ ННГУ, Нижний Новгород, Россия

Многослойные пакеты из металлических плетеных сеток являются перспективным демпфирующим элементом, защищающим конструкции от ударных и взрывных воздействий [1]. Пакет сеток конструктивно формируется путем наложения слоев друг на друга с сохранением направлений двух семейств нитей, поэтому пакет можно считать высокопористой деформируемой средой, обладающей ортотропными свойствами. Пакет сопротивляется сжатию по нормали к слоям сеток и растяжению вдоль нитей в плоскости сеток. В [2] приведены результаты экспериментальных исследований, в которых выявлена существенная зависимость предварительного обжатия по нормали к слоям сеток на деформационные характеристики при растяжении вдоль нитей. С целью выявления механизма данного эффекта проведены численные исследования сжатия и последующего растяжения одного слоя сетки в сравнении с экспериментальными данными.

Моделирование проводилось в вычислительной системе ANSYS 17.2 методом конечных элементов. Для моделирования была выбрана типовая ячейка плетеной сетки (рис. 1). Процесс нагружения был разбит на три этапа:

- 1) обжатие сетки, перпендикулярно плоскости слоя вдоль оси Z ;
- 2) снятие нагрузки с обжатого образца;
- 3) растяжение по направлению нитей вдоль оси X в плоскости сетки.

Геометрическая модель проволоки получена вытягиванием полукруглого сечения вдоль оси. Ось проволоки состоит из двух сопряженных дуг. Для построения КЭ модели использовался 20 узловой КЭ второго порядка SOLID185 с сокращенным ($2 \times 2 \times 2$) интегрированием. Модель каждой из проволок состоит из 6144 КЭ, всего 24576 КЭ. Для описания поведения материала использовалась мультилинейная модель пластичности с кинематическим упрочнением и реальная диаграмма деформирования стали. На рис. 2 и 3 приведено распределение эквивалентных напряжений по Мизесу и эквивалентных пластических деформаций после первого этапа.

На рис. 4 приведены распределения напряжений одной из проволок ориентированных вдоль оси X после второго этапа нагружения. Наблюдается преимущественно сжатое состояние этих проволок. Поэтому для их растяжения требуются дополнительные внешние силы.

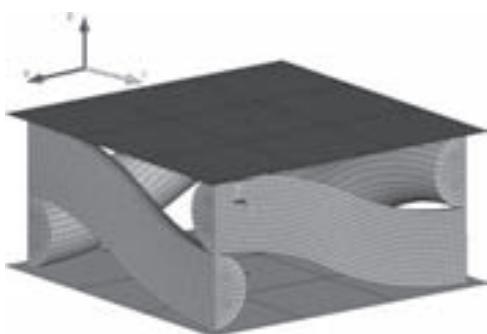


Рис. 1. Расчетная модель

*Работа выполнена при финансовой поддержке грантов РФФИ 16-08-00458а, 15-48-02333р_поволжье_a, и госзадания Минобрнауки 9.7057.2017/БЧ (в части численных исследований).



Рис. 2. Распределение эквивалентных напряжений



Рис. 3. Распределение эквивалентных пластических деформаций

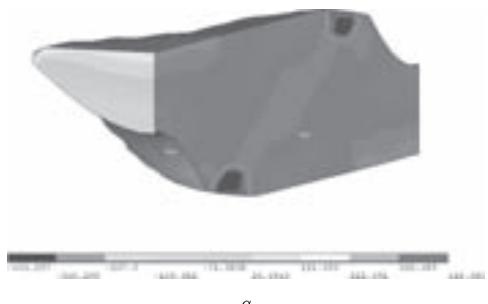
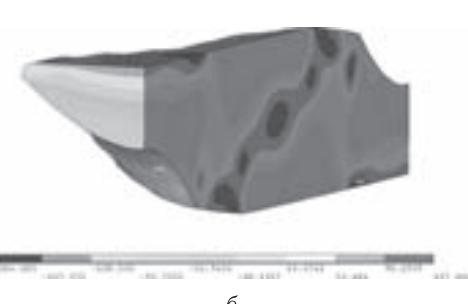
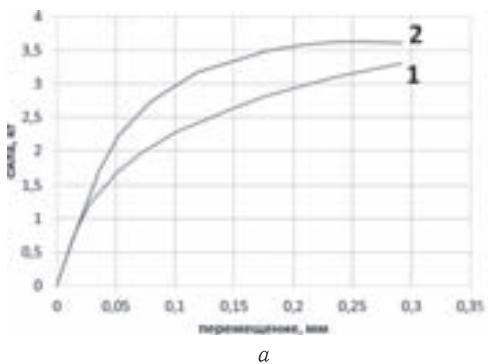


Рис. 4. Распределение напряжений в проволоке ориентированной вдоль оси X

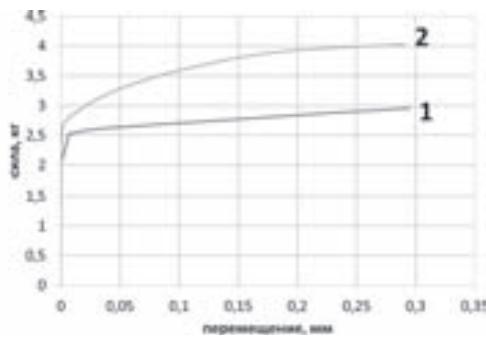


б

Сравнение численных результатов с экспериментальными показаны на рис. 5. Приводятся силы в расчете на одну проволоку при растяжении слоя сетки, на рис. 5, *б* — приведены экспериментальные кривые, на рис. 5, *а* — кривые, полученные численным моделированием. На рисунке обозначены цифрами 1 — сетка без обжатия, 2 — предварительно обжатая сетка.



а



б

Рис. 5. Зависимость силы от перемещения при растяжении

Математическое моделирование деформирования одного слоя плетеной сетки подтверждает эффект «упрочнения» слоя при растяжении после предварительного обжатия слоя по нормали. По результатам математического моделирования выявлен механизм «упрочнения», который заключается в образовании зон сжатия в проволоках, которые затем подвергаются растяжению, что и заставляет увеличиваться растягивающую внешнюю силу.

- Глазова Е. Г., Кочетков А. В., Крылов С. В., Турыгина И. А. Численное моделирование взаимодействия ударных волн с проницаемыми деформируемыми многослойными пакетами плетеных сеток // Проблемы прочности и пластичности. — Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2016. — Вып. 78. — №1. — С. 81–91.
- Брагов А. М., Константинов А. Ю., Кочетков А. В., Модин И. А. Экспериментальное исследование динамических и квазистатических деформационных свойств пакетов плетенных сеток // Проблемы прочности пластиичности. — Н. Новгород, Изд-во ННГУ, 2016. — Вып. 78(3). — С. 245–251.

ОБ АППРОКСИМАЦИИ И ТОЧНОСТИ СХЕМ МКЭ РЕШЕНИЯ ТРЕХМЕРНЫХ ЗАДАЧ ТЕОРИИ УПРУГОСТИ

К. А. Крутова, В. В. Садовский, С. В. Спирин, Д. Т. Чекмарев

ННГУ, Нижний Новгород, Россия

Работа является продолжением исследований [1, 2], посвященных теоретическому и «экспериментальному» (на базе численных экспериментов) анализу аппроксимации и сходимости численных решений трехмерных задач динамической теории упругости. Объектом исследований [1, 2] являлись схемы на основе линейных (в виде тетраэдра) конечных элементов с различным взаимным расположением элементов и полилинейных 8-узловых конечных элементов, а также схема Уилкинса и ажурные схемы на основе линейных конечных элементов [3]. Аналитически проведен анализ порядка аппроксимации, показано, что схемы на основе линейного элемента могут иметь первый либо второй порядок аппроксимации, а схема Уилкинса и схема полилинейного конечного элемента — второй порядок аппроксимации. Результаты исследования сопоставляются с эмпирическим анализом сходимости численных решений модельной задачи. При этом некоторые схемы первого порядка аппроксимации на практике демонстрируют сходимость более высокого (второго) порядка, что может быть объяснено наличием у них «скрытой точности» [4, 5].

В данной работе проводится более глубокий анализ точности рассмотренных выше схем. Проводится анализ погрешностей спектра сеточных операторов, скрытой точности некоторых схем, оцениваются константы главных членов погрешностей. Теоретические исследования сопоставляются с эмпирическим анализом сходимости решений статических и квазистатических модельных задач.

- Крутова К.А., Спирин С.В., Чекмарев Д.Т. О влиянии взаимного расположения конечных элементов на точность численного решения задач теории упругости // Проблемы прочности и пластичности: Межвуз. Сб. — Нижегород. ун-т., 2013. — Вып. 75. — № 4. — С. 77–87.
- Чекмарев Д. Т., Соколов Е. С., Спирин С. В. О точности и эффективности численных решений МКЭ трехмерных динамических задач теории упругости // Материалы XVIII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2013), 22–31 мая 2013 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2013. — С. 450–452.
- Жидков А. В., Зефиров С. В., Кастальская К. А., Спирин С. В., Чекмарев Д. Т. Решение нестационарных трехмерных задач теории упругости на основе ажурной схемы МКЭ // Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. — 2011. — №4. — Ч. 4. — С. 1480–1482.
- Бондаренко Ю. А. Скрытая точность в вариационных разностных схемах повышенного порядка аппроксимации для линейных уравнений с переменными коэффициентами // Вопросы атомной науки и техники. Сер. Математическое моделирование физических процессов. — 1994. — Вып. 2. — С. 39–44.
- Баженов В. Г., Чекмарев Д. Т. Об индексной коммутативности численного дифференцирования // Ж. вычисл.математики и мат. физики. — 1989. — Т. 29, №5. — С. 662–674.

АТОМНЫЕ МЕХАНИЗМЫ РЕСТРУКТУРИЗАЦИИ ПОВЕРХНОСТИ КРИСТАЛЛИТА АЛЮМИНИЯ ПРИ ИОННОЙ ИМПЛАНТАЦИИ*

Д. С. Крыжевич, К. П. Зольников, А. В. Корчуганов

ИФПМ СО РАН, Томск, Россия

Облучение поверхности ионными потоками широко используется для улучшения прочностных характеристик, коррозионной стойкости, биологической совместимости металлов и сплавов [1, 2]. Изменение физико-механических свойств при облучении связано не только с процессом поверхностного легирования материала химическими элементами из пучка, но и изменением зернограницочного дизайна приповерхностного слоя. Ионное облучение может привести к фрагментации зерен или плавлению поверхностного слоя с последующей его кристаллизацией [3–5]. Экспериментальное изучение динамики таких процессов связано со значительными трудностями. Компьютерное моделирование позволяет их преодолеть и получить детальную информацию о динамике структурных изменений в процессе облучения и последующей релаксации материала [6, 7]. В данной работе исследованы особенности структурных трансформаций в моно- и нанокристаллических поверхностных слоях алюминия при ионном облучении.

Моделирование проводилось с помощью программного пакета LAMMPS [8]. Потенциал межатомного взаимодействия для алюминия описывался в рамках метода погруженного атома [9]. Размеры моделируемых образцов алюминия варьировались от 75 000 до 1 000 000 атомов. Начальная температура образцов задавалась равной 300 К. Облучению подвергались моно- и нанокристаллические образцы алюминия. В случае монокристаллических образцов нагружались поверхности {100}, {110} и {111}. Нанокристаллические образцы состояли из 6 и 10 зерен со средним размером 7,5 и 6,5 нм соответственно. Ионное облучение имитировалось налетом атомов алюминия на свободную поверхность.

Расчеты показали, что облучение монокристаллитов всегда сопровождается интенсивным выбиванием атомов и атомных кластеров с облучаемых поверхностей. Количество выбитых атомов при выше описанных условиях превысило количество имплантированных атомов. При этом, наиболее активно процесс выбивания атомов происходил при облучении поверхности {111}. При моделируемой интенсивности облучения температура приповерхностного слоя превышала температуру плавления. В результате теплоотвода температура приповерхностного слоя достаточно быстро уменьшается и характеризуется выраженными осцилляциями. Температурные осцилляции в приповерхностном слое связаны с генерацией ударных волн при облучении.

Наиболее устойчивыми к структурным перестройкам при облучении являются поверхности {100}. При облучении данных поверхностей у небольшого числа поверхностных слоев, вовлеченных в каскады атомных смещений, наблюдалась локальная перестройка симметрии ближайшего окружения. При этом не формировались такие дефекты структуры как дислокации, дефекты упаковки, межузельные гантели и т. д. Упругое деформирование монокристаллов до облучения не влияло на особенности структурных изменений в поверхностном слое.

В случае облучения поверхности {111} дефекты упаковки вычитания и внедрения в приповерхностной области в плоскостях {111} формируются даже у недефор-

*Работа выполнена при финансовой поддержке Программы Президиума РАН № 13 «Теплофизика высоких плотностей энергии».

мированного кристаллита. При предварительной деформации дефекты упаковки начинают зарождаться в смежных плоскостях. С увеличением степени предварительной упругой деформации происходит рост размера дефектов.

Структурный отклик нанокристаллического образца алюминия существенно зависит от дозы облучения. При малых дозах облучения (16–40 атомов с энергией 1,5 кэВ) размеры и положение зерен не изменяются. В процессе облучения в области границ зерен зарождаются и начинают распространяться в тело зерна дефекты упаковки. Это связано с тем, что налетающие атомы генерируют каскады атомных смещений [10], что приводит к высокоскоростному локальному разогреву зерен и формированию ударных волн [11, 12]. В свою очередь, в результате взаимодействия ударных волн с границами зерен происходит локальный рост напряжений и зарождение дефектов упаковки. С увеличением количества налетающих атомов плотность дефектов упаковки в зернах возрастает.

При более высоких дозах облучения поверхностный слой плавится. После облучения с границы жидкой и кристаллической фаз начинает распространяться фронт кристаллизации. Каждое зерно на этой границе достраивается за счет атомов жидкой фазы. Вновь сформированная зеренная структура поверхностного слоя существенно отличается от той, что была до облучения. Расчеты показывают, что в результате кристаллизации в моделируемом образце уменьшилось количество зерен. Средний размер зерен в приповерхностной области увеличился. Отметим, что в процессе облучения и релаксации облученного образца на его поверхности формируются кратеры. Их размер увеличивается с повышением дозы облучения.

1. Gleiter H. Nanocrystalline materials // Prog. Mater. Sci. — 1989. — V. 33(4). — P. 223–315.
2. Psakhie S. G., Zolnikov K. P., Kryzhevich D. S., Zheleznyakov A. V., Chernov V. M. Evolution of atomic collision cascades in vanadium crystal with internal structure // Crystallogr. Rep. — 2009. — V. 54(6). — P. 1002–1010.
3. Meisner S. N. Structure fragmentation in a subsurface nickel titanium layer caused by its irradiation with pulsed silicon ion fluxes // Russ. Phys. J. — 2014. — V. 57(3). — P. 403–410.
4. Zolnikov K. P., Psakh'e S. G., Panin V. E. Alloy phase diagrams using temperature, concentration and density as variables // J. Phys. F: Met. Phys. — 1986. — V. 16(8). — P. 1145–1152.
5. Корчуганов А. В., Чернов В. М., Зольников К. П., Крыжевич Д. С., Псахье С. Г. Молекулярно-динамическое моделирование первичной радиационной повреждаемости металлов с внутренней структурой // Перспективные материалы. — 2016. — №3. — С. 5–19.
6. Psakhie S. G., Korostelev S. Yu., Negreskul S. I., Zolnikov K. P., Wang Z., Li Vortex S. mechanism of plastic deformation of grain boundaries. computer simulation // Phys. Status Solidi B. — 1993. — V. 176(2). — P. K41–K44.
7. Psakh'e S. G., Zol'nikov K. P. Possibility of a vortex mechanism of displacement of the grain boundaries under high-rate shear loading // Combust., Explos. Shock Waves. — 1998. — V. 34(3). — P. 366–368.
8. Plimpton S. Fast parallel algorithms for short-range molecular dynamics // J. Comput. Phys. — 1995. — V. 117(1). — P. 1–19.
9. Mendelev M. I., Kramer M. J., Becker C. A., Asta M. Analysis of semi-empirical interatomic potentials appropriate for simulation of crystalline and liquid Al and Cu // Philos. Mag. — 2008. — V. 88(12). — P. 1723–1750.
10. Крыжевич Д. С., Корчуганов А. В., Зольников К. П., Псахье С. Г. Влияние границ раздела на формирование радиационных повреждений в железе // Известия высших учебных заведений. Физика. — 2013. — Т. 56, №12/2. — С. 143–146.

11. Зольников К. П., Корчуганов А. В., Крыжевич Д. С., Чернов В. М., Псахье С. Г. Ударные волны в металлических кристаллатах при радиационном воздействии // Вопросы атомной науки и техники, Серия: Термоядерный Синтез. — 2015. — Т. 38. — С. 68–74.
12. Корчуганов А. В., Зольников К. П., Крыжевич Д. С., Крыжевич В. М., Псахье С. Г. Моделирование зарождения пластической деформации в механически-нагруженных кристаллатах при радиационном воздействии // Вопросы атомной науки и техники. Серия: Термоядерный синтез. — 2015. — Т. 38(1). — С. 42–48.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПАРАМЕТРИЧЕСКИХ КОЛЕБАНИЙ МНОГОСЛОЙНЫХ СТРУКТУР С УЧЕТОМ СВЯЗАННОСТИ ПОЛЕЙ ДЕФОРМАЦИЙ И ТЕМПЕРАТУР^{*}

Е. Ю. Крылова¹, Т. В. Яковлева²

¹*СГУ, Саратов, Россия;* ²*СГТУ имени Гагарина Ю. А., Саратов, Россия*

В работе рассматриваются параметрические колебания многослойных структур в виде геометрически нелинейной пластины подкрепленной линейной балкой. Между балкой и пластиной имеется зазор h_k , что обуславливает необходимость учитывать контактное взаимодействие между ними, т. е. решать конструктивно нелинейную задачу. Контактное взаимодействие учитывается по модели Винклера, предложенной Б. Я. Кантором. Контактное взаимодействие по данной модели рассматривалось в работах [1–4]. Рассматривается диссипативная система. Материал балки и пластины упругий и изотропный. Балка находится в температурном поле. Никаких ограничений на распределение температуры по толщине балки не накладывается. Построена новая математическая модель с учетом двух типов нелинейности: геометрической и конструктивной, а также связанных полей температур и деформаций. В безразмерном виде система разрешающих уравнений записывается следующим образом:

$$\begin{cases} \frac{1}{12(1-\nu^2)} \nabla_\lambda^4 w_1 - L(w_1, F) + \frac{\partial^2 w_1}{\partial t^2} + \varepsilon \frac{\partial w_1}{\partial t} - q - q_k = 0, & \nabla_\lambda^4 F + \frac{1}{2} L(w_1, w_1) = 0, \\ \frac{1}{12} \left(\frac{\partial^4 w_2}{\partial x^4} - \frac{\partial^2 M_t}{\partial x^2} \right) - K \left(\frac{\partial^2 w_2}{\partial t^2} - \varepsilon \frac{\partial w_2}{\partial t} \right) + q_k = 0, \\ \frac{\partial \Theta^j}{\partial t} - L \left(\frac{\partial^2 \Theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Theta}{\partial z^2} \right) = -D \frac{\partial \varepsilon_x}{\partial t}. \end{cases}$$

Здесь $q = q_0 \sin \omega_p t$ — внешняя параметрическая нагрузка, нормальная к плоскости пластины; q_0 и ω_p — амплитуда и частота нагрузки; $q_k = P(w_1 - w_2 - h_k)\psi$, $\Psi = (1/2)[1 + \text{sign}(w_1 - h_k - w_2)]$, если $w_1 > h_k + w_2$, то имеется контакт и $\Psi = 1$, иначе $\Psi = 0$, ∇_{λ^4} — бигармонический оператор; $L(w, F)$, $L(w, w)$ — известные нелинейные операторы; w_1 , w_2 — функции прогибов пластины и балки соответственно; F — функция усилий; ε — коэффициент диссипации среды; P — коэффициент жесткости трансверсального обжатия структуры в зоне контакта; ν — коэффициент Пуассона; α_t — коэффициент теплового расширения материала балки; Θ — функция температурного поля; $M_t = \int_{-h/2}^{h/2} E \alpha_t \theta z dz$ — температурная составляющая изгибающего момента серединной линии балки; $\varepsilon_x = -z(\partial^2 w / \partial x^2)$ — выражение деформации линейной балки; $K = \gamma \alpha^2 \lambda^4 / (gh^2 E)$; $L = \lambda_g / (C_0 \alpha \lambda)$; $D = ET_0 \alpha_0^2 / C_0$ —

^{*}Работа выполнена при финансовой поддержке гранта РФФИ №16-31-00092 и гранта Президента Российской Федерации МК-5609.2016.8.

безразмерные физико-геометрические параметры, где E — модуль упругости балки; λ — отношение длины балки к ее толщине; C_0 — удельная теплоемкость материала балки; T_0 — температура балки в исходном недеформированном состоянии; λ_g — теплопроводность материала балки; γ — удельный вес материала балки; α — коэффициент температуропроводности.

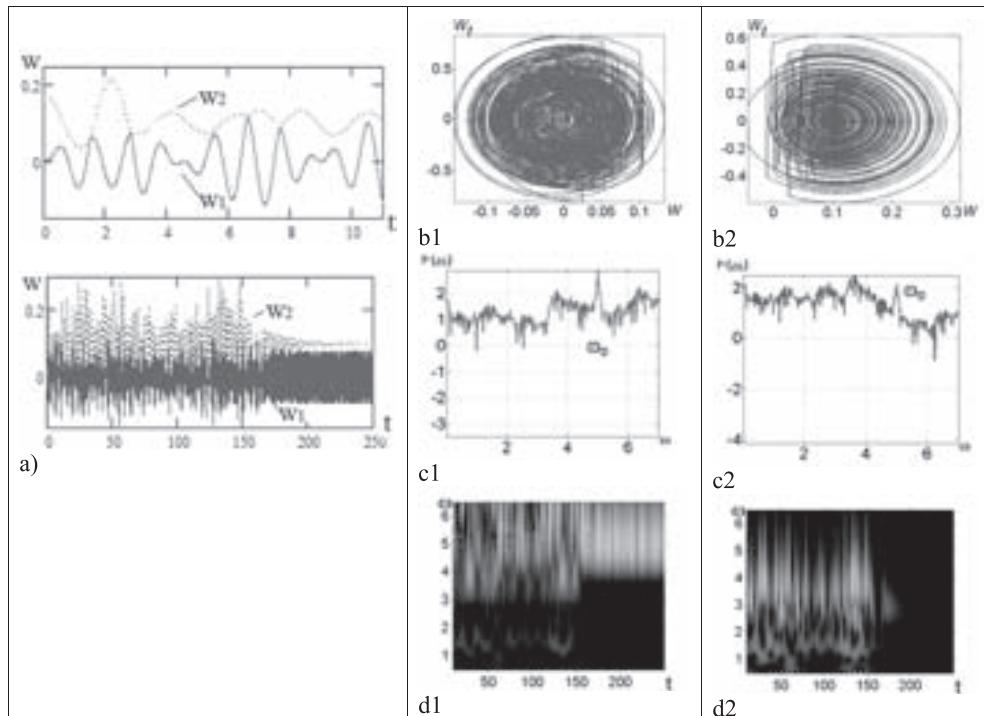


Рис. 1. Контактное взаимодействие пластинки и балки с учетом температуры $T = 25$ и $q_0 = 0,4$: а — совместные колебания пластиинки и балки; б1, б2 — фазовые портреты пластиинки и балки соответственно; с1, с2 — спектры мощности Фурье пластиинки и балки соответственно; д1, д2 — 2D-вейвлет спектры Морле пластиинки и балки соответственно

В качестве примера рассмотрена задача о контактном взаимодействии геометрически линейной пластиинки и линейной балки, при чем балка находится в температурном поле, на пластиину действует нормальная нагрузка с частотой $\omega_p = 5$ и амплитудой $q_0 = 0,4$. Выбраны граничные условия — шарнирное опирание по контуру и нулевые начальные условия. В случае отсутствия температурного воздействия контакта балки с пластииной не происходит. Температурное поле с интенсивностью из диапазона $T_0 = [25, 90]$, приводило к прогибу балки, что провоцировало контакт. Контактное взаимодействие обуславливало хаотические колебания обоих элементов пакета.

1. Yakovleva T. V., Bazhenov V. G., Krysko V. A., Krylova E. Y. Contact interaction plates, reinforced by ribs, with gaps under the influence of white noise // PNRPU Mechanics Bulletin. — 2015. — No. 4. — P. 259–272.
2. Awrejcewicz J., Krysko-Jr. V. A., Yakovleva T. V., Krysko V. A. Noisy contact interactions of multi-layer mechanical structures coupled by boundary conditions // Journal of Sound and Vibration. — 2016. — No. 369. — P. 77–86.

3. Мицкевич С. А., Папкова И. В., Захарова А. А., Крысько А. В. Нелинейная динамика сферических гидроакустических приборов, применяемых в нефтегазовой промышленности // Известия Томского политехнического университета. Инженеринг георесурсов. — 2016. — Т. 327, № 11. — С. 17–23.
4. Салтыкова О. А., Захарова А. А., Вецель С. С., Крысько В. А. Исследование нелинейной динамики составных элементов конструкций для нефтеперерабатывающих и химических производств // Известия Томского политехнического университета. — 2016. — Т. 327, № 12.

ХАОТИЧЕСКИЕ КОЛЕБАНИЯ ГИБКИХ ПЛАСТИН ПОД ДЕЙСТВИЕМ СДВИГОВЫХ НАГРУЗОК В СТАЦИОНАРНОМ ТЕМПЕРАТУРНОМ ПОЛЕ С УЧЕТОМ БЕЛОГО ШУМА*

Е. Ю. Крылова, Т. В. Яковлева

НИИМ ННГУ, Нижний Новгород, Россия

В современной инженерной практике, в качестве важнейших силовых и защитных элементов ответственных сооружений и технологического оборудования, находят применение такие тонкостенные элементы, как прямоугольные в плане пластины. Поэтому необходимо комплексное исследование влияния на их поведение разнообразных динамических нагрузок, случайных воздействий со стороны внешней среды и различных температурных режимов. Воздействие продольных и нормальных знакопеременных нагрузок были рассмотрены в работах [1–3].

В данной работе рассматривается математическая модель параметрических колебаний гибких прямоугольных в плане пластин в стационарном температурном поле с учетом внешних случайных флуктуаций. Модель учитывает внешнюю диссипацию, основана на гипотезах Кирхгофа–Лява. Нелинейная зависимость между деформациями и перемещениями учтена по теории Т. Кармана [4]. Предполагаем, что нагрев тела не велик и не изменяет механических качеств материала, коэффициент теплового расширения не зависит от температуры, удельная объемная теплопроводность постоянна, в теле отсутствуют источники тепла. Температурное поле задается стационарным двумерным уравнением теплопроводности:

$$\frac{\partial^2 T}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} = 0,$$

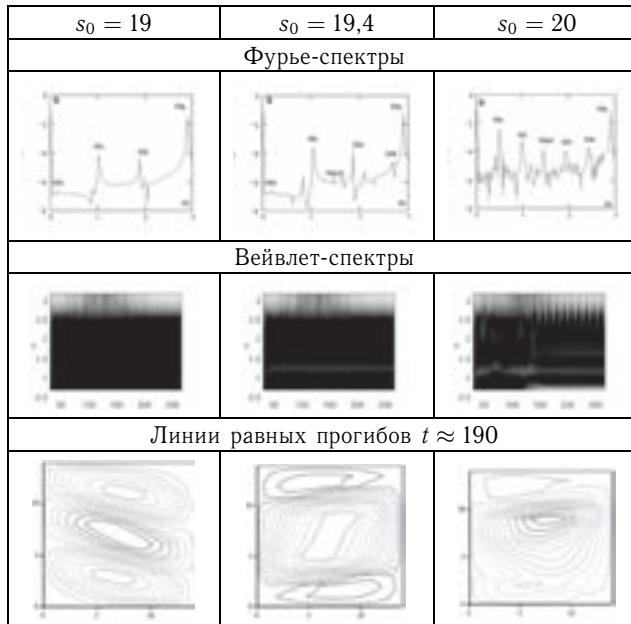
к которому присоединяется одно из условий I, II или III типа. В безразмерном виде уравнения движения элемента пластины и совместности деформаций с учетом температурного и шумового поля имеют вид:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{1}{12(1-\nu^2)} [\nabla_\lambda^4 w + \nabla_\lambda^2 M_t] - L(w, F) + \frac{\partial}{\partial x} \left[N_t \frac{\partial w}{\partial x} \right] + \frac{\partial}{\partial y} \left[N_t \frac{\partial w}{\partial y} \right] + \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \varepsilon \frac{\partial w}{\partial t} + \\ + q + 2S \frac{\partial^2 w}{\partial x \partial y} = 0; \\ \nabla_\lambda^4 F + \frac{1}{2} L(w, w) + \nabla_\lambda^2 N_t = 0, \end{array} \right. \quad (1)$$

*Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ проект №15-19-10039.

где $\nabla_\lambda^4 = \frac{1}{\lambda^2} \frac{\partial^4}{\partial x^4} + \lambda^2 \frac{\partial^4}{\partial y^4} + 2 \frac{\partial^4}{\partial x^2 \partial y^2}$; $\nabla_\lambda^2 = \lambda^{-1} \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \lambda \frac{\partial^2}{\partial y^2}$; $L(w, F)$, $L(w, w)$ — известные нелинейные операторы; F — функция усилий; w — функция прогиба; $\lambda = a/b$; a, b — размеры пластины в плане; t — время; ν — коэффициент Пуассона; ε — коэффициент диссипации среды; $S = s_0 \sin \omega_p t$ — сдвиговая нагрузка; ω_p , s_0 — частота и амплитуда внешнего сдвигового воздействия, соответственно; $q = q_0 + q_{nois}$, здесь $q_0 = q_0 \sin \omega_{pq} t$ — внешняя нормальная нагрузка; q_0 и ω_{pq} — ее амплитуда и частота, соответственно; $q_{nois} = q_{0n} L$ — внешний аддитивный белый шум; q_{0n} — интенсивность шумового поля; L — функция, принимающая произвольные значения в диапазоне $(-1; 1)$; $T(x, y)$ — температурное поле; $N_t = \int_{-h}^h \frac{E \alpha_e T}{1 - \nu} dz$; $M_t = \int_{-h}^h \frac{E \alpha_e T}{1 - \nu} z dz$ — температурные компоненты усилий и моментов; E — модуль Юнга материала пластины; α_e — коэффициент теплового расширения.

Таблица 1



В работе рассмотрены нулевые начальные условия и краевые условия, соответствующие шарнирному опиранию на гибкие нерастяжимые ребра [5]. Система (1) с учетом граничных и начальных условий сводится к нелинейной системе обыкновенных дифференциальных уравнений (СОДУ) методом конечных разностей с аппроксимацией второго порядка по пространственным переменным. Первое уравнение нелинейной СОДУ по времени решается методом Рунге–Кутта 4-го порядка относительно функции прогиба. Далее значения функции прогиба подставляются в правую часть второго уравнения системы. Второе уравнение системы (1) становится линейным и решается методом обратной матрицы относительно функции усилия на каждом шаге по времени. Число разбиений в методе конечных разностей $n = 14$.

Уравнение теплопроводности сводится к СЛАУ методом конечных разностей и решается методом Гаусса.

На начальном интервале по времени дается маленькая статическая нагрузка, $\lambda = 1/2$, $\varepsilon = 1$, $\nu = 0,3$, колебания рассматриваются на временном диапазоне $t \in [0; 286]$, частота внешней нагрузки соответствует частоте собственных колебаний рассматриваемой системы $\omega_p = \omega_0 = 2,9$, амплитуда нагрузки меняется в диапазоне $s_0 \in [15; 23]$. В случае отсутствия температурного и шумового поля был получен сценарий Рюэля–Такенса (табл. 1). Вейвлет-спектры показывают, что амплитуды частот изменяются (уменьшаются) с течением времени ($s_0 = 19$). Последовательно появлялись пары линейно зависимых частот $\omega_{i+1} = \omega_p + \omega_i$, $i = \overline{1, 6}$, после чего, при $s_0 = 19,4$, возникла частота $\omega_7 = \omega_p/2$. Дальнейший рост управляющего параметра приводил к переходу колебаний системы к хаосу по средствам увеличения количества пар линейно зависимых частот. Хаос в системе наступает при $s_0 = 20$ на временном диапазоне $t \in [30; 150]$, далее на спектре присутствуют только частоты возбуждения $\omega_p = 2,9$, $\omega_p/2$ и две пары линейно зависимых частот.

Линии равных прогибов показывают, что при тех амплитудах сдвиговой нагрузки, где колебания системы отличны от хаотичных, форма колебаний пластины симметрична. В случае $s_0 = 20$ на начальных интервалах времени форма колебаний пластины не симметрична, линии равных прогибов регистрируют симметрию лишь при $t > 120$. То есть при выходе из хаотического окна требуется некоторое время для того, что бы форма колебаний пластины стала симметричной.

1. Крылова Е. Ю., Яковлева Т. В., Баженов В. Г. Хаотическая динамика гибких прямоугольных в плане панелей в поле белого шума // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. — 2016. — №1. — С. 82–92.
2. Крылова Е. Ю., Яковлева Т. В., Папкова И. В., Крысько В. А. Хаотическая динамика гибких прямоугольных в плане пластин при действии продольных нагрузок // Проблемы прочности и пластичности. — 2015. — Т. 77, №3. — С. 235–243.
3. Яковлева Т. В., Крылова Е. Ю., Баженов В. Г., Крысько В. А. Сложные колебания и контактное взаимодействие пластины, подкрепленной балкой с зазором между ними, в условиях экстремальных режимов нагружения // Известия высших учебных заведений. Строительство. — 2016. — №3 (687). — С. 13–23.
4. Karmen Th. Festigkeits probleme in Maschinenbau/ Th. Karmen // Encykle. D. Math. Wiss. — 1910. — V. 4, No. 4. — P. 311–385.
5. Корнишин М. С. Нелинейные задачи теории пластин и пологих оболочек и методы их решения. — М.: Наука, 1964. — 192 с.

СЛОЖНЫЕ КОЛЕБАНИЯ ГИБКИХ СФЕРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК (ВИЗУАЛИЗАЦИЯ СЦЕНАРИЯ ХАОТИЗАЦИИ ПО ФЕЙГЕНБАУМУ)*

В. А. Крысько¹, И. В. Папкова¹, А. В. Крысько^{1,2}

¹СГТУ имени Гагарина Ю. А., Саратов, Россия; ²ТПУ, Томск, Россия

Гибкие сферические микрооболочки являются составными элементами различных приборов и находят широкое применение в следующих отраслях: нефтедобыча и нефтепереработка, авиа- и космическое производство, военная техника и воору-

*Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации (задание №2.1642.2017/ПЧ).

жение, транспортное и гражданское строительство. Такие системы должны работать в условиях различных неблагоприятных динамических внешних воздействий. Настоящая работа ставит перед собой цель — исследовать динамику сферической гибкой микрооболочки, находящейся под действием знакопеременной нагрузки, с учетом больших прогибов.

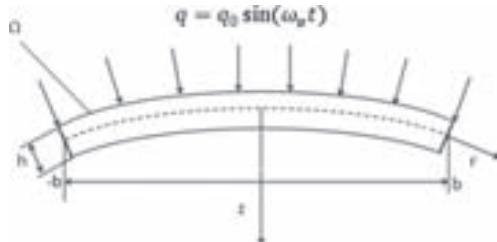


Рис. 1

Постановка задачи и метод решения. Рассмотрим сферическую пологую оболочку (рис. 1) в полярной системе координат, введенной следующим образом: $\Omega = \{(r, z) | r \in [0, b], -h/2 \leq z \leq h/2\}$. Система уравнений нелинейных осесимметричных колебаний пологих оболочек вращения записывается в безразмерном виде [1]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + \varepsilon \frac{\partial w}{\partial t} &= -\frac{\partial^4 w}{\partial r^4} - \frac{2}{r} \frac{\partial^3 w}{\partial r^3} + \frac{1}{r^2} \frac{\partial^2 w}{\partial r^2} - \frac{1}{r^3} \frac{\partial w}{\partial r} - \frac{\Phi}{r} \left(1 - \frac{\partial^2 w}{\partial r^2}\right) - \frac{\partial \Phi}{\partial r} \left(1 - \frac{1}{r} \frac{\partial w}{\partial r}\right) + 4q, \\ \frac{\partial^2 \Phi}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \Phi}{\partial r} - \frac{1}{r^2} \frac{\partial \Phi}{\partial r} &= \frac{\partial w}{\partial r} \left(1 - \frac{1}{2r} \frac{\partial w}{\partial r}\right), \quad \Phi = \frac{\partial F}{\partial r}, \end{aligned} \quad (1)$$

где t — время; ε — коэффициент вязкого сопротивления среды, в которой происходит движение оболочки; F — функция усилий; w — функция прогиба; b — параметр пологости. К системе (1) следует присоединить граничные и начальные условия. На оболочку действует равномерно распределенная знакопеременная нагрузка $q = q_0 \sin(\omega_p t)$, где q_0 — амплитуда нагрузки, ω_p — частота возбуждения. К системе следует присоединить условия в вершине, выполняющиеся в малой окрестности вершины оболочки

$$\Phi_l \approx Ar, \quad \Phi' \approx A, \quad w \approx B + Cr^2, \quad w' \approx 2Cr, \quad w'' \approx 2C, \quad w''' \approx 0. \quad (2)$$

Для замыкания системы (1)–(2) следует присоединить граничные и начальные условия. Система (1)–(2) вместе с граничными и начальными условиями сводится к задаче Коши методом конечных разностей второго порядка точности, которая решается методами типа Рунге–Кутты: метод Рунге–Кутты 4-го, 2-го порядков, метод Рунге–Кутта–Фелберга 4-го порядка, метод Кеш–Карпа 4-го порядка, Рунге–Кутта принципа Дорманда восьмого порядка, неявный метод Рунге–Кутта 2-го порядка и 4-го порядка. Для получения достоверных результатов исследуется сходимость решения в зависимости от числа деления радиуса оболочки n . Сходимость исследовалась по основным функциям и их производным в зоне гармонических и хаотических колебаний. Была достигнута сходимость по сигналу в зоне хаотических колебаний при $n = 120$ и методе Рунге–Кутты 4-го порядка точности.

Численный эксперимент. В работе исследовались колебания гибких шарнирно опертых осесимметричных сферических оболочек при действии поперечной равномерно распределенной знакопеременной нагрузки [1] с и нулевыми начальными условиями с учетом следующих параметров данного численного эксперимента:

параметр пологости $b = 4$, $\varepsilon = 0,1$ — коэффициент диссипации, $\nu = 0,3$ — коэффициент Пуассона, $t \in [0, 1400]$, $\omega_p = \omega_0 = 0,516$ — частота внешней нагрузки, близка к частоте собственных колебаний ω_0 . Приведенные исследования показали, что для рассматриваемого краевого условия переход колебаний из гармонических в хаотические происходит по сценарию Фейгенбаума [2]. Было обнаружено шесть бифуркаций Хопфа и на их основе получена константа Фейгенбаума равна $\alpha_6 = 4,65608466$ ($4,66916224\dots$ — теоретическое значение, которое отличается от α_6 на 0,28%) [3]. Была создана программа для комплексной визуализации результатов численного эксперимента, которые приведены в табл. 1. Для значений амплитуды нагрузки $q_0 = 0,08$ (гармонические колебания); 0,1335 (вторая бифуркация Хопфа); 0,14 (хаотические колебания) приведены сигналы, спектры мощности, фазовый портрет 3d и поверхности оболочек. Для достоверности результатов Ляпуновские показатели (LE) были посчитаны по трем алгоритмам: Вольфа [4], Розенштейна [5], Канца [6]. При гармонических колебаниях Ляпуновские показатели (LE) — отрицательные, при хаотических колебаниях — положительные. Исследования показали, что при таком типе граничных условий зафиксировано одно ребро в поверхности при любой амплитуде нагружения, т. е. появление ребра не зависит от количества бифуркаций Хопфа. Ребро в четвертях появляется в тот момент времени, когда прогиб в вершине оболочки близок к нулю.

Таблица 1

$q_0 = 0,08; LE < 0$				
Спектр мощности	Фазовый портрет	Сигнал	а) Поверхность $t = 400$	б) Поверхности $t = 418$
$q_0 = 0,1335; LE < 0$				
$q_0 = 0,14; LE > 0$				

1. Валишвили Н. В. Методы расчета оболочек вращения на ЭЦВМ. — М.: Машиностроение, 1976. — 279 с.
2. Feigenbaum M. J. The universal metric properties of nonlinear transformations // J. Stat. Phys. — 1979. — V. 21, No. 6. — P. 669–706.
3. Awrejcewicz J., Krysko V. A., Papkova I. V., Krysko A. V. Deterministic Chaos in One-Dimensional Continuous Systems. — Singapore: World Scientific series on Nonlinear Science Series, 2016. — 561 p.
4. Wolf A., Swift J. B., Swinney H. L., Vastano J. A. Determining Lyapunov Exponents from a time series // Physica 16 D. — 1985. — P. 285–317.

5. Rosenstein M. T., Collins J. J., Carlo J. De Luca. A practical method for calculating largest Lyapunov exponents from small data sets // Neuro Muscular Research Center and Department of Biomedical Engineering, Boston University, November 20, 1992.
6. Kantz H. A robust method to estimate the maximum Lyapunov exponent of a time series // Phys. Lett. A. — 1994. — V. 185. — P. 77–87.

ХАОСТИЧЕСКАЯ СИНХРОНИЗАЦИЯ КОЛЕБАНИЙ ДВУХ СООСНЫХ ЗАМКНУТЫХ МИКРО-ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК, ПОДКРЕПЛЕННЫХ ЛОКАЛЬНЫМИ БАЛКАМИ С ВНЕШНЕЙ СТОРОНЫ*

В. А. Крысько¹, О. А. Салтыкова^{1,2}, С. С. Вецель¹

¹*СГТУ имени Гагарина Ю. А., Самара, Россия;* ²*ТПУ, Томск, Россия*

Спектр применения балочно-оболочечных структур, в современной промышленности очень широк. Соосные цилиндры могут представлять собой модель микротрубок, являясь составными элементами теплообменников, насосных станций.

В работе рассматривается хаотическая синхронизация элементов механической структуры, состоящей из двух вложенных друг в друга цилиндрических оболочек подкрепленных двумя балками, расположенным на диаметрально противоположных поверхностях внешнего цилиндра (рис. 1).

Исходные дифференциальные уравнения для балок и оболочек получены на основании теории В. В. Новожилова [1], с учетом квадратов первых производных от перемещения срединной поверхности, в трехмерной постановке. Предполагается, что материал оболочек и балок упругий, изотропный и подчиняется закону Гука. В такой постановке в известной нам отечественной и зарубежной литературе решений нет. Уравнения движения элемента оболочки и балки, уравнения совместности деформаций можно найти в [2]. Границные условия для всех элементов структуры одинаковы: $x = 0$ — заделка, $x = L$ — шарнир. Начальные условия нулевые. К внешней поверхности балок приложены распределенные знакопеременные нагрузки вида (1):

$$q_2(x, t) = q_{01} \sin(\omega_{p1} t), \quad q_3(x, t) = q_{02} \sin(\omega_{p2} t), \quad (1)$$

где $q_{01} = q_{02}$ — амплитуды нагрузок, а ω_{p1}, ω_{p2} — частоты вынуждающих колебаний, действующих на балки 1 и 2 соответственно. Нижнюю балку обозначим индексом 1, верхнюю индексом 2, внешнюю оболочку — 1, внутреннюю оболочку — 2. Исходные нелинейные дифференциальные уравнения сводятся к задаче Коши методом конечных элементов. Используется трехмерный объемный 8-узловой конечный элемент с равномерным распределением напряжений по объему.

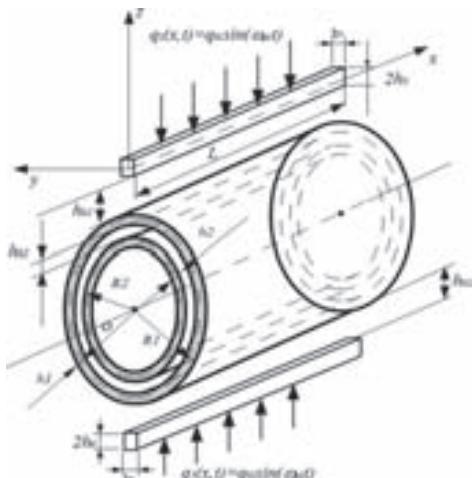


Рис. 1

*Работа выполнена при поддержке гранта РНФ №16-11-10138.

Расчет выполнен с использованием элементов Фланаган–Белычко с точным интегрированием по объему. Задача Коши решалась методом явного интегрирования (методом Эйлера).

Рассматриваемая система консервативна. Анализ результатов осуществляется методами нелинейной динамики и качественной теории дифференциальных уравнений: строятся сигналы, фазовые портреты, спектры мощности Фурье, сечения Пуанкаре, вейвлет спектры, определяется знак старшего показателя Ляпунова.

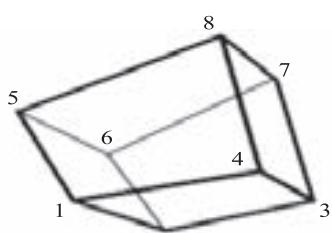


Рис. 2

Для определения фазовой синхронизации колебаний элементов на основе вейвлет-анализа Морле разработан новый метод [3]. В качестве примера рассмотрим хаотическую синхронизацию структуры, со следующими физическими и геометрическими параметрами: $L = 200$ мм, $R_1 = 100$ мм, $R_2 = 98$ мм, $h_1 = h_2 = 2$ мм, $h_{k_i} = 2$ мм, $2h = b = 10$ мм, $\omega_{p1} = 143$ Гц, $\omega_{p2} = 129$ Гц, $q_{01} = q_{02} = 15$ кгс/мм². Резонансная частота балок 135 Гц. Выбранные частоты близки к резонансной частоте. Элементы изготовлены из стали 12Х18Н10Т:

$E = 20900$ кгс/мм², $\mu = 0,3$, $\rho = 8 \cdot 10^{-10}$ кгс · с²/мм³. Отметим соблюдение условия непроникновения элементов структуры друг в друга. Исследовалась сходимость решения задачи, в зависимости от количества элементов и от шага по времени [4]. С помощью вейвлета Морле исследуем хаотическую фазовую синхронизацию элементов структуры.

Приведем 2D-вейвлет спектры Морле фазовой синхронизации элементов балочно-оболочечной структуры на рисунках 3 и 4. Чем темнее цвет, тем больше

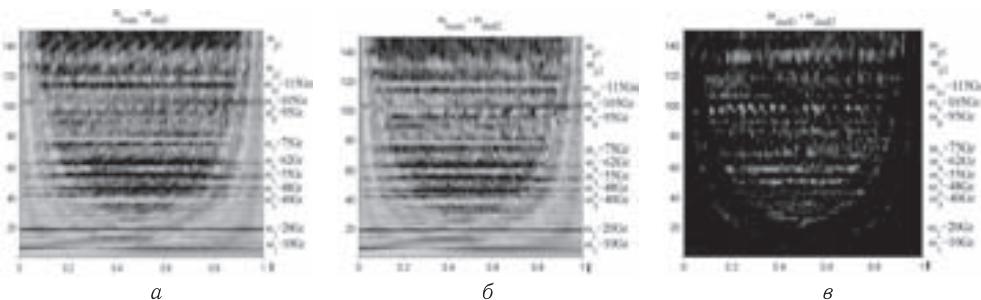


Рис. 3. Хаотическая фазовая синхронизация: *a* — балки 1 и оболочки 1; *б* — балки 1 и оболочки 2; *в* — оболочки 1 и оболочки 2

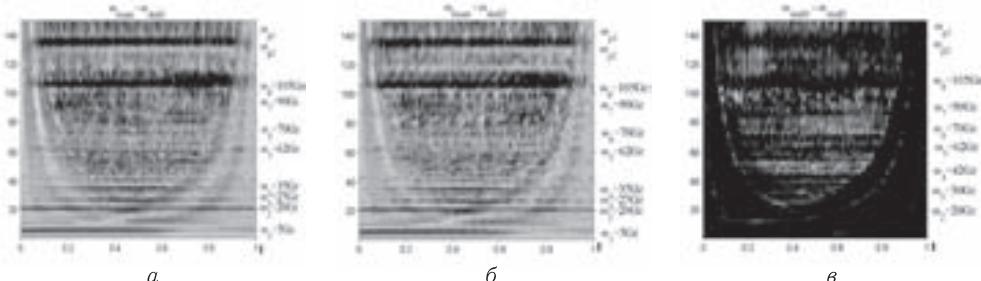


Рис. 4. Хаотическая фазовая синхронизация: *a* — балки 2 и оболочки 1; *б* — балки 2 и оболочки 2; *в* — оболочки 1 и оболочки 2

синхронизация колебаний элементов структуры. Колебания элементов структуры хаотические с момента касания и можно говорить о явлении хаотической фазовой синхронизации.

Колебания балки 1 и оболочек 1 и 2 становятся синхронными на частотах вынуждающих колебаний ω_{p1} и ω_{p2} , а так же еще на ряде частот, приведенных на рисунках. Колебания оболочек синхронизируются практически на всем исследуемом временном интервале.

На рис. 4, *a* и *b* явление синхронизации явно выражено на частоте $\omega_8 = 105$ Гц и на интервале между частотами вынуждающих колебаний. Проведенный анализ позволяет сделать вывод, что для исследуемой структуры обнаружено явление синхронизации колебательного процесса, о чем свидетельствуют вейвлет спектры, отражающие одинаковые частоты колебаний элементов структуры. Наилучшая синхронизация характерна для оболочек (рисунки 3 и 4, *в*), что можно объяснить отсутствием нагрузки, прикладываемой непосредственно к оболочкам и одинаковой толщиной оболочек.

1. Новожилов В. В. Основы нелинейной теории упругости. — Л., М.: ОГИЗ Государственное изд-во технико-теоретической литературы, 1948.
2. Krysko A. V., Awrejcewicz J., Saltykova O. A., Vetsel S. S., Krysko V. A. Nonlinear dynamics and contact interaction of the structures composed of beam-beam and beam-closed cylindrical shell members // Chaos, Solitons & Fractals. — 2016. — V. 91. — P. 622–638.
3. Салтыкова О. А., Захарова А. А., Вецель С. С., Крысько В. А. Исследование нелинейной динамики составных элементов конструкций для нефтеперерабатывающих и химических производств // Известия Томского политехнического университета. Инженеринг георесурсов. — 2016. — Т. 327, №12. — С. 6–15.
4. Крысько В. А., Вецель С. С., Добриян В. В., Салтыкова О. А. Хаотическая динамика двух вложенных одна в другую цилиндрических оболочек и балки, подкрепленной с внешней стороны, с зазорами между элементами // Прикладная механика и техническая физика (принята к печати в №3, 2017).

ПАРАМЕТРИЗАЦИЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ ДЕФОРМИРОВАНИЯ НЕУПРОЧНЯЮЩИХСЯ КОНСТРУКЦИЙ ПРИ ПОЛЗУЧЕСТИ*

Е. Б. Кузнецов, С. С. Леонов

МАИ, Москва, Россия

Во многих прикладных задачах биологии, теории управления и механики деформируемого твердого тела приходится сталкиваться с решением начальных задач для систем обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) с предельными особыми точками, в которых уравнения системы теряют смысл. Одним из наиболее общих и эффективных подходов к решению подобных задач является метод наилучшей параметризации [1]. Данный подход заключается в переходе к новому аргументу, отсчитываемому по касательной к интегральной кривой рассматриваемой задачи.

Для большинства плохо обусловленных задач метод наилучшей параметризации позволяет устранить трудности, связанные с их численным решением. Однако существует класс задач, для которых наилучшая параметризация не дает сущес-

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 16-08-00943а).

ственного эффекта. Это задачи, в которых предельная особая точка лежит в правом конце рассматриваемого интервала изменения аргумента. К данным задачам относятся задачи деформирования металлических конструкций в условиях ползучести, в случае когда упрочнением конструкции можно пренебречь, описываемые уравнениями теории структурных параметров Ю. Н. Работнова вида [2]

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{f_1(\sigma, T)}{\Psi(\omega, T)}, \quad \frac{d\omega}{dt} = \frac{f_2(\sigma, T)}{\Omega(\omega, T)}, \quad (1)$$

где ε — деформация ползучести; ω — скалярный параметр поврежденности; σ — действующее напряжение; T — температура; $f_1(\cdot)$, $f_2(\cdot)$, $\Psi(\cdot)$, $\Omega(\cdot)$ — заданные положительные функции и $\Psi(1, T) = \Omega(1, T) = 0$.

В качестве начальных берутся нулевые условия

$$\varepsilon(0) = 0, \quad \omega(0) = 0. \quad (2)$$

Задача (1)–(2) становится плохо обусловленной при приближении параметра ω к единице, т. е. в окрестности момента разрушения конструкции. Тем не менее, явные методы численного интегрирования задачи Коши применимы к ее решению, в то время как наилучший аргумент λ вида

$$(d\lambda)^2 = (d\varepsilon)^2 + (d\omega)^2 + (dt)^2 \quad (3)$$

приводит к преобразованной системе

$$\frac{d\varepsilon}{d\lambda} = \frac{f_1(\sigma, T) \cdot \Omega(\omega, T)}{Q(\sigma, \omega, T)}, \quad \frac{d\omega}{d\lambda} = \frac{f_2(\sigma, T) \cdot \Psi(\omega, T)}{Q(\sigma, \omega, T)}, \quad \frac{dt}{d\lambda} = \frac{\Psi(\omega, T) \cdot \Omega(\omega, T)}{Q(\sigma, \omega, T)} \quad (4)$$

с начальными условиями

$$\varepsilon(0) = 0, \quad \omega(0) = 0, \quad t(0) = 0, \quad (5)$$

которая также имеет существенный недостаток: аналитически норма правой части системы (4) равна единице, но при численном решении знаменатель уравнений системы $Q(\sigma, \omega, T) = \sqrt{\Psi^2(\omega, T) \cdot \Omega^2(\omega, T) + f_1^2(\sigma, T) \cdot \Omega^2(\omega, T) + f_2^2(\sigma, T) \cdot \Psi^2(\omega, T)}$ стремится к нулю в момент разрушения, что приводит к возникновению неопределенности вида $[0/0]$ и возрастанию погрешности вычислений.

Даже в упрощенном виде при $\Omega(\sigma, \omega, T) = \Psi(\sigma, \omega, T)$ преобразованная система

$$\frac{d\varepsilon}{d\lambda} = \frac{f_1(\sigma, T)}{Q_1(\sigma, \omega, T)}, \quad \frac{d\omega}{d\lambda} = \frac{f_2(\sigma, T)}{Q_1(\sigma, \omega, T)}, \quad \frac{dt}{d\lambda} = \frac{\Psi(\omega, T)}{Q_1(\sigma, \omega, T)} \quad (6)$$

с начальными условиями (5), где $Q_1(\sigma, \omega, T) = \sqrt{\Psi^2(\omega, T) + f_1^2(\sigma, T) + f_2^2(\sigma, T)}$, при численном решении не дает существенных преимуществ, так как время счета для нее из-за усложнения уравнений системы увеличивается по сравнению с исходной задачей вида (1)–(2), а значительного увеличения точности не происходит.

Для устранения указанного затруднения можно использовать не наилучший аргумент λ , а модифицированный аргумент κ , имеющий для задачи (1)–(2) вид

$$(d\kappa)^2 = (d\varepsilon)^2 + (d\omega)^2 + \left(\frac{dt}{\Psi(\omega, T) \cdot \Omega(\omega, T)} \right)^2. \quad (7)$$

Используя аргумент κ вида (7), получим преобразованную систему

$$\frac{d\varepsilon}{d\kappa} = \frac{f_1(\sigma, T) \cdot \Omega(\omega, T)}{R(\sigma, \omega, T)}, \quad \frac{d\omega}{d\kappa} = \frac{f_2(\sigma, T) \cdot \Psi(\omega, T)}{R(\sigma, \omega, T)}, \quad \frac{dt}{d\kappa} = \frac{\Psi(\omega, T) \cdot \Omega(\omega, T)}{R(\sigma, \omega, T)}, \quad (8)$$

где $R(\sigma, \omega, T) = \sqrt{1 + f_1^2(\sigma, T) \cdot \Omega^2(\omega, T) + f_2^2(\sigma, T) \cdot \Psi^2(\omega, T)}$, с начальными условиями (5). Знаменатель уравнений системы (8) ограничен снизу единицей, что гарантирует отсутствие затруднений при численном решении задачи (8), (5).

Для случая $\Omega(\sigma, \omega, T) = \Psi(\sigma, \omega, T)$ можно рекомендовать выбор аргумента κ в более простом виде

$$(d\kappa)^2 = (d\varepsilon)^2 + (d\omega)^2 + \left(\frac{dt}{\Psi(\omega, T)} \right)^2, \quad (9)$$

приводящему к системе

$$\frac{d\varepsilon}{d\kappa} = \frac{f_1(\sigma, T)}{R_1(\sigma, T)}, \quad \frac{d\omega}{d\kappa} = \frac{f_2(\sigma, T)}{R_1(\sigma, T)}, \quad \frac{dt}{d\kappa} = \frac{\Psi(\omega, T)}{R_1(\sigma, T)} \quad (10)$$

с начальными условиями (5), где $R_1(\sigma, T) = \sqrt{1 + f_1^2(\sigma, T) + f_2^2(\sigma, T)}$. Знаменатель уравнений системы (10) ограничен снизу единицей, но также не зависит от переменной ω , что дает дополнительные преимущества при численном решении.

Применение данных подходов рассмотрено на тестовой задаче одноосного растяжения плоских образцов (толщина 1,5 мм, общая длина 180 мм, длина рабочей части 60 мм) из титанового сплава ОТ-4 при постоянных напряжениях σ_0 и температуре 500°C, описываемой уравнениями энергетического варианта теории ползучести [3]

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = \frac{Ke^{\beta\sigma_0}}{\sigma_0(A_* - A)^m}, \quad \frac{dA}{dt} = \frac{K\sigma_0 e^{\beta\sigma_0}}{\sigma_0(A_* - A)^m} \quad (11)$$

с начальными условиями

$$\varepsilon(0) = 0, \quad A(0) = 0. \quad (12)$$

Здесь роль параметра поврежденности ω играет величина удельной работы рассеяния A , принимающая значение A_* в момент разрушения, K , β , m — характеристики ползучести материала.

При решении конкретной задачи вида (1)–(2) важно знать обусловленность задач (8), (5) и (10), (5), преобразованных аргументом κ . В качестве меры обусловленности этих задач предложено использовать величину

$$\Theta = \cos^2(d\bar{\lambda}, d\bar{\kappa}) = \frac{(d\bar{\lambda}, d\bar{\kappa})^2}{|d\bar{\lambda}|^2 |d\bar{\kappa}|^2}, \quad 0 \leq \Theta \leq 1, \quad (13)$$

где $d\bar{\lambda}$, $d\bar{\kappa}$ — векторы, задающие направление отсчета аргументов λ и κ соответственно, (\cdot, \cdot) — скалярное произведение векторов в \mathbb{R}^n , $|\cdot|$ — длина вектора в \mathbb{R}^n .

Мера (13) отражает простой геометрический факт: наилучшую обусловленность в точке доставляет аргумент, отсчитываемый в ней по касательной к интегральной кривой, что соответствует $\Theta = 1$, а в предельной особой точке, при $\Theta = 0$, вектор отсчета аргумента рассматриваемой задачи становится ортогональным к касательному вектору интегральной кривой. Для задачи (10), (5) мера (13) примет вид

$$\Theta = \frac{[\Psi(\omega, T) \cdot f_1^2(\sigma, T) + \Psi(\omega, T) \cdot f_2^2(\sigma, T) + 1]^2}{[1 + f_1^2(\sigma, T) + f_2^2(\sigma, T)] \cdot [\Psi^2(\omega, T) \cdot f_1^2(\sigma, T) + \Psi^2(\omega, T) \cdot f_2^2(\sigma, T) + 1]}. \quad (14)$$

1. Шалашилин В. И., Кузнецов Е. Б. Метод продолжения решения по параметру и наилучшая параметризация в прикладной математике и механике. — М.: Эдиториал УРСС, 1999. — 224 с.
2. Работников Ю. Н. Ползучесть элементов конструкций. — М.: Наука, 2014. — 752 с.
3. Соснин О. В. Энергетический вариант ползучести и длительной прочности. Сообщение 1. Ползучесть и разрушение неупрочняющихся материалов // Проблемы прочности. — 1973. — №5. — С. 45–49.

**АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ АГРЕССИВНОЙ ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЫ
НА ДЛЯТЕЛЬНУЮ ПРОЧНОСТЬ МЕТАЛЛА
В СЛУЧАЕ ОДНОМЕРНОЙ ЗАДАЧИ С УЧЕТОМ ВРЕМЕНИ РЕЛАКСАЦИИ***

E. B. Кузнецов, A. C. Теренин

МАИ, Москва, Россия

В работе рассматривается одномерная задача о разрушении растягиваемого постоянной силой P стержня, погруженного в агрессивную среду. Стержень имеет прямоугольное поперечное сечение $a \times H$. Будем считать, что ширина сечения a значительно превосходит его толщину H , так что влиянием диффузии со стороны узких сторон можно пренебречь. Также будем полагать, что длина стержня во много раз превосходит поперечный размер a , так что влиянием продольной координаты стержня на процесс разрушения можно пренебречь.

Введем в поперечном сечении координату x вдоль направления толщины стержня таким образом, что значения $x = 0$, $x = H$ соответствуют широким боковым сторонам стержня, и из условий симметрии будем рассматривать только одну половину стержня $0 \leq x \leq (1/2)H$. Поврежденность ω материала стержня является возрастающей функцией времени t . В связи с диффузией химических элементов среды в материал стержня, распространяющейся от поверхности стержня ($x = 0$) и ослабляющей его прочностные свойства, поврежденность ω зависит также от поперечной координаты x , причем эта зависимость монотонно убывающая. Принимая в качестве условия разрушения уравнение $\omega = 1$, получаем, что в некоторый момент $t = t_1$ происходит разрушение стержня на его боковой поверхности $x = 0$. При $t > t_1$ поверхность, разделяющая области разрушенного и не разрушенного материала, распространяется вглубь стержня. Назовем координату фронта разрушения $X(t)$, которая определяется из условия $\omega(X(t), t) = 1$. При $0 \leq t \leq t_1$ имеем $X(t) \equiv 0$. При $t > t_1$ координата является подлежащей определению функцией времени. Появление фронта разрушения приводит к уменьшению площади поперечного сечения. Так как растягивающая сила не зависит от времени, то продольное напряжение σ возрастает и становится больше исходного номинального напряжения $\sigma_0 = P/(a \cdot H)$. Для простоты считаем, что при $t > t_1$ напряжение $\sigma = \sigma(t)$ не зависит от поперечной координаты x .

Обозначим через $c(x, t)$ при $X(t) \leq x \leq (1/2)H$ концентрацию в стержне химических элементов, существенным образом влияющих на механические свойства металла. Концентрация $c(x, t)$ в произвольный момент времени определяется решением уравнения диффузии [1]:

$$\frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2},$$

где D — коэффициент диффузии. Однако, если рассматривать стержень как среду, состоящую из множества отдельных частиц, то распространение частиц агрессивной среды запаздывает на некоторое время τ_p , называемое временем релаксации. В таком случае уравнение диффузии принимает вид [2]:

$$\tau_p \frac{\partial^2 c}{\partial t^2} + \frac{\partial c}{\partial t} = D \frac{\partial^2 c}{\partial x^2}.$$

Для простоты принимается, что в начальный момент времени концентрация во всем сечении равно нулю:

$$c(x, 0) = 0, \frac{\partial c}{\partial t}(x, 0) = 0.$$

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект №16-08-00943).

В качестве граничного условия, соответствующего середине стержня, можно принять:

$$\frac{\partial c}{\partial x} \left(\frac{1}{2}H, t \right) = 0.$$

На внешней поверхности стержня можно принять равенство концентрации постоянному значению c_0 :

$$c(X(t), t) = c_0.$$

Кинетическое уравнение в виде степенной зависимости скорости накопления поврежденности $\dot{\omega}$ от напряжения σ имеет следующий вид [1]:

$$\frac{\partial \omega(x, t)}{\partial t} = A \cdot \left[\frac{\sigma(t)}{1 - \omega(x, t)} \right]^n \cdot f(c(x, t)),$$

$$\sigma(t) = \sigma_0 \left[1 - \frac{2X(t)}{H} \right]^{-1},$$

$$\omega(x, 0) \equiv 0, \quad \omega(X(t), t) \equiv 1, \quad X(t) \leq x \leq \frac{1}{2}H, \quad 0 \leq t \leq t^*.$$

В исходном материале $\omega = 0$, при разрушении $\omega = 1$. Для учета влияния диффузионного процесса на длительную прочность служит функция, которая является возрастающей функцией от концентрации, удовлетворяющей условию $f(0) = 1$. В качестве $f(c)$ можно рассматривать линейный или экспоненциальный виды функций, причем в этих случаях функция $f(c)$ включает только одну материальную константу.

На данный момент ведется анализ результатов численного расчета.

1. Локощенко А. М. Ползучесть и длительная прочность металлов в агрессивных средах. — М.: Изд-во Московского университета, 2000.
2. Формалев В. Ф. Теплоперенос в анизотропных твердых телах. Численные методы, тепловые волны, обратные задачи. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2015.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МНОГОСЛОЙНЫХ ОБОЛОЧЕК С ОСНОВАНИЯМИ

C. П. Кузнецов

КНИТУ-КАИ, Казань, Россия

В изделиях конструкционной оптики современных ЛА (иллюминаторы, фонари, обтекатели) широко используются многослойные оболочечные или пластинчатые элементы. Требованиям по обеспечению надежности и минимальной массы при достаточной их прочности и жесткости удается удовлетворить благодаря применению как новых конструкционных материалов для отдельных слоев, так и рациональной их компоновке в составе всего многослойного пакета. Соединение же крайних слоев с элементами силовой схемы конструкции осуществляется так же, как и однослойных элементов ИКО — через буферные слои оснований, выполненных из полимерных материалов [1]. При разработке методов прочностного анализа таких многослойных элементов важным является выбор математической модели для описания механики их деформирования, так как в силу особенностей контурного закрепления внешних слоев необходимо предусмотреть возможность формулировки разнотипных граничных условий для слоев и моделирования податливости элементов крепления. Этим требованиям удовлетворяют дискретно-структурные модели

многослойных оболочек, из которых наиболее применяемой в расчетной практике для описания контактного взаимодействия слоев многослойной оболочки является модель теории оболочек типа Тимошенко с учетом поперечного обжатия, которую и используем для построения разрешающих уравнений.

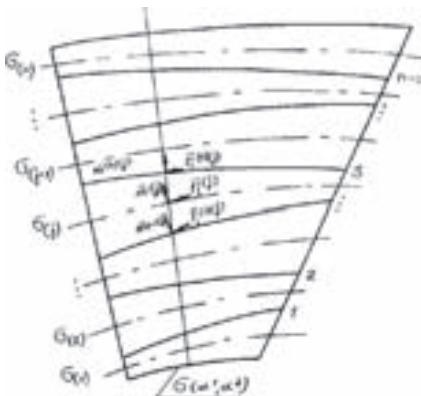


Рис. 1

Рассматриваемая многослойная оболочка (рис. 1) состоит из n слоев переменной толщины $2h^{(j)}$, ($j = \overline{1, n}$). Все слои пакета считаем тонкими, имеющими плавно изменяющуюся переменную толщину, материал слоев оболочки изотропный, а граничные торцы слоев свободны от внешнего нагружения. Для описания геометрии слоев пакета выберем некоторую координатную поверхность σ , отнесенную к произвольным гауссовым координатам α^1 и α^2 и область Ω с границей Γ на σ , соответствующую рассматриваемой оболочке.

В рамках рассматриваемой модели вектор перемещений точки j -слоя слоя пакета может быть представлен в виде

$$\bar{V}_{(j)}^z = \bar{V}^{(j)} + z^{(j)}\bar{\gamma}^{(j)} = (u_i^{(j)} + z^{(j)}\bar{\gamma}_i^{(j)})\bar{r}_{(j)}^i + (w^{(j)} + z^{(j)}\gamma^{(j)})\bar{m}_{(j)},$$

где $j = \overline{1, n}$ — количество слоев пакета; $z^{(j)}$ — координата, измеренная по нормали $\bar{m}_{(j)}$ к срединной поверхности $\sigma_{(j)}$ j -го слоя ($-h^{(j)} \leq z^{(j)} \leq h^{(j)}$, $\alpha^i \in \Omega$); $(\bar{r}_{(j)}^i, \bar{m}_{(j)})$ — взаимный базис на срединной поверхности $\sigma_{(j)}$ j -го слоя пакета; $u_i^{(j)}, \bar{\gamma}_i^{(j)}, w^{(j)}, \gamma^{(j)}$ — компоненты перемещений точек j -го слоя пакета в разложении по взаимному базису на срединной поверхности $\sigma_{(j)}$.

В этом случае малым перемещениям соответствуют малые компоненты тензора деформаций:

$$\varepsilon_{ik}^{z(j)} = \varepsilon_{ik}^{(j)} + z^{(j)}\eta_{ik}^{(j)}; \quad \varepsilon_{i3}^{z(j)} = \varepsilon_{i3}^{(j)} + z^{(j)}\eta_{i3}^{(j)}; \quad \varepsilon_{33}^{z(j)} = \varepsilon_{33}^{(j)},$$

где $\varepsilon_{ik}^{z(j)}$ — компоненты тензора тангенциальных деформаций точек j -го слоя на уровне $z^{(j)}$; $\varepsilon_{ik}^{(j)}, \eta_{ik}^{(j)}$ — компоненты тензора тангенциальных и изгибных деформаций точек j -го слоя пакета, расположенных на срединной поверхности $\sigma_{(j)}$ j -го слоя.

Комплекс разрешающих уравнений для описания механики деформирования рассматриваемой многослойной оболочки получим из вариационного уравнения Лагранжа [2], которое для случая, когда координатные линии оболочки совпадают с координатными линиями $\alpha^i = \alpha_k^i$, $\alpha^i = \alpha_k^i$ примет вид

$$\begin{aligned} & \sum_{j=1}^n \iint_{\Omega} [T_{(j)}^{ik} \delta \varepsilon_{ik}^j + M_{(j)}^{ik} \delta \eta_{ik}^{(j)} + 2T_{(j)}^{i3} \delta \varepsilon_{i3}^j + 2M_{(j)}^{i3} \delta \eta_{i3}^{(j)} + T_{(j)}^{33} \delta \varepsilon_{33}^{(j)}] d\sigma - \\ & - \sum_{j=1}^n \iint_{\sigma} \bar{F}_{(j)}^* (\delta \bar{V}^{(j)} + z^{(j)} \delta \bar{\gamma}^{(j)}) d\sigma - \sum_{j=1}^n \iint_{\sigma} [\bar{X}_{(j)}^{(+)} (\delta \bar{V}^{(j)} + h^{(j)} \delta \bar{\gamma}^{(j)}) + \bar{X}_{(j)}^{(-)} (\delta \bar{V}^{(j)} - h^{(j)} \delta \bar{\gamma}^{(j)})] d\sigma - \\ & - \sum_{s=1}^{n-1} \iint_{\Omega} [\bar{V}^{(s)} + h^{(s)} \bar{\gamma}^{(s)} + \bar{V}^{(s+1)} - h^{(s+1)} \bar{\gamma}^{(s+1)}] \delta \bar{q}_{(s)} d\sigma = 0. \end{aligned}$$

Здесь $T_{(j)}^{ik}$, $T_{(j)}^{i3}$, $M_{(j)}^{ik}$, $M_{(j)}^{i3}$ — компоненты внутренних усилий и моментов; $F_{(j)}^*$, $X_{(j)}$, $q_{(s)}$ — компоненты векторов массовой, поверхностной нагрузки и контактных усилий.

Из вариационного уравнения традиционным путем может быть получен весь комплекс разрешающих уравнений, соответствующий контактной постановке задач указанного класса:

— уравнения равновесия j -го слоя пакета:

$$\begin{aligned} \nabla_i^{(j)} T_{(j)}^{ik} - T_{(j)}^{i3} b_i^{k(j)} + X_{(j)}^k = 0, & \quad \nabla_i^{(j)} M_{(j)}^{ik} - T_{(j)}^{k3} + M_{(j)}^k = 0, \\ \nabla_i^{(j)} T_{(j)}^{i3} + T_{(j)}^{il} b_{il}^{(j)} + X_{(j)}^3 = 0, & \quad \nabla_i^{(j)} M_{(j)}^{i3} + M_{(j)}^{il} b_{il}^{(j)} - T_{(j)}^{33} + M_{(j)}^3 = 0, \\ i, k, l = \overline{1, 2}; \quad j = \overline{1, n}; \end{aligned}$$

— статические граничные условия на контуре j -го слоя оболочки:

$$\begin{aligned} T_{(j)}^{ik} n_i^{(j)} n_k^{(j)} = 0 & \quad \text{при } \delta u_n^{(j)} \neq 0; \quad T_{(j)}^{ik} \tau_i^{(j)} n_k^{(j)} = 0 \quad \text{при } \delta u_\tau^{(j)} \neq 0; \\ T_{(j)}^{i3} n_i^{(j)} = 0 & \quad \text{при } \delta w^{(j)} \neq 0; \quad M_{(j)}^{ik} n_i^{(j)} n_k^{(j)} = 0 \quad \text{при } \delta \gamma_n^{(j)} \neq 0; \\ M_{(j)}^{ik} \tau_i^{(j)} n_k^{(j)} = 0 & \quad \text{при } \delta \gamma_\tau^{(j)} \neq 0; \quad M_{(j)}^{i3} n_i^{(j)} = 0 \quad \text{при } \delta \gamma^{(j)} \neq 0; \end{aligned}$$

— кинематические условия сопряжения слоев:

$$\bar{V}^{(s)} + h^{(s)} \bar{\gamma}^{(s)} - \bar{V}^{(s+1)} + h^{(s+1)} \bar{\gamma}^{(s+1)} = 0, \quad s = \overline{1, n-1}.$$

Здесь $n_i^{(j)}$, $\tau_i^{(j)}$ — разложение единичных векторов $\bar{n}^{(j)}$ и $\bar{\tau}^{(j)}$ по векторам взаимного базиса; $u_n^{(j)}$, $u_\tau^{(j)}$, $\gamma_n^{(j)}$, $\gamma_\tau^{(j)}$ — разложение вектора перемещений j -го слоя $\bar{V}_{(j)}^z = \bar{V}^{(j)} + z^{(j)} \bar{\gamma}^{(j)}$ по триэдру единичных ортогональных векторов на контурной линии; $\nabla_i^{(j)}$ — условное обозначение ковариантного дифференцирования; $b_{ik}^{(j)}$ — ковариантные компоненты второго метрического тензора на срединной поверхности $\sigma_{(j)}$ j -го слоя пакета.

Дополняя указанные соотношения физическими соотношениями для изотропного материала, получим замкнутую систему 9n-3 разрешающих уравнений относительно неизвестных компонентов вектора перемещений слоев $u_i^{(j)}$, $w^{(j)}$, $\gamma_i^{(j)}$, $\gamma^{(j)}$, $i = \overline{1, 2}$; $j = \overline{1, n}$ и контактных усилий взаимодействия $q_{(s)}^i$, $i = \overline{1, 3}$; $s = \overline{1, n-1}$.

1. Кузнецов С. П. Расчет остеклений летательных аппаратов с упругим опиранием контура // Динамика и прочность. Избранные труды Всероссийской конференции по проблемам науки и технологий. — М., 2013.
2. Паймушин В. Н. Вариационная постановка задач механики составных тел кусочно-однородной структуры // Прикладная механика. — 1985. — Т. 21, №1.

ЗАЛЕЧИВАНИЕ ПОВРЕЖДЕННОСТИ В МЕТАЛЛАХ ПОСРЕДСТВОМ ВЫСОКОЭНЕРГЕТИЧЕСКОГО ИМПУЛЬСНОГО ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО ПОЛЯ*

K. B. Кукуджанов

ИПМех РАН, Москва, Россия

Воздействие высокоэнергетическим импульсным электромагнитным полем на проводящий материал может существенно улучшить пластические свойства материала, увеличив пластические деформации до разрушения от десятков до сотен процентов для разных материалов и сплавов (электропластическим эффект). Несмотря на то, что данный эффект широко используется в промышленности, до сих пор отсутствует единое мнение о природе этого явления, а дискуссия о его фундаментальных основах и физическом механизме продолжается.

Одним из объяснений электропластического эффекта является гипотеза о залечивании микродефектов в материале под действием электромагнитного поля и индуцированного им тока. При воздействии электромагнитным полем на проводник происходит концентрация поля на дефектах структуры материала. В частности это инициирует протекание электрических, термических и механических процессов в окрестности микродефектов (пор, трещин, включений и т. п.).

Настоящая работа посвящена исследованию процессов, протекающих в окрестности микродефектов материала при обработке его электрическим током (микромодельный анализ), а также поиску связи между макроскопическим параметрами задачи на основе проведенного микромодельного анализа.

Рассматривается токопроводящий материал с различными упорядоченными и хаотическими структурами дефектов, содержащий дефекты типа межзеренных микротрещин различных форм и ориентаций. Материал подвергается воздействию короткоимпульсного высокоэнергетического электромагнитного поля определенной интенсивности (плотность тока от 10^8 до 10^{11} А/м²) и продолжительности (до 100 мкс), том числе рассеянная удельная электромагнитная энергией в материале находилась в диапазоне $10^8 \leq e \leq 10^{10}$ Дж/м³. При этом первоначально ставится задача исследовать во времени процессы изменения электрического и температурного полей в материале и их влияние на фазовые трансформации и напряженно-деформированное состояние в окрестности микродефектов.

Исследование осуществляется численно на основе связанной модели воздействия интенсивным импульсным электромагнитным полем на предварительно поврежденный термоупругопластический материал с дефектами, которая учитывает плавление и испарение металла, а также зависимость всех его физико-механических свойств от температуры. Решение получающейся системы уравнений ищется методом конечных элементов на подвижных сетках с использованием смешанного эйлера-лагранжева метода.

Моделирование показало, что одновременное уменьшения длины, выброса расплавленного металла внутрь трещины и смыкание берегов приводит к тому, что берега трещины начинают контактировать со струей расплавленного материала, и в результате этих процессов струя оказывается полностью зажатой берегами трещины. Таким образом, под действием импульсов тока происходит сварка трещины и залечивание микродефектов. При этом объем микродефектов уменьшается во времени.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант №15-08-08693).

Для макроскопического описания процессов залечивания вводятся параметры залеченности и поврежденности материала. Параметр залеченности определяется как отношение изменения объема микротрешины к начальному объему микротрешины в конкретный момент времени при воздействии на материал электромагнитным полем. Под поврежденностью (пористостью) понимается отношение объема микротрешины в конкретный момент времени к объему представительного элемента. Залечивание микротрещин приводит к увеличению залеченности материала и уменьшению его поврежденности.

Исследуются процессы изменения залеченности и поврежденности материала от времени при воздействии на материал током. Рассматриваются вопросы о выборе предпочтительных областей интегрирования при моделировании рассматриваемых процессов. Изучается влияние взаимного расположения микротрещин друг относительно друга, их формы, ориентации на изменения их залеченности и поврежденности от времени.

Моделирование рассматриваемых процессов во всем исследуемом диапазоне расстояний между дефектами (или, равносильно, при любой начальной поврежденности) показало, что зависимости залеченности и поврежденности от времени не будут различаться от того, вычисляем мы их в областях интегрирования, состоящих из одного или же нескольких представительных элементов.

Расположение микротрещин друг относительно друга и их форма, не влияет на изменения залеченности и поврежденности материала во времени при воздействии на материал током. Эти изменения будет происходить практически одинаково для любого взаимного расположения микротрещин рассматриваемых форм при условии, что начальные поврежденности равны.

Посредством моделирования получены приближенные кусочно-линейные зависимости изменения залеченности и поврежденности от времени и начальной поврежденности материала. Из данных зависимостей следует, что до определенного момента времени все микротрешины в материале (независимо от того какой была начальная поврежденность материала) не залечиваются и поврежденность материала не меняется под действием тока. После этого момента времени стартует процесс залечиваться микротрешин. При этом под действием тока со временем поврежденность материала уменьшается с постоянной скоростью, не зависящей от начальной поврежденности, в то время как залеченность растет со скоростью обратно пропорциональной начальной поврежденности материала.

1. Кукуджанов К. В. Моделирование воздействия высокоэнергетического импульсного электромагнитного поля на микротрешины в поликристаллическом металле // Вестник ПНИПУ. Механика. — 2015. — №4. — С. 138–158. — <http://elibrary.ru/item.asp?id=25036905>.
2. Kukudzhanov K. V., Levitin A. L. Modeling the Healing of Microcracks in Metal Stimulated by a Pulsed High-Energy Electromagnetic Field. Part I // Nanomechanics Science and Technology: An International Journal. — 2015. — V. 6, Issue 3. — P. 233–250. — DOI: 10.1615/NanomechanicsSciTechnolIntJ.v6.i3.60.
3. Kukudzhanov K. V., Levitin A. L. Modeling the Healing of Microcracks in Metal Stimulated by a Pulsed High-Energy Electromagnetic Field. Part II // Nanomechanics Science and Technology: An International Journal. — 2016. — V. 7, Issue 2. — P. 123–148. — <http://www.dl.begellhouse.com/journals/11e12455066dab5d.html>.
4. Кукуджанов К. В. Процессы залечивания микротрещин в металле под действием импульсов тока высокой плотности // Проблемы прочности и пластичности. — 2016. — Т. 78, №3. — С. 300–310. — <http://elibrary.ru/item.asp?id=26717320>.

КРИТЕРИЙ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО РАЗРУШЕНИЯ КОНСТРУКЦИЙ С ОСТРЫМИ V-ОБРАЗНЫМИ ВЫРЕЗАМИ*

В. Д. Кургузов

ИГиЛ СО РАН, Новосибирск, Россия

В классической механике разрушения силовые и деформационные критерии разрушения ориентированы на их применение к областям, содержащим трещины. Оценке хрупкой прочности областей с трещинами при нагружениях, соответствующих трем классическим типам трещин, посвящено большое количество работ. В то же время влияние угловых вырезов на величину разрушающей нагрузки изучено недостаточно. Это объясняется прежде всего тем обстоятельством, что все известные критерии разрушения не приспособлены к угловым точкам. Следует отметить, однако, что в инженерной практике такого рода проблематика встречается достаточно часто. Сингулярность в вершине V-образного выреза слабее сингулярности в вершине трещины. Следовательно, критерии подрастания трещины, такие как скорость освобождения упругой энергии, прямую неприменимы. Кроме того, критерии обычно применяемые для несингулярных полей напряжений, такие как критерий максимальных растягивающих напряжений, также не годятся. Для задач подобного класса должны быть развиты специальные критерии. Подход Нейбера–Новожилова позволяет оценить критическую нагрузку и для случая угловых вырезов. В интегральном критерии Нейбера–Новожилова предполагается, что зона, где напряженное состояние определяет момент инициации трещины, больше сингулярной, поэтому только значения коэффициента интенсивности напряжений, как характеристики напряженно-деформированного состояния, теперь уже недостаточно. Эта зона рассматривается не как область, где реализуется процесс микроповреждений, пластических деформаций, микроразрушений, а как область, где напряженное состояние по известным решениям теории упругости за счет перераспределения внутренних усилий определяет момент разрушения [1].

Для решения подобных задач предполагается использовать модифицированную модель Леонова–Панасюка–Дагдейла, которая позволяет описать распределение напряжений и раскрытие трещины в зоне предразрушения, когда используются параметры классической σ – ε -диаграммы деформирования материала [2]. В предлагаемой модели зона предразрушения занимает прямоугольник перед вершиной исходной трещины, причем ширина этой зоны отождествляется с поперечником зоны пластичности в вершине реальной трещины, а длина зоны предразрушения получается из решения упругопластической задачи. Уточнение модели Леонова–Панасюка–Дагдейла связано с тем, что зона предразрушения имеет не только длину, но и поперечник (ширину) конечных размеров. В предельном случае, когда максимальное пластическое относительное удлинение материала стремится к нулю, предложенная модель разрушения практически ничем не отличается от классической линейной механики разрушения (некоторое отличие связано с учетом гладких составляющих поля напряжений в окрестности вершины трещины) [3].

На основе модифицированной модели Леонова–Панасюка–Дагдейла исследовано зарождение трещины в вершине острого V-образного выреза. Рассмотрено растяжение плоского образца прямоугольного поперечного сечения, ослабленного

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках научных проектов 16-08-00483 и 17-08-00342.

V-образным вырезом, в условиях плоской деформации, т. е. реализована I мода разрушения. Материал образца является идеальным упругопластическим материалом, имеющим предельное относительное удлинение, обладает определенной структурой, имеет квазихрупкий либо квазивязкий тип разрушения, причем характерный линейный размер структурного элемента (например, диаметр зерна) предполагается известным. В условиях маломасштабной текучести при наличии сингулярной особенности поля напряжений в окрестности вершины V-образного выреза сформулирован трехпараметрический критерий квазивязкого разрушения для V-образного выреза в упругопластическом материале. Деформационный критерий разрушения формулируется в вершине углового выреза, а силовой критерий для нормальных напряжений с учетом осреднения формулируется в вершине модельной трещины. Глубина выреза и длина модельной трещины отличаются на длину зоны предразрушения. Выполнен последовательный анализ возможности применения предложенного критерия прочности при определении разрушающих нагрузок для тел, содержащих угловые вырезы.

При растяжении по I моде получены простые соотношения, связывающие коэффициент интенсивности напряжений (КИН) при сингулярных составляющих, сами коэффициенты сингулярности и предел текучести с учетом поврежденности материала в окрестности вершины. В полученных соотношениях выполняется предельный переход по углу от углового выреза к трещине. Показано, что критический обобщенный КИН, используемый при оценке прочности тел с угловыми вырезами, не является константой материала. Построены диаграммы квазихрупкого разрушения (зависимость критической нагрузки от глубины выреза) структурированного материала.

Методом конечных элементов проведено компьютерное моделирование зарождения и развития трещины из вершины V-образного выреза. Выполнено численное моделирование распространения зон пластичности в плоских образцах при квазистатическом нагружении. В окрестности вершины выреза возникают большие пластические деформации, поэтому задача решалась в текущей лагранжевой постановке с учетом физической и геометрической нелинейности на основе общих уравнений механики деформируемого твердого тела с использованием в качестве меры напряжений тензора напряжений Коши, а в качестве меры деформаций — тензора логарифмических деформаций Генки. Отличие численной модели от аналитической состоит в том, что исследованы такие материалы, характеристики которых соответствуют режимам деформирования при полномасштабной текучести материала в зоне предразрушения. Обнаружено, что результаты численных экспериментов хорошо согласуются с результатами расчетов по аналитической модели разрушения материалов со структурой при нормальном отрыве в режиме маломасштабной текучести. Получена оценка размеров пластической зоны в окрестности вершины V-образного выреза. Полученные структурные формулы могут оказаться полезными для прогнозирования критической разрушающей нагрузки и оценки длины зоны предразрушения при нагружении по первой моде (нормальный отрыв) в структурированных упругопластических материалах при плоском напряженном состоянии и при плоской деформации. В целом предложенная аналитическая модель может быть полезной при исследовании деформирования и разрушения конструкций из низколегированных сталей, работающих при температурах ниже порога хладноломкости. Это позволит уменьшить количество лабораторных или численных экспериментов, необходимых для оценки разрушающей нагрузки.

1. Морозов Н. Ф. Математические вопросы теории трещин. — М.: Наука, 1984.

2. Корнев В. М., Демешкин А. Г. Диаграмма квазихрупкого разрушения тел со структурой при наличии краевых трещин // Прикладная механика и техническая физика. — 2011. — Т. 52, № 6. — С. 152–164.
3. Корнев В. М. Критические кривые разрушения и эффективный диаметр структуры хрупких и квазихрупких материалов // Физическая мезомеханика. — 2013. — Т. 16, № 5. — С. 25–34.

ВАРИАЦИОННАЯ ПОСТАНОВКА И РЕШЕНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННЫХ ЗАДАЧ УСТОЙЧИВОСТИ СТЕРЖНЕЙ. ЕЩЕ РАЗ О ПАРАДОКСЕ НИКОЛАИ

В. В. Лалин, И. И. Лалина, Д. И. Беляев

СПбПУ, Санкт-Петербург, Россия

В классическом вариационном исчислении, если исходная задача сформулирована как задача поиска точки стационарности некоторого функционала, существует стандартный алгоритм исследования локальной устойчивости: нужно вычислить вторую вариацию функционала и исследовать ее знакопредeterminedость. Система устойчива, если вторая вариация положительно определена [1, 2]. Значения параметров задачи, при которых вторая вариация перестает быть положительно определенной, являются критическими, в задачах механики — это критические значения нагрузки, при достижении которых система теряет устойчивость. При этом необходимо учитывать, что исходный функционал вариационной постановки в задачах механики должен соответствовать геометрически нелинейной постановке задачи.

Анализ литературы по геометрически нелинейной теории стержней привел к выводу, что до последнего времени в мировой науке не существовало вариационной постановки задачи геометрически нелинейного деформирования упругих стержней в виде задачи поиска точки стационарности некоторого функционала, а, следовательно, не было строго обоснованной постановки задачи устойчивости.

В наших работах [3, 4] впервые были получены функционалы вариационной постановки для геометрически нелинейных упругих стержней, для плоской задачи впервые была вычислена вторая вариация функционала и получены вариационная и дифференциальная постановки задачи устойчивости.

В настоящем докладе для пространственных задач приводятся: выражение второй вариации функционала, вариационная и дифференциальная постановки пространственных задач устойчивости, точные аналитические решения некоторых задач. Показано, что уравнения Эйлера для функционала Лагранжа в пространственном случае, хотя и равносильны исходным дифференциальным уравнениям задачи, но не совпадают с ними тождественно. Поэтому уравнения устойчивости, полученные вариационным способом, в общем случае не совпадают с традиционными уравнениями устойчивости.

Для задачи, связанной с парадоксом Николаи [5–7] — задачи о кручении консольного стержня потенциальным крутящим моментом, найдено критическое значение крутящего момента (в случае равных изгибных жесткостей):

$$M_{kp} = \frac{2\pi}{L \left(\frac{1}{C} - \frac{1}{EJ} \right)},$$

где L — длина стержня, EJ — жесткость стержня на изгиб, C — жесткость стержня на кручение.

1. Гельфанд И. М., Фомин С. В. Вариационное исчисление. — М.: ГИФМЛ, 1961. — 228 с.
2. Зеликин М. М. Оптимальное управление и вариационное исчисление. — М.: Едиториал УРСС, 2004. — 160 с.
3. Лалин В. В., Розин Л. А., Кушова Д. А. Вариационная постановка плоской задачи геометрически нелинейного деформирования и устойчивости упругих стержней // Инженерно-строительный журнал. — 2013. — №1. — С. 53–63.
4. Лалин В. В., Зданчук Е. В., Кушова Д. А., Розин Л. А. Вариационные постановки нелинейных задач с независимыми вращательными степенями свободы // Инженерно-строительный журнал. — 2015. — №4. — С. 56–69.
5. Николаи Е. Л. Об устойчивости прямолинейной формы равновесия сжатого и скрученного стержня // Изв. Ленинградского политехнического ин-та. — 1928. — Т. 31.
6. Болотин В. В. Неконсервативные задачи теории упругой устойчивости. — М.: ГИФМЛ, 1961. — 340 с.
7. Жилин П. А., Серегеев А. Д. Равновесие и устойчивость тонкого стержня, нагруженного консервативным моментом // Труды СПбГТУ. — 1994. — №448. — С. 47–56.

**ЧИСЛЕННО-ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ
КОНСТРУКЦИОННОЙ ПРОЧНОСТИ СИЛОВЫХ ЭЛЕМЕНТОВ
ИЗ ФУНКЦИОНАЛЬНО-ГРАДИЕНТНЫХ МАТЕРИАЛОВ НА ОСНОВЕ
КВАРЦЕВЫХ СТЕКОЛ ДЛЯ АНИЗОТРОПНЫХ ОПТИЧЕСКИХ ВОЛОКОН***

Ю. И. Лесникова, А. Н. Труфанов

ПНИПУ, Пермь, Россия

Функционально-градиентные материалы (ФГМ) с пространственно неоднородной микроструктурой и градиентными функциональными свойствами широко применяются во многих областях, в том числе и в волоконной оптике. Одним из ключевых элементов конструкции заготовки для высокотемпературной вытяжки кварцевых анизотропных волокон являются силовые элементы, отличающиеся от основного массива световода и других его элементов существенно большей степенью легирования. Один из наиболее распространенных подходов к формированию силовых элементов заключается в изготовлении изделия из кварцевого стекла с постоянной концентрацией легирующих оксидов бора, фосфора или их смеси. Однако, технология изготовления силовых стержней по методу MCVD (modified chemical vapor deposition — модифицированное химическое осаждение паров), позволяет в широких пределах менять степень легирования от слоя к слою, и тем самым получать функционально-градиентный материал с заданными характеристиками. Из-за различия коэффициентов теплового расширения остаточные термические напряжения в таких ФГМ часто имеют недопустимо высокий уровень, что может приводить к разрушению изделий (рис. 1).

Известно, что прочность изделий из кварцевых стекол существенно зависит от поверхностных дефектов, масштабного фактора, уровня остаточных напряжений и других факторов [1, 2]. Решение проблемы оценки прочностных свойств ФГМ из кварцевых стекол испытывает еще большие затруднения, так как применяются многокомпонентные составы (легированных кварцевых стекол), в которых составляющие неоднородно распределены в объеме изделия.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований гранта РФФИ (проект №17-48-590104p_a).

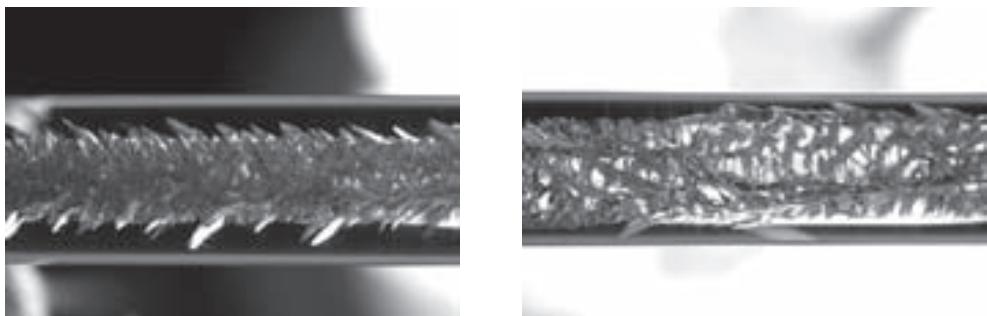


Рис. 1. Типичные картины разрушения легированной сердцевины кварцевого силового стержня

Цель исследования заключается в определении достоверных критериев прочности методами численного и натурного экспериментов.

Проблему определения критерия конструкционной прочности решали методами математического моделирования, сопоставляя результаты натурных испытаний образцов на разрушение с соответствующими результатами вычислительных экспериментов. Такой подход был апробирован авторами в работе [3] на небольшой партии изделий и зарекомендовал себя, как рабочий инструмент, позволяющий получить необходимые данные, выбрать критерий прочности и установить его количественное значение.

Была проведена серия натурных экспериментов на разрушение стержней из ФГМ на основе легированных кварцевых стекол, по схеме трехточечного изгиба (рис. 2).



Рис. 2. Испытание силового стержня на трехточечный изгиб

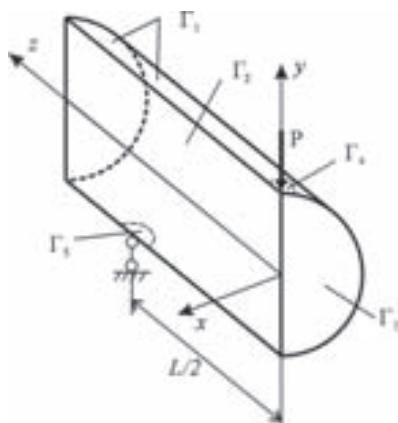


Рис. 3. Расчетная схема трехточечного изгиба силового стержня

Были получены зависимости «усилие–прогиб» для нескольких вариантов расстояния между опорами, что с учетом различия диаметров стержней и размеров легированных зон на момент разрушения приводило к возникновению разных по уровню полей напряжений.

Для численного анализа напряженно-деформированного состояния силового стержня в условиях трехточечного изгиба в силу его симметрии рассмотрена толь-

ко четвертая часть (рис. 3), для которой сформулирована трехмерная краевая задача линейной теории упругости [3]. Учет полей остаточных напряжений в силовом стержне, формирующихся при охлаждении после схлопывания трубы с нанесенными на внутреннюю поверхность слоями ФГМ, производился по схеме описанной в работах [3, 4] с помощью определяющих соотношений термовязкоупругости максвелловского типа с вязкостью, зависящей от температуры и степени легирования.

Анализ полей напряжений и деформаций производился с целью выявления характеристик, традиционно использующихся для оценки прочности, достигающих максимальных и одинаковых значений во всех испытанных стержнях в момент разрушения. В результате сопоставления данных натурных и вычислительных экспериментов, установлено, что для оценки конструкционной прочности заготовки силового стержня из ФГМ следует выбирать критерий максимальных главных деформаций. Во-первых, этот критерий достаточно хорошо подтверждается практикой для образцов из чистых кварцевых стекол [5]. Во-вторых, для испытанных конструкций достижение максимальной главной деформацией критического значения $\varepsilon_{1\text{кр}} = (2,86 \pm 0,23) \cdot 10^{-3}$ наиболее хорошо коррелирует с наступлением разрушения.

1. Пух В. П., Байкова Л. Г., Киреенко М. Ф., Тихонова Л. В., Казанникова Т. П., Синани А. Б. Атомная структура и прочность неорганических стекол // ФТТ. — 2005. — Т. 47, №5. — С. 850–855.
2. Бутаев А. М. Прочность стекла. Ионнообменное упрочнение. — Махачкала: Изд-во ДГУ, 1997. — 253 с.
3. Труфанов А. Н., Лесникова Ю. И., Труфанов, Н. А., Сметанников О. Ю. Выбор критерия конструкционной прочности неоднородного кварцевого стержня на основе натурных и вычислительных экспериментов // Вычислительная механика сплошных сред. — 2016. — Т. 9, №1. — С. 97–108.
4. Trufanov A. N., Trufanov N. A., Semenov N. V. Numerical analysis of residual stresses in preforms of stress applying part for PANDA-type polarization maintaining optical fibers in view of technological imperfections of the doped zone geometry // Opt. Fiber Technol. — 2016. — No. 31. — P. 83–91. — doi:10.1016/j.yofo.2016.06.004.
5. Подстригач Я. С., Осадчук В. А., Марголин А. М. Остаточные напряжения, длительная прочность и надежность стеклоконструкций // АН УССР. Ин-т прикл. проблем механики и математики. — Киев: Наукова думка, 1991. — 294 с.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ МИКРОИЗГИБА И КОНТАКТНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ НА ОПТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ АНИЗОТРОПНОГО ВОЛОКНА ТИПА PANDA*

Ю. И. Лесникова, А. Н. Труфанов, Н. А. Труфанов

ПНИПУ, Пермь, Россия

В современном приборостроении широкое распространение получили оптические волокна, сохраняющие состояние поляризации, они используются в качестве чувствительных элементов в интерферометрических датчиках, в оптоволоконных гироскопах, в системах мониторинга и в распределенных датчиках термомеханических воздействий [1–3]. Оптические характеристики таких световодов, связанны с

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований гранта РФФИ (проект №16-48-590660p_a).

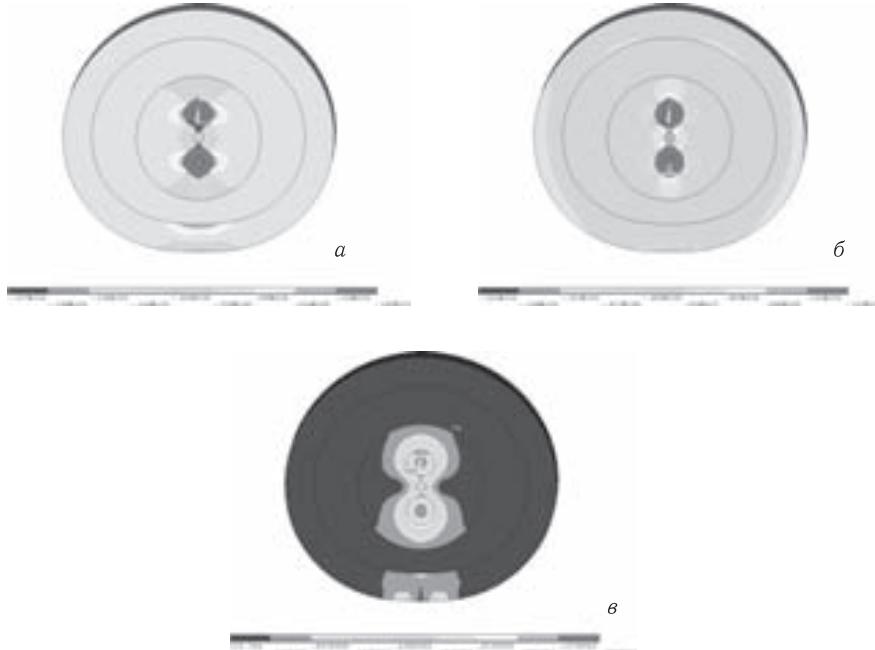


Рис. 1. Нормальные напряжения и интенсивность тензора напряжений в плоскости поперечного сечения волокна с ЗУП, МПа: *a* — σ_x ; *б* — σ_y ; *в* — σ_i

полями внутренних остаточных напряжений, которые формируются в технологическом процессе изготовления [4], а также чувствительны к уровню и характеру контактного взаимодействия волокон друг с другом и с оправкой при силовой намотке в условиях технологической пробы или изготовления катушки чувствительного контура, к наличию локальных дефектов, приводящих к микроизгибам [5]. Цель данной работы заключалась в определении закономерностей формирования технологических напряжений в анизотроном волокне типа Panda и оценка их влияния на оптические характеристики с учетом перечисленных выше факторов.

В работе методами численного анализа исследованы закономерности эволюции контактного напряженного состояния в световоде с двухслойным защитно-упрочняющим покрытием (ЗУП) в условиях технологической пробы, с учетом остаточных напряжений, силы натяжения при намотке, диаметра оправки, ориентации волокна относительно оправки.

С целью исследования влияния микроизгиба на оптико-механические характеристики волокна была решена задача о напряженно-деформированном состоянии системы «оправка–волокно», намотанное с натягом

Рис. 2. Характерное распределение интенсивности тензора деформаций в плоскости поперечного сечения волокна с ЗУП

при наличии микроизгиба через продольно приклеенное к оправке волокно диаметром 167 мкм». Такой локальный дефект приводит к дополнительным контактным поперечным усилиям, влияющим на НДС в светопроводящей жиле, и как следствие, на оптические характеристики.



На рис. 1 приведены картины изолиний нормальных напряжений и интенсивности тензора напряжений в поперечном сечении волокна с ЗУП непосредственно над дефектом. Хорошо видно влияние внешних силовых воздействий на характер распределения напряжений: поля имеют слабую несимметричность в вертикальном направлении, что вызвано действием поперечных контактных сил и изгибом. Светопроводящей жилы данное воздействие практически не достигает, так как существенное перераспределение локализованных контактных сил обеспечивается внутренней защитной оболочкой из высокоэластического низкомодульного несжимаемого материала.

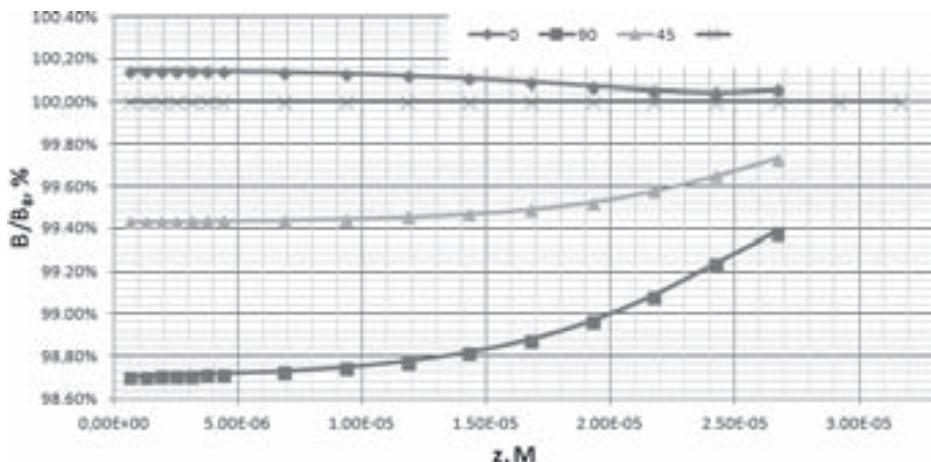


Рис. 3. Относительное изменение модового двулучепреломления по длине волокна для трех вариантов ориентации поперечного сечения ($\alpha = 0^\circ$, $\alpha = 90^\circ$, $\alpha = 45^\circ$)

На рис. 2 представлена характерная картина распределения интенсивности тензора деформаций. Видно, что за счет податливости внутреннего защитного слоя удается перераспределить контактные силы на значительно большую площадь, снизив их величины и изменив направление действия.

В результате численного исследования установлено, что двулучепреломление в районе микроизгиба незначительно, в пределах 1,3%, отличается от значения полученного для свободного волокна, влияние дефекта носит локальный характер и с удалением от зоны контакта стремится к нулю (рис. 3).

1. Lee B. Review of the present status of optical fiber sensors // Opt. Fiber Technol. — 2003. — No. 9. — P. 57–79. — doi:10.1016/S1068-5200(02)00527-8.
2. Bao X., Chen L. Recent Progress in Distributed Fiber Optic Sensors // Sensors. — 2012. — No. 12. — P. 8601. — doi:10.3390/s120708601.
3. Karimi M., Sun T., Grattan K. T. V. Design evaluation of a high birefringence single mode optical fiber-based sensor for lateral pressure monitoring applications // IEEE Sens. J. — 2013. — No. 13. — P. 4459–4464. — doi:10.1109/JSEN.2013.2265294.
4. Trufanov A. N., Trufanov N. A., Semenov N. V. Numerical analysis of residual stresses in preforms of stress applying part for PANDA-type polarization maintaining optical fibers in view of technological imperfections of the doped zone geometry // Opt. Fiber Technol. — 2016. — No. 31. — P. 83–91. — doi:10.1016/j.yofte.2016.06.004.
5. Guan R., Wang X., Wang X., Huang D., Liu S. Finite element analysis on stress-induced birefringence of polarization-maintaining optical fiber // Chin. Opt. Lett. — 2005. — No. 3. — P. 42–45. — <http://col.osa.org/abstract.cfm?URI=col-3-1-42>.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ПРОНИКАНИЯ ПИРАМИДАЛЬНЫХ ТЕЛ В УПРУГОПЛАСТИЧЕСКУЮ СРЕДУ*

Е. Ю. Линник¹, В. Л. Котов¹, А. Ю. Константинов^{1,2}

¹ННИМ ННГУ, Нижний Новгород, Россия;

²ГосНИИмаши, Нижегородская обл., Дзержинск, Россия

Задача поиска оптимальных тел, проникающих в прочные среды имеет важное практическое значение [1]. Для тел заданной площади основания в классе пространственных конфигураций показано существование множества оптимальных тел, образованных участками поверхностей, нормаль к которым составляет с направлением движения постоянный угол. Такие тела получили название абсолютно-оптимальных, и их сопротивление при достаточно общих ограничениях определяется лишь скоростью движения и свойствами среды [2]. Простейшим представителем этого класса является круговой конус. Далее приводятся результаты численного исследования процессов проникания пирамидальных тел заданной площади основания по нормали к свободной поверхности полупространства, занимаемого упругопластической средой.

Численная реализация процессов удара и проникания конических и пирамидальных тел в грунтовой среде по нормали к свободной поверхности осуществляется с использованием программного продукта LS-Dyna. Для описания среды проникания принимается модель *MAT_SOIL_AND_FOAM, которая включает зависимость предела текучести от давления в упругопластической среде [3], ударники моделируются жестким недеформируемым телом *MAT_RIGID. Решение проводится в постановке FSI (*Fluid Structure Interaction*), согласно которой ударник рассматривается в лагранжевой системе координат, а среда — на неподвижной эйлеровой сетке [4] с выделением пустых ячеек, в которые материал перетекает в процессе деформирования. Взаимодействие между ударником и средой осуществляется с использованием специального типа контакта CONSTRAINED_LAGRANGE_IN_SOIL [4, 5].

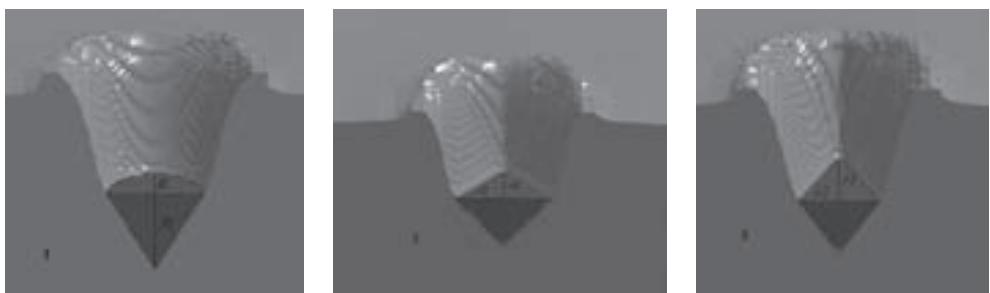


Рис. 1

Численные расчеты проводились в постановке [5]. Ударник I — круговой конус с углом полураствора при вершине 30° и радиусом основания R . Боковые грани пирамидальных тел наклонены под тем же углом 30° , в основании пирамид квад-

*Работа выполнена при частичном финансировании в рамках Программы по государственной поддержке ведущих научных школ РФ (НШ-6944.2016.8) и РФФИ (16-08-00825а, 16-08-60035-мол-а-дк, 16-38-00102-мол_а).

рат 2 и ромб 3, половины диагоналей которых r_1 и r_2 , выбраны таким образом, что площади оснований совпадают с площадью основания конического ударника. Исследуемые тела имеют следующие размеры: $R = 1$ см, $H = 1,73$ см (для конуса 1); $r_1 = r_2 = 1,24$ см, $H = 1,52$ см (для пирамиды в основании которой квадрат 2); $r_1 = 2r_2 = 1,76$ см, $H = 1,36$ см (для пирамиды в основании которой ромб 3). Массы ударников одинаковые и составляют 40 г, начальная скорость удара 150 м/с.

На рис. 1 представлены результаты численного моделирования удара и проникания по нормали конического ударника 1 (а) и пирамидальных тел, в основании которых квадрат 2 (б) и ромб 3 (в) на моменты окончания расчетов 300 мкс.

В процессе внедрения фиксировались изменения сил сопротивления внедрению и глубин проникания во времени. Кривыми 1, 2 и 3 на рис. 2 обозначены силы для конического ударника и пирамидальных тел, в основании которых квадрат и ромб соответственно. На рис. 2 видно, что различия максимальных значений сил сопротивления для тел 2 и 3 по отношению к конусу составляют 10 и 20% соответственно и наблюдаются на нестационарной части, связанной с внедрением головной части, в дальнейшем различия уменьшаются.

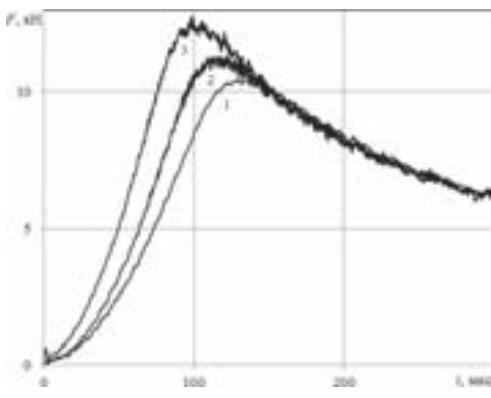


Рис. 2

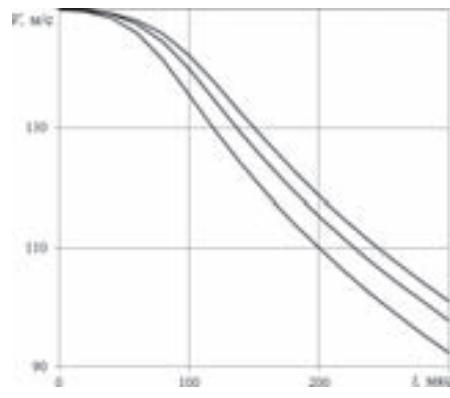


Рис. 3

На рис. 3 представлены временные зависимости скоростей проникания исследуемых тел 1, 2, 3. За промежуток времени 300 мкс их падение составляет около 30% для всех тел при разбросе скоростей менее 10%, при этом отличия глубин проникания от конического ударника 1 на момент времени 300 мкс не превосходит 5%.

Погрешность численных расчетов, связанная с дискретизацией области, оценивается на уровне 10–15%. Максимальное различие в высотах для тел 1 и 3 составляет 21% (высота конуса с круговым основанием в 1,21 раза больше высоты тела в основании которого ромб). Близкое различие (около 20%) получено и для максимумов силы сопротивления внедрению, при этом отмечается тренд к увеличению максимума силы с уменьшением высоты тела. Особенности поведения тел этого класса при учете трения и наклонном проникании требуют дальнейшего исследования.

1. Котов В. Л., Линник Е. Ю. Методика расчета оптимальных форм осесимметричных ударников при движении в мягком грунте на основе метода циклического покоординатного спуска // Материалы XI Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2016), 25–31 мая 2016 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2016. — С. 346–348.

2. Якунина Г. Е. Особенности высокоскоростного движения тел в плотных средах // Прикладная математика и механика. — 2012. — Т. 76, №3. — С. 429–449.
3. Котов В. Л., Линник Е. Ю. Численный расчет оптимальной формы тела вращения при движении с постоянной скоростью в грунтовой среде // Вычислительная механика сплошных сред. — 2014. — Т. 7, №2. — С. 142–150.
4. Котов В. Л., Константинов А. Ю. Численное моделирование плоскопараллельного движения конических ударников в грунтовой среде на основе модели локального взаимодействия // Вычислительная механика сплошных сред. — 2014. — Т. 7, №3. — С. 225–233.
5. Котов В. Л., Константинов А. Ю., Кибец Ю. И., Тарасова А. А., Власов В. П. Численное моделирование плоскопараллельного движения конических ударников в упругопластической среде // Проблемы прочности и пластичности: Межвуз. сб. — Нижегород. ун-т., 2013. — Вып. 75 (4). — С. 303–311.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ СОРБИРУЮЩИХ СРЕД НА ОСНОВЕ РЕШЕНИЯ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ: ТЕОРИЯ И ЛАБОРАТОРНЫЙ ЭКСПЕРИМЕНТ*

Л. А. Назарова¹, Л. А. Назаров¹, М. Вандамм², Ж.-М. Переира²

¹*ИГД СО РАН, Новосибирск, Россия;* ²*Universite Paris-Est, Laboratoire Navier, France*

Введение. Определение газоносности угольных пластов, оптимизация схем дегазации при подготовке к выемке участков залежи, оценка сорбционной способности угля при закачке в пласти газообразных промышленных отходов с экологическими целями — вот далеко не полный перечень проблем, при решении которых необходимо знать деформационные и фильтрационно-емкостные свойства углепородных массивов.

В настоящей работе предложен метод оценки фильтрационных и деформационных характеристик сорбирующей среды на основе решения обратной задачи по данным лабораторного эксперимента «адсорбция двуокиси углерода образцами угля в стесненных условиях» [1].

Геомеханическая модель эксперимента и метод решения прямой задачи. Полностью дегазированный образец угля помещался в герметичную камеру и подвергался гидростатическому сжатию (напряжение S), затем создавалось постоянное давление p_s (рис. 1, а) и регистрировались радиальная $D_r(t)$ и осевая $D_z(t)$ деформации.

Давление p газа в образце подчиняется нелинейному уравнению фильтрации [2]

$$W_{,t} = b \operatorname{div}(p \operatorname{grad} p), \quad (1)$$

где $W = (1 + c\varepsilon)np/(p + p_0)$, ε — объемная деформация; c , n , p_0 — эмпирические константы; $b = k/\eta RT$; k — проницаемость; η — вязкость; R — газовая постоянная; T — температура.

Эволюция деформаций описывается пороупругой моделью [2], включающей:

$$\text{уравнения равновесия} \quad \sigma_{ij,j} = 0; \quad (2)$$

$$\text{закон Гука для ортотропной среды} \quad \sigma_{ij} = C_{ijkl}\varepsilon_{kl} - Q\delta_{ij}; \quad (3)$$

$$\text{соотношений Коши} \quad \varepsilon_{ij} = 0,5(u_{i,j} + u_{j,i}), \quad (4)$$

*Работа выполнена при частичной финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект №15-55-15046 в рамках соглашения РФФИ–CNRF (Projet International de Cooperation Scientifique 06582).

где σ_{ij} и ε_{ij} — компоненты тензоров напряжений и деформаций, u_i — смещения, ($i, j, k, l = r, z$); (r, z) — цилиндрические координаты (рис. 1, а); C_{ijkl} — упругие константы, выраженные через коэффициенты Пуассона ν_r, ν_z и модули Юнга E_r, E_z ; $Q(p) = cnRT \ln(1 + p/p_0)$ — адсорбционное напряжение, δ_{ij} — дельта Кронекера, по повторяющимся индексам производится суммирование.

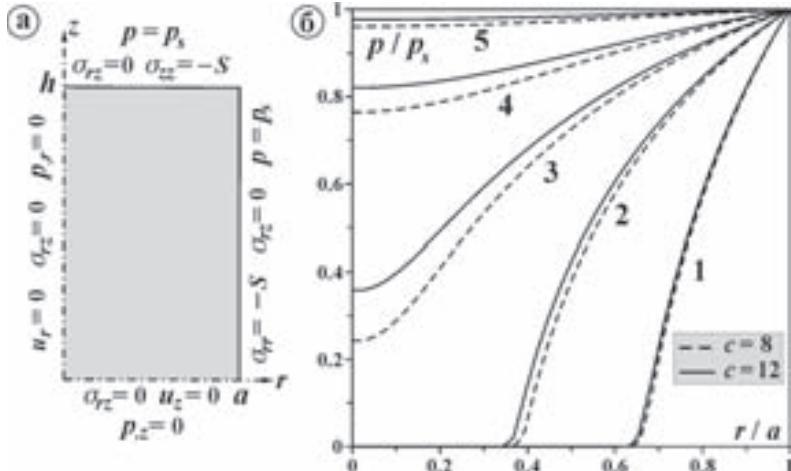


Рис. 1. Схема эксперимента и граничные условия (а); распределение давления газа в момент $t = 12$ ч при различных значениях c , линии 1–5 соответствуют проницаемости $k = (1, 3, 5, 7, 9) \cdot 10^{-20} \text{ м}^2$ (б)

Уравнение (1) решалось численно, с использованием конечно-разностной схемы переменных направлений. Затем, при известном давлении, к (2)–(4) применялось покоординатное осреднение, тогда 2D-система уравнений пороупругости распадалась на две 1D-подсистемы, разрешимые в квадратурах. В результате найдены средние деформации d_m ($m = r, z$), соответствующие регистрируемым в эксперименте D_m :

$$d_r(t) = U_r(a, t)/a = \beta_r(\Phi(t) - S); \quad d_z(t) = U_z(h, t)/h = \beta_z(\Phi(t) - S), \quad (5)$$

где $\beta_r = (1 - \nu_r)/E_r - \nu_z/E_z$, $\beta_z = 1/E_z - 2\nu_r/E_r$, а

$$U_r(r, t) = \frac{1}{h} \int_0^h u_r(r, z, t) dz, \quad U_z(z, t) = \frac{2}{a^2} \int_0^a u_z(r, z, t) r dr, \quad \Phi(t) = \frac{2}{a^2 h} \int_0^a \int_0^h Q(r, z, t) r dr dz.$$

Обратная задача. При расчетах значения эмпирических констант заимствованы из [1], диаметр образцов $2a = 38$ мм, высота $2h = 76$ мм. На рис. 1, б представлено распределение давления газа в образце при различной проницаемости, иллюстрирующее слабую зависимость p от параметра c , «отвечающего» за сорбционное деформирование угля. Данные [1] свидетельствуют о слабой изменчивости коэффициентов Пуассона с ростом давления p , а численные эксперименты показали, что вариативность d_m контролируется модулями Юнга E_r, E_z и проницаемостью k . Поэтому введена целевая функция

$$\Omega(k, E_r, E_z) = 0,5[\Omega_r(k, E_r, E_z) + \Omega_z(k, E_r, E_z)],$$

$$\Omega_m(k, E_1, E_3) = \sqrt{N_m \sum [D_m(t_n) - d_m(k, E_r, E_z, t_n)]^2} / \sum D_m(t_n),$$

где $d_m(k, E_r, E_z, t)$ — решение (5) прямой задачи при некоторых значениях упругих констант и проницаемости, суммирование ведется для всех моментов времени t_n , когда в эксперименте измерялись деформации $D_m(t_n)$ (показаны символами на рис. 2, а, $N_r = 18$, $N_z = 23$). Минимум целевой функции (K, R, Z), доставляющий решение обратной задачи, находился методом сопряженных градиентов. На рис. 2, б представлены изолинии Ω в сечении $E_r = R$ (тоном выделена область эквивалентности, квадрат — начальное приближение процедуры поиска минимума).

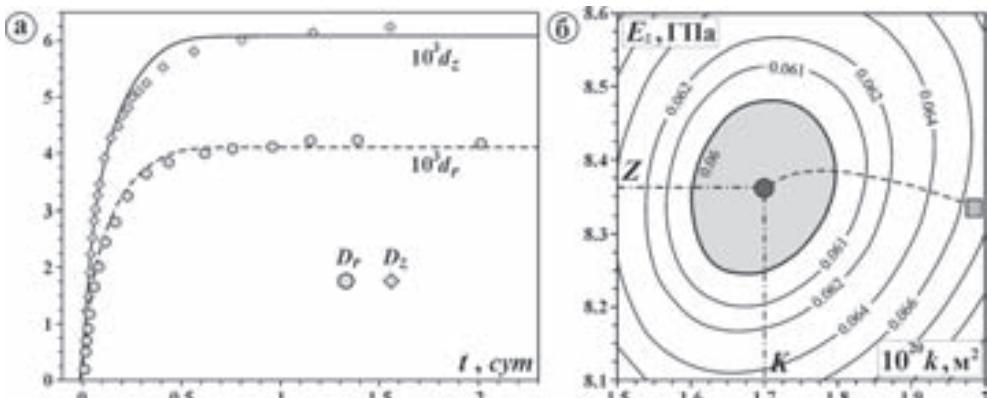


Рис. 2. Экспериментальные D_r , D_z и теоретические (построенные по результатам решения обратной задачи) деформации d_r , d_z (а); изолинии целевой функции в сечении $E_r = R$ (б)

Поскольку испытанный образец имел явно выраженное трещиновато-блочное строение, то найденные значения модулей Юнга $R = 9,7$ ГПа, $Z = 8,37$ ГПа (почти втрое больше таковых, определенных в [1]) и проницаемости $K = 0,000017$ мД (на три порядка меньше) характеризуют материал собственно блоков.

1. Espinoza D. N., Vandamme M., Pereira J.-M., Dangla P., Vidal-Gilbert S. Measurement and modeling of adsorptive-poro-mechanical properties of bituminous coal cores exposed to CO_2 : Adsorption, swelling strains, swelling stresses and impact on fracture permeability // Int. J. of Coal Geology. — 2014. — V. 134–135. — P. 80–95.
2. Назарова Л. А., Назаров Л. А., Вандамм М., Переира Ж. -М. Прямые и обратные задачи эмиссии газа и сорбционное деформирование угольных пластов // Сибирский журнал индустриальной математики. — 2017. — Т. 20, №2. — С. 53–62.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА СОУДАРЕНИЯ УДАРНИКА С ОЖИВАЛЬНОЙ ГОЛОВНОЙ ЧАСТЬЮ С МНОГОСЛОЙНЫМИ ЛЕДЯНЫМИ ПРЕГРАДАМИ*

М. Ю. Орлов, Ю. Н. Орлова, Г. Н. Богомолов

ТПУ, Томск, Россия; ТГУ, Томск, Россия

В настоящее время актуальным является исследование поведения льда при ударных и взрывных нагрузках. Это объясняется разнообразными практическими приложениями, в том числе созданием новейших защит элементов летательных

*Работа выполнена при поддержке РФФИ 16-38-00515.

аппаратов, добычей полезных ископаемых на Крайнем Севере и т. д. Основная сложность «ледовых» исследований была сформулирована еще в середине прошлого столетия и связана со сложной структурой этого древнейшего природного материала. Современные концепции разрушения льда еще только разрабатываются.

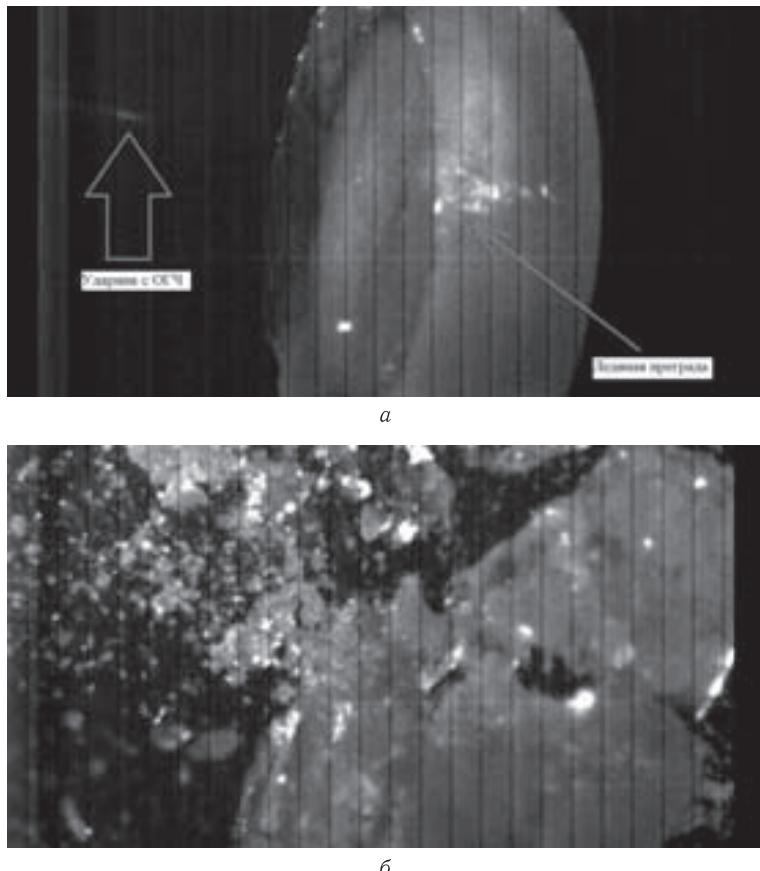


Рис. 1. Процесс соударения ударника с однородной ледяной преградой

В НИИ прикладной математики и механики Томского государственного университета более 25 лет ведутся поисковые научные исследования, предметом изучения которых были природные, конструкционные, технологические, функционально-градиентные и др. материалы. Разработан многофункциональный пользовательский программный комплекс для расчета многоконтактных динамических задач механики деформируемого твердого тела. Под такими задачами подразумеваются задачи сквозного пробития и глубокого внедрения ударников сложной геометрии в структурно-неоднородные конструкции. На основе численного лагранжевого метода создано несколько решателей, в том числе для рассмотренных ниже задач [1]. Одной из последних инноваций является организованная на НИИ мобильная лаборатория «Взрывное разрушение природных материалов», основная цель которой экспресс-анализ поведения природных материалов при динамических нагрузках. С некоторыми работами можно ознакомиться на официальном канале [2].

В данной работе проведены экспериментально-теоретические исследования процесса соударения ударника с оживальной головной частью с многослойными ледяными преградами. Выполненные в статье исследования являются логическим продолжением [3]. Ранее были получены следующие результаты. Выявлены диаметры и глубины ударных кратеров в тонких ледяных преградах при низкоскоростном соударении (до 125 м/с). Реконструированы профили кратера взрыва в известняке после подрыва штатного ВВ. Исследовано поведение заснеженного ледяного покрова и ледяного покрова по типу «игольчатого» льда при подрыве эмульсионного ВВ. Численно исследован процесс соударения крупногабаритного ударника с инертным наполнителем с толстой ледяной преградой.

Впервые при помощи высокоскоростной съемки детально изучен процесс соударения ударника с оживальной головной частью с однородным и многослойными ледяными преградами. Начальная скорость была 315 м/с. Ударник пуля 9 × 18 мм. Количество кадров в секунду 5000. Однородная преграда — цилиндр из кожеляционного льда размерами 14,5 × 4,5 мм. Лед получен путем заморозки пресной воды при температуре — 21°C. Время заморозки 36 ч. Рассмотрены однородная, трехслойная и пятислойные преграды. Во всех случаях лед разрушался на фрагменты, при этом ударник не терял первоначальной формы. Было отмечено, что в первом случае количество больших фрагментов было наибольшим. Это хорошо видно на авторском видео и рис. 1, б.

Лед моделируется упругопластической, пористой, сжимаемой средой с учетом прочностных свойств и совместного образования по отрывному и сдвиговому типам с усредненными физико-механическими характеристиками. Расчеты проведены в двумерной осесимметричной постановке в лагранжевых переменных. Результаты расчетов получены в виде графиков и таблиц.

1. Орлов Ю. Н., Глазырин В. П., Орлов М. Ю. Свидетельство о государственной регистрации программы для ЭВМ №2010610911 от 28.01.2010 «Удар-ОС1. Ударно-волновое нагружение конструкций. Осесимметричная задача».
2. Официальный канал мобильной лаборатории «Взрывное разрушение природных материалов» [Электронный ресурс] <https://www.youtube.com/watch?v=QIAjDY8htyA>.
3. Орлов М. Ю., Орлова Ю. Н., Богомолов Г. Н. Экспериментально-теоретическое исследование процесса ударно-взрывного нагружения природных материалов // Материалы XI Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2016), 25–31 мая 2016 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2016. — С. 367–368.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ С РАЗЛИЧНОЙ ФИЗИКОЙ В ЕДИНОМ ЧИСЛЕННОМ КОДЕ*

A. B. Острик

ИПХФ РАН, Черноголовка, Московская обл., Россия

На современном этапе развития вычислительной техники и численных методов моделирования открывается возможность разработки расчетных кодов для исследования набора физических процессов с различной физикой в едином численном коде. Наличие таких кодов принципиально важно, поскольку практически любое явление природы или работа любого технического устройства, разрабатываемого

*Работа выполнена при поддержке РФФИ (№16-08-01065-а).

человеком, есть результат протекания комплекса взаимосвязанных и физически разнородных процессов. Явления в природе и технике не подразделяются на традиционные разделы физики (механику, термодинамику, электродинамику и т. д.) и, более того, эти разделы, ограниченные определенными рамками их применимости и используемыми методами, не могут адекватно описывать реализующиеся на практике сочетания физических процессов.

Поэтому необходим синтез подходов и методов различных разделов физики. Этот синтез не прост и, как правило, приводит к возникновению пограничных областей физических знаний со своими подходами, методами, моделями и численными алгоритмами их реализации.

В настоящей работе рассматриваются некоторые общие принципы создания междисциплинарных численных кодов и приводятся примеры единых численных моделей (ЧМ) физически разнородных процессов, реализующих в конкретных технических устройствах.

Общие принципы создания междисциплинарных численных кодов. Прежде всего, необходим детальный анализ набора протекающих физических процессов и выбор доминирующих, т. е. определяющих исследуемое явление в целом. Это задача, конечно, не однозначна и результат ее решения зависит от целей исследования, требуемой точности и располагаемых средств (возможностей имеющейся в распоряжении вычислительной техники, набора физико-математических моделей доминирующих процессов и алгоритмов для их численной реализации, людских и временных ресурсов и т. д.). Понятно, что чем более общие цели формулируются и больше требуемая точность описания явления, тем шире набор доминирующих физических процессов.

Также следует отметить, что междисциплинарные численные коды по необходимости не могут строиться, исходя из самых общих предположений для каждого из доминирующих процессов. В частности, всегда необходим компромисс между мерностью используемых моделей процессов и детальностью описания их физики. Поэтому в междисциплинарных численных кодах имеют успех квазидимерные или квазистационарные модели с богатой физикой (во многих случаях неравновесной и с учетом взаимовлияния различных процессов).

Одной из причин, затрудняющих разработку междисциплинарных численных кодов, является тот очевидный факт, что математическое моделирование физически разнородных процессов требует и существенно различных наборов исходных данных о свойствах материалов, параметрах действующих факторов и исследуемых технических устройств. Поиск и упорядочение этих данных для каждого конкретного устройства затруднителен и требует определенной квалификации в соответствующей области физики, которая может оказаться не достаточной у пользователя кодом. Поэтому междисциплинарный код не мыслится без адаптации с ним проблемно-ориентированной реляционной базы данных (БД) [1].

Для управления взаимодействием ЧМ различных процессов друг с другом (при их взаимном влиянии) и с базой данных необходима общая сервисная оболочка. Она должна быть разработана с учетом возможности того, что частные ЧМ реализованы на различных языках программирования, поскольку в большинстве случаев трудно представить себе возможность создания междисциплинарного кода одним человеком.

Далее будут кратко рассмотрены примеры междисциплинарных численных кодов для исследования действия потоков излучений и частиц (ПИЧ) на препятствия и элементы конструкций. Эти коды используют БД [1], образуя с ней единый расчетный комплекс.

Механическое действие ПИЧ на тонкостенные конструкции с защитными гетерогенными покрытиями (ГП) [2]. Доминирующими процессами являются: перенос ПИЧ в материалах конструкции и формирование неравновесного профиля энерговыделения в отдельных компонентах ГП; выравнивание давления в этих компонентах; газодинамический разлет части преграды и формирование импульса давления на ней; волновые процессы в преграде и формирование оболочечной стадии деформирования; нестационарное деформирование и разрушение многослойной оболочки конструкции. Для упрощения кода используется возможность независимого рассмотрения переноса излучения и газодинамического разлета в квазиодномерном приближении, а также предположение о квазистатическом выравнивании давления между компонентами ГП.

Импульсное тепловое действие ПИЧ на сопловые насадки (СН) [3]. В [3] предложен новый механизм разрушения конструкций из углеродных материалов (УМ) при импульсном тепловом действии ПИЧ. Предполагается, что нарушение работоспособности конструкции наступает вследствие развития в ней нестационарных процессов деформирования и разрушения под действием квазистационарных эксплуатационных нагрузок при практически мгновенном изменении жесткости конструкции в результате импульсного нагрева материала. Доминирующими процессами являются: перенос ПИЧ в УМ и формирование профиля энерговыделения; тепломассоперенос в конструкции, сопровождающийся физико-химическими превращениями; газодинамика излучающего высокотемпературного потока; деформирование и разрушение СН. Упрощение ЧМ достигается предположением о квазиодномерности слоистости оболочки СН и использованием возможности рассмотрения нестационарной деформации и разрушения неравномерно нагретой оболочки независимо от динамики ее прогрева и изменения толщины.

Тепловое излучение переохлажденной паро-капельной среды при облучении металлических фольг потоком тяжелых ионов [4]. При удельном энерговыделении в поглощающей ионы фольге порядка нескольких кДж/г источником теплового излучения являются капельки, образующиеся при разлете и конденсации переохлажденного пара металла. Доминирующими процессами являются: перенос тяжелых ионов и формирование профиля энерговыделения в фольге; газодинамика разлета фольги с учетом фазовых переходов; нуклеация и рост капель; перенос теплового излучения в паро-капельной среде. Упрощение ЧМ достигается предположением об одномерности процесса разлета паро-капельной среды, гомонизацией этой среды при расчете переноса теплового излучения в ней, а также использованием уравнения Фоккера-Планка при расчете распределения крупных капель по размерам (для мелких капель — система кинетических уравнений).

1. Острик А. В. Проблемно-ориентированная реляционная база данных «Барс» // Вопросы оборонной техники, научно-технический сборник. — Серия 15. — 2014. — Вып. 3(174). — С. 17–23.
2. Бакулин В. Н., Острик А. В. Комплексное действие излучений и частиц на тонкостенные конструкции с гетерогенными покрытиями. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2015. — 288 с.
3. Острик А. В. Метод расчета нестационарного деформирования предварительно напряженных композитных многослойных оболочек переменной толщины при импульсном энерговыделении // Конструкции из композиционных материалов. — 2016. — Вып. 3. — С. 3–10.
4. Ostrik A. V., Lomonosov I. V., Sultanov V. G., Tahir N. A. Kinetics and optics of droplets induced in lead foils by intense heavy ion beams // Physics of Extreme states of matter-2010, IPCP RAS, Chernogolovka, 2010. — Р. 166–170.

НЕСТАЦИОНАРНОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ РАЗРУШАЮЩИХСЯ КОМПОЗИТНЫХ ОБОЛОЧЕК НИТЯНОЙ НАМОТКИ*

A. В. Острик¹, В. Н. Бакулин², И. В. Бугай³

¹*ИПХФ РАН, Черноголовка, Московская обл., Россия;* ²*ИПриМ РАН, Москва, Россия;*

³*Технологический университет, Московская обл., Королев, Россия*

В авиационной и ракетно-космической технике нашли широкое применение тонкостенные композитные конструкции, изготавливаемые методом нитяной намотки [1, 2]. В полете эти конструкции могут быть подвергнуты воздействию потоков излучений и частиц различной физической природы [3]. Результатом воздействия являются нестационарные нагрузки (механическое действие), нагрев конструкции и уменьшение ее толщины (тепловое действие). В связи с этим расчет деформирования и разрушения неравномерно нагретых конструкций переменной толщины имеет практический интерес.

В настоящей работе предлагается численная модель для расчета разрушающейся в процессе нестационарного деформирования нагретой композитной оболочки переменной толщины. Используется модель разрушения композитного материала (КМ) в нестационарном температурном поле [4]. Рассматриваются методы генерации теплосиловых нагрузок и измерения параметров реакции оболочек на них. Приводятся результаты сравнения расчетных и экспериментальных данных, а также расчетные параметры реакции тонкостенной композитной конструкции на совместное тепловое и механическое действие излучения.

Численная модель деформирования и разрушения оболочки. Уравнения движения оболочки вращения записываются, исходя из общей теории анизотропных оболочек [5].

При расчете используется послойный анализ напряженно-деформированного состояния конструкции. Деформирование и разрушение многослойного материала композитной оболочки рассчитывается в рамках модели КМ с разрушающимся полимерным связующим [4, 6]. Модель относится к числу структурно-феноменологических. Феноменологический подход используется для описания поведения одностороннего КМ-монослоя, а структурный — для многослойного КМ, составленного из разноориентированных монослоев. Основным достоинством модели является то, что при описании деформирования и разрушения многослойного материала требуется минимальный объем данных о свойствах монослоев, из которых он составлен. Напряженно-деформированное состояние монослоя предполагается плоским. Состояние монослоя в каждой точке оболочки на момент времени t характеризуется его напряженным состоянием. Способность воспринимать это напряженное состояние меняется из-за накопления разрушений в КМ и описывается вектором эффективной жесткости ($V_1(t)$, $V_2(t)$, $V_{12}(t)$). Параметры вектора эффективной жесткости представляют собой: V_1 — отношение модулей упругости вдоль направления армирования; V_2 — отношение модулей упругости в перпендикулярном к армированию направлении; V_{12} — отношение модулей сдвига, соответственно, в рассматриваемый момент времени и в исходном неразрушенном состоянии монослоя.

Компоненты вектора эффективной жесткости монослоев изменяют свою величину с единицы на ноль, не принимая промежуточных значений, так как в рассматриваемой модели считается, что переход от начального состояния к полной неспособ-

*Работа выполнена при поддержке РФФИ (№16-08-01065-а).

ности воспринимать определенный вид нагрузки, происходит за времена малые по сравнению с характерными временами деформирования оболочки. Смена значений этих компонентов происходит в том случае, если параметры напряженного состояния достигают своих предельных величин, характеризуемых следующей группой зависящих от температуры данных о прочностных свойствах однона правленного монослоя: пределы прочности при растяжении; пределы прочности при сжатии; пределы прочности при сдвиге в плоскости слоев. При определении предельных величин параметров состояния температура усредняется по толщине каждого монослоя. В зависимости от реализуемого предельного состояния рассматриваются разрушения монослоя от сдвига с открытыми или закрытыми трещинами, от растяжения или сжатия в направлении армирования или перпендикулярно армированию, а также разрушение волокон при растяжении вдоль них [4, 6].

По известным характеристикам монослоев и векторам их эффективной жесткости рассчитываются усилия и моменты в каждом сечении оболочки посредством суммирования по монослоям.

Для численного интегрирования уравнений движения оболочки используется явная конечно-разностная схема. Перерезывающие силы и усилия определяются в серединах сторон расчетных ячеек, перемещения и моменты — в узлах, а моменты — в центрах ячеек.

Экспериментальные методы исследования. Для проведения экспериментальных исследований необходимы генераторы нестационарных теплосиловых нагрузок с различными пространственно-временными профилями. Наиболее распространенным и удобным методом генерации является газодинамический. В [7] предложен набор газодинамических устройств, предназначенных для моделирования механического и теплового действий потоков излучений и частиц различной физической природы.

В экспериментальных исследованиях измеряются следующие параметры реакций тонкостенных конструкций на нестационарные нагрузки: прогибы, деформации и ускорения. Методы измерений и используемые для этого чувствительные элементы (датчики) рассматриваются в [7].

Результаты исследований. Экспериментально изучалось влияние длительно сти воздействия и размеров области приложения внешнего нестационарного давления на характер разрушения пустых и заполненных оболочек. В качестве объектов экспериментальных исследований были выбраны широко использующиеся в конструкциях авиационной и ракетно-космической техники оболочки типа «кокон» с фланцевыми соединениями на концах. Силовая часть оболочки состояла из цельномотанных днищ и цилиндрической части, образованных непрерывной намоткой жгута органопластика СВМ и связующего ЭДТ-10, причем днища получены только за счет намотки спиральных слоев, а цилиндрическая часть усиlena кольцевыми слоями. Сравнения расчетных и экспериментальных данных по нестационарным деформациям пустых оболочек показало их удовлетворительной согласие (различие не превысило 10% при отсутствии разрушений и 30% — в случае разрывов отдельных нитей в КМ).

Численные исследования параметров реакции тонкостенной композитной конструкции на совместное тепловое и механическое действие излучений различных диапазонов спектра показало существенное влияние нагрева оболочки и изменения ее толщины на напряженно-деформированное состояние конструкции и уровень ее нестационарного разрушения.

1. Механика конструкций из композиционных материалов: Сборник статей / Под. ред. В. Д. Протасова. — М.: Машиностроение, 1992. — 96 с.

2. Зорин В. А. Опыт применения композиционных материалов в изделиях авиационной и ракетно-космической техники (обзор) // Конструкции из композиционных материалов. — 2011. — Вып. 4. — С. 44–59.
3. Бакулин В. Н., Острик А. В. Комплексное действие излучений и частиц на тонкостенные конструкции с гетерогенными покрытиями. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2015. — 288 с.
4. Острик А. В., Слободчиков С. С. Математическая модель разрушения композитных оболочек высокого давления под действием лучистых потоков энергии // Математическое моделирование. — 1995. — Т. 7, № 10. — С. 33–46.
5. Амбарцумян С. А. Общая теория анизотропных оболочек. — М.: Наука, 1974. — 448 с.
6. Протасов В. Д., Ермоленко А. Ф., Филиппенко А. А., Дмитриенко И. П. Исследование несущей способности слоистых цилиндрических оболочек при помощи моделирования процесса разрушения на ЭВМ // Механика композитных материалов. — 1980. — № 2. — С. 254–261.
7. Бакулин В. Н., Грибанов В. М., Острик А. В., Ромадинова Е. А., Чепрунов А. А. Механическое действие рентгеновского излучения на тонкостенные композиционные конструкции. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2008. — 256 с.

ОБОСНОВАНИЕ ПРОЧНОСТИ ЯРУ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ 3D-РАСЧЕТНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

В. А. Панов, В. Л. Патрушев, Д. О. Потамов, С. А. Соловьев

АО «ОКБМ Африкантов», Нижний Новгород, Россия

Обоснование прочности ядерных реакторных установок (ЯРУ) проводится в обеспечение требований норм расчета на прочность ПНАЭ Г-7-002-86 и норм проектирование сейсмостойких атомных станций НП-031-01. При проектировании судовых ЯРУ учитываются требования норм НП-054 и Морского Регистра.

ЯРУ представляет собой сложную конструкцию, состоящую из множества отдельных сборочных единиц оборудования и трубопроводов, блоков биологической защиты и теплоизоляции. Конструкция ЯРУ в целом и отдельное оборудование кроме весовой нагрузки подвергается воздействию давления среды, значительных перепадов температур, вибрации и внешних динамических воздействий (землетрясение, падение самолета, воздушная ударная волна, столкновение судов и т. д.).

Сложность, а порой и невозможность реализации экспериментов на физических моделях и натурных объектах с учетом всех факторов нагружения, включая аварийные ситуации, их значительная стоимость и сокращение сроков разработки проектов выдвигают на первый план компьютерные методы расчетного виртуального моделирования.

Для расчетного обоснования прочности с использованием современных CAD [1] и CAE программ на базе подробных конструкторских моделей создаются расчетные компьютерные модели оборудования РУ и сопряженные опорные силовые конструкции. Применение синхронной технологии моделирования, сквозного проектирования с использованием PDM-системы позволяет на различных этапах проектирования и расчетов отслеживать изменения конструкции отдельного оборудования и вносить корректировку в расчетную модель РУ (рис. 1). Разница на уровне проектирования и построения 3D-модели в пакете CAD-системы с принципом построения конечно-элементной сетки в расчетной программе, требует введения дополнительных правил на построение геометрической 3D-модели и правил проверки.

Основными этапами при обосновании прочности с использованием 3D-расчетного моделирования являются:

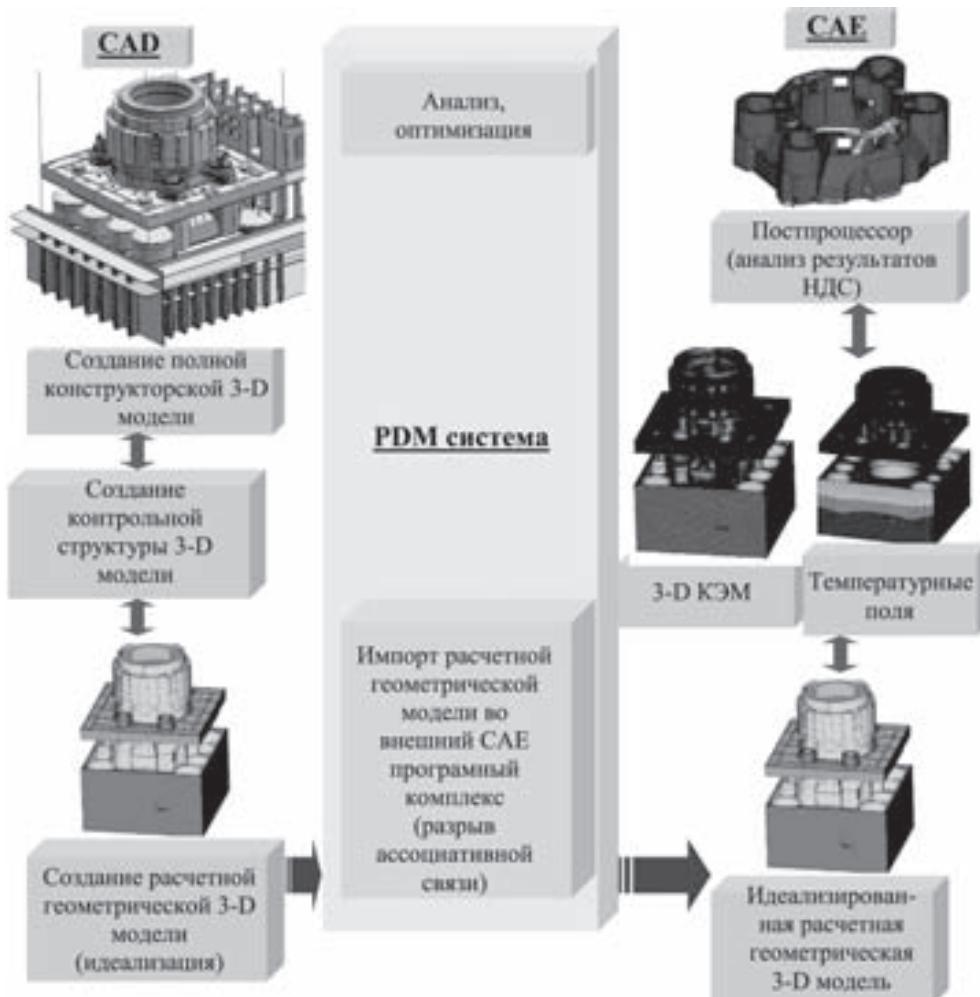


Рис. 1. Схема сквозного проектирования

- формулировка задач и концептуального подхода к моделированию при обосновании прочности. Определение действующих нагрузок;
- разработка требований к электронной геометрической модели РУ и определение ее состава. Определение форматов передачи данных геометрической конструкторской модели в препроцессоры расчетных программ;
- разработка расчетных электронных геометрических (ЭГ) моделей компонентов (оборудования и трубопроводов) и на их основе — расчетной ЭГ и конечно-элементной модели ЯРУ. Разработка базы данных конструкционных материалов, включая экспериментальные диаграммы деформирования. Оптимизация конечно-элементной сетки. Тестирование расчетной модели;
- проведение комплекса расчетов по анализу прочности элементов ЯРУ.

Расчетный анализ прочности проводится в соответствии с требованиями нормативных документов с использованием верифицированных программных средств. Требования по верификации и аттестации ПС обусловлены действующими в РФ

федеральными нормами и правилами в области использования атомной энергии. Целью аттестации является оценка применимости программного средства (т. е. обоснованности применения) в соответствующей области исследования. Результаты аттестации учитываются при проведении экспертизы материалов по обоснованию безопасности объектов использования атомной энергии в рамках процедур лицензирования.

Исходя из комплекса решаемых задач, методология сквозного проектирования может быть представлена двумя направлениями:

— моделирование в «большом» — расчетное моделирование РУ в целом с использованием моделей отдельного оборудования. В результате определяется напряженно деформированное состояние основного оборудования и несущих элементов, а так же нагрузки, приходящие на отдельное оборудование;

— моделирование в «малом» — расчетное моделирование отдельных компонентов РУ с использованием моделей отдельных деталей, сборочных единиц, трубопроводов с элементами крепления и т. п. Исходными данными по нагружению являются нагрузки приходящие на узлы крепления.

При реализации методологии сквозного проектирования проводится разработка общей компоновки ЯРУ с учетом ее особенностей для решения различных задач:

- статики;
- модального анализа;
- вибропрочности;
- динамической защищенности.

1. Гончаров П. С. и др. NX для конструктора-машиностроителя. — М.: ДМК Пресс, 2010.

ПРИМЕНЕНИЕ МОДЕЛИ СРЕДЫ СЛОЖНОЙ СТРУКТУРЫ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ОБРАТНОЙ ДИНАМИЧЕСКОЙ СТОХАСТИЧЕСКОЙ ЗАДАЧИ

A. B. Пыхтин

МАИ, Москва, Россия

Построение интегральных моделей сложных механических систем в сочетании с идентификацией расчетных параметров по данным эксперимента является одним из эффективных путей решения прикладных инженерных задач. В частности, наличие бортового оборудования летательного аппарата (ЛА), на корректность работы которого оказывает заметное влияние такой фактор, как вибрация, может быть учтено использованием моделей сред сложной структуры. Практический интерес при этом представляет как определение непосредственно передаточных характеристик, так и установление на их основе параметров вибрационных нагрузок путем решения обратной задачи.

В качестве модели объекта выбрана цилиндрическая оболочка сложной структуры, состоящая из несущей среды, описываемой классическими уравнениями, и бесконечного набора присоединенных в каждой ее точке осцилляторов с распределенным спектром собственных частот. Рассмотрено влияние края модели на распределение полей вибраций, а также ее демпфирующих свойств. С учетом найденных выражений передаточных функций получено решение задачи восстановления параметров акустической нагрузки на основе данных об отклике реальной конструкции ЛА.

ИССЛЕДОВАНИЕ РАЗРУШЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ И КОНСТРУКЦИЙ ПРИ УДАРНЫХ И ИМПУЛЬСНЫХ НАГРУЗКАХ С ПОМОЩЬЮ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНОГО КОМПЛЕКСА EFES*

A. В. Радченко, П. А. Радченко, С. П. Батуев

ТГАСУ, Томск, Россия

Представлены результаты согласованных численных и экспериментальных исследований поведения различных материалов и конструкций при динамических нагрузках: удар, импульсное воздействие. Численное моделирование проводится методом конечных элементов в полной трехмерной постановке в рамках подхода механики сплошной среды. Для расчетов используется авторский программный комплекс. Используемые в комплексе модели учитывают широкий спектр свойств материалов: анизотропию, пластичность, наличие структурных элементов. Исследовано поведение конструкций различного назначения: ракетные двигатели на твердом топливе; кумулятивные противотанковые снаряды; защитные железобетонные оболочки атомных станций (АС); элементы строительных конструкций из бетона, фибробетона с металлической и неметаллической арматурой. На рис. 1, *а* представлена расчетная картина разрушения защитной оболочки АС, после падения на нее самолета Боинг-747. На рис. 1, *б* приведена трехслойная железобетонная балка после приложения к ней кратковременной динамической нагрузки. Верхний и нижний слой изготовлен из фибробетона. В качестве фибры использована металлическая нить. Металлическая арматура в расчетах выделялась явно. На рис. 2 показан исходный вид кумулятивного снаряда (рис. 2, *а*) и картина повреждения его элементов после взаимодействия с пятью поражающими элементами различной формы.

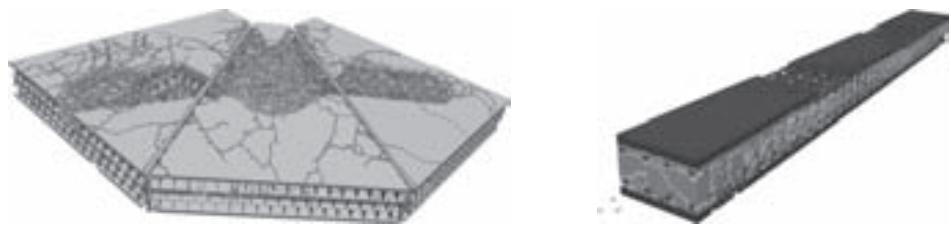


Рис. 1. Итоговая картина разрушения: *а* — защитная оболочка (АС) $t = 300$ мс; *б* — железобетонная балка, $t = 6$ мс



Рис. 2. Разрушение кумулятивного снаряда потоком поражающих элементов: *а* — исходная конфигурация; *б* — итоговые повреждения кумулятивного снаряда

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант №16-31-00125мол_а, грант №16-38-00256мол_а), гранта Президента РФ №МК-413.2017.1, государственного задания №9.6814.2017/БЧ.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПОВЕДЕНИЯ СПЛАВОВ С ПАМЯТЬЮ ФОРМЫ ПРИ КОНЕЧНЫХ ДЕФОРМАЦИЯХ*

A. A. Роговой, О. С. Столбова

ИМСС УрО РАН, Пермь, Россия

Сплавы с памятью формы (СПФ) относятся к функциональным (интеллектуальным) материалам. Такие материалы могут значительно изменять свою форму и/или размеры при воздействии внешних полей (температурного, силового), и сохранять эту новую форму при снятии внешних воздействий. В СПФ аустенитная (высокотемпературная) фаза переходит при охлаждении в низкотемпературную матреницитную, а матреницитная при нагревании в аустенитную. Фазовые деформации, возникающие при этом, могут достигать 6–10% и зависят не только от температуры, но и от напряжений, которые, в свою очередь, определяются фазовыми деформациями [1]. В ферромагнитных СПФ (ФСПФ), таких как сплавы Гейслера, фазовым переходом из кубической высокотемпературной фазы (аустенит) в тетрагональную низкотемпературную фазу (матреницит), а также структурным переходом в матреницитном состоянии можно управлять с помощью магнитного поля [2]. Отмеченные свойства этих сплавов и представляют как практический, так и научный интерес.

Для описания поведения сложных сред, в которых возникают конечные деформации, разработан формализованный подход, позволяющий строить корректные, т. е. удовлетворяющие принципам термодинамики, инвариантности и дополнительным аксиомам и неравенствам, определяющие уравнения [3]. Основная идея подхода состоит в том, что рассматриваемый упруго-неупругий процесс трактуется как упругий с напряженной отсчетной конфигурацией. В качестве последней принимается промежуточная упругая конфигурация, близкая к текущей и получающаяся из последней малой упругой разгрузкой. Формализацией указанной близости является введение малого положительного параметра у вектора перемещения, определяющего положение точек в текущей конфигурации по отношению к промежуточной. Это позволяет представить все кинематические величины в виде рядов по этому малому параметру с удержанием только линейных слагаемых и, в результате, построить для любого закона упругости определяющие уравнения с начальными напряжениями и функциями отклика материала на малые упругие деформации относительно промежуточной конфигурации. Этот подход и использован в настоящей работе.

Для описания возникающих в СПФ и ФСПФ в процессе фазового перехода фазовых деформаций, в настоящей работе используются соотношения, предложенные в работах А. А. Мовчана [4], но обобщенные на конечные деформации в [5]. Эти соотношения учитывают зависимость тензора фазовых деформаций от скалярных температурных полей и тензорных полей напряжений, и удовлетворяют принципу объективности. В СПФ фазовый переход управляется температурой и механическим напряжением, а в ФСПФ еще и с помощью приложенного магнитного поля. Предполагается аддитивность скоростей упругих, фазовых, пластических и температурных деформаций, при этом отдельно выделяются упругие деформации аустенитной и матреницитной фаз.

Для решения краевых задач записаны два связанных вариационных уравнения: уравнение Лагранжа, соответствующее большим деформациям (для СПФ и

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (гранты №14-01-00080 и №16-31-00161мол_а).

ФСПФ), и уравнение, соответствующее слабой постановке задачи о поведении намагничивающегося тела конечных размеров во внешнем магнитном поле (для ФСПФ). Уравнения записаны относительно начальной конфигурации и линеаризованы. Численная реализация полученных уравнений выполнена методом конечных элементов с использованием пакета FEniCS (<http://fenicsproject.org>). При решении термомеханической задачи конечно-элементная сетка генерируется только для образца, в то время как решение задачи о намагничивании тела требует генерации конечно-элементной сетки не только для образца, но и для окружающего его пространства.

Решения краевых задач для СПФ. Рассмотрены следующие задачи о деформировании пластины с одним жестко закрепленным концом (на рис. 1 представлены результаты решения этих задач):

1. Две пластины (из бериллиевой бронзы и СПФ — равноатомного никелида титана) одинаковой длины скреплены по длине без натяга (пластина из СПФ снизу). Сначала образец охлаждается, а затем нагревается, при этом в СПФ происходит сначала прямое мартенситное превращение, а затем обратное.

2. До скрепления двух пластин пластина из СПФ при температуре, соответствующей полностью аустенитному состоянию, подвергается одноосному однородному растяжению по длине, затем пластина охлаждается и разгружается. После этого пластины из бериллиевой бронзы и СПФ скрепляются по длине без натяга (пластина из СПФ снизу). Полученная двухслойная пластина нагревается, а затем охлаждается.

3. Пластина из СПФ нагружается в аустенитном состоянии касательным напряжением, после чего охлаждается, разгружается и вновь нагревается.

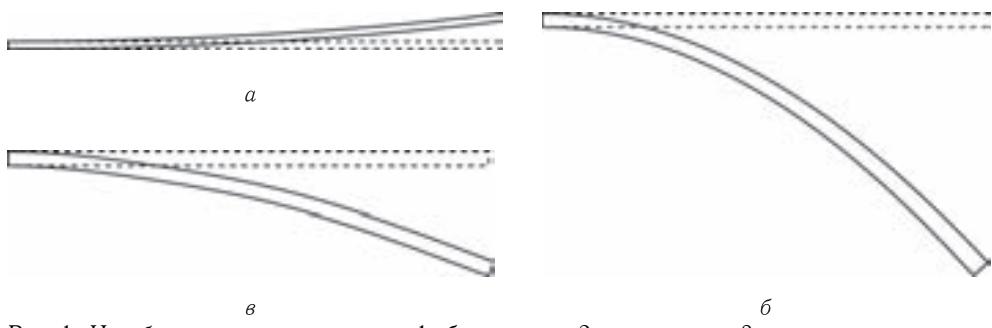


Рис. 1. Изгиб пластины: *a* — задача 1, *б* — задача 2, *в* — задача 3; штриховая линия — начальное состояние, сплошная — конечное состояние

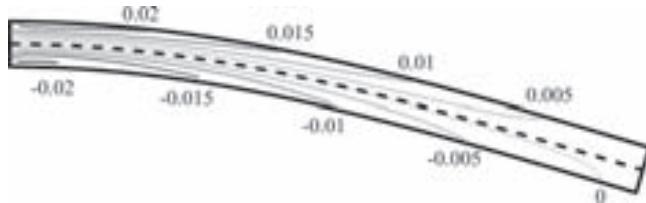


Рис. 2. Распределение фазовых деформаций

Решения краевой задачи для ФСПФ. Рассмотрена следующая задача: образец в форме стержня прямоугольного сечения закреплен с левого торца, в начальный момент времени стержень находится в мартенситном состоянии с фазовыми

деформациями (рис. 2), возникшими в процессе прямого температурного мартенситного перехода при заданном сдвиговом усилии на правом торце, отсутствии магнитного поля и последующей разгрузке; затем происходит включение поля и нагрев образца до начальной температуры, после этого поле выключается и в системе происходит фазовый переход в аустенитное состояние при постоянной температуре, приводящий к распрямлению образца.

1. *Otsuka K. and Wayman C.M. Shape Memory Materials.* — Cambridge: Cambridge University Press, 1998.
2. *Васильев А.Н. и др. Ферромагнетики с памятью формы // Успехи физических наук.* — 2003. — Т. 173, №6. — С. 577–607.
3. Rogovoy A. A. Formalized approach to construction of the state equations for complex media under finite deformations // Continuum Mechanics and Thermodynamics. — 2012. — V. 24, No. 2. — P. 81–114.
4. Мовчан А.А., Шелымагин П.В., Казарина С.А. Определяющие уравнения для двухэтапных термоупругих фазовых превращений // ПМТФ. — 2001. — Т. 42, №5. — С. 152–160.
5. Rogovoy A., Stolbova O. Modeling the magnetic field control of phase transition in ferromagnetic shape memory alloys // International Journal of Plasticity. — 2016. — V. 85. — P. 130–155.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТА СУММАРНЫХ ПОТЕРЬ МОЩНОСТИ НА ПРИВОД ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ КОНИЧЕСКИХ РОЛИКОПОДШИПНИКОВ

B. B. Рошин

КНИТУ-КАИ, Казань, Россия

Оценивая потери мощности на привод конических роликоподшипников, работающих в режиме средней опоры ротора двигателя ΣQ , мы воспользовались той же моделью их условного разделения на потери от сил трения $Q_{\text{тр}}$ и гидродинамические потери $Q_{\text{гидр}}$, что и в подшипниках других типов [1]. При этом в расчетной модели потери мощности на трение $Q_{\text{тр}}$ представлены в виде суммы двух составляющих, первая из которых определяет потери мощности на трение между роликами, беговыми дорожками колец и сепаратором $Q_{\text{тр.конт}}$, а вторая — потери на трение в контакте ролики — бурт внутреннего кольца $Q_{\text{тр.бурт}}$ [2].

Полагая, что гидродинамические потери $Q_{\text{гидр}}$, а также потери на трение $Q_{\text{тр.конт}}$ в конических роликоподшипниках можно рассчитать по методике их определения для тяжело нагруженных цилиндрических роликоподшипников, задачу по оценке энергетических затрат в исследуемых роликоподшипниках сводим к изучению второй составляющей потерь трения — $Q_{\text{тр.бурт}}$. Значения последней (в Вт) определяются в виде разности между опытными значениями ΣQ и расчетно-экспериментальными величинами $Q_{\text{тр.конт}} + Q_{\text{гидр}}$ [2]:

$$Q_{\text{тр.бурт}} = \Sigma Q - (Q_{\text{тр.конт}} + Q_{\text{гидр}}). \quad (1)$$

Поскольку процесс трения скольжения в нагруженном контакте ролики — бурт внутреннего кольца происходит при наличии гидродинамической смазки (для этого торцы роликов выполняются сферическими), затраты мощности $Q_{\text{тр.бурт}}$ можно представить как потери при движении жидкости в зазорах между роликами и буртом внутреннего кольца подшипника. При этом безразмерный коэффициент

сопротивления трения C_6 , качественно и количественно отражающий влияние различных факторов на процесс трения в контактах, будет определяться условиями течения жидкости в зазорах.

Рассматривая движение масла в указанных зазорах как неизотермическое течение вязкой несжимаемой жидкости между двумя абсолютно твердыми телами, воспользуемся для его описания известной системой дифференциальных уравнений с присоединенными условиями однозначности [1]. Анализ этой системы уравнений методами теории подобия показал, что определяющими критериями, характеризующими процесс течения жидкости в наших условиях, являются числа подобия Re , Eu , Pr .

Частное решение данной системы уравнений для коэффициента сопротивления трения имеет вид:

$$C_6 = \varphi(Re, Eu, Pr). \quad (2)$$

Переходя к решению задачи по отысканию искомой критериальной зависимости для C_6 , делаем допущение, аналогичное изложенному в [1], что истинные критерии подобия, оценка которых требует знания неизвестных параметров масляной прослойки в зазорах, пропорциональны условным критериям:

$$Re \sim Re_{\text{усл}} = \frac{Ud_{\text{cp}}}{v}; \quad Eu \sim Eu_{\text{усл}} = \frac{F_6}{\rho(Ud_{\text{cp}}^2)}; \quad Pr \sim Pr_{\text{усл}} = \frac{v}{a},$$

где U — окружная скорость сепаратора, м/с; d_{cp} — характерный линейный размер (средний диаметр ролика), м; v — кинематическая вязкость масла при $t_{\text{м.вых}}$, $\text{м}^2/\text{с}$; $F_6 = 0,2704F_a/m$ — осредненная нагрузка в контакте ролики — бурт внутреннего кольца, Н (F_a — осевая нагрузка, Н; m — число тел качения; ρ — плотность масла при $t_{\text{м.вых}}$ $\text{кг}/\text{м}^3$; a — коэффициент температуропроводности масла при $t_{\text{м.вых}}$ $\text{м}^2/\text{с}$; $t_{\text{м.вых}}$ — температура масла на выходе из подшипника, $^{\circ}\text{C}$.

Используя известную формулу гидродинамики, потери мощности на трение в контакте ролики — бурт внутреннего кольца (в Вт) могут быть записаны в виде выражения:

$$Q_{\text{тр.бурут}} = C_6 m \rho d_{\text{cp}}^2 U^3. \quad (3)$$

Для отыскания конкретного вида функции (2) были использованы экспериментальные данные, полученные ранее в опытах с роликоподшипниками 2-7920Л [2]. Анализ влияния основных определяющих факторов — окружной скорости сепаратора, нагрузки, а также теплофизических параметров масла на коэффициент сопротивления трения C_6 , значения которого определялись с учетом (3) и (1) по формуле

$$C_6 = \frac{\Sigma Q - (Q_{\text{тр.конт}} + Q_{\text{гид}})}{m \rho d_{\text{cp}}^2 U^3}, \quad (4)$$

позволил представить последний в виде критериальной зависимости

$$C_6 = 51,6 \cdot 10^2 Re^{-0,852} Eu^{0,558} Pr^{-0,624}. \quad (5)$$

Имея зависимость для C_6 и подставляя ее в (3), получим окончательный вид выражения для расчета потерь мощности на трение в контакте ролики — бурт внутреннего кольца (в Вт):

$$Q_{\text{тр.бурут}} = 51,6 \cdot 10^2 Re^{-0,852} Eu^{-0,624} m \rho d_{\text{cp}}^2 U^3. \quad (6)$$

Зная $Q_{\text{тр.бурт}}$ и оценивая гидродинамическую составляющую общих потерь $Q_{\text{гидр}}$, а также потери на трение в контактах между телами качения, беговыми дорожками колец и сепаратором по установленным в работе [1] формулам, после их соответствующего преобразования применительно к коническому роликоподшипнику [2] (в Вт):

$$Q_{\text{гидр}} = 18 \cdot 10^5 \text{Re}^{-1,25} \text{Pr}^{-1} l/d_{\text{cp}} m \rho d_{\text{cp}}^2 U^3; \quad (7)$$

$$Q_{\text{тр.конт}} = 62,3 \text{Re}^{-0,63} \text{Eu}^{0,25} \text{Pr}^{-0,4} l/d_{\text{cp}} m \rho d_{\text{cp}}^2 U^3 \quad (8)$$

можно записать критериальное уравнение для расчета суммарных потерь мощности в исследуемых конических роликоподшипниках (в Вт):

$$\Sigma Q = \left[(62,3 \text{Re}^{-0,63} \text{Eu}^{0,25} \text{Pr}^{-0,4} + 18 \cdot 10^5 \text{Re}^{-1,25} \text{Pr}^{-1}) l/d_{\text{cp}} + \right. \\ \left. + 51,6 \cdot 10^2 \text{Re}^{-0,852} \text{Eu}^{0,558} \text{Pr}^{-0,624} \right] m \rho d_{\text{cp}}^2 U^3. \quad (9)$$

В формулах (7)–(9) l — длина ролика (в м).

1. Демидович В. М. Исследование теплового режима подшипников ГТД. — М.: Машиностроение, 1978. — 172 с.
2. Роцин В. В. Исследование теплового режима конических роликоподшипников, работающих в режиме средней опоры ГТД // Вестник КГТУ им. А. Н. Туполева. — 2014. — № 4. — С. 65–67.
3. Роцин В. В. Исследование суммарных затрат мощности на привод конических роликоподшипников // Вестник КГТУ им. А. Н. Туполева. — 2015. — № 2. — С. 21–23.

О КОЛЕБАНИЯХ ВЯЗКОУПРУГОЙ ТОРОИДАЛЬНОЙ ОБОЛОЧКИ С ПРОТЕКАЮЩЕЙ ЖИДКОСТЬЮ

И. И. Сафаров¹, М. Ш. Ахмедов²

¹ТХТИ, Ташкент, Узбекистан; ²БухИТИ, Бухара, Узбекистан

Тонкостенные криволинейные трубы широко используются во многих областях народного хозяйства. При этом, как правило, в процессе эксплуатации они находятся в контакте с жидкостью или газообразной средой и подвергаются динамическим воздействиям [1, 2].

Постановка задачи. Рассматривается криволинейный участок трубопровода в виде тонкостенной трубы большого диаметра, по которому протекает идеальная несжимаемая жидкость с постоянной скоростью $U = \text{const}$ и постоянным гидростатическим давлением $p_0 = \text{const}$. Ставится задача об исследовании частот и форм собственных изгибных колебаний в плоскости кривизны данного участка трубопровода как тонкой торoidalной оболочки с учетом динамического влияния протекающей жидкости. Геометрия криволинейного участка трубопровода в виде торoidalной оболочки со срединной поверхностью в торoidalных криволинейных координатах β, θ , где β означает центральный угол тора, а θ -угол в поперечном сечении оболочки ($0 \leq \theta \leq 2\pi$). Если продольная ось оболочки составляет половину окружности радиуса R и угол β изменяется в пределах $0 \leq \beta \leq \pi$. Дифференциальное уравнение движения криволинейного участка трубопровода со стационарным потоком жидкости, записанное в перемещениях u, v, w, W_y, ϑ в

тороидальных координатах β, θ с учетом составляющих сил инерции X_i^* принимает вид:

$$\begin{aligned} \tilde{E} & \left(\frac{r^2}{R^2} \frac{\partial^3 u}{\partial \beta \partial \theta^2} \cos \theta + \frac{r^3}{R^3} \frac{\partial^3 u}{\partial \beta^3} - \frac{r^2}{R^2} \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial u}{\partial \beta} \sin \theta \right) + \frac{r^3}{R^3} \frac{\partial^2 W_y}{\partial \beta^2} + \frac{r^2}{R^2} \times \right. \\ & \times \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\frac{\partial}{\partial \theta} (W_y \cos \theta) - W_y \sin \theta \right] + \frac{h^2}{r^2 12(1-v^2)} \frac{\partial^3}{\partial \theta^3} \left(\frac{\partial^2 \vartheta}{\partial \theta^2} + \vartheta \right) \Big) = \\ & = \frac{r^3}{R} p \frac{\partial}{\partial \beta} \left(\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \right) - r^2 p \frac{\partial}{\partial \theta} \left(\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} \right) + \frac{r}{h} p_0 \frac{\partial^3 \vartheta}{\partial \theta^3} - r^2 p \frac{\partial^4 w}{\partial \theta^2 \partial t^2} + \frac{r}{h} \frac{\partial^2}{\partial \theta^2} (p_{\infty}), \quad (1) \end{aligned}$$

\tilde{E} — операторный модуль упругости, которые имеют вид:

$$\tilde{E}\varphi(t) = E_{01} \left[\varphi(t) - \int_0^t R_E(t-\tau) \varphi(t) d\tau \right], \quad (2)$$

$\varphi(t)$ — произвольная функция времени; $R_E(t-\tau)$ — ядро релаксации; E_{01} — мгновенный модуль упругости; Принимаем интегральные члены в (1) малыми, тогда функции $\varphi(t) = \psi(t)e^{-i\omega_R t}$, где $\psi(t)$ — медленно меняющаяся функция времени, ω_R — действительная константа. Далее применяя процедуру замораживания [3], заметим соотношения (1,б) приближенными вида $\bar{E}\varphi = E[1 - \Gamma^C(\omega_R) - i\Gamma^S(\omega_R)]\varphi$, где $\Gamma^C(\omega_R) = \int_0^\infty R(\tau) \cos \omega_R \tau d\tau$, $\Gamma^S(\omega_R) = \int_0^\infty R(\tau) \sin \omega_R \tau d\tau$, соответственно, косинус и синус образы Фурье ядра релаксации материала. В качестве примера вязкоупругого материала примем трех параметрических ядро релаксации $R(t) = Ae^{-\beta t}/t^{1-\alpha}$.

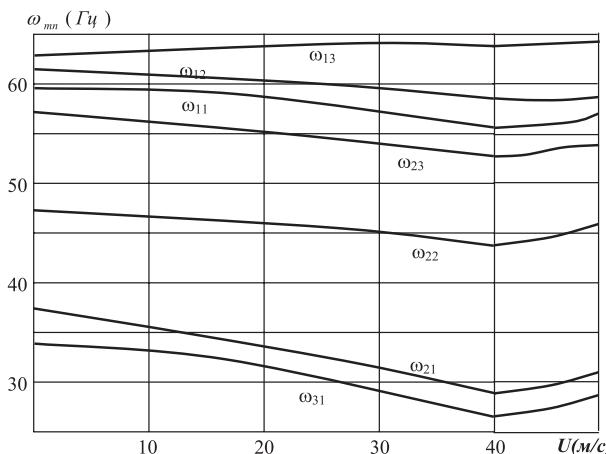


Рис. 1. Изменение частот собственных изгибных колебаний от скорости протекающей жидкости ($h = 0,001$)

Для решения системы уравнений (1), (2) представим возникающую при изгибных колебаниях тороидальной оболочки нормальную составляющую перемещения $w(\beta, \theta, t)$ в виде, удовлетворяющим граничным условиям на краях оболочки:

$$w|_{\beta=0} = 0, \quad \frac{\partial^2 w}{\partial \beta^2}|_{\beta=0} = 0. \quad (3)$$

Перемещения w удовлетворяют условие цикличности по окружной координате θ :

$$w(\beta, \theta, t) = f(t)b_m \cos m\theta \sin n\beta, \quad (4)$$

где $f(t)$ — функция времени t ; $b_m = \text{const}$; m, n — волновые числа, определяющие формы колебаний оболочки в окружном и продольном направлениях соответственно. Из соотношений (1) между компонентами перемещения при значении w по (4) получим выражения для остальных составляющих перемещения и угла поворота:

$$\begin{aligned} u &= -\frac{r}{R} \frac{n}{m^2} f(t) b_m \cos m\theta \cos n\beta, \quad \nu = -\frac{1}{m} f(t) b_m \sin m\theta \sin n\beta, \\ \vartheta &= -\frac{m^2 - 1}{m} f(t) b_m \sin m\theta \sin n\beta, \\ W_y &= \frac{1}{2} \left(b_{m+1} \frac{m+2}{m+1} + b_{m-1} \frac{m-2}{m-1} \right) \cos m\theta \sin n\beta. \end{aligned} \quad (5)$$

Подставив выражения (1), (5) для компонент перемещения и угла поворота в уравнение движения оболочки (4) и вычислив частные производные по β и θ , получим разрешающее уравнение относительно неизвестных амплитудных значений

$$\begin{aligned} f(t) \left\{ -\frac{r^4}{R^4 h_\nu^2} \cdot \frac{n^4}{m^3} b_m \sin m\theta + \frac{r^3}{2R^3 h_\nu^2} \frac{n^2}{m} \times \right. \\ \times \left[b_m (\sin(m-1)\theta + \sin(m+1)\theta) + \left(b_{m+1} \frac{m+2}{m+1} + b_{m-1} \frac{m-2}{m-1} \right) \sin m\theta \right] - \\ - \frac{r^2}{2R^2 h_\nu^2} \left(b_{m+1} \frac{m+2}{m+1} + b_{m-1} \frac{m-2}{m-1} \right) ((m-2) \sin(m-1)\theta + (m+2) \sin(m+1)\theta) - \\ - m(m^2 - 1) \left(m^2 - 1 + \frac{r}{Eh h_\nu^2} p_0 \right) \times b_m \sin m\theta + \frac{r}{R} \frac{r}{Eh h_\nu^2} p_0 \Phi_n^* U^2 m n^2 b_m \sin m\theta \right\} - \\ - f''(t) \left[\frac{r}{Eh h_\nu^2} p \left(\frac{r^2}{R^2} \frac{n^2}{m^3} + m + \frac{1}{m} \right) + r^2 \frac{r}{Eh h_\nu^2} p_0 \Phi_n^* m \right] b_m \sin m\theta = 0, \quad (6) \end{aligned}$$

где ν — коэффициент Пуассона.

Поскольку решение этой однородной системы линейных алгебраических уравнений отлично от нуля, так как величины амплитудных значений радиального перемещения срединной поверхности оболочки $b_m \neq 0$ по (6), определитель коэффициентов однородной системы (6) должен равняться нулю.

Частоты колебаний ω_{mn} снижаются при увеличении скорости потока от 0 до 25 м/с не более, чем на 10 %. Так же при увеличении относительной толщины (h/r , при постоянной кривизне трубы) собственные частоты изгибных колебаний увеличивается. Таким образом, чем больше кривизна трубы, тем более жесткой она становится, и чем толще стенки трубы, тем более жесткой она является.

1. Авлиякулов Н.Н., Сафаров И.И. Современные задачи статики и динамики подземных трубопроводов. — Ташкент: Fan va texnologiya, 2007. — 306 с.
2. Вольмир А.С. Оболочки в потоке жидкости и газа: Задачи гидроупругости. — М.: Наука, 1979. — 320 с.
3. Бозоров М.Б., Сафаров И.И., Шокин Ю.И. Численное моделирование колебаний диссипативно однородных и неоднородных механических систем. — Новосибирск: СО РАН, 1966. — 188 с.

ДИНАМИЧЕСКИЕ ЭФФЕКТЫ, СВЯЗАННЫЕ СО СТРУКТУРНОЙ НЕОДНОРОДНОСТЬЮ КОНСТРУКЦИЙ

И. И. Сафаров¹, З. И. Болтаев²

¹*ТХТИ, Ташкент, Узбекистан;* ²*БухИТИ, Бухара, Узбекистан*

Рассматриваются собственных колебаниях механических систем, состоящих из S тел (S_k жестких, S_e вязкоупругих; $S = S_k + S_e$). Системы тел соединены друг с другом и основанием без массовыми (или массивными) вязкоупругими элементами. Вязкоупругие свойства материалов описываются интегральными соотношениями Больцмана–Вольтерра [1]. Некоторые из деформируемых элементов могут быть упругими, в этом случае ядра наследственности, описывающие реологические свойства элементов, тождественно равны нулю. Систему, в которой реологические свойства деформируемых элементов идентичны (ядра наследственности элементов равны между собой), будем называть *диссипативно однородной*, а систему с различными реологическими характеристиками деформируемых элементов — *диссипативно неоднородной* [2].

Постановка задачи и методы решения. Для системы с конечным числом степеней свободы

$$\sum_{k=1}^{6N} (a_{jk}\ddot{q}_k + \bar{C}_{jk}q_k) = 0, \quad j = 1, 2, 3, \dots, 6N, \quad (1)$$

где a_{jk} — компоненты действительной симметричной матрицы обобщенных масс; $\bar{C}_{jk} = C_{R_{jk}} + C_{I_{jk}}$ — компоненты комплексной симметричной матрицы обобщенных жесткостей; q_k — комплексные обобщенные координаты (компоненты смещений центров масс и углы поворотов жестких тел). Решение ищется в виде $q_j = A_j \exp(-i\omega t)$, где $\omega = \omega_R + i\omega_I$ комплексная собственная частота; A_j — комплексная собственная форма колебаний. Задача сводится к комплексной алгебраической задаче собственных значений системы уравнений вида

$$\sum_{k=1}^{6N} (a_{jk}\ddot{q}_k + \bar{C}_{jk}q_k) = 0, \quad j = 1, 2, 3, \dots, 6N \quad (2)$$

с нелинейно входящим комплексным параметром. Характеристическое уравнение системы (2) решается методом Мюллера, в качестве начального приближения принято решение, близкое к (2) консервативной задачи. Рассмотрим собственные колебания системы с двумя степенями свободы. Приняты следующие значения параметров [1]: $A = 0,048$; $\beta = 0,05$; $\alpha = 0,1$; $C_1 = 1$; $M = 1$, мгновенная жесткость c_2 варьируется в пределах 1,0–5. Рассмотрены две механические системы. В первом варианте все элементы вязкоупругие. Результаты расчета приведены на рис. 1, а. Зависимость собственных частот ω_k и коэффициентом демпфирования ω_I жесткости C_2 монотонная, причем характер зависимости одинаков для частот и коэффициентов демпфирования. Во втором варианте первый элемент упругий, остальные — вязкоупругие. Результаты расчета приведены на рис. 1, б. зависимость частот колебаний от C_2 монотонная, а зависимость коэффициента демпфирования от C_2 — немонотонная. Особый интерес представляет минимальное значение коэффициента демпфирования при фиксированной жесткости $\delta = \min_k(-\omega_{Ik})$, $k = 1, 2$. Величина δ определяет демпфирующие свойства системы в целом. В случае однородной системы величина δ (назовем ее глобальным коэффициентом демпфирования) определяется мнимой частью первой по модулю комплексной собственной частоты. Для выяснения физической природы обнаруженного эффекта запишем уравнение движения

системы с n степенями свободы в нормальных координатах упругой системы. В случае однородной системы все ядра релаксации R_{ij} одинаковы: $R_{ij} = R$, так что матрица обобщенных комплексных жесткостей представляет собой положительно определенную действительную матрицу, умноженную на комплексный скаляр: $\bar{C}_{ij} = C_{ij}[1 - \Gamma^c(\omega_R) - i\Gamma^s(\omega_R)]$. В нормальных координатах упругой задачи система (1) приобретает вид

$$\ddot{\theta}_n + \Omega_n^2 \theta_n (1 - \Gamma^c - i\Gamma^s) = \Psi_n, \quad (3)$$

где Ω — комплексная собственная частота упругой системы; Ψ_n — обобщенная сила, соответствующая n -й нормальной координате. Система (3) распалась на n отдельных уравнений. Это означает, что движение механической вязкоупругой системы представляет собой суперпозицию независимых нормальных колебания затухают, а вынужденные имеют конечную резонансную амплитуду. Основное же свойство консервативных систем — возможность возбуждения колебания одной нормальной координаты без возбуждения остальных — полностью сохраняется и в случае однородной вязкоупругой системы. Положение радикально меняется в случае диссипативно неоднородной системы. Здесь обобщенная комплексная жесткость представляет собой сумму двух матриц — действительной и комплексной, которые вообще говоря, не являются подобными. Три симметричные неподобные матрицы обобщенных (матрицы обобщенных масс, действительная и мнимая части матрицы обобщенных жесткостей) не могут приводить C_k к диагональному виду одним невырожденным преобразованием. Поэтому в случае неоднородной системы уравнение Лагранжа в нормальных координатах упругой системы имеет вид

$$\ddot{\theta}_n + \Omega_n^2 \theta_n - \Omega_n^2 \sum_{j=1}^N (\theta_{nj}^c + \theta_{nj}^s) \theta_j = \Psi_k,$$

где $\theta_{nj}^c, \theta_{nj}^s$ — неотрицательного определение действительные матрицы. Система (4) состоит из N связанных между собой уравнений.

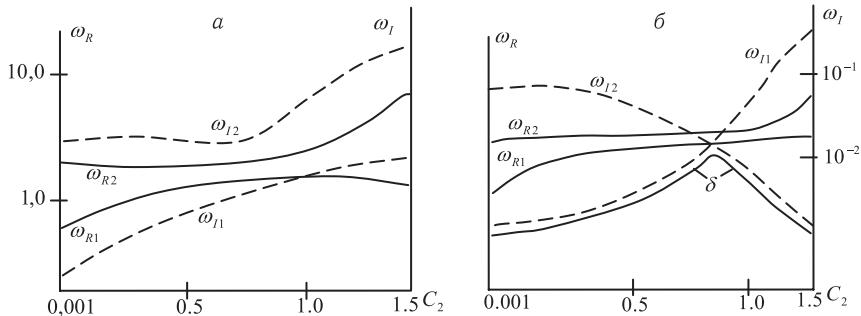


Рис. 1. Зависимость комплексных частот от C_2

Каждое движение неоднородной системы представляет собой суперпозицию взаимодействующих колебаний нескольких нормальных координат, причем это взаимодействие различных нормальных координат, наиболее интенсивное при близких собственных частотах, приводит к интенсификации диссипативных процессов в системе.

1. Бозоров М. Б., Сафаров И. И., Шокин Ю. И. Численное моделирование колебаний диссипативно однородных и неоднородных механических систем. — Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1996. — 189 с.
2. Сафаров И. И. Колебания и волны в диссипативно неоднородных средах и конструкциях. — Ташкент: Фан, 1992. — 250 с.

КОЛЕБАНИЯ ЦИЛИНДРА С ВНЕШНИМ ДЕМПФЕРОМ И СООТНОШЕНИЯ ОРТОГОНАЛЬНОСТИ

И. И. Сафаров¹, Б. З. Нуридинов², А. О. Умаров²

¹*ТХТИ, Ташкент, Узбекистан; ²БухИТИ, Бухара, Узбекистан*

В работе рассматриваются собственные колебания цилиндрических тел с внешним трением. Показано изменение комплексных частот от параметров трения. Частотное уравнение решается численно, т.е. методом Мюллера. Рассмотрим задачу о колебаниях бесконечного упругого цилиндра с внешним трением на границе. Замкнутая система уравнений свободных малых колебаний упругого цилиндрического тела имеет вид:

$$\mu \nabla^2 \vec{u} + (\lambda + \mu) \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{u} = \rho \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2}, \quad \sigma_{ij} = \lambda \theta \delta_{ij} + 2\mu \varepsilon_{ij}, \quad (1)$$

где \vec{u} — вектор перемещений; λ, μ — коэффициенты Ламе; ρ — плотность цилиндра; σ_{ij} — тензор напряжений; ε_{ij} — тензор деформаций. На части границы r_0 заданы перемещения: $\vec{u} = 0$ на части; R — напряжения: $\sigma = \partial \vec{u} / \partial t$. А также заданы начальные условия: $\vec{u}|_{t=0} = 0$; $\frac{\partial \vec{u}}{\partial t}|_{t=0} = 0$. Рассмотрим задачу в цилиндрической системе координат (r, θ, z) . С краевыми условиями при $r = R$:

$$\sigma_{r\theta} = -\alpha_2 \frac{\partial u_\theta}{\partial t} \sigma_{rz} = -\alpha_3 \frac{\partial u_z}{\partial t} \sigma_{rr} = -\alpha_1 \frac{\partial u_r}{\partial t}, \quad (2)$$

где R — радиус цилиндра; $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ — параметры внешнего трения. Рассмотрим задачу в цилиндрической системе координат (r, θ, z) . Предполагая, что координата z не влияет на процесс колебаний, получим систему уравнений, распадающуюся на две независимые задачи [1]:

$$\frac{\partial \sigma_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta z}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_{rz}}{r} - \rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} = f, \quad \sigma_{rz} = \mu \left(\frac{\partial u_z}{\partial r} + \frac{\partial u_r}{\partial z} \right), \quad \sigma_{\theta z} = \mu \left(\frac{\partial u_z}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial z} \right), \quad (3a)$$

$$\frac{\partial \sigma_{rr}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{\sigma_{rr} - \sigma_{\theta\theta}}{r} - \rho \frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2} = f_r, \quad (3b)$$

$$\frac{\partial \sigma_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_{\theta\theta}}{\partial \theta} + \frac{2\sigma_{r\theta}}{r} - \rho \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial t^2} = f_\theta,$$

$$\sigma_{rr} = 2\mu \frac{\partial u_r}{\partial r} + \lambda \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} - \frac{u_r}{r} \right), \quad \sigma_{r\theta} = 2\mu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{\partial u_\theta}{\partial r} + \frac{u_r}{r} \right),$$

$$\sigma_{\theta\theta} = 2\mu \left(\frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r}{r} \right) + \lambda \left(\frac{\partial u_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial u_\theta}{\partial \theta} + \frac{u_r}{r} \right).$$

Тогда назовем краевую задачу (3a) — антиплюской, а (3b) — плоской или задачей о плоских колебаниях цилиндра.

Если вынуждающая сила $f = F(r)e^{i\omega t} \cos n\theta$ — решение уравнения (3) имеет вид $u = U(r)e^{i\omega t} \cos n\theta$, тогда задача о колебаниях в перемещениях примет вид:

$$\mu u'' + \frac{\mu}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \rho \omega^2 u - F \quad (4)$$

с краевыми условиями:

$$\begin{cases} u(a) = 0, \\ i\omega \alpha u|_{r=R} + \frac{\partial u}{\partial t}|_{r=R} = 0, \end{cases} \quad (5)$$

где ω — частота вынуждающей силы. В указанной работе для собственных функций спектральной задачи получены два соотношения обобщенной ортогональности. Для упругого тела с внешним трением они примут вид:

$$(x_k, x_e)_1 = \int_{\Omega} [\rho v_k v_e - \sigma_1(v_k) \dots \varepsilon(v_e)] d\Omega, \quad (x_k, x_e)_2 = - \int_{\Omega} [\rho v_k v_e + v_k(v_e)] d\Omega + \int_{r_1} v_k B v_e dr,$$

где x_k, x_e — любое два решения краевой задачи, соответствующие различным собственным значениям, Ω — область решения задачи, в нашем случае — кольцо с внутренней окружностью $r = a$, внешней с $r = R$, r_1 — часть границы на которой заданы напряжения, $\sigma_1(\nu)$ — тензор упругих напряжений, u, v — собственные функции формы

$$(x_k, x_e)_1 = \int_{\Omega} [\rho v_k v_e - \sigma_1(v_k) \dots \varepsilon(v_e)] d\Omega$$

краевой задачи, $x_k = \begin{Bmatrix} u_k \\ v_k \end{Bmatrix}, x_e = \begin{Bmatrix} u_e \\ v_e \end{Bmatrix}$.

Для нашей конкретной задачи соотношения ортогональности примут вид:

$$(x_k, x_e)_1 = 2\pi \int_a^R \rho(i\omega_k u_k - i\omega_e u_e) r - \mu u'_k u'_e r dr, \quad (6)$$

$$(x_k, x_e)_2 = -2\pi \int_a^R \rho(i\omega_k u_k u_e + i\omega_e u_k u_e) r dr - 2\pi \alpha u'_k u'_e R \Big|_{r=a}. \quad (7)$$

Теперь умножим скалярно уравнение (6) на $r u_k$, а уравнение (7) — на $r V_k$:

$$2\pi \int_a^R \left(\mu u'' + \frac{\mu}{r} - \rho i\omega u - f \right) r u_k dr = 0; \quad 2\pi \int_a^R (\rho V - \rho i\omega u) r V_k dr = 0,$$

Сложив полученные уравнения и произведя замену переменных в одном из интегралов $(ru'' + u')dr = d(ru')$, получим:

$$2\pi \left\{ \int_a^R \mu u_k d(ru') + \int_a^R \rho V V_k r dr - i\omega \int_a^R \rho V u_k r dr - i\omega \int_a^R \rho u V_k r dr - \int_a^R f u_k r dr \right\} = 0, \quad (8)$$

$$\mu \frac{\partial u}{\partial t} \Big|_{r=e} = -\alpha i\omega u, \quad u(a) = 0.$$

Теперь учитывая краевые условия, видим, что выражение (8) можно записать в виде:

$$\sum_{i=1}^{\infty} c_i 2\pi \int_a^R \rho i\omega_i u_i - i\omega_k u_k r - \mu u'_k u'_k r dr - 2\pi i\omega \sum_{i=1}^{\infty} c_i \int_a^R \rho \left(\int_a^R i\omega_i V_i u_k + u_i i\omega_k u_k \right) - 2\pi \alpha u_k u_i R - \int_a^R f u_k r dr = 0.$$

Вспоминая выражения для скалярных квадратов (7), (8) и учитывая, что $(x_k, x_e)_1 = 0$, $(x_k, x_e)_2 = 0$ при $\omega_k \neq \omega_e$, получим:

$$c_k(x_k, x_k)_1 + i\omega c_k(x_k, x_k)_2 - (f, u_k) = 0, \quad c_k = \frac{(f, u_k)}{(-\lambda_k + i\omega)(x_k, x_k)}.$$

Теперь зная выражение для c_k , можем найти решение рассматриваемой задачи x .

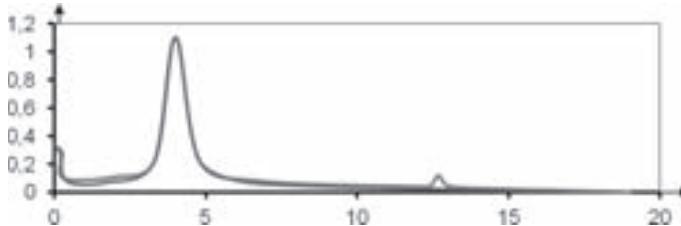


Рис. 1. Зависимости собственных форм от частоты вынуждающей силы

Интегралы при вычислении скалярного квадрата и (f, x_k) считались численным методом Симпсона. Результаты представлены на рис. 1 (показаны зависимости собственных форм от частоты вынуждающей силы, единицей обозначено решение найденное аналитическим методом, 2 — при представлении решения в виде суммы из двух слагаемых, 3 — где различие заметно — решение в виде суммы четырех слагаемых), для $\alpha = 0,2; 0,9; 1,0; 10,0$ соответственно. При этом нельзя не отметить, что при очень малых (α порядка 0,2–0,5) и при очень больших ($\alpha = 10$) уже при четырех членах разложения погрешность составляет десятые доли процентов.

- Бозоров М. Б., Сафаров И. И., Шокин Ю. И. Численное моделирование колебаний диссипативно однородных и неоднородных механических систем. — Новосибирск: Изд-во СО РАН, 1966. — 188 с.

ВОЗДЕЙСТВИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ УПРУГИХ ВОЛН В СЛОИСТЫХ ЦИЛИНДРИЧЕСКИХ ТЕЛАХ

И. И. Сафаров¹, Н. Б. Отажонова², О. И. Раджабов²

¹ТХТИ, Ташкент, Узбекистан; ²БухИТИ, Бухара, Узбекистан

Постановка задачи. На N -слойный цилиндр падают нестационарные волны напряжения $\sigma_{xx}^{(i)}$ и $\sigma_{xy}^{(i)}$, фронт которых параллелен продольной оси цилиндра [1]. Требуется определить динамическое напряженно-деформированное состояние цилиндра и окружающей его среды, вызванное падающим импульсом напряжения. Предположим, что время t отсчитывается с момента, когда падающий импульс коснется поверхности внешнего $(N - 1)$ -го цилиндра в точке $r = r_N$, $\theta = 0$. До этого момента сохраняется покой. В соответствии с изложенным, задача отыскания поля дифрагированных волн и напряженно-деформированного состояния, вызванного падающим импульсом [1, 2]

$$\sigma_{xx}^{(i)} = \sigma_0 H(\hat{t}), \quad \sigma_{xy}^{(i)} = \sigma_0 \frac{v_N}{1 - v_N} H(\hat{t}), \quad \hat{t} = t - (x + r_N)/C_{PN}, \quad (1)$$

где σ_0 — амплитуда падающих волн; $H(\hat{t})$ — единичная функция Хевисайда, сводится к решению дифференциальных уравнений. Сначала найдем решение для плоской ступени частной волны. Тензор напряжения в общем виде $\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^{(p)} + \sigma_{ij}^{(s)}$, где $\sigma^{(p)}$ — напряжение при падающих волнах, $\sigma^{(s)}$ — напряжение отраженных волн. В полярной системе координат, связанной с цилиндром, напряжения и смещения в падающей волне $r = r_n$ имеют вид:

$$\begin{aligned} \sigma_{rrn}^0 &= \sigma_0 [(\varepsilon_n + 1) \cos 2\theta] H_0(z)/2, & \sigma_{r\theta n}^0 &= \sigma_0 (\varepsilon_n - 1) \sin 2\theta H_0(z)/2, \\ \sigma_{\theta\theta n}^0 &= \sigma_0 [\varepsilon_n - (\varepsilon_n + 1) \cos 2\theta] H_0(z)/2, & z &= C_{pn} t - r_n + r_n \cos \theta, \quad \varepsilon_n = -\nu_n/(1 - \nu_n), \end{aligned}$$

где $H_o(z)$ — единичная функция Хэвисайда; σ_0 — напряжения на фронте волны, распространяющейся в направлении x_1 ; r_i — радиус слоистых тел; C_{pi} — скорость волны расширения; ν_j — коэффициент Пуассона; ρ_j — плотности среды. Применяя к уравнениям интегральное преобразование Фурье по времени, записываем в виде:

$$\varphi^F(w) = \int_{-\infty}^{\infty} \varphi(\tau) \exp(-iw\tau) d\tau, \quad \varphi(\tau) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \varphi^F(w) \exp(iw\tau) dw, \quad (2)$$

где w — параметр преобразования Фурье по времени, $\varphi^F(w)$ — изображение функции $\varphi(t)$. Волновое уравнение после применения преобразования Фурье принимает следующий вид:

$$\partial^2 \varphi_i / \partial x_i^2 + \partial \varphi_i / \partial y_i^2 - (w/c_{pi}^2) \varphi_i = 0, \quad \partial^2 \psi_i / \partial x_i^2 + \partial \psi_i / \partial y_i^2 - (w/c_{si}^2) \psi_i = 0, \quad (3)$$

для (r_i, θ_i) координатах (3) записывается в виде:

$$\begin{aligned} \partial^2 \varphi_i^F / \partial y_i^2 + (1/y_i) \partial \varphi_i^F / \partial y_i + (1/y_i^2) \partial^2 \psi_i^F / \partial \theta_i^2 - (w/c_{pi})^2 \psi_i^F &= 0, \\ \partial^2 \psi_i^F / \partial y_i^2 + (1/y_i) \partial \psi_i^F / \partial y_i + (1/y_i^2) \partial^2 \psi_i^F / \partial \theta_i^2 - (w/c_{pi})^2 \psi_i^F &= 0. \end{aligned} \quad (4)$$

Решение волнового уравнения (4) выражается через тригонометрические и специальные функции. Здесь $\gamma_1 = (\xi^2 + w^2/c_{pi}^2)^{1/2}$, $\gamma_2 = (\xi^2 + k^2\rho/c_{pi}^2)^{1/2}$, $R^2 = 2(1-\nu)/(1-2\nu)K_n$ — модифицированная функция Бесселя n -го порядка. Границные условия на контакте двух цилиндрических поверхностей приведены в первой главе. На бесконечности $r \rightarrow \infty$ выполняются условие Земмерфельда [2]. Задача решается при однородных начальных условиях. Обратное преобразование осуществляется численно методом Ромберга. Потенциалы (φ, ψ) , радиальное и тангенциальное перемещения с оболочки w и v для падающей волны получены с помощью интеграла Дюаме. Пусть ступенчатые волны взаимодействуют с цилиндрическим отверстием при $r = r_0$ и отверстием свободного от напряжения $(\sigma_{rr}|_{r=a} = \sigma_{r\theta}|_{r=a} = 0)$. Единственным напряжением, которое не обращается в нуль при $r = r_0$, является кольцевое напряжение $\sigma_{\theta\theta n}/\sigma_0$. Применив преобразование Фурье к уравнению движения и граничным условиям, получим выражение для кольцевых напряжений при $(\sigma_{rr} = \sigma_0 H(t) \cos t, \sigma_{r\theta} = \tau_0 H(t) \sin \theta)$

$$\begin{aligned} \sigma_{\theta\theta n}^* &= \frac{\sigma_{\theta\theta n}(r_0, \theta, t)}{\sigma} = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\Delta_1(r_0\Omega) e^{i\Omega t}}{\Omega_1 [\Delta_1 \Delta_2 + \Delta_3 \Delta_4]} d\Omega, \\ \Delta_1(r_0\Omega) &= (\Delta_3 + \tau_0 E) [2\Omega H_{n-1}^{(1)}(\Omega) - ((2n^2 + 2n) + \Omega^2) H_n^{(1)}(\Omega)] + \\ &+ [\tau_0 \Delta_2 - \Delta_4] \left[2n(n+1) H_n^{(1)}((C_{p1}/C_{s1})\Omega) + \frac{2C_{p1}\Omega}{C_{s1}} H_{n-1}^{(1)}\left(\frac{C_p}{C_s}\Omega\right) \right]. \end{aligned} \quad (5)$$

Выражение (Δ_k) ($k = 1, 2, 3, 4, 5$) приведено в работе [1]. Несобственный интеграл (5) решается численно по разработанным алгоритмам. Практически вычисление (4) на ЭВМ можно провести следующим образом. Поскольку численное интегрирование в бесконечных пределах немыслимо, то интеграл (5) заменяется на

$$\sigma_{\theta\theta n}^* = \frac{1}{2\pi} \int_{\omega_a}^{\omega_b} \frac{\Delta_1(r_0\Omega_1)}{\Omega_1 [\Delta_2 \Delta_3 + \Delta_4 \Delta_5]} e^{-i\Omega_1 t} d\Omega_1. \quad (6)$$

Значения пределов интегрирования ω_a, ω_b подбираются в зависимости от вида падающего импульса. Численные значения спектральной плотности $\sigma_{rr}^{(i)F}(\Omega)$ из (6)

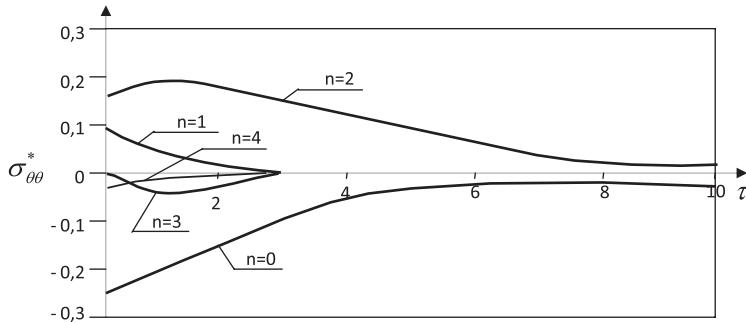


Рис. 1. Зависимость кольцевого напряжения от времени $\sigma_{\theta\theta}^*$

конечного падающего импульса лишь в небольшом диапазоне частоты Ω существенно τ отличается от нуля. Пределы интегрирования ω_a , ω_b следует подбирать в соответствии с этим диапазонами с учетом требуемой точности. При этом остается открытым вопрос о том, какую погрешность внесет пренебрежение вкладом интегралов типа (6) в пределах интегрирования от $-\infty$ до ω_a и от ω_b до ∞ . Результаты расчетов приведены на рис. 1, при различных значениях n .

1. Гузь А. Н., Кубенко В. Д., Черевенко М. А. Дифракция упругих волн. — М.: Наука, 1978. — 308 с.
2. Pao Y.-H., Mow C.-C. Diffraction of Elastic Waves and Dynamic Stress Concentrations. — New York: Grane Russak & London: Adam Hilger, 1973. — 694 p.

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ ПАРАМЕТРОВ ПРОЧНОСТИ ОРИГИНАЛЬНЫХ КОНСТРУКЦИЙ МЕТАЛЛОПОЛИМЕРНЫХ СОЕДИНЕНИЙ НА БАЗЕ ТЕХНОЛОГИИ GBSE*

А. П. Соколов, В. Н. Щетинин, А. С. Сапелкин

МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия

Внедрение твердых тел в клеевой шов способно значительно повысить величину предельных сжимаемых напряжений [1], так как передача нагрузки в этом случае проводится через поверхности контакта металлических деталей (рис. 1), уменьшая

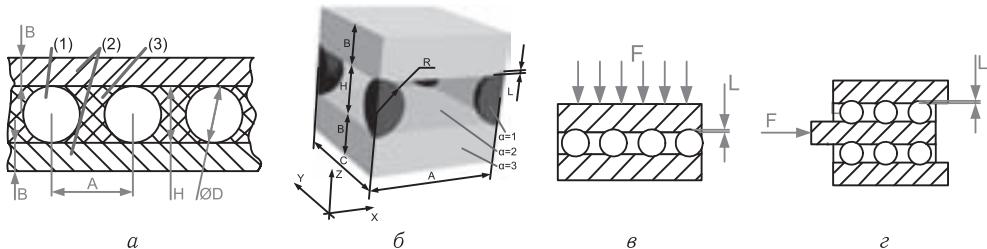


Рис. 1. Общая (а), трехмерная (б) схемы рассматриваемого неразъемного клеевого соединения, армированного сферическими включениями: (1) — включения, (2) — склеиваемые детали, (3) — клей. Схемы нагружения: сжатие (в), сдвиг (г), L — глубина вдавливания

*Исследование выполнено при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований в рамках научного проекта № 15-08-06447.



Рис. 2. Сетевая модель инструмента решения («решателя») задачи поиска ЭУПХ методом гомогенизации в рамках технологии GBSE. Разработка реализована в рамках PBC GCD

ослабление полимерного слоя. Как показали экспериментальные исследования [2], при вдавливании внедряемых тел в поверхности склеиваемых деталей, увеличивается средний модуль сдвига kleевого шва.

Целью работы было численно определить: а) зависимости упруго-прочностных характеристик kleевого шва, армированного сферическими включениями, от размеров и взаимного расположения внедряемых тел; б) построить сечения поверхностей прочности первичного разрушения армированного kleевого шва [3]. Известными считались упруго-прочностные свойства отдельных компонент рассматриваемого адгезивного соединения. В задачи исследования входила проверка влияния

глубины вдавливания L внедряемых тел в склеиваемые поверхности на прочность kleевого соединения при сжатии и сдвиге (рис. 1, в, г).

Решение задачи осуществлялось численно с помощью метода многомасштабной гомогенизации (МГ) [4], программная реализация которого была создана ранее в рамках Распределенной вычислительной системы GCD (PBC GCD) на базе применения технологии GBSE [5]: полная сетевая модель метода гомогенизации представлена на рис. 2.

МГ активно применяется для моделирования процессов деформирования композиционных материалов (КМ) [6, 7]. В процессе проведенных экспериментальных исследований внедряемые в kleевой шов включения располагались в строго периодическом порядке, поэтому для расчета эффективных упруго-прочностных характеристик (ЭУПХ) применялся МГ.

Вычислительные эксперименты по определению ЭУПХ исследуемых kleевых соединений проводился на вычислительном узле с архитектурой Intel MIC.

При фиксированных значениях параметров геометрии: $A = 4$ [мм], $R = 1,5$ [мм], $B = 5$ [мм] варьировалось значение глубины вдавливания L . В связи с высокой чувствительностью модели расчета пределов пропорциональности к концентраторам напряжений, некоторые зависимости были аппроксимированы полиномами низких степеней с целью фильтрации высокочастотных осцилляций.

В работе были численно подтверждены результаты экспериментальных исследований проводимых ранее, что позволяет сделать вывод о возможности численного проектирования армированных неразъемных соединений рассматриваемого типа с заранее заданными характеристиками методом реверсивной гомогенизации [8].

1. Игнатов А. В. Исследование энергоэффективных адгезивных высокопрочных металло-полимерных соединений // Материалы международного форума «IV Международный Балтийский морской форум» [Электронный ресурс]: Калининград, 22–28 мая 2016 г. — С. 180–192.
2. Игнатов А. В., Постникова Е. С. Оптимизация проектирования и сборки kleевых соединений в современном машиностроении // Главный механик. — 2014. — С. 24–29.
3. Соколов А. П., Щетинин В. Н., Сапелкин А. С. Параллельный алгоритм построения поверхности прочности КМ для архитектуры Intel MIC (Intel Many Integrated Core Architecture) // ПРОГРАММНЫЕ СИСТЕМЫ: ТЕОРИЯ И ПРИЛОЖЕНИЯ. — 2016. — 7:2(29). — С. 3–25.
4. Бахвалов Н. С., Панасенко Г. П. Осреднение процессов в периодических средах. — М.: Наука, 1984.
5. Соколов А. П., Щетинин В. Н., Макаренков В. М. Опыт применения теории графов для создания гибких сопровождаемых масштабируемыми программными реализаций сложных вычислительных методов // Материалы XIX Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2015), 24–31 мая 2015 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2015. — С. 172–174.
6. Dimitrienko Yu. I., Sokolov A. P. Numerical modeling of composites with multiscale microstructure // Bulletin of the Russian Academy of Sciences. Physics. — 2011. — V. 75, Issue 11. — P. 1457–1461.
7. Li L. Y., Wen P. H., and Aliabadi M. H. Meshfree modeling and homogenization of 3d orthogonal woven composites // Composites Science and Technology. — 2011. — V. 71, Issue 15. — P. 1777–1788.
8. Соколов А. П., Першин А. Ю., Макаренков В. М., Щетинин В. Н., Сапелкин А. С. Проектирование композиционных материалов методом реверсивной многомасштабной гомогенизации // Материалы XXIX Международной научной конференции «Математические методы в технике и технологиях» (ММТТ-29). — Санкт-Петербург: СПбГТУ, 2016.

УСТОЙЧИВОСТЬ ТРЕХСЛОЙНОЙ ОБОЛОЧКИ С КОЛЬЦЕВЫМИ РЕБРАМИ В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ ГАЗА

Ю. С. Соломонов, В. П. Георгиевский, А. Я. Недбай, М. А. Конопельчев

АО «Корпорация «МИТ», Москва, Россия

В настоящее время имеется ряд работ, посвященных флаттеру гладких цилиндрических оболочек [1, 2]. Однако класс трехслойных подкрепленных оболочек оказался практически неизученным.

Рассмотрим шарнирно опертую трехслойную цилиндрическую оболочку с несимметричными ортотропными слоями и легким заполнителем, подкрепленную кольцевыми ребрами и обтекаемую по внешней поверхности сверхзвуковым потоком газа. Будем считать, что ребра связывают оба несущих слоя, расположены сравнительно редко и взаимным влиянием тангенциальных контактных усилий, а также радиальных инерционных сил можно пренебречь. По торцам оболочка нагружена осевыми сжимающими силами.

Введем безразмерную систему цилиндрических координат, в которой за координатную поверхность принята срединная поверхность заполнителя. Тогда уравнения движения оболочки можно представить в виде [3]

$$L_{k1}u_\alpha + L_{k2}v_\alpha + L_{k3}w + L_{k4}u_\beta + L_{k5}u_\beta + \\ + (\delta_{k2} + \delta_{k3} + \delta_{k5}) \sum_{i=1}^N [l_{k2}^{(i)}v_{\alpha i} + l_{k3}^{(i)}w_i + l_{k5}^{(i)}v_{\beta i}] \delta(\alpha - \alpha_i) = 0 \quad (k = 1, 2, \dots, 5), \quad (1)$$

где L_{kj} , l_{kj} — дифференциальные операторы, имеющие вид

$$l_{22}^{(i)} = \frac{E_i F_i}{R} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2}; \quad l_{23}^{(i)} = l_{32}^{(i)} = \frac{E_i F_i}{R} \frac{\partial}{\partial \beta}; \quad l_{25}^{(i)} = l_{52}^{(i)} = -2 \frac{\varepsilon_i E_i F_i}{R h_0} \frac{\partial^2}{\partial \beta^2}; \\ l_{33}^{(i)} = \frac{1}{R} \left(E_i F_i - a_i \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} \right) + \rho_i F_i R \frac{\partial^2}{\partial t^2}; \quad l_{35}^{(i)} = l_{53}^{(i)} = -\frac{2}{R h_0} (\varepsilon_i E_i F_i + R a_i) \frac{\partial}{\partial \beta}; \\ l_{55}^{(i)} = -\frac{4}{R h_0^2} \left[a_i R^2 - E_i (\varepsilon_i^2 F_i + I_i) \frac{\partial^2}{\partial \beta^2} \right]; \quad 2\varepsilon_i = r_i^B + r_i^H; \quad a_i = 5G_i F_i / 6;$$

α , β — безразмерные координаты вдоль образующей и в окружном направлении срединной поверхности заполнителя, принятой за координатную поверхность; w , u_α , u_β , v_α , v_β — нормальное и приведенные осевые и тангенциальные перемещения соответственно верхнего и нижнего несущих слоев; E_i , G_i , ρ_i — модуль упругости, модуль сдвига и плотность материала i -го ребра; F_i , I_i — площадь и момент инерции ребра; N — количество ребер; $\delta(\alpha)$ — дельта-функция; δ_{kj} — символ Кронекера; r_i^B , r_i^H — соответственно расстояния от оси ребра до срединной поверхности верхнего и нижнего слоев.

Решение уравнений (1) будем искать в виде

$$\{u_\alpha, u_\beta\} = \cos n\beta \sum_{m=0}^{\infty} \{A_{1m}, A_{4m}\} e^{\omega t} \cos \gamma_m \alpha, \\ \{v_\alpha, v_\beta\} = \sin n\beta \sum_{m=1}^{\infty} \{A_{2m}, A_{5m}\} e^{\omega t} \sin \gamma_m \alpha, \quad w = \cos n\beta \sum_{m=1}^{\infty} A_{3m} e^{\omega t} \sin \gamma_m \alpha, \quad (2)$$

где $\gamma_m = m\pi/\alpha_0$; $\alpha_0 = L/R$; L — длина оболочки; ω — комплексная частота; A_{1m}, \dots, A_{5m} — постоянные коэффициенты.

Раскладывая дельта-функцию в тригонометрический ряд, подставим (2) в (1) и, используя метод Бубнова–Галеркина, получим бесконечную систему алгебраических уравнений относительно постоянной A_{3m}

$$\sum_{m=1}^{\infty} \left[\delta_{km} (\xi_{1k} - \lambda) + \sum_{j=1}^N H_{km}^{(j)} + b_1 Q_{km} \right] A_{3m} = 0 \quad (k = 1, 2, 3, \dots), \quad (3)$$

где $\xi_{1k} = \Delta_k / D_{33}^{(k)}$; $\xi_{2k} = D_{23}^{(k)} / D_{33}^{(k)}$; $\xi_{3k} = D_{53}^{(k)} / D_{33}^{(k)}$; $-\lambda = b_2 \omega^2 + b_3 \omega$;

$$H_{km}^{(j)} = \frac{2}{R\alpha_0} \left\{ E_j F_j \left[1 + n \left(\frac{2\xi_{3k}\varepsilon_j}{h_0} - \xi_{2k} \right) \right] + a_j n \left(n + 2\xi_{3k} \frac{R}{h_0} \right) \right\} \sin \gamma_k \alpha_j \sin \gamma_m \alpha_j;$$

$$b_1 = \kappa p_0 R M; \quad b_2 = F_0 R^2 + \frac{2R}{\alpha_0} \sum_{i=1}^N F_i \rho_i \sin^2 \frac{\pi \alpha_i}{\alpha_0}; \quad b_3 = \kappa p_0 R^2 / c_0;$$

$$Q_{km} = \begin{cases} \frac{4}{\alpha_0} \frac{mk}{k^2 - m^2}, & (k \pm m) — \text{нечетное число,} \\ 0, & (k \pm m) — \text{четное число,} \end{cases}$$

κ, p_0, c_0 — показатель политропы, давление и скорость звука невозмущенного потока; M — число Маха; $D_{23}^{(k)}, D_{33}^{(k)}, D_{53}^{(k)}, \Delta_k$ — алгебраические дополнения и определитель матрицы, некоторые элементы которой имеют вид

$$\begin{aligned} a_{22} &= -B_{33} \gamma_k^2 - B_{22} n^2 - \frac{2n^2}{R\alpha_0} \sum_{j=1}^N E_j F_j \sin^2 \gamma_k \alpha_j; \\ a_{23} &= -B_{22} n; \quad a_{24} = a_{42} = (\bar{B}_{12} + \bar{B}_{33}) \gamma_k n; \\ a_{25} &= a_{52} = -\bar{B}_{33} \gamma_k^2 - \bar{B}_{22} n^2 + \frac{4n^2}{Rh_0 \alpha_0} \sum_{j=1}^N \varepsilon_j E_j F_j \sin^2 \gamma_k \alpha_j; \\ a_{32} &= B_{22} n + \frac{2n}{R\alpha_0} \sum_{j=1}^N E_j F_j \sin^2 \gamma_k \alpha_j; \\ a_{33} &= \frac{D_{11}}{R^2} \gamma_k^4 + \frac{2(D_{12} + D_{33})}{R^2} \gamma_k^2 n^2 + \frac{D_{22}}{R^2} n^4 + \frac{h_0^2}{h} (G_{13} \gamma_k^2 + G_{33} n^2) - T_\alpha \gamma_k^2 + B_{22}; \\ a_{35} &= \left(\bar{B}_{22} - \frac{2Rh_0}{h} G_{23} \right) n - \frac{4n}{Rh_0 \alpha_0} \sum_{j=1}^N (\varepsilon_j E_j F_j + Ra_j) \sin^2 \gamma_k \alpha_j; \\ a_{55} &= -B_{33} \gamma_k^2 - B_{22} n^2 - \frac{4R^2}{h} G_{23} - \frac{8}{Rh_0^2 \alpha_0} \sum_{j=1}^N [a_j R^2 + E_j (\varepsilon_j^2 F_j + I_j) n^2] \sin^2 \gamma_k \alpha_j. \end{aligned}$$

Учет тангенциальных контактных усилий повышает точность расчета на $\approx 20\%$.

Редуцируя систему уравнений (3), с помощью метода Данилевского приведем исходную матрицу к матрице Фробениуса. В результате получим характеристическое уравнение в следующем виде:

$$\lambda^n - A_{n-1} \lambda^{n-1} + A_{n-2} \lambda^{n-2} - \dots - A_1 \lambda + A_0 = 0, \quad (4)$$

где A_n — известные вещественные коэффициенты.

Полагая $\lambda = \lambda_1 + i\lambda_2$ и отделяя в (4) действительную часть комплексных собственных значений от мнимой, получим систему уравнений относительно λ_1 и λ_2 . Понижая порядок уравнения для λ_1 с помощью алгебраических операций и используя уравнение параболы устойчивости [4]

$$\theta\lambda_1 = \lambda_2^2, \quad \theta = b_3^2/b_2,$$

получим систему двух уравнений. Для $n = 8$ она имеет вид

$$\begin{aligned} C_0\lambda_1^7 + C_1\lambda_1^6 + C_2\lambda_1^5 + C_3\lambda_1^4 + C_4\lambda_1^3 + C_5\lambda_1^2 + C_6\lambda_1 + C_7 &= 0, \\ S_0\lambda_1^7 + S_1\lambda_1^6 + S_2\lambda_1^5 + S_3\lambda_1^4 + S_4\lambda_1^3 + S_5\lambda_1^2 + S_6\lambda_1 + S_7 &= 0, \end{aligned} \quad (5)$$

где $C_0 = 8$; $C_1 = 7A_7 - 56\theta$; $C_2 = 6A_6 - 35A_7\theta + 56\theta^2$;

$$C_3 = 5A_5 - 20A_6\theta + 21A_7\theta^2 - 8\theta^3; \quad C_4 = 4A_4 - 10A_5\theta + 6A_6\theta^2 - A_7\theta^3;$$

$$C_5 = 3A_3 - 4A_4\theta + A_5\theta^2; \quad C_6 = 2A_2 - A_3\theta; \quad C_7 = A_1;$$

$$S_0 = A_7 - 168\theta; \quad S_1 = 2A_6 - 133A_7\theta + 504\theta^2;$$

$$S_2 = 3A_5 - 100A_6\theta + 259A_7\theta^2 - 216\theta^3;$$

$$S_3 = 4A_4 - 70A_5\theta + 114A_6\theta^2 - 55A_7\theta^3 + 8\theta^4; \quad S_4 = 5A_3 - 44A_4\theta + 39A_5\theta^2 - 8A_6\theta^3;$$

$$S_5 = 6A_2 - 23A_3\theta + 8A_4\theta^2; \quad S_6 = 7A_1 - 8A_3\theta; \quad S_7 = 8A_0.$$

Используя критерий Рауса–Гурвица и приравнивая нулю результаант уравнений (5), можно определить критическую скорость потока в зависимости от конструктивных параметров оболочки.

Получены зависимости критической скорости обтекания от размеров, количества и места расположения ребер, а также длины оболочки.

1. Григорюк Э. И., Михайлов А. П. Флэттер трехслойных цилиндрических оболочек в сверхзвуковом потоке газа // Инженерный журнал. — 1965. — Т. 5, вып. 6. — С. 1087–1091.
2. Смирнов А. И. Собственные колебания и флаттер трехслойных цилиндрических оболочек в сверхзвуковом потоке газа // Докл. АН СССР. — 1969. — Т. 186, № 3. — С. 533–536.
3. Соломонов Ю. С., Георгиевский В. П., Недбай А. Я., Андрюшин В. А. Прикладные задачи механики композитных цилиндрических оболочек. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2013. — 408 с.
4. Огигалов П. М., Колтунов М. А. Оболочки и пластины. — М.: Изд-во МГУ, 1971. — 696 с.

РАСЧЕТ ДАВЛЕНИЯ, СОЗДАВАЕМОГО НА МАГНИТИЧИВШИМСЯ ЭЛАСТОМЕРОМ*

O. B. Столбов

ИМСС УрО РАН, Пермь, Россия

Мягкие магнитные эластомеры (ММЭ) находят применение в разнообразных smart-устройствах. Функциональность этих материалов обусловлена их способностью изменять форму под влиянием внешнего магнитного поля и определяется взаимодействием частиц и матрицы на мезоскопических (порядка размеров частиц)

*Работа выполнена при частичной финансовой поддержке гранта РФФИ №16-51-12001.

масштабах. Поскольку ММЭ — это многочастичные системы с дальнодействующими внутренними силами (магнитными и упругими), возможности аналитических методов для описания мезомеханики таких композитов ограничены. Это делает компьютерное моделирование приоритетным способом теоретического изучения ММЭ.

Представлена численная схема, обеспечивающая детальный расчет квазистатического структурообразования в образце ММЭ, содержащих около сотни частиц. Алгоритм организован следующим образом. Сначала для образца заданной формы методом конечных элементов при заданных граничных условиях вычисляется тензор линейного отклика L , связывающий между собой смещения границ образца и частиц внутри него с заданными на них силами. Полная энергия системы берется в виде суммы упругой (вычисляемой с помощью L) и магнитной энергий, а затем ищется минимум этой функции для каждого значения приложенного магнитного поля в предположении о несжимаемости матрицы и о взаимной непроницаемости частиц. Таким образом определяются равновесные смещения каждой из частиц, и давление, возникающее на границе образца ММЭ. Предложенный подход применим даже при значительной перестройке структуры.

Выполнена серия расчетов для кубических образцов ММЭ, содержащих 70 частиц, зажатых между двумя плоскостями. Найдено давление, создаваемое на поверхности образца в зависимости от приложенного магнитного поля, а также определено влияние механической преднагрузки на это давление.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КРУЧЕНИЯ СТЕРЖНЯ МНОГОСВЯЗНОГО СЕЧЕНИЯ

A. Г. Терентьев, А. О. Казакова

ЧГУ им. И. Н. Ульянова, Чебоксары, Россия

Рассмотрена математическая модель кручения стержня многосвязного сечения, которая может быть описана с помощью задачи Неймана для гармонической функции кручения. С использованием численного метода граничных элементов проведены расчеты и определено касательное напряжение на границе для некоторых частных случаев двусвязного сечения стержня. Приведены результаты исследования для случая тонкого отверстия, моделирующего трещину.

Задача Неймана для функции кручения. Рассматривается однородный цилиндр произвольного многосвязного сечения, находящийся под действием внешних крутящих моментов M и $-M$, приложенных на его торцах. Пусть верхнее основание малого слоя толщины dz цилиндра поворачивается относительно неподвижного основания на малый угол $d\varphi$. Можно считать, что $d\varphi/dz = \text{const} = \alpha$.

В [1] показано построение математической модели задачи о напряженно-деформированном состоянии стержня с помощью функции кручения f , которая удовлетворяет гармоническому уравнению:

$$\Delta f = \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f(x, y)}{\partial y^2} = 0. \quad (1)$$

Компоненты тензора напряжений σ выражаются через функцию f по формулам:

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{zz} = \sigma_{xy} = 0, \quad \sigma_{yz} = G \frac{\alpha}{2} \left(\frac{\partial f}{\partial y} + x \right), \quad \sigma_{xz} = G \frac{\alpha}{2} \left(\frac{\partial f}{\partial x} - y \right), \quad (2)$$

где G — модуль упругости (характеристика материала стержня).

Краевое условие для определения гармонической функции f может быть получено из условия равенства нулю вектора напряжения на боковой поверхности цилиндра:

$$p = \sigma_{xz}n_x + \sigma_{yz}n_y = 0,$$

где $n_x = \cos(\mathbf{n}, x) = dy/ds$, $n_y = \cos(\mathbf{n}, y) = -dx/ds$ — компоненты внешней нормали \mathbf{n} .

Тогда, с учетом равенств (2), получим условие Неймана для уравнения Лапласа (1):

$$\frac{\partial f}{\partial n} = yn_x - xn_y = y \frac{dy}{ds} + x \frac{dx}{ds} = \frac{d}{ds} \left(\frac{x^2 + y^2}{2} \right). \quad (3)$$

Касательное напряжение. Рассмотрим теперь вектор касательного напряжения τ , величина которого определяется в рамках рассматриваемой задачи по формуле [1]:

$$\tau = \sigma_{xz}n_y - \sigma_{yz}n_x.$$

Используя равенства (2), получим:

$$\tau = G \frac{\alpha}{2} \left(\frac{\partial f}{\partial y} + x \right) \frac{dy}{ds} + G \frac{\alpha}{2} \left(\frac{\partial f}{\partial x} - y \right) \frac{dx}{ds} = G \frac{\alpha}{2} \left(\frac{df}{ds} + x \frac{dy}{ds} - y \frac{dx}{ds} \right).$$

Поскольку функция кручения $f(x, y)$ определяется чисто геометрически для всех стержней с одинаковыми сечениями независимо от материала, то удобно в дальнейшем определять касательное напряжение, отнесенное к множителю $G\alpha/2$, которое также будет зависеть только от формы сечения стержня.

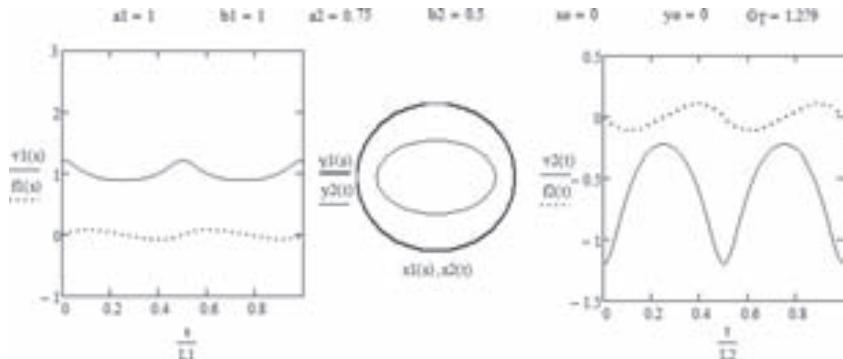


Рис. 1. Круглое сечение с эллиптическим отверстием

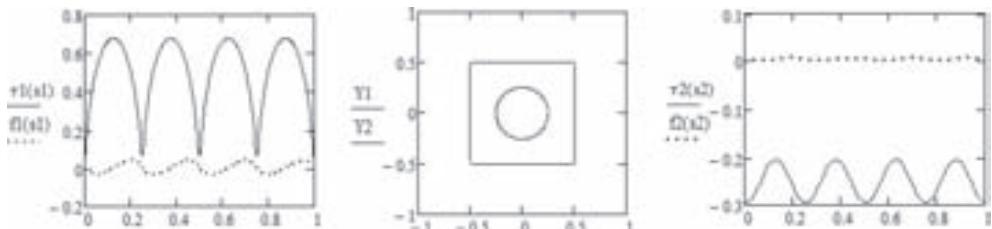


Рис. 2. Квадратное сечение с круглым отверстием

Результаты расчета кручения полых стержней различного сечения. В [2] было описано применение метода граничных элементов к решению задачи кручения стержня односвязного сечения. Аналогично может быть построен численный

алгоритм для стержня с отверстиями. На рис. 1–4 приведены результаты расчетов по полученному алгоритму для нескольких частных случаев формы двусвязного сечения стержня: сплошной линией изображены графики касательного напряжения, отнесенного к множителю $G\alpha/2$, точечной линией — графики функции кручения. На всех графиках индекс 1 соответствует внешней границе сечения, индекс 2 — внутренней; по оси абсцисс меняется дуговая координата, отнесенная к длине соответствующего контура.

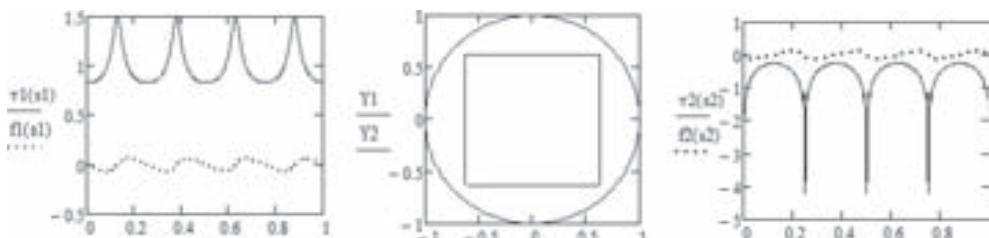


Рис. 3. Круглое сечение с квадратным отверстием

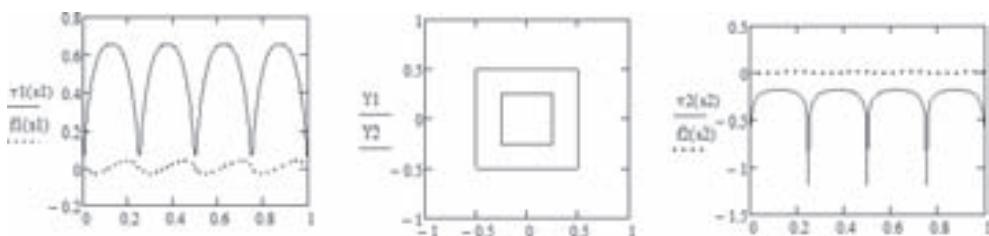


Рис. 4. Квадратное сечение с квадратным отверстием

Результаты расчета кручения стержня с трещиной. Тонкое отверстие в стержне, например, эллипс, одна ось которого очень мала по сравнению с другой, моделирует трещину. На рис. 5 показаны результаты расчета для такого случая (внешний контур — единичная окружность, внутренний контур — эллипс с полуосами $a = 0,001$, $b = 0,25$).

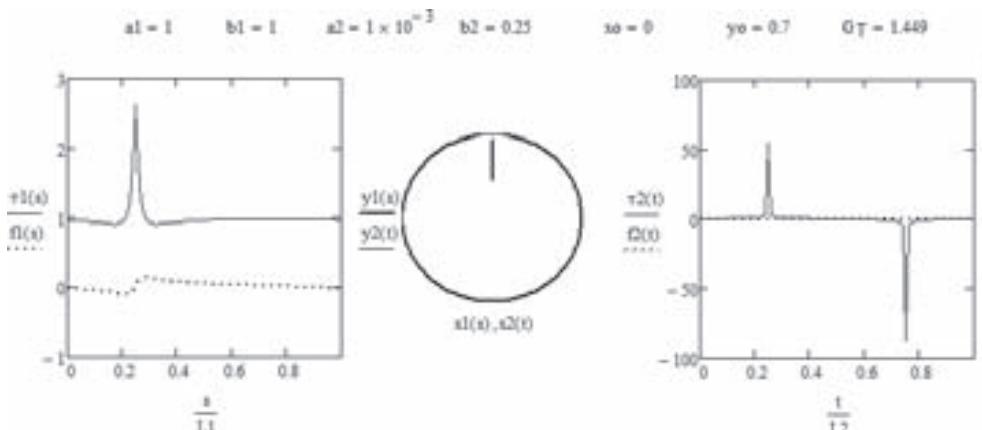


Рис. 5. Круглое сечение с тонким эллиптическим отверстием (трещина)

Из графиков видно, что касательное напряжение вблизи вершин трещины резко возрастает. На внешнем контуре всплеск касательного напряжения наблюдается лишь вблизи верхней точки, а на внутренней трещине — в двух ее вершинах. Резкое увеличение напряжения может стать причиной дальнейшего разрастания трещины и последующего разрушения материала.

1. Терентьев А. Г. Теория упругости с элементами сопротивления материалов и пластичности. — Чебоксары: Изд-во Чуваш. ун-та, 2016. — 264 с.
2. Казакова А. О. Применение метода граничных элементов к численному моделированию кручения стержня // Научные исследования: от теории к практике. — 2016. — № 3(9). — С. 25–30.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ МОБИЛЬНОГО РОБОТА СПЕЦИАЛЬНОГО НАЗНАЧЕНИЯ*

М. С. Товарнов¹, Н. В. Быков^{1,2}, Н. С. Власова¹

¹*МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия; ²ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН, Москва, Россия*

Необходимость применения для специальных операций в закрытых помещениях малогабаритных мобильных роботов с характерными размерами до 40 см ставит задачи построения универсальных механизмов перемещения таких роботов по твердым горизонтальным и вертикальным поверхностям. При этом особое внимание должно быть удалено исследованию и разработке средств перемещения робота по наклонным и отвесным поверхностям, обеспечивающим высокую мобильность и проходимость. Для этих целей предложено использовать конструкцию механизма перемещения, основанную на применении магнитных клейких лент. Концепция этого механизма перемещения представлена на рис. 1.

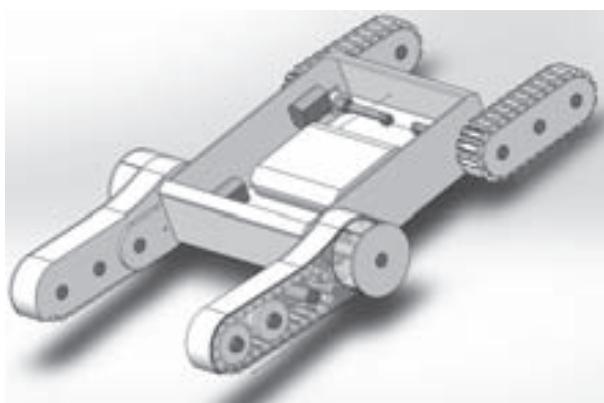


Рис. 1. Трехмерная модель мобильного робота специального назначения

Анализ работы мобильного робота и его элементов показывает [1], что весь механизм испытывает воздействие как внешних, так и внутренних сил. Причем затруднительно с точностью определить, какие силы являются внешними, а какими внутренними для каждого элемента или системы элементов. Поэтому все

*Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №16-29-0959616офи-м).

подвижные элементы робота рассматриваются как отдельные тела, обладающие определенными свойствами и воспринимающие внешние силы.

Математическая модель мобильного робота представлена в виде совокупности материальных тел (корпус, катки, траки гусениц), поверхностей взаимодействия (пол, стены) и взаимодействий между ними (рис. 2).

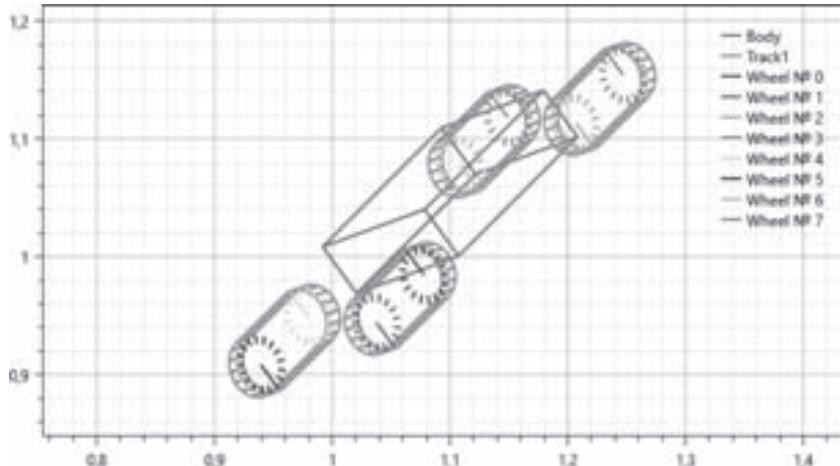


Рис. 2. Представление математической модели робота

Каждое материальное тело имеет свою локальную систему координат с началом в центре масс тела и осями, жестко связанными с самим телом. Также каждое тело обладает собственной массой (m) и тензором инерции (J).

Положение в мировом трехмерном декартовом пространстве каждого материального тела определяется при помощи радиус-вектора центра масс тела ($\vec{R}_{\text{ЦМ}}$) и матрицы направляющих косинусов $A = (a_{ij})$ локальной системы координат, связанной с телом. Матрица A формируется из кватерниона $\vec{q} = (q_0, q_1, q_2, q_3)$, описывающего поворот связанной системы координат относительно мировой [2].

Динамика каждого материального тела описывается следующей системой дифференциальных уравнений:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d^2\vec{R}_{\text{ЦМ}}}{dt^2} = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^n \vec{F}_i; \\ J \frac{d\vec{\omega}}{dt} + \vec{\omega} \times J \vec{\omega} = \sum_{i=1}^m \vec{M}_i + \sum_{i=1}^n \vec{r}_i \times \vec{F}_i; \\ \frac{dq_0}{dt} = -\frac{1}{2}(\omega_1 q_1 + \omega_2 q_2 + \omega_3 q_3); \\ \frac{dq_1}{dt} = \frac{1}{2}(\omega_1 q_0 - \omega_2 q_3 + \omega_3 q_2); \\ \frac{dq_2}{dt} = \frac{1}{2}(\omega_2 q_0 - \omega_3 q_1 + \omega_1 q_3); \\ \frac{dq_3}{dt} = \frac{1}{2}(\omega_3 q_0 - \omega_1 q_2 + \omega_2 q_1). \end{array} \right. \quad (1)$$

Здесь $\sum_{i=1}^n \vec{F}_i$ и $\sum_{i=1}^m \vec{M}_i$ — сумма сил сумма моментов, действующих на материальное тело, \vec{r}_i — радиус-вектор точки приложения i -й силы в связанной системе

координат; $\vec{\omega} = (\omega_1, \omega_2, \omega_3)$ — угловая скорость вращения локальной системы координат (компоненты вектора берутся в связанной системе координат).

Взаимодействие между телами происходит посредством приложения сил и моментов к этим телам. Виды взаимодействий между элементами заранее известны. Так тело робота взаимодействует только с катками, расположенными на нем, каждый каток взаимодействует с телом робота и всеми траками своей гусеницы (но только когда трак находится в достаточной близости от катка) и каждый трак гусеницы взаимодействует с соседними траками, всеми катками, на которых расположена гусеница и всеми поверхностями (пол, потолок).

Совокупность систем (1) для каждого тела можно представить в виде одной системы обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) первого порядка. Моделирование динамики мобильного робота происходит посредством интегрирования такой системы ОДУ. Так для робота, состоящего из 1 тела, 8 катков и 4 гусениц по 32 трака в каждой, система ОДУ будет состоять из 1782 ОДУ первого порядка. Для автоматизации процесса формирования системы ОДУ было разработано специальное программное обеспечение.

Данный подход к формированию математической модели гусеничных приводов позволяет подробно изучать взаимодействие всего гусеничного аппарата со сложными по геометрии поверхностями и поверхностями со специфичной природой взаимодействия (магнитное, kleевое и т. д.).

1. Быков Н. В., Власова Н. С., Бузлов Н. А. Разработка механизма перемещения малогабаритного мобильного робота // Экстремальная робототехника. Труды Международной научно-технической конференции. — Санкт-Петербург: ООО «АП4Принт», 2016. — С. 346–348.
2. Голубев Ю. Ф. Алгебра кватернионов в кинематике твердого тела // Препринты ИПМ им. М.В. Келдыша, 2013. №39. 23 с. URL: <http://library.keldysh.ru/preprint.asp?id=2013-39>.

МАТРИЦА ЖЕСТКОСТИ ТЕТРАЭДРАЛЬНОГО ЭЛЕМЕНТА ГРАФОВОЙ МОДЕЛИ УПРУГОЙ СРЕДЫ

A. A. Тырымов

ВолгГТУ, Волгоград, Россия

Графовая модель упругой среды и численный метод анализ напряженно-деформированного состояния на ее основе для двумерной задачи теории упругости предложен Е.Г.Кузиковым [1, 2]. В [3] с помощью графового подхода построена матрица жесткости восьмиузлового шестигранного элемента с 24 степенями свободы при линейной аппроксимации деформаций. В предлагаемой работе рассматривается графовая модель тетраэдralьного элемента, предназначенного для решения пространственной задачи теории упругости.

Рассмотрим тетраэдralьный элемент со сторонами Δx , Δy , Δz , расположенные вдоль осей ox , oy , oz соответственно (рис. 1).

Комплект переменных, определяющих деформацию элемента $OABC$, состоит из трех групп. Первая группа включает в себя δ_{xx} , δ_{xy} , δ_{xz} , вторая — δ_{yx} , δ_{yy} , δ_{yz} , третья — δ_{zx} , δ_{zy} , δ_{zz} . При построении графовой модели в вершинах тетраэдра устанавливаем гипотетические приборы, позволяющие измерить указанный выше комплекс переменных, однозначно характеризующий деформированное состояние

элемента. Измерители принимаем в качестве дуг графа, изображаем их направленными отрезками линий, причем ориентация дуг совпадает с ориентацией осей координат. Точки, между которыми проводим измерения, считаем вершинами графа. Здесь подразумевается, что используются идеализированные приборы, т. е. такие, что ножки нескольких из них могут быть одновременно установлены в одну и ту же точку тела. Поскольку одни и те же точки среды участвуют в разных группах измерений относительно осей x , y , z , то при построении графа они представляются разными вершинами. В результате получаем элементарную ячейку тетраэдрального элемента, имеющую 9 дуг, 4 вершины и состоящую из трех компонент (рис. 2).

Дуга элементарной ячейки отображает такие два вектора:

$$\{f\}_c^t = \{f^{xx}, f^{xy}, f^{xz}, f^{yy}, f^{yx}, f^{yz}, f^{zz}, f^{zx}, f^{zy}\},$$

$$\{\delta\}_c^t = \{\delta_{xx}, \delta_{xy}, \delta_{xz}, \delta_{yy}, \delta_{yx}, \delta_{yz}, \delta_{zz}, \delta_{zx}, \delta_{zy}\},$$

где δ_{xx} , δ_{yy} , δ_{zz} — абсолютные нормальные линейные перемещения, обусловленные сдвигом; f^{xx} , f^{yy} , f^{zz} — нормальные; f^{xy} , f^{xz} , f^{yx} , f^{yz} , f^{zx} , f^{zy} — тангенциальные внутренние силы (обобщенные напряжения), а символ t обозначает операцию транспонирования.

Рис. 1. Схема измерений деформаций сторон элемента

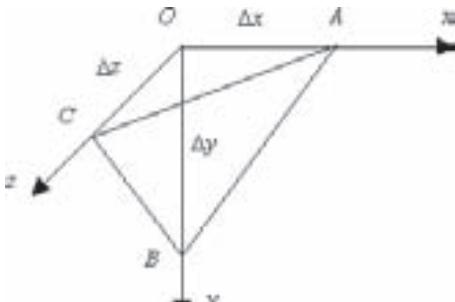


Diagram illustrating the measurement scheme for the sides of a tetrahedral element. The element has vertices A , B , C , and origin O . The edges are labeled with normal forces f and displacements δ .

деформации; δ_{xy} , δ_{xz} , δ_{yx} , δ_{yz} , δ_{zx} , δ_{zy} — линейные перемещения, обусловленные сдвигом; f^{xx} , f^{yy} , f^{zz} — нормальные; f^{xy} , f^{xz} , f^{yx} , f^{yz} , f^{zx} , f^{zy} — тангенциальные внутренние силы (обобщенные напряжения), а символ t обозначает операцию транспонирования.

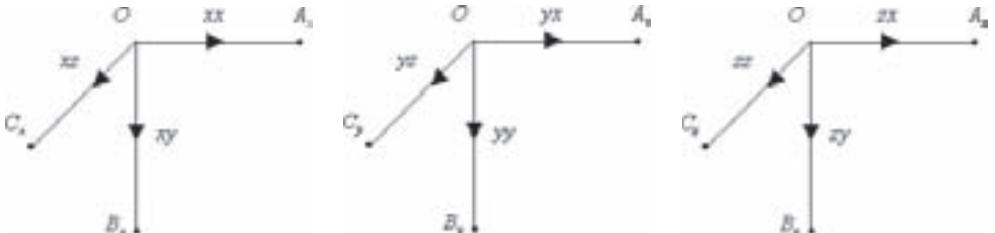


Рис. 2. Элементарная ячейка, состоящая из трех компонент

Описание элементарной ячейки, т. е. связь векторов $\{f\}_c$ и $\{\delta\}_c$, а также зависимость их от напряжений $\{\sigma\}$ и деформаций $\{\varepsilon\}$ моделируемого тела осуществляется, приравнивая энергию деформации элемента сплошной среды энергии элементарной ячейки, соответствующей этому элементу

$$\{f\}_c^t \{\delta\}_c = \int_V \{\sigma\}^t \{\varepsilon\} dv. \quad (1)$$

Здесь $\{f\}_c^t \{\delta\}_c$ — энергия дискретной модели в виде элементарной ячейки

$$\{f\}_c^t \{\delta\}_c = f^{xx} \delta_{xx} + f^{xy} \delta_{xy} + f^{xz} \delta_{xz} + f^{yy} \delta_{yy} + f^{yx} \delta_{yx} + f^{yz} \delta_{yz} + f^{zz} \delta_{zz} + f^{zx} \delta_{zx} + f^{zy} \delta_{zy}, \quad (2)$$

$$\int_V \{\delta\}_c^t \{\varepsilon\} dv = \int_V (\sigma^{xx} \varepsilon_{xx} + \sigma^{yy} \varepsilon_{yy} + \sigma^{zz} \varepsilon_{zz} + \sigma^{xy} \gamma_{xy} + \sigma^{xz} \gamma_{xz} + \sigma^{yz} \gamma_{yz}) dv \quad (3)$$

— энергия деформации элемента.

Аппроксимируя неизвестные деформации в пределах элемента постоянными величинами, после интегрирования вдоль соответствующего ребра тетраэдра и применения дифференциальных зависимостей Коши получим

$$\begin{aligned}\varepsilon_{xx} &= \frac{\delta_{xx}}{\Delta x}, \quad \varepsilon_{yy} = \frac{\delta_{yy}}{\Delta y}, \quad \varepsilon_{zz} = \frac{\delta_{zz}}{\Delta z}, \\ \gamma_{xy} &= \frac{\delta_{xy}}{\Delta y} + \frac{\delta_{yx}}{\Delta x}, \quad \gamma_{xz} = \frac{\delta_{xz}}{\Delta z} + \frac{\delta_{zx}}{\Delta x}, \quad \gamma_{yz} = \frac{\delta_{yz}}{\Delta z} + \frac{\delta_{zy}}{\Delta y}.\end{aligned}\quad (4)$$

Подставляя теперь деформации (4) в (3) и выполняя интегрирование, а также используя формулы (1) и (2), путем приравнивания выражения при соответствующих компонентах вектора $\{\delta\}^t$, находим

$$\begin{aligned}f^{xx} &= \frac{1}{6}\sigma^{xx}\Delta y\Delta z, \quad f^{yy} = \frac{1}{6}\sigma^{yy}\Delta x\Delta z, \quad f^{zz} = \frac{1}{6}\sigma^{zz}\Delta x\Delta y, \\ f^{xy} &= \frac{1}{6}\sigma^{xy}\Delta x\Delta z, \quad f^{yx} = \frac{1}{6}\sigma^{xy}\Delta y\Delta z, \quad f^{xz} = \frac{1}{6}\sigma^{xz}\Delta x\Delta y, \\ f^{zx} &= \frac{1}{6}\sigma^{xz}\Delta y\Delta z, \quad f^{yz} = \frac{1}{6}\sigma^{yz}\Delta x\Delta y, \quad f^{zy} = \frac{1}{6}\sigma^{yz}\Delta x\Delta z.\end{aligned}\quad (5)$$

Пользуясь законом Гука и формулами (4), (5) уравнения состояния элементарной ячейки можно записать в матричной форме $\{f\}_c = [K]_c\{\delta\}_c$, где связь между нормальными составляющими $\{f_n\}$, $\{\delta_n\}$ имеет вид

$$\begin{Bmatrix} f^{xx} \\ f^{yy} \\ f^{zz} \end{Bmatrix} = \frac{1}{6} \begin{bmatrix} (\lambda + 2\mu)\frac{\Delta y\Delta z}{\Delta x} & \lambda\Delta z & \lambda\Delta y \\ \lambda\Delta z & (\lambda + 2\mu)\frac{\Delta x\Delta z}{\Delta y} & \lambda\Delta x \\ \lambda\Delta y & \lambda\Delta x & (\lambda + 2\mu)\frac{\Delta x\Delta y}{\Delta z} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_{xx} \\ \delta_{yy} \\ \delta_{zz} \end{Bmatrix},$$

а связь между тангенциальными составляющими $\{f_t\}$, $\{\delta_t\}$ определяется следующим образом:

$$\begin{Bmatrix} f^{xy} \\ f^{yx} \\ f^{zx} \\ f^{xz} \\ f^{zy} \\ f^{yz} \end{Bmatrix} = \frac{\mu}{6} \begin{bmatrix} \frac{\Delta y\Delta z}{\Delta x} & \Delta z & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \Delta z & \frac{\Delta x\Delta z}{\Delta y} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{\Delta y\Delta z}{\Delta x} & \Delta y & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \Delta y & \frac{\Delta x\Delta y}{\Delta z} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{\Delta x\Delta z}{\Delta y} & \Delta x \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \Delta x & \frac{\Delta x\Delta y}{\Delta z} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \delta_{yx} \\ \delta_{xy} \\ \delta_{zx} \\ \delta_{xz} \\ \delta_{zy} \\ \delta_{yz} \end{Bmatrix}.$$

Для описания произвольной граничной поверхности требуется использование тетраэдральных элементов с опорной вершиной в любом из восьми узлов шестиугранника, на которые область, занятую упругой средой, разбивают при ее дискретизации сетью координатных линий $x = \text{const}$, $y = \text{const}$, $z = \text{const}$.

Уравнения состояния элементарных ячеек этих элементов получаем аналогично.

1. Кузовков Е. Г. Графовая модель упругой среды в декартовой системе координат // Проблемы прочности. — 1993. — №12. — С. 60–70.
2. Кузовков Е. Г., Тырымов А. А. Графовые модели в плоской и осесимметричной задачах теории упругости. — Волгоград: ИУНЛ ВолгГТУ, 2010. — 128 с.
3. Тырымов А. А. Графовая модель трехмерных упругих тел в декартовой системе координат // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. — 2016. — №3. — С. 282–303.

ВЛИЯНИЕ ЗАПОЛНЕНИЯ ТОНКОСТЕННЫХ ОБОЛОЧЕК РАЗЛИЧНЫМИ СЫПУЧИМИ МАТЕРИАЛАМИ НА УСТОЙЧИВОСТЬ ПРИ ИЗГИБЕ*

Т. Г. Федорова, Е. Г. Гоник, М. В. Петров

ЧГУ им. И. Н. Ульянова, Чебоксары, Россия

Задачи о напряженно-деформированном состоянии и потери устойчивости цилиндрических оболочек подробно изложены в работах [4–6]. Авторами данных работ проводились испытания гладких цилиндрических оболочек без сыпучего заполнителя, приведены результаты испытаний цилиндрических оболочек при действии поперечной силы.

Экспериментально не исследованы гладкие цилиндрические оболочки с сыпучим заполнителем на потерю устойчивости при изгибе. В работах [1–3] приведена методика экспериментального исследования устойчивости заполненной сыпучим материалом замкнутой цилиндрической оболочки при изгибе, проводились исследования влияния заполнителя на величину критической нагрузки, на формы потери устойчивости.

Для исследования влияния заполнения тонкостенных цилиндрических оболочек различными сыпучими материалами на устойчивость при действии поперечной силы использовались образцы с геометрическими параметрами, приемлемыми для лабораторных исследований. Экспериментальные исследования на изгиб консольно-закрепленных тонкостенных цилиндрических оболочек проводились на образцах с начальными размерами: толщина стенки оболочки $h(t) = 0,10 \pm 0,01$ мм, отношение длины оболочки к толщине $L/h = 1350$, радиусы оболочки $R = 328h$. Исследования проводились в четырех вариантах: а) оболочки без заполнителя; б) оболочки, заполненные металлическим порошком насыпной плотностью $2,66 \text{ г}/\text{см}^3$; в) оболочки, заполненные медным порошком насыпной плотностью $6,67 \text{ г}/\text{см}^3$; г) оболочки, заполненные речным песком насыпной плотностью $2,60 \text{ г}/\text{см}^3$, усилие направлено вниз.

Ряд экспериментов выполнен при заполнении оболочки на 30, 60 и 95% по объему сыпучих материалов. Построены графики зависимости критической силы от степени заполнения образцов сыпучими материалами.

Потеря устойчивости консольно-закрепленных образцов происходила в упругой области. Закритическое поведение оболочки сопровождалось образованием у защемленного торца оболочки в сжатой зоне ромбовидных вмятин от нормальных напряжений и пластических деформаций. При дальнейшем нагружении образцов, происходит образование новых ромбовидных вмятин и расширение области потери устойчивости. Для образца без заполнителя в зоне потери устойчивости поперечное сечение приобретает каплевидную форму.

*Работа выполнена при поддержке РФФИ (грант №16-38-60051мол_а_дк).

В ходе проведенных экспериментов получены следующие результаты.

- 1) Критическая нагрузка для образца без заполнителя равна 0,194 кН.
- 2) Критическая нагрузка при заполнении образца металлическим порошком на 95% объема при приложении вертикальной нагрузке направленной вниз равна 0,367 кН (критическая сила увеличивается в 1,9 раза).
- 3) Критическая сила для образцов, заполненных на 95% объема железным порошком, при нагружении на конце силой направленной вверх, критическая сила оказалась равной критической силе для пустого образца.
- 4) Критическая нагрузка для образца при заполнении речным песком на 95% объема при приложении вертикальной нагрузке направленной вниз равна 0,362 кН (критическая сила близка по значению к значению силы при заполнении металлическим порошком).
- 5) Критическая нагрузка для образца при заполнении медным порошком на 95% объема при приложении вертикальной нагрузке направленной вниз равна 0,215 кН (критическая сила увеличивается в 1,1 раза по сравнению с образцом без заполнителя).

Результаты экспериментов показывают, что при заполнении тонкостенных цилиндрических оболочек сыпучим материалом большей плотности (плотность заполнителя увеличена в 2,5 раза) величина критической нагрузки для образца при изгибе уменьшилась в 1,7 раза.

Результаты экспериментов можно резюмировать следующим образом. Если весовая нагрузка действует на сжатую область оболочки, то сыпучий заполнитель препятствует образованию вмятин, уменьшает влияние несовершенств на поведение образца и увеличивает значение критической силы. При разгружении образца до потери устойчивости, его первоначальная форма полностью восстанавливается. Таким образом, потеря устойчивости образцов происходила в упругой стадии. За критическое поведение оболочки сопровождается образованием локальных вмятин и пластических деформаций. Увеличение плотности заполнителя уменьшает величину критической нагрузки, при которой происходит потеря устойчивости гладких цилиндрических оболочек при поперечном изгибе.

1. Баженов В. Г., Кибец А. И., Петров М. В., Федорова Т. Г., Шошин Д. В., Артемьев-ва А. А. Экспериментально-теоретическое исследование нелинейного деформирования и потери устойчивости оболочек вращения при изгибе // Проблемы прочности и пластичности. Межвуз. сб. — Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2010. — Вып. 72. — С. 80–85.
2. Петров М. В., Федорова Т. Г. Экспериментальное исследование потери устойчивости тонкостенных оболочек, заполненных сыпучим материалом, при изгибе // Вестник Нижегородского университета им. Н. И. Лобачевского. Механика. — Н. Новгород: Изд-во ННГУ им. Н. И. Лобачевского, 2011. — № 4(5). — С. 2420–2422.
3. Гоник Е. Г., Кибец А. И., Петров М. В., Федорова Т. Г. Экспериментальное исследование упругопластического деформирования и потери устойчивости подкрепленных цилиндрических оболочек с заполнителем при изгибе // Проблемы прочности и пластичности. Межвуз. сб. Вып. 75 (3). — Н. Новгород: Изд-во ННГУ, 2013. — С. 215–220.
4. Вольмир А. С., Григорьев Ю. П., Станкевич А. И. Сопротивление материалов: Учебник для вузов. — М.: Дрофа, 2007. — 591 с.
5. Коноплев Ю. Г. Экспериментальное исследование задачи о действии сосредоточенной силы на цилиндрическую оболочку // Исследования по теории платин и оболочек. Изв-во Казанского ун-та. 1966. — № 4. — С. 83–90.
6. Моссаковский В. И., Маневич Л. И., Мильцын А. М. Моделирование несущей способности цилиндрических оболочек. — Киев: Наукова Думка, 1977. — 141 с.

РАЗРУШЕНИЕ ТИТАНА ПРИ ВОЗДЕЙСТВИИ НАНОСЕКУНДНОГО РЕЛЯТИВИСТСКОГО СИЛЬНОТОЧНОГО ЭЛЕКТРОННОГО ПУЧКА

**М. В. Хабибуллин, С. А. Афанасьев, Н. Н. Белов,
Е. Ф. Дударев, А. Н. Табаченко**

ТГУ, Томск, Россия

В данной работе исследуется откол в титановом сплаве ВТ6 при воздействии пучка электронов (β -частицы). Изучение рассматриваемого явления проводится в рамках модели [1]. Для численного решения поставленной задачи применяется методика [2]. Результаты расчетов сравниваются с экспериментальными данными.

Облучение пластин толщиной 2 и 3 мм из сплава ВТ6 проводилось при длительности импульса 0,05 мкс и плотности мощности $2,3 \cdot 10^{10}$ Вт/см². В представленных расчетах полагалось: радиус зоны энергопоглощения — 3 мм, линейный коэффициент поглощения 46 см^{-1} , u_{\max} — модуль самого длинного вектора. Расчеты велись вплоть до момента образования откола. Откольная прочность сплава ВТ6 составляет 5,28 ГПа. Моментом завершения локального макроскопического разрушения тела является достижение объемом пустот в единице объема критического значения 0,1, разрушение происходит хрупко.

На рис. 1 представлены результаты расчета облучения образца толщиной 3 мм в различные моменты времени. Воздействие электронного пучка приводит к плавлению, испарению и разлету материала на лицевой поверхности мишени, а также к ее откольному разрушению. В левой полуплоскости рисунков изображено поле вектора массовой скорости или показаны зоны разрушения, в правой полуплоскости дано поле давления или поле температуры.

Выход на тыльную свободную поверхность пластины ударной волны, сгенерированной пучком, вызывает увеличение скорости поверхности. Отражение ударной волны от поверхности приводит к появлению волны разрежения. Вслед за ударной волной на поверхность выходит падающая волна разгрузки, которая вызывает уменьшение скорости поверхности.

В процессе разрушения, являющегося следствием взаимодействия встречных волн разгрузки, растягивающие напряжения быстро релаксируют к нулю. В результате в растянутом материале появляется волна сжатия, которая выходит на поверхность в виде откольного импульса. Последующие колебания скорости вызваны многократными отражениями волн между тыльной поверхностью образца и плоскостью откола.

Расчетная толщина откольного слоя в центре откола равна 0,42 мм (в эксперименте — 0,43 мм). Температура достигает значения ≈ 14000 К. Разлет вещества происходит с ускорением. Максимальное напряжение ($\approx 23,5$ ГПа) достигается к концу процесса облучения.

На рис. 2 приведены результаты расчета облучения образца толщиной 2 мм в момент образования откола. Расчетная толщина откольного слоя в центре откола равна 0,3 мм (в эксперименте — 0,25 мм).

В статье использованы результаты, полученные в рамках Программы повышения конкурентоспособности ТГУ.

1. Афанасьев С. А., Белов Н. Н., Дударев Е. Ф., Табаченко А. Н., Хабибуллин М. В., Югов Н. Т. Разрушение мишней при воздействии наносекундного релятивистского сильноточного электронного пучка // Изв. вузов. Физика. — 2013. — Т. 56, №2. — С. 80–88.

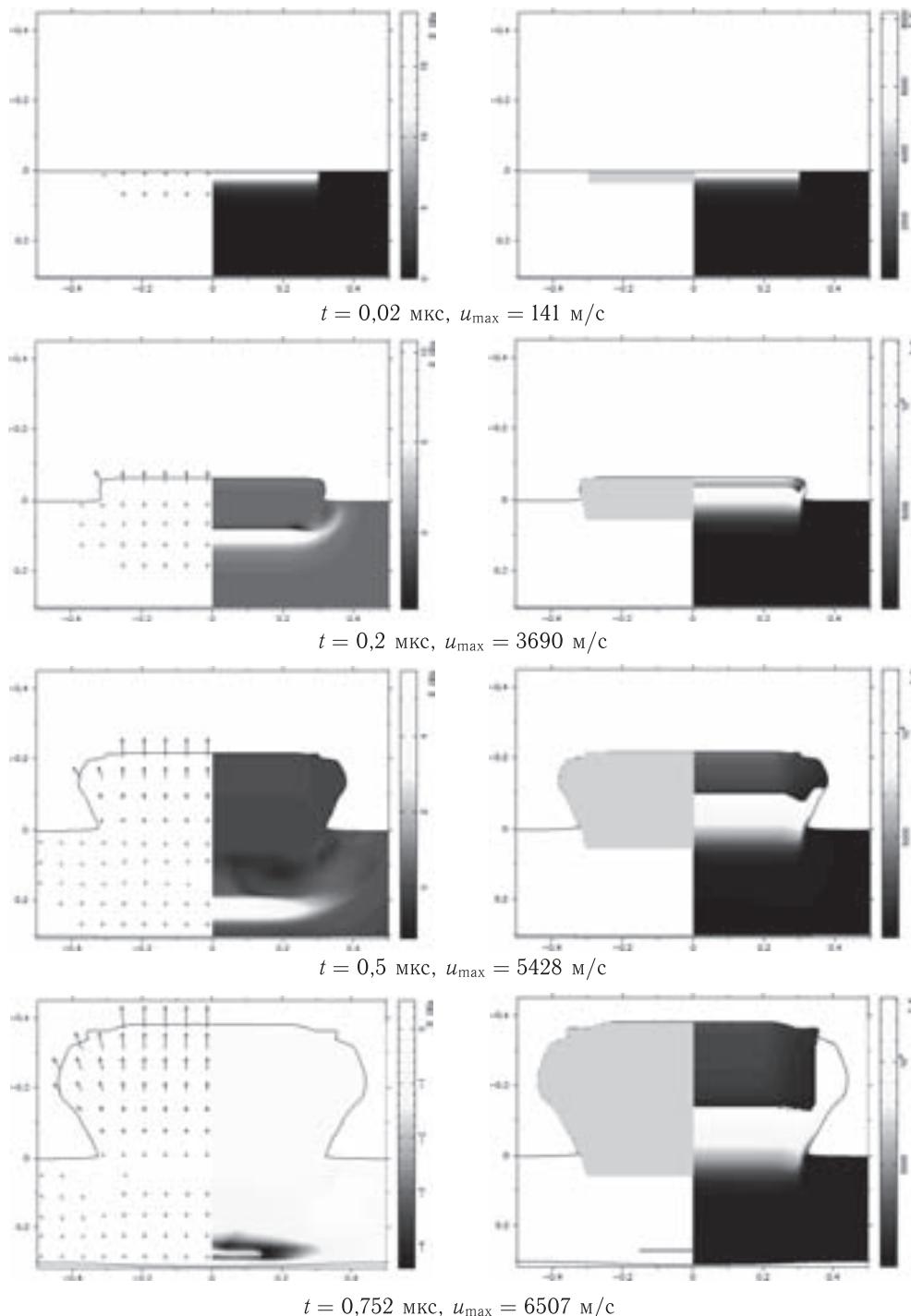


Рис. 1. Хронограмма облучения образца толщиной 3 мм

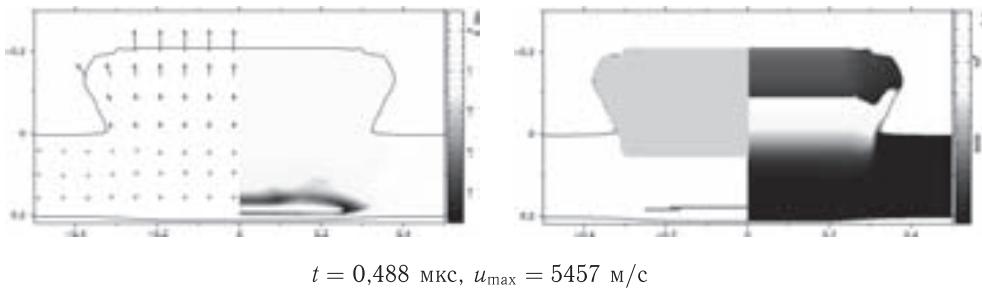


Рис. 2. Результаты расчета облучения образца толщиной 2 мм

2. Хабибуллин М. В. Численное моделирование взаимодействия высокоскоростного ударника с системой пространственно разнесенных мишеней // ВАНТ. Сер. Математическое моделирование физических процессов. — 1997. — Вып. 3. — С. 18–24.

СПЕКТР ЧАСТОТ ИЗГИБНЫХ КОЛЕБАНИЙ ТРУБОПРОВОДА

А. Г. Хакимов, А. А. Юлмухаметов

ИМех УНЦ РАН, Уфа, Россия

Рассматриваются свободные изгибные колебания трубопровода, имеющего свободно провисающие участки длиной L ($0 \leq x \leq L$) и участки ($-\infty < x < 0$, $L < x < \infty$) в грунте. Изгибные колебания, являющиеся основными, сопровождаются осесимметричными и продольными волнами. Участки $-\infty < x < 0$ и $L < x < \infty$ имеют одинаковые свойства. Поперечная и продольная реакция в них равны $q_s w$ и $t_s w$; w — прогиб трубопровода.

Статический изгиб трубопровода рассмотрен в статье [1]. Здесь будем решать динамическую задачу, система уравнений для которой имеет вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial^4 W_1}{\partial \xi^4} + 2\mu^2 \frac{\partial^2 W_1}{\partial \xi^2} - \lambda^4 W_1 &= 0 \quad (0 \leq \xi \leq 1), \\ \frac{\partial^4 W_2}{\partial \xi^4} + 2\mu^2 \frac{\partial^2 W_2}{\partial \xi^2} - (\lambda^{*4} - \beta) W_2 &= 0 \quad (\xi < 0, \xi > 1), \\ \xi = \frac{x}{L}, \quad W = \frac{w}{L}, \quad \mu^2 = \frac{\pi R^2(1-2\nu)pL^2}{2D}, \quad \beta = \frac{q_s L^4}{D}, \quad \lambda^4 = \frac{ML^4\omega^2}{D} = \Omega^2, \\ \lambda^{*4} = \frac{(M+M_s)L^4\omega^2}{D} - \beta &= (1+n)\Omega^2 - \beta, \quad n = \frac{M_s}{M}. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь D , E , ρ , J , h , R — изгибная жесткость, модуль упругости, плотность, осевой момент инерции, толщина стенки и внутренний радиус трубопровода; ρ_f , M — плотность продукта в трубопроводе, масса единицы длины трубопровода с продуктом; M_s , p , x , ν — присоединенная масса грунта, давление внутри трубопровода, координата, коэффициент Пуассона; ω — круговая частота изгибных колебаний трубопровода.

Границные условия следующие:

$$\begin{aligned} W_1 &= W_2, \quad \frac{\partial W_1}{\partial \xi} = \frac{\partial W_2}{\partial \xi}, \quad \frac{\partial^2 W_1}{\partial \xi^2} = \frac{\partial^2 W_2}{\partial \xi^2}, \quad \frac{\partial^3 W_1}{\partial \xi^3} = \frac{\partial^3 W_2}{\partial \xi^3} \quad (\xi = 0), \\ W_1 &= W_3, \quad \frac{\partial W_1}{\partial \xi} = \frac{\partial W_3}{\partial \xi}, \quad \frac{\partial^2 W_1}{\partial \xi^2} = \frac{\partial^2 W_3}{\partial \xi^2}, \quad \frac{\partial^3 W_1}{\partial \xi^3} = \frac{\partial^3 W_3}{\partial \xi^3} \quad (\xi = 1), \end{aligned} \quad (2)$$

$$W_2 = 0, \quad \frac{\partial W_2}{\partial \xi} = 0 \quad (\xi \rightarrow -\infty), \quad W_3 = 0, \quad \frac{\partial W_3}{\partial \xi} = 0 \quad (\xi \rightarrow \infty). \quad (3)$$

Решение системы уравнений (1) в общем случае представляется в виде

$$\begin{aligned} W_1(\xi) &= C_1 \cos \lambda_1 \xi + C_2 \sin \lambda_1 \xi + C_3 \operatorname{ch} \lambda_2 \xi + C_4 \operatorname{sh} \lambda_2 \xi, \quad (0 \leq \xi \leq 1), \\ W_2(\xi) &= C_5 \cos \lambda_3 \xi + C_6 \sin \lambda_3 \xi + C_7 \operatorname{ch} \lambda_4 \xi + C_8 \operatorname{sh} \lambda_4 \xi, \quad (\xi < 0), \\ W_3(\xi) &= C_9 \cos \lambda_3 \xi + C_{10} \sin \lambda_3 \xi + C_{11} \operatorname{ch} \lambda_4 \xi + C_{12} \operatorname{sh} \lambda_4 \xi, \quad (\xi > 1), \end{aligned} \quad (4)$$

$$\text{где } \lambda_1 = \sqrt{\sqrt{\mu^4 + \lambda^4} + \mu^2}, \quad \lambda_2 = \sqrt{\sqrt{\mu^4 + \lambda^4} - \mu^2}, \quad \lambda_3 = \sqrt{\sqrt{\mu^4 + \lambda^{*4}} + \mu^2}, \quad \lambda_4 = \sqrt{\sqrt{\mu^4 + \lambda^{*4}} - \mu^2}.$$

Условия на бесконечности (3) дают $C_7 = C_8 = C_{11} = C_{12} = 0$.

Удовлетворяя уравнения (4) условиям сопряжения (2), получим однородную систему уравнений. Приравнивая нуль определитель этой системы, запишем частотное уравнение в виде

$$\left| \begin{array}{ccccccccc} -1 & 0 & 1 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\lambda_3 & 0 & \lambda_1 & 0 & \lambda_2 & 0 & 0 \\ \lambda_3^2 & 0 & -\lambda_1^2 & 0 & \lambda_2^2 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_3^3 & 0 & -\lambda_1^3 & 0 & \lambda_2^3 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \cos \lambda_1 & \sin \lambda_1 & \operatorname{ch} \lambda_2 & \operatorname{sh} \lambda_2 & -\cos \lambda_3 & -\sin \lambda_3 \\ 0 & 0 & -\lambda_1 \sin \lambda_1 & \lambda_1 \cos \lambda_1 & \lambda_2 \operatorname{sh} \lambda_2 & \lambda_2 \operatorname{ch} \lambda_2 & \lambda_3 \sin \lambda_3 & -\lambda_3 \cos \lambda_3 \\ 0 & 0 & -\lambda_1^2 \cos \lambda_1 & -\lambda_1^2 \sin \lambda_1 & \lambda_2^2 \operatorname{ch} \lambda_2 & \lambda_2^2 \operatorname{sh} \lambda_2 & \lambda_3^2 \cos \lambda_3 & \lambda_3^2 \sin \lambda_3 \\ 0 & 0 & \lambda_1^3 \sin \lambda_1 & -\lambda_1^3 \cos \lambda_1 & \lambda_2^3 \operatorname{sh} \lambda_2 & \lambda_2^3 \operatorname{ch} \lambda_2 & -\lambda_3^3 \sin \lambda_3 & \lambda_3^3 \cos \lambda_3 \end{array} \right| = 0,$$

или

$$\lambda_3^2 (\lambda_2^2 + \lambda_3^2)^2 (\lambda_1^2 - \lambda_3^2)^2 [(\lambda_1^2 - \lambda_2^2) \sin \lambda_1 \operatorname{sh} \lambda_2 - 2\lambda_1 \lambda_2 (1 - \cos \lambda_1 \operatorname{ch} \lambda_2)] = 0.$$

В частности, при $\mu = 0$ следует $\lambda_1 = \lambda_2 = \lambda$, $\lambda_3 = \lambda_4 = \lambda^*$, откуда частотное уравнение можно представить в виде

$$\lambda^2 \lambda^{*2} (\lambda^4 - \lambda^{*4})^2 (1 - \cos \lambda \operatorname{ch} \lambda) = 0. \quad (5)$$

При $\beta \rightarrow \infty$ частотное уравнение записывается как [2]

$$1 - \cos \lambda \operatorname{ch} \lambda = 0.$$

Если $\lambda^* = 0$, то $\Omega = \sqrt{\beta/(1+n)}$, что соответствует колебаниям трубопровода, как абсолютно твердого тела на упругом основании.

Если $\lambda^4 = \lambda^{*4}$, то $\Omega = \sqrt{\beta/n}$, что соответствует изгибным колебаниям трубопровода с одинаковыми волновыми числами на обеих участках.

На рис. 1 представлены зависимости безразмерной круговой частоты Ω колебаний трубопровода как твердого тела (фрагмент *а*) и изгибных колебаний с равными волновыми числами на обоих участках (фрагмент *б*) от параметра β для безразмерного давления в трубопроводе $\mu^2 = 0$ и разных n (кривая 1 — $n = 0,01$; 2 — $0,50$; 3 — $1,00$; 4 — $1,50$).

Частоты, построенные по уравнению (5), приводятся на рис. 2 для безразмерного давления в трубопроводе $\mu^2 = 0$ и $n = 1$ (кривая 1 — волновое число и соответственно, круговая частота колебаний трубопровода равны нулю, кривая 2 — для колебаний трубопровода как твердого тела, кривая 3 — для изгибных колебаний трубопровода с равными волновыми числами на обоих участках, кривая 4 — низшая частота изгибных колебаний центральной части трубопровода).

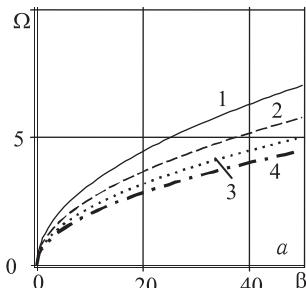


Рис. 1. Зависимости безразмерной круговой частоты Ω от параметра β для безразмерного давления $\mu^2 = 0$ и разных n

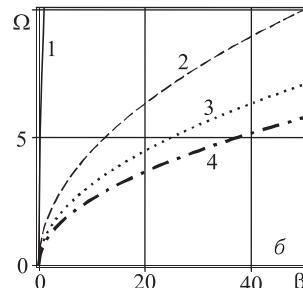


Рис. 1. Зависимости безразмерной круговой частоты Ω от параметра β для безразмерного давления $\mu^2 = 0$ и разных n

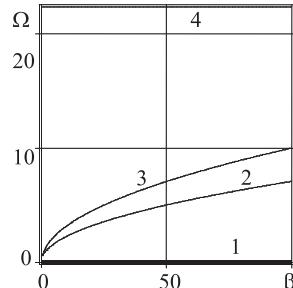


Рис. 2. Спектр частот для безразмерного давления в трубе $\mu^2 = 0$

Получено, что частоты изгибных колебаний центральной части трубопровода не зависят от коэффициентов постели и присоединенной массы грунта основания.

- Юлмухаметов А. А. Параметрический анализ статического изгиба трубопровода // Труды Института механики им. Р. Р. Мавлютова УНЦ РАН. — 2016. — Т. 11. — С. 24–29.
- Прочность, устойчивость, колебания. Справочник в трех томах. Т. 3 / Под ред. И. А. Биргера и Я. Г. Пановко. — М.: Машиностроение, 1968. — 567 с.

РЕГРЕССИОННАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ПРЕДЕЛЬНОЙ МИНИМИЗАЦИИ РАССЕИВАНИЯ СЛУЧАЙНОЙ ВЕЛИЧИНЫ ВЫБОРКИ ОПЫТНЫХ ДАННЫХ

В. В. Чеканин

АО «ГРЦ Макеева», Челябинская обл., Миасс, Россия

Регрессионный анализ предполагает формирование регрессионного уравнения с использованием линейной или нелинейной модели, позволяющего максимально уменьшить рассеивание случайной величины выборки опытных данных. Однако качество регрессионного уравнения зависит от состава параметров, часть из которых могут быть скрытыми, но при этом оказывающими существенное влияние на конечный результат. Так, например, предельная точность существующих методов расчета устойчивости оболочек [1], характеризуемая величиной коэффициента вариации, имеет ограничения, обусловленные рядом не учитываемых статистических факторов (вариаций технологии изготовления, механических свойств материала, испытательного оборудования и др.).

Для парирования указанных ограничений предлагается дополнить содержательную часть методов расчета параметром нагрузки в степени ν и нелинейными мультипликативными функциями, содержащими произведение соответствующих параметров проектирования в степенях.

Формализован каждый метод расчета в этом случае можно представить в следующем виде:

$$\rho_{T,q}^T = (\rho_{T,q}^T)^v f(X_j^{kj}) F(X_j), \quad (1)$$

где $\rho_T^T = T^p/E r^2$, $\rho_q^T = q^p/E$ — теоретические нормализованные параметры осевой силы и наружного давления; $T^p = k_b T^q$, $q^p = k_b q^q$ — расчетные значения осевой силы и наружного давления; T^q , q^q — эксплуатационные значения осевой силы и

наружного давления; k_6 — коэффициент безопасности; $F(X_j)$ — метод расчета; X_j — нормализованные параметры проектирования;

$$f(X_j^{kj}) = \prod_{j=1}^z X_j^{kj}$$

— мультипликативная функция; k_j — степень j -го параметра проектирования; z — количество проектных параметров в методе расчета; E — модуль упругости материала оболочки; r — радиус оболочки.

Дискретное увеличение степени ν с заменой параметров $\rho_{T,q}^T$ на $\rho_{T,q}^o$ и адекватное определение для каждого значения ν степеней параметров проектирования мультипликативных функций и числовых значений в результате последовательной циклической минимизации «овражным» методом коэффициентов вариации случайной величины ε соответствующих выборок опытных данных позволяют формировать, проводя обратную замену $\rho_{T,q}^o$ на $\rho_{T,q}^T$, методы расчета с заданным уровнем точности. Предельная точность методов расчета (1) и минимальное рассеивание случайной величины выборок опытных данных достигается при значении степени ν , близком к единице. Случайная величина при этом выражается отношением опытной и теоретической нагрузок $\rho_{T,q}^o/\rho_{T,q}^T$.

В результате статистического анализа выборки из 94 опытных данных по критическому наружному давлению подкрепленных («вафельных») цилиндрических оболочек «средней» длины, приведенной в работе [2], сформированы следующие расчетные зависимости для значения степени параметра нагрузки $\nu = 0,99$:

$$\rho_q^T = 0,986(\rho_q^T)^{0,99} \delta_r^{0,025} \beta_\delta^{0,024} \varphi_1^{-0,001} \varphi_2^{0,009} \gamma^{-0,007}, \quad (2)$$

$$\rho_q^T = 1,039(\rho_q^T)^{0,99} \delta_r^{-2,466} \beta_\delta^{0,043} \varphi_1^{0,001} \varphi_2^{0,012} \omega^{-1,009} \delta_r^{2,5} \omega, \quad (3)$$

где $\delta_r = \delta/r$ — параметр толщины обшивки между ребрами; δ — толщина обшивки; r — радиус оболочки; $\beta_\delta = h/\delta$; $\varphi_i = 2\pi c_i/l_i$; c_i — ширина ребер; l_i — расстояние между ребрами; h — высота ребер; $\omega = 1 + \beta\varphi(\psi - 1)^{2,5}$; $\beta = 0,44/\varphi^{0,333} + 1,41/\psi^{0,5} - 0,57$; $\varphi = (\varphi_1 \varphi_2^3)^{0,25}$; $\psi = (h + \delta)/\delta$; $\gamma = L/(\pi r)$; $i = 1$ — осевое направление; $i = 2$ — окружное направление.

Расчетная зависимость (2) основана на нелинейной мультипликативной модели. Расчетная зависимость (3) сформирована при уточнении существующего метода расчета [1] по выражению (1). Для зависимостей (2, 3) получено одинаковое значение коэффициента вариации k_b случайной величины выборки опытных данных, равное 0,1%. Величина коэффициента безопасности для этих зависимостей, определенная по формуле, приведенной в работе [3]

$$\ln k_6 = \theta[\ln(1 + k_b^2)]^{0,5} + 0,5 \ln(1 + k_b^2), \quad (4)$$

где θ — квантиль надежности, для вероятности безотказной работы оболочек 0,99 и $\theta = 2,32$ равна 1,003. Такое значение коэффициента безопасности существенно меньше директивного 1,3, назначаемого для существующих методов расчета [1]. Однако следует отметить, что в директивном значении содержится также составляющая, предназначенная для компенсации неточности определения нагрузок. Поэтому, если учесть, как нижний предел, коэффициент вариации существующих методов расчета равный 7%, то для вероятности безотказной работы конструкций оболочки 0,99 коэффициент безопасности, определенный по формуле (4), равен 1,179. Таким образом, коэффициент безопасности для зависимостей (2, 3) следует увеличить на разность между 1,3 и 1,179, равную 0,121.



Рис. 1

На рис. 1 (в координатах: вертикальная ось — случайная величина ε ; горизонтальная ось — параметр опытной нагрузки ρ_q^0) для зависимости (2) приведено рассеивание случайной величины выборки, показанной на рисунке точками, относительно эмпирического среднего значения, равного единице и изображенного на рисунке прямой линией. Как видно из рисунка, рассеивание случайной величины в пределах всей выборки минимально (0,998–1,002).

Аналогичные расчетные зависимости сформированы для подкрепленных цилиндрических оболочек при осевом сжатии и внутреннем давлении.

- Лизин В. Т., Пяткин В. А. Проектирование тонкостенных конструкций. — М.: Машиностроение, 2003. — 448 с.
- Чеканин В. В. Развитие статистического метода для анализа экспериментальных данных с предельной точностью // Проблемы нелинейного анализа в инженерных системах. — 2015, — Вып. 1(43). — Т. 21. — С. 122–158.
- Ржаницын А. Р. Определение запаса прочности сооружений // Строительная промышленность. — 1947. — №8. — С. 11–14.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОНИКАНИЯ СУПЕРКАВИТИРУЮЩИХ УДАРНИКОВ В ВОДУ С ПРИМЕНЕНИЕМ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ*

**А. В. Чупашев, С. А. Афанасьев, Н. Н. Белов, В. В. Буркин,
А. С. Дьячковский, А. Н. Ищенко, Н. Т. Югов**

НИИПММ ТГУ, Томск, Россия

При пересечении суперкавитирующим ударником (СКУ) границы раздела сред воздух — вода, в том числе возможно взволнованной морской поверхности, следует ожидать эффектов, связанных с: а) потерей продольной устойчивости ударника на траектории; б) рикошетом; в) изменением угла наклона траектории ударника; г) деформацией ударника и даже его разрушением в результате возникающих пиковых нагрузок. Последний эффект тем более важен, что может привести к полной потере устойчивости движения СКУ.

Высокоскоростному прониканию твердого тела в жидкость сопутствует широкая область высокого давления, которая перемещается вместе с телом. Оценки, сделанные с помощью графоаналитического анализа распада разрыва «металл–вода», показывают, что при входе в воду тел со скоростью порядка скорости звука в воде, на границе контакта реализуется давление, которое превышает предел текучести металла, что приводит к пластической деформации тел и изменению их формы [1]. Следовательно, при соответствующих условиях необходимо рассматривать металлические тела, входящие в воду, как деформирующиеся и разрушающиеся. Мате-

*Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках государственного задания № 9.9036.2017/БЧ.

матическое моделирование входа в воду СКУ под углом и его высокоскоростное взаимодействие с водой при этих условиях возможно при использовании математической модели [1] и численной методики расчета в трехмерной постановке на основе модифицированного метода конечных элементов [2].

На базе гидробаллистического стенда НИИПММ ТГУ [3] производилось метание конических СКУ (рис. 1) и наблюдение за их состоянием при движении в воде с применением высокоскоростной видеорегистрации (рис. 2 и 5).

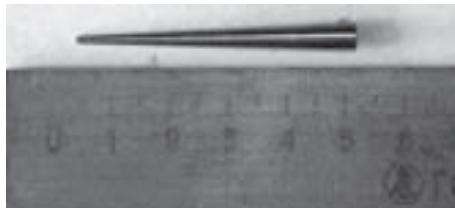


Рис. 1. Фотография суперкавитирующего ударника

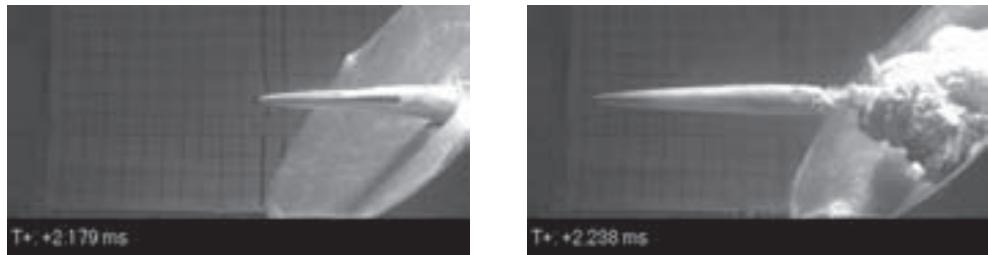


Рис. 2. Пересечение СКУ границы раздела двух сред под углом 45° к оси метания

На рис. 3 приведены результаты математического моделирования входа в воду модели СКУ из прочного сплава ВНЖ массой 6,41 г диаметром кавитатора 1,23 мм и диаметром основания 4,5 мм при скорости $V_0 = 1100$ м/с под углом $\varphi = 45^\circ$, повторяющие условия опыта. Расчет проведен до 32 мкс. Скорость ударника в этот момент времени составляет 1091 м/с. СКУ вошел в воду устойчиво, деформации головной части не наблюдается.

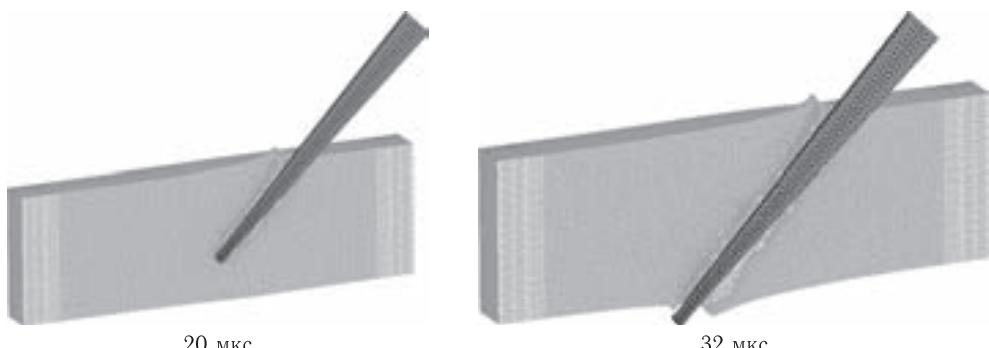


Рис. 3. Хронограмма входа СКУ в воду при $V_0 = 1140$ м/с и $\varphi = 45^\circ$

При наличии возмущения при входе в воду может наблюдаться разрушение ударника (рис. 4).

Путем математического моделирования проведено исследование входа в воду СКУ при наличии угла атаки. На рис. 5 приведена хронограмма процесса проникания СКУ в воду со скоростью 1098 м/с при угле атаки $\alpha = 3^\circ$ ($\varphi = 0^\circ$). Наблюдаются только деформация и незначительное разрушение передней части ударника, что не влияет на устойчивый характер его последующего проникания.

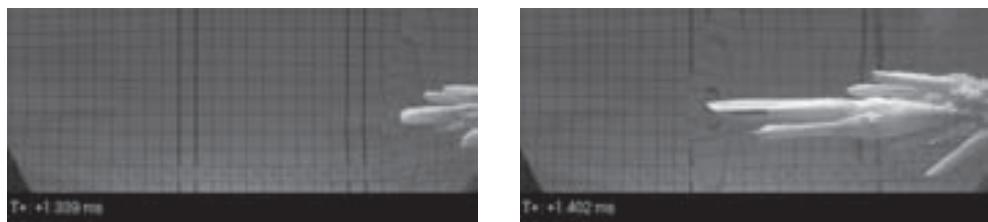


Рис. 4. Разрушение СКУ на скорости порядка скорости звука в воде

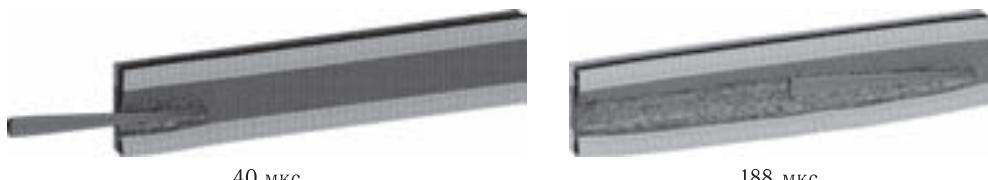


Рис. 5. Хронограмма входа СКУ в воду при $V_0 = 1098$ м/с при угле атаки $\alpha = 3^\circ$

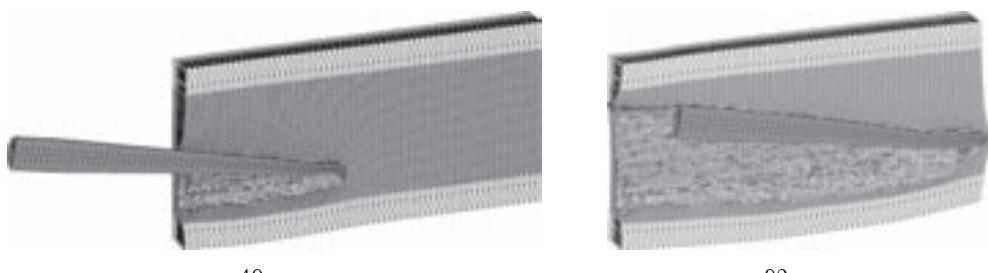


Рис. 6. Хронограмма входа СКУ в воду при $V_0 = 1262$ м/с при угле атаки $\alpha = 10^\circ$

На рис. 6 приведена хронограмма процесса проникания СКУ в воду со скоростью 1098 м/с при угле атаки $\alpha = 10^\circ$ ($\varphi = 0^\circ$). Видно, что сильная изгибная деформация и частичное разрушение передней части ударника могут привести к непредсказуемому последующему его движению.

1. Афанасьева С. А., Белов Н. Н., Бураков В. А., Буркин В. В., Зыков Е. Н., Ищенко А. Н., Родионов А. А., Симоненко В. Г., Хабибуллин М. В., Югов Н. Т. Расчет высокоскоростного движения инерционной модели при входе в воду и ее взаимодействие с металлической преградой // Фундаментальная и прикладная гидрофизика. — 2012. — Т. 5, №3. — С. 43–55.
2. Югов Н. Т., Белов Н. Н., Югов А. А. Расчет адиабатических нестандартных течений в трехмерной постановке (РАНЕТ-3) / Федеральная служба по интеллектуальной собственности, патентам и товарным знакам. Свидетельство о государственной регистрации программ для ЭВМ №2010611042. Москва. — 2010.
3. Патент на изобретение №2591132 Заявка №2015113676 от 13.04.2015. Экспериментальный баллистический комплекс / Бураков В. А., Буркин В. В., Ищенко А. Н., Корольков Л. В., Степанов Е. Ю., Чупашев А. В., Агафонов С. В., Рогаев К. С.

НЕЛИНЕЙНАЯ ДИНАМИКА МИКРО-БАЛОК ЭЙЛЕРА–БЕРНУЛЛИ С УЧЕТОМ СВЯЗНОСТИ ПОЛЕЙ ТЕМПЕРАТУРЫ И ДЕФОРМАЦИИ В УСЛОВИЯХ ЦВЕТНЫХ ШУМОВ (БЕЛОГО И РОЗОВОГО)*

Т. В. Яковлева, Н. П. Ерофеев, А. В. Крысько

СГТУ имени Гагарина Ю. А., Саратов, Россия

В работе построена математическая модель нелинейной динамики гибких балок Эйлера–Бернулли с учетом связности полей температуры и деформации в условиях внешних цветных шумов. Показано, что понятие фазового перехода допускает дальнейшее обобщение. Оно распространяется на класс явлений перехода, которые присущи только неравновесным системам в случайно флуктуирующей среде. Для таких систем свойства среды не постоянны во времени, как это обычно предполагается при изучении неравновесных явлений, а подвержены случайному временным вариациям, известным под названием внешнего шума. Случайный характер среды индуцирует более тонко структурированное поведение системы. Этот новый тип неравновесных переходов в работе [1] назван переходами индуцированными шумом. В нелинейной динамике распределенных систем с учетом связности полей температуры и деформации в известной нам литературе таких работ нет. Настоящая работа является первой попыткой авторов в данном направлении.

Гибкие микро-балочные структуры находят широкое применение в различных приборах медицины, навигации [2, 3], аeronавтики и др. Исходная система дифференциальных уравнений получена из вариационного принципа Био:

$$\delta V + \delta D - \delta K = \iint_A (\bar{F}_0 \delta \bar{u}_0 - \theta \bar{n} \delta \bar{S}) dA,$$

где δV , δD , δK — вариации обобщенной свободной энергии, диссипативной функции и кинетической энергии соответственно; \bar{F}_0 , \bar{u}_0 — поверхностная сила и перемещение; \bar{n} — внешняя нормаль; A — ограничивающая тело поверхность. Вектор смещения энтропии \bar{S} связан с приращением энтропии S в единице объема по закону

$$s = -\operatorname{div} \bar{S} = -\sum_i \frac{\partial S_i}{\partial x_i}, \quad \delta V = \iiint_{\Omega} \left(\sum_{ij} \sigma_{ij} \delta \varepsilon_{ij} + \theta \delta s \right) d\Omega, \quad \delta D = \iiint_{\Omega} \frac{T_0}{k_T} \dot{S} \delta \bar{S} d\Omega,$$

где k_T — теплопроводность, точкой обозначается дифференцирование по времени, Ω — объем, занимаемый телом, T_0 — начальная температура. Производя необходимые математические операции вариационного исчисления, мы получим уравнения связанный задачи термомеханики гибких балок Эйлера–Бернулли с учетом шумового воздействия:

$$\frac{\partial T_{11}}{\partial x} = \rho h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2}; \quad (1)$$

$$\frac{\partial^2 M_{11}}{\partial x^2} + K_1 T_{11} + \frac{\partial}{\partial x} \left(T_{11} \frac{\partial \omega}{\partial x} \right) + q + \dot{q} = \rho h \left(\frac{\partial^2 \omega}{\partial t^2} + \varepsilon \frac{\partial \omega}{\partial t} \right), \quad (2)$$

$$\frac{\partial^2 \theta}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \theta}{\partial z^2} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial \theta}{\partial t} + \frac{T_0 E \alpha_T}{3(1-2\nu) \lambda_g} \frac{\partial^e}{\partial t}, \quad (3)$$

где

$$e = \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial \omega}{\partial x} \right)^2 + z \chi; \quad \chi = -\frac{\partial^2 \omega}{\partial x^2}; \quad T_{11} = \frac{Eh}{1-\nu^2} e - N_T;$$

*Работа выполнена при поддержке гранта РНФ №16-19-10290.

$$M_{11} = \frac{Eh}{12(1-\nu^2)}\chi - M_T; \quad N_T = \frac{E\alpha_T}{1-\nu} \int_{-h/2}^{h/2} \theta dz; \quad M_T = \frac{E\alpha_T}{1-\nu} \int_{-h/2}^{h/2} \theta z dz,$$

где $u(x, t)$ — перемещение вдоль оси OX ; $w(x, t)$ — прогиб; E, ν — модуль Юнга и коэффициент Пуассона; $\theta(x, z, t)$ — приращение температуры; α_T — коэффициент линейного теплового расширения. $|\theta|/T_0| \ll 1$, Полученная система (1)–(3) является нелинейной системой интегро-дифференциальных уравнений в частных производных разной размерности: гипербо-параболического типа. Уравнения гибкой балки Эйлера–Бернулли (1)–(2) — одномерные, уравнение теплопроводности (3) —

двумерное. К полученной системе интегро-дифференциальных уравнений следует присоединить краевые условия для балки, а также краевые условия 1–3 рода для уравнения теплопроводности, а также начальные условия для балки и уравнения теплопроводности. Интегро-дифференциальная нелинейная система уравнений сводится к задаче Коши методом конечных разностей 2-го порядка точности, а задача Коши решается методом Рунге–Кутты 4-го, 6-го порядка точности. Для того, чтобы решить интегро-дифференциальные уравнения температурное поле на шаге n берется из шага $(n-1)$, тем самым уравнения

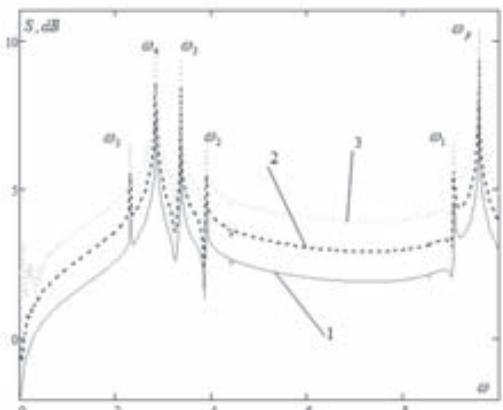


Рис. 1

становятся дифференциальными, а не интегро-дифференциальными. Погрешность, привносимая таким подходом, является не значительной, так как шаг по времени при решении задач Коши чрезвычайно мал, исследуется устойчивость решений полученной системы. Изучаются сигналы, фазовые портреты, температурные поля, спектры мощности Фурье, вейвлет анализ, знаки Ляпуновских показателей, причем знак старшего показателя Ляпунова определяется по трем методам: Вольфа, Канца, Розенштейна.

В качестве примера рассмотрим нелинейную динамику гибких балок Эйлера–Бернулли без учета связности полей температуры и деформации [2], но находящихся под действием внешнего аддитивного белого и розового шумов. Искомые уравнения приведены к безразмерному виду с помощью теории подобия и размерности. Границные условия: глухая заделка с обоих концов. Начальные условия — нулевые. Поперечная нагрузка $q(x, t) = q_0 \sin(\omega_p t)$, $q_0 = 56400$ $\omega_p = 9,5903$.

На рис. 1 приведены спектры мощности Фурье, полученные в зоне хаотических колебаний при указанной выше нагрузке: 1 — без учета шума; 2 — при белом шуме; 3 — розовый шум. Анализ полученных результатов позволяет сделать вывод о том, что различия между указанными выше решениями относятся только к розовому шуму, причем на низших частотах.

1. Horsthemke W., Lefever R. Noise-Induced Transitions. Theory and Applications in Physics, Chemistry, and Biology. — Berlin–Heidelberg–New York–Tokyo: Springer-Verlag, 1984.
2. Awrejcewicz J., Krysko A. V., Pavlov S. P., Zhigalov M. V., Krysko V. A. Stability of the Size-Dependent and Functionally Graded Curvilinear Timoshenko Beams // Journal of Computational and Nonlinear Dynamics. — 1 July 2017. — V. 12, Issue 4.

3. Awrejcewicz J., Krysko A. V., Papkova I. V., Zakharov V. M., Erofeev N. P., Krylova E. Yu., Mrozowski J., Krysko V. A. Chaotic dynamics of flexible beams driven by external white noise // International Conference on Structural Engineering Dynamics (ICEDyn 2015), Logos, Portugal, June 22–24, 2015.
4. Крылова Е. Ю., Папкова И. В., Ерофеев Н. П., В. М. Захаров, Крысько В. А. Сложные колебания гибких пластин под действием продольных нагрузок с учетом белого шума // Прикладная механика и техническая физика. — 2016. — Т. 57, №4. — С. 163–169.
5. Awrejcewicz J., Krysko V. A., Papkova I. V., Krysko A. V. Deterministic Chaos in One Dimensional Continuous Systems. — Singapore: World Scientific, 2016. — 562 p.

КОНТАКТНОЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ПРЯМОУГОЛЬНОЙ В ПЛАНЕ ПЛАСТИНКИ С УЧЕТОМ НАНОРАЗМЕРНОСТИ ПРИМЕНITЕЛЬНО К ГИРОСКОПИЧЕСКИМ ПРИБОРАМ*

T. B. Яковleva, B. A. Крысько (мл.)

СГТУ имени Гагарина Ю. А., Саратов, Россия

Введение. В современных навигационных системах широко применяются микромеханические устройства (MEMS), такие как микроакселерометры, микрогироскопы и др., в заготовках которых могут присутствовать скрытые дефекты в виде зазоров, влияющих на работоспособность устройств [1]. Наличие малых зазоров влечет при динамическом воздействии различной природы хаотические колебания, изучение которых в настоящий момент ограничено. Поэтому важным вопросом является учет контактного взаимодействия слоев [2, 3], что в свою очередь приводит к сильной нелинейности — конструктивной по классификации П. А. Лукаша. Наряду с этим, чрезвычайно важно изучение влияния размеров балочно-пластинчатых структур [4], так как микро- и нано-размерные балки и пластины широко используются в микро- и нано электромеханических системах, таких как датчики колебаний, микро-приводы, микропереключатели.

Постановка задачи. В работе построена математическая модель контактного взаимодействия прямоугольной в плане пластиинки с учетом наноразмерности. Для построения разрешающих уравнений пластиинки и балки используем гипотезы Кирхгофа и Бернулли-Эйлера, с учетом контактного взаимодействия. Тогда пакет из нано-пластины и нано-балки, соединенных между собой через краевые условия, находящийся под действием поперечной нагрузки, будет описываться системой уравнений (1). Чертеж пластиинчато-балочной конструкции приведен на рис. 1. В полученных соотношениях не учитывается геометрическая и физическая нелинейность, а учитывается только конструктивная нелинейность, связанная с контактным взаимодействием пластиинки и балки

$$\left\{ \begin{array}{l} \ddot{w}_1 + \varepsilon \dot{w}_1 = q(t) + \left\{ \frac{p_1}{12\gamma_1^2} + \frac{p_2\gamma_2^2}{2\gamma_1^2} \right\} \left(\frac{1}{\lambda^2} \frac{\partial^4 w_1}{\partial x^4} + \lambda^2 \frac{\partial^4 w_1}{\partial y^4} + 2 \frac{\partial^4 w_1}{\partial x^2 \partial y^2} \right) + K(w_1 - w_2 - h_k)\Psi, \\ \ddot{w}_2 + \varepsilon \dot{w}_2 = - \left[\left\{ \frac{p_1}{12\gamma_1^2} + \frac{p_2\gamma_2^2}{2\gamma_1^2} \right\} \frac{\partial^4 w_2}{\partial x^4} + K(w_1 - w_2 - h_k)\Psi \right]. \end{array} \right. \quad (1)$$

*Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Президента Российской Федерации МК-5609.2016.8 и грантов РФФИ 16-08-01108а и РФФИ 16-01-00721а.

Здесь $\gamma_1 = \frac{a}{h}$, $\gamma_2 = \frac{l}{h}$, $p_1 = \frac{1-\nu}{(1+\nu)(1-2\nu)}$, $p_2 = \frac{1}{2(1+\nu)}$ — размерно-зависимые коэффициенты; ν — коэффициент Пуассона; w_1 , w_2 — функции прогибов пластины и балки соответственно; K — коэффициент жесткости трансверсального обжатия структуры в зоне контакта; h_k — зазор между пластиной и балкой; $\Psi = 1$, если $w_1 > w_2 + h_k$ — есть контакт между пластиной и балкой, иначе $\Psi = 0$; $\psi = (1/2)[1 + \text{sign}(w_1 - h_k - w_2)]$; a , b — размеры пластины по x и y соответственно; a — длина балки; t — время; $\varepsilon = 1$ — коэффициент затухания; g — ускорение силы тяжести; E — модуль упругости; $q(x, y, t)$ — поперечная нагрузка, действующая на пластинку; γ — удельный вес материала.

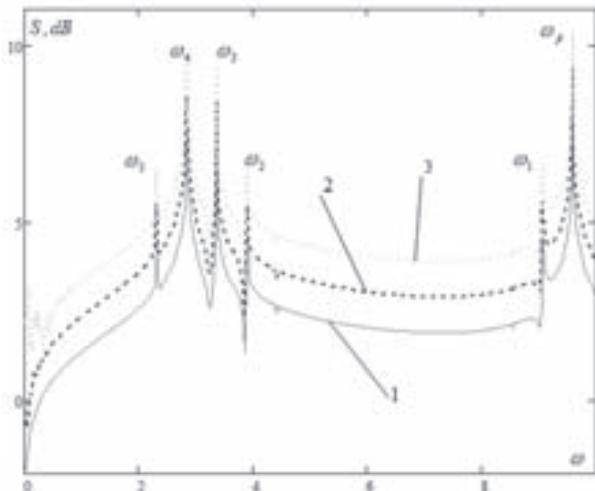


Рис. 1

Безразмерные параметры:

$$x = a\bar{x}, \quad y = a\bar{y}; \quad q = \bar{q} \frac{E(2h)^4}{a^2 b^2}, \quad \bar{t} = \frac{t}{\tau}, \quad \tau = \frac{ab}{2h} \sqrt{\frac{\gamma}{Eg}}, \quad \lambda = \frac{a}{b} = 1, \quad h_k = 2h\bar{h}_k.$$

Для простоты записи черточки над безразмерными параметрами в системе уравнений (1) опущены. Контактное взаимодействие учитывается по модели Винклера. Пластина и балка изотропные, между ними имеется малый зазор, соединены они через краевые условия. К системе уравнений (1) следует присоединить начальные, краевые условия и условия непроникновения одной системы в тело другой. Далее полученные системы нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных (1)–(3) сводятся к системе ОДУ методами Бубнова–Галеркина в высших приближениях, конечных разностей с аппроксимацией $O(h^2)$ и $O(h^4)$, и решается задача Коши методами Рунге–Кутты 4-го, 6-го, 8-го порядка точности. Решение уравнений разными методами делается для того, чтобы получить достоверные результаты. Исследуется сходимость метода Бубнова–Галеркина и конечных разностей в зависимости от количества членов ряда в разложении основных функций и количества разбиений интервала интегрирования в методе конечных разностей. Исследование задач осуществляется с помощью методов нелинейной динамики и качественной теории дифференциальных уравнений: строятся для каждого слоя пакета сигналы, фазовые портреты, сечения Пуанкаре, Фурье-спектры, применяются вейвлет-преобразования, анализируется знак спектра Ляпуновских показателей.

1. Мицкевич С. А., Папкова И. В., Захарова А. А., Крысько А. В. Нелинейная динамика сферических гидроакустических приборов, применяемых в нефтегазовой промышленности // Известия Томского политехнического университета. Инженеринг георесурсов. — 2016. — Т. 327, № 11. — С. 17–23.
2. Yakovleva T. V., Bazhenov V. G., Krysko V. A., Krylova C. Y. Contact interaction plates, reinforced by ribs, with gaps under the influence of white noise // PNRPU Mechanics Bulletin. — 2015. — No. 4. — P. 259–272.
3. Awrejcewicz J., Krysko-Jr. V. A., Yakovleva T. V., Krysko V. A. Noisy contact interactions of multi-layer mechanical structures coupled by boundary conditions // Journal of Sound and Vibration. — 2016. — No. 369. — P. 77–86.
4. Awrejcewicz J., Krysko A. V., Pavlov S. P., Zhigalov M. V., Krysko V. A. Stability of the Size-Dependent and Functionally Graded Curvilinear Timoshenko Beams // Journal of Computational and Nonlinear Dynamics. — 1 July 2017. — V. 12, Issue 4.

АДГЕЗИЯ И АНТИАДГЕЗИЯ ТВЕРДЫХ ТЕЛ

**С. И. Якушина, В. Ю. Преснечикова, С. Н. Ромашин,
Л. Ю. Фроленкова, В. С. Шоркин**

ОГУ им. И. С. Тургенева, Орел, Россия

Существуют ситуации, когда необходимо исключить возникновение адгезии (слипания) элементов какой-либо конструкции в процессе ее эксплуатации или налипания одних материалов на твердую поверхность элементов конструкций из других материалов. Один из способов — использование антиадгезионных слоев или покрытий. В настоящее время промышленность использует целый ряд экспериментально проверенных материалов с подобными свойствами: тальк, дисульфид молибдена, фторопласт и т.д. При этом критериев, с помощью которых можно теоретически предсказать свойства антиадгезионного материала для конкретной пары защищаемых от взаимной адгезии материалов, нет.

Предлагается элементарный анализ условий, при которых между однородными, изотропными упругими материалами может возникнуть адгезия (прилипание), а может и не возникнуть (антиадгезия). В результате предложен критерий, которому должны удовлетворять модули Юнга и сдвига контактирующих материалов, как при их адгезии, так и при ее отсутствии. Результаты использования критерия подтверждены известными экспериментальными данными.

Сплошная упругая среда является математической моделью реальных материалов с их дискретной атомно-молекулярной структурой. Для этой структуры характерно нелокальное потенциальное взаимодействие слагающих их частиц. Потенциальная энергия взаимодействия всех частиц, составляющих исследуемое тело, представляется суммой потенциальных энергий всех парных, тройных и т.д. взаимодействий. В работах [1–4] это свойство аксиоматически перенесено на взаимодействие частиц сплошной упругой среды. Роль частиц играют бесконечно малые части $dB_{(\alpha)}$ каждого из тел $B_{(\alpha)}$. Они получаются при мысленном разбиении $B_{(\alpha)}$ на элементарные части, используемом при построении интегральных сумм в вычислениях аддитивных характеристик состояния материала сплошного тела $B_{(\alpha)}$.

Также, как и для дискретных систем, потенциалы парных и тройных взаимодействий частиц сплошной среды описываются эмпирическими функциями с параметрами, характерными для исследуемого материала или пары материалов. Эти функции отвечают условиям термодинамичности [6], что достигается их быстрым стремлением к нулю с ростом расстояния между любой парой взаимодействующих

частиц, а также допущением о пропорциональности потенциала n - частичного взаимодействия произведению объемов всех n взаимодействующих частиц.

Потенциалы парных и тройных взаимодействий, учетом которых ограничились в данной работе, таковы, что для частиц одного и того же однородного тела при его малых деформациях возникают только возвращающие тело в недеформированное состояние силы. Так что система частиц, слагающих тело, устойчива. Это связано с наличием или отсутствием адгезии между этими телами.

Слипание тел $B_{(1)}$ и $B_{(2)}$ при адгезии, означает, что суммарная сила их взаимодействия является силой притяжения. Значит силы действующие на каждую из частиц $dB_{(1)}$, либо все являются силами притяжения к телу $B_{(2)}$, либо силы отталкивания, действующие на часть частиц $dB_{(1)}$, оказываются меньше сил притяжения, действующих на другую часть этих частиц. Возможна ситуация, когда частицы поверхностного слоя тела $B_{(1)}$ отталкиваются от $B_{(2)}$, в то время как суммарная сила адгезии является силой притяжения. В этом случае тела прижаты друг к другу, но адгезии нет. Причина ситуации в том, что каждая из частиц $dB_{(1)}$ испытывает действие двух типов сил — сил парных взаимодействий и сил тройных взаимодействий. Они могут иметь разные знаки, причем вторые на малых расстояниях могут превысить первые, а с ростом расстояний между частицами убывают быстрее сил парных взаимодействий, которые, начиная с некоторого расстояния, превысят силы тройного взаимодействия.

С учетом этого можно сформулировать необходимое условие отсутствия адгезии (наличия антиадгезии): сила действия одного тела на частицы поверхностного слоя другого тела является силой отталкивания. При этом достаточным условием антиадгезии является выполнение условия о том, что сила действия одного тела на все частицы другого тела является силой отталкивания. На примере анализа одномерного взаимодействия частиц двух полубескоенчных тонких цилиндров $B_{(1)}$: $0 < x < +\infty$ и $B_{(2)}$: $-\infty < x < 0$, контактирующих при $x = 0$, построены аналитические выражения, связывающие модули Юнга и сдвига материалов стержней при наличии адгезии между ними, а также выполнении необходимого и достаточного условий антиадгезии. Вид парного и тройного потенциалов межчастичных взаимодействий, определение параметров этих потенциалов через модули Юнга и сдвига, представлено в работах [2–5]. Выводы о наличии адгезии или антиадгезии проиллюстрированы расчетами для конкретных пар материалов.

Проведен расчет силы отталкивания $\sigma_{(12)}$ для пар: Тальк–Си, Тальк–Fe, Си–Fe. Для первой пары получено: $\sigma_{(12)} = 65 \cdot 10^9 N/m^2 > 0$. Медь отталкивает тальк, адгезии между ними нет. Для второй пары: $\sigma_{(12)} = 523 \cdot 10^9 N/m^2 > 0$. Железо отталкивает тальк, адгезии нет. Для третьей пары: $\sigma_{(12)} = -53 \cdot 10^9 N/m^2 < 0$. Медь притягивает сталь, адгезия есть. Полученные выводы соответствуют известным из технической и технологической практики выводам об адгезионном взаимодействии рассмотренных пар материалов.

1. Eringen A. C. Nonlocal Continuum Field Theories. — New York–Berlin–Heidelberg: Springer, 2002. — 376 p.
2. Шоркин В. С. Модель сплошной упругой среды, основанная на представлении о дальнодействующем потенциальном взаимодействии ее частиц / Под ред. И. А. Кийко, Р. А. Васина, Г. Л. Бровко // Упругость и неупругость. — М.: Ленанд, 2006. — С. 271–282.
3. Шоркин В. С., Фроленкова, Л. Ю., Азаров А. С. Учет влияния тройного взаимодействия частиц среды на поверхностные и адгезионные свойства твердых тел // Материаловедение. — 2011. — №2. — С. 2–7.
4. Шоркин В. С. Нелинейные дисперсионные свойства высокочастотных волн в градиентной теории упругости // Механика твердого тела. — 2011. — №6. — С. 104–121.

5. Dolgov N.A., Romashin S.N., Frolenkova L. Yu., Shorkin V.S. A Model of contact of elastic bodies with account for their adhesion // Nanomechanics and Technology: An International Journal. — 2015. — V. 6, i. 2. — P. 117–133.
6. Ruelle D. Statistical mechanics: Rigorous results. — New York–Amsterdam: Benjamin, 1969. — 219 p.

ВЫБОР РАЦИОНАЛЬНЫХ КОНСТРУКТИВНЫХ РЕШЕНИЙ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИЙ ИЗ ПОЛИМЕРНЫХ КОМПОЗИТОВ

Янг Наинт Мин, Аунг Чжо Тжу, М. И. Мартиросов, Л. Н. Рабинский

МАИ, Москва, Россия

Полимерные композиционные материалы (ПКМ) нашли широкое применение в авиационной промышленности. Новые ПКМ применяются поэтапно: прежде их внедряют для изготовления менее ответственных элементов конструкции, а затем уже по результатам опыта эксплуатации принимается решение об использовании этих материалов в более ответственных элементах.

В работе рассматривается численное определение рационального формата укладки монослоев в пакет применительно к заданной конструктивно-силовой схеме изделия из ПКМ, входящего в перечень одного из основных силовых элементов (ОСЭ) авиационной техники. ОСЭ — элементы основной силовой конструкции, которые воспринимают значительную долю полетных, наземных нагрузок и нагрузок от избыточного давления и разрушение которых может привести к аварийной или катастрофической ситуации.

Материал — углепластик на основе препрега HexPly M21/34%/UD194/IMA — 12K (углеродная лента IMA на основе высокопрочного волокна HexTow IMA-12K и эпоксидное связующее M21) производства фирмы Hexcel Composites (США). Препрег представляет собой набор углеродных жгутов, собранных в ленту без утка. Лента пропитана связующим по технологии «Hot Melt», т.е связующее в виде пленки совмещается с наполнителем с двух сторон и под давлением каландров при повышенной температуре сплавляется. Лента по сравнению с тканью обладает лучшей сопротивляемостью односторонним нагрузкам, лучшими аэродинамическими свойствами поверхности, менее пориста, обладает большей прочностью и жесткостью, меньшей стоимостью сырья, но большей стоимостью производства. Такой препрег предназначен для изготовления изделий конструкционного назначения (не только из перечня ОСЭ) по автоклавной технологии. Характеристики монослоя известны (паспортные данные производителя, полученные экспериментально на образцах по европейским стандартам EN для режима RTD (Room Temperature Dry): нормальная температура +23°C и влажность — в состоянии поставки). Состояние поставки образцов — состояние, в котором находятся образцы сразу после изготовления, содержание влаги в которых не превышает 10% от максимального влагонасыщения при относительной влажности 85%.

Нагружение — от аэродинамического давления, рассчитанного для наиболее характерных комбинаций угла атаки и угла скольжения при заданной скорости полета, приводящим к наибольшим аэродинамическим нагрузкам на изделие (расчетный случай).

Для уменьшения напряжений в связующем и обеспечения максимальной реализации свойств волокон в пакетах использовалась ориентация монослоев во всех

четырех основных направлениях: 0° , $+45^\circ$, -45° , 90° (ось 0° совпадает с направлением действия максимальной нагрузки). Во всех рассматриваемых вариантах применялось одинаковое число монослоев (толщина пакетов CONST), изменялись только формат укладки и процентное содержание монослоев различной ориентации. Исследовались симметричные сбалансированные ламинаты.

Использовалось «правило 10%» — обеспечивалось не менее 10% монослоев каждого из четырех направлений укладки (во избежание прямого нагружения матрицы в любом направлении). На наружных поверхностях ламината применялись монослой $+45^\circ$ или -45° , избегалась группировка более чем 4-х монослоев одной ориентации (для снижения вероятности расслоения). Так как толщина ламината была значительной, разница в ориентации соседних монослоев не превышала 60° (не совмещались слои 0° и 90° или $+45^\circ$ и -45°). Иначе может появиться микрорастрескивание от напряжений при отверждении. Не допускалось группирование слоев с ориентацией 90° для минимизации влияния межслоевого сдвига и нормальных напряжений. Различные форматы укладки рассматривались отдельно в регулярной зоне, переходной зоне и зоне усиления изделия.

Для решения поставленной задачи использовался метод конечных элементов, реализованный в программном комплексе MSC.PATRAN/MSC.NASTRAN. Конечно-элементная модель детали выполнена максимально приближенной к CAD модели. Для линейного статического анализа применялся решатель SOL101 MSC.NASTRAN, для расчета на устойчивость использовался решатель Buckling: SOL105 MSC.NASTRAN. Определены максимальные напряжения в ламинатах при различных форматах укладки, а также индексы разрушения и запасы прочности для исследуемых вариантов. Оценены значения максимальных деформаций, которые не превышают предельно допустимые значения (для композитного пакета): на растяжение — не более 0,5%; на сжатие — не более 0,4%; на сдвиг — не более 0,3%. Определено процентное содержание монослоев различной ориентации в ламинате для эффективной передачи нагрузки: 0° — от 30 до 50%, $\pm 45^\circ$ — от 40 до 60%, 90° — не менее 10%.

На базе полученных численных результатов выработаны практические рекомендации и определена рациональная укладка пакета для принятой конструктивно-силовой схемы изделия. Ниже приводятся публикации, которые использовались в данной работе [1–4].

1. Мартиросов М. И., Рабинский Л. Н., Серпичева Е. В. Расчетно-экспериментальное исследование пакетов слоистых композитов с различными заполнителями // Сборник трудов «Механика композиционных материалов и конструкций». Т. 1. М., ИПРИМ РАН, 2013 г. — С. 106–110.
2. Мартиросов М. И., Ершова А. Ю. Деформирование и разрушение элементов авиационных конструкций из полимерных композитов с углеродным наполнителем // Тезисы докладов XXVI Международной конференции «Математическое и компьютерное моделирование в механике деформируемых сред и конструкций». Санкт-Петербург, СПбГУ, 2015 г. — С. 216–217.
3. Ершова А. Ю., Мартиросов М. И. Климатико-прочностные испытания образцов из углепластика с типовой укладкой монослоев // Сборник материалов 5-ой Всероссийской научной конференции «Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред». М., ИПРИМ РАН, 2015 г. — С. 117–118.
4. Янг Наинт Мин, Аунг Чжо Тжу, Мартиросов М. И., Рабинский Л. Н. Расчет пакетов слоистых композитов с различными заполнителями // Тезисы докладов V Международного научного семинара «Динамическое деформирование и контактное взаимодействие тонкостенных конструкций при воздействии полей различной физической природы». М., МАИ, 2016 г. — С. 173–174.

Секция D МЕХАНИКА ЖИДКОСТИ, ГАЗА И ПЛАЗМЫ.
АЭРОТЕРМОДИНАМИКА ГИПЕРЗВУКОВЫХ СКОРОСТЕЙ

ИССЛЕДОВАНИЕ ГАЗОДИНАМИКИ ПЕРЕСЕКАЮЩИХСЯ СТРУЙ В ПОЛУОТКРЫТОМ КАНАЛЕ

*В. М. Абашев¹, И. Н. Ерёмкин¹, Н. П. Животов¹, В. П. Замураев^{2,3},
А. П. Калинина^{2,3}, П. К. Третьяков², А. В. Тупикин²*

¹МАИ, Москва, Россия; ²ИТПМ СО РАН, Новосибирск, Россия;
³НГУ, Новосибирск, Россия

Использование в реактивных двигателях традиционных сопел Лаваля ограничивает достижение высоких удельных характеристик при разумных габаритных размерах. Поиск новых способов организации горения топлив и новых сопловых устройств является перспективной задачей. Щелевые сопла представляют практический интерес как альтернатива применению сопел Лаваля [1].

Газодинамика истечения отдельных нерасчетных сверхзвуковых струй достаточно изучена [2]. Пересечение двух и более струй в ограниченном пространстве могут создавать как благоприятные условия для процессов горения, так и препятствовать распространению пламени. Газодинамическая картина течения в этом случае становится сложной и нестационарной. В данной работе представлены результаты экспериментального и численного исследования газодинамики при пересечении сверхзвуковых нерасчетных струй в полуоткрытом канале. Использовались толстостенные полуоткрытые каналы, в которые газ подавался через сфокусированные отверстия. В качестве исследуемых систем были рассмотрены полуоткрытый канал с плоскими стенками и полуцилиндрическим дном (рис. 1), а также осесимметричные каналы с полусферическим дном с различным расположением входных отверстий и отношением их площадей к выходному сечению канала.

Схема измерения давления в плоском канале показана на рис. 1. Численное моделирование проводилось в рамках нестационарных двух- и трехмерных уравнений Эйлера. В табл. 1 для этого канала приведены экспериментальные и расчетные значения давления и числа Маха в зависимости от давления в форкамере p_f . Сравнивались значения статического давления в контрольных точках p_1 , p_2 , p_3 (рис. 1), измеряемое полное давление за прямым скачком p'_0 , полное и статическое давление в этой же точке в набегающем потоке p_0 и p_S соответственно, и число Маха M . Наблюдается удовлетворительное совпадение эксперимента и расчета по давлениям и достаточно близкое по числу Маха.

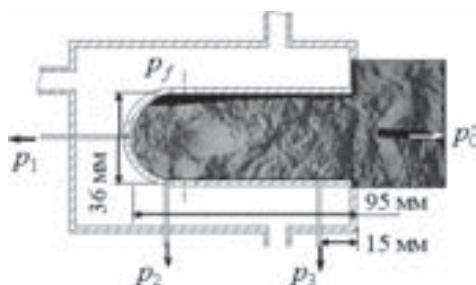


Рис. 1. Схема измерения давления в плоском канале

Таблица 1

Значения давления (в 10^5 Па) и число Маха в контрольных точках для плоского канала

Данные	p_f	p_1	p_2	p_3	p'_0	p_0	p_s	М
Эксперимент	11,5	3,23	2,73	0,83	2,64	2,77	—	1,45
3D	11,5	3,21	3,13	0,81	2,94	3,12	0,95	1,41
2D	12	2,82	2,60	0,77	—	3,27	1,2	1,44

Для осесимметричных каналов с полусферическим дном и отношением площадей отверстий к площади канала 0,25 были также проведены эксперименты и расчеты для диапазона давлений в форкамере до 2,5 МПа. Результаты получены для встречных и сфокусированных струй. В целом наблюдаются те же закономерности, и тот же уровень совпадения давления в контрольных точках и по числу Маха, что и для плоского канала. При невысоких давлениях в форкамере зависимость давления в контрольных точках от давления в форкамере для всех каналов имеет немонотонный характер, но при достижении некоторого критического давления эта зависимость приобретает линейный характер. При этом течение вблизи оси канала становится сверхзвуковым с постоянным числом Маха. На рис. 2 для встречных струй показана зависимость давления в контрольных точках от давления в форкамере.

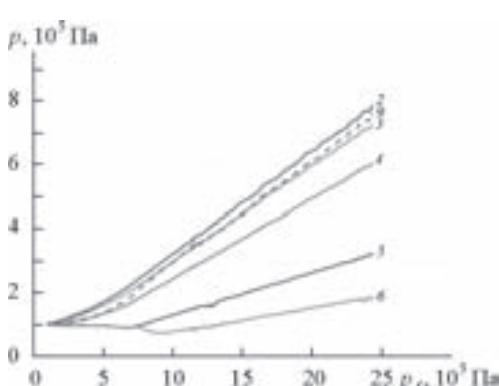


Рис. 2. Зависимость статического давления в контрольных точках p_2 , p_3 , p_4 , p_5 , p_6 и давления за прямым скачком p_0' для встречных струй от давления в форкамере

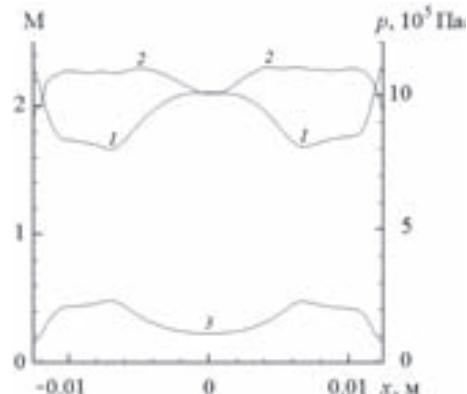


Рис. 3. Распределение параметров потока на выходе из полуоткрытого канала: 1 — число Маха, 2 — полное давление, 3 — статическое давление

По экспериментальным данным рассчитан коэффициент восстановления полного давления. Он оказался в два раза больше для сфокусированных струй (5 входных отверстий), чем для встречных (4 отверстия, расположенные друг напротив друга), по результатам численного моделирования — в полтора раза. На рис. 3 для сфокусированных струй при давлении в форкамере 2,4 МПа показано распределение числа Маха, статического давления и полного давления по диаметру выходного сечения канала, лежащему в плоскости контрольных точек. Из рис. 3 видно, что поток на выходе полностью сверхзвуковой. Полное давление на выходе изменяется в пределах 15%.

Анализ данных свидетельствует о реализации в канале течения в режиме сверхзвукового газодинамического сопла. Потери давления в значительной степени зависят от процесса смешения струй, что определяется отношением площадей от-

верстий к выходной площади канала, а также расположением и направлением отверстий.

1. Abashev V.M., Eremkin I.N., Zhivotov N.P., Zamuraev V.P., Kalinina A.P., Tretyakov P.K. and Tupikin A. V. Experimental and numerical investigation of the flow in half-closed channel with intersecting jets // AIP Conf. Proc. 1770, 030078 (2016). <http://dx.doi.org/10.1063/1.4964020>.
2. Глотов Г. Ф., Фейман М. И. // Ученые записки ЦАГИ. — 1971. — Т. 2, №4.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ГЕНЕРАЦИИ КОЛЕБАНИЙ В ПРОТОЧНОМ ИЗЛУЧАТЕЛЕ НА ОСНОВЕ СТРУЙНЫХ РЕЗОНАТОРОВ ГЕЛЬМГОЛЬЦА*

A. A. Абдрашитов¹, Е. А. Марфин¹, Д. В. Чакков², Я. И. Кравцов¹

¹КазНЦ РАН, Казань, Россия;

²КазО МСЦ РАН – филиал ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН, Казань, Россия

Использование интенсивных акустических колебаний позволяет интенсифицировать различных технологических процессов. Особенно актуально применение волнового воздействия на продуктивный пласт для интенсификации добычи нефти [1]. Повышение эффективности обусловлено влиянием упругих колебаний на определяющие процесс добычи явления: изменение проницаемости пористой среды, снижение вязкости жидкости, возникновение акустических течений и др. [2, 3]. При этом важной задачей промышленного внедрения волновых методов является создание излучателей, генерирующие в пласте упругие волны. В работе [4] показано существование оптимального диапазона частот колебаний для воздействия на пласт. Эти значения ниже эффективного диапазона работы струйного резонатора Гельмгольца (СРГ) [5], используемого в качестве основы работы излучателя. Для решения этой проблемы предлагается схема устройства, состоящего из двух высокочастотных СРГ, которые в акустическом низкочастотном резонаторе генерируют разностные колебания, соответствующие частоте собственных колебаний акустического резонатора. В работе [6] показано, что численными методами можно исследовать частотные характеристики различных резонаторов при наличии высокоскоростных струйных течений.

Используя математическую модель процесса генерации колебаний в струйном резонаторе Гельмгольца [7] и результаты работы [6], были определены основные геометрические размеры составляющих проточного излучателя. Устройство представляет собой проточный акустический резонатор с выходным отверстием — горлом резонатора и двумя СРГ, расположенными на противоположной от горла стороне. Исследования процесса генерации проводились численно с использованием лицензионного программного комплекса трехмерного моделирования течения жидкостей и газа FlowVision. Этот комплекс успешно справляется с моделированием нестационарных течений жидкостей в каналах различной геометрии [8, 9]. Для исследования в программе SolidWorks по размерам излучателя была создана трехмерная модель внутреннего пространства, разрез которого представлен на рис. 1.

Для численных расчетов использовалась модель течения сжимаемого газа, включающая: уравнения Навье–Стокса, уравнение неразрывности, закон сохра-

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ и Правительства Республики Татарстан (грант 15-48-02212).

нения энергии, $k-e$ -модель турбулентности. Расчет осуществлялся на основе конечно-объемном методе решения при стационарном давлении на входе. При этом анализировались картины течения, распределение давления и скорости в плоскости осевого сечения. Начальная расчетная сетка составляла $20 \times 20 \times 50$. На этапе запуска на расчет строится адаптированная сетка с локальным разбиением на граничных ячейках. В нашем случае после адаптации общее число расчетных ячеек превысило 170 тысяч.

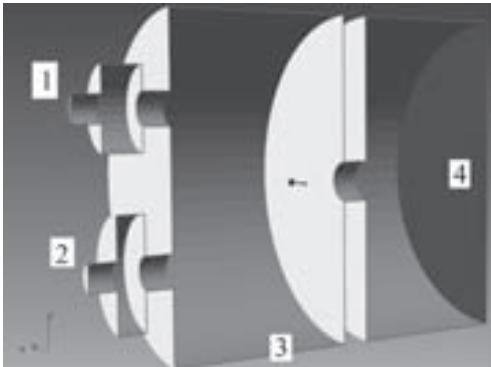


Рис. 1. Расчетная область и граничные условия: 1 — вход СРГ №1; 2 — вход СРГ №2; 3 — стенка; 4 — выход

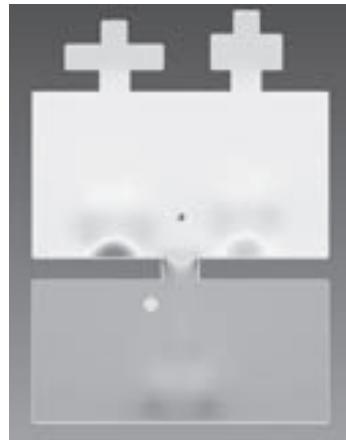


Рис. 2. Распределение давления в осевом сечении излучателя

После более десяти тысяч расчетных итераций процесс течения газа в проточной части излучателя, не смотря на то, что граничные условия стационарны, является нестационарным с выраженным колебаниями давления в камерах СРГ и акустическом резонаторе. Механизм генерации колебаний обусловлен образованием, движением вихревых структур в камере и взаимодействием их с твердой поверхностью стенки излучателя (рис. 2).

При этом установлено, что колебания внутри каждого СРГ не синхронизированы между собой, т. е. каждый резонатор возбуждается на своих собственных частотах. Это приводит к возбуждению низкочастотных колебаний в акустическом резонаторе.

Таким образом, проведенные численные исследования со стационарными граничными условиями позволили сделать следующие выводы: влияние собственных частотных характеристик резонаторов проявляется в виде нестационарности струйного течения, которое приводит к возбуждению СРГ; в акустическом резонаторе происходят процессы возбуждения основного тона резонатора за счет взаимодействия колебаний давления в СРГ.

1. Кравцов Я. И., Марфин Е. А. Волновое воздействие на продуктивные пласти как универсальный способ повышения эффективности добычи тяжелых нефти и природных битумов // Георесурсы. — 2011. — №3(39). — С. 17–18.
2. Beresnev I. A., Johnson P. A. Elastic-wave stimulation of oil production: A review of methods and results // Geophysics. — 1994. — V. 59, No. 6. — P. 1000–1017.
3. Marfin E. A., Kravtsov Y. I., Abdurashitov A. A., Gataullin R. N., Galimzyanova A. R. Elastic-Wave Effect on Oil Production by In Situ Combustion: Field Results // Petroleum Science and Technology. — 2015. — V. 33, No. 15–16. — P. 1526–1532.

4. Кравцов Я. И., Марфин Е. А., Абдрашитов А. А. Повышение эффективности метода прагравитационного дренажа за счет волнового воздействия на пласт // Геология, геофизика и разработка нефтяных и газовых месторождений. — 2016. — № 5. — С. 35–39.
5. Марфин Е. А., Абдрашитов А. А., Кравцов Я. И. Перспективы применения резонатора Гельмгольца, возбуждаемого струей, для интенсификации добычи углеводородов // Труды Академэнерго. — 2013. — № 4. — С. 102–110.
6. Марфин Е. А., Абдрашитов А. А. Собственные колебания газа в проточном резонаторе // Материалы XIX Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2015), 24–31 мая 2015 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2015. — С. 490–492.
7. Марфин Е. А., Кравцов Я. И. Выбор оптимальных геометрических параметров излучателя на основе резонатора Гельмгольца // Известия РАН. Энергетика. — 2005. — № 6. — С. 108–113.
8. Marfin E. A., Abdrashitov A. A. Modeling of unsteady flow of viscous fluid in the channel of complex geometry // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering, — 2016. — V. 158. — 012066.
9. Yaganova A. E., Marfin E. A. Computer modeling of capillary flow with superimposed pulsations // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering. — 2016. — V. 158. — 012096.

АСИМПТОТИЧЕСКИЙ АНАЛИЗ РАССЕЯНИЯ АТОМОВ РАЗРЕЖЕННОГО ГАЗА НА СЛАБО ШЕРОХОВАТОЙ ПОЛИГАУССОВСКОЙ ПОВЕРХНОСТИ

О. А. Аксенова¹, И. А. Халидов²

¹СПб ВМПИ ВУНЦ ВМФ ВМА, Санкт-Петербург, Россия;

²СПбПУ, Санкт-Петербург, Россия

Полигауссовская модель шероховатой поверхности, примененная нами в [1–4] для исследования влияния шероховатости на аэrodинамические свойства поверхности в разреженном газе, служит обобщением изученной нами ранее модели гауссовского однородного изотропного случайного поля [5, 6]. Аппроксимация шероховатости случайным полем, предполагающая случайный характер неровностей, лежит в основе математического описания шероховатости. При этом большинство авторов, опираясь на законы теории вероятностей, предпочитает гауссовскую статистику для описания поверхностей, подвергшихся износу и приработке в процессе эксплуатации. Однако для многих распространенных на практике способов обработки поверхностей моделирование негауссовскими профилями гораздо лучше отвечает реальности [7]. Это подтверждается не только экспериментальными измерениями статистических параметров, но и сопоставлением с результатами численных расчетов. При этом преимущество полигауссовой модели наблюдается как перед гауссовским полем, так и перед иными негауссовскими формами, в том числе и перед изученным нами ранее фрактальным профилем поверхности [6].

Результаты, полученные нами в [1–4] для гауссовых процессов и полей, распространяются в настоящей работе на изучение обтекания газом шероховатых поверхностей путем обобщения прежних выводов на случай полигауссовых процессов. В отличие от общепринятых технических приложений (например, от задач трения, разрушения, обработки материалов и т. п.), ключевым параметром шероховатости служит не дисперсия отклонений шероховатости от среднего уровня, а дисперсия тангенса угла наклона относительно этого уровня [5]. Совместная плотность распределения значений случайного процесса (или поля) в n точках

x_1, \dots, x_n , отвечающих моментам времени t_1, \dots, t_n , для полигауссовой модели приобретает вид

$$p_{t_1, t_2, \dots, t_n}(x_1, x_2, \dots, x_n) = \frac{1}{(2\pi)^{n/2}} \int_0^\infty \frac{1}{\sqrt{R_n(v)}} \exp\left(-\frac{1}{2}(x - \sigma(v))R_n^{-1}(v)(x - \sigma(v))^T\right) dF(v),$$

где $\sigma(v)$ и $R_n(v)$ — векторное математическое ожидание и корреляционная матрица значений процесса в заданных точках, $|R_n(v)|$ — определитель корреляционной матрицы, $F(v)$ — неубывающая на $[0; \infty)$ весовая функция, удовлетворяющая требованию сходимости несобственного интеграла на бесконечности. Полигауссовская модель выделяется среди смесей вероятностных распределений тем, что позволяет сколь угодно точно приближать почти любой случайный процесс [2]. В частности, в работе [7], ориентированной на приложения к рассеянию света на шероховатой поверхности, выращиванию тонких пленок в микроэлектронике, диагностике поверхности методами электронной спектроскопии и контактным явлениям (в частности, трению и износу изделий в машиностроении), продемонстрирована возможность достаточно точной аппроксимации реальных микрорельефов, полученных в ряде технологических процессов. В этой же работе описан алгоритм численного моделирования реализаций полигауссовых процессов, базирующийся на преобразовании гауссовых распределений. Поскольку аналогичные технологии применяются и при обработке поверхностей реальных летательных аппаратов, мы уделяем внимание прежде всего свойствам полигауссовых процессов, влияющим на моделирование рассеяния атомов разреженного газа на шероховатой поверхности.

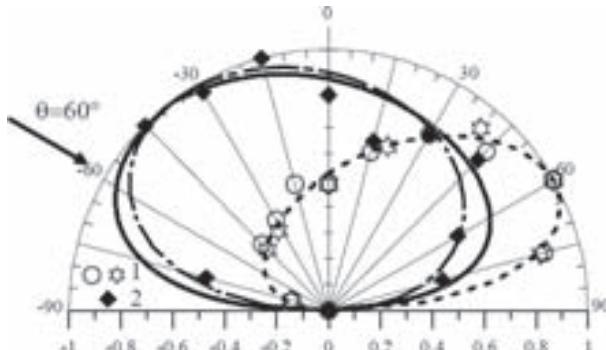


Рис. 1. Сплошной линией обозначена индикаторика рассеяния, отвечающая полигауссовой модели шероховатости при падении атомов на поверхность под углом $\theta = 60^\circ$, штрихпунктирной — результаты расчета в работе авторов из ЦАГИ [8], пунктирной — расчет на гладкой поверхности, темными и светлыми символами — экспериментальные значения [8]

Влияние шероховатости поверхности на ее обтекание разреженным газом определяется величинами, с большим трудом поддающимися численному нахождению путем аппроксимации интегралами высокой (стремящейся к бесконечности) кратности. К подобным величинам относятся в первую очередь факториальные моменты $N_k(T, u)$ числа выходов процесса за уровень u на отрезке $[0; T]$ [4]. Для полигауссовых полей эти моменты выражаются через факториальные моменты

$$N_k(T, u) = \int_0^\infty N_k^r\left(T, \frac{u}{v}\right) dF(v)$$

гауссовского случайного процесса с корреляционной функцией $r(t)$ за уровень u/v . При этом сложного вида интегралы по вероятностным мерам входят уже в первые члены асимптотических разложений, отвечающих стремлению к нулю параметра шероховатости.

Для примера применения полученных асимптотических разложений на рис. 1 приведено сопоставление результатов расчетов индикатрисы рассеяния на гладкой и шероховатой поверхностях из каптона (пластика, применяемого для изготовления реальных поверхностей летательных аппаратов, движущихся в верхних слоях атмосферы), с экспериментальными результатами для разреженного потока аргона [8].

График свидетельствует, что предложенная модель шероховатости лучше учитывает эффект «аэродинамического затенения», оказывающий существенное воздействие на аэродинамические свойства шероховатой поверхности.

1. Aksanova O. A., Khalidov I. A. Analytic Model of the Effect of Poly-Gaussian Roughness on Rarefied Gas Flow near the Surface // Rarefied Gas Dynamics. American Institute of Physics, AIP Conference Proceedings 1786, 100007 (2016). — Р. 1000071—1000078; doi: <http://dx.doi.org/10.1063/1.4967618>.
2. Аксенова О. А., Халидов И. А. Особенности взаимодействия разреженного газа с шероховатой поверхностью с позиций полигауссовой математической модели // Научно-технические ведомости СПбГПУ. — 2014. — №4. — С. 129–138.
3. Халидов И. А. Применение полигауссовых случайных процессов к моделированию обтекания шероховатой поверхности потоком разреженного газа // Вестник Санкт-Петербургского государственного Университета. Серия 1. — 2014. — №3. — С. 428–436.
4. Aksanova O. A., Khalidov I. A. Poly-Gaussian Model of Randomly Rough Surface in Rarefied Gas Flow // Rarefied Gas Dynamics. American Institute of Physics. AIP Conf. Proc. V. 1628: Melville, New York, 2014/ — Р. 388–398.
5. Мирошин Р. Н., Халидов И. А. Локальные методы в механике сплошных сред. — СПб.: Изд-во Санкт-Петербургского ун-та, 2002. — 304 с.
6. Аксенова О. А., Халидов И. А. Шероховатость поверхности в аэродинамике разреженного газа: фрактальные и статистические модели. — СПб.: Издательство ВВМ С.-Петербургского ун-та, 2004. — 120 с.
7. Литвак М. Я., Малюгин М. И. Полигауссовые модели негауссовой случайно-шероховатой поверхности // Журнал технической физики. — 2012. — Т. 82, №4. — С. 99–107.
8. Erofeev A. I., Friedlander O. G. et al. The Influence of Roughness of the Surface on the Interchange of Momentum between Gas Flow and Solid Surface // Rarefied Gas Dynamics, AIP Conference Proceedings 1501, American Institute of Physics, Melville, NY, 2012. — Р. 1168–1174.

О ЛОКАЛИЗАЦИИ ИСТИННОГО РЕШЕНИЯ НА АНСАМБЛЕ РАСЧЕТОВ*

А. К. Алексеев^{1,2}, А. Е. Бондарев³

¹РКК «Энергия», Королев, Московская обл., Россия; ²МФТИ, Долгопрудный, Московская обл., Россия; ³ИПМ им. М. В. Келдыша, Москва, Россия

Рассмотрена возможность определения окрестности численного решения, содержащей истинное решение, основанная на использовании ансамбля расчетов, полученных схемами разного порядка аппроксимации на одной и той же сетке.

*Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект №16-01-00553А).

Мы будем рассматривать численное решение как вектор $u^{(i)} \in R^N$ (i — порядковые номера схем, N — число узлов сетки). Значения неизвестного истинного решения в узлах сетки («истинное решение») обозначим $\tilde{u} \in R^N$. Нас интересует

отклонение расчета от истинного решения в виде значения нормы погрешности решения $\|u^{(k)} - \tilde{u}\|_{L_2} = r_k$.

При наличии априорной информации о том, что одна из схем существенно точнее другой $r_1 > 2r_2$, можно показать, что истинное решение находится внутри гиперсферы радиуса $\|du_{1,2}\|_{L_2} = \|u^{(1)} - u^{(2)}\|_{L_2}$ с центром в $u^{(2)}$: $\|\tilde{u} - u^{(2)}\|_{L_2} \leq \|du_{1,2}\|_{L_2}$.

В отсутствие количественной информации о соотношении погрешности решений можно сформулировать следующий эвристический критерий:

Локализация истинного решения возможна, если множество расстояний между численными решениями

возможна, если множество расстояний между численными решениями

$\|du_{i,j}\|_{L_2} = \|u^{(i)} - u^{(j)}\|_{L_2}$ распадается на кластеры, связанные с точными и с одним неточным решениями, а расстояние между кластерами больше размера кластера более точных расчетов.

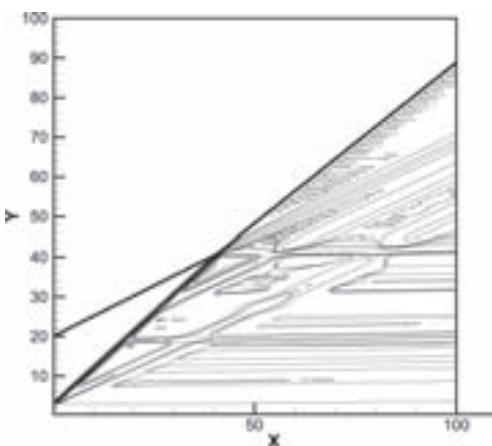


Рис. 1

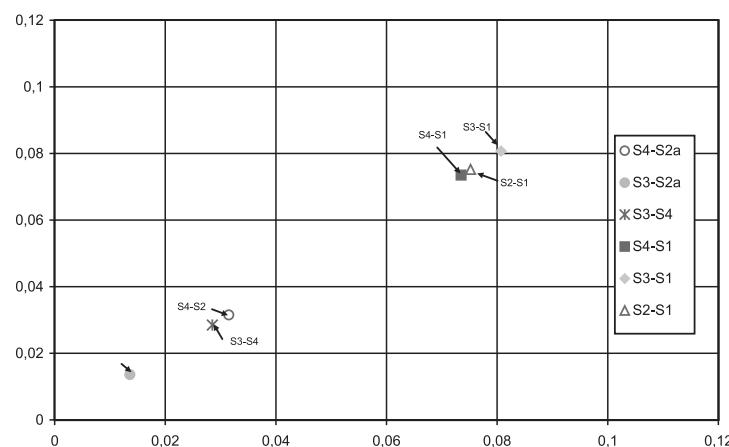


Рис. 2

В качестве тестового примера рассмотрено взаимодействие ударных волн VI типа по классификации Edney [1], описываемое уравнениями Эйлера. На рис. 1 представлено изолинии плотности для параметров течения $M = 4$, $C_p/C_v = 1,4$ и двух последовательных углов отклонения потока $\alpha_1 = 10^\circ$, $\alpha_2 = 15^\circ$. Для этой задачи достаточно просто построить точное аналитическое решение. С другой стороны, наличие скачков уплотнения и интенсивного слоя смешения позволяют надеяться на получение в расчете заметной ошибки. В работе использовалась схема 1-го порядка точности типа Courant Isaacson Rees в варианте [2], обозначенная как S1, схема второго порядка точности [3] (S2), схема 3-го порядка точности [4] (S3) и схема 4-го порядка точности [5] (S4).

Расчеты проводились на равномерных сетках, содержащих 100×100 и 400×400 пространственных узлов. Рисунок 2 демонстрирует, что набор расстояний (для удобства отложенных по обеим осям) между решениями $\|du_{i,k}\|_{L_2} = \|u^{(i)} - u^{(k)}\|_{L_2}$ распадается на два кластера, один из которых связан с «неточной» схемой S1.

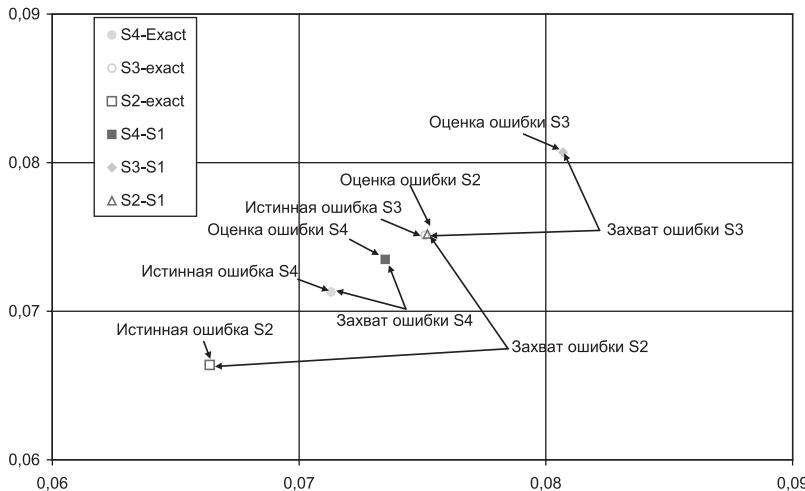


Рис. 3

Сравнение с аналитическим решением указывает на то, что использование схемы S1 (как «неточной») и схем S2, S3, S4 (как «точных») позволяет найти окрестность «точных» решений, в которой расположено истинное решение (рис. 3).

1. Боровой В. Я. Течение газа и теплообмен в зонах взаимодействия ударных волн с пограничным слоем. — М.: Машиностроение, 1983. — 141 с.
2. Куликовский А. Г., Погорелов Н. В., Семенов А. Ю. Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001.
3. Sun M., Katayama K. An artificially upstream flux vector splitting for the Euler equations // JCP. — 2003. — V. 189. — P. 305–329.
4. Osher S., Chakravarthy S. Very high order accurate TVD schemes // ICASE Report. — 1984. — No. 84-144. — P. 229–274.
5. Yamamoto S., Daiguji H. Higher-order-accurate upwind schemes for solving the compressible Euler and Navier–Stokes equations // Computers and Fluids. — 1993. — V. 22. — P. 259–270.

ГИДРОДИНАМИКА ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ ДВУХ ВСТРЕЧНЫХ ФРОНТОВ ПЛАМЕНИ В ОТКРЫТЫХ И ЗАКРЫТЫХ КАНАЛАХ

M. B. Алексеев, M. M. Алексеев, E. B. Самсонов, O. Ю. Семенов

СурГУ, Сургут, Россия

Данная работа посвящена исследованию закономерностей взаимодействия двух фронтов пламени, распространяющихся навстречу друг другу. Показано, что взаимодействие пламен при воспламенении горючей смеси у противоположных сторон канала сопровождается подавлением одного фронта пламени другим. Изучено вза-

имодействие встречных пламен двух горелок. Определено, что вытеснение фронта пламени из канала сопровождается его гашением.

Исследование гидродинамики взаимодействия двух фронтов пламени связано с практическим интересом к проблеме несвоевременного воспламенения горючей смеси электрической искрой в разных точках объема камеры сгорания. Эти явления могут вызвать возникновение нескольких фронтов пламени. В работах [1, 2] исследовано взаимодействие двух полусферических искривленных фронтов пламени, распространяющихся навстречу друг другу. В работе [3] авторами получено двойное пламя на горелке со встречными потоками. Авторами работы [4] представлена одномерная нестационарная модель распространения двух фронтов пламени перемешанной смеси газов в плоских каналах. Результат взаимодействия фронтов пламени, кривизна которых велика по сравнению с шириной тепловой зоны пламени, интересен с точки зрения технических приложений.

В экспериментах изучения двойного пламя использовали горелки со встречными потоками. Пропановоздушную смесь подавали на горелки через расходомер газа с помощью газометра вытеснения. Фиксацию процесса горения проводили цифровым фотоаппаратом. Из рис. 1, а видно, что «двойное пламя» — это два фронта пламени, имеющие две симметричные светящиеся зоны горения. Для случая, представленного на рис. 1, б нижний фронт пламени деформируется под действием верхнего фронта пламени, происходит его стабилизация на горелке.

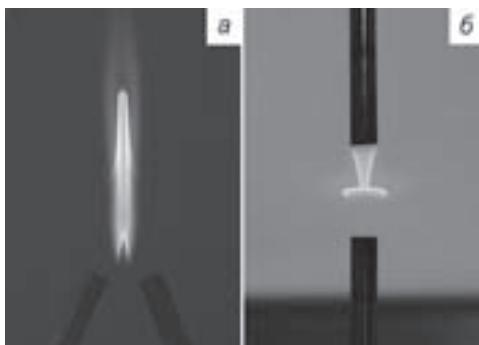


Рис. 1. Взаимодействие встречных пламен двух горелок расположенных: *а* — относительно вертикали под углом 20° , *б* — вертикально

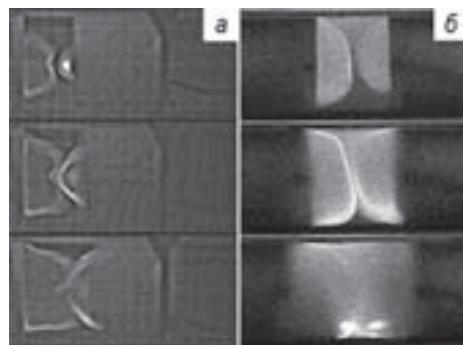


Рис. 2. Взаимодействие и распад двух фронтов пламени распространяющихся в трубе навстречу друг другу: *а* — различной кривизны, *б* — одинаковой кривизны

Изучение взаимодействия пламен в закрытом канале осуществляли в модели двигателя внутреннего сгорания. С противоположных торцов стеклянной трубы — камеры сгорания модели двигателя устанавливали два поршня. Смесь воспламеняли электрической искрой между двумя электродами на поршнях. В первой серии опытов два поршня были подвижны, во второй — положение одного поршня фиксировали. Электрический разряд между электродами производили либо одновременно, либо с регулируемой задержкой по времени, что позволяло управлять кривизной и скоростью распространения фронта пламени.

На рис. 2, *а* поршень, находящийся слева — неподвижен, воспламенение горючей смеси на его поверхности осуществляется раньше, чем на подвижном поршне. Кривизна фронта пламени проявляется в изменении симметрии каждого из фронтов пламени вплоть до их погасания. Из фотографий рис. 2, *б* видно, что влияние одного фронта пламени на другой незначительно.

Для управления кривизной фронтов пламени при их взаимодействии так же использовали открытый канал переменного сечения, а смесь воспламеняли у противоположных торцов канала с задержкой по времени. Возникали релаксационные колебания столба газа и каждого из фронтов пламени связанные с восстановлением поля скоростей вблизи поверхности пламени. Рисунок 3, *a* соответствует случаю, когда оба фронта пламени инициированы при зажигании горючей смеси у крайних точек канала. Вытесняемый фронт пламени с меньшей скоростью распадается на выходе из канала и погасает. Фрагменты изображений на рис. 3, *б*, соответствуют фронту пламени, инициированному в центре канала. На поверхности крайнего фронта пламени развивается ячеистая структура, вызванная его гидродинамической неустойчивостью.

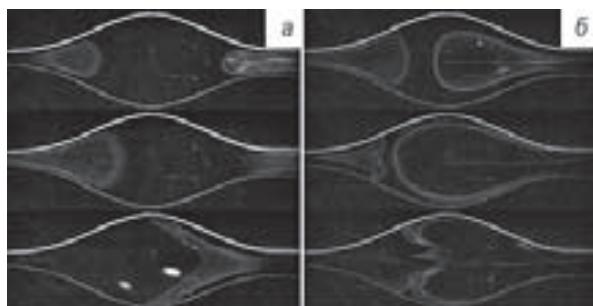


Рис. 3. Взаимодействие двух фронтов пламени: *а* — при воспламенении смеси в крайних точках канала, *б* — при воспламенении смеси в крайней точке и в центре канала

Реакция фронта пламени проявляется в изменении положения, формы и площади поверхности, что определяет время и полноту сгорания газа. Эффекты проникновения одного фронта пламени через другой и подавления пламени могут оказаться полезным при решении вопросов, связанных с увеличением скорости, обеспечением устойчивости пламени, его погасания и повышения коэффициента полезного действия ДВС.

1. Семенов О.Ю. Исследование релаксационного распространения пламени в каналах: автореф. дис. канд. физ.-мат. наук: 01.02.05. — Томск, 2014. — 23 с.
2. Chung S.H. // Journal of Visualization. — 2003. — V. 6, no. 2. — P. 95–106.
3. Князьков Д. А. и др. // ФГВ. — 2008. — Т. 44, №1. — С. 26–33.
4. Фурсенко Р. В. и др. // ФГВ. — 2001. — Т. 37, №5. — С. 3–11.

МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МОДЕЛИ, РЕЗУЛЬТАТЫ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОГО И ЧИСЛЕННОГО ИССЛЕДОВАНИЯ ДВУХФАЗНЫХ ПОТОКОВ*

И. А. Амелиушкин, А. Л. Стасенко

ЦАГИ, Жуковский, Московская обл., Россия

Предложены выражения, описывающие движение неоднородных двухфазных потоков, содержащих несферические частицы в рамках сплошной среды. Исследовано влияние отношения осей сфероида E на коэффициент орошения обтекаемого тела, на распределения по его поверхности плотности потока массы и компонент

*Исследования выполнены за счет Российского научного фонда (грант 16-19-10472).

скорости потока частиц, а также на пространственное распределение этих величин для отразившихся от тела вращающихся частиц.

Разработаны математические модели движения облака несферических частиц в неоднородном потоке в замкнутом пространстве. Обобщена предложенная ранее [1] модель движения несферических частиц в газовых потоках. Предложены физико-математические модели и методы расчета траекторий несферических частиц в газовых потоках. Коэффициент рассеяния несферических частиц предлагается оценивать следующим выражением:

$$S_{NS} = \sqrt{\delta F / \rho_0},$$

где ρ_0 — плотность материала частицы, δF — ориентационная сила, действующая на несферическую частицу в неоднородном потоке, равная

$$\delta F / F_{Sk} = |1 - E^{-1/3} \sqrt{(E^2 + 4E + 5)/10}|,$$

где F_{Sk} — сила Стокса. Несферичность формы частиц приводит к появлению дополнительных слагаемых при математическом описании аэрозольного течения, связанных с рассеянием траекторий частиц $\mathbf{q}_{NS} = S_{NS}(\rho_p + \rho) \nabla (\rho_p / (\rho_p + \rho))$. Здесь ρ и ρ_p — плотность несущего потока и массовая концентрация частиц, соответственно. При расчете стохастики траекторий хаотизированных частиц на каждом шаге по времени добавляется стохастическое ускорение частицы, равное $\sum \Xi_k \sqrt{2D_k} \cdot \xi_k$. Здесь $\xi \in (0,1)$ — случайное число, Ξ — случайный единичный вектор. Сумма берется по всем возможным механизмам стохастики движений частицы, к которым можно отнести турбулентные пульсации потока [2], несферическую форму частиц [1, 3], броуновское движение малых частиц [4] и окружающих молекул, а также своеобразие особенностей поведения частиц естественного происхождения. Иллюстративно показаны анимации движения вращающихся кристаллов сложной формы и частиц естественного происхождения вблизи обтекаемого тела и в изогнутом канале. Предложенные математические модели и методы моделирования движения частиц сложной формы могут быть использованы при расчете траекторий кристаллов льда в проблеме обледенения [3], элементов космического мусора в атмосферах планет, а также при моделировании тромбообразования в кровеносных сосудах. Методы оптической диагностики аэрозольных течений развиты в [5] и использованы при визуализации потока газа с несферическими частицами на стенде искусственного обледенения.

Предложено выражение для зависимости скорости фронта кристаллизации метастабильной переохлажденной жидкости от ее физических свойств и температуры:

$$u^2 = \chi \left(\frac{T}{T_f} \right)^m Z \exp \left(-\frac{L_b}{RT} \right) \left(\frac{T_f - T}{T_f} \right)^{m+1}.$$

Здесь T — начальная температура, χ — температуропроводность вещества перед, индекс b означает barrier — барьер при фазовом переходе. В качестве характерной температуры принято значение температуры фазового перехода (для воды $T_f = 273$ К). Второй, третий и четвертый сомножители в выражении (1) соответствуют формуле Аррениуса; величина Z имеет размерность с^{-1} , R — удельная газовая постоянная m — порядок химической реакции.

Получены численные оценки температурной зависимости энергетического барьера переохлажденной воды $L_b(T) = L_b^0 (1 - T/T_f)^{-7/5}$, $L_b^0 \cong 4 \cdot 10^{-3}$ Дж/кг. Учтено влияние неполной кристаллизации: получена зависимость массовой доли образующегося кристаллизации льда α_m от температуры. Приведены результаты ви-

зуализации, тепловизионной съемки и измерений физико-химических параметров, характеризующих особенности кристаллизации метастабильной жидкости [6].

В ряде работ отмечено, что фазовый переход сопровождается своеобразными оптическими и электрофизическими явлениями, влияющими на ход других физических процессов. На основании проведенных в криостате экспериментов, а также данных других авторов, из уравнений баланса энергии на движущейся межфазной границе в настоящей работе получена оценка зависимости мощности излучения I , которое выделяется с единицы поверхности фронта кристаллизации в зависимости от температуры переохлаждения T :

$$I = \left(C_l(T_f - T) - L_{ls}\varsigma\sqrt{T_f - T} \right) \rho_l \beta \cdot (T_f - T)^2.$$

Здесь $T_f = 273$ К — температура замерзания, C_l — удельная теплоемкость воды, L_{ls} — удельная теплота плавления льда, ρ_l — плотность воды, $\varsigma = 0,12 \pm 0,03$ К $^{-1/2}$ — коэффициент, характеризующий зависимость массовой доли образующегося льда от температуры, $\beta = (3,75 \pm 0,4) \cdot 10^{-3}$ м/с · К 2 — коэффициент, который соответствует параболической аппроксимации зависимости скорости фронта кристаллизации от температуры. Эти коэффициенты найдены экспериментально.

Кроме того, проведенные эксперименты указывают на существование эффекта накопления энергии слабых механических воздействий, приводящих к тому же результату, что и одно сильное возмущение. Это свидетельствует о возможности существования нескольких «ступенек» в исследуемом пороге потенциальной энергии.

Создана установка формирования и разгона центробежной силой переохлажденных до заданной температуры капель жидкости для исследования их взаимодействия с поверхностью, обладающей различной степенью гидрофобности. Приведены результаты численного моделирования движения и кристаллизации капель, ускоренных центробежным способом вблизи быстро вращающегося цилиндра. Приведены результаты квантово-химических расчетов. Представлены рекомендации по разработке антиадгезионных покрытий, устойчивых к образованию инея и обледенения. Получены потенциалы взаимодействия молекул капель с атомами обтекаемого тела, изготовленного из различных материалов.

1. Амелюшкин И. А., Стасенко А. Л. Взаимодействие потока газа, несущего несферические микрочастицы, с поперечным цилиндром // Инженерно-физический журнал. — 2018. — Т. 91, № 3.
2. Амелюшкин И. А., Стасенко А. Л. Стохастика и детерминизм движения капель воды в переохлажденном аэрозольном потоке, обтекающем твердое тело // Вестник МГОУ. Сер. Физ.-мат. — 2014. — № 4. — С. 61–69.
3. Amelyushkin I. A. Mathematical models and optical investigation of two phase flows in wind tunnels // Proceedings from the 30th Congress of the International Council of the Aeronautical Sciences ICAS-2016 25th–30th September 2016. — Daejeon, Korea. Paper No. 2016_0665. 5 р.
4. Амелюшкин И. А., Стасенко А. Л. Взаимодействие нанокапель аэрозольного потока с твердым телом // Наноструктуры. Математическая физика и моделирование. — 2016. — Т. 14, № 2. — С. 5–23.
5. Амелюшкин И. А., Ганиев Ю. Х., Гобызов О. А., Липницкий Ю. М., Ложкин Ю. А., Филиппов С. Е. Неравновесный аэрозольный поток в сверхзвуковой аэродинамической трубе // Ученые записки ЦАГИ. — 2017. — Т. 1. — С. 54–72.
6. Amelyushkin I. A. Supercooled water crystallization in a problem of ice accretion // Journal of Visualization of Mechanical Processes. Online journal. — 2016. — V. 4, Issue 1. — P. 1–18.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ОБТЕКАНИЯ ВИНТО-РУЛЕВЫХ КОЛОНК (ВРК) РАЗНОГО ТИПА ПОТОКОМ ВЯЗКОЙ НЕСЖИМАЕМОЙ ЖИДКОСТИ

B. A. Андреев

КГНЦ, Санкт-Петербург, Россия

В связи с широким применением винто-рулевых колонок в качестве главного движителя имеет место проблема прогнозирования пропульсивных качеств судов, оснащенных данными движителями. В первую очередь, необходимо учитывать влияние колонки на поток вблизи корпуса судна, в частности, учета гидродинамических характеристик, действующих на колонку и надбавки на ее сопротивление.

Прогнозирование ходкости судна производится путем проведения модельных испытаний. При этом необходимо испытывать движитель в «свободной воде», а также проводить буксировочные испытания модели судна, после которых производится пересчет полученных данных на натуру.

Наибольший интерес в рамках данной работы представляет пересчет с модели на натуру силы, действующей на винто-рулевую колонку за работающим гребным винтом. Определяющим параметром при пересчете данной силы является масштабный коэффициент α , определение которого будет дано ниже.

Для расчета масштабного коэффициента ВРК существует ряд методов, в том числе:

- расчеты сопротивления корпусов ВРК по RANS-методам при модельном и натурном числе Рейнольдса;
- полуэмпирические методы, основанные на концепции форм-фактора.

Данные методы были рассмотрены для разных типов ВРК: Azipod Compact (хорошообтекаемая ВРК) и Механическая Ледовая ДРК (плохообтекаемая ВРК). Чтобы оценить масштабный эффект, для каждого типа ВРК производился численный расчет обтекания ВРК с работающим гребным винтом потоком безграничной вязкой жидкости, как при модельном, так и при натурном числе Рейнольдса, при разных относительных поступях. Численный расчет при модельном числе Рейнольдса проводился с помощью программного пакета STAR CCM+ с использованием низкорейнольдсовой модели турбулентности с переходом $k-\omega$ -SST. В случае проведения расчетов при натурном числе Рейнольдса использовалась высокорейнольдсовая модель турбулентности.

Масштабный коэффициент α определялся, как $\alpha = K_{T_{US}}/K_{T_{UM}}$, где $K_{T_{US}}$ и $K_{T_{UM}}$ — рассчитанные RANS-методом коэффициенты силы сопротивления $F_{T_{US}}$ и $F_{T_{UM}}$, возникающей на корпусе колонки за работающим гребным винтом для натуры и модели соответственно:

$$K_{T_{US}} = \frac{F_{T_{US}}}{\rho n_S^2 D_S^4}; \quad K_{T_{UM}} = \frac{F_{T_{UM}}}{\rho n_M^2 D_M^4}.$$

Наряду с RANS-методами были рассмотрены полуэмпирические методы, основанные на концепции форм-фактора. Сравнения результатов расчета, выполненных с помощью RANS-методов и с помощью полуэмпирических методов показало, что масштабный коэффициент рассчитанный по RANS-методу, значительно меняется в зависимости от поступи и числа Рейнольдса набегающего потока, тогда как масштабный коэффициент, рассчитанный с помощью полуэмпирических методов, практически не зависит от поступи. Для выявления причин такого расхождения будут проведены дальнейшие исследования.

ЧИСЛЕННОЕ РЕШЕНИЕ МОДЕЛЬНОЙ ЗАДАЧИ О ТОЧЕЧНЫХ ВЗРЫВАХ, РАСПОЛОЖЕННЫХ В ВЕРШИНАХ ПРАВИЛЬНОГО ТЕТРАЭДРА *

B. A. Андрущенко, И. В. Мурашкин

ИАП РАН, Москва, Россия

Решается модельная задача о множественных взрывах в атмосфере для случая их упорядоченного расположения в пространстве в вершинах правильного тетраэдра в целях апробации численной методики для изучения взрывного взаимодействия фрагментов метеороидов. Численно исследуется задача о четырех точечных взрывах в атмосфере на основе системы трехмерных эволюционных уравнений Эйлера в декартовых координатах (x, y, z). Задача модельная — газ считается идеальным, атмосфера — экспоненциальной, центры взрывов, с одинаковой начальной энергией $E = 20kT$, расположены в вершинах правильного тетраэдра ABCD (рис. 1, *a*) со стороной $L = 710$ м. Расчеты проводятся для высот $H = 500, 1000$ м расположения центра тетраэдра O (рис. 1, *a*) над подстилающей поверхностью. В качестве начальных условий для каждого взрыва выбирается решение задачи для одиночного взрыва в экспоненциальной атмосфере с учетом противодавления (начальными условиями для этой задачи бралось решение задачи о сильном взрыве Л. И. Седова) до момента времени $t \approx 0,22$ с, когда радиус его фронта достигает величины $R_0 = 350$ м. Далее отсчет идет от этого момента времени принимаемого за $t_0 = 0,0$ с. Дискретизация исходной системы дифференциальных уравнений осуществляется на сетке $401 \times 401 \times 401$ узлов по каждому направлению. По мере достижения фронтов ударной волны границ сетки, ее масштаб изменяется.

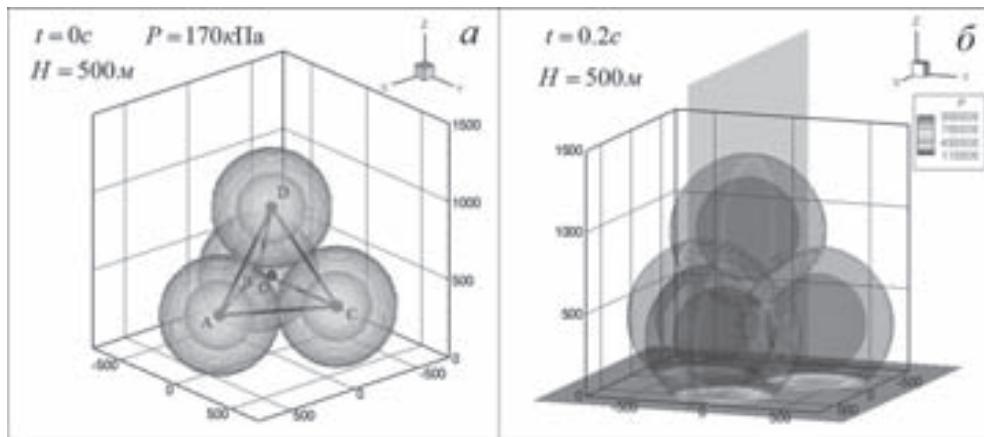


Рис. 1

На рис. 1, *б* представлены изобарические поверхности для момента времени $t = 0,2$ с и два среза для $z = 0$ м и $y = 0$ м по которым видны области взаимодействия ударных волн, в которых происходят кумулятивные эффекты возрастания давления. Опишем процесс взаимодействия четырех ударных волн (УВ) для варианта расчета $H = 500$ м. В момент времени $t \approx 0,028$ с в середине ребер тетраэдра ABCD происходят кумулятивные эффекты с резким возрастанием давления до 3,7 МПа из-за столкновения пар первичных УВ (рис. 2, *a*). На регулярной

*Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ №15-01-07444.

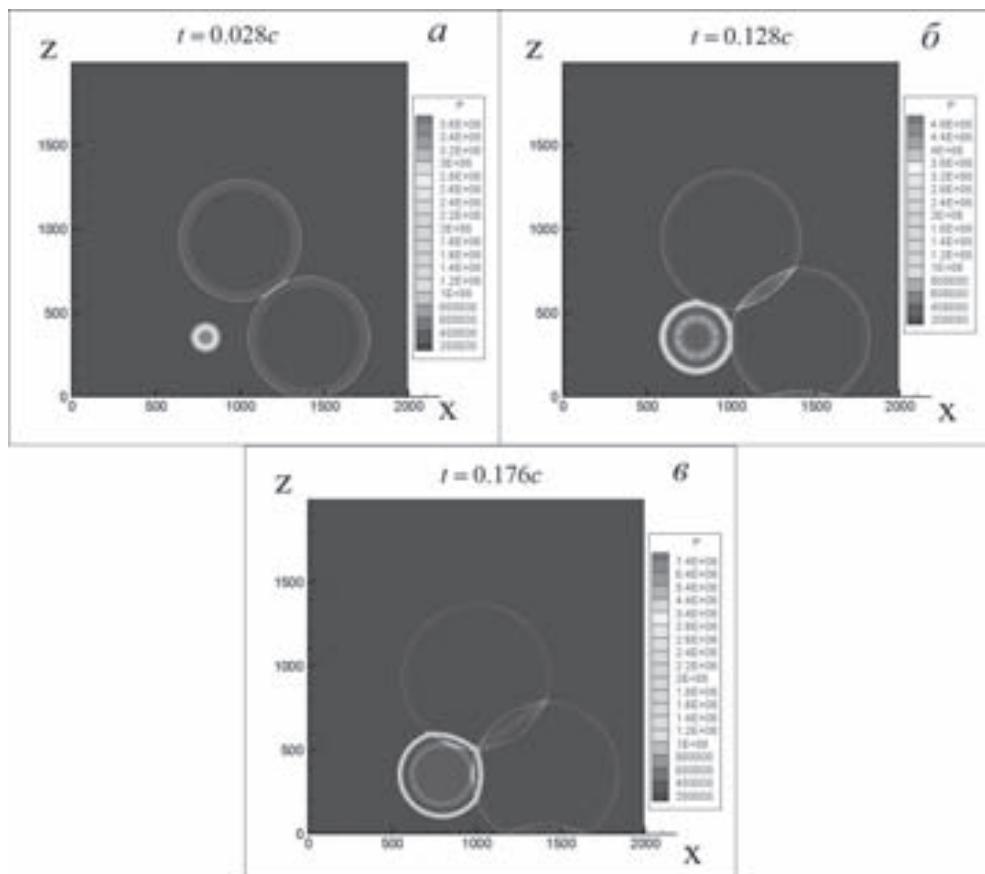


Рис. 2

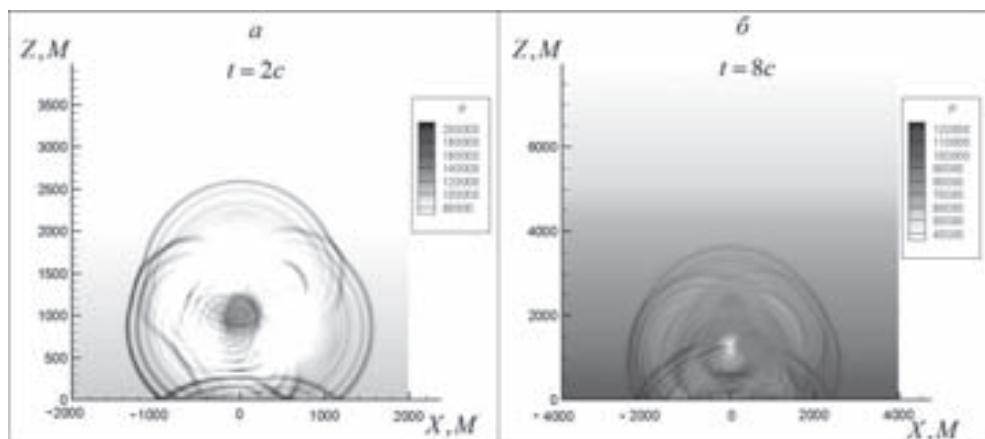


Рис. 3

стадии лобового соударения двух взрывных сферических УВ образуются пары исходящих УВ и тангенциальных разрывов для каждой пары взрывов [1]. Развитие ударно-волнового процесса хорошо прослеживается по поведению распределений газодинамических показателей в плоскости XZ ($y = 0$ м) (рис. 2).

В момент времени $t \approx 0,128$ с в центрах граней тетраэдра ABCD происходит еще один кумулятивный эффект с возрастанием давления до 4,9 МПа за счет схождения троек первичных УВ, отраженные 4 УВ двигаясь к центру О (рис. 2, б), сталкиваются в момент времени $t \approx 0,176$ с с еще 4 первичными УВ, тем самым порождая максимальный кумулятивный эффект процесса, при котором достигается давление в 7,5 МПа (рис. 2, в).

Далее множественные ударные волны взаимодействуют друг с другом, с горячими центральными областями и поверхностью, при этом происходят их распады на новые УВ, которые продолжают двигаться в прежних направлениях, и волны разрежения, устремляющиеся к зоне начального контакта, тем самым эволюция течения сильно усложняется. Результаты для варианта расчета $H = 1000$ м (рис. 3), плоскость $y = 0$ м содержит точки AD и середину ребра BC. Расчеты проводились до моментов времени в 20 с.

1. Андрушенко В. А. Парный взрыв в экспоненциальной атмосфере // ИФЖ. — 1994. — Т. 66, № 6. — С. 657–661.
2. Белоцерковский О. М., Андрушенко В. А., Шевелев Ю. Д. Динамика пространственных вихревых течений в неоднородной атмосфере. — М.: Янус-К, 2000. — 456 с.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИНТЕНСИФИКАЦИИ ТЕПЛООБМЕНА В КАНАЛАХ С ПОМОЩЬЮ ТУРБУЛИЗАТОРОВ ПОТОКА РАЗЛИЧНОЙ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ФОРМЫ

И. В. Антиухов

МАИ, Москва, Россия

В авиационной и ракетно-космической технике широко применяются различного рода теплообменные аппараты, в которых, в результате интенсификации теплообмена, может быть достигнуто снижение их массогабаритных показателей, гидравлических потерь, расходов и температур теплоносителей; в ряде случаев задачей является снижение температурного уровня поверхности теплообмена при фиксированных режимных и конструктивных характеристиках. Расчетные методы исследования интенсификации теплообмена при турбулентном течении в трубах разработаны еще недостаточно. Экспериментальные данные по теплообмену справедливы только для определенного вида течений и типоразмеров турбулизаторов [1]. В связи с этим необходима разработка новых, более точных, чем существующие теоретических методов исследования интенсификации теплообмена при турбулентном течении в трубах. Под интенсификацией теплообмена понимаются применение искусственных турбулизаторов потока на теплоотдающей поверхности.

Существующие решения дают заниженные результаты относительно точного решения для низких значений числа Прандтля и завышенные для высоких во всем диапазоне относительных диаметров для труб с турбулизаторами. Для более высоких относительных высот турбулизаторов это расхождение выше при высоких числах Прандтля и ниже — при низких. Результаты расчета по точным формулам и по существующим империческим формулам в зависимости от относительной высоты между турбулизаторами при прочих равных условиях показывает, что различие

может быть довольно значительным. Подробное расчетное исследование теплообмена в трубах с невысокими турбулизаторами посредством точного решения задачи о теплообмене показывает, что средняя погрешность этого расчета по отношению к эксперименту составляет порядка 5%, в то время как по существующим — более 10%. Следовательно, точные решения гораздо качественнее описывают имеющиеся экспериментальные данные. Применение точных решений можно считать оправданным, несмотря на их относительную сложность.

Разработана математическая модель для расчета теплообмена при турбулентном течении в каналах в условиях интенсификации теплообмена, отличающаяся от известных моделей более высокой точностью, отсутствием дополнительных допущений, учетом большего числа определяющих параметров. Существующие решения для относительно невысоких выступов могут рассматриваться как частный случай точных. Расчетные данные по интенсифицированному теплообмену для относительно невысоких выступов хорошо соответствуют существующим экспериментальным данным, имея гораздо меньшую погрешность по отношению к последним, чем существующие решения.

Исследование локальных и осредненных параметров течения и теплообмена в трубах с турбулизаторами представляется наиболее перспективным при расчете на основе многоблочных вычислительных технологий специализированных распараллеленных пакетов [2].

Моделирование выполнено применительно к турбулизаторам различной геометрической формы. На рис. 1 представлены линии тока при обтекании турбулизаторов.

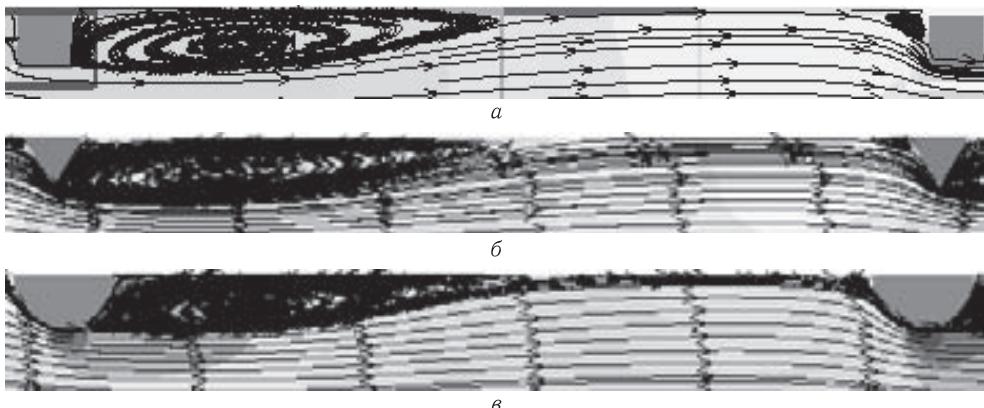


Рис. 1. Расчетные линии тока для трубы с турбулизаторами квадратного (а), треугольного (б) и полукруглого (в) поперечного сечения при $Re = 10^4$; $d/D = 0,94$; $t/D = 0,50$ для воздуха

Видно, что развитие турбулентных вихрей при обтекании турбулизаторов различной формы имеет общую структуру, но при обтекании потоком турбулизаторов плавной формы пристеночный слой имеет более заполненную структуру. В нем отсутствуют отрывные зоны и вихри в застойных зонах. Соответственно гидравлические потери будут меньше, чем при обтекании турбулизаторов с острыми кромками.

1. Калинин Э. К., Дрейцер Г. А., Ярхо С. А. Интенсификация теплообмена в каналах. — М.: Машиностроение, 1990. — 208 с.
2. Быстров Ю. А., Исаев С. А., Кудрявцев Н. А., Леонтьев А. И. Численное моделирование вихревой интенсификации теплообмена в пакетах труб. — СПб: Судостроение, 2005. — 398 с.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОБОБЩЕННЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ГОРЕНИЯ ТВЕРДОГО ТОПЛИВА В ВЫСОКОСКОРОСТНОМ ВОЗДУШНОМ ПОТОКЕ*

C. M. Аульченко, B. I. Звегинцев

ИТПМ СО РАН, Новосибирск, Россия

Большую роль в разработке прямоточных воздушно-реактивных двигателей (ПВРД) играет математическое моделирование горения твердого топлива (ТТ) в тракте двигателя. При этом не всегда известны все характеристики топлива и процесса его горения в потоке газообразного окислителя. Это может быть связано как со сложным составом топлива, так и с большим диапазоном газодинамических условий, в которых происходит работа двигателя.

Целью данной работы является создание единой унифицированной методики экспериментального исследования характеристик горения твердого топлива в высокоскоростном потоке воздуха. Эта методика основана, во-первых, на получении набора экспериментальных данных на установке, рабочие режимы которой соответствуют условиям в камерах сгорания ПВРД при натурном полете в диапазоне чисел Маха, а, во-вторых, на восстановлении неизвестных характеристик топлива путем решения серии обратных задач.

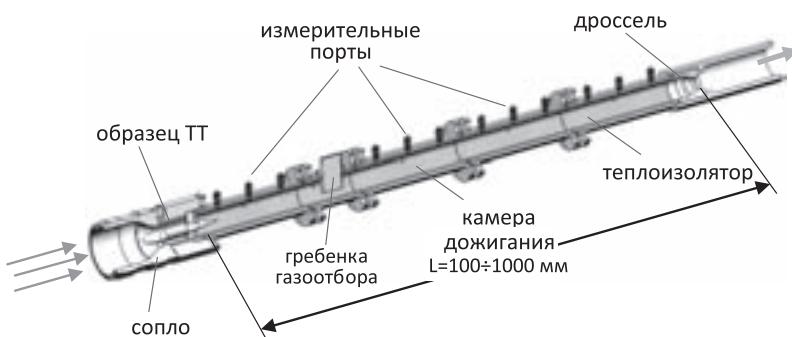


Рис. 1. Схема экспериментальной установки

Результаты реализации первого этапа представлены в [1]. Для проведения экспериментальных исследований была создана установка, включающая короткую камеру для воспламенения и начального горения твердого горючего в высокоскоростном (дозвуковом) потоке воздуха и длинную (до 1 м) камеру дожигания. Основными особенностями установки являются широкий диапазон реализуемых условий испытаний, соответствующий условиям натурного полета, и короткое время рабочего режима (порядка нескольких секунд), что позволяет существенно снизить стоимость ее создания и эксплуатации.

На втором этапе для каждого экспериментально исследованного режима на основе полученных данных о температуре, давлении, концентрации кислорода и скорости массового уноса при горении ТТ численно решается обратная задача восстановления неизвестных параметров в обобщенных уравнениях химической кинетики, моделирующих процесс горения ТТ, таких как стехиометрические коэф-

*Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант 15-08-04581НК/15).

фициенты, константы скорости реакции, энергия активации и тепловыделение. Расчет параметров, определяющих горение ТТ, осуществляется минимизацией функционала, являющегося суммой квадратов отклонений экспериментальных и расчетных данных для всего диапазона экспериментально исследованных режимов. Для моделирования горения ТТ в условиях эксперимента используется созданная программа расчета течения многокомпонентной среды с учетом химических реакций, основанная на КГД-алгоритмах [2].

На рис. 2–4 приведены примеры результатов тестовых расчетов течения с горением ТТ в тракте экспериментальной установки.



Рис. 2. Поле температуры (К)



Рис. 3. Поле массовой доли продуктов сгорания



Рис. 4. Поле числа Маха

Экспериментальные результаты будут использованы для паспортизации характеристик исследуемого топлива с точки зрения его применения в ПВРД ТТ. Кроме того, получаемые экспериментальные данные могут быть использованы для развития методов расчетов характеристик горения в камерах сгорания ПВРД с учетом движения газов, изменения концентрации кислорода в обдувающем потоке, наличия фронта горения в турбулентном пограничном слое, отрицательного градиента давления, неизотермичности и вдува на поверхности канала, переменной по длине зарядов скорости выгорания, наличия конденсированных частиц, вязкости и турбулентности потока продуктов сгорания.

1. Звегинцев В. И., Аульченко С. М., Лукашевич С. В., Наливайченко Д. Г. Методика расчетно-экспериментальных исследований характеристик горения твердых топлив в высокоскоростном потоке воздуха // Тезисы XII Международной конференции НЕМс-2016 Высокоэнергетические материалы: демилитаризация, антитерроризм и гражданское применение. Томск, Россия, 7–9 сентября 2016. — С. 49–50.
2. Аульченко С. М. Управление процессом роста наночастиц диоксида титана в проточном плазмохимическом реакторе // Инженерно-физический журнал. — 2013. — Т. 86, № 5. — С. 967–973.

МОДЕЛИРОВАНИЕ СИНТЕЗА КОМПОЗИТНЫХ ЧАСТИЦ ДИОКСИДА ТИТАНА И ОКСИДА КРЕМНИЯ В ПРОТОЧНОМ ПЛАЗМОХИМИЧЕСКОМ РЕАКТОРЕ

C. M. Аульченко, E. В. Картаев

ИТПМ СО РАН, Новосибирск, Россия

Одним из наиболее перспективных направлений в современных технологиях является синтез нанокомпозитных порошков оксидных керамик, относящихся к новому классу материалов с возможностью управления их физико-химическими свойствами в широком диапазоне в зависимости от их предназначения. В частности широкое применение получили наноразмерные частицы диоксида титана TiO_2 . При этом во многих важных практических приложениях требуется, чтобы фотокаталитическая активность частиц TiO_2 была подавлена — например, в добавках пигментного диоксида титана в краски, в пластик и при производстве бумаги, в производстве солнцезащитных средств. В этом случае требуется, чтобы площадь фотоактивной свободной поверхности диоксида титана была как можно меньше при сохранении оптических свойств самого материала. Этому требованию удовлетворяют, например, нанокомпозитные частицы TiO_2-SiO_2 структуры «ядро-оболочка», причем, чем больше толщина аморфного слоя SiO_2 и чем меньше его микропористость, тем сильнее снижена фотоактивность композитного нанопорошка [1, 2].

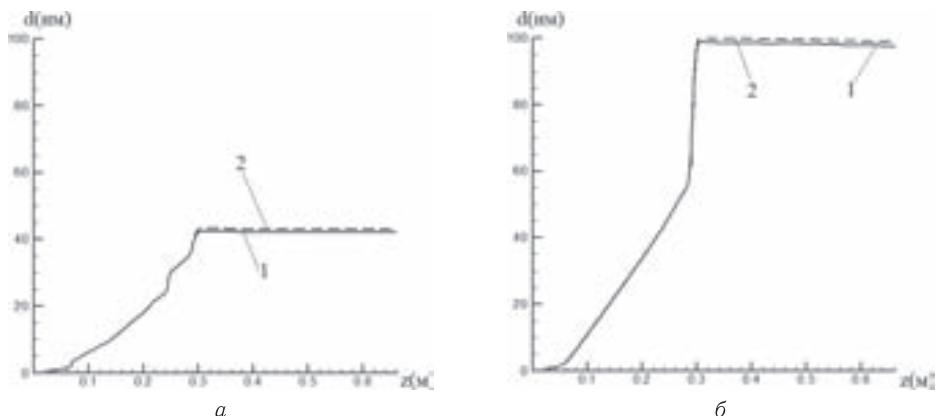


Рис. 1. Распределение вдоль реактора средневзвешенного диаметра частиц в нанометрах:
а — средний по числу частиц диаметр; *б* — средний по массе частиц диаметр (1 — диаметр частицы TiO_2 ; 2 — диаметр частицы $TiO_2 +$ оболочка SiO_2)

В работе на основе созданной авторами программы расчета течений многокомпонентной реагирующей газовой смеси, основанной на алгоритмах решения квазигазодинамической системы уравнений, впервые проведено моделирование синтеза нанокомпозитных частиц TiO_2-SiO_2 данной структуры в проточном плазмохимическом реакторе. При моделировании реализован одностадийный метод получения искомых порошков. В верхней части канала в реактор подается в паровой фазе тетрахлорид титана $TiCl_4$ и в зоне реактора до узла подачи тетрахлорисилана $SiCl_4$ происходит конверсия тетрахлорида титана, с образованием частиц TiO_2 с их последующим ростом за счет поверхностной реакции и коагуляции. В [3–5] приведены результаты расчетов и экспериментов этого этапа. В области смешения $SiCl_4$ с основным потоком согласно обобщенной реакции $SiCl_4 + O_2 \rightarrow SiO_2 + 2Cl_2$

происходит образование газовой фазы оксида кремния SiO_2 , с последующей конденсацией ее на поверхности частиц диоксида титана и образованием оболочки. Кроме того, рост толщины оболочки может происходить и за счет поверхностной реакции. Газ в плазмообразующей струе — азот с температурой 4500 К и используется предварительное смешение реагентов вне реактора — тетрахлорида титана и тетрахлорсилана с кислородом.

Так как для ряда параметров модели нет точных данных, расчеты проведены при различных значениях соответствующих констант. На рисунке приведены результаты одного из вариантов расчетов. Получены оболочки толщиной 1–1,3 нм.

1. *El-Toni A.M., Yin S., Sato T.* Control of silica shell thickness and microporosity of titania-silica core-shell type nanoparticles to depress the photocatalytic activity of titania // Journal of Colloid and Interface Science. — 2006. — V. 300, No. 1. — P. 123–130.
2. *Siddiquey I.A., Furusawa T., Sato M., Honda K., Suzuki N.* Control of the photocatalytic activity of TiO_2 nanoparticles.
3. Аульченко С.М. Управление процессом роста наночастиц диоксида титана в проточном плазмохимическом реакторе // ИФЖ. — 2013. — Т. 86, №5. — С. 967–973.
4. *Kartaev E. V., Lukashov V.P., Vashchenko S. P., Aulchenko S. M., Kovalev O. B., Ser-gachev D. V.* Experimental Study of the Synthesis of the Ultrafine Titania Powder in Plasmachemical Flow-type Reactor // Int. J. Chem. React. Eng. — 2014. — V. 12(1). — doi: 10.1515/ijcre-2014-0001.
5. Аульченко С.М. , Картаев Е.В. Управление процессом синтеза субмикронных частиц диоксида титана в проточном плазмохимическом реакторе // Инженерно-физический журнал. — 2015. — Т. 88, №6. — С. 1409–1415.

МОДЕЛИРОВАНИЕ КОНВЕКТИВНЫХ ПРОЦЕССОВ В ВРАЩАЮЩЕЙСЯ САМОГРАВИТИРУЮЩЕЙ МАССИВНОЙ ЗВЕЗДЕ С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ГАЗОДИНАМИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ*

A. B. Бабаков

ИАП РАН, Москва, Россия

Численное моделирование конвективных потоков в кислородном ядре массивной звезды третьего поколения (POP III) осуществляется на основе алгоритмов метода потоков [1, 2], реализованных в программном комплексе «FLUX» [3] на современных вычислительных системах кластерной архитектуры.

Подобные звезды являются предшественницами сверхновых PISN. Отмечено, что быстрое вращение звезды способствует развитию крупномасштабных конвективных структур и является определяющим для развития взрыва коллапсирующих сверхновых (типы II, Ib/c) [4].

Метод потоков и алгоритмы программного комплекса «FLUX» основаны на конечно-разностной аппроксимации законов сохранения для каждой аддитивной характеристики используемой модели среды. Для моделирования самогравитирующей области в эти алгоритмы для законов сохранения импульса и полной энергии вводятся соответствующие члены, ответственные за силу гравитации.

*Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда по программе «Проведение фундаментальных научных исследований и поисковых научных исследований отдельными научными группами» (грант №16-11-10339).

Рассматривается движение сжимаемого газ в области, ограниченной сферической поверхностью радиуса R , равному удвоенному радиусу звезды. Газ принимается невязким, нетеплопроводным, совершенным с отношением удельных теплоемкостей $\gamma = 4/3$.

При задании начального поля переменных ($t = 0$) для быстро вращающейся самогравитирующей области формы эллипсоида вращения используется методика [5], позволяющая задать гидродинамически равновесные начальные поля компонент скорости, давления и плотности при заданном соотношении α главных полуосей эллипсоида. При этом используется политропное уравнение состояния $p = K\rho^\gamma$, $\gamma = 4/3$, так что энтропия в начальном поле постоянна во всей области интегрирования. Молекулярный вес среды μ принимался равным 0,371.

Для вращающейся модели звезды ($\alpha < 1$) в используемой методике [5] поле скоростей характеризуется величиной угловой скорости, зависящей только от расстояния от центра звезды вдоль оси вращения и постоянством угловой скорости в направлении перпендикулярном оси вращения.

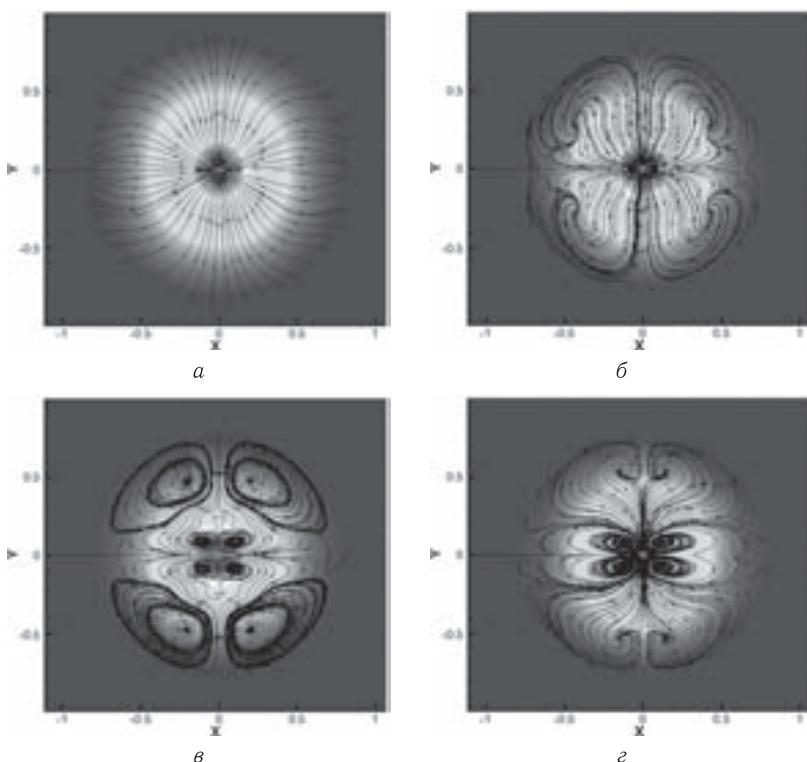


Рис. 1. Поля температуры и мгновенные линии тока в сечении звезды: *a* — $t = 100$ с, *б* — 160 с, *в* — 170 с, *г* — 175 с

В эволюционном расчете для вычисления силы гравитации использовалось два подхода. Первый состоял в суммировании гравитационных сил, действующих на каждый конечный объем вычислительной сетки со стороны всех остальных конечных объемов области интегрирования. Заметим, что данный подход связан с большими временными затратами и требует специального распараллеливания алгоритма суммирования. Второй подход основан на предположении о том, что возникаю-

щая конвекция существенно не меняет распределение плотности по угловым координатам и радиальная компонента гравитационной силы является доминирующей.

Расчеты проводились на вычислительных комплексах кластерной архитектуры с использованием до 1000 вычислительных узлов на вычислительных сетках, содержащих до $2 \cdot 10^6$ конечных объемов.

Ниже приводится пример эволюционного расчета для модели звезды, имеющей радиус $r_0 = 0,3R_\odot$, массу $M = 75M_\odot$ (индекс \odot указывает на солнечный параметр), плотность в центре $\rho_0 = 2,65 \cdot 10^5$ г/см³, температуру в центре $T_0 = 1,8 \cdot 10^9$ К. Начальный профиль плотности таков, что в области радиуса $0,1R_\odot$ содержиться $\sim 50M_\odot$. Начальные поля давления и угловых скоростей соответствуют эллипсоиду вращения с $\alpha = 0,8$.

Начальное поле переменных обладает нейтральной устойчивостью. В силу того, что для разностных уравнений получить полностью гидродинамически равновесную конфигурацию для быстро вращающейся звезды не представляется возможным, силы гравитации нарушают нейтрально-устойчивую конфигурацию начального поля с постоянной энтропией. В эволюционном расчете это выражается в увеличении давления в центре звезды и возникновении в интервале времени $t = 100\text{--}200$ с конвективных потоков. Иллюстрацией этому является рис. 1, где для различных моментов времени представлены поля температуры и мгновенные линии тока в плоскости сечения звезды, проходящей через ось вращения X .

Представленные результаты получены на вычислительных комплексах Межведомственного суперкомпьютерного центра РАН (МСЦ РАН).

1. Белоцерковский О.М., Северинов Л.И. Консервативный метод потоков и расчет обтекания тела конечных размеров вязким теплопроводным газом // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. — 1973. — Т. 12, №2. — С. 385–397.
2. Belotserkovskii O.M., Babakov A. V. The simulation of the coherent vortex structures in the turbulent flows // Advances in Mechanics. Poland, 1990. — V. 13, No. 3/4. — P. 135–169.
3. Бабаков А.В. Программный комплекс «Пих» для моделирования фундаментальных и прикладных задач аэрогидродинамики // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. — 2016. — Т. 56, №6. — С. 255–265.
4. Ustyugov S. D., Chechetkin V. M. Supernovae explosions in the presence of large-scale convective instability in a rotating protoneutron star // Astron. Rep. — 1999. — V. 43, No. 11. — P. 718–726.
5. Aksenov A. G., Blinnikov S. I. A Newton iteration method for obtaining equilibria of rapidly rotating stars // Astronomy and Astrophysics. — 1994. — No. 290. — P. 674–681.

ВСПЛЕСКИ ВОДЫ С ДОБАВКАМИ ПОВЕРХНОСТНО-АКТИВНЫХ ВЕЩЕСТВ*

A. В. Базилевский, А. Н. Рожков

ИПМех РАН, Москва, Россия

Эксперименты по соударению капель воды с небольшим дискообразным препятствием выявили формирование при ударе плоского круглого всплеска (свободной пленки), который сначала радиально расширяется, а затем схлопывается [1]. Аналогичные тесты с водными растворами ПАВ продемонстрировали спонтанное зарождение в пленках дырок, рост и последующая коалесценция которых приводили к превращению ламеллы в короткоживущую паутинообразную жидкую структуру [1].

*Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ (проект №15-08-01365).

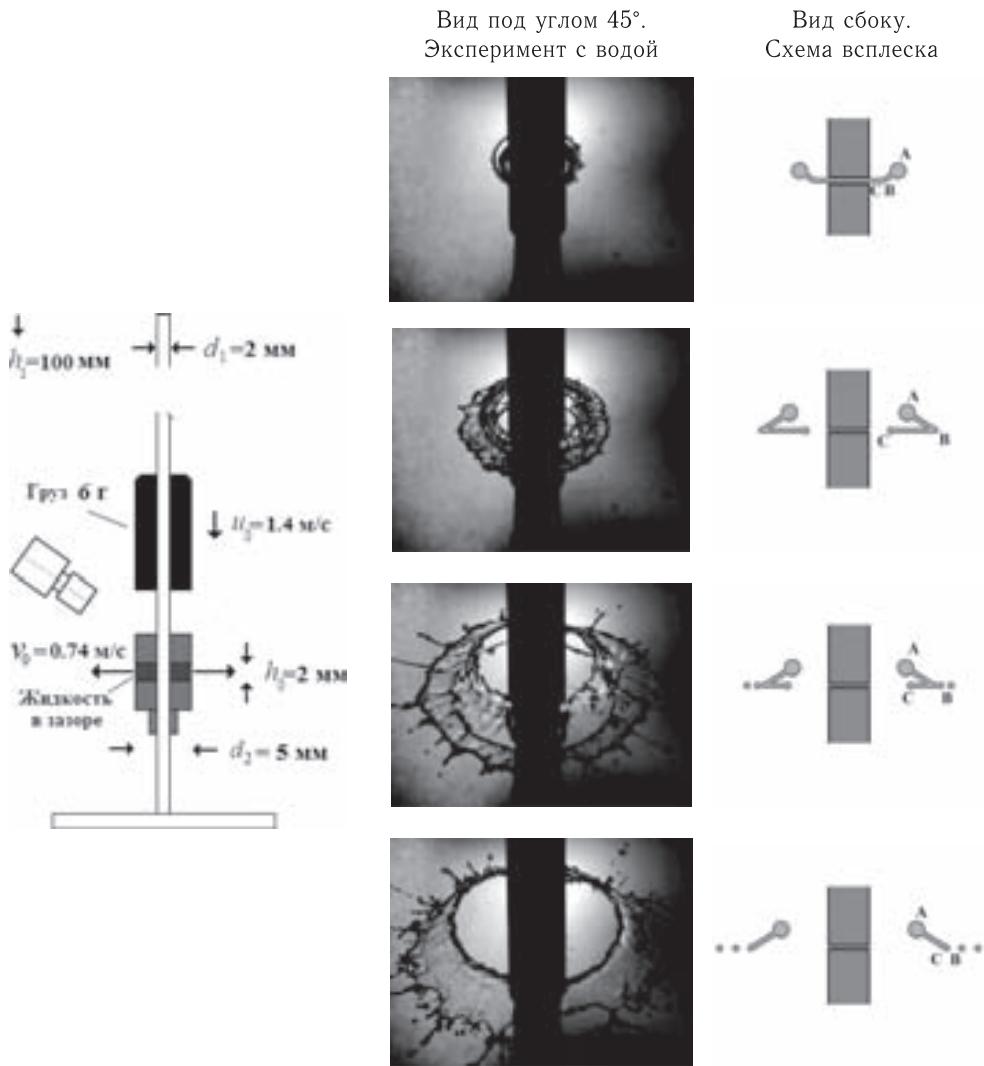


Рис. 1. Схема эксперимента. Кадры развития всплеска воды с интервалом 1 мс

В настоящей работе исследована альтернативная схема радиального метания жидкости, а именно, вытеснение жидкости из зазора между сближающимися дисками (рис. 1). При ударе груза жидкость вытесняется радиально из зазора в форме жидкой круглой пленки. Скорость груза u_0 при падении с высоты $h_1=100 \text{ мм}$ оценивается, как $u_0 = (2gh_1)^{1/2} = 1,40 \text{ м/с}$. Начальная скорость метания жидкости v_0 определяется балансом расхода $\pi(r_2^2 - r_1^2)u_0 = 2\pi r_2 h_0 v_0$, из которого следует $v_0 = u_0 \times (r_2^2 - r_1^2)/(2r_2 h_0) = 0,525u_0 = 0,74 \text{ м/с}$. Методами скоростной видеосъемки зарегистрирована последовательность формирования всплеска (рис. 1).

Исследовались вода, водные растворы додецилсульфата натрия (обозначается SDS) и бромида дидодецилдиметиламмония (DDAB). Концентрация растворов SDS составляла 11,5 г/л, что в 5 раз выше критической концентрации мицелообразования. Концентрация DDAB была 0,35 г/л, что в 10 раз выше критической концен-

трации мицелообразования. Именно такие растворы SDS и DDAB исследовались в работах [2] и [1]. Данные ПАВ снижают поверхностное натяжение растворов γ с начального уровня $\gamma_w = 72 \text{ мН/м}$ (вода) до уровня 38,9 и 24,3 мН/м, соответственно. Вязкость растворов не отличается существенно от вязкости растворителя (воды).

Наблюдения показали, что при таком радиальном метании образуется трехмерный всплеск, в котором более быстрые арьергардные слои жидкости обгоняют ее более медленные авангардные слои (рис. 1). В результате формируется острое жидкое ребро между двумя гранями. С ребра срываются вторичные капли. Наблюдаемая структура всплеска необычна для жидкостей, так как обычно давление Лапласа подавляет любые углы в жидкостях.

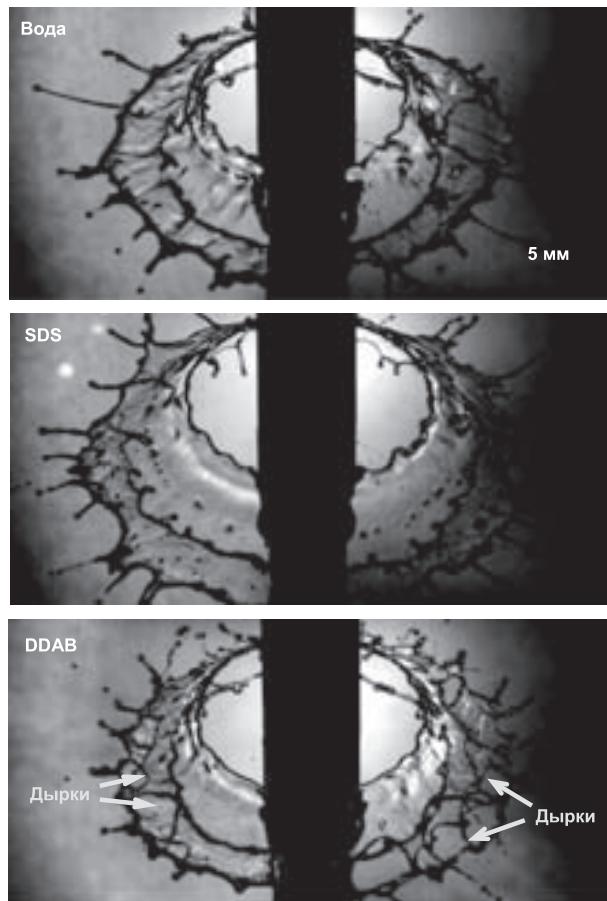


Рис. 2. Всплески воды и растворов ПАВ

На рис. 2 показаны детальные изображения структуры всплесков воды и растворов ПАВ. Видно, что всплеск раствора SDS не отличается существенно от всплеска чистой воды, в то время как всплеск раствора DDAB демонстрирует зарождение и рост дырок, как в верхней, так и нижней (донной) частях всплеска. Похожее поведение наблюдалось ранее при ударе капли ПАВ о небольшое препятствие [1]. Такое разрушение всплесков неожиданно, так как обычно ПАВ стабилизируют

тонкие пленки, как это происходит в мыльных пузырях и пенах. Предполагается, что наблюдаемая особенность есть новое проявление эффекта Марангони [1].

1. Rozhkov A., Prunet-Foch B., Vignes-Adler M. Impact of drops of surfactant solutions on small targets // Proc. R. Soc. A. — 2010. — V. 466. — P. 2897–2916.
2. Bazilevsky A. V., Rozhkov A. N. Motion of a foam lamella in a circular channel under a relaxing small pressure jump // Colloids and Surfaces A: Physicochemical and Engineering Aspects. — 2012. — V. 414. — P. 457–465.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ЭРОЗИОННОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ ПОТОКОВ РАЗРЕЖЕННОЙ ПЛАЗМЫ НА СЕТЧАТЫЕ ПОВЕРХНОСТИ

C. B. Балашов¹, Я. С. Бляхарский², А. Б. Надираძе²

¹«ИСС», Железногорск, Россия; ²МАИ, Москва, Россия

В настоящее время в различных технических системах, включая телекоммуникационные космические аппараты (КА), все чаще применяют сетчатые поверхности (СП), представляющие собой кружевные плетения различной плотности. Это могут быть несущие элементы теплоизоляции, защитные и экранирующие сетки, механические фильтры и т. п.

Нити таких СП изготавливают из металлов, углепластика или стекловолокна. В некоторых случаях на поверхность нитей (на основу) наносят тонкие покрытия для придания СП особых электрофизических и оптических свойств.

Одной из проблем применения СП вакуумного исполнения является воздействие на них потоков разреженной плазмы. Такое воздействие приводит к быстрому распылению [1] покрытия, утончению основы и, как следствие, к деградации свойств СП. В связи с этим одной из задач проектирования технических устройств и КА, использующих СП, является определение изменения физических свойств СП, обусловленных воздействием на них потоков разреженной плазмы.

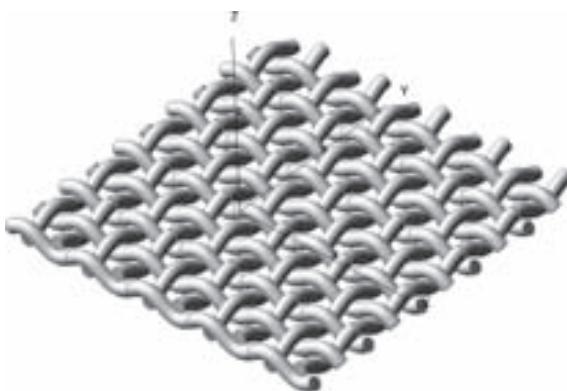


Рис. 1. Сетчатая поверхность решетчатой структуры (3D-модель)

Как правило, СП образуется множеством нитей, сплетенных между собой по определенному закону (правилу). В качестве примера на рис. 1 приведено простейшее СП, имеющее форму прямоугольной решетки. Реальные СП, используемые на современных КА и в технике, могут иметь намного более сложное плетение.

Особенностью воздействия потоков плазмы на СП является то, что локальные параметры взаимодействия (плотность тока, угол падения ионов) по поверхности нитей меняются в очень широких пределах. Соответственно, и степень воздействия потока в каждой точке поверхности нитей оказывается различной. Для иллюстрации этого на рис. 2 приведено поле скорости эрозии нитей решетчатого СП под действием плазменного потока.



Рис. 2. Поле скорости эрозии поверхности нитей при воздействии плазменных потоков на СП

При таком характере воздействия изменение физических свойств СП Δp является интегральной характеристикой, зависящей от геометрии СП, направления падения частиц v и времени воздействия τ , и не имеет прямой связи с локальными параметрами воздействия. Больше того, в общем случае не может быть установлена однозначная связь между Δp и интегральными параметрами воздействия, такими,

например, как площадь износа проводящего покрытия ΔF или унос массы Δm . Это означает, что модель воздействия плазменных потоков на СП может быть представлена только в виде функции от параметров воздействия пучка: $\Delta p = \Delta p(v, \tau)$. Однако практическое использование таких моделей затруднительно, особенно, если изменение свойств СП определяется экспериментально или путем сложных расчетов. Поэтому в некоторых случаях и с рядом оговорок изменение физических свойств СП можно рассматривать в виде корреляционных функций от интегральных параметров воздействия.

В такой постановке задача упрощается и разбивается на две части: 1) определение зависимости $\Delta p = \Delta p(x)$, где x — вектор интегральных параметров воздействия (ΔF , Δm и т. п.); и 2) определение значения вектора x при заданных значениях параметров воздействия $x = x(v, \tau)$.

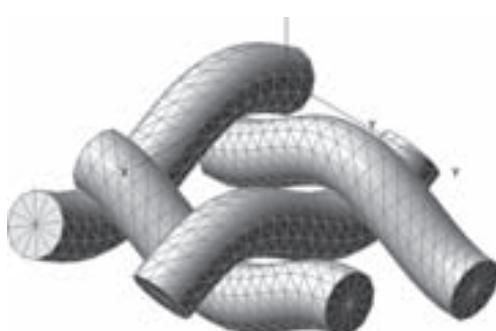


Рис. 3. Фрагмент СП с наложенной на него триангуляционной сеткой (1112 узлов, 2016 треугольников)

Для определения x в каждой точке поверхности фрагмента СП (рис. 3) производится расчет глубины эрозии с учетом локальных параметров взаимодействия и взаимного экранирования нитей. Интегральные параметры взаимодействия получают путем интегрирования (или усреднения) по всей поверхности фрагмента.

Такие расчеты повторяют в каждой точке поверхности СП. Причем, если ориентация СП априори неизвестна, расчеты проводятся во всем диапазоне азимутальных углов падения ионов, после чего производится усреднение полученных значений.

Таким образом, модель эрозионного воздействия потоков разреженной плазмы на СП является двухуровневой (многомасштабной). На верхнем уровне определяется вектор плотности потока частиц плазмы в заданной точке поверхности СП с учетом экранирования элементами несущей конструкции. Затем эти данные передаются на уровень фрагмента. На уровне фрагмента определяют значения глубины эрозии в каждой точке поверхности нитей СП с учетом экранирования смежными нитями. При этом принимают, что размер фрагмента пренебрежимо мал по сравнению с самим полотном и размерами несущей конструкции, поэтому направление и величина вектора потока для всех точек фрагмента является неизменной.

Полученные значения глубины эрозии интегрируют по всей поверхности фрагмента и вычисляют интегральные параметры воздействия (ΔF , Δt и т. п.). На этом же уровне могут рассчитываться и некоторые интегральные свойства СП Δp , если известна зависимость этих свойств от глубины распыления и определен метод интегрирования. В частности, в работе [2] была рассмотрена задача определения аэродинамических характеристик (АДХ) СП в свободномолекулярном режиме обтекания.

1. Проблемы прикладной физики. Распыление твердых тел ионной бомбардировкой. Физическое распыление одноэлементных твердых тел / Под ред. Р. Бериша; Пер. с англ. под ред. В. А. Молчанова. — М.: Мир, 1984.
2. Надиразе А. Б., Рахматуллин Р. Р. Аэродинамические характеристики сетчатых поверхностей в свободномолекулярном режиме обтекания // Электронный журнал «Труды МАИ». — №58. — <http://www.mai.ru/science/trudy/published.php?ID=33312>.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕПЛОВЫХ ЗАКРУЧЕННЫХ ПОТОКОВ ВОЗДУХА ПРИ УЧЕТЕ ДЕЙСТВИЯ СИЛ ТЯЖЕСТИ И КОРИОЛИСА

Д. Д. Баранникова, А. Г. Обухов

ТюмГУ, Тюмень, Россия

В работе [1] по численному моделированию тепловых восходящих закрученных потоков была обнаружена одна особенность поведения движущегося потока газа, в начальные моменты формирования восходящего закрученного потока при локальном нагреве нижней плоскости расчетной области. На границе области нагрева возникают встречные потоки, имеющие противоположное направление закрутки. Это неизбежно приводит к возникновению в этой области нескольких локальных вихревых образований с противоположной направленностью вращения.

Наряду с торнадо и тропическими циклонами в природе наблюдаются [2] и так называемые огненные вихри, закрутка которых имеет противоположное указанное природным явлениям направление: отрицательное в Северном полушарии и положительное в Южном полушарии. В работе [3] строго математически описано

решение системы уравнений газовой динамики, передающее следующее свойство течений идеального газа: если в первоначально покоящемся в поле тяжести газе начиная с некоторого момента времени плавно нагревается поверхность находящегося в газе вертикального цилиндра ненулевого радиуса, то наряду с радиальным движением газа под действием силы Кориолиса возникает и закрутка газа, которой в исходном течении не было. Направление этой закрутки отрицательное в Северном полушарии и положительное в Южном — т. е. противоположное направлению закрутки торнадо и тропических циклонов.

В экспериментах [4] удалось создать течения, близкие к наблюдаемым в природе огненным вихрям, причем без использования принудительной закрутки. В этой работе продемонстрирована принципиальная возможность физического моделирования свободных концентрированных огненных вихрей в лабораторных условиях без использования закручивающих устройств.

В настоящей работе численно смоделировано закрученное течение воздуха, возникающее при постепенном нагреве центральной, вертикально расположенной области газа в условиях действия сил тяжести и Кориолиса. Представляется, что такое численно построенное течение в определенном смысле моделирует реальное течение, возникающее в соответствующем физическом эксперименте [4].

Численно строятся решения полной системы уравнений Навье–Стокса при постоянных коэффициентах вязкости и теплопроводности, которые с предложенными начальными и граничными условиями описывают сложные нестационарные трехмерные течения сжимаемого вязкого теплопроводного газа. С помощью явной разностной схемы выполнены расчеты всех газодинамических параметров — плотности, температуры, давления и трех компонент скорости частиц газа для различных моментов времени начальной стадии формирования потока воздуха. Построены мгновенные линии тока, соответствующие траекториям движения частиц в возникающем течении. Установлено отрицательное направление закрутки течения воздуха, возникающего при нагревании вертикальной цилиндрической области.

1. Обухов А. Г., Баранникова Д. Д. Особенности течения газа в начальной стадии формирования теплового восходящего закрученного потока // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. — 2014. — № 6. — С. 65.
2. Наливкин Д. В. Смерчи. — М.: Наука, 1984. — 112 с.
3. Баутин С. П., Крутова И. Ю., Обухов А. Г. Закрутка огненного вихря при учете сил тяжести и Кориолиса // Теплофизика высоких температур. — 2015. — Т. 53, № 6. — С. 961.
4. Вараксин А. Ю., Ромаш М. Э., Копейцев В. Н., Горбачев М. А. О возможной генерации огненных вихрей без использования принудительной закрутки // ДАН. — 2014. — Т. 456, № 2. — С. 159.

РАЗРУШИТЕЛЬНЫЕ АТМОСФЕРНЫЕ ВИХРИ И ВРАЩЕНИЕ ЗЕМЛИ ВОКРУГ СВОЕЙ ОСИ

С. П. Баутин, С. Л. Дерябин, И. Ю. Крутова, А. Г. Обухов

УрГУПС, Екатеринбург, Россия

Приведены результаты теоретических и экспериментальных исследований разрушительных атмосферных вихрей, торнадо и тропических циклонов. Изложена предложенная С. П. Баутиным [1] схема возникновения и устойчивого функциони-

рования таких потоков. Эта схема подтверждена как результатами аналитических исследований решений соответствующих начально-краевых задач для системы уравнений газовой динамики и для полной системы уравнений Навье–Стокса [1–4], так и проведенными физическими экспериментами по созданию торнадоподобных потоков [3–6].

Численно и в аналитическом виде построены решения системы уравнений газовой динамики при учете действия силы Кориолиса, моделирующие течения воздуха как в придонных частях торнадо и тропического циклона (одномерные нестационарные и трехмерные стационарные), так и в целом в этих потоках (трехмерные нестационарные). Все эти решения согласуются с данными натурных наблюдений за указанными природными воздушными течениями.

Анализ геометрических, скоростных и энергетических характеристик рассматриваемых течений показал следующее: разрушительный характер имеют те, наблюдаемые в природе торнадо, у которых кинетическая энергия окружного движения в придонной части больше кинетической энергии радиального движения воздуха в этой части потока.

С помощью результатов представленных экспериментальных и теоретических исследований доказана ошибочность предложения не учитывать влияния вращения Земли вокруг своей оси для тех течений, для которых число Россби много больше единицы.

Предложены конкретные рекомендации по внедрению в практику полученных результатов разработанной газодинамической теории разрушительных атмосферных вихрей. В том числе высказаны рекомендации по раннему обнаружению торнадо и по уничтожению торнадо и тропических циклонов с разумными энергетическими затратами [7].

В результате проведенных исследований установлен новый естественно научный факт: для торнадо и для тропических циклонов математически строго доказано, что только вращение Земли вокруг своей оси есть причина возникновения закрутки в этих потоках и что кинетическая энергия вращательного движения воздуха в них берется только из кинетической энергии вращения Земли вокруг своей оси.

1. Баутин С. П. Торнадо и сила Кориолиса. — Новосибирск: Наука, 2008. — 80 с.
2. Баутин С. П., Обухов А. Г. Математическое моделирование разрушительных атмосферных вихрей. — Новосибирск: Наука, 2012. — 152 с.
3. Баутин С. П., Крутова И. Ю., Обухов А. Г., Баутин К. В. Разрушительные атмосферные вихри: теоремы, расчеты, эксперименты. — Новосибирск: Наука, 2013. — 216 с.
4. Баутин С. П., Дерябин С. Л., Крутова И. Ю., Обухов А. Г. Разрушительные атмосферные вихри и вращение Земли вокруг своей оси. — Екатеринбург: УрГУПС, 2017. — 336 с.
5. Баутин К. В., Баутин С. П., Макаров В. Н. Экспериментальное подтверждение возможности создания потока воздуха, закрученного силой Кориолиса // Вестник УрГУПС. — 2013. — №2(18). — С. 27–33.
6. Баутин С. П., Макаров В. В. Создания потока воздуха, закрученного силой Кориолиса при использовании трубы двухметрового диаметра // Вестник УрГУПС. — 2016. — №4(32). — С. 39–45.
7. Баутин С. П., Крутова И. Ю., Обухов А. Г. Проблема предсказания и уничтожения смерча // Технологии гражданской безопасности. — 2016. — Т. 13, №1(47). — С. 70–75.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕМПЕРАТУРНОГО ПОЛЯ В КАБЕЛЬНОМ КОЛЛЕКТОРЕ

Е. Ю. Безуглова, Н. М. Труфанова

ПНИПУ, Пермь, Россия

В работе проведено численное исследование температурного поля в кабельном коллекторе, схематичное изображение которого представлено на рис. 1.

При постановке задачи процессов тепломассопереноса, протекающих в коллекторе, применялась математическая модель, описываемая системой дифференциальных уравнений с соответствующими допущениями и условиями однозначности, подробно представленной в работе [1].

Математическое описание процессов тепломассопереноса в кабельной трубе основывается на законах сохранения энергии, массы и количества движения [2].

В результате решения поставленной задачи получены поля скоростей и температур в коллекторе (рис. 2) при допустимой загрузке всех кабельных линий.

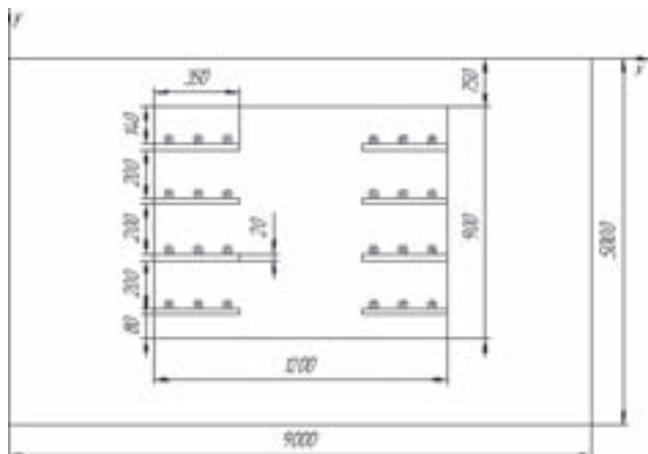


Рис. 1. Схематичное изображение кабельного коллектора

Из анализа полученных температурных полей, видно, что максимальная температура достигается на поверхности жилы центральных кабельных линий, находящиеся на первом и втором нижних рядах, которая не превышает допустимую температуру для данных условий прокладки и эксплуатации кабельного коллектора.

Здесь же было численно оценено влияние естественной конвекции и лучистой энергии на реализуемое температурное поле в кабельном коллекторе. Учет конвекции приводит к уменьшению максимальной температуры на поверхности токопроводящей жилы кабелей на 4°C , лучистая энергия — к уменьшению температуры на 6°C .

Таким образом, поставленная задача, рассматриваемая в более общей постановке, позволяет получать адекватные численные результаты.

Поскольку распределение мощностей электрической энергии по кабельным линиям, проложенных в сооружениях, зачастую не соответствует правилам безопасности при эксплуатации, то данная проблема актуальна для коллекторов, где рациональное заполнение, приобретают особое значение [3].

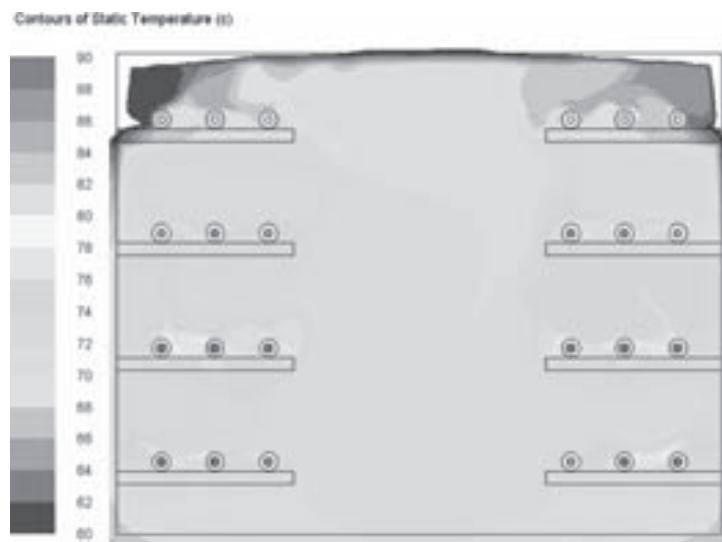


Рис. 2. Температурное поле в кабельном коллекторе и в массиве земли

В существующем темпе глобализации городских инфраструктур невозможно обойтись без дополнительного уплотнения коллекторов линиями.

Для эффективного использования внутреннего пространства подземных сетей предложен вариант прокладки восьми кабельных линий в уменьшенном по габаритам коллекторе с той же суммарной передаваемой мощностью. В результате численного решения была получена температура в коллекторе, не превышающая допустимую.

Таким образом, можно сделать вывод, что для эффективного использования внутреннего пространства подземных сетей можно применять уменьшенный по габаритам коллектор с сохранением прежнего числа кабельных линий той же суммарной передаваемой мощности.

При эксплуатации кабельного коллектора достаточно часто возникают ситуации, когда работающая кабельная линия переходит в режим повышенной нагрузки. В этом случае важно знать время работы кабельных линий в перегрузочном режиме до достижения предельных значений температур на изоляции кабелей.

С этой целью был рассмотрен нестационарный процесс тепломассопереноса в коллекторе при длительно работающей кабельной линии с максимально допустимым током и последующим повышением токовой нагрузки на кабели. В результате численного исследования были определены поля температур, скоростей, время, в течение которого возможно поддерживать повышенную токовую нагрузку без перегрева изоляции (рис. 3).

Полученный режим работы кабельной линии позволяет кратковременно поддерживать повышенную токовую нагрузку до 23 ч без перегрева изоляции, затем необходимо уменьшить мощность до максимально допустимой во избежание перегрева изоляции.

Таким образом, использование предложенных математических моделей и анализ численных результатов позволил сделать вывод о том, что геометрические особенности кабельных линий и кабельных сооружений, теплофизические свойства окружающей среды и используемых материалов, дополнительные тепловые потери в металлических экранах кабелей, лучистый и конвективный теплообмен, условия

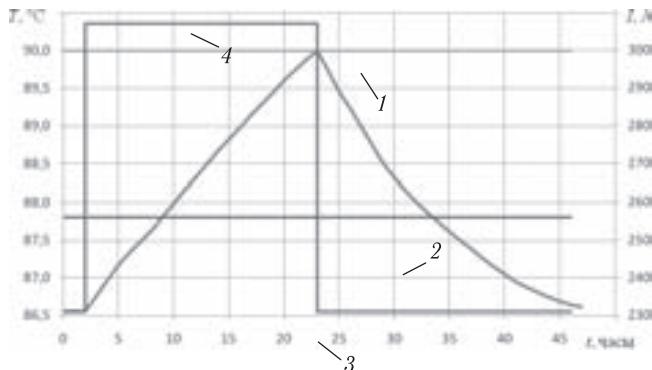


Рис. 3. График нагрева кабельной линии: 1 — максимальная температура на поверхности кабеля в номинальном режиме; 2 — максимальная температура изоляции в условиях перегрузки; 3 — номинальная токовая нагрузка; 4 — характер токовой нагрузки в режиме перегрузки

эксплуатации оказывают значительное влияние на температурное поле в кабельном сооружении, и как следствие — на величину пропускной способности силовых кабелей.

1. Навалихина Е.Ю., Труфанова Н.М. Математическое моделирование тепловых и электромагнитных процессов при определении допустимых токовых нагрузок кабельных линий // Известия Томского политехнического университета. Техника и технологии в энергетике. — 2014. — Т. 325, № 4. — С. 82–90.
2. Лойцянский Л.Г. Механика жидкости и газа. — М.: Наука, 1973. — 848 с.

О ДИФФЕОМОРФИЗМЕ ПАР УПРАВЛЯЮЩИХ ВОЗДЕЙСТВИЙ И ЛОКАЛЬНЫХ ПАРАМЕТРОВ ТЕПЛОМАССООБМЕНА В ТОЧКЕ ТОРМОЖЕНИЯ ГИПЕРЗВУКОВОГО ПОТОКА

Г.Г. Бильченко, Н.Г. Бильченко

КНИТУ-КАИ, Казань, Россия

В данной работе используются обозначения и сокращения из [1].

1. Об однозначной зависимости локальных параметров тепломассообмена от управляемых воздействий в точке торможения.

1.1. Одномерный случай. Уточним приведенные в работах [2, 3] утверждения о характере зависимости *параметров ПС* — функций $\bar{\theta}_0(m_0, \tau_0, s_0)$, $\bar{\theta}_1(\dots)$, $\bar{w}_0(\dots)$, $\bar{w}_1(\dots)$, представляющих собой решения алгебраических систем (15) и (31) из [4], и *параметров тепломассообмена (ТМО)* — функции $q_0 = q(0; m_0, \tau_0, s_0)$, определяющей значения локального ТП в ТТ, и функции $\bar{f}_0 = \bar{f}(m_0, \tau_0, s_0)$, представляющей коэффициент [3] при значащей степени x локального НТ $f(x; m, \tau, s)$, от управляемых воздействий m_0, τ_0, s_0 в ТТ.

Пусть фиксированы значения *неизменяемых параметров*:

$$\text{число Maxa } M_\infty \in [10; 40], \quad (1)$$

$$\text{высота полета } H \in [10; 30] \text{ [км]}, \quad (2)$$

$$\text{радиус тела } R \in [0,1; 1] \text{ [м]}, \quad (3)$$

а диапазоны изменения *управляющих параметров* в ТТ ограничены следующим образом:

$$m_0 = m(0) \in [0; 1], \quad (4)$$

$$\tau_0 = \tau(0) \in [0,15; 0,9], \quad (5)$$

$$s_0 = \sigma B_0^2(0) \in [0; 5 \cdot 10^4] \text{ [Тл/Ом} \cdot \text{м}]. \quad (6)$$

Тогда для $\bar{\theta}_0(m_0, \tau_0, s_0), \bar{\theta}_1(\dots), \bar{\omega}_0(\dots), \bar{\omega}_1(\dots), q_0(\dots), \bar{f}_0(\dots)$ установлены следующие свойства.

Утверждение 1. В условиях (1)–(6) для любого сочетания (фиксированных) значений τ_0, s_0 функции $\bar{\theta}_0, \bar{\theta}_1, \bar{\omega}_0, \bar{\omega}_1$ строго монотонно возрастают, а функции q_0, \bar{f}_0 – строго монотонно убывают по m_0 .

Утверждение 2. В условиях (1)–(6) для любого сочетания (фиксированных) значений m_0, s_0 функции $\bar{\theta}_0, \bar{\theta}_1, \bar{\omega}_0, \bar{\omega}_1, q_0$ строго монотонно убывают, а функция \bar{f}_0 – строго монотонно возрастает по τ_0 .

Утверждение 3. В условиях (1)–(6) для любого сочетания (фиксированных) значений m_0, τ_0 функции $\bar{\theta}_0, \bar{\theta}_1, \bar{\omega}_0, \bar{\omega}_1$ строго монотонно возрастают, а функции q_0, \bar{f}_0 – строго монотонно убывают по s_0 .

1.2. Двумерный случай. В указанных в п. 1.1 условиях установлено, что для пары (q_0, \bar{f}_0) верны следующее свойства.

Утверждение 4. В условиях (1)–(6) для любого (фиксированного) значения параметра s_0 отображение $(m_0, \tau_0) \rightarrow (q_0, \bar{f}_0)$ – диффеоморфизм.

Утверждение 5. В условиях (1)–(6) для любого (фиксированного) значения параметра τ_0 отображение $(m_0, s_0) \rightarrow (q_0, \bar{f}_0)$ – диффеоморфизм.

Утверждение 6. В условиях (1)–(6) для любого (фиксированного) значения параметра m_0 отображение $(\tau_0, s_0) \rightarrow (q_0, \bar{f}_0)$ – диффеоморфизм.

2. Вычислительные эксперименты по построению областей допустимых значений «тепло–трение».

Для случаев обтекания боковой поверхности прямого кругового цилиндра и обтекания поверхности сферического носка приводятся результаты вычислительных экспериментов.

Расчеты проведены при $M_\infty = 10, H = 10$ [км], $R = 0,1$ [м] для удобства сравнения с результатами [2, 3, 5–9].

Влияние эффекта диссоциации воздуха (начиная с $M_\infty = 6$, табл. 1 в [4]) проявляется в существенном увеличении значений параметров ТМО в ТТ по сравнению с рассчитанными по модели совершенного газа, что подтверждает выводы, сделанные ранее в [5, 6] в отношении локальных ТП.

Выводы. 1) Установлен вид области допустимых значений $\Omega = \{(q_0, \bar{f}_0)\}$, позволяющий дать ответ на вопрос о реализуемости пары (q_0, \bar{f}_0) параметров ТМО в ТТ в зависимости от возможного диапазона управляющих воздействий.

2) Из биективного характера соответствия $(m_0, \tau_0) \leftrightarrow (q_0, \bar{f}_0)$ пар управлений и пар параметров ТМО следует, что попадание пары (q_0, \bar{f}_0) в допустимую область достаточно для построения начальной части решения двумерной ОЗ ТМО [1] в интерполяционной [1, 3, 10] постановке.

3) Подтвержден вывод о необходимости учета эффекта диссоциации как при расчете локальных ТП [5, 6], так и при расчете локальных НТ.

Полученный в результате вычислительных экспериментов материал может быть использован для сравнения с данными натурных и стендовых испытаний.

1. Бильченко Г. Г., Бильченко Н. Г. О постановках одномерных и двумерных обратных задач гиперзвуковой аэродинамики // Материалы XX Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСПС'2017), 24–31 мая 2017 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2017.
2. Бильченко Н. Г. Вычислительные эксперименты в задачах оптимального управления тепломассообменом на проницаемых поверхностях в ламинарном пограничном слое электропроводящего газа // Вестник Воронеж. гос. ун-та. Сер. Системный анализ и информационные технологии. — 2016. — №3. — С. 5–11.
3. Бильченко Г. Г., Бильченко Н. Г. Обратные задачи тепломассообмена на проницаемых поверхностях гиперзвуковых летательных аппаратов. I. О некоторых постановках и возможности восстановления управления // Вестник Воронеж. гос. ун-та. Сер. Системный анализ и информационные технологии. — 2016. — №4. — С. 5–12.
4. Бильченко Н. Г. Метод А. А. Дородницина в задачах оптимального управления тепломассообменом на проницаемых поверхностях в ламинарном пограничном слое электропроводящего газа // Вестник Воронеж. гос. ун-та. Сер. Системный анализ и информационные технологии. — 2016. — №1. — С. 5–14.
5. Бильченко Н. Г. Вычислительные эксперименты в задачах оптимального управления тепломассообменом на проницаемых поверхностях при гиперзвуковых режимах полета // Вестник Воронеж. гос. ун-та. Сер. Физика. Математика. — 2015. — №1. — С. 83–94.
6. Бильченко Н. Г. Вычислительные эксперименты в задачах оптимального управления тепломассообменом на проницаемых поверхностях тел вращения при гиперзвуковых режимах полета // Вестник Воронеж. гос. ун-та. Сер. Системный анализ и информационные технологии. — 2015. — №1. — С. 5–8.
7. Бильченко Н. Г. Вычислительные эксперименты в задачах оптимального управления тепломассообменом на проницаемых поверхностях при гиперзвуковых режимах полета: сравнительный анализ применения «простых» законов вдува // Вестник Воронеж. гос. ун-та. Сер. Физика. Математика. — 2015. — №1. — С. 95–102.
8. Бильченко Г. Г., Бильченко Н. Г. О возможности восстановления управления в некоторых обратных задачах тепломассообмена // Сеточные методы для краевых задач и приложения. Материалы XI Междунар. конф. — Казань: Казанский ун-т, 2016. — С. 64–69.
9. Бильченко Г. Г., Бильченко Н. Г. О некоторых вычислительных экспериментах в обратных задачах тепломассообмена // Сеточные методы для краевых задач и приложения. Материалы XI Междунар. конф. — Казань: Казанский ун-т, 2016. — С. 70–75.
10. Бильченко Г. Г., Бильченко Н. Г. Об одной обратной задаче тепломассообмена // «Герценовские чтения 2016. Некоторые актуальные проблемы современной математики и математического образования» в электронном журнале «Дифференциальные уравнения и процессы управления». — 2016. — №2. — Ч. 2. — С. 50–56. [<http://www.math.spbu.ru/diffjournal/pdf/herzen2016.pdf>].

О ПОСТАНОВКАХ ОДНОМЕРНЫХ И ДВУМЕРНЫХ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ ГИПЕРЗВУКОВОЙ АЭРОТЕРМОДИНАМИКИ

Г. Г. Бильченко, Н. Г. Бильченко

КНИТУ–КАИ, Казань, Россия

1. Одномерные обратные задачи. Ранее в [1, 2] (для случая кусочно-линейного вдува) были рассмотрены одномерные *обратные задачи* (ОЗ) тепломассообмена на проницаемых поверхностях (боковая поверхность кругового цилиндра и поверхность сферического носка) *гиперзвуковых летательных аппаратов* (ГЛА) для тропо-, страто- и нижних слоев мезосфера (10–30 [км]).

2. Обратные по вдуву задачи тепломассообмена. Приведем по [3] постановку ОЗ по управлению — *вдуву* $m(x)$ в ламинарный пограничный слой (ПС), где $x \in X = [0; 1]$ (ось x направлена вдоль контура тела). Пусть **заданы**:

- 1) сетка *управления* X_1 : $x_0^\wedge = 0 < x_1^\wedge < \dots < x_{n_1}^\wedge = 1$;
- 2) сетка *наблюдения* X_2 : $x_0^\vee = 0 < x_1^\vee < \dots < x_{n_2}^\vee = 1$;
- 3) непрерывное управление $s(x) = \sigma B_0^2(x)$ — *магнитное поле* (МП).

Тогда при непрерывно-дифференцируемом управлении — *температурном факторе* (ТФ) $\tau(x) = T_w(x)/T_{e_0}$ (где $T_w(x)$ — температура стенки, а T_{e_0} — температура в *точке торможения* (ТТ) потока) и ограничениях $I_{j,k}^m = [b_{j,k}^m; t_{j,k}^m]$, $j = 1, \dots, n_1$, $k = 0, \dots, \nu_1^m$, $\nu_1^m \geq 0$, для «контрольных» значений локального *теплового потока* (ТП) $q^\vee = (q_j^\vee)_{j=0, \dots, n_2}$ требуется **найти** непрерывное на X управление m^\sim , задаваемое [4] элементами $m^\sim(x) = m_j^\sim(x)$ для $x \in [x_{j-1}^\wedge; x_j^\wedge]$, $j = 1, \dots, n_1$, удовлетворяющими условиям

$$(m^\sim)^{(k)}(x) \in I_{j,k}^m \quad \text{для } x \in [x_{j-1}^\wedge; x_j^\wedge], \quad k = 0, \dots, \nu_1^m, \quad (1)$$

такое, что вычисленные [5–7] на X_2 значения $q^\sim = (q_j^\sim)_{j=0, \dots, n_2}$, где $q_j^\sim = q(x_j^\vee; m^\sim, \tau, s)$, должны быть *близкими* к q^\vee , т. е.

$$q^\vee \rightarrow m^\sim, \quad (m^\sim, \tau, s) \rightarrow (q^\sim \approx q^\vee, f^\sim), \quad (2)$$

где $f^\sim = (f_j^\sim)_{j=0, \dots, n_2}$, $f_j^\sim = f(x_j^\vee; m^\sim, \tau, s)$.

Если вместо q^\vee задать «контрольные» значения локального *напряжения трения* (НТ) $f^\vee = (f_j^\vee)_{j=0, \dots, n_2}$, то ОЗ по m для НТ будет иметь вид:

$$f^\vee \rightarrow m^\sim, \quad (m^\sim, \tau, s) \rightarrow (q^\sim, f^\sim \approx f^\vee). \quad (3)$$

3. Аппроксимационная и интерполяционная постановка. Введем

$$R_\infty(q^\sim; q^\vee) = \max_{j=0, \dots, n_2} |q_j^\sim - q_j^\vee|, \quad R_p(q^\sim; q^\vee) = \left(\sum_{j=0}^{n_2} |q_j^\sim - q_j^\vee|^p \right)^{1/p}, \quad p \in [1; +\infty). \quad (4)$$

Постановка ОЗ (2), (1) называется [1–3] *интерполяционной* (ИПОЗ), если для **заданного** малого $\varepsilon_1 > 0$ требуется найти такое управление m^\sim , что в узлах X_2 значения q^\sim совпадают с q^\vee с точностью ε_1 :

$$R_\infty(q^\sim; q^\vee) \leq \varepsilon_1. \quad (5)$$

Постановка ОЗ (2), (1) называется [1–3] *аппроксимационной* (АПОЗ), если для **заданного** $p \in [1; +\infty]$ требуется отыскать пару (m^\sim, q^\sim) , где управление m^\sim является приближенным решением экстремальной задачи

$$R_p^*(q^\vee) = \inf_{m^\sim} R_p(q^\sim; q^\vee). \quad (6)$$

При реализации на ЭВМ необходимо, чтобы $\varepsilon_1 \geq \varepsilon_{\min}$, где ε_{\min} зависит от способа представления вещественных чисел и применяемых численных методов. Определения ИПОЗ и АПОЗ для (3), (1) — аналогичны (5) и (6).

4. Обратные по температурному фактору задачи тепломассообмена. Сохраняя условия 1)–3) п. 2, сформулируем ОЗ по управлению — ТФ $\tau(x)$. При непрерывном управлении $m(x)$ и ограничениях $I_{j,k}^\tau = [b_{j,k}^\tau; t_{j,k}^\tau]$, $j = 1, \dots, n_1$, $k = 0, \dots, \nu_1^\tau$, $\nu_1^\tau \geq 1$, для «контрольных» значений локального ТП $q^\vee = (q_j^\vee)_{j=0, \dots, n_2}$ требуется **найти** непрерывно-дифференцируемое на X управление τ^\sim , задаваемое [4] элементами $\tau^\sim(x) = \tau_j^\sim(x)$ для $x \in [x_{j-1}^\wedge; x_j^\wedge]$, $j = 1, \dots, n_1$, удовлетворяющими условиям

$$(\tau^\sim)^{(k)}(x) \in I_{j,k}^\tau \quad \text{для } x \in [x_{j-1}^\wedge; x_j^\wedge], \quad k = 0, \dots, \nu_1^\tau, \quad (7)$$

такое, что вычисленные [5–7] на X_2 значения $q^\sim = (q_j^\sim)_{j=0,\dots,n_2}$, где $q_j^\sim = q(x_j^\vee; m, \tau^\sim, s)$, должны быть близкими к q^\vee , т. е.

$$q^\vee \rightarrow \tau^\sim, \quad (m, \tau^\sim, s) \rightarrow (q^\sim \approx q^\vee, f^\sim), \quad (8)$$

где $f^\sim = (f_j^\sim)_{j=0,\dots,n_2}$, $f_j^\sim = f(x_j^\vee; m, \tau^\sim, s)$.

Для «контрольных» $f^\vee = (f_j^\vee)_{j=0,\dots,n_2}$ ОЗ по τ имеет вид:

$$f^\vee \rightarrow \tau^\sim, \quad (m, \tau^\sim, s) \rightarrow (q^\sim, f^\sim \approx f^\vee). \quad (9)$$

Определения ИПОЗ и АПОЗ для (8) (или (9)), (7) аналогичны п. 3.

5. Двумерные обратные задачи тепломассообмена. Сохраняя условия 1)–3) п. 2 и п. 4, сформулируем ОЗ по паре управлений m и τ . Для ограничений $I_{j,k}^c = [b_{j,k}^c; t_{j,k}^c]$, $j = 1, \dots, n_1$, $k = 0, \dots, \nu_1^c$, $c \in \{m, \tau\}$, $\nu_1^m \geq 0$, $\nu_1^\tau \geq 1$, для пар «контрольных» значений $(q^\vee, f^\vee) = ((q_j^\vee, f_j^\vee))_{j=0,\dots,n_2}$ требуется **найти** пару управлений (m^\sim, τ^\sim) , удовлетворяющих условиям из п. 2 и п. 4, в частности, (1) и (7), таких, что вычисленные [5–7] на X_2 пары $(q^\sim, f^\sim) = ((q_j^\sim, f_j^\sim))_{j=0,\dots,n_2}$, где $q_j^\sim = q(x_j^\vee; m^\sim, \tau^\sim, s)$, $f_j^\sim = f(x_j^\vee; m^\sim, \tau^\sim, s)$, должны быть близкими к (q^\vee, f^\vee) , т. е.

$$(q^\vee, f^\vee) \rightarrow (m^\sim, \tau^\sim), \quad (m^\sim, \tau^\sim, s) \rightarrow (q^\sim \approx q^\vee, f^\sim \approx f^\vee). \quad (10)$$

ИПОЗ и АПОЗ для (10), (1), (7) вводятся аналогично п. 3 с помощью

$$\begin{aligned} R_\infty((q^\sim, f^\sim); (q^\vee, f^\vee)) &= \max \{R_\infty(q^\sim; q^\vee), R_\infty(f^\sim; f^\vee)\}, \\ R_p((q^\sim, f^\sim); (q^\vee, f^\vee)) &= (R_p^p(q^\sim; q^\vee) + R_p^p(f^\sim; f^\vee))^{1/p} \quad \text{при } p \in [1; +\infty). \end{aligned} \quad (11)$$

В правых частях (11) используются (4).

1. Бильченко Г. Г., Бильченко Н. Г. Обратные задачи тепломассообмена // Материалы XI Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2016), 25–31 мая 2016 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2016. — С. 201–203.
2. Бильченко Г. Г., Бильченко Н. Г. Об одной обратной задаче тепломассообмена // «Герценовские чтения 2016. Некоторые актуальные проблемы современной математики и математического образования» в электронном журнале «Дифференциальные уравнения и процессы управления». — 2016. — №2. — Ч. 2. — С. 50–56. [<http://www.math.spbu.ru/diffjournal/pdf/herzen2016.pdf>].
3. Бильченко Г. Г., Бильченко Н. Г. Обратные задачи тепломассообмена на проницаемых поверхностях гиперзвуковых летательных аппаратов. I. О некоторых постановках и возможности восстановления управления // Вестник Воронеж. гос. ун-та. Сер. Системный анализ и информационные технологии. — 2016. — №4. — С. 5–12.
4. Бильченко Г. Г., Бильченко Н. Г. Классы решений задач оптимального управления пограничным слоем на проницаемых поверхностях гиперзвуковых летательных аппаратов // «Воронежская зимняя математическая школа С. Г. Крейна — 2016»: Материалы международной конференции (Воронеж, 25–31 января 2016 г.). — Воронеж: ИПЦ «Научная книга», 2016. — С. 82–86.
5. Бильченко Н. Г. Метод А. А. Дородницына в задачах оптимального управления тепломассообменом на проницаемых поверхностях в ламинарном пограничном слое электропроводящего газа // Вестник Воронеж. гос. ун-та. Сер. Системный анализ и информационные технологии. — 2016. — №1. — С. 5–14.
6. Бильченко Н. Г. Вычислительные эксперименты в задачах оптимального управления тепломассообменом на проницаемых поверхностях при гиперзвуковых режимах полета // Вестник Воронеж. гос. ун-та. Сер. Физика. Математика. — 2015. — №1. — С. 83–94.
7. Бильченко Н. Г. Вычислительные эксперименты в задачах оптимального управления тепломассообменом на проницаемых поверхностях тел вращения при гиперзвуковых режимах полета // Вестник Воронеж. гос. ун-та. Сер. Системный анализ и информационные технологии. — 2015. — №1. — С. 5–8.

Н-ТЕОРЕМА И УРАВНЕНИЕ СОСТОЯНИЯ ДЛЯ КИНЕТИЧЕСКОЙ МОДЕЛИ НЕИДЕАЛЬНОГО ГАЗА*

A. M. Бишаев¹, B. A. Рыков², M. B. Абгарян³

¹*МФТИ, Долгопрудный, Московская обл., Россия;*

²*ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН, Москва, Россия;* ³*НИИПМЭ МАИ, Москва, Россия*

В [1] была построена кинетическая модель для неидеального газа. Неидеальным газом авторы называли газ, в котором нельзя пренебречь потенциальной энергией взаимодействия молекул по сравнению с их кинетической энергией. В этом случае в фазовом пространстве $\Gamma = \Omega \times D$, где Ω — скоростное пространство относительных скоростей молекул $-\vec{g} = \vec{\xi}_1 - \vec{\xi}$, а D — относительных положений $-\vec{r} = \vec{x}_1 - \vec{x}$, образуются области связанных состояний, которые описываются соотношением $(m/4)\vec{g}^2 + U(r) \leq 0$, где $U(r)$ есть потенциал межмолекулярного взаимодействия. В предположении, что двухчастичная функция распределения молекул, находящихся в связанном состоянии имеет каноническое распределение, для такого газа, была получена следующая система кинетических уравнений:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial f}{\partial t} + \xi^i \frac{\partial f}{\partial x^i} &= J_B - J_{del}, \quad \frac{Ds}{Dt} = J_{del}, \\
 \frac{Dh}{Dt} &= \chi_1 \int_{g \leq 2\chi_1} \frac{m}{4} g^2 d\vec{g} \int_0^{2\pi} \int_0^\pi |\cos \omega| (\bar{f} - f_0) \sin \omega d\omega d\theta, \\
 J_B &= \int d\vec{\xi}_1 \left(\int_0^b \int_0^{2\pi} g (f' f'_1 - f f'_1) b db d\theta \right), \quad \frac{D}{Dt} = \frac{\partial}{\partial t} + w^i \frac{\partial}{\partial x^i} + a^j \frac{\partial}{\partial w^j}, \\
 \vec{a} &= -\frac{4\pi U_0 d^3 \operatorname{grad}(n)}{3m}, \quad \chi_1 = \sqrt{\frac{U_0}{m}}.
 \end{aligned} \tag{1}$$

В (1) $J_{del} = \chi_1 d^2 \int_{g \leq 2\chi_1} d\vec{g} \left(\int_0^{2\pi} \int_0^\pi |\cos \omega| (\bar{f} - f) \sin \omega d\omega d\theta \right)$, $f = f(t, \vec{x}, \vec{\xi})$ — функция распределения молекул в свободном состоянии,

$$\begin{aligned}
 \bar{f} &= \bar{f}^2(t, \vec{\xi}, \vec{x}) = f^2(t, \vec{w}, \xi, \vec{x}); \quad s = s(t, \vec{q}, \vec{w}) = \iint_{\Omega_{del}} \bar{F}_d d\vec{r} d\vec{g}, \\
 h &= h(t, \vec{q}, \vec{w}) = \iint_{\Omega_{del}} \left(\frac{mg^2}{4} + U(r) \right) \bar{F}_d d\vec{r} d\vec{g} \leq 0.
 \end{aligned}$$

Ω_{del} есть область фазового пространства молекул, которые находятся в связанном состоянии; $s\Delta\vec{q}\Delta\vec{w}$ есть число молекул, находящихся в связанном состоянии, чьи координаты и скорости находятся в соответствующем элементе фазового пространства, а $h\Delta\vec{q}\Delta\vec{w}$ — их энергия.

Через введенные выше функции f, s, h макропараметры выражаются следующим образом: $n(t, \vec{x}) = \int f d\vec{\xi} + \int s d\vec{w}$ — числовая плотность газа; $n\vec{u} = \int \vec{\xi} f d\vec{\xi} + \int \vec{w} s d\vec{w}$.

* Данная статья подготовлена к печати при поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках соглашения о предоставлении субсидии Московскому авиационному институту от 29.09.2016 №14.577.21.0231.

Здесь \vec{u} есть макроскопическая скорость газа. $P^{ij} = m \int c_f^i c_f^j d\vec{\xi} + m \int c_d^i c_d^j s d\vec{w}$, $\vec{c}_f = \vec{\xi} - \vec{u}$, $\vec{c}_d = \vec{w} - \vec{u}$, $i, j = 1, 2, 3$ — тензор напряжений в неидеальном газе. Кинетическая температура определяется следующим образом:

$$\frac{3}{2}nkT = \int m \frac{\vec{c}_f^2}{2} f d\vec{\xi} + \int \left(m \frac{\vec{c}_d^2}{2} s - \frac{1}{2} h \right) d\vec{w}.$$

Здесь k — постоянная Больцмана. В [1] показано, что из (1) следуют все законы сохранения.

Понятие давления для неидеального газа вводится также как и для идеального

$$3P = P^{11} + P^{22} + P^{33} = m \left(\int \vec{c}_v^2 f d\vec{\xi} + \int \vec{c}_d^2 s d\vec{w} \right).$$

Тогда из определения макроскопических величин можно получить следующее соотношение:

$$\left(P - \frac{1}{3} \int h d\vec{w} \right) = nkT. \quad (2)$$

Соотношение (2) есть кинетическое уравнение состояния.

В правых частях уравнений для s и h можно проинтегрировать по скоростному пространству, и в случае, когда в качестве междомолекулярного потенциала был взят частный случай потенциала Сазерленда

$$U(r) = \begin{cases} +\infty, & 0 \leq r < d, \\ -U_0(d/r)^4, & r \geq d \end{cases}$$

привести эти уравнения к виду

$$\frac{Ds}{Dt} = J/3, \quad \frac{Dh}{Dt} = -U_0 J/5, \quad \text{где } J = 64\pi^2 \chi_1 d^2 \left(\frac{U_0}{m} \right)^{3/2} (\bar{f} - f_0).$$

Откуда

$$\frac{D}{Dt} \left(\frac{3}{5} U_0 s + h \right) = 0 \quad \rightarrow \quad \frac{3}{5} U_0 s + h = c = \text{const}.$$

Ясно, что если число частиц s в связанном состоянии элементе объема фазового пространства равно нулю, то их энергия в связанном состоянии тоже равна нулю. Поэтому s и h всегда связаны соотношением $(3/5)U_0 s(t, x, \vec{w}) + h(t, x, \vec{w}) = 0$. Откуда имеем соотношение для определения

$$\varphi(t, \vec{x}, \vec{w}) = \varphi = \text{const}, \quad \frac{h(t, \vec{x}, \vec{w})}{s(t, \vec{x}, \vec{w})} = -\frac{3}{5} U_0 = -\frac{3}{5} U_0 \frac{Z_h(\bar{x})}{Z_s(\bar{x})},$$

где $Z_s(\bar{x}), Z_h(\bar{x}), \bar{x} = U_0/k\varphi$ определены в [1].

В случае однородной релаксации $f = f(t, \xi)$ и $s = s(t, \vec{w})$. Соответственно система (1) будет иметь следующий вид:

$$\begin{aligned} \frac{\partial f}{\partial t} &= \frac{d^2}{2} \int d\xi_1 \left(\int_0^b \int_0^{2\pi} g(f' f'_1 - f f'_1) b db d\theta \right) - d^2 \chi_1 \int_{g \leq 2\chi_1} d\xi_1 \int_0^{2\pi} \int_0^\pi |\cos \omega| (\bar{f} - f_0) \sin \omega d\omega d\theta, \\ \frac{\partial s}{\partial t} &= d^2 \chi_1 \int_{g \leq 2\chi_1} dg \int_0^{2\pi} \int_0^\pi |\cos \omega| (\bar{f} - f_0) \sin \omega d\omega d\theta, \quad \frac{3}{5} U_0 s + h = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Пусть $S(t, \vec{w}) = \int_{\Omega_{del}} \bar{F}_d \ln \bar{F}_d d\vec{r} d\vec{g}$. Тогда $H_d = \frac{k}{2} \int S(t, \vec{w}) d\vec{w}$ есть H — функция единицы объема для молекул в связанном состоянии. Учитывая представление для функции распределения молекул в связанном состоянии, получим, что, производство H -функции в единице времени в единице объема для этих определим как

$$\dot{H}_d = \frac{k}{2} \int \frac{\partial S}{\partial t} dw = \frac{kd^2}{2} \int \int_{g \leq 2\chi_1} \left(\int_0^{2\pi} \int_0^\pi \left(\ln f_0 + 1 + \frac{3U_0}{5k\varphi} \right) (\bar{f} - f_0) R(\omega, \theta) d\omega d\theta d\vec{g} \right) d\vec{w}.$$

H -функцию молекул, находящихся в несвязанном состоянии, запишем как обычно

$$H_f = k \int \int f \ln f e^{1/2 + \frac{3U_0}{10k\varphi}} d\vec{\xi} d\xi_1.$$

Тогда

$$\begin{aligned} \dot{H}_d + \frac{\partial H_f}{\partial t} &= kd^2/2 \int_0^\infty \int_0^{2\pi} \ln \frac{ff'_1}{\bar{f}'\bar{f}'} (f'_1 f' - ff_1) b db d\varepsilon d\vec{\xi}_1 d\vec{\xi} + \\ &\quad + \frac{k}{2} d^2 \int_{g \leq 2\chi_1} \int_0^\pi \int_0^{2\lambda} \ln \frac{f_0}{\bar{f}} (\bar{f} - f_0) R(\omega, \theta) d\omega d\theta d\vec{g} d\vec{w} \leq 0. \end{aligned}$$

Таким образом, для построенной выше кинетической модели имеет место H -теорема. Тогда решение задачи об однородной релаксации при $t \rightarrow +\infty$ будет выходить на равновесное состояние, при котором

$$\dot{H} = \dot{H}_d + \frac{\partial H_f}{\partial t} = 0.$$

Откуда следует, что

$$f'_1 f' = ff_1, \quad \bar{f} = f_0.$$

Тогда

$$f = n_f \left(\frac{m}{2\pi k T_f} \right)^{3/2} \exp \left\{ -\frac{m}{2k T_f} \vec{\xi}^2 \right\},$$

n_f есть плотность молекул, находящихся в свободном состоянии, а T_f можно трактовать как их температуру. Так как $\bar{f} = f_0$, то

$$f_0 = f^2(\vec{w}) = n_f^2 \left(\frac{m}{2\pi k T_f} \right)^3 \exp \left\{ -\frac{m}{k T_f} \vec{w}^2 \right\}.$$

В случае задачи о релаксации уравнения сохранения имеют следующий вид:

$$\frac{\partial n_f}{\partial t} + \frac{\partial n_d}{\partial t} = \frac{\partial n}{\partial t} = 0, \quad \frac{\partial T}{\partial t} = 0 \rightarrow n = \text{const}, \quad T = \text{const}.$$

Используя равновесные значения искомых функций, получим, что

$$n_f + rn_f^2 = n \quad T_f \frac{1 + \frac{rn_f \chi_f^{3/2}}{2} \left(1 + \frac{2}{5} \chi_f \right)}{1 + rn_f \chi_f^{3/2}} = T, \quad r = 2\sqrt{\pi} d^3 Z_s(\bar{x}), \quad \chi_f = \frac{U_0}{k T_f}.$$

Кинетическое уравнение состояния (2), если его записать через равновесные значения функций распределения примет следующий вид:

$$\left(P + \frac{U_0}{5} r n_f^2 \chi_f^{3/2} \right) = k n T.$$

Введем величину $V = 1/n_f$. Она имеет смысл объема, который занимает газ. Уравнение состояния тогда перепишется как

$$\left(P + \frac{U_0}{5} \frac{r \chi_f^{3/2}}{V^2} \right) \frac{V}{(1 + r \chi_f^{3/2}/V)} = k T.$$

Уравнение Больцмана является членом нулевого порядка при разложении BBGKY цепочки по малому параметру $\varepsilon = n d^3$. В [1] показано, что неидеальность газа должна учитываться, когда $\varepsilon^{2/3} \approx \varepsilon \chi_f^{3/2}$. Если записать уравнение состояния с учетом членов только порядка $\varepsilon^{2/3}$, то оно примет вид

$$\left(P + \frac{U_0}{5} \frac{r \chi_f^{3/2}}{V^2} \right) (V - r \chi_f^{3/2}) = k T.$$

Нетрудно видеть, что это уравнение Ван-дер-Ваальса, в котором феноменологические параметры a и b имеют конкретные выражения через макропараметры газа и константы межмолекулярного взаимодействия. Применяя процедуру получения выражения для критической температуры, которая приведена в [2] получим, что $k T_{\text{крит}} = (8/135) U_0$.

1. Бишаев А. М., Рыков В. А. Построение системы кинетических уравнений для неидеального газа // Термофизика высоких температур. — 2017. — Т. 55, №1. — С. 31–43.
2. Сивухин Д. В. Общий курс физики. Т. II. Термодинамика и молекулярная физика. — М.: Наука, 1975. — 552 с.

ОСОБЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ СВОБОДНОЙ ПОВЕРХНОСТИ МНОГОСЛОЙНЫХ ТЕЧЕНИЙ

A. B. Бондаренко, Н. А. Рябкова, А. В. Казаков, Н. М. Труфанова

ПНИПУ, Пермь, Россия

В современном мире часто используются изделия с многослойными покрытиями из материалов с нелинейными реологическими свойствами. В кабельном производстве такие покрытия формируют изоляцию и накладываются методом одновременной соэкструзии. Исследование процесса наложения многослойных покрытий посвящено большое количество как теоретических [1, 2] так и экспериментальных работ [3, 5]. Результатами данных исследований являлись как теоретические аспекты течения, так и апробация технологических режимов переработки. Однако следует отметить, что недостаточно раскрытым оставался вопрос одновременного течения нескольких материалов с вязкоупругими свойствами. Также в данном исследовании для оценки степени влияния вязкоупругости на формирование готового изделия (внешней и внутренней структуры) был добавлен участок свободного течения. При этом присутствуют участки совместного течения, в которых стабильность границы раздела существенным образом оказывается на качестве получаемого изделия. Так

как процесс формирования изоляции затруднителен для непосредственного наблюдения, для анализа процессов была создана и реализована модель течения в среде ANSYS.

На рис. 1 представлена схема расчетной области кабельной головки. Рассматривался процесс течения трех вязкоупругих несмешиваемых жидкостей.

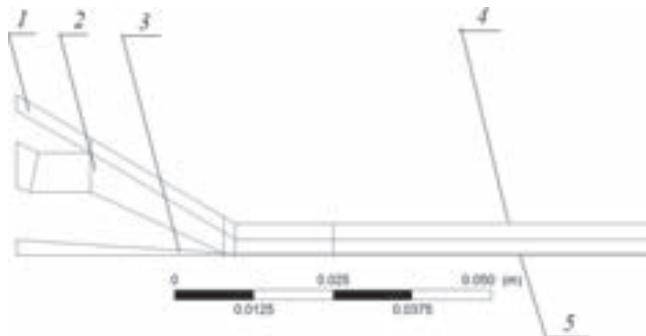


Рис. 1. Схема расчетной области трехслойного потока полимерных жидкостей: 1 — первый слой полимера; 2 — второй слой полимера; 3 — третий слой полимера; 4 — свободная поверхность; 5 — подвижная стенка

При моделировании процесса были приняты следующие допущения: процесс стационарный, жидкости несмешиваемые, течение рассматривается в двумерной постановке.

Модель процесса течения представляла совокупность уравнений состояния (неразрывности, движения, энергии) дополненных граничными условиями и реологическими уравнениями.

Задача решалась численно, с использованием метода конечных элементов.

При реализации математической модели в программном пакете было необходимо учесть влияние вязкоупругих свойств. Поэтому в качестве реологической модели процесса течения была использована дифференциальная модель Максвелла с верхней конвективной производной (Максвелл-Б).

На рис. 2 изображено визуальное сравнение формы свободной поверхности на выходе из экструзионной головки для неньютоновской жидкости без учета вязкоупругих свойств (рис. 2, а) и вязкоупругой жидкости (рис. 2, б).

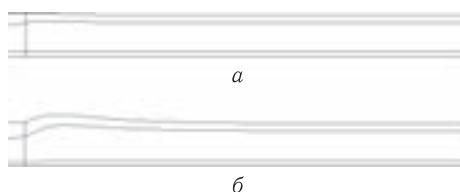


Рис. 2. Поведение свободной поверхности: а — течение неньютоновской жидкости в канале; б — течение вязкоупругой жидкости в канале

Видно, что применение модели вязкоупругой жидкости существенно изменяет форму и распределение материала на выходе, что обусловлено накоплением и последующей реализацией внутренних напряжений в материале при его прохождении по каналам кабельной головки. На практике это явление может приводить к нарушению нормативных толщин накладываемых слоев.

Результаты данного исследования могут быть использованы при анализе процессов течения и переработки материалов с особыми свойствами в сложных условиях производства изделий из них.

Моделирование процесса течения с учетом свободной поверхности показывает, что вязкоупругая жидкость проявляет сложное поведение отличное от поведения неньютоновской жидкости. Модель вязкоупругой жидкости учитывает существование нормальных напряжений, что приводит к эффекту изменения толщины слоев на выходе из кабельной головки. Полученная информация будет полезной для облегчения настройки оборудования в производственном процессе.

1. Казаков А. В., Труфанова Н. М. Численные исследования режимов стратифицированного течения и методика управления процессом экструзионного наложения многослойной изоляции // Известия Том. политехн. ун-та. — 2012. — Т. 320, №4. — С. 167–171.
2. Бачурина М. В., Казаков А. В., Труфанова Н. М. Математическое моделирование процесса стратифицированного течения расплавов полимеров в осесимметричной постановке // Вестник Пермского национального исследовательского политехнического университета. Механика. — 2014. — №2. — С. 102–124.
3. Снигерев Б. А., Тазюков Ф. Х. О форме выходящей струи при выдавливании вязкоупругой жидкости из плоского щелевого канала // Вестник Самарского гос. ун-та. — 2009. — Т. 6(72). — С. 130–138.
4. Снигерев Б. А. Неизотермическое ползущее течение вязкоупругой жидкости со свободной поверхностью // Экологический вестник научных центров ЧЭС. — 2010. — Т. 1. — С. 61–65.
5. Юрыгин П. П. Исследование стратифицированного течения резиновых смесей в дуплексных головках для выпуска заготовок кольцевого профиля: дис. ... канд. техн. наук. — Ярославль, 2014. — 164 с.

ОБ ИЗМЕНЕНИИ ВЕЛИЧИНЫ ПОДЪЕМНОЙ СИЛЫ, СОЗДАВАЕМОЙ СИММЕТРИЧНЫМ АКТУАТОРОМ В ЗАВИСИМОСТИ ОТ ЕГО РАСПОЛОЖЕНИЯ НА КРЫЛЕ ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА*

B. M. Бочарников, B. B. Володин, B. B. Голуб

ОИВТ РАН, Москва, Россия

При помощи симметричного актуатора на диэлектрическом барьере разряде (ДБР) можно управлять потоком вокруг крыльев летательного аппарата [1, 2]. В частности при взаимодействии синтетической струи с набегающим потоком возникает подъемная сила, значительно превосходящая тягу самой струи. В зависимости от места расположения актуатора на крыле и угла атаки подъемная сила при одной и той же погонной тяге синтетической струи может, как сильно отличаться по модулю, так и менять знак.

Для эффективного использования ДБР актуаторов в качестве элементов управления высотными беспилотными летательными аппаратами (БПЛА) необходимо экспериментально найти места на крыле, в которых взаимодействие синтетической струи и набегающего потока приводит к наибольшему изменению подъемной силы при фиксированных погонной тяге и удельной тяге по мощности [3].

В данной работе были получены зависимости подъемной силы от скорости набегающего потока для различных вариантов установки симметричного актуатора

*Работа выполнена при поддержке Российской академии наук.

на крыло в широком диапазоне углов атаки, в том числе и закритических. Теплоперовская съемка процесса взаимодействия синтетической струи и набегающего потока показала, что при этом образуются вихри с частотой 1–2 Гц для крыла с хордой 100 мм. Так же было проведено моделирование процесса отрыва потока под действием синтетической струи симметричного актуатора, установленного на нижней поверхности крыла вблизи задней кромки.

1. *Li-Hao Feng, Kwing-So Choi, Jin-Jun Wang. Flow control over an airfoil using virtual Gurney flap // J. Fluid Mech. — 2015.*
2. *Annie Leroy, Janusz Podlinski, Philippe Devinant, Sandrine Aubrun. Circulation flow control by plasma actuators for load fluctuation alleviation on wind turbine blades // AIAA. — 2015.*
3. *Бочарников В. М., Володин В. В., Голуб В. В. Оптимизация эффективности диэлектрического барьера разряда для создания синтетических струй // Письма в ЖТФ. — 2014. — Т. 40. — Вып. 18. — С. 97.*

ПРИМЕНЕНИЕ НАЛОЖЕННЫХ СЕТОК К РАСЧЕТУ ТЕЧЕНИЙ В ОБЛАСТЯХ ПЕРЕМЕННОЙ ГЕОМЕТРИИ*

Н. Г. Бураго¹, И. С. Никитин^{2,3}, В. Л. Якушев²

¹*ИПМех РАН, Москва, Россия;* ²*ИАП РАН, Москва, Россия;* ³*МАИ, Москва, Россия*

История вопроса подробно рассмотрена в [1]. Здесь описаны алгоритмы и результаты применения методов наложенных сеток [2], непрерывных и дискретных маркеров [3, 4] для расчета течений тяжелой жидкости со свободными границами. Использована вариационная формулировка трехмерных нестационарных уравнений Навье–Стокса и метод конечных элементов. Сквозной счет течений проведен на окаймляющих область течения регулярных лагранжево-эйлеровых аддитивных сетках [2] в трех вариантах. В первом варианте область, занятая тяжелой жидкостью, определяется наложенной подвижной лагранжевой сеткой. Во втором варианте применены подчиненные уравнению переноса непрерывные маркер-функции, равные единице всюду, где есть жидкость, и нулю там, где жидкости нет. Изоповерхность со значением маркер-функции 0,5 представляет подвижную границу. Из-за диффузии граница размывается и определяется приближенно, что влечет нарушение консервативности. Для исправления в алгоритм введена процедура антидиффузии с корректировкой поддерживающей глобальное сохранение массы в области решения. В третьем варианте движение жидкости отслеживается дискретными лагранжевыми маркерами. Реализован алгоритм порождения маркеров на входных границах и уничтожения маркеров на выходных границах, что позволило рассматривать задачи с открытыми границами на больших временах.

Представлены результаты моделирования ряда задач:

- 1) о падении капли в бассейн, заполненный водой (рис. 1);
- 2) о стекании воды с этажа на этаж через отверстие (рис. 2);
- 3) об обрушении водяной колонны и о колебаниях воды в замкнутом бассейне (рис. 3);
- 4) о фонтане и луже от вертикальной струи (рис. 4);
- 5) о падении горизонтальных струй в бассейн с жидкостью (рис. 5) и др.

*Исследование выполнено в рамках проекта РФФИ 15-08-02392.

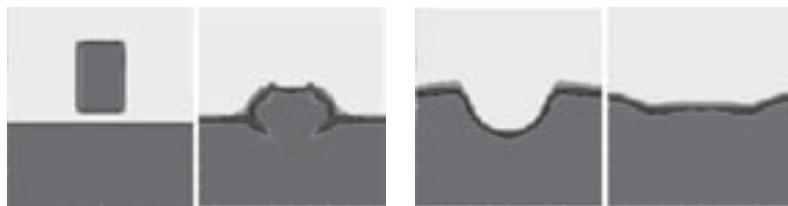


Рис. 1. Падение капли в бассейн. Тяжелая вязкая жидкость. (Непрерывная маркер-функция)

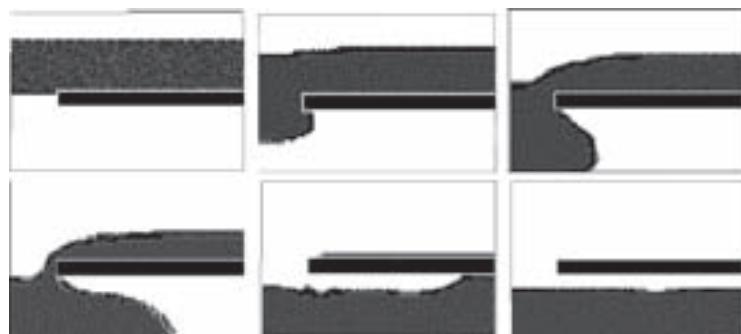


Рис. 2. Стекание воды с этажа на этаж через отверстие. Тяжелая вязкая жидкость. (Непрерывная маркер-функция)

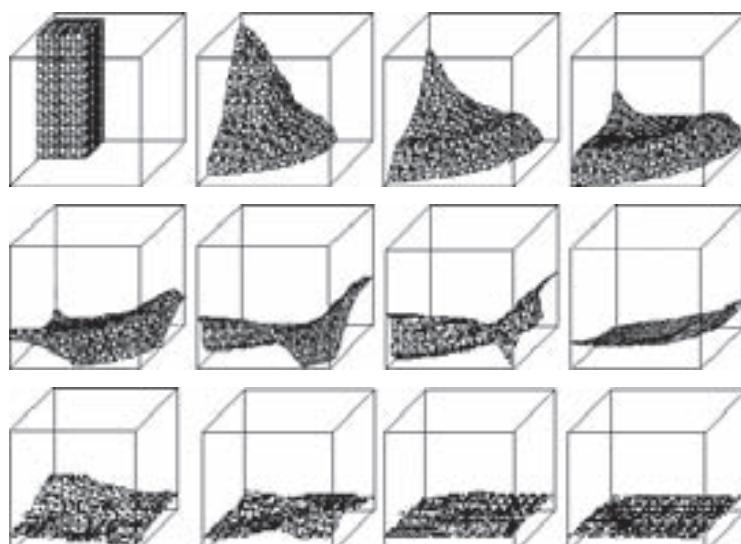


Рис. 3. Обрушение водяной колонны в замкнутом бассейне. Тяжелая вязкая жидкость. (Непрерывная маркер-функция)

Рассмотрен набор специфических тестовых задач для отладки алгоритмов, использующих непрерывные и дискретные маркеры, дополняющих стандартные тесты для методов расчета задач Навье–Стокса.

Например, дополнительно проверялась правильность расчета гидростатики в условиях частично заполненной тяжелой жидкостью области решения, сохранение массы во времени в покоящейся и в свободно падающей жидкости со свободными

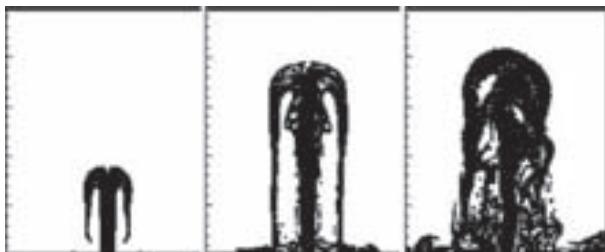


Рис. 4. Фонтан от вертикальной струи. Тяжелая вязкая жидкость. Течение теряет устойчивость и симметрию. (Дискретные маркеры)



Рис. 5. Падение горизонтальной струи в бассейн. Тяжелая вязкая жидкость. (Дискретные маркеры)

границами (капли). Эти тесты нетривиальны и позволяют эффективно отсеять неудачные варианты алгоритмов.

1. Бураго Н. Г., Кукуджсанов В. Н. Обзор контактных алгоритмов // МТТ. — 2005. — №1. — С. 44–85. (Интернет: <http://www.ipmnet.ru/~burago/papers/cont-rn.pdf>.)
2. Бураго Н. Г., Никитин И. С., Якушев В. Л. Гибридный численный метод решения нестационарных задач механики сплошной среды с применением адаптивных наложенных сеток // ЖВММФ. — 2016. — Т. 56, №6. — С. 1082–1092.
3. Бураго Н. Г., Никитин И. С., Якушев В. Л. Гибридный численный метод решения нестационарных задач механики сплошной среды // Сборник трудов XVI Всероссийской конференции-школы молодых исследователей «Современные проблемы математического моделирования». — Ростов на Дону: Изд-во ЮФУ, 2015. — С. 40–46.
4. Бураго Н. Г., Никитин И. С. О методе наложенных сеток // Материалы XVIII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2013), 22–31 мая 2013 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2013. — С. 514–516.

ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАВИСИМОСТИ ХАРАКТЕРИСТИК ВОСХОДЯЩЕГО ЗАКРУЧЕННОГО ПОТОКА ВОЗДУХА ОТ СКОРОСТИ ВЕРТИКАЛЬНОГО ПРОДУВА*

P. E. Волков¹, Л. В. Абдубакова¹, А. Г. Обухов²

¹*ТюмГУ, Тюмень, Россия;* ²*ТИУ, Тюмень, Россия*

Способ инициирования восходящего закрученного потока воздуха с помощью вертикального продува в трубе был предложен в работах [1, 2], в которых было математически и численно смоделировано возникновение, и развитие восходящего закрученного потока именно с использованием вертикального продува воздуха. Предложенный способ инициирования восходящего закрученного потока воздуха

*Исследования поддержаны Министерством образования и науки РФ (проект №3023).

был успешно реализован в лабораторных условиях [3, 4]. В последних работах были описаны эксперименты по получению восходящих закрученных потоков воздуха при продуве через трубу малого и большого диаметров. В данной работе приводится способ распараллеливания вычислительного алгоритма для численного решения полной системы уравнений Навье–Стокса и проведения численных расчетов по детальному исследованию зависимости всех газодинамических характеристик восходящего закрученного потока от скорости вертикального продува воздуха в вертикальной трубе при проведении упомянутого масштабного натурного эксперимента.

Численное построение решений полной системы уравнений Навье–Стокса, описывающей трехмерные течения сжимаемого вязкого теплопроводного газа в условиях действия сил тяжести и Кориолиса накладывает существенные ограничения на проведение численных экспериментов по детальному изучению возникающих сложных течений газа. Необходимость учета диссипативных свойств вязкости и теплопроводности движущейся сплошной среды, даже при постоянных коэффициентах вязкости и теплопроводности, связано со значительным усложнением системы уравнений, ограничениями на величины расчетных шагов по пространству и времени, возрастанием общего времени счета.

Одним из возможных способов сокращения времени расчета может быть изменение алгоритма численного решения полной системы уравнений Навье–Стокса. В частности, распараллеливание вычислительной процедуры для более эффективного использования ресурсов вычислительной системы [5, 6]. Благодаря предложенной методике распараллеливания алгоритма при численном решении полной системы уравнений Навье–Стокса в данной работе проведен обширный численный эксперимент по изучению зависимости газодинамических характеристик восходящего закрученного потока от скорости вертикального продува.

Из расчетов следует, что все термодинамические характеристики с ростом скорости продува нелинейно уменьшаются по степенной зависимости, а скоростные и энергетические характеристики нелинейно возрастают (кроме вертикальной составляющей скорости). Подобные зависимости имеют принципиальное значение для формулирования конкретных предложений для проведения масштабного натурного эксперимента по созданию восходящего закрученного потока, инициированного вертикальным продувом газа.

1. Абдубакова Л. В., Обухов А. Г. Численный расчет скоростных характеристик трехмерного восходящего закрученного потока газа // Известия вузов. Нефть и газ. — 2014. — № 3. — С. 88–94.
2. Абдубакова Л. В., Обухов А. Г. Численный расчет термодинамических параметров закрученного потока газа, инициированного холодным вертикальным продувом // Известия вузов. Нефть и газ. — 2014. — № 5. — С. 57–62.
3. Баутин С. П., Баутин К. В., Макаров В. Н. Экспериментальное подтверждение возможности создания потока воздуха, закрученного силой Кориолиса // Вестник УрГУПС. — 2013. — № 2(18). — С. 27–33.
4. Баутин С. П., Макаров В. В. Создание потока воздуха, закрученного силой Кориолиса при использовании трубы двухметрового диаметра // Вестник УрГУПС. — 2016. — № 4(32). — С. 39–45.
5. Волков Р. Е., Обухов А. Г. Параллельные вычисления в исследованиях зависимости газодинамических параметров восходящего закрученного потока газа от скорости продува // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. — 2016. — № 1. — С. 92–97.
6. Волков Р. Е., Обухов А. Г. Метод распараллеливания алгоритма численного решения полной системы уравнений Навье–Стокса // Известия высших учебных заведений. Нефть и газ. — 2016. — № 2. — С. 92–98.

ОПИСАНИЕ ДИНАМИКИ УСКОРЕНИЯ ФРОНТА ГОРЕНИЯ НА ОСНОВЕ ЗАКОНА КОЛМОГОРОВА*

B. B. Володин, B. B. Голуб

ОИВТ РАН, Москва, Россия

Модель ускорения турбулентных газовых пламен, основанная на законе Колмогорова–Обухова с постоянной удельной скоростью диссипации турбулентной энергии хорошо описывает пламена, ускоряющиеся по степенному закону с показателем 1,5 [1]. При этом нередко в экспериментах с различными газовыми смесями наблюдается ускорение пламени с показателем степени от 1,01 до 3 [2]. Это свидетельствует об изменении удельной скорости выделения энергии в связи с различными явлениями на фронте пламени, которые вызывают как рост, так и падение удельной скорости выделения энергии.

В работе проведена серия экспериментов по распространению фронта пламени в водородно–воздушных смесях различного состава в цилиндрической оболочке объемом 4,5 м³. Движение фронта пламени отслеживалось с помощью датчиков ионизации и видеосъемки в видимом и инфракрасном диапазонах. Получены зависимости положения фронта пламени от времени для различных газовых смесей. Трактовка полученных результатов с помощью модели ускорения турбулентных газовых пламен, основанной на законе Колмогорова–Обухова, выявила необходимость корректировки указанной модели. Модель была дополнена переменной удельной скоростью диссипации турбулентной энергии, что позволило привести модельные зависимости в соответствие с экспериментальными данными. Дополнение модели возможностью изменения удельной скорости диссипации турбулентной энергии подтверждает применимость подхода Колмогорова–Обухова для описания пламен, ускоряющихся по степенному закону с показателем, отличающимся от 1,5.

1. Гостинцев Ю. А., Шацких Ю. В., Шуленин Ю. В., Фортов В. Е. Эволюция свободных турбулентных сферических газовых пламен и обобщенные законы Колмогорова–Обухова // Химическая физика. — 2008. — Т. 27, №6. — С. 27–32.
2. Kim W. K., Mogi T., Kiwana K., Dobashi R. Self-similar propagation of expanding spherical flames in large scale gas explosions // Proc Combust Inst. — 2015. — No. 35. — P. 2051–8.

ИССЛЕДОВАНИЯ СПЕКТРОВ ИЗЛУЧЕНИЯ ПЛАЗМЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО РАЗРЯДА МЕЖДУ СТРУЙНЫМ АНОДОМ И ТВЕРДЫМ КАТОДОМ

И. И. Галимзянов, Р. И. Булатов, Ф. М. Гайсин, Л. Н. Багаутдинова

КНИТУ–КАИ, Казань, Россия

Целью экспериментальной работы было снятие спектров излучения в ультрафиолетовом и инфракрасном диапазонах с образцов до, во время и после обработки поверхности металлов струйным электрическим разрядом.

Для решения поставленных задач была использована аппаратура: волоконно-оптический спектрометр Ocean Optics — модель USB4000, чувствительный в области от 200 до 1100 нм, а также цифровая фотокамера и видеокамера для исследований и фиксации процессов воздействия плазмы на образец.

*Работа выполнена при поддержке Российского научного фонда (грант РНФ 14-50-00124).

В качестве струйного анода были использованы электролиты — растворы сульфата аммония, хлорида натрия, нитрата аммония (аммиачная селитра) различных концентраций. В качестве катодов были использованы образцы стали, алюминия, титана, меди. Режимы подачи струйного электролита — капельный, струйно-капельный. В процессе эксперимента менялось межэлектродное расстояние от 5 до 30 мм.

В экспериментах был использован высоковольтный источник питания постоянного тока. Напряжение разряда варьировалось от 700–1000 В, ток разряда — от 0,2 до 0,7 А.

Эксперименты по снятию спектров излучения проводились в затемненном помещении для того, чтобы уменьшить влияние случайного излучения, при атмосферном давлении и комнатной температуре.

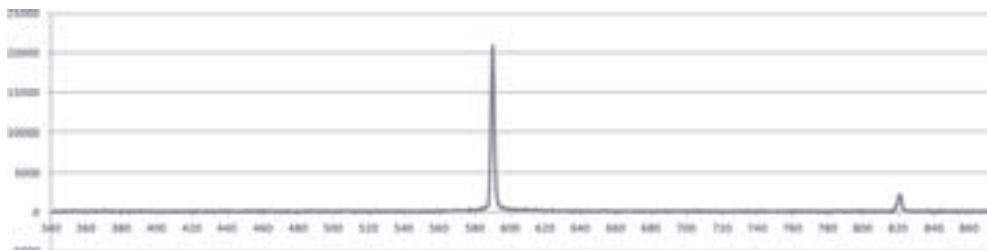


Рис. 1. Спектр излучения меди в электролите — хлорид натрия

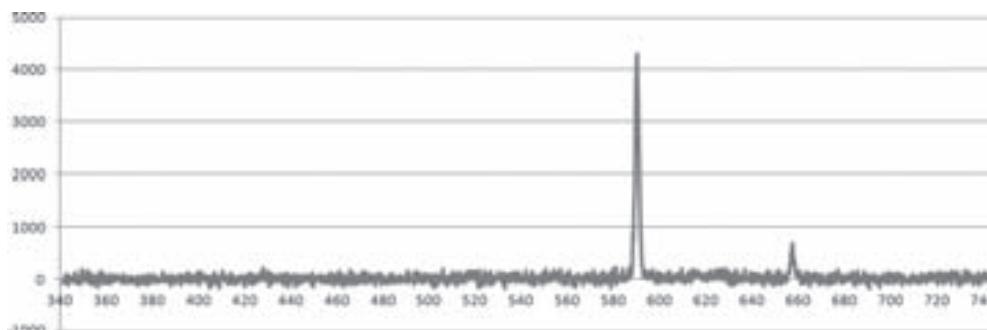


Рис. 2. Спектр излучения алюминия в электролите — аммиачная селитра

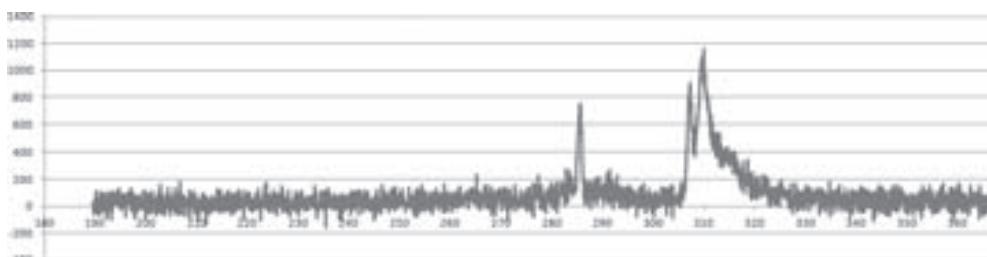


Рис. 3. Спектр излучения алюминия в электролите — сульфат аммония

На рис. 1–3 представлены наиболее характерные спектры излучения в диапазоне 240–840 нм, полученные спектрометром Ocean Optics. Рис. 1 и 2 соответствуют использованию ультрафиолетового датчика, рис. 3 инфракрасному датчику. Все остальные спектры с другими образцами и электролитами был аналогичными.

На рис. 1 и 2 наблюдаются линии Na (пик 589,09 нм), что объясняется присутствием в растворе электролита солей натрия (хлорид натрия). Пик 820 нм (рис. 1) возможно соответствует присутствию кислороду, который образуется в результате электрохимической реакции на аноде. На рис. 2 пик 656 нм в ультрафиолетовом диапазоне может соответствовать водороду, который может образоваться вблизи металлического катода. Присутствие гидроксильных групп OH — (310–311 нм) в инфракрасном диапазоне спектра излучения (рис. 3) объясняется тем, что в растворах электролита используется техническая вода. Из анализа спектров следует, что температуры плазмы электрического разряда недостаточно, чтобы начал излучать сам обрабатываемый образец, поэтому в спектрах излучения основная линия от струи электролита, к которому подведен положительный потенциал.

ВЛИЯНИЕ ПРОСТРАНСТВЕННОГО РАСПОЛОЖЕНИЯ РАБОЧИХ ЭЛЕМЕНТОВ НА ПРОЦЕСС ВОЛНОВОГО ПЕРЕМЕШИВАНИЯ В УСТАНОВКАХ КОЛЕБАТЕЛЬНОГО ТИПА

P. Ф. Ганиев¹, Д. Л. Ревизников², Т. Ю. Сухарев^{1,2}, Л. Е. Украинский¹

¹ИМАШ РАН, Москва, Россия; ²МАИ, Москва, Россия

В настоящее время процессы перемешивания многофазных вязких сред составляют значимую часть технологических цепочек во многих отраслях промышленности. Основная задача перемешивания состоит в получении максимально однородных по пространству композиций. Для этой цели создано множество различных типов перемешивающих аппаратов. Наиболее распространенными являются устройства, в которых перемешивание осуществляется вращающимися рабочими органами. Однако, такой способ зачастую приводит к образованию застойных зон в рабочем объеме. Существенно повысить эффективность перемешивающих установок можно при помощи волнового и колебательного воздействия на среду [1, 2]. При создании устройств данного типа важную роль играет компьютерное моделирование, позволяющее в деталях проследить ход протекающих процессов. В [3] был проведен широкомасштабный анализ влияния на интенсивность перемешивания в установках колебательного типа таких факторов, как частота и амплитуда колебаний, угол разворота и форма лопатки. С целью определения оптимальных конструктивных характеристик и режимов работы установки была построена карта режимов в координатах «потребляемая мощность — интенсивность перемешивания». В настоящей работе исследуется влияние пространственного расположения двух лопаток на процесс волнового перемешивания при фиксированной частоте и амплитуде колебаний. В рамках разработанной модели предложен метод выбора оптимального размещения двух лопаток в пространстве, обеспечивающий наилучшее качество смеси.

Вычислительный эксперимент включает в себя три этапа: моделирование течения жидкости при наличии в потоке тела, совершающего колебательные движения; моделирование эволюции объема примеси в несущей среде и расчет критериев эффективности перемешивания. Методика численного моделирования подробно описана в работе [4]. Моделирование течения несущей жидкости производилось путем решения двумерных нестационарных уравнений Навье–Стокса. Использовался пакет вычислительной гидродинамики ANSYS Fluent, расширенный в данной работе с целью возможности моделирования двухфазных течений и колебательных

режимов. Так как поле течения формируется колебательным движением лопатки, использовалась деформируемая треугольная сетка. Для расчета эволюции примеси применялся маркерный метод.

Были рассмотрены варианты с тремя базисными позициями лопаток. Характер протекающих процессов проиллюстрирован на рис. 1, где показано пространственное расположение частиц в момент времени, соответствующий развитой стадии перемешивания. Для всех вариантов частота колебаний лопаток — 30 Гц, амплитуда — 3,5 мм, рабочая жидкость — вода.

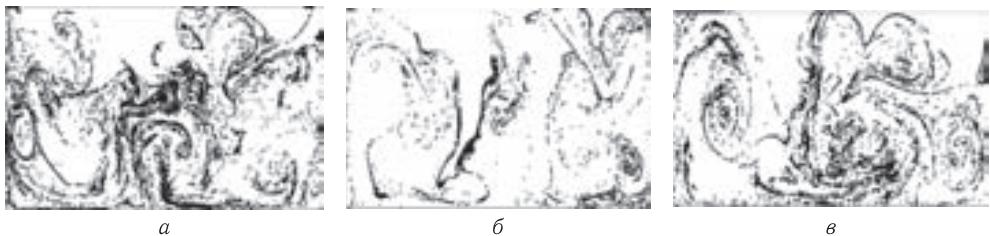


Рис. 1. Пространственное положение частиц в момент времени $t = 5$ с

Для обработки расчетных данных использовались два критерия качества перемешивания. В качестве основного I_1 выбран процент заполнения частицами ячеек, составляющих исследуемую область (чем больше значение, тем лучше качество смеси). Дополнительный критерий I_2 характеризует неравномерность распределения частиц по заполненным ячейкам (чем меньше значение, тем лучше качество смеси). Динамика изменения критериев представлена на рис. 2. Для сравнения на рис. 2 показаны также значения критериев для варианта с одной лопаткой (кривая 4).

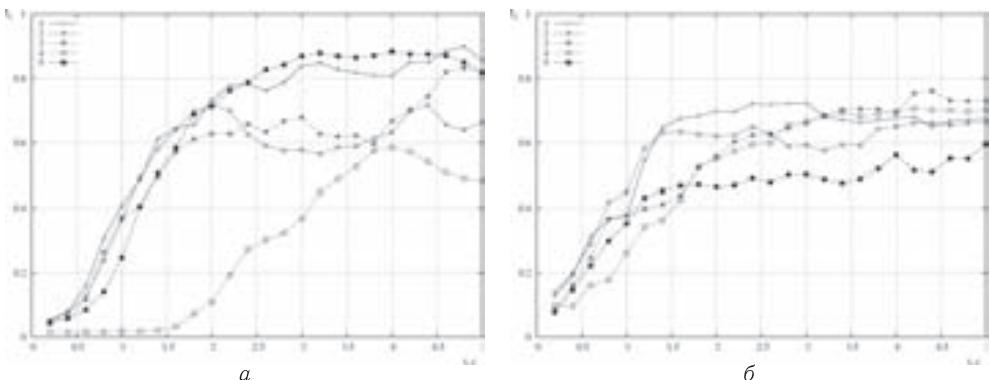


Рис. 2. Критерии качества перемешивания: 1 — вариант а); 2 — вариант б); 3 — вариант в); 4 — вариант с одной лопаткой; 5 — вариант, предложенный в данной работе

Был предложен метод оптимального размещения двух лопаток в пространстве, основанный на отслеживании истории жизни каждой частицы для варианта с одной лопаткой. С помощью анализа траекторий частиц выбирается их наиболее вероятное нахождение в расчетной области, куда помещается лопатка. На рис. 3, а проиллюстрирована история жизни частиц, а стрелкой указано место, где располагается вторая лопатка. На рис. 3, б показана история частиц для варианта с двумя лопатками, расположенными в пространстве согласно предложенному алгоритму.

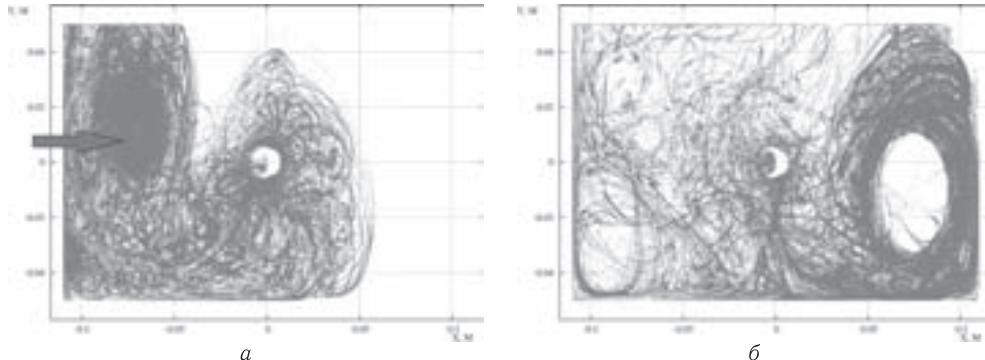


Рис. 3. История жизни частиц внутри области. Слева — для варианта с одной лопаткой. Справа — для варианта с двумя лопатками, пространственное расположение которых выбиралось согласно алгоритму, предложенному в данной работе

Поведение критериев эффективности перемешивания для данного варианта показано на рис. 2 (кривая 5). Видно, что таким способом удается повысить степень равномерности распределения частиц по рабочей области.

1. Ганиев Р. Ф., Украинский Л. Е. Нелинейная волновая механика и технологии. — М.: Научно-издательский центр Регулярная и хаотическая динамика, 2008.
2. Ганиев Р. Ф., Ганиев С. Р., Касилов В. П., Пустовгар А. П. Волновые технологии в инновационном машиностроении. Волновые и колебательные явления в создании высоких технологий в промышленности. — М.-Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2014.
3. Ганиев Р. Ф., Ревизников Д. Л., Панин С. С., Сухарев Т. Ю., Украинский Л. Е. Численное моделирование процесса перемешивания в установках колебательного типа // Материалы XI Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2016), 25–31 мая 2016., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2016. — С. 69–70.
4. Ганиев Р. Ф., Ревизников Д. Л., Украинский Л. Е. Волновое перемешивание // Нелинейная динамика. — 2008. — Т. 4, №4.

НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ АЭРОДИНАМИКИ СЕГМЕНТАЛЬНО-КОНИЧЕСКИХ ТЕЛ МАЛОЙ ДЛИНЫ

**Ю.Х. Ганиев, Н.А. Горбушина, В.В. Еремин, М.Н. Казаков, В.А. Козловский,
Ю.М. Липницкий, Е.С. Лихачёва, В. А. Михалин, А. В. Строилов**

ЦНИИМаш, Королев, Московская обл., Россия

В данной работе рассматриваются некоторые особенности стационарной и нестационарной аэrodинамики сегментально-конического тела, изображение и схема которого приведены на рис. 1. Тела такой формы могут служить основой для создания посадочных аппаратов межпланетных космических станций, отсюда вполне понятен интерес разработчиков к ним.

Особенностью рассматриваемого тела является наличие лобового экрана в виде затупленного конуса с углом полураствора $\theta_{k1} = 70^\circ$ и корпуса в виде усеченного обратного конуса у углом полураствора $\theta_{k2} = 37^\circ$, общее удлинение — отношение длины тела к его диаметру — $\lambda \sim 0,61$.

Экспериментальные исследования тела проводились в аэродинамических трубах У-3М и У-4М ЦНИИМаш. Стационарные интегральные АДХ: коэффициент

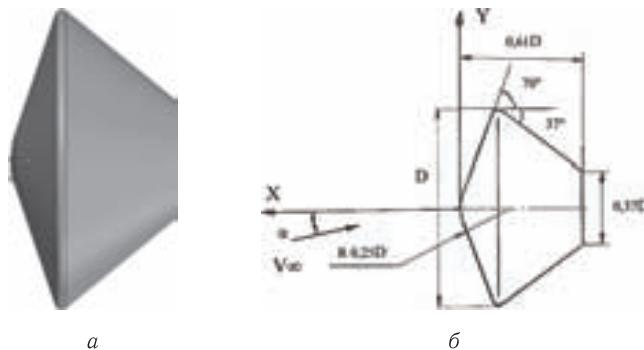


Рис. 1

аэродинамической продольной силы C_x , коэффициент аэродинамической нормальной силы C_y и коэффициент аэродинамического момента тангажа относительно условного центра масс аппарата СКА определялись по методу весовых испытаний на 6-компонентных внутримодельных тензометрических весах в диапазонах чисел $M_\infty = 0,5\text{--}4$ и углов атаки $\alpha = 6^\circ \dots + 18^\circ$.

Экспериментальные исследования нестационарных АДХ — коэффициента продольного демпфирования $m_z^{\omega z} + m_z^{\dot{\alpha}}$ — проведены по методу свободных колебаний. Максимальная амплитуда колебаний составляла 10° .

При расчете аэродинамических коэффициентов C_x , C_y , m_{zt} , $m_z^{\omega z} + m_z^{\dot{\alpha}}$ в качестве характерных размеров принимались диаметр D и площадь миделя S_m тела.

При анализе результатов было отмечено, что при дозвуковых и сверхзвуковых скоростях обтекания тела до значения числа Маха набегающего потока $M < 2,5$ наблюдаются автоколебания модели, что свидетельствует о наличии режимов антидемпфирования. Поэтому наряду с проведением экспериментальных исследований нестационарных АДХ было проведено математическое моделирование процесса свободных колебаний тела при значении числа Маха набегающего потока $M = 1,6$ и угла атаки $\alpha = 0$ с использованием методики, изложенной в [1].

Численное моделирование обтекания СКА проводилось в рамках модели идеального газа с помощью программы (Dempfer ФАП ЦНИИМаш №4146), реализующей модификацию метода С. К. Годунова, предложенную А. В. Родионовым. Эта модификация имеет второй порядок аппроксимации на гладких течениях, обладает свойством монотонности, а также не теряет аппроксимации на неравномерных сетках, которые необходимо использовать при расчетах обтекания тел сложной геометрии.

При проведении расчетов первоначально методом установления рассчитывались поля течения около тела, отклоненного от первоначального положения на угол $\delta_0 = 3^\circ$, 6° и 10° , затем тело начинало свободные колебания относительно неподвижного центра масс. При этом было обнаружено, что при начальном отклонении $\delta_0 = 3^\circ$ наблюдалась раскачка модели тела с выходом на автоколебательный режим с амплитудой $A \approx 6^\circ$, при $\delta_0 = 6^\circ$ сразу начинался автоколебательный режим с практически постоянной амплитудой $\delta_0 = 6^\circ$, при начальном отклонении модели $\delta_0 = 10^\circ$ наблюдалось уменьшение амплитуды колебаний до значения $A = 6^\circ$ и также выход на режим автоколебаний — рисунки 2 и 3.

Для выяснения причины появления режима автоколебания на скоростях до $M < 2$ были привлечены результаты экспериментов и расчетов по определению стационарных АДХ тела. Первое, что обращает на себя внимание — это аномальное, немонотонные, поведение зависимости коэффициента нормальной силы C_y от

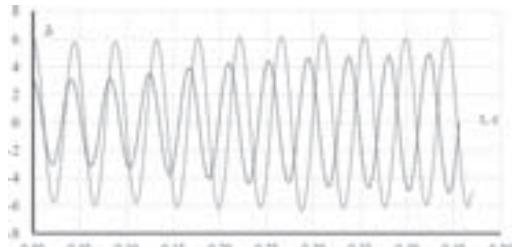


Рис. 2. (сплошная линия — $A_0 = 6^\circ$; пунктир — $A_0 = 3^\circ$)

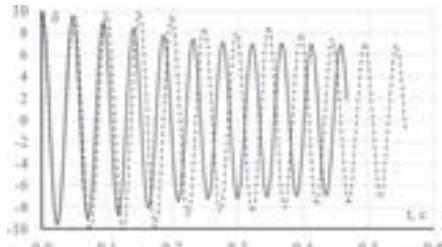


Рис. 3. $A_0 = 10^\circ$ (сплошная линия — расчет; пунктир — эксперимент)

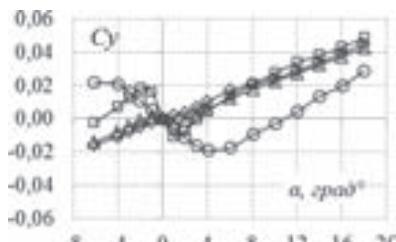


Рис. 4. \circ — $M_\infty = 0,5$; \square — $M_\infty = 1,2$; \triangle — $M_\infty = 2$; \diamond — $M_\infty = 4$

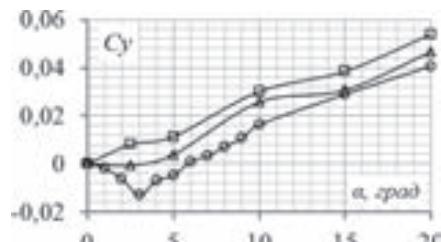


Рис. 5. \circ — $M_\infty = 1,6$; \square — $M_\infty = 2,0$; \triangle — $M_\infty = 4,0$

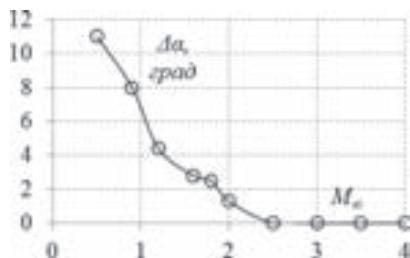


Рис. 6

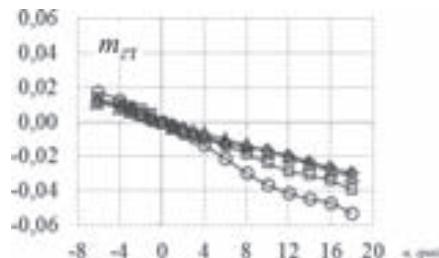


Рис. 7. \circ — $M_\infty = 0,5$; \square — $M_\infty = 1,2$; \triangle — $M_\infty = 2$; \diamond — $M_\infty = 4$

угла атаки α для чисел Маха $M \leq 2,5$ в достаточно ограниченном диапазоне углов атаки — рис. 4 и 5. При этом на рис. 4 приведены данные эксперимента, а на рис. 5 — расчета. На рис. 6 приведена экспериментальная зависимость размеров зоны аномального поведения коэффициента нормальной силы C_y $\Delta\alpha$ от числа Маха. Как видно из рис. 6, протяженность области $\Delta\alpha$ с указанным аномальными изменениями C_y с ростом M_∞ уменьшается. На рис. 7 приведены зависимости коэффициента момента тангажа m_{zt} от угла атаки для разных чисел Маха. Видно, что результаты экспериментов и расчетов, в принципе, согласуются между собой.

Зависимости момента тангажа от угла атаки для разных чисел Маха носят достаточно монотонный характер. Поэтому основным фактором, влияющим на угловые колебания тела, является, скорее всего, нелинейное поведение зависимости коэффициента нормальной силы $C_y(\alpha)$ от угла атаки. Сказанное подтверждается данными рис. 6 — при исчезновении нелинейности зависимости $C_y(\alpha)$ при $M > 2,5$ тело становится динамически устойчивым.

1. Липницкий Ю.М., Красильников А.В., Покровский А.Н., Шманенков В.Н. Нестационарная аэродинамика баллистического полета. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003.

ВТОРИЧНЫЕ РЕЖИМЫ В ОКРЕСТНОСТИ НЕЙТРАЛЬНОЙ КРИВОЙ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ СЖИМАЕМОГО ГАЗА ПРИ $M = 2^*$

C. A. Гапонов, Н. М. Терехова

ИТПМ СО РАН, Новосибирск, Россия

В рамках слабонелинейной теории устойчивости исследуется мягкое и жесткое порождение периодических колебаний в сверхзвуковом пограничном слое на плоской пластине при числе Маха $M = 2$. Модель включает эффекты самовоздействия (порождение стационарных вторичных гармоник и генерацию возмущений двойных частот). Показано, что в рамках этой модели на нижней ветви нейтральной кривой появляются области докритического роста, а в районе критического числа Рейнольдса реализуется жесткое возбуждение. Эти эффекты напрямую связаны с влиянием сжимаемости.

Представление о начале естественного перехода в пограничных слоях связано с возбуждением и селективным усилением квазигармонического возмущения, развитие которого на исходном участке носит автономный характер и существенно определяет весь процесс. В настоящее время делаются попытки исследовать эволюцию возмущений, используя прямые методы интегрирования уравнений Навье–Стокса. К сожалению, численному моделированию присущи трудности, связанные с обработкой большого массива данных, достоверность которых не всегда очевидна. Поэтому физическая интерпретация результатов не позволяет сделать обобщающих выводов по нелинейному развитию возмущений. Более эффективными для моделирования оказались методы теории возмущений. Благодаря им удается построить модель начальной стадии развития неустойчивости течения (приближение слабой нелинейности), существенно упрощающую анализ и позволяющую дифференцировать управляющие процессом механизмы. В работах ограничиваются анализом развития уединенной $2D$ -синусоидальной волны. Это соответствует случаю, когда селективно усиленное на линейном участке возмущение существенно превосходит колебания других типов, взаимодействие с которыми оказывается пренебрежимо малым. В ходе эволюции такая волна искажает исходное течение и генерирует гармоники, что в свою очередь изменяет степень передачи энергии к возмущению и скорость роста по сравнению с линейным. В результате, в одних случаях, в устойчивой области линейных возмущений могут существовать усиливающиеся конечные флуктуации, а в других — учет нелинейности может подавить линейное нарастание, стабилизировать амплитуду и привести к возникновению периодических вторичных течений в линейно неустойчивой области. Обзор работ по изучению самовоздействия в несжимаемой жидкости имеется в [1].

Периодические вторичные течения могут быть определены на основе теории ветвления решений уравнений Навье–Стокса [1]. Установлено два типа ветвления: жесткий, если периодические движения возможны при числах Рейнольдса Re_{nel} меньших числа Рейнольдса Re_{lin} на нейтральной кривой $Re_{nel} < Re_{lin}$ и мягкий, если $Re_{nel} > Re_{lin}$.

Обозначим через ε масштаб пульсационного поля. Построение амплитудного уравнения можно описать по следующей схеме. Самовоздействие волны порядка ε^2 приводит к генерации вторичных компонент — нулевых гармоник, вызывающих искажение среднего поля потока, и обертонов с удвоенной фазой. В третьем порядке по ε взаимодействие вторичных волн с исходными возмущениями определяет

*Работа поддержана РФФИ (№15-01-00866а).

нелинейную эволюцию амплитуд первичных колебаний. Моделирование ведется на основе амплитудных уравнений Ландау в точках нейтральной кривой

$$\frac{d|A|^2}{dX} = 2\operatorname{Real}(b_1 + b_2)|A|^4 \equiv 2(b'_1 + b'_2)|A|^4,$$

где b_1 — нелинейный коэффициент от искажения первичного среднего профиля, а b_2 — от генерации обертона.

При $b' < 0$ имеет место мягкое возбуждение, периодические устойчивые колебания ответвляются в неустойчивую область. При $b' > 0$ — жесткое возбуждение, существуют периодические неустойчивые решения в устойчивой относительно малых колебаний области.

Все существующие работы касаются исследования дозвуковых течений. В [1] в рамках квадратичной нелинейности, рассмотрено влияние возмущений большой интенсивности на коэффициенты Ландау.

Но до сих пор нет сведений о том, как меняется характер автоколебаний в пограничных слоях сжимаемых газов. Нами рассмотрены 2D-возмущения при числе Маха $M = 2$ в широком диапазоне чисел Рейнольдса $\operatorname{Re}_c < \operatorname{Re} < 700$, Re_c — критическое число Рейнольдса. Среди вторичных гармоник наибольший интерес представляют нулевые, определяющие деформацию эпюра осредненной продольной скорости U и средней температуры $T\Delta U = |A_1|^2 u_{1,-1}$ и $\Delta T = |A_1|^2 \Theta_{1,-1}$.

На рис. 1 показаны эти вторичные гармоники в пяти точках нейтральной кривой.

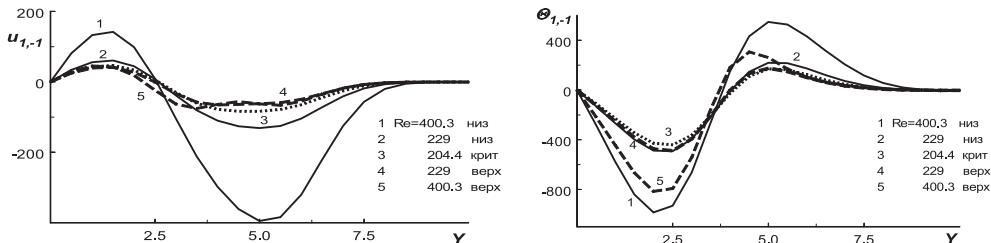


Рис. 1. Вторичные нулевые гармоники $u_{1,-1}$ и $\Theta_{1,-1}$ для пяти точек нейтральной кривой

Влияние нелинейных процессов можно проанализировать, рассматривая нелинейные коэффициенты $b' = \operatorname{Real}(b)$. Они представлены на рис. 2 для разных частотных параметров, а на рис. 3 изображено положение нейтральной кривой, соответствующей этим b' .

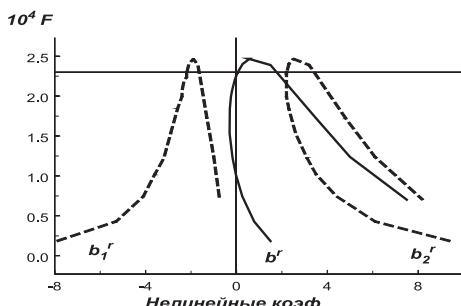


Рис. 2. Нелинейные коэффициенты для 2D-волн в зависимости от частотного параметра

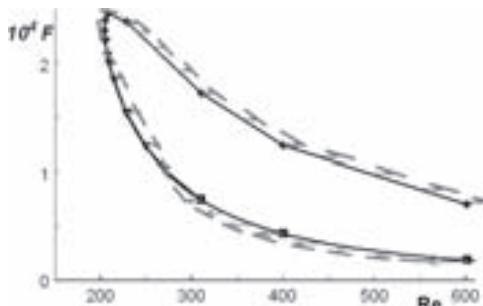


Рис. 3. Характер ветвления автоколебательных режимов на нейтральной кривой

Сравним области вторичных автоколебательных режимов в сжимаемом газе [2] и в несжимаемой жидкости по [1]. В последней для плоской пластины получено ветвление в докритическую область устойчивости исходного течения. Подобный же режим обнаружен и в сжимаемом газе на верхней ветви. В [1] показано, что ветвление происходит несколько выше Re_c — возбуждение мягкое, Re_c сдвигается в область больших значений. В сжимаемом потоке вблизи Re_c обнаруживается жесткий характер возбуждения. Это первое отличие.

Ниже Re_c происходит сдвиг в область растущих колебаний в обоих сравниваемых течениях. Второе отличие заключается в том, что подобный сдвиг в несжимаемой жидкости осуществляется во всем диапазоне Re на нижней ветви, а в сжимаемом газе — только в некоторой области, ниже которой снова происходит ветвление и устанавливается докритический жесткий характер возбуждения. Все эти различия объясняются влиянием сжимаемости [2].

1. Гольдштик М. А., Штерн В. Н. Гидродинамическая устойчивость и турбулентность. — Новосибирск: Наука, 1989. — 366 с.
2. Гапонов С. А., Терехова Н. М. Автоколебания, ответвляющиеся от нейтральной кривой в сверхзвуковом пограничном слое при $M = 2$ // Вестн. Новосиб. гос. ун-та. Серия: Физика. — 2016. — Т. 11, №3. — С. 5–15.

УСТОЙЧИВОСТЬ ПОГРАНИЧНОГО СЛОЯ СЖИМАЕМОГО ГАЗА НА ПОРИСТОЙ ПОВЕРХНОСТИ ПРИ ТАНГЕНЦИАЛЬНОМ ВДУВЕ ГАЗА*

C. A. Гапонов, N. M. Терехова

ИТПМ СО РАН, Новосибирск, Россия

Изучается влияние распределенного вдува массы газа через пористую поверхность на характеристики устойчивости сверхзвукового пограничного слоя при умеренном сверхзвуковом числе Маха $M = 2$. Рассмотрен тангенциальный вдув, когда на стенке не равна нулю только U компонента средней скорости. Исследовано влияние параметров пористой поверхности на вихревые возмущения, проведено сравнение с вариантом так называемого режима «запирания». Вдув газа разной плотности моделируется через изменение температурного фактора (нагрев или охлаждение стенки), а именно, вдув тяжелого газа моделирует через вдув холодного газа и наоборот.

Поиск методов защиты обтекаемой поверхности на сверхзвуковых режимах движения является актуальной проблемой, одним из способов решения которой может явиться использование распределенного тангенциального вдува, позволяющего получить требуемые характеристики пограничных слоев и возмущений в области перехода. До недавнего времени отсутствовали технологии получения требуемых пористых стенок. Теперь эти трудности во многом преодолены [1].

В [2] рассмотрено совместное влияние вдува и температурного фактора при обтекании проницаемой пористой поверхности, на которой радиусы пор много меньше масштабов толщины слоя. В этом случае реализуется так называемый режим «запирания» (возмущения скоростей на поверхности равны нулю). Но ранее было показано, что при умеренных M на пористых поверхностях обязательно должны учитываться их свойства, так как на них возможна дестабилизация вихревых воз-

*Работа поддержана РФФИ (№15-01-00866а).

мущений. Этот аспект рассмотрен, свойства пористого покрытия включены в граничные условия для возмущений на стенке, что расширяет область практического приложения исследований и приближает их к реальности.

Цель работы формулируется как изучение влияния вдува и теплообмена на средние параметры (скорость и плотность), значения критических чисел Рейнольдса вихревых возмущений и на зависимости их от частот.

Для определения характеристик малых колебаний используется классический метод возмущений (система Дана–Линя), подробно изложенный в [2]. Укажем только, что в безразмерном виде u, v, w, Θ — компоненты волновых скоростей и температур, F — параметр частоты волн ($F = \omega / Re$), $b = \beta \cdot 10^3 / Re$ — азимутальный волновой параметр, α^i — коэффициент продольного нарастания (инкремент).

Схема вдува показана на рис. 1. Компоненты скорости на стенке определяются как $V(0) = G \sin \varphi$, $U(0) = -G \cos \varphi$, где G — абсолютное значение скорости вдуваемого газа. Вводится параметр $Cq = -G Re / Tw$, характеризующий интенсивность вдува.

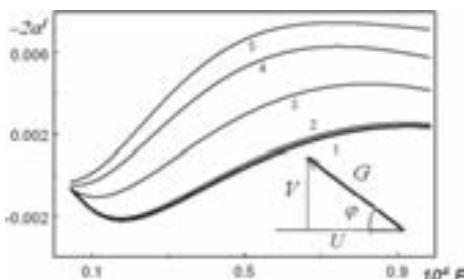


Рис. 1. Влияние угла наклона вектора вдуваемого газа на инкременты 3D-вихревых волн при $Re = 400$, $2b = 0,225$, $F = 0,985 \cdot 10^{-4}$ и разных φ : 1–5 (3,14159; 3,14; 3,12; 3,10; 3,09)

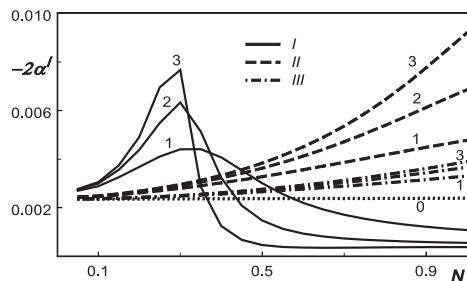


Рис. 2. Зависимость $-2\alpha^i$ 3D-вихревых волн тех же параметров при интенсивности $Cq = -6$; $R_r = 600, 1000$ и 1600 (I–3), $R_h = 2000$ (I); 6000 (II); 10000 (III); 0 — режим «запирания»

На внешней границе и в дальнем поле ($Y \gg 1$) как обычно ставятся условия затухания амплитудных функций $u, v, w, \Theta = 0$. Для режима «запирания» ($r/\delta \ll 1$) принимается $u, v, w, \Theta = 0$ ($Y = 0$). Но на реальных проницаемых поверхностях возмущения скоростей на стенке $Y = 0$ пропорциональны возмущениям давления и не равны нулю $u = -Kp \cos \varphi, v = Kp \sin \varphi, w, \Theta = 0$, где K связывает параметры потока, возмущений и свойства пористой стенки

$$K = \frac{v(0)}{p(0)} = \frac{N(Z_0 - X_1 \operatorname{th}(\lambda H))}{Z_0(Z_0 \operatorname{th}(\lambda H) - X_1)}.$$

На рис. 1 приведена эволюция инкрементов для разных углов наклона вектора скорости к обтекаемой поверхности. Наибольшая стабилизация возмущений достигается при вдуве вдоль поверхности $\varphi = \pi$, при небольших углах, отличных от этого значения, инкременты возрастают, оставаясь в области весьма малых значений (с ростом φ уменьшается значение средней V , что и стабилизирует волны). Со значениями α^i режима «запирания» проведено сравнение всех инкрементов ниже. На рис. 2 приводится сводная картина зависимости инкрементов от параметров пористой поверхности: R_r, R_h, N . В каждом исследованном семействе, разделенном по значению толщин покрытия R_h , изучены разные значения радиусов пор R_r . Полученные зависимости делятся на два вида: с наличием максимума α^i при определенных пористостях N , так и без него, с почти линейным ростом α^i . К сожалению,

общих закономерностей установить не удалось, поэтому каждый набор параметров пористой стенки нужно исследовать специально.

На рис. 3 показаны примеры влияния свойств пористой поверхности на инкременты для невысокого ($Re = 400$) числа Рейнольдса. Результаты получены для двух значений N и R_r , они сравнивались с частотными разрезами режима «запирания». Видно, что большая степень пористости приводит к «проседанию» коэффициентов, все они лежат в области затухания для рассмотренных R_r во всем диапазоне частот. Более агрессивно влияние пористости при $N = 0,5$. Здесь ясно видно, что при малых R_r растущие колебания появляются при частотах, близких к режимам «запирания», но обнаруживаются значительно более высокие степени нарастания.

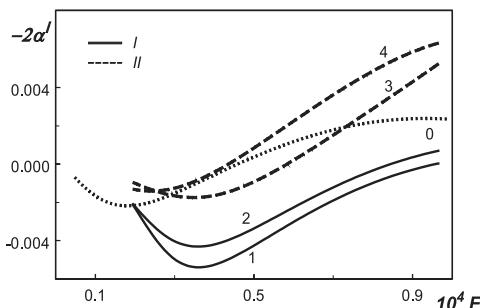


Рис. 3. Частотные разрезы, показывающие α^i 3D-волны при тангенциальном вдуве $\varphi = \pi$ и параметрах $R_h = 3000$, $R_r = 1600$ и 1000 (I, 2) для $N = 1$ (I) и $N = 0,5$ (II)

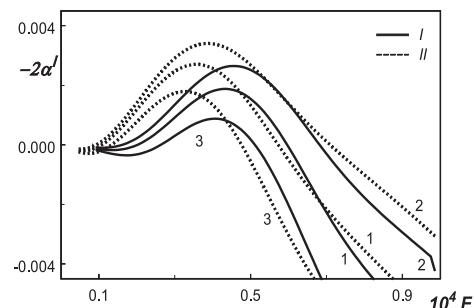


Рис. 4. Влияние температурного фактора на α^i при $Re = 800$, $R_h = 2000$, $R_r = 1600$ для $N = 0,5$ (I) и в режиме «запирания» (II); при $T_w = 1,67882$, $1,87882$ и $1,47882$ (1-3)

Сравнение влияния температуры стенки на инкременты возмущений в варианте режима «запирания» и с учетом свойств пористой поверхности показано на рис. 4. У теплоизолированной непроницаемой поверхности $T_w = 1,67882$. Общим является эффект уменьшения коэффициентов нарастания при охлаждении и их рост при нагреве по сравнению с вариантом обтекания теплоизолированной поверхности. Для более низких температур уменьшение области существования растущих колебаний сопровождается значительным уменьшением инкрементов. Этим подтверждается тезис о том, что нагрев (а, следовательно, уменьшение плотности вдуваемого газа) приводит к дестабилизации вихревых возмущений, а вдув охлажденного газа (повышенная плотность) приводит к стабилизации возмущений. При учете свойств поверхности заметен сдвиг частот максимальных инкрементов в сторону их увеличения и небольшая редукция области частот растущих волн. При увеличении температурного фактора также наблюдается увеличение частоты максимального инкремента.

Таким образом, при распределенном тангенциальном вдуве на пористых поверхностях учет их свойств не приводит к заметному ухудшению характеристик вихревых волн и может быть рассмотрен как способ реального управления режимами обтекания на сверхзвуковой скорости $M = 2$.

1. Протасов М. В., Иванов Т. Ф., Поляков А. Ф. Влияние распределенного вдува на обтекание затупленного тела с проницаемой входной кромкой // 11 н.-т. Конф. «Оптические методы исследования потоков», Москва, 2011.
2. Гапонов С. А., Терехова Н. М. Совместное влияние тепло-массообмена на устойчивость пограничного слоя сжимаемого газа // Известия РАН. М.Ж.Г. — 2016. — №1. — С. 45–54.

РЕЖИМЫ СЛЕДА ЦИЛИНДРОВ ДЛЯ ГАЗОВОГО ТЕЧЕНИЯ И ТЕЧЕНИЯ ПЛАЗМЫ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО РАЗРЯДА*

Г. В. Гембаржевский^{1,2}, А. К. Леднев¹, К. Ю. Осипенко^{1,3}

¹ИПМех РАН, Москва, Россия; ²МАИ, Москва, Россия; ³НИУ МГСУ, Москва, Россия

1. Исследование когерентных структур различных вихревых течений, несомненно, одна из основных задач гидро-газодинамики нейтральных и плазменных течений [1]. В этом широком классе проблем исследование ближнего следа за телами представляется одной из наиболее простых и перспективных задач, тем не менее, обладающейющей должной общностью. Одновременно следовые течения представляют несомненный практический интерес и привлекают значительное внимание (из последних публикаций отметим [2]). Нас, в первую очередь, интересует функционирование-оптимизация турбулизаторов потока плазмы тлеющего разряда в мощных быстро-проточных лазерах. Здесь впервые было обнаружено влияние тлеющего разряда на режим следа двух параллельных цилиндров, установленных на входе в разрядную камеру CO₂-лазера [3]. При расстоянии примерно $L/D \approx 2,2$ между осями цилиндров под действием разряда происходит перестройка режима течения. На рис.1 приведены схема эксперимента и полученные спектры скорости в точке расположенной по оси следа за одним из пары цилиндров в условиях газового и плазменного течений, а также спектр скорости течения в следе за уединенным цилиндром.

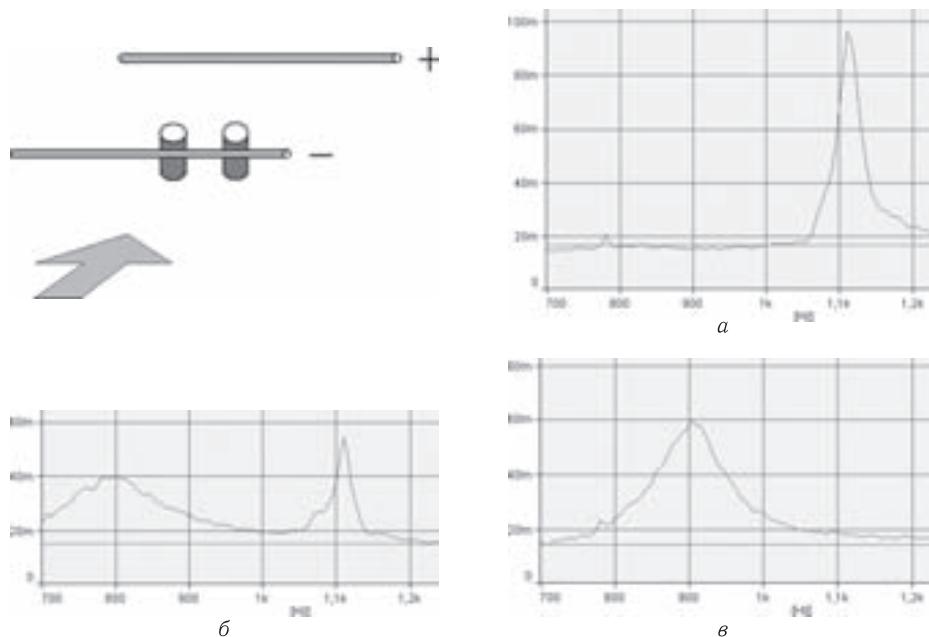


Рис. 1. Схема эксперимента и спектры скорости в следе двух цилиндров: *a* — для газового, *б* — для плазменного течений. Случай плазменного следа уединенного цилиндра — *в*

*Настоящая работа выполнена под заявку на грант РФФИ №17-01-00394-а и является продолжением исследований поддержанных грантом 13-01-00742-а.

Проиллюстрированный эффект тлеющего разряда интерпретирован как перестройка структуры следа цилиндров от режима преимущественно одной глобальной моды к режиму перемежающегося между двумя модами плазменного течения. Считаем, что одна из перемежающихся мод, представленная сравнительно высокочастотным пиком, осталась прежней, как и для газового течения, поскольку частота осцилляций осталась прежней. По сравнению со следом за уединенным цилиндром, в следе пары наблюдается сдвиг и расщепление частоты осцилляций (в уединенной дорожке Кармана) в результате взаимодействия дорожек [4].

2. Для развития исследований следа требуется достаточно общая, но по возможности простая модель формирования взаимодействующих дорожек Кармана. Здесь имеет смысл использовать маломерную модель течения, в качестве которой естественна модель связанных осцилляторов (за границей — типа Landau-Stuart) [4, 5]. При этом, как правило, используют линейное приближение для моделирования взаимодействия дорожек Кармана (из основополагающих публикаций здесь можно сослаться на [6]). В предлагаемой нами модели для большей общности используем нелинейный вариант связи вихревых дорожек-осцилляторов. Соответствующие результаты по такой модели нелинейно взаимодействующих дорожек опубликованы в [7]. Отметим, что наиболее близкой [7] является модель следа [8]. В результате изучения свойств варианта [7] оказалось, что для учета наблюдаемого существенного расщепления частот глобальных мод следа (рис. 1,б), необходимо обобщить предлагаемую модель на непосредственный учет зависимости частоты осцилляций скорости от их амплитуды, что было сделано в [9]. В результате современный вариант нашей модели связанных осцилляторов — дорожек Кармана имеет вид:

$$(1 + \Delta(\rho^2 - 4)) \frac{d^2 X_1}{dt^2} + X_1 - \varepsilon [1 - X_1^2 - \lambda X_2^2 - l X_1 X_2] \frac{dX_1}{dt} = h_1, \quad (1)$$

$$(1 + \Delta(r^2 - 4)) \frac{d^2 X_2}{dt^2} + X_2 - \varepsilon [1 - X_2^2 - \lambda X_1^2 - l X_1 X_2] \frac{dX_2}{dt} = h_2. \quad (2)$$

Здесь независимые переменные X_i представляют управляющие параметры соответствующих дорожек (отождествляемые в эксперименте со скоростью течения по оси соответствующего цилиндра). Правые части уравнений h_i (аналог сил Ланжевена) представляют случайные процессы ответственные за стохастизацию турбулентного следа. Модель содержит четыре параметра ε , Δ , λ , l , причем первый из них является малым $\varepsilon \ll 1$ согласно имеющимся данным (а модель [7] соответствует случаю $\Delta = 0$).

3. Учитывая малость параметра $\varepsilon \ll 1$ и применяя, соответственно, метод медленных амплитуд и фаз, находим глобальные моды следа как устойчивые точки покоя системы «укороченных уравнений» модели. Всего эта модель вмещает пять таких мод:

1) Асимметричная мода полного подавления дорожки за одним из цилиндров. Частота осцилляций скорости в таком следе совпадает с частотой наблюданной в следе уединенного цилиндра; в безразмерных единицах

$$\omega^2 = 1. \quad (3)$$

2) Асимметричная мода различных по интенсивности дорожек с частотой осцилляций

$$\omega^2 = \frac{1 - 0,5|l\sqrt{1,5 - 0,5/\lambda}|}{1 - 0,5(1 - 4\Delta)|l\sqrt{1,5 - 0,5/\lambda}|} + O(\varepsilon^2). \quad (4)$$

3) Симметричная мода синфазно синхронизованных дорожек, имеющая частоту осцилляций скорости в следе

$$\omega^2 = \frac{1 + \lambda + l}{1 + (1 - 4\Delta)(\lambda + l)}. \quad (5)$$

4) Симметричная мода противофазно синхронизованных дорожек, имеющая частоту осцилляций

$$\omega^2 = \frac{1 + \lambda - l}{1 + (1 - 4\Delta)(\lambda - l)}. \quad (6)$$

5) Симметричная мода дорожек синхронизованных на угол отличный от 0 и π , с частотой осцилляций скорости

$$\omega^2 = \frac{1 + 3\lambda - (l^2/\lambda)}{1 + (1 - 4\Delta)(3\lambda - (l^2/\lambda))}. \quad (7)$$

4. Часть глобальных мод имеет пересекающиеся области существования и устойчивости, соответственно модель вмещает пять различных режимов перемежающегося следа. Исключая из рассмотрения моду полного подавления одной из дорожек Кармана, имеем следующие варианты интерпретации перемежающегося следа. Это: или конкуренция мод синфазной и противофазной синхронизации двух дорожек Кармана, или перемежаемость асимметричной моды различающихся по интенсивности дорожек и моды синфазной (или противофазной) синхронизации дорожек. Встает вопрос, какие выводы относительно наблюдаемого режима следа можно сделать исходя из сопоставления модельных результатов (3)–(7) и экспериментальных одноточечных спектров (рис. 1)? Ответ: при достаточно больших значениях параметра $\Delta > 0,124$ должна наблюдаться перемежаемость мод синфазной и противофазной синхронизации дорожек, а при достаточно малых $\Delta < 0,126$ — конкуренция мод асимметричного и симметричного следа. Учет условий устойчивости мод еще сужает выбор параметров модели, например до: $\varepsilon = 0,1$; $\Delta = 0,1$; $l = 6$; $\lambda = 0,344$.

5. Второй естественно возникающий вопрос, почему в спектре скорости следа цилиндров в нейтральном газе практически не проявляется вторая — низкочастотная конкурирующая мода? Для ответа на этот вопрос (в случае конкуренция мод асимметричного и симметричного следа) были проведены расчеты области притяжения асимметричной моды в фазовом пространстве модели (1, 2) для газового течения. И действительно оказалось, что объем ее области притяжения относительно мал, что отвечает малому значению коэффициента перемежаемости газового следа.

1. Белоцерковский О. М., Фимин Н. Н., Чечеткин В. М. // Мат. моделирование. — 2015. — Т. 27. — С. 63–84.
2. Михеев А. Н., Михеев Н. И., Молочников В. М. // Известия РАН. МЖГ. — 2014. — № 5. — С. 38–44.
3. Гембаржевский Г. В. // Письма ЖТФ. — 2009. — Т. 35, вып. 5. — С. 95–102.
4. Ланда П. С. Нелинейные колебания и волны. — М.: Наука, 1997. — 495 с.
5. Пиковский А., Розенблум М., Куртс Ю. Синхронизация. Фундаментальное нелинейное явление. — М.: Техносфера, 2003. — 496 с.
6. Peschard I., Le Gal P. // Phys. Rev. Letters. — 1996. — V. 77. — P. 3122–3125.
7. Gembarzhevskii G. V. // J. Modern Physics. — 2015. — V. 6, No. 1. — P. 46–57.
8. Рябинин А. Н. // Мат. моделирование. — 1997. — Т. 9, № 7. — С. 26–35.
9. Гембаржевский Г. В., Леднев А. К., Осиенко К. Ю. // Письма в ЖТФ. — 2015. — Т. 41, вып. 23. — С. 40–48.

ОДНОМЕРНОЕ СТАЦИОНАРНОЕ НЕРАВНОВЕСНОЕ ТЕЧЕНИЕ В СОПЛЕ С ДЕТОНАЦИОННОЙ ВОЛНОЙ*

В. Ю. Гидаспов, Д. С. Кононов

МАИ, Москва, Россия

Рассматривается случай сжигания топлива в сопле Лаваля за стационарной ударной волной (УВ) с последующим разгоном продуктов сгорания до сверхзвуковых скоростей [1, 2]. При численном моделировании предполагается, что течение горючей смеси одномерное эффекты вязкости, теплопроводности и диффузии не учитываются. Течение газа на входе в сопло задается сверхзвуковым и тормозится в ударной волне, при этом температура горючей смеси становится выше температуры самовоспламенения горючей смеси. Координата УВ определяется из условия существования ниже по потоку за минимальным сечением сопла точки перехода через скорость звука [2–4].

Система уравнений, описывающая квазиодномерные стационарные химически неравновесные течения многокомпонентного газа в канале переменного сечения в случае отсутствия сильных разрывов, имеет вид:

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \rho u F = 0, \quad \frac{d}{dx} (\rho u^2 + p) F = p \frac{dF}{dx}, \\ \frac{d}{dx} \rho u \left(h + \frac{u^2}{2} \right) F = 0, \quad \frac{d}{dx} \rho u F \gamma_i = FW_i, \quad i = 1 \dots N, \end{aligned} \quad (1)$$

$$p = \rho R \sum_{i=1}^N \gamma_i T \quad \text{и} \quad h = \sum_{i=1}^N \gamma_i H_i^0(T). \quad (2)$$

На входе в канал считаются заданными:

$$u(x_0) = u_0 > a_0, \quad p(x_0) = p_0, \quad T(x_0) = T_0 \ll T_B, \quad \gamma_i(x_0) = \gamma_{i0}, \quad i = 1, 2, \dots, N. \quad (3)$$

Здесь ρ , u , p , T , a , h , γ_i , W_i — плотность, скорость, давление, температура, скорость звука, энталпия, мольно-массовые концентрации и скорость образования в единице объема i -го компонента смеси газов, соответственно, T_B — температура самовоспламенения горючей смеси, $F = F(x)$ — заданная зависимость площади канала от продольной координаты, $H_i^0(T)$ — известные энталпии индивидуальных веществ.

В сечении сопла, в котором находится УВ, выполняются соотношения Ренкина–Гюгонио, являющиеся следствием интегральных законов сохранения, индексом Л помечены параметры до волны, индексом П — за волной

$$\rho_{\text{Л}} u_{\text{Л}} = \rho_{\text{П}} u_{\text{П}}, \quad p_{\text{Л}} + \rho_{\text{Л}} u_{\text{Л}}^2 = p_{\text{П}} + \rho_{\text{П}} u_{\text{П}}^2, \quad h_{\text{Л}} + \frac{u_{\text{Л}}^2}{2} = h_{\text{П}} + \frac{u_{\text{П}}^2}{2}, \quad (4)$$

дополненные условиями неизменности концентраций при переходе через УВ: $\gamma_{i\text{Л}} = \gamma_{i\text{П}}$.

Путем эквивалентных преобразований из (1)–(2) может быть получено уравнение для изменения скорости:

$$(M^2 - 1) \frac{du}{dx} = \frac{1}{\rho^2 h_T} \sum_{i=1}^N (\rho_{\gamma_i} h_T - h_{\gamma_i} \rho_T) W_i + \frac{u F_x}{F}, \quad (5)$$

Здесь $M = u/a$ — число Маха, нижние индексы T , x , γ_i обозначают дифференцирование по соответствующему параметру. Из (5) следует, что для обеспечения

*Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ 15-01-07964.

непрерывного перехода через скорость звука должна существовать координата x_* в котором одновременно выполняются условия:

$$M^2 - 1 = 0, \quad (6)$$

$$\frac{1}{\rho^2 h_T} \sum_{i=1}^N (\rho_{\gamma i} h_T - h_{\gamma i} \rho_T) W_i + \frac{u F_x}{F} = 0. \quad (7)$$

При течении горючей смеси выражения (6) и (7) при $x = x_*$ меняют знак с минуса на плюс. Случай, когда условие (6) выполнено, а (7) нет соответствует отсутствию решения системы (1)–(2) — запиранию потока; если (7) выполнено, а (6) — нет, то в сопле реализуется дозвуковое течение.

Для расчета течения с переходом через скорость звука использовались две эквивалентные постановки задачи. Первая — задана скорость u_0 , а координата УВ подбиралась из условий выполнения (6), (7). Вторая — задана координата УВ, скорость u_0 подбирается. Приведем алгоритм решения рассматриваемой задачи во второй постановке.

1. Методом половинного деления найдем значения скорости u_0^1 (реализуется режим запирания) и u_0^2 (реализуется дозвуковое течение), такие что $|u_0^1 - u_0^2| < \varepsilon_1$, им соответствуют распределения скорости $u_1(x)$ и $u_2(x)$.

2. На дозвуковой траектории двигаясь с права налево выберем точку x_1 , первую в которой выполняется условие $|u_1(x_1) - u_2(x_1)| < \varepsilon_2$, вычислим в ней величину $u \frac{du}{dx} \Big|_{x=x_1} = u'_1(x_1)$. Продолжим интегрирование исходной системы, считая, что вместо закона сохранения импульса задан закон изменения скорости:

$$u(x) = \sqrt{u_2^2(x_1) + 2u'_1(x_1)(x - x_1)}. \quad (8)$$

Интегрирование производится до выполнения условий:

$$M^2 - 1 > 0 \quad \text{и} \quad \frac{1}{\rho^2 h_T} \sum_{i=1}^N (\rho_{\gamma i} h_T - h_{\gamma i} \rho_T) W_i + \frac{u F_x}{F} > 0. \quad (9)$$

Если в процессе интегрирования обнаруживается, что энтропия смеси начинает убывать, то точка начала интегрирования (x_1) изменяется и интегрирование с условием (8) выполняется повторно.

После достижения точки x_* , в которой выполнены условия (9) решается прямая задача (1)–(2) для сверхзвукового течения.

Данный алгоритм позволил получить распределения параметров в стационарных детонационных волнах в сопле Лаваля для стехиометрической водородо-воздушной горючей смеси.

1. Александров В. Г., Крайко А. Н., Регент К. С. Интегральные и локальные характеристики сверхзвукового пульсирующего детонационного прямоточного двигателя // Математическое моделирование. — 2003. — Т. 15, № 6. — С. 17–26.
2. Гидаспов В. Ю. Численное моделирование одномерного стационарного равновесного течения в детонационном двигателе // Труды МАИ. — 2015. — № 83.
3. Гидаспов В. Ю., Северина Н. С. Элементарные модели и вычислительные алгоритмы физической газовой динамики. Ударные и детонационные волны. Учебное пособие. — М.: Факториал, 2015. — 84 с.
4. Гидаспов В. Ю., Северина Н. С. Некоторые задачи физической газовой динамики. — М.: Изд-во МАИ, 2016. — 196 с.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ КАПЕЛЬ ВОДЫ НА ПАРАМЕТРЫ ДЕТОНАЦИОННЫХ ВОЛН В ГОРЮЧИХ ГАЗОВЫХ СМЕСЯХ*

B. Ю. Гидаспов, О. А. Москаленко

МАИ, Москва, Россия

Численно исследовалось влияние капель воды на параметры волн детонации стехиометрической водородо-воздушной (продукты сгорания: H_2 , OH , H_2O , O_2 , H_2O_2 , N_2 , H , O) и метано-воздушной горючей смеси (CO , CO_2 , CH_3 , CH_4 , HCO , H_2 , OH , H_2O , O_2 , N_2 , H , O). Задача решалась в двух постановках (равновесной и неравновесной) [1–3]. В первой полагалось, что капли воды полностью испаряются и в системе достигается состояние термодинамического равновесия. Во второй считается, что испарение и химические превращения протекают неравновесно.

В частности, при решении первой задачи были получены параметры в точке Чепмена–Жуге (рис. 1). Добавление капель воды приводит к уменьшению скорости детонации Чепмена–Жуге (кривая 1) и температуры (кривая 2). При равенстве масс воды и топлива температура продуктов сгорания уменьшается более чем в 3 раза по сравнению с чисто газофазной горючей смесью.

На рис. 2 приведены рассчитанные равновесные адиабаты продуктов сгорания метано-воздушной горючей смеси с добавлением капель воды и точки Чепмена–Жуге детонации и дефлаграции.

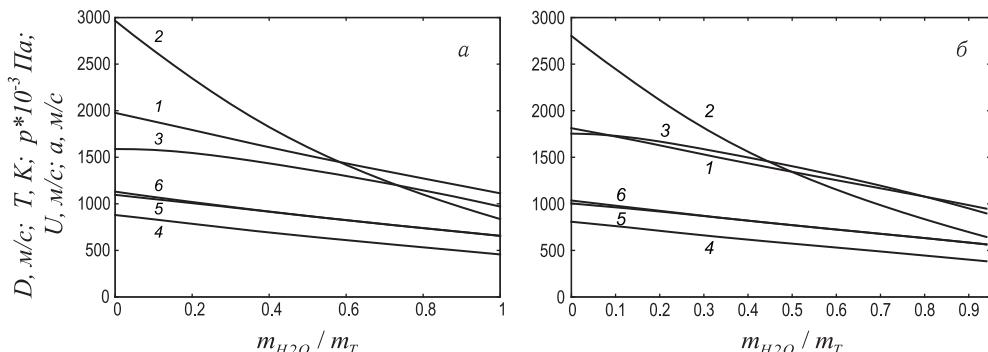


Рис. 1. Зависимость параметров течения в точке Чепмена–Жуге в зависимости от отношения масс воды и газовой смеси (а — водород + воздух, б — метан + воздух)

Также было проведено численное моделирование в неравновесной постановке. В частности, рассмотрено поведение системы на фазовой плоскости $V-T$ на примере расчета, выполненного для капель диаметром 10 и 50 мкм и отношении массы капель к массе топлива (метан + воздух) $m_{\text{H}_2\text{O}}/m_T = 0,4$ (рис. 3) при стандартных условиях ($p = 1$ атм, $T = 298,15$ К). Получены два сценария развития процесса. Первый сценарий (кривые 4, 6), фазовая траектория начинается на ударной адиабате 1. В начале наблюдается рост плотности смеси, который сопровождается ростом давления и, вначале небольшим ростом, а затем существенным падением температуры; далее процесс идет с уменьшением плотности и давления, и ростом температуры, который заканчивается в точке на равновесной детонационной адиабате (кривая 2, рис. 3). Второй сценарий (кривая 5), случай пересжатой детонации

*Работа выполнена при поддержке Госзадания 9.7555.2017/БЧ.

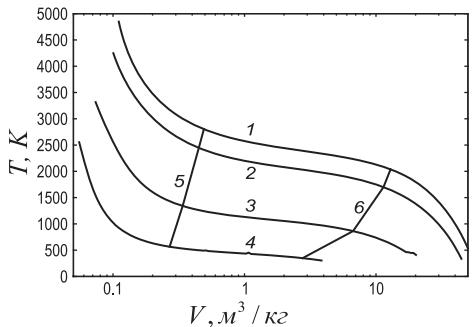


Рис. 2. Зависимость температуры вдоль равновесной адиабаты от удельного объема при различных m_{H_2O}/m_T (1 — 0; 2 — 0,1; 3 — 0,5; 4 — 1,0). Линии 5 и 6 соединяют точки Чепмена-Жуге детонации и флаграции

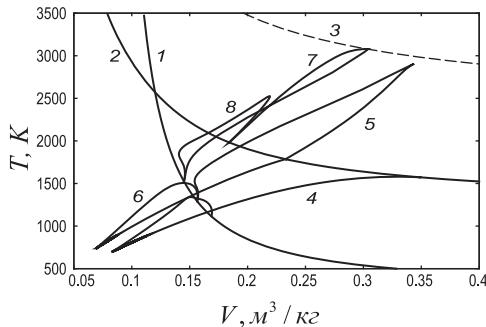


Рис. 3. $V-T$ -диаграмма ($m_{H_2O}/m_T = 0,4$):
1 — ударная адиабата; 2 — детонационная адиабата; 3 — детонационная адиабата, соответствующая отсутствию капель воды; 4 — $D = 1436 \text{ м/с}$ — минимальная скорость при которой существует решение ($d = 50 \text{ мкм}$); 5 — $D = 1600 \text{ м/с}, d = 50 \text{ мкм}$; 6 — $D = 1600 \text{ м/с}, d = 10 \text{ мкм}$; 7 — $D = 1800 \text{ м/с}, d = 50 \text{ мкм}$, 8 — $D = 1800 \text{ м/с}, d = 10 \text{ мкм}$

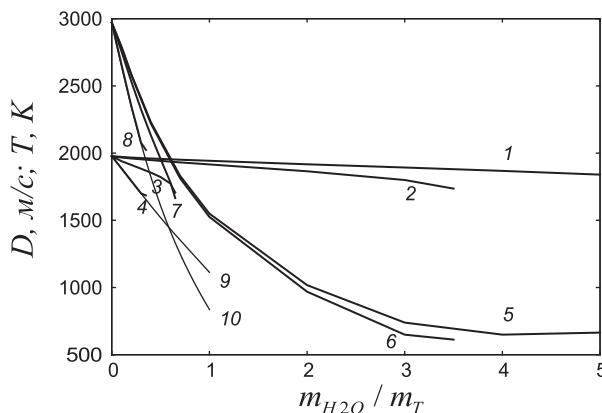


Рис. 4. Зависимость скорости детонации Чепмена-Жуге (1—4, 9) и температуры (5—8, 10) от m_{H_2O}/m_T при различных диаметрах капель (100 мкм — 1, 5; 50 мкм — 2, 6; 10 мкм — 3, 7; 1 мкм — 4, 8). Кривые 9 и 10 соответствуют равновесному расчету

$D = 1600 \text{ м/с}$. В начале, давление и температура заметно возрастают, практически при неизменном объеме, затем плотность и давление уменьшаются, температура продолжает возрастать, причем параметры практически доходят до равновесной детонационной адиабаты горючей смеси при отсутствии капель (кривая 3, рис. 3); далее, из-за испарения капель плотность смеси растет, а давление и температура уменьшаются. Необходимо отметить, что для частиц диаметром 10 мкм при скорости детонационной волны 1600 м/с фазовая траектория соответствует первому сценарию развития событий. В целом второй сценарий изменения параметров можно интерпретировать как детонационную волну, первый сценарий как срыв детонации, а промежуточные режимы как возможность для развития галопирующей детонации.

Также были проведены неравновесные расчеты детонации стехиометрической водородо-воздушной горючей смеси с добавлением капель воды (рис. 4.) С увеличением массовой доли капель наблюдается снижение скорости детонации Чепмена-Жуге и температуры смеси. Аналогичная тенденция наблюдается и при уменьшении диаметра капель при фиксированной массовой доле. Обнаружено, что для диаметров капель менее 50 мкм существует предельная массовая доля капель, начиная с которой решение рассматриваемой системы уравнений существует при всех рассмотренных режимах и детонация Чепмена-Жуге отсутствует, т. е. детонация затухает. Также необходимо отметить, что скорость детонации Чепмена-Жуге и температура смеси при наличии капель выше чем, рассчитанная в идеальной постановке с полным испарением капель (штрих-пунктирные кривые).

- Гидаспов В.Ю., Москаленко О.А., Пирумов У.Г. Численное моделирование стационарных детонационных волн в газовых и газокапельных реагирующих смесях // Вестник МАИ. — 2009. — Т. 16, №2. — С. 51–61.
- Гидаспов В.Ю., Москаленко О.А., Пирумов У.Г. Численное моделирование стационарных волн горения и детонации в керосино-воздушной горючей смеси // Вестник МАИ. — 2014. — Т. 21, №1. — С. 169–177.
- Гидаспов В. Ю., Москаленко О. А. Численное моделирование инициирования детонации в керосино-воздушной газокапельной смеси падающей ударной волной // Электронный ресурс. Труды МАИ. — 2016. — №90.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЦИКЛИЧЕСКОГО РАБОЧЕГО ПРОЦЕССА ИМПУЛЬСНОГО ДЕТОНАЦИОННОГО ДВИГАТЕЛЯ

В. Ю. Гидаспов, Н. С. Северина

МАИ, Москва, Россия

В настоящей работе описывается методика математического моделирования квазидномерных нестационарных реагирующих течений применительно к моделированию рабочего цикла импульсного детонационного двигателя. В современном представлении — это труба или связка труб, оборудованная системой подачи воздуха и топлива. Один конец трубы (тяговая стенка) закрыт или периодически закрыт в случае использования механического клапана. Другой конец трубы оборудован реактивным соплом. По мере заполнения трубы топливно-воздушной смесью производится инициирование детонации в смеси с помощью того или иного источника инициирования, в результате чего по смеси распространяется детонационная волна, которая, сжигая топливно-воздушную смесь, создает высокое давление на тяговой стенке. Далее, давление в трубе снижается после выхода в атмосферу детонационной волны, и процесс повторяется.

В численных расчетах используется сеточно-характеристический метод, позволяющий точно учитывать распределение ударных и детонационных волн, а также зоны раздела между газами продувки и горючей смесью [1].

В работе сформулирована система граничных условий, моделирующих работу стадий. Разработана математическая модель инициирования детонации в канале. Приводятся результаты численного моделирования циклического рабочего процесса в ИДД с механическим клапаном при сверхзвуковом полете с числом Маха $M = 5$. Рассматриваемый вариант двигателя работает на стехиометрической пропано-воздушной смеси, продукты сгорания которой моделируются смесью, включающей 7 компонентов (C_3H_8 , O_2 , CO , CO_2 , H_2 , H_2O , N_2). Для описания химических

превращений в горючей смеси используется глобальная кинетическая схема из пяти реакций окисления горючего [2]. Получены зависимости тяги от времени.

1. Гидаспов В. Ю., Пирумов У. Г., Северина Н. С. Математическое моделирование квазиодномерных нестационарных течений реагирующего газа с произвольным числом взаимодействующих разрывов // Вестник МАИ. — М.: Изд-во МАИ, 2008. — Т. 15, №5. — С. 83–94.
2. Зангиев А. Э., Иванов В. С., Фролов С. М. Тяговые характеристики воздушно-реактивного импульсного детонационного двигателя в условиях полета с числом Маха от 0.4 до 5.0 // Химическая физика. — 2016. — Т. 35, №3. — С. 65–76.
3. Импульсные детонационные двигатели / Под ред. д.ф.-м.н. С. М. Фролова. — М.: ТОРУС ПРЕСС, 2006. — 592 с.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ В ИМПУЛЬСНЫХ СЕЛЕКТИВНО ИЗЛУЧАЮЩИХ РАЗРЯДАХ ВЫСОКОГО ДАВЛЕНИЯ

В. М. Градов, И. А. Желаев, С. С. Коробков

МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия

В работе строится реалистичная численная модель трубчатого источника излучения в составе внешнего разрядного контура, в которой учитываются нестационарность процессов в плазме и стабилизирующей цилиндрической оболочке из кварца, сапфира или поликора в импульсно-периодических режимах функционирования, перенос излучения в дискретно-непрерывном спектре, азимутальная неоднородность температурных и радиационных полей, отражение осветительной системой излучения в разряд. Столь полная постановка задачи математического моделирования указанного объекта обусловлена потребностями различных отраслей науки, техники, медицины, сельского хозяйства в эффективных излучателях с высоким КПД селективного радиационного воздействия на материалы и среды. Речь идет о приборах квантовой электроники, облучательных установках, устройствах светотехники, имитаторах излучений разной физической природы и т. д. Чисто экспериментальная или полуэмпирическая отработка всех аспектов функционирования рассматриваемых установок малопродуктивна, сложна и дорога ввиду большого числа влияющих друг на друга конструктивных и эксплуатационных параметров и характеристик [1].

Экспериментальная часть работы выполнялась на стенде, оборудование которого позволяло измерять зависимости тока разряда, напряжения на конденсаторе и на разрядном промежутке от времени в течение импульса, спектры излучения в диапазоне 250–1025 нм, временной ход температуры внешней поверхности оболочки и энергетические потери на стенке.

В работе обсуждаются факторы, влияющие на КПД излучения разрядов в различных диапазонах спектра, включая возврат в плазму излучения из непроизводительных спектральных областей с соответствующей трансформацией спектральных распределений. Некоторые из полученных результатов, относящиеся к оптимизации КПД в УФ-области спектра приведены на рис. 1–3. Изменение электрических характеристик в импульсе демонстрирует рис. 1.

Расчетные и экспериментальные данные совпадают достаточно хорошо при том, что ранняя стадия развития разряда (примерно до 25 мкс) характеризуется значительной неопределенностью как пространственной локализации начального канала разряда, так и его параметров.

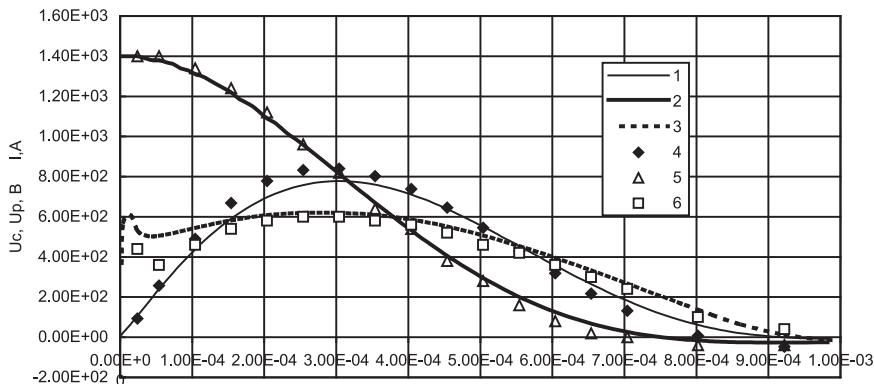


Рис. 1. Зависимость электрического тока I (1, 4), напряжения на конденсаторе U_c (2, 5) и напряжения на разрядном промежутке U_p (3, 6) от времени в течение импульса тока. Начальное напряжение на конденсаторе $U_0 = 1400$ В, емкость $C = 268$ мкФ, индуктивность контура $L_k = 187$ мГн, внутренний радиус разрядной трубки $R = 0,35$ см, межэлектродное расстояние $l = 12$ см, активное сопротивление контура $R_k = 0,25$ Ом, давление наполнения ксенона $p_0 = 0,036$ МПа. 1–3 — расчет, 4–6 — эксперимент

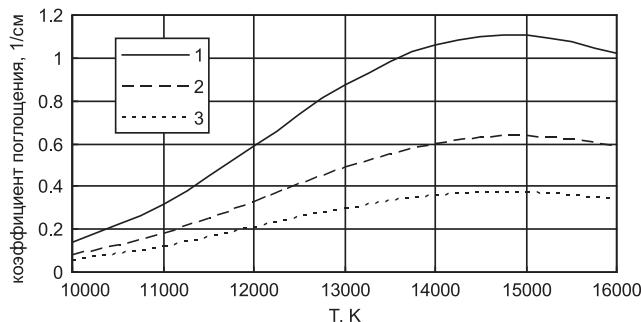


Рис. 2. Зависимость коэффициента поглощения ксеноновой плазмы от температуры. Давление плазмы $p = 1,5$ МПа. 1 — 360–430 нм, 2 — 250–360 нм, 3 — 215–250 нм

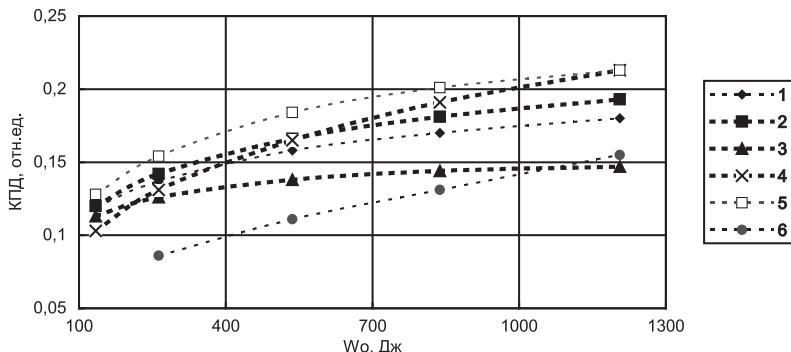


Рис. 3. Зависимость КПД излучения в области 220–400 нм от энергии, запасенной в конденсаторе: 1 — $R = 0,35$ см, $l = 12$ см, $C = 268$ мкФ, $L_k = 187$ мГн, $p_0 = 0,036$ МПа; 2 — то же, что и 1, но $p_0 = 0,05$ МПа; 3 — то же, что и 1, но $p_0 = 0,015$ МПа; 4 — то же, что и 1, но $R = 0,275$ см, $l = 19,4$ см; 5 — то же, что и 1, но $R = 0,275$ см, $l = 12$ см; 6 — то же, что и 1, но $R = 0,2$ см, $l = 30$ см

Эффективность излучения в УФ-области спектра определяется температурным распределением в плазме, ее оптической плотностью (рис. 2) и долей энергии, вкладываемой в разряд.

В свою очередь имеется сложная зависимость между электрическим сопротивлением плазменного столба и плотностью и температурой плазмы, а также диаметром канала, от которых зависит интенсивность излучения. При этом сопротивление формируется разрядным током и вместе с тем само влияет на величину и крутизну фронта тока в замкнутом контуре. Указанный аспект хорошо прослеживается на рис. 3.

Варианты 1 и 4 имеют одинаковые объемы излучающей плазмы. Однако в варианте 4 из-за уменьшения диаметра и увеличения длины канала сопротивление выше, и эффективность ввода энергии в разряд тоже выше, а с другой стороны уменьшение диаметра облегчает выход излучения из горячих центральных областей разряда. В итоге превышение КПД в условиях 4 доходит почти до 15%. Расчеты показывают, что имеется оптимум в зависимости КПД от диаметра канала, этот оптимум соответствует значению R примерно 0,275 см. Наибольшее различие в КПД имеет место для условий 5, 6 и достигает 40%.

1. Маршак И. С., Дойников А. С., Жильцов В. П. Импульсные источники света. — М.: Энергия, 1978. — 472 с.

ОПРЕДЕЛЕНИЕ ОТРЫВНЫХ ПОТЕРЬ В РАБОЧИХ КОЛЕСАХ РАДИАЛЬНО-ОСЕВЫХ ТУРБИН

Ю. А. Гришин¹, В. Н. Бакулин²

¹*МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия;* ²*ИПРИМ РАН, Москва, Россия*

Для наддува ДВС транспортного назначения применяются турбокомпрессоры (ТКР) с радиально-осевыми турбинами (РОТ). Условия работы этих турбин характеризуются большой нестационарностью потоков, обусловленной импульсным характером выпусков из поршневой части двигателей. В результате на входе в рабочие колеса (РК) углы атаки могут достигать весьма значительных величин, что приводит к возникновению отрывных зон и больших потерь отрывного течения. В настоящее время отсутствуют достоверные методики расчета этих потерь, которые, очевидно, необходимы при исследованиях, разработке и адаптации ТКР, работающих в составе двигателей.

Важнейшая особенность, которую надо учесть при рассмотрении течения в РК таких турбин, это вторичное циркуляционное течение в межлопаточных каналах со скоростью u_s на радиусе r_1 входа в колесо в направлении, противоположном переносной скорости u . При этом фактической переносной скоростью на входе будет величина $u - u_s$. В результате действительный угол входа потока в РК в относительном движении β_s , определяющий фактический угол атаки δ и соответствующие отрывные потери на входных кромках, будет отличаться угла β_1 , который имел бы место при бесконечно большом числе лопаток z и отсутствии циркуляционного течения (рис. 1). Величина циркуляционной поправки может быть определена по формуле Стодолы [1] $u_s = d_s \omega / 2$, где ω — угловая частота вращения РК, d_s — диаметр окружности, вписанной между лопатками РК на входе. Этот диаметр удобно связать с диаметром РК, введя обозначение относительной величины $\sigma = d_s / 2r_1 = \pi / (z + \pi) - \Delta / 2r_1$. Относительная толщина лопаток $\Delta / 2r_1$

в РК РОТ незначительна, и можно воспользоваться более простыми формулами $\sigma = \pi/(z + \pi)$, или $\sigma = 2/z$ [2, 3].

Для векторов скоростей очевидны соотношения $u - u_s + w_r \operatorname{ctg} \beta_s = w_r \operatorname{ctg} \alpha_1$, $u + w_r \operatorname{ctg} \beta_1 = w_r \operatorname{ctg} \alpha_1$. Отсюда для связи между углами β_s , α_1 , β_1 и циркуляционной характеристикой σ получается зависимость

$$\operatorname{ctg} \beta_s = \sigma \operatorname{ctg} \alpha_1 + (1 - \sigma) \operatorname{ctg} \beta_1.$$

Определив с помощью этого уравнения значение угла входа β_s с учетом поправки Стодолы, и учитывая, что в РОТ лопаточный угол входа в РК $\beta_{1p} = 90^\circ$, можно найти фактический угол атаки $\delta = 90^\circ - |\beta_s|$.

В соответствии с подходом Г. Ю. Степанова [4] отрыв будем считатьсосредоточенным на входе. Пусть при некотором значительном нерасчетном угле входа β_s в межлопаточном канале с углом раскрытия $\varphi = 2\pi/z$ имеет место отрывное течение с живым сечением, определяемым угловым размером φ_m .

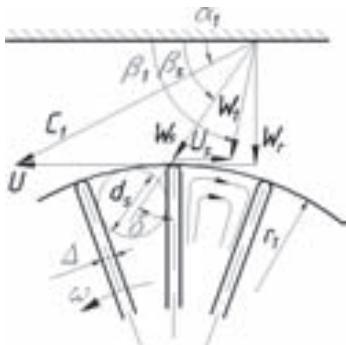


Рис. 1. К определению угла атаки с учетом циркуляции на входе в рабочее колесо радиально-осевой турбины

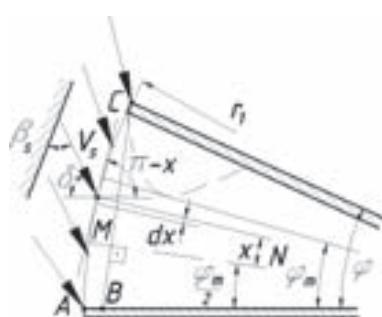


Рис. 2. К записи уравнения импульсов на входе в межлопаточный канал

На рис. 2 пунктиром показана условная граница отрывной зоны. Записывая для участка сужения струи около зоны отрыва уравнения расхода, импульса и энергии в предположении, что на участке сужения потери отсутствуют, и, выполнив соответствующие преобразования, получим:

$$\frac{\varphi}{\varphi_m} = 1 + \operatorname{ctg} \beta_s \sqrt{1 + \varphi \chi \frac{1 + \csc \beta_s}{1 + \chi \operatorname{ctg} \beta_s}}, \quad \text{где } \chi = \frac{\varphi}{2} + \sqrt{\left(\frac{\varphi}{2}\right)^2 + \frac{\varphi}{2} + 1}.$$

Теперь, воспользовавшись известным представлением о потерях энергии $\Delta E_{\text{отр}} = (v_m - v_{1p})^2/2$ при внезапном расширении от φ_m до углового размера сечения присоединения после отрыва $\varphi - \Delta/r_1$ (условно отнесенного ко входу в межлопаточный канал [5]), можно выразить значение коэффициента потерь на входе:

$$\zeta_0 = \left\{ \left[\frac{\varphi - \Delta/r_1}{\varphi} \left(1 + \operatorname{ctg} |\beta_s| \sqrt{1 + \varphi \chi \frac{1 + \csc |\beta_s|}{1 + \chi \operatorname{ctg} |\beta_s|}} \right) - 1 \right] \frac{\varphi \sin \beta_1}{\varphi - \Delta/r_1} \right\}^2. \quad (1)$$

Для расчета течения в турбине необходимо знание итогового значения скоростного коэффициента $\psi = \psi_p \cdot \psi_o$, где ψ_p и ψ_o — скоростные коэффициенты расчетного, безотрывного течения (известное значение) и отрывных потерь $\psi_o = (\zeta_0 + 1)^{-1/2}$ [5].

На рис. 3 представлены рассчитанные по описанной методике характеристики решеток РК наиболее распространенных в транспортных ДВС турбин ТКР-14, ТКР-11 и ТКР-8,5. Результаты сопоставлены с большим числом экспериментальных данных, полученных различными авторами и приведенных в работах [6, 7].

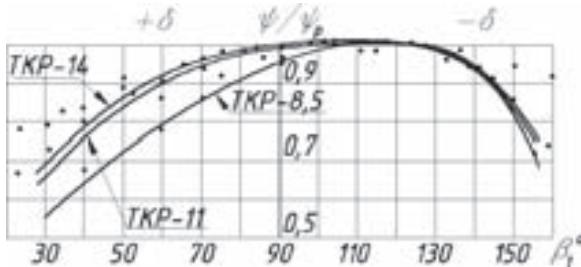


Рис. 3. Зависимости коэффициента $\psi_0 = \psi\psi_p$ от угла входа β_1 : • — эксперимент, сплошная линия — расчет

Как видно из рисунков, характеристики, построенные с помощью описанной методики, лежат в поле опытных данных, следовательно, данная методика может быть рекомендована для расчетных исследований.

В заключение отметим, что для практических расчетов коэффициент профильных отрывных потерь можно вычислять по более простой эмпирической формуле, полученной в результате упрощения формулы (1): $\zeta_0 = [(1 + 0,0025\delta) \operatorname{tg} \delta \cdot \sin \beta_1]^2$, куда значения углов подставляются в градусах.

1. Кириллов И. И., Кириллов А. И. Теория турбомашин. — Л.: Машиностроение, 1974. — 320 с.
2. Аэродинамика турбин и компрессоров / Под ред. У. Р. Хауторна; Пер. с англ. — М.: Машиностроение, 1968. — 742 с.
3. Диксон С. Л. Механика жидкостей и газов. Термодинамика турбомашин: Пер. с англ. Р. Е. Данилова и М. И. Осипова. — М.: Машиностроение, 1981. — 213 с.
4. Степанов Г. Ю. Гидродинамика решеток турбомашин. — М.: Физматгиз, 1962. — 512 с.
5. Митрохин В. Т. Выбор параметров и расчет центростремительной турбины на стационарных и переходных режимах. — М.: Машиностроение, 1974. — 228 с.
6. Розенберг Г. Ш., Ткачев Н. М., Кострыкин В. Ф. Центростремительные турбины судовых установок. — Л.: Судостроение., 1973. — 216 с.
7. Grishin Y. Unsteady flow pulses interaction with a turbine // Ship & Offshore. — CIMAC Congress Helsinki. — June 6–10, 2016. — P. 68.

ОТРЫВНЫЕ ПОТЕРИ В РЕШЕТКАХ ОСЕВЫХ ТУРБИН

Ю. А. Гришин¹, В. Н. Бакулин²

¹МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия; ²ИПриМ РАН, Москва, Россия

При численных исследованиях течений в турбоагрегатах на нерасчетных режимах работы, когда на входе в турбинные решетки имеют место значительные профильные потери отрывного течения, важное значение имеет методика определения этих потерь. Обычно эти потери рассчитываются или с помощью опытных данных, не имеющих общего характера, и, что существенно, не учитывают значительное влияние толщины передней кромки профилей, которое заключается в том, что

потери начинают возрастать не сразу с появлением угла атаки, только после того, как он превысит некоторое предельное значение. В ряде случаев учет этого фактора очень важен.

Подобно Г. Ю. Степанову [1] представим профильные потери при нерасчетном обтекании в виде суммы потерь расчетного режима, которые распределены по длине межлопаточного канала, и отрывных потерь, сосредоточенных на входе. При этом последние можно рассматривать как следствие отрыва на передних кромках плоской решетки пластин, скругленных, как и профили, радиусом r , шаг t соответствует шагу рассматриваемой решетки профилей, угол установки — расчетному углу входа β_{lp} (рис. 1). Такой подход, очевидно, соответствует принципу расщепления по физическим процессам, который успешно применяется при решении многих научных проблем.

Будем считать, что при больших углах атаки $\delta = \beta_{lp} - \beta_1$ вся передняя кромка пластин окружена изobarной отрывной зоной (этот факт известен из практики), причем давление в ней p_o равно среднему статическому давлению p_m в сечении F_m наибольшего сужения струи около зоны отрыва. При этом принимается допущение об одномерности течения в основных расчетных сечениях — на входе перед решеткой в невозмущенном потоке $F_1 = l \cdot t \sin \beta_1$, в сечении наибольшего сужения $F_m = l \cdot d_m$, сечении присоединения после отрыва к поверхностям пластин $F_{1p} = l(t \sin \beta_{lp} - 2r)$ и на выходе $F_2 = l \cdot t \sin \beta_2$. Здесь l — высота плоской решетки. При решении большинства задач можно принять допущение о несжимаемости, т. е. $\rho = \text{const}$. Тогда для контура от входа до сечения наибольшего сужения струи уравнения расхода и энергии можно представить в виде:

$$\rho v_1 t \sin \beta_1 = \rho v_m d_m \quad \text{и} \quad p_1 / \rho + v_1^2 / 2 = p_m / \rho + v_m^2 / 2,$$

где l можно было сократить. Здесь в уравнении энергии учитывается тот факт, что потери на участке сужения струи около зоны отрыва пренебрежимо малы и по аналогии с представлением о внезапном расширении отнесены на последующий участок рассмотрения, т. е. от d_m до ширины $d_{1p} = t \sin \beta_{lp} - 2r$ сечения присоединения после отрыва. Поскольку для обеспечения равновесия потока давление в отрывной зоне p_o при условно одномерном представлении должно быть равно давлению p_m в минимальном сечении, уравнение импульсов в направлении, параллельном пластинам, можно представить в виде

$$\rho v_1 t \sin \beta_1 \cdot v_1 \cos \delta + p_1 t \sin \beta_{lp} = \rho v_m d_m \cdot v_m + p_m d_m + p_m(t \sin \beta_{lp} - d_m).$$

Из этих уравнений имеем $d_m = t \sin \beta_1 / (c + \sqrt{c(c - 2 \cos \delta) + 1})$, где $c = \sin \beta_1 / \sin \beta_{lp}$.

Очевидно, что при сравнительно небольших углах атаки d_m будет больше ширины канала между пластинами d_{1p} . Это соответствует представлению о том, что при рассматриваемом δ сечение формальной зоны отрыва будет меньше толщины пластин. Фактически это означает, что при данных условиях течение между пластинами даже при наличии угла атаки будет безотрывным, так как вся возможная отрывная зона оказалась замещенной телом пластины толщиной $2r$. В данном случае отрывных потерь не будет, т. е. по условиям течения решетка оказывается в так называемой «зоне нечувствительности» по углу атаки. В результате методика впервые позволяет расчетным путем определить значения предельных углов β_{1p1} и β_{1p2} , ограничивающих эту зону нечувствительности к δ . Подставив предельное значение $d_m = t \sin \beta_{lp} - 2r$ в уравнение импульсов и преобразовав его с учетом соотношения

$$\cos \delta = \cos(\beta_{lp} - \beta_{1p}) = \cos \beta_{lp} \cos \beta_{1p} + \sin \beta_{lp} \sin \beta_{1p},$$

получим:

$$\beta_{ln1,2} = \arcsin \sqrt{\frac{2 \operatorname{ctg}^2 \beta_{lp} - a \pm 2 \operatorname{ctg} \beta_{lp} \sqrt{\operatorname{ctg}^2 \beta_{lp} - a - 1}}{4 \operatorname{ctg}^2 \beta_{lp} + a^2}},$$

$$\text{где } a = \frac{2}{\sin \beta_{lp} (\sin \beta_{lp} - 2r/t)} - \left(\frac{1}{\sin \beta_{lp} - 2r/t} \right)^2 - 2.$$

Очевидно, при $\beta_{ln1} \leq \beta_1 \leq \beta_{ln2}$ отрыва и соответствующих потерь не будет, т. е. имеем зону нечувствительности к углу атаки. Отрывные потери возникают при $\beta_1 < \beta_{ln1}$ и $\beta_1 > \beta_{ln2}$, т. е. когда $d_m < d_{lp}$. Воспользовавшись в этом случае известным представлением о потерях энергии $\Delta E_{\text{отр}} = (v_m - v_{lp})^2/2$ при внезапном расширении от d_m до $t \sin \beta_{lp} - 2r$ и прибавляя профильные потери расчетного (безотрывного) течения $\Delta E_p = \zeta_p v_{2t}^2$, имеем для сечения выхода из решетки суммарный коэффициент профильных потерь ζ :

$$\zeta = 1 - \frac{1 - \zeta_p}{1 + \{t \sin \beta_2 [1/d_m - 1/(t \sin \beta_{lp} - 2r)]\}^2}$$

и, при оценке потерь помощью скоростного коэффициента $\psi = v_2/v_{2t}$,

$$\psi = \sqrt{\frac{1}{1 + \{t \sin \beta_2 [1/d_m - 1/(t \sin \beta_{lp} - 2r)]\}^2}} \cdot \sqrt{1 - \zeta_p} = \psi_{\text{отр}} \cdot \psi_p,$$

где ζ_p и ψ_p — известные значения коэффициентов на расчетном (безотрывном) режиме, v_{2t} — скорость на выходе при отсутствии потерь.

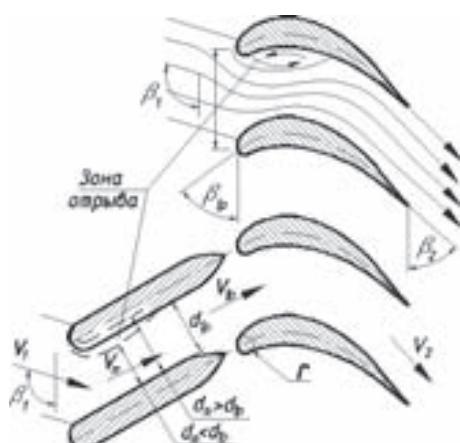


Рис. 1. Действительная (сверху) и условная схемы течения в решетке профилей при нерасчетном угле входа β_1

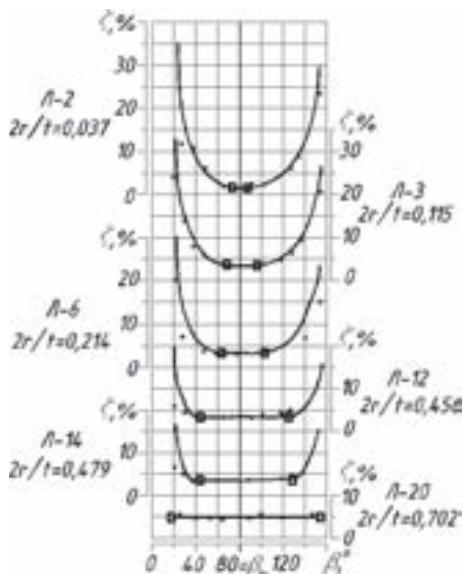


Рис. 2. Зависимость профильных потерь ζ (%) от угла входа потока в решетки: ● — эксперимент; сплошная линия — расчет; □ — расчетные предельные углы отрыва β_{ln}

На рис. 2 изображены характеристики $\zeta = \zeta(\beta_1)$, полученные с помощью описываемой методики, и соответствующие экспериментальные данные [2, 3] для решеток $\beta_{1p} = 80^\circ$, $\beta_2 = 18^\circ$ с последовательно возрастающим параметром $2r/t$. Видно, что расчетные и экспериментальные данные хорошо согласуются в широком диапазоне углов входа и параметра $2r/t$, определяющего зону нечувствительности к углу атаки. Отметим, что важным достоинством полученных расчетных формул является простота и отсутствие эмпирических коэффициентов.

- Степанов Г.Ю. Гидродинамика решеток турбомашин. — М.: Физматгиз, 1962. — 512 с.
- Кириллов А.И. Влияние больших углов атаки на аэродинамические характеристики решеток профилей реактивного типа // Энергомашиностроение: Ученые записки аспирантов и соискателей ЛПИ. — Л., 1964. — С. 63–68.
- Grishin Y. Unsteady flow pulses interaction with a turbine // Ship & Offshore. — CIMAC Congress Helsinki. — June 6–10, 2016. — P. 68.

РАСПАД ПРОИЗВОЛЬНОГО РАЗРЫВА И ГАЗОДИНАМИЧЕСКИЕ ФУНКЦИИ НЕСТАЦИОНАРНОГО ТЕЧЕНИЯ

Ю. А. Гришин¹, В. Н. Бакулин², В. А. Зенкин¹

¹МГТУ им. Н.Э. Баумана, Москва, Россия; ²ИПРИМ РАН, Москва, Россия

Численные расчеты нестационарных газодинамических процессов с использованием схемы С. К. Годунова и ряда других методов [1, 2], а также граничные условия на концах расчетных областей опираются на представление о распаде произвольного разрыва (РПР). В массовых расчетах чаще всего применяются упрощенные зависимости для определения равных скоростей $u_{da} = u_{db} = u_d$ и давлений $p_{da} = p_{db} = p_d$ (рис. 1) по обе стороны от контактной поверхности CD , полученные из условий сохранения инварианта Римана r^+ при переходе через фронт простой волны CA и инварианта r^- для перехода через фронт CB :

$$p_d - p_a + a_a \rho_a (u_d - u_a), \quad p_b - p_d - a_b \rho_b (u_b - u_d) \quad (1)$$

После определения u_d , p_d и соответствующей плотности ρ_{da} вычисляются потоки массы, импульса и полной энталпии через границу CG , что позволяет переходить к заключительному балансовому этапу расчетной схемы. Однако при численном анализе волновых процессов значительной амплитуды не всегда удается обеспечить необходимую точность результатов даже при значительном уменьшении расчетного шага Δt . Наилучшие результаты при сквозном счете с фиксированной сеткой можно получить, используя соотношения Рэнкина–Гюгонио для фронта CB идущей вперед волны, т. е. считая этот фронт ударным [1]. При этом волна разрежения, разделяющая зоны a и da ,

должна обеспечить необходимую точность результатов даже при значительном уменьшении расчетного шага Δt . Наилучшие результаты при сквозном счете с фиксированной сеткой можно получить, используя соотношения Рэнкина–Гюгонио для фронта CB идущей вперед волны, т. е. считая этот фронт ударным [1]. При этом волна разрежения, разделяющая зоны a и da ,

условно может быть представлена фронтом CA простой волны Римана, перепады параметров на которой выражаются по законам адиабаты Пуассона без упрощающей линеаризации. Тогда, приравняв значения скоростей по обе стороны от CD , можно получить уравнение для определения давления p_d и скорости u_d :

$$u_d = u_a - \frac{2a_a}{k-1} \left[\left(\frac{p_d}{p_a} \right)^{\frac{k-1}{2k}} - 1 \right] = u_b - \frac{p_b - p_d}{\sqrt{[(k-1)p_b + (k+1)p_d]\rho_a/2}}. \quad (2)$$

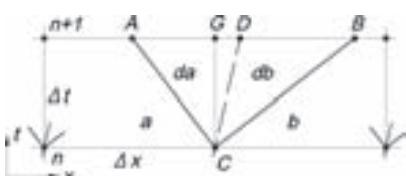


Рис. 1

Однако реализация такой расчетной схемы вызывает определенные затруднения для сквозного счета, так требует предварительного анализа волновой конфигурации, и является неоднородной с точки зрения расчета на фронтах *CA* и *CB*. Практика показывает, что при численном моделировании газодинамических импульсов даже значительной интенсивности в расчетной схеме и для фронта волны сжатия можно использовать соотношения простой волны без линеаризации. При этом получается однородный алгоритм без дополнительного логического анализа волновой конфигурации. В результате после преобразований для расчета p_d получается простое соотношение:

$$p_d = \left[\frac{(k-1)(u_a - u_b)/2 + a_a + a_b}{a_a/p_a^{\frac{k-1}{2k}} + a_b/p_b^{\frac{k-1}{2k}}} \right]^{\frac{2k}{k-1}}. \quad (3)$$

Однако и линеаризованные соотношения (1) можно существенно уточнить, если вместо комплексов $a_a \rho_a$ и $a_b \rho_b$ использовать их средние значения между зонами *a* и *ad*, *b* и *bd*. После соответствующих преобразований вместо (1) было получено:

$$p_d - p_a + \frac{a_a \rho_a}{4kp_a} [(k+1)p_d + (3k-1)p_a](u_d - u_a) = 0; \quad (4)$$

$$p_b - p_d - \frac{a_b \rho_b}{4kp_b} [(k+1)p_d + (3k-1)p_b](u_b - u_d) = 0. \quad (5)$$

Расчет РПР с образованием простых волн Римана может быть произведен с использованием так называемых нестационарных газодинамических функций (НГДФ) от числа Маха $M = u/a$ [3]. Для инварианта Римана r^+ можно записать:

$$r^+ = \frac{2}{k-1}a + u = \frac{2}{k-1}a^{**},$$

где ** — скорость звука при торможении ($u = 0$) волной, идущей против потока. Очевидно, a^{**} однозначно связана со значением инварианта Римана, как и другие параметры торможения: температура T^{**} , плотность ρ^{**} и давление p^{**} . Тогда для перепада параметров на фронте волны, идущей против потока, с использованием НГДФ $\alpha''(M) = 1/1 + \frac{2}{k-1}M$,

$$\tau''(M) = [\alpha''(M)]^2, \quad \varepsilon''(M) = [\alpha''(M)]^{\frac{2}{k-1}}, \quad \pi''(M) = [\alpha''(M)]^{\frac{2k}{k-1}}$$

можно записать:

$$\begin{aligned} \frac{a_{da}}{a_a} &= \frac{a''^*}{a''^*} \frac{\alpha''(M_{da})}{\alpha''(M_a)} = \frac{\alpha''(M_{da})}{\alpha''(M_a)}, & \frac{T_{da}}{T_a} &= \frac{T''^*}{T''^*} \frac{\tau''(M_{da})}{\tau''(M_a)} = \frac{\tau''(M_{da})}{\tau''(M_a)}, \\ \frac{\rho_{da}}{\rho_a} &= \frac{\rho''^*}{\rho''^*} \frac{\varepsilon''(M_{da})}{\varepsilon''(M_a)} = \frac{\varepsilon''(M_{da})}{\varepsilon''(M_a)}, & \frac{p_{da}}{p_a} &= \frac{p''^*}{p''^*} \frac{\pi''(M_{da})}{\pi''(M_a)} = \frac{\pi''(M_{da})}{\pi''(M_a)}, \end{aligned}$$

Для волн противоположного семейства имеем $r^- = \frac{2}{k-1}a - u = \frac{2}{k-1}a^{**}$, где a^{**} — скорость звука при торможении простой волной, идущей по потоку. Переходы скорости звука, температуры, плотности и давления на фронте этой волны также выражаются с помощью соответствующих НГДФ: $\alpha'(M) = 1/1 - \frac{2}{k-1}M$, $\tau'(M) = [\alpha'(M)]^2$ и т. д.

При РПР на CD имеем $u_{da} = M_{da}a_{da} = u_{db} = M_{db}a_{db}$ и $p_{da} = p_{db}$. Обозначим исходные комплексы $F = \alpha'(M_b)/\alpha''(M_a)$; $X = F(p_a/p_b)^{\frac{k-1}{2k}}$; $Y = Fa_a/a_b$. После раскрытия значений $\alpha'(M)$ и $\alpha''(M)$ от M и преобразований, получаются простые соотношения:

$$M_{da} = \frac{2}{k-1} \frac{X-1}{Y+1} \quad \text{и} \quad M_{db} = \frac{Y}{X} M_{da}.$$

Теперь можно определить $u_{da} = u_{db} = u_d$ и $p_{da} = p_{db} = p_d$.

Преимущества использования НГДФ проявляются при практических расчетах на границах областей с одномерным нестационарным течением, где всегда находятся какие-то элементы — местные сопротивления, которые рассматриваются как сосредоточенные граничные условия (ГУ). Это могут быть резкие изменения проходного сечения, дроссели, клапаны, колена, разветвления и т. п. При построении моделей расчета взаимодействия нестационарного потока с ГУ следует использовать представление о РПР. Здесь удобно применять НГДФ в комбинации с газодинамическими функциями стационарного течения от числа Маха [4], поскольку в РПР на каждом расчетном шаге используется представление о квазистационарном течении между прошедшей и отраженной от ГУ волнами.

1. Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я., Крайко А. Н., Прокопов Г. П. Численное решение многомерных задач газовой динамики. — М.: Наука, 1976. — 400 с.
2. Гришин Ю. А., Бакулин В. Н. Новые расчетные схемы на базе метода крупных частиц для моделирования газодинамических задач // Доклады академии наук. — 2015. — Т. 465, №5. — С. 545–548.
3. Гришин Ю. А., Круглов М. Г., Рудой Б. П. Газодинамические функции для расчета нестационарных течений газа // Изв. вузов. Машиностроение. — 1977. — №3. — С. 52–58.
4. Абрамович Г. Н. Прикладная газовая динамика. В 2 ч. Ч. 1. — 5-е изд., перераб. и доп. — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1991. — 600 с.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНОГО ТЕЧЕНИЯ В СИСТЕМЕ «ТРУБОПРОВОД–КЛАПАН–ОБЪЕМ»

Ю. А. Гришин, В. С. Семенчукова

МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия

В настоящее время происходит активное развитие математических моделей различного уровня применительно к процессам газодинамики при проектировании и доводке двигателей внутреннего сгорания. Здесь важнейшим из направлений является описание волновых процессов в системах газообмена и пневматического пуска двигателя. В работе рассматривается математическое описание нестационарных процессов в комплексе «трубопровод–клапан–объем», который является основой указанных систем.

Моделирование в трубопроводе производится на базе метода распада произвольного разрыва [1, 2] с граничным условием «втекание при постоянном давлении» справа. Особый интерес представляет описание течения через клапан, расположенный слева, в котором имеют место переменное эффективное проходное сечение и переменный перепад давлений. Дополнительная проблема связана с наличием докритического и сверхкритического режимов с соответствующим запиранием потока при определенных сочетаниях перепада давлений и проходного сечения клапана. Необходимым предварительным условием решения поставленной задачи является

определение коэффициента расхода μ и эффективного проходного сечения μF_k при различном ходе открытия клапана.

В данной работе представлены соответствующие результаты применительно к системе пневмопуска с предварительным определением коэффициента μ для пускового клапана (рис. 1). Моделирование турбулентного течения в его проточной части выполнялось в трехмерной постановке методами CFD (рис. 2, 3) с использованием ПК ANSYS Fluent.



Рис. 1. Твердотельная модель пускового Клапана



Рис. 2. Течение в окрестности клапанной щели с выходом в объем цилиндра (м/с)

Действительный расход через клапан G_d при различных ходах открытия h определялся по результатам 3D-моделирования: $G_d = u \cdot \rho \cdot F_k$, где F_k — площадь сечения на выходе из клапана, ρ и u — интегральные значения плотности и скорости в этом сечении. Коэффициент μ вычислялся как отношение действительного расхода к расходу идеального течения:

$$G_{\text{ид}} = F_k \sqrt{\frac{2k \cdot \rho^* \cdot p^*}{k - 1} \left[\left(\frac{p_c}{p^*} \right)^{2/k} - \left(\frac{p_c}{p^*} \right)^{(k+1)/k} \right]}. \quad (1)$$

Здесь p^* и ρ^* — полные давление и плотность перед клапаном, p_c — давление на выходе из клапана, равное давлению в цилиндре, k — показатель адиабаты. Полученная зависимость $\mu = f(h)$ представлена на рис. 3.

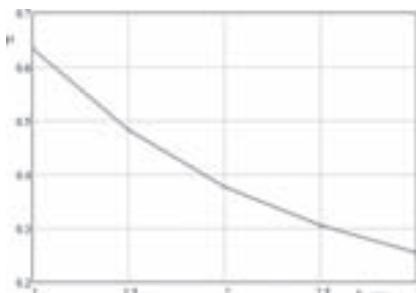


Рис. 3. Зависимость коэффициента расхода от хода открытия клапана

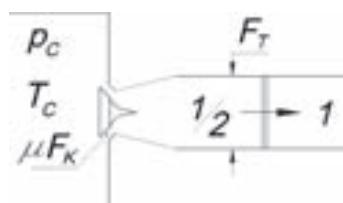


Рис. 4. Схема для расчета течения через клапан

Система соотношений, выражающих граничные условия у клапана (рис. 4), была разработана на базе представления о распаде произвольного разрыва с использованием нестационарных [3] и стационарных [4] газодинамических функций,

выражающих перепады давлений в клапане и на фронте отраженной от клапана простой волны:

$$\left(\frac{p_c}{p_1}\right)^{(k-1)/k} = \frac{\left(1 + \frac{k-1}{2} M_{1/2}^2\right) \left(1 - \frac{k-1}{2} M_1\right)^2}{\left[1 + \frac{k-1}{2} \left(\frac{M_k}{\mu}\right)^2\right] \left(1 - \frac{k-1}{2} M_{1/2}\right)^2}, \quad (2)$$

а также расход через клапан:

$$q(M_{1/2}) = \bar{f} \cdot q\left(\frac{M_k}{\mu}\right), \quad (3)$$

где p_1 , M_1 — соответственно давление и числа Маха в первой ячейке численного расчета в трубе; $M_{1/2}$, M_k — числа Маха на левой границе первой ячейки, т. е. за фронтом отраженной простой волны, и на выходе из клапана в цилиндр соответственно; \bar{f} — отношение площадей эффективного проходного сечения клапана μF_k к проходному сечению трубы F_t . Решение системы позволяет определить неизвестные $M_{1/2}$, M_k и продолжить численный расчет волнового процесса в трубе.

Последовательность алгоритма вначале предполагает оценку режима течения через клапан. Для этого принимается $M_k = 1$ и с помощью (3) находится соответствующее число $M_{1/2}$. Подстановка в (2) этих значений позволяет определить перепад давлений $(p_c/p_1)_{kp}$ между цилиндром и первой ячейкой численного расчета, при котором наступает критический режим. Если исходный перепад $p_c/p_1 > (p_c/p_1)_{kp}$, то выполняется «докритический» расчет по формулам (2), (3) с определением $M_{1/2}$ и M_k . При $p_c/p_1 \leq (p_c/p_1)_{kp}$, имеем критический режим с запиранием, когда фиксируются $M_k = 1$ и соответствующее $M_{1/2}$. Очевидно, что давление в клапанной щели при этом будет больше, чем давление в цилиндре, уравнение (1) для расчета этого режима не требуется.

Найденное для того или иного режима значение $M_{1/2}$ с помощью нестационарных газодинамических функций позволит найти потоки массы, импульса и энтальпии через границу S (рис. 4), необходимые для продолжения сквозного счета процесса в трубе.

Разработанный алгоритм реализован в программной среде Microsoft Visual Studio C++. Результатом расчета являются картины изменения давления и скорости по трубе в различные моменты времени. Представлены исходная ударная волна, ее отражение от клапана и результаты последующего взаимодействия волн с левой и правой границами. Полученные скорости на выходе из клапана определяют нестационарный расход пускового воздуха в цилиндр.

Математическая модель и реализованный на ее основе алгоритм позволяют проводить расчеты с целью определения нестационарных полей газодинамических характеристик для последующей параметрической и конструктивной оптимизации различных систем.

1. Годунов С. К., Забродин А. В., Иванов М. Я., Крайко А. Н., Прокопов Г. П. Численное решение многомерных задач газовой динамики. — М.: Наука, 1976. — 350 с.
2. Гришин Ю. А., Маластовский Н. С., Семенчукова В. С. Моделирование пневматического пуска двигателя // Известия Вузов. Машиностроение. — 2016. — № 9. — С. 18–25.
3. Гришин Ю. А., Круглов М. Г., Рудой Б. П. Газодинамические функции для расчета нестационарных течений газа // Изв. вузов. Машиностроение. — 1977. — № 3. — С. 52–58.
4. Абрамович Г. Н. Прикладная газовая динамика. В 2 ч. Ч. 1. — 5-е изд., перераб. и доп. — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит., 1991. — 600 с.

ОСОБЕННОСТИ И ЭФФЕКТЫ ВОЛНОВОЙ ДИНАМИКИ И АКУСТИКИ ГАЗОКАПЕЛЬНЫХ И ПУЗЫРЬКОВЫХ СРЕД*

Д. А. Губайдуллин

ИММ КазНЦ РАН, Казань, Россия

Рассмотрены некоторые эффекты и особенности акустики и волновой динамики газокапельных сред и смеси жидкости с пузырьками газа, и пара. Ранее ряд проблем по этой теме был рассмотрен в [1–33]. Среди них: эффекты немонотонной зависимости затухания волн от массового содержания капель и концентрации паровой компоненты в парогазокапельной среде, эффект немонотонной зависимости затухания волн от радиуса пузырьков в пузырьковых жидкостях с фазовыми и без фазовых превращений и др. Показано, что с ростом начальной концентрации пара в парогазовых пузырьках скорость распространения волн существенно уменьшается, а их затухание значительно возрастает. Развита континуальная теория распространения слабых волн в парогазовых полидисперсных (с произвольной функцией распределения включений по размерам) и дискретных многофракционных капельных и пузырьковых средах с фазовыми превращениями. Разработаны математические модели, получены дисперсионные соотношения, изучены высокочастотные асимптотики коэффициента затухания, обсуждаются области применимости развитых теорий. Для случая смеси воздуха с паром, каплями воды и частицами песка и сажи, и для случая смеси воды с паровоздушными пузырьками и пузырьками гелия или углекислого газа рассчитаны дисперсионные кривые и динамика слабых импульсов давления.

Теоретически исследовано распространение акустических возмущений в многофракционной смеси жидкости с полидисперсными парогазовыми и газовыми пузырьками различных размеров и разного состава с фазовыми превращениями. Проиллюстрировано хорошее согласие теоретических кривых фазовой скорости и коэффициента затухания с экспериментальными данными.

На основании данных эксперимента представлены результаты расчета эволюции импульсного возмущения давления малой амплитуды, полученных при диагностике многослойных образцов, содержащих слои пузырьковых жидкостей. Получено хорошее согласование результатов теоретических расчетов с данными эксперимента. Теоретически исследовано наклонное падение акустической волны на слой газокапельной смеси или пузырьковой жидкости конечной толщины, установлены соотношения между длиной волны и толщиной слоя, при которых коэффициент отражения принимает экстремальные значения, показано хорошее согласие теории с имеющимися экспериментальными данными.

Исследованы нелинейные колебания аэрозолей и динамика частиц в трубах в ударно- и безударно, а также в переходном волновом режимах. Показан резонансный характер осаждения капель от частоты акустического поля и возможность эффективного акустического осаждения наиболее проблемных субмикронных капель.

1. Губайдуллин Д. А. Динамика двухфазных парогазокапельных сред. — Казань: Изд-во Казанского математического общества, 1998. — 153 с.
2. Gubaiddullin D. A., Nigmatulin R. I. On theory of acoustic waves in polydispersed gas-vapor-droplet suspension // Intern. J. Multiphase Flow. — 2000. — V. 26, No. 2. — P. 207–228.

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №15-11-10016).

3. Губайдуллин Д. А. Сферические и цилиндрические волны малой амплитуды в полидисперсных туманах с фазовыми превращениями // Известия РАН. Механика жидкости и газа. — 2003. — № 5. — С. 85–94.
4. Губайдуллин Д. А., Никифоров А. А. Акустические возмущения в смеси жидкости с пузырьками пара и газа // Термофизика высоких температур. — 2010. — Т. 48, № 2. — С. 170.
5. Губайдуллин Д. А., Никифоров А. А., Уткина Е. А. Акустические волны в двухфракционных смесях газа с паром, каплями и твердыми частицами разных материалов и размеров при наличии фазовых превращений // Известия РАН. Механика жидкости и газа. — 2011. — № 1. — С. 83–89.
6. Губайдуллин Д. А., Федоров Ю. А. Распространение малых возмущений в полидисперсной парогазокапельной смеси с полидисперсными частицами при наличии фазовых превращений // Известия РАН. Механика жидкости и газа. — 2012. — № 5. — С. 43–51.
7. Губайдуллин Д. А., Никифоров А. А., Уткина Е. А. Влияние фазовых превращений на акустику смеси газа с паром, каплями и твердыми частицами // Термофизика высоких температур. — 2011. — Т. 49, № 6. — С. 942–947.
8. Губайдуллин Д. А., Терегурова Е. А., Губайдуллина Д. Д. Распространение акустических волн в многофракционных газовзвесях // Термофизика высоких температур. — 2015. — Т. 53, № 2.
9. Губайдуллин Д. А., Федоров Ю. А. Сферические и цилиндрические волны в парогазовых смесях с полидисперсными частицами и каплями // Термофизика высоких температур. — 2012. — Т. 50, № 5. — С. 659–664.
10. Губайдуллин Д. А., Никифоров А. А. Акустические возмущения в смеси жидкости с пузырьками пара и газа // Термофизика высоких температур. — 2010. — Т. 48, № 2. — С. 170–175.
11. Губайдуллин Д. А., Никифоров А. А., Гафиятов Р. Н. Акустические волны в двухфракционных пузырьковых жидкостях с фазовыми превращениями // Термофизика высоких температур. — 2012. — Т. 50, № 2. — С. 269–273.
12. Нигматулин Р. И., Губайдуллин Д. А., Федоров Ю. В. Звуковые волны в двухфракционных полидисперсных пузырьковых жидкостях // ДАН. — 2012. — Т. 447, № 3. — С. 284–287.
13. Нигматулин Р. И., Губайдуллин Д. А., Федоров Ю. В. Акустические волны разной геометрии в полидисперсных пузырьковых жидкостях. Теория и эксперимент // ДАН. — 2013. — Т. 450, № 6. — С. 665–669.
14. Губайдуллин Д. А., Никифоров А. А., Гафиятов Р. Н. Распространение акустических волн в двухфракционных пузырьковых жидкостях с учетом фазовых превращений в каждой из фракций // Известия РАН. Механика жидкости и газа. — 2013. — № 3. — С. 91–98.
15. Губайдуллин Д. А., Никифоров А. А., Гафиятов Р. Н. Акустические волны в многофракционных пузырьковых жидкостях // Термофизика высоких температур. — 2015. — Т. 53, № 2.
16. Нигматулин Р. И., Губайдуллин Д. А., Никифоров А. А. Динамика импульсных волн в пузырьковых жидкостях. Сравнение теории с экспериментом // ДАН. — 2014. — Т. 456, № 6. — С. 662–664.
17. Губайдуллин Д. А., Губайдуллина Д. Д., Федоров Ю. В. Акустические волны в жидкостях с полидисперсными пузырьками газа. Сравнение теории с экспериментом // Известия РАН. Механика жидкости и газа. — № 6. — С. 81–90.
18. Губайдуллин Д. А., Федоров Ю. В. Звуковые волны в двухфракционных полидисперсных пузырьковых средах // Прикладная математика и механика. — 2013. — Т. 77, № 5. — С. 743–753.
19. Губайдуллин Д. А., Федоров Ю. В. Звуковые волны в жидкостях с полидисперсными парогазовыми и газовыми пузырьками // Известия РАН. Механика жидкости и газа. — 2015. — № 1.

20. Губайдуллин Д. А., Зарипов Р. Г., Галиуллин Р. Г., Галиуллина Э. Р., Ткаченко Л. А. Экспериментальное исследование коагуляции аэрозоля в трубе вблизи субгармонического резонанса // Теплофизика высоких температур. — 2004. — Т. 42. — С. 788–795.
21. Губайдуллин Д. А., Зарипов Р. Г., Ткаченко Л. А. Экспериментальное исследование коагуляции и осаждения аэрозоля в закрытой трубе в безударно-волновом режиме // Теплофизика высоких температур. — 2012. — Т. 50, №4. — С. 603–605.
22. Губайдуллин Д. А., Зарипов Р. Г., Ткаченко Л. А. Экспериментальное исследование колебаний аэrozоля в трубах в безударно-волновом режиме вблизи резонанса // ДАН. — 2013. — Т. 452, №2. — С. 161–164.
23. Губайдуллин Д. А., Зарипов Р. Г., Ткаченко Л. А. Экспериментальное исследование колебаний аэrozоля в открытой трубе в безударно-волновом режиме // Теплофизика высоких температур. — 2013. — Т. 51, №6. — С. 955–957.
24. Губайдуллин Д. А., Зарипов Р. Г., Ткаченко Л. А. Резонансные колебания аэrozоля в трубе с диафрагмой в безударно-волновом режиме // Теплофизика высоких температур. — 2014. — Т. 52, №5. — С. 1–6.
25. Губайдуллин Д. А., Зарипов Р. Г., Ткаченко Л. А. Резонансные колебания аэrozоля в трубе с диафрагмой в безударно-волновом режиме // Теплофизика высоких температур. — 2014. — Т. 52, №6. — С. 921–926.
26. Gubaidullin D. A., Ossipov P. P. Numerical investigation of particle drift in acoustic resonator with periodic shock wave // Applied Mathematics and Computation. — 2013. — V. 219. — P. 4535–4544.
27. Губайдуллин Д. А., Никифоров А. А., Гафиятов Р. Н. Акустические волны в многофракционных пузырьковых жидкостях // Теплофизика высоких температур. — 2015. — Т. 53, №2. — С. 250–255.
28. Губайдуллин Д. А., Федоров Ю. В. Звуковые волны в жидкостях с полидисперсными парогазовыми и газовыми пузырьками // Известия РАН. Механика жидкости и газа. — 2015. — №1. — С. 67–77.
29. Губайдуллин Д. А., Федоров Ю. В. Звуковые волны в жидкости с полидисперсными парогазовыми пузырьками // Акустический журнал. — 2016. — Т. 62, №2. — С. 178–186.
30. Губайдуллин Д. А., Федоров Ю. В. Отражение акустической волны от пузырькового слоя конечной толщины // ДАН. — 2016. — Т. 470, №5. — С. 525–527.
31. Нигматулин Р. И., Губайдуллин Д. А., Тукмаков Д. А. Ударно-волновой разлет газо-взвесей // ДАН. — 2016. — Т. 466, №4. — С. 418–421.
32. Губайдуллин Д. А., Федоров Ю. В. Падение акустической волны на многослойную среду, содержащую слой пузырьковой жидкости // Известия РАН. Механика жидкости и газа. — 2017. — №1. — С. 109–116.
33. Губайдуллин Д. А., Никифоров А. А. Взаимодействие акустического сигнала с неподвижной дискретно-слоистой средой, содержащей слой пузырьковой жидкости // Теплофизика высоких температур. — 2017. — Т. 55, №1. — С. 102–107.

ОТРАЖЕНИЕ И ПРОХОЖДЕНИЕ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН ЧЕРЕЗ СЛОЙ МНОГОФРАКЦИОННОЙ ПУЗЫРЬКОВОЙ ЖИДКОСТИ*

D. A. Губайдуллин, Р. Н. Гафиятов

ИММ КазНЦ РАН, Казань, Россия

В настоящее время основы механики и теплофизики пузырьковых жидкостей, а также наиболее существенные результаты по изучению волновых процессов в таких средах представлены в монографиях [1–4]. Работа [5] посвящена описанию

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №15-11-20022).

основных особенностей двухфазных сред пузырьковой структуры. Представлен обзор работ по распространению волн в жидкостях с пузырьками постоянной массы и работ по волновой динамике жидкостей, содержащих пузырьки пара или растворимого газа. Модель распространения плоских волн давления малой амплитуды в смеси жидкости с пузырьками газа представлена в работе [6]. Показано, что модель работает хорошо при объемных содержаниях дисперсной фазы 1–2% и только для дорезонансных частот. В [7] получено дисперсионное соотношение, определяющее распространение гармонических возмущений в смеси жидкости с парогазовыми пузырьками. Показано сильное влияние значения концентрации пара в пузырьках на затухание акустических волн. В [8] исследовано распространение акустических волн в двухфракционных смесях жидкости с парогазовыми и газовыми пузырьками различных размеров и разного состава с фазовыми превращениями. В [9] исследуется распространение акустических волн в плоском случае в многофракционных пузырьковых жидкостях.

В настоящей работе на основе методики, изложенной в [10] и зависимости волнового числа от частоты возмущений для пузырьковой жидкости, полученной в [9] исследуется отражение и прохождение акустической волны через многослойный объект, содержащий слой многофракционной пузырьковой жидкости.

Представлена математическая модель, определяющая отражение и прохождение акустической волны через среду, содержащую слой многофракционной пузырьковой жидкости. Показано влияние толщины пузырькового слоя и концентрации пара в пузырьках на исследуемые коэффициенты. Для слоя воды с пузырьками воздуха найдено удовлетворительное согласие теоретической зависимости коэффициента прохождения с известными экспериментальными данными. Выявлено, что особые дисперсионные и диссипативные свойства слоя пузырьковой жидкости могут существенно влиять на отражение и прохождение акустических волн в многослойной среде.

1. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. Ч. 1, 2. — М.: Наука, 1987.
2. Накоряков В. Е., Покусаев Б. Г., Шрейбер И. Р. Распространение волн в газо- и парожидкостных средах. — Новосибирск: ИТФ, 1983. — 238 с.
3. Temkin S. Suspension Acoustics: An Introduction to the Physics of Suspensions. — New York: Cambridge University Press, 2005. — 398 р.
4. Leighton T. G. The Acoustic Bubble. — London: Academic Press, 1994. — 613 р.
5. Губайдуллин А. А., Ивандаев А. И., Нигматулин Р. И., Хабеев Н. С. Волны в жидкостях с пузырьками // В сб.: Итоги науки и техники, сер. МЖГ. ВИНИТИ. — 1982. — Т. 17. — С. 160–249.
6. Commander K. W., Prosperetti A. Linear Pressure Waves in Bubbly Liquids: Comparison Between Theory and Experiments // J. Acoustical Society of America. — 1989. — V. 85, No. 2. — P. 732.
7. Губайдуллин Д. А., Никифоров А. А. Акустические возмущения в смеси жидкости с пузырьками пара и газа // Теплофизика высоких температур. — 2010. — Т. 48, № 2. — С. 170–175.
8. Губайдуллин Д. А., Никифоров А. А., Гафиятов Р. Н. Акустические волны в двухфракционных пузырьковых жидкостях с фазовыми превращениями // Теплофизика высоких температур. — 2012. — Т. 50, № 2. — С. 269–273.
9. Губайдуллин Д. А., Никифоров А. А., Гафиятов Р. Н. Акустические волны в многофракционных пузырьковых жидкостях // Теплофизика высоких температур. — 2015. — Т. 53, № 2. — С. 250–255.
10. Бреховских Л. М., Годин О. А. Акустика слоистых сред. — М.: Наука, 1989. — 416 с.

ДИНАМИКА АЭРОЗОЛЯ В ЗАКРЫТОЙ ТРУБЕ ПРИ КОЛЕБАНИЯХ В РЕЖИМЕ ПЕРЕХОДА К УДАРНЫМ ВОЛНАМ*

Д. А. Губайдуллин, Р. Г. Зарипов, Л. А. Ткаченко

ИММ КазНЦ РАН, Казань, Россия

Изучение волновой динамики однородных или многофазных сред в трубопроводных системах вблизи резонансных частот представляет значительный интерес [1]. Обзор по нелинейным колебаниям однородного газа в трубах дан в работе [2]. Значительный интерес представляют различные эффекты, сопровождающие такие колебания: ударные волны, крупномасштабные вихри, коагуляция взвешенной фазы и др. Результаты исследований по коагуляции аэрозолей в волновых полях приведены в монографиях [3, 4]. Данные результаты могут быть использованы во многих отраслях промышленности, энергетике и экологии, а также при решении фундаментальных проблем аэрогидромеханики. Поведение аэрозоля при их нелинейных колебаниях в трубах исследовалось в ударно-волновом [5–8] и в безударно-волновом [9–12] режиме вблизи резонансных частот.

Целью настоящей работы является экспериментальное изучение динамики аэрозоля при ее колебаниях вблизи первой собственной частоты в закрытой трубе в режиме перехода к ударным волнам.

Продольные установившиеся колебания газа в кварцевой трубе длиной 0,938 м и внутренним диаметром 0,1 м создавались плоским поршнем при помощи вибростенда TIRAvib S 5220/LS. Синусоидальные колебания с заданными значениями амплитуды и частоты задавались при помощи специального программного обеспечения VibrationVIEW посредством пьезоэлектрического акселерометра и контроллера Vibration Research. Система измерения давления газа состояла из датчика давления BRUEL & KJAER 8530C-15, размещенного вблизи поршня, трехканального мостового усилителя напряжения ENDEVCO-136, цифрового осциллографа DSO 3062A. Для измерения светопроницаемости использовался измерительный комплекс, состоящий из белого светодиода с дистанционным управлением, который являлся источником света и цифрового люксметра ATT-1505 фирмы Актаком. В качестве рабочей жидкости в данных экспериментах использовался ди-этил-гексил-себакат, из которой при помощи аэрозольного генератора ATM 225 TOPAS создавалась аэрозоль с диаметром капель 0,83 мкм.

В результате экспериментальных исследований были получены зависимости числовой концентрации капель аэрозоля от времени при различных значениях амплитуды и частоты смещения поршня вблизи первой собственной частоты $\nu_1 = 182$ Гц. Со временем концентрация капель аэрозоля монотонно уменьшается для всех исследуемых амплитуд и частот возбуждения. Этот процесс связан с коагуляцией капель и осаждением их на стенках трубы под действием акустического течения и происходит в 2,5–5 раз быстрее, чем при естественном осаждении капель аэрозоля. Из полученных данных определялось время коагуляции и осаждения капель аэрозоля на первой собственной частоте при различных амплитудах смещения поршня. Увеличение амплитуды смещения поршня приводит к уменьшению времени коагуляции и осаждения аэрозоля. Это связано как с увеличением значения амплитуды колебаний давления, так и с возникающими нелинейными эффектами (формированием акустических течений и деформацией

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №15-11-20022).

формы волны давления). Также из полученных данных находилось время коагуляции и осаждения капель аэрозоля для различных частот возбуждения вблизи первой собственной частоты. С повышением частоты в до-резонансном режиме, амплитуда колебаний давления увеличивается, а форма его волны становится отличной от гармонической, которая наблюдается вдали от резонанса, что приводит к уменьшению времени коагуляции и осаждения газовзвеси. В резонансе амплитуда становится максимальной, форма волны давления близка к разрывной. Наблюдается минимальное значение времени коагуляции и осаждения. За резонансом амплитуда колебаний давления уменьшается, излом в форме волны наблюдается на ее гребне. Вдали от резонанса форма волны снова становится синусоидальной, близкой к до-резонансной форме, амплитуда колебаний минимальная, что приводит к увеличению времени коагуляции и осаждения газовзвеси. Таким образом зависимость коагуляции и осаждения капель аэrozоля от частоты возбуждения имеет немонотонный характер с минимумом на первой собственной частоте.

1. Нигматуллин Р.И. Динамика многофазных сред. Т. 1. — М.: Наука, 1987. — 464 с.
2. Ilgatov M. A., Zaripov R. G., Galiullin R. G., Repin V. B. Nonlinear oscillations of a gas in a tube // Appl. Mech. Rev. — 1996. — V. 49, No. 3. — P. 137–154.
3. Медников Е. П. Акустическая коагуляция и осаждение аэrozолей. — М.: Изд-во АН СССР, 1963. — 263 с.
4. Temkin S. Suspension acoustics: An introduction to the physics of suspensions. — New York: Cambridge University Press, 2005. — 400 p.
5. Гуляев А. М., Кузнецов В. М. Коагуляция аэrozолей под действием периодических ударных волн // Акустический журнал. — 1962. — Т. 8, № 4. — С. 473–475.
6. Temkin S. Droplet agglomeration induced by weak shock waves // Phys. Fluids. — 1970. — V. 13. — P. 1639–1641.
7. Shuster K., Fichman M., Goldshtein A., Gutfinger C. Agglomeration of submicrometer particles in weak periodic shock waves // Phys. Fluids. — 2002. — V. 14, No. 5. — P. 1802–1805.
8. Губайдуллин Д. А., Зарипов Р. Г., Галиуллин Р. Г., Галиуллина Э. Р., Ткаченко Л. А. Экспериментальное исследование коагуляции аэrozоля в трубе вблизи субгармонического резонанса // Теплофизика высоких температур. — 2004. — Т. 42, № 5. — С. 788–795.
9. Губайдуллин Д. А., Зарипов Р. Г., Ткаченко Л. А. Экспериментальное исследование коагуляции и осаждения аэrozоля в закрытой трубе в безударно-волновом режиме // Теплофизика высоких температур. — 2012. — Т. 50, № 4. — С. 603–605.
10. Губайдуллин Д. А., Зарипов Р. Г., Ткаченко Л. А. Экспериментальное исследование колебаний аэrozоля в открытой трубе в безударно-волновом режиме // Теплофизика высоких температур. — 2013. — Т. 51, № 6. — С. 955–957.
11. Губайдуллин Д. А., Зарипов Р. Г., Ткаченко Л. А. Экспериментальное исследование колебаний аэrozоля в трубах в безударно-волновом режиме вблизи резонанса // Доклады академии наук. — 2013. — Т. 452, № 2. — С. 161–164.
12. Губайдуллин Д. А., Зарипов Р. Г., Ткаченко Л. А. Резонансные колебания аэrozоля в трубе с диафрагмой в безударно-волновом режиме // Теплофизика высоких температур. — 2014. — Т. 52, № 6. — С. 921–926.

ПРОХОЖДЕНИЕ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН ЧЕРЕЗ ТРЕХСЛОЙНУЮ ПРЕГРАДУ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ УГЛАХ ПАДЕНИЯ*

D. A. Губайдуллин, A. A. Никифоров

ИММ КазНЦ РАН, Казань, Россия

Присутствие небольшого по объему количества пузырьков существенно увеличивает сжимаемость среды, при этом плотность среды сохраняется близкой к значению плотности жидкости. Кроме того, колеблющаяся пузырьковая среда обладает сильными диссипативными свойствами, возникающие диссипативные потери в основном связаны с межфазным теплообменом. Поэтому интересно использовать пузырьковые экраны в качестве сверхтонких противогидролокационных покрытий, например, для корпусов субмарин [1]. Основы механики и теплофизики пузырьковых жидкостей представлены в монографиях [3]. В [4] изложена теория распространения акустических волн в слоистых средах. Результаты изучения взаимодействия акустических волн со слоем пузырьковой жидкости представлены в [7].

В настоящей работе исследуется влияние пузырькового слоя на прохождение акустических волн через трехслойную преграду, помещенную в воду [6], при различных углах падения. В экспериментах [6] использовали преграду, состоящую из двух одинаковых слоев поликарбоната, толщиной $d_2 = d_4 = 1,6$ мм, слой между которыми толщиной $d_3 = 1$ мм заполнен гелем с пузырьками воздуха. Было принято, что функция распределения пузырьков по размерам определяется соотношением:

$$N(a) = \frac{n_t}{\sqrt{2\pi}\varepsilon} \exp\left(-\frac{(\ln(a/a_0))^2}{2\varepsilon^2}\right), \quad a_{\min} \leq a \leq a_{\max}.$$

Параметры распределения пузырьков по размерам следующие: $a_0 = 0,08$ мм, $\varepsilon = 0,06$, $n_t = 50$, $a_{\min} = 0,04$ мм, $a_{\max} = 0,16$ мм. Объемное содержание пузырьков $\alpha_g = 0,0015$.

Согласно [4], результатом прохождения плоской монохроматической волны $\sim \exp(iKx - \omega t)$ через многослойный объект будет плоская волна $\sim W \exp(iKx - \omega t)$, где W есть коэффициент прохождения волны, который определяется через импедансы слоев Z_i и входные импедансы границ слоев Z_i^{in} . Для многослойного объекта, состоящего из n слоев, выражения для коэффициентов прохождения W и отражения R имеют вид:

$$W = \frac{2Z_1}{Z_1 + Z_2} \prod_{j=2}^n \left(\frac{Z_j^{in} + Z_j}{Z_j^{in} + Z_{j+1}} \exp(iK_j d_j \cos \theta_j) \right), \quad R = \frac{Z_n^{in} - Z_{n+1}}{Z_n^{in} + Z_{n+1}},$$

$$Z_j = \rho_j \frac{\omega}{K_j \cos \theta_j}, \quad Z_j^{in} = \rho_j \frac{Z_{j-1}^{in} - iZ_j \operatorname{tg}(K_j d_j \cos \theta_j)}{Z_j - iZ_{j-1}^{in} \operatorname{tg}(K_j d_j \cos \theta_j)} Z_j, \quad Z_1^{in} = Z_1,$$

где d_j , K_j — толщина и волновое число j -го слоя, θ_j — угол, образуемый направлением распространения волны в слое с нормалью к границам слоя.

На рис. 1 и 2 приведены результаты расчетов зависимостей модуля коэффициента отражения (рис. 1) и модуля коэффициента прохождения (рис. 2) от безразмерной частоты \tilde{f}/\tilde{f}_M , где \tilde{f}_M — резонансная частота Миннаэрта. Линии I и II — расчет для трехслойной преграды, содержащей слой пузырькового геля, линии III и IV — расчет при отсутствии в геле пузырьков ($\alpha_g = 0$). Соответственно, линии

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №15-11-20022).

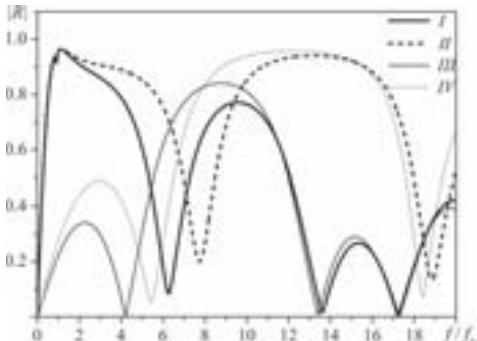


Рис. 1. Зависимость модуля коэффициента отражения от безразмерной частоты

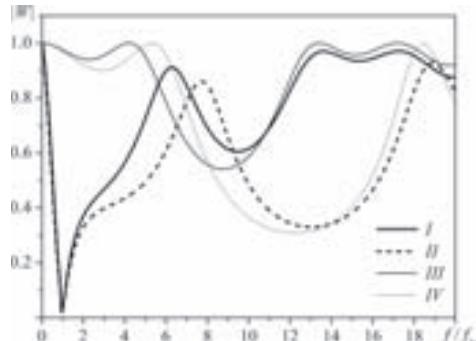


Рис. 2. Зависимость модуля коэффициента прохождения от безразмерной частоты

I и *III* рассчитаны при $\theta = 0$, *II* и *IV* — при $\theta = \pi/6$. Характер кривой $|R|$ на рис. 1 во многом определяется эффектами интерференции волн, отраженных на отдельных границах [4]. Минимумы $|R|$ кривой *III* (т.е. когда в слое геля пузырьков нет) на рис. 1 соответствуют частотам f , определяемым соотношениями, ранее полученными в [8]

$$f\left(\frac{d_p}{C_p} + \frac{d_l}{C_l}\right) = \frac{1}{4}n, \quad (n = 1, 3, 5, \dots); \quad f\left(\frac{d_l}{C_l}\right) = \frac{1}{2}n, \quad (n = 1, 2, 3, \dots).$$

Здесь нижний индекс P обозначает параметры слоя поликарбоната ($d_p = d_2 = d_4$), нижний индекс l — параметры слоя геля без пузырьков. Для кривых *I* и *II* на рис. 1 и 2, т. е. когда в геле присутствуют пузырьки, существенное отличие от кривых *III* и *IV* достигается в диапазоне частот $f/f_M < 5$. Этот диапазон включает в себя две характерные для пузырьковой среды области частот — низкочастотную ($f \leq f_M$), где эффект дисперсии звука определяется межфазной температурной неравновесностью и полосу акустической непрозрачности ($f_M < f < f_C$,

$$f_C = f_M \sqrt{1 + \frac{\rho_{l0}^\circ \alpha_{g0} C_l^2}{\gamma_g p_0}} \approx 5f_M,$$

где значения фазовой скорости и коэффициента затухания принимают аномально высокие значения [2, 5]. Для частот $f/f_M < 2$ кривые *I* и *II* на рис. 2 и 3 практически не отличаются, т. е. в этой области частот влияние угла падения на $|R|$ и $|W|$ не существенно. Минимум $|W|$ и максимум $|R|$ достигаются в области резонансной частоты пузырьков $f/f_M = 1$, где можно наблюдать, что значение $|R| \approx 0,96$. При $f/f_M > 5$ фазовая скорость C_p в геле с пузырьками стремится к своему асимптотическому значению — $C_f = C_l/\alpha_l$, которое мало отличается от скорости звука в чистом геле [2]. Приведенная плотность пузырькового геля $\rho = \rho_l + \rho_g = \rho_l^\circ \alpha_l + \rho_g^\circ \alpha_g \approx \rho_l^\circ \alpha_l \approx \rho_l^\circ$. Это объясняет, почему на рис. 1 и 2 в области $f/f_M > 5$ отличие кривых *I* и *III* для $\theta = 0$, или кривых *II* и *IV* для $\theta = \pi/6$ незначительно.

1. Leroy V., Strybulevych A., Lanoy M., Lemoult F., Tourin A., Page J. H. // Phys. Rev. B. — 2015. — V. 91. — P. 020301(R).
2. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. Т. 1. — М.: Наука, 1987. — 464 с.
3. Накоряков В. Е., Покусаев Б. Г., Шрейбер И. Р. Распространение волн в газо- и парожидкостных средах. — Новосибирск: ИТФ, 1983. — 238 с.
4. Бреховских Л. М., Годин О. А. Акустика слоистых сред. — М.: Наука, 1989. — 416 с.
5. Шагапов В. Ш., Сарапулова В. В. // Акуст. журн. — 2015. — Т. 61, №1. — С. 40–48.
6. Leroy V., Strybulevych A., Page J. H., Scanlon M. G. // J. Acoust. Soc. Amer. — 2008. — V. 123, No. 4. — P. 1931–1940.

7. Нигматулин Р.И., Губайдуллин Д.А., Никифоров А.А. // ДАН. — 2014. — Т. 456, № 6. — С. 662–664.
 8. Folds D. L., Loggins C. D. // J. Acoust. Soc. Amer. — 1977. — V. 62, No. 5. — P. 1102–1109.

РАСПРОСТРАНЕНИЕ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЗМУЩЕНИЙ В МНОГОФРАКЦИОННЫХ ПОЛИДИСПЕРСНЫХ ГАЗОВЗВЕСЯХ*

D. A. Губайдуллин, Е. А. Терегулова

ИММ КазНЦ РАН, Казань, Россия

Многофазные среды широко распространены в природе и используются на практике, поэтому исследование акустики и волновой динамики таких сред представляет значительный теоретический и практический интерес [1]. Основные модели волновой динамики дисперсных сред и ряд результатов в этой области представлены в [1]. Достаточно полное изложение линейной теории распространения плоских возмущений в моно- и полидисперсных двухфазных смесях газа с паром и каплями жидкости дано в [2]. Особенности распространения акустических волн в двухфракционных смесях газа, пара, каплей и твердых частиц проанализированы в [3, 4].

В настоящей работе изучается распространение волн малой амплитуды в смесях газа с частицами разных материалов, когда каждая фракция является полидисперсной.

Аналогично работе [2] записывается линеаризованная система уравнений возмущенного движения многофракционной полидисперсной газовзвеси, в системе координат, относительно которой невозмущенная среда покоятся:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho'_1}{\partial t} + \rho_{10} \left(\frac{\partial v'_1}{\partial r} + \theta \frac{v'_1}{r} \right) = 0, \quad \frac{\partial \rho_j^{ii}}{\partial t} + \rho_{j0}^i \left(\frac{\partial v_j^{ii}}{\partial r} + \theta \frac{v_j^{ii}}{r} \right) = 0, \quad (j = \overline{2, N}, i = \overline{1, M_j}), \\ \rho_{10} \frac{\partial v'_1}{\partial t} + \frac{\partial p'_1}{\partial r} + \sum_{j=2}^N \sum_{i=1}^{M_j} n_{0j}^i \left(6\pi a_j^i \mu_1 (v'_1 - v_j^{ii}) + 6(a_j^i)^2 \sqrt{\pi \mu_1 \rho_1^0} \int_{-\infty}^t \frac{\partial}{\partial \tau} (v'_1 - v_j^{ii}) \frac{d\tau}{\sqrt{t-\tau}} \right) = 0, \\ \rho_{j0}^i \frac{\partial v_j^{ii}}{\partial t} = n_{0j}^i \left(6\pi a_j^i \mu_1 (v'_1 - v_j^{ii}) + 6(a_j^i)^2 \sqrt{\pi \mu_1 \rho_1^0} \int_{-\infty}^t \frac{\partial}{\partial \tau} (v'_1 - v_j^{ii}) \frac{d\tau}{\sqrt{t-\tau}} \right), \\ (j = \overline{2, N}, i = \overline{1, M_j}), \\ \rho_{10} c_{p1} \frac{\partial T'_1}{\partial t} = \alpha_{10} \frac{\partial p'_1}{\partial t} - \sum_{j=2}^N \sum_{i=1}^{M_j} 2\pi n_{0j}^i a_j^i \lambda_1 N u_{1j}^i (T'_1 - T_{\Sigma j}^{ii}), \\ \rho_{j0}^i c_i \frac{\partial T_j^{ii}}{\partial t} = -2\pi n_{0j}^i a_j^i \lambda_j N u_j^i (T_j^{ii} - T_{\Sigma j}^{ii}), \quad (j = \overline{2, N}, i = \overline{1, M_j}), \\ \lambda_1 N u_{1j}^i (T'_1 - T_{\Sigma j}^{ii}) + \lambda_j N u_j^i (T_j^{ii} - T_{\Sigma j}^{ii}) = 0, \quad (j = \overline{2, N}, i = \overline{1, M_j}), \\ p'_1 = \frac{C_1^2}{\gamma_1 \alpha_{10}} \rho'_1 + \frac{p_0}{T_0} T'_1. \end{aligned}$$

*Работа выполнена при финансом содействии Российского научного фонда (проект №15-11-10016).

Для рассматриваемой среды получено следующее дисперсионное соотношение:

$$\left(\frac{C_1 K_*}{\omega} \right)^2 = V(\omega) D(\omega),$$

где

$$V(\omega) = 1 + \sum_{i=2}^M \sum_{j=1}^{N_i} \frac{m_j^i}{1 - i\omega\tau_{vj}^{i*}}, \quad D(\omega) = 1 + (\gamma_1 - 1) \frac{\sum_{i=2}^M \frac{c_i}{c_{pl}} \sum_{j=1}^{N_i} \frac{m_j^i}{1 - i\omega\bar{\tau}_{Tj}^{i*}}}{1 + \sum_{i=2}^M \frac{c_i}{c_{pl}} \sum_{j=1}^{N_i} \frac{m_j^i}{1 - i\omega\bar{\tau}_{Tj}^{i*}}},$$

$$\bar{\tau}_{Tj}^* = \tau_{Tj}^* + \frac{m_j c_j}{c_{pl}} \tau_{Tlj}^*.$$

С помощью полученного дисперсионного соотношения построены зависимости относительной скорости звука и декремента затухания на длине волн от безразмерной частоты колебаний для смеси воздуха с частицами алюминия, сажи и льда (рис. 1). Из графиков видно, что с увеличением массового содержания частиц

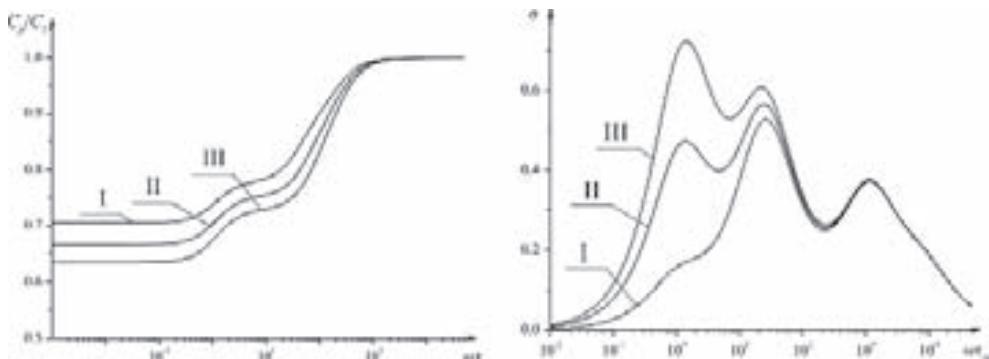


Рис. 1. Зависимость относительной скорости звука и декремента затухания на длине волн от безразмерной частоты колебаний для смеси воздуха с частицами льда, алюминия и сажи при разных массовых содержаниях дисперсной фазы (I — $m = 0,3$; II — $m = 0,5$; III — $m = 0,7$)

растет дисперсия скорости звука и диссипация волн. Учет трехфракционного состава и различие теплофизических параметров фракций приводит к возникновению характерных перегибов для зависимости относительной скорости звука в области частот обратно пропорциональных характерным временам релаксации скоростей фаз τ_{va} , τ_{vl} , τ_{vs} и трех максимумов для зависимости декремента затухания на длине волн на характерных величинах $\omega\tau_{va}$, $\omega\tau_{vl}$ и $\omega\tau_{vs} = 1$.

1. Нигматуллин Р.И. Динамика многофазных сред. Ч. 1, 2. — М.: Наука, 1987.
2. Губайдуллин Д.А. Динамика двухфазных парогазокапельных сред. — Казань: Изд-во Казанского математического общества, 1998. — 153 с.
3. Губайдуллин Д.А., Никифоров А.А., Уткина Е.А. Влияние фазовых превращений на распространение акустических волн в двухфракционных смесях газа с паром, каплями и твердыми частицами разных материалов и размеров // Теплофизика высоких температур. — 2011. — Т. 49, № 6. — С. 942–947.

4. Губайдуллин Д. А., Никифоров А. А., Уткина Е. А. Акустические волны в двухфракционных смесях газа с паром, каплями и твердыми частицами разных материалов и размеров при наличии фазовых превращений // Известия РАН. Механика жидкости и газа. — 2011. — №1. — С. 95–103.

ОСОБЕННОСТИ ОТРАЖЕНИЯ АКУСТИЧЕСКИХ ВОЛН ОТ СЛОЯ ГАЗОВЗВЕСИ ИЛИ ПУЗЫРЬКОВОЙ ЖИДКОСТИ*

Д. А. Губайдуллин, Ю. В. Федоров

ИММ КазНЦ РАН, Казань, Россия

Исследование распространения волн в слоистых средах, содержащих слои пузырьковой жидкости или газовзвеси актуально. Связано это как с природными явлениями (например, придонные слои, содержащие газовые пузырьки в морях, озерах либо вблизи поверхности [1–5], слои тумана, запыленного газа, содержащиеся в атмосфере [6, 7]), так и с технологическими процессами [8, 9].

С основными подходами к исследованию акустики пузырьковых жидкостей и газовзвесей можно ознакомиться в известных монографиях [10–12], работах [13–17], часть из которых представлены в обзоре [18].

В настоящей работе рассмотрена задача об отражении и прохождении акустической волны через границу или слой конечной толщины, содержащий газокапельную смесь или пузырьковую жидкость. Для случая падения низкочастотной акустической волны на границу между чистым газом и газовзвесью, а также на границу между чистой и пузырьковой жидкостью установлены закономерности отражения и прохождения волны. Для границы раздела между чистым воздухом и газокапельной смесью при наклонном падении волны установлена немонотонная зависимость коэффициента отражения от объемного содержания капель. Однако, если акустическая волна падает на границу раздела между чистой и пузырьковой жидкостью, то при любом угле падения зависимость коэффициента отражения от объемного содержания пузырьков является монотонной. Для газокапельной среды найдены и проиллюстрированы значения критического угла падения волны и объемного содержания включений, при которых коэффициент отражения принимает нулевые значения. Установлено, что при углах падения волны со стороны газокапельной смеси на границу чистого газа выше $24,5^\circ$, коэффициент отражения никогда не будет равняться нулю, однако, если волна падает со стороны чистого газа на границу газовзвеси, нулевое значение коэффициента отражения возможно для ненулевых углов падения и объемного содержания включений. Показано, что граница между чистой и пузырьковой жидкостью не обладает данным свойством полного прохождения акустической волны в диапазоне низких частот. Определены закономерности падения акустической волны на слой конечной толщины, содержащий газокапельную смесь или пузырьковую жидкость. Установлены соотношения между длиной волны и толщиной слоя, при которых коэффициент отражения принимает экстремальные значения. При нормальном падении акустической волны характер коэффициента отражения на низких частотах для слоев, содержащих газокапельную смесь или пузырьковую жидкость качественно не отличается, однако на высоких частотах коэффициент отражения для слоя пузырьковой жидкости стремится к нулю, а для слоя газовзвеси при объемных содержаниях включений

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №15-11-10016).

$\alpha_2 > 0,2 \cdot 10^{-3}$ принимает конечное ненулевое значение. При наклонном падении акустической волны различие проявляется уже на низких частотах, а именно коэффициент отражения для границы или слоя газокапельной смеси может как увеличиваться, так и уменьшаться, в то время как для пузырьковой жидкости коэффициент отражения только возрастает при увеличении угла падения волны. Для границы или слоя газокапельной смеси возможно появление минимума коэффициента отражения в зависимости от частоты возмущений в определенном интервале угла падения волны и при некоторых значениях объемного содержания капель, связанного с различием плотностей газокапельной смеси и чистого газа.

1. Гусев В. А., Руденко О. В. Нелинейный звук в слое газонасыщенных осадков // Акуст. журн. — 2015. — Т. 61, № 2. — С. 169–181.
2. Шагапов В. Ш., Сарапурова В. В. Особенности преломления и отражения звука на границе пузырьковой жидкости // Акуст. журн. — 2015. — Т. 61, № 1. — С. 40–48.
3. Губайдуллин Д. А., Федоров Ю. В. Отражение акустической волны от пузырькового слоя конечной толщины // Доклады академии наук. — 2016. — Т. 470, № 5. — С. 525–527.
4. Губайдуллин Д. А., Федоров Ю. В. Звуковые волны в жидкости с полидисперсными парогазовыми пузырьками // Акуст. журн. — 2016. — Т. 62, № 2. — С. 178–186.
5. Губайдуллин Д. А., Федоров Ю. В. Падение акустической волны на многослойную среду, содержащую слой пузырьковой жидкости // Известия РАН. МЖГ. — 2017. — № 1. — С. 109–116.
6. Davidson G. A. Sound propagation in fogs // J. Atmos. Sci. — 1975. — V. 32, No. 11. — P. 2201–2205.
7. Ishii R., Matsuhisa H. Steady reflection, absorption and transmission of small disturbances by a screen of dusty gas // J. Fluid Mech. — 1983. — V. 130. — P. 259–277.
8. Leroy V., Strybulevych A., Lanoy M., Lemoult F., Tourin A., Page J. H. Superabsorption of acoustic waves with bubble metascreens // Phys. Rev. B. — 2015. — V. 91. — P. 020301.
9. Зельманский О. Б., Петров С. Н., Казека А. А. Воздушно-пузырьковая панель для защиты информации от утечки по техническим каналам // Доклады БГУИР. — 2013. — Т. 78, № 8. — С. 30–34.
10. Нигматулин Р. И. Динамика многофазных сред. Ч. 1. — М.: Наука, 1987. — 464 с.
11. Temkin S. Suspension acoustics: an introduction to the physics of suspensions. — Cambridge: Cambridge University Press, 2005. — 398 р.
12. Губайдуллин Д. А. Динамика двухфазных парогазокапельных сред. — Казань: Изд-во Казан. мат. о-ва, 1998. — 153 с.
13. Губайдуллин Д. А., Федоров Ю. В. Звуковые волны в двухфракционных полидисперсных пузырьковых средах // ПММ. — 2013. — Т. 77, № 5. — С. 743–753.
14. Нигматулин Р. И., Губайдуллин Д. А., Никифоров А. А. Динамика импульсных волн в пузырьковых жидкостях. Сравнение теории с экспериментом // Доклады академии наук. — 2014. — Т. 456, № 6. — С. 662–664.
15. Губайдуллин Д. А., Губайдуллина Д. Д., Федоров Ю. В. Акустические волны в жидкостях с полидисперсными пузырьками газа. Сравнение теории с экспериментом // Изв. РАН. МЖГ. — 2013. — № 6. — С. 81–90.
16. Нигматулин Р. И., Губайдуллин Д. А., Федоров Ю. В. Акустические волны разной геометрии в полидисперсных пузырьковых жидкостях. Теория и эксперимент // Доклады академии наук. — 2013. — Т. 450, № 6. — С. 665–669.
17. Гафиятов Р. Н., Губайдуллин Д. А., Никифоров А. А. Распространение акустических волн в двухфракционных пузырьковых жидкостях с учетом фазовых превращений в каждой из фракций // Изв. РАН. МЖГ. — 2013. — № 3. — С. 92–99.
18. Вараксин А. Ю. Гидрогазодинамика и теплофизика двухфазных потоков: проблемы и достижения // ТВТ. — 2013. — Т. 51, № 3. — С. 421–455.

О ВЛИЯНИИ ТОЛЩИНЫ РЕШЕТЧАТОГО ЭКРАНА НА ЕГО АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА*

C. В. Гувернюк¹, Ф. А. Максимов^{1,2}

¹МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия; ²ИАП РАН, Москва, Россия

Если элементом периодической решетки является аэродинамический профиль, или тонкая пластина, то такая решетка называется решетчатым крылом, которое используется, например, для создания подъемной силы в некоторых органах управления. Если элементом решетки является профиль с малым продольным удлинением, то такая решетка представляет собой проницаемый экран конечной толщины [1]. В предельном случае, когда продольное удлинение элементов экрана стремится к нулю, получаем проницаемую поверхность из отрезков, расположенных в одной плоскости [2]. Аэродинамическая сила в этом случае, в отличие от решетчатого крыла, направлена по нормали к проницаемой поверхности и, при повороте поверхности на угол атаки, принимает отрицательные значения. В данной работе проведены расчеты обтекания промежуточных вариантов толщины проницаемого экрана. Получена оценка аэродинамических сил, дающая ответ на вопрос: в каких условиях на проницаемом экране может создаваться положительная подъемная сила?

Простейшим элементом проницаемого экрана является профиль в виде окружности диаметром d . Удлинение элементов в этом случае $\lambda = 1$. Геометрическим параметром задачи является шаг решетки $h = L/d$, где L — расстояние между центрами соседних окружностей. На рис. 1, *a* представлены аэродинамические свойства решеток $h = 2, 3, 4$ и 5 из 10 элементов при числе Маха воздушного потока $M = 6$ в зависимости от угла атаки α . Приведены коэффициенты аэродинамического сопротивления C_x и подъемной силы C_y в скоростной системе координат. В качестве характерной площади принята площадь миделя при угле атаки $\alpha = 0^\circ$. Эта площадь одинакова для всех рассматриваемых в данной работе вариантов решеток. Расчеты выполнены в рамках многоблочной вычислительной технологии [1] при числе Рейнольдса $Re = 10^5$ (по параметрам набегающего потока и диаметру d).

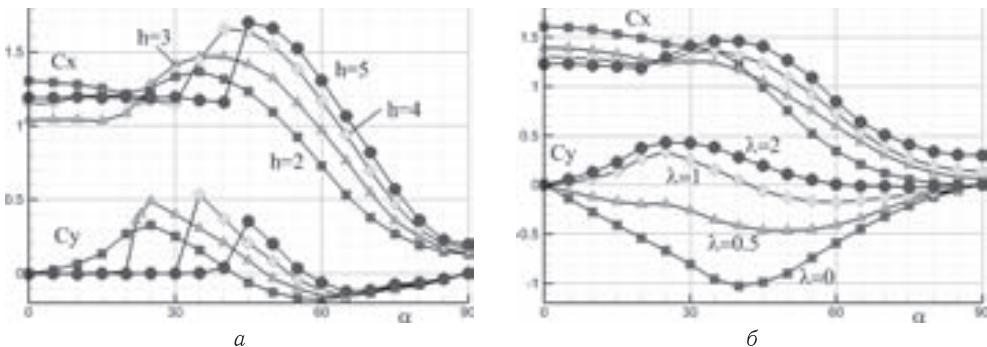


Рис. 1. Аэродинамические свойства решеток

На рис. 1, *b* в аналогичном виде представлены характеристики решетки с шагом $h = 2$, но при использовании в качестве элемента решетки эллипса с удлинением

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект №15-01-99623). Расчеты проводились на МВС-100К МСЦ РАН.

в продольном направлении $\lambda = 0, 0,5, 1$ и 2 . На рис. 2 в виде изолиний давления приведены картины течения около решетки с круговыми элементами при $h = 2, 3, 4$ и 5 и угле атаки $\alpha = 30^\circ$. На рис. 3 представлены картины течения при $h = 2, \alpha = 30^\circ$ решеток с эллиптическими элементами с удлинением $\lambda = 0, 0,5, 1$ и 2 .

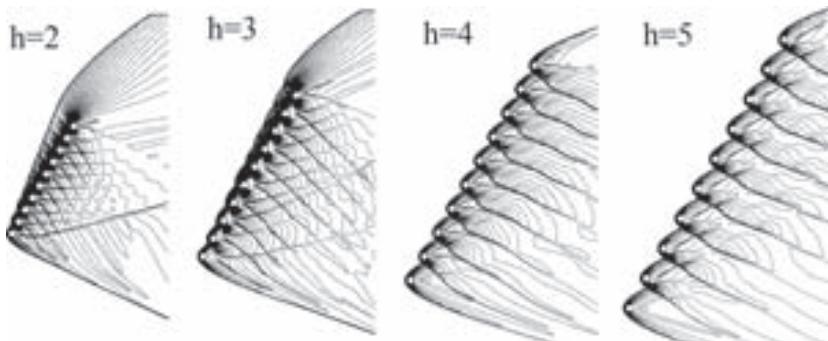


Рис. 2. Обтекание решеток с различным шагом

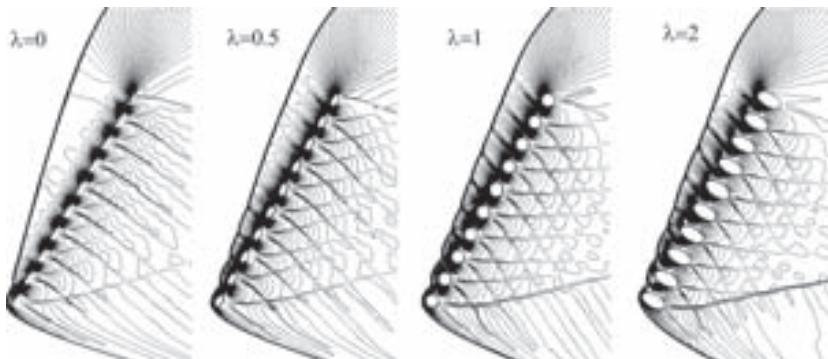


Рис. 3. Обтекание решеток с различными элементами

Если в качестве элемента решетки используется отрезок (эллипс с удлинением $\lambda = 0$, толщина решетки равна 0), то на такой решетке положительная подъемная сила не создается (рис. 1, б). Результаты расчета варианта $h = 2, \lambda = 0,5, M = 6$ также показывают, что и в этом случае подъемная сила отрицательна. Во всех других рассчитанных случаях существует некоторый диапазон угла атаки, в котором реализуется положительное значение подъемной силы (боковая сила на представленных схемах течения будет направлена вверх). Для реализации положительной подъемной силы на решетке с круговыми элементами необходимо, чтобы зона повышенного давления, создаваемая нижерасположенным элементом, попадала на нижнюю поверхность вышестоящего элемента. На рис. 4, а представлены C_x и C_y в зависимости от λ при фиксированных других параметрах: $h = 2, M = 6, \alpha = 30^\circ$. Для создания положительной подъемной силы в качестве элементов решетки необходимы элементы удлинением не менее $0,8$. На рис. 4, б представлены аэродинамические свойства решетки с круговыми элементами при числе Маха $M = 3$. Уменьшение числа Маха приводит к изменению диапазона углов атаки, в котором реализуется положительная подъемная сила, но порядок величины коэффициента C_y сохраняется. На рис. 4, в приведена картина обтекания решетки $h = 2$ в условиях $M = 3, \alpha = 30^\circ$.

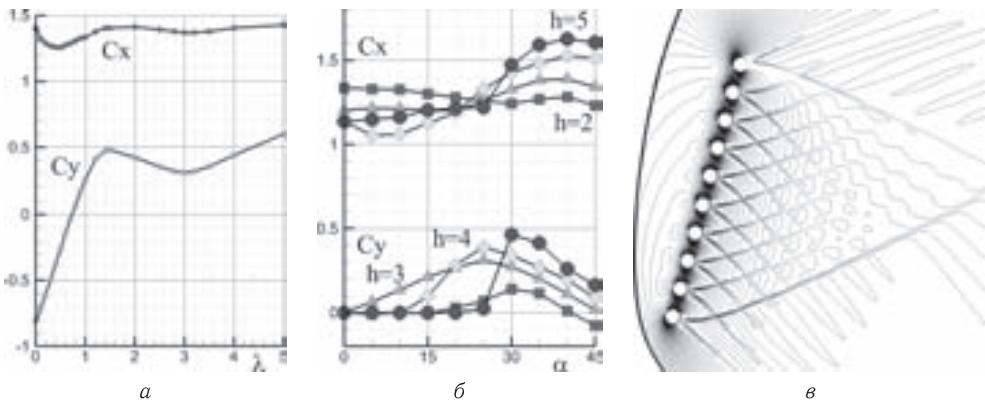


Рис. 4. Влияние удлинения элементов решетки и числа Маха

Полученные результаты важны для понимания эффектов взаимодействия высокоскоростных газовых потоков с проницаемыми объектами, а также для усовершенствования теории проницаемой поверхности [2].

- Гувернюк С. В., Максимов Ф. А. Сверхзвуковое обтекание плоской решетки цилиндрических стержней // Журнал вычислительной математики и математической физики. — 2016. — Т. 56, №6. — С. 1025–1033.
- Гувернюк С. В. Сверхзвуковое обтекание проницаемых экранов // В кн. «XI Всероссийский съезд по фунд. пробл. теор. и прикл. механики. Сборник докладов». — Казань: Изд-во Казанского ун-та, 2015. — С. 1092–1094.

МОДЕЛЬ ТУРБУЛЕНТНОЙ СТРУИ ВОЗДУХА, ВЫТЕКАЮЩЕЙ ИЗ ОБЛАСТИ ВОЗДУШНОЙ ПОДУШКИ

Н. В. Дьяченко

РГГМУ, Санкт-Петербург, Россия

Для оценки засаливаемости двигателей амфибийных судов на воздушной подушке (АСВП) необходимо знать количество морской воды, выносимое струей воздуха из воздушной подушки (ВП) на высоту расположения воздухозаборных устройств АСВП. Получить эту информацию возможно только теоретическим путем, одним из этапов которого является расчет траекторий капель воды в атмосфере. Для расчета траекторий капель используется система уравнений [1]

$$\begin{aligned} \frac{dw_x^*}{d\tau} &= A|V_r^*|V_{rx}^*, & \frac{dw_y^*}{d\tau} &= A|V_r^*|V_{ry}^* - Fr, \\ \frac{dx^*}{d\tau} &= w_x^*, & \frac{dy^*}{d\tau} &= w_y^*. \end{aligned} \quad (1)$$

Здесь τ — время; w_x^* , w_y^* — составляющие относительных скоростей капли; V_r^* — функция, описывающая поле скоростей воздуха в струе, выходящей из ВП, коэффициент $A = (3/8)C_x(\rho/\rho_w)(1/r)$ определяет силу сопротивления воздуха при движении капли радиуса r , $Fr = gH/(V_a^2)$ — число Фруда, H — глубина ВП. При интегрировании уравнений (1) использованы зависимости коэффициента C_x от числа Рейнольдса [2]. Из приведенных уравнений следует, что для расчета траектории

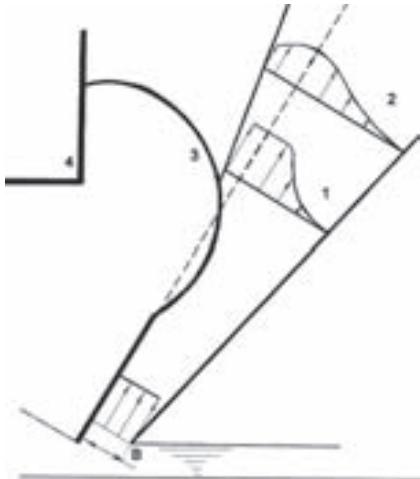
капли воды в атмосфере над уровнем моря необходимо знать поле скоростей $V(x, y)$ в струе воздуха, которая вытекает из области ВП.

Если струя воздуха является свободной турбулентной струей, не ограниченной ничем, кроме неподвижного воздуха в атмосфере, то граничные области струи начинают взаимодействовать с неподвижным воздухом окружающей среды, вовлекать неподвижный воздух в движение путем турбулентного перемешивания. Масса движущегося воздуха увеличивается, границы струи расширяются. При этом в соответствии с законом сохранения количества движения скорости в струе воздуха уменьшаются, — в большей степени у границ струи, — в меньшей степени по центральной оси струи. Струя воздуха начинает размываться. Естественно, что качественное проявление размывания усиливается по мере удаления от начального участка струи в районе уровня поверхности моря.

Поле скоростей свободной турбулентной струи хорошо изучено и описано в литературе, однако ознакомление с реальными конструкциями современных АСВП позволяет прийти к выводу, что процесс истечения воздуха является более сложным, чем в свободной турбулентной струе.

На начальном участке движения воздуха в атмосфере струя не является свободной, она ограничена с одной стороны «твёрдой» конструкцией резино-тканевого материала гибкого ограждения (рис. 1).

Длина этого участка струи может различаться у различных АСВП. Она может быть определена по чертежам гибкого ограждения. Но для большинства судов, по-видимому, вертикальный размер этого участка близок к высоте гибкого ограждения, т. е. расстоянию от нижней кромки навесных элементов до плоской части днища судна. Естественно, что этот размер должен быть уменьшен на H — глубину впадины ВП.



Длина этого участка струи может различаться у различных АСВП. Она может быть определена по чертежам гибкого ограждения. Но для большинства судов, по-видимому, вертикальный размер этого участка близок к высоте гибкого ограждения, т. е. расстоянию от нижней кромки навесных элементов до плоской части днища судна. Естественно, что этот размер должен быть уменьшен на H — глубину впадины ВП.

Наличие твердой стенки вдоль одной из границ струи приводит к тому, что вдоль этой границы не происходит вовлечение неподвижного воздуха в движение. Следовательно, уменьшение скорости воздуха в струе происходит не так значительно, как в свободной турбулентной струе. Только после прохождения воздухом зоны контакта с гибким ограждением начинается зона свободной турбулентной струи. Понятно, что другая граница струи, находящаяся в контакте с неподвижным воздухом, размывается и происходит сужение области ядра струи, в котором величина скорости первоначально не изменяется.

Изложенное выше позволяет сделать вывод о том, что описать поле скоростей воздуха над уровнем моря, в котором движутся капли воды, вынесенные струей воздуха из

Рис. 1. Схема поля скоростей турбулентной струи, использованная при расчетах траекторий капель: 1 — начальный участок; 2 — основной участок; 3 — гибкое ограждение АСВП; 4 — металлический корпус АСВП

области воздушной подушки, достаточно трудно. В целях упрощения решения задачи возникает необходимость построения модели турбулентной струи, соответствующей условиям вытекания воздуха из ВП.

В качестве такой модели в дальнейшем будем рассматривать струю воздуха после истечения из ВП как половину свободной турбулентной струи, осевая линия

которой проходит по границе с поверхностью навесного элемента гибкого ограждения. Величины скоростей в поперечных сечениях турбулентной струи определяем по формуле Гертлера [3] на начальном участке струи и по формуле Гиневского [3] на основном участке.

Примем систему прямоугольных декартовых координат с началом в точке, в которой осевая линия турбулентной свободной струи пересекается с уровнем поверхности моря. Тогда координаты y_0 всех капель жидкости в начальный момент движения будут равны нулю. Определить величины координаты x_0 для каждой отдельной капли воды не удается, поэтому считаем, что все капли в начальный момент движения расположены на середине струи, вытекающей из ВП $x_0 = b_1/\sin \delta$, где b_1 — полуширина начального сечения струи, δ — угол наклона гибкого ограждения (и осевой линии струи) к горизонту. Ширина струи воздуха на выходе в атмосферу равна $b_1 = Q_t/V_s$, где Q_t — величина расхода воздуха на единицу длины гибкого ограждения, а величина V_s — средняя скорость воздуха в сечении струи на выходе в атмосферу. Численное интегрирование системы (1) с начальными условиями позволяют выполнить расчет траектории капли воды над уровнем моря.

1. Дьяченко Н. В. Динамика движения капель воды в облаке брызг, окружающем амфибийное судно на воздушной подушке (АСВП) при боковом ветре // Труды ЦНИИ им. акад. А. Н. Крылова. — 2011. — Вып. 59(343). — С. 165–176.
2. Дьяченко Н. В. Структура брызгового облака, образующегося при взаимодействии воздушной струи с возмущенной поверхностью склона впадины воздушной подушки (ВП) // Материалы XI Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2016), 25–31 мая 2016 г., г. Алушта, Крым. — М.: Изд-во МАИ, 2016. — С. 84–86.
3. Стернин Л. Е. Основы газодинамики двухфазных течений в соплах. — М.: Машиностроение, 1974. — 212 с.

ХАРАКТЕРИСТИКИ ИМПУЛЬСНОГО ДЕТОНАЦИОННОГО ДВИГАТЕЛЯ И ИХ СРАВНЕНИЕ С ХАРАКТЕРИСТИКАМИ ПВРД*

A. D. Егорян, K. C. Пьянков

ЦИАМ, Москва, Россия

Обсуждается используемый в «Центре импульсно-детонационного горения — ЦИДГ» (научный руководитель — С. М. Фролов) способ сравнения импульсных детонационных двигателей (ИДД) и прямоточных воздушно-реактивных двигателей с горением в дозвуковом потоке (ПВРД) по их удельным импульсам. Необходимость такого обсуждения обусловлена тем, что в принятом в ЦИДГ подходе к расчету удельного импульса ИДД использован прием, который более чем вдвое завышает значения этой характеристики относительно ее действительной величины. В противоположность этому для удельного импульса ПВРД берутся заниженные значения. В итоге удельный импульс ИДД заметно превышает удельный импульс ПВРД либо близок к нему.

В [1–3] вводится понятие «средней суммарной силы F , действующей на двигатель в полете»: «Эта сила складывается из силы тяги F_T и силы аэродинамического сопротивления F_R ... для определения силы тяги F_T , создаваемой ИДД,

*Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (17-01-00126).

необходимо знать силу F_R его аэродинамического сопротивления в полете. Силу F_R можно определить, решив ту же задачу, что и при расчете F , но без зажигания топливовоздушной смеси». Суммарная сила, действующая на неработающий двигатель, в [1–3] считается сопротивлением двигателя, хотя эта суммарная сила никакого отношения к сопротивлению работающего двигателя не имеет. Вычитая силу, действующую на неработающий двигатель, удаляется сопротивление «предкамерной» части ИДД, камеры сгорания («на стадии продувки и заполнения») и сопла в случае неработающего двигателя. То есть, фактически, ими предлагается тягой двигателя считать разность суммарных сил действующих на работающий и неработающий двигатели.

Например, при числе Маха $M = 3$, высоте полета $H = 9,3$ км для пропано-воздушной смеси (ПВС) при длине, практически цилиндрических, внешних обводов 2 м, диаметре $D = 0,083$ и учете сила внешнего сопротивления для турбулентного режима обтекания, из данных статей [1–3], получен удельный импульс ИДД [5] ($I_{sp} = 818$ с). Полученный импульс более чем в два раза меньше приведенных величин $I_{sp} = 1720$ (1890) с и на 30% меньше 1200 с — значения I_{sp} ПВРД, названного в [2] и, как показано ниже, значительно заниженного.

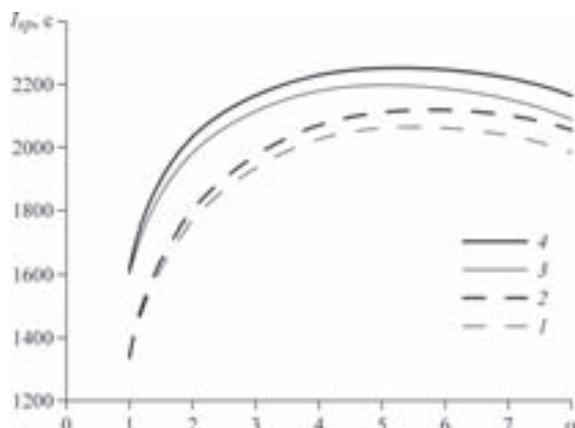


Рис. 1. Зависимость I_{sp} от коэффициента избытка воздуха для ПВРД с соплами двух типов: $S_n = S_c$ ($H = 9,3$ км) (1) и 16 км (2); $p_n = p_\infty$ ($H = 9,3$ км) (3) и 16 км (4))

В [5] для расчета значения удельного импульса ПВРД, площадь поперечного сечения цилиндрической камеры сгорания S_c была принята равной площади входа в воздухозаборник. Предполагавшийся равновесным состав продуктов сгорания ПВС на выходе из камеры сгорания рассчитывался в программе Chemkin. Течение в сопле считалось замороженным. Кинетические и термодинамические свойства ПВС и ее продуктов сгорания определялись в соответствии с GRI-Mech версии 3.0. Равновесные расчеты течения в сопле показали, что в рассмотренных условиях предположение о замороженности течения занижает I_{sp} ПВРД не более чем на 1,5%.

Коэффициенты восстановления полного давления в воздухозаборнике (σ) и потеря скорости в сопле на трение и рассеяние (φ) принимались равными: $\sigma = 0,75$, $\varphi = 0,96$. Режим обтекания воздухозаборника, как и в [1–4], предполагался расчетным. После вычисления скорости V_n , давления p_n и плотности ρ_n на срезе сопла удельный импульс ПВРД определялся по общепринятой формуле:

$$I_{sp} = [(G_a + G_f)V_n\varphi - G_a V_\infty + (p_n - p_\infty)S_n] / (gG_f),$$

в которой G_a и G_f — массовые расходы воздуха и горючего (пропана), S_n — площадь среза сопла, V_∞ и p_∞ — скорость и давление невозмущенного потока воздуха, а $g = 9,81 \text{ м/с}^2$ — ускорение свободного падения.

Расчеты проводились для двух типов сопел: сопел с одинаковым, как и в [1–4], сужением и расширением ($S_n = S_c$) и сопел полного расширения ($p_n = p_\infty$). В первом случае внешние обводы ПВРД цилиндрические. На рисунке приведены зависимости удельного импульса ПВРД в зависимости от коэффициента избытка воздуха.

На высоте $H = 9,3$ км ПВРД с соплом полного расширения ($p_n = p_\infty$) максимум $I_{sp} \approx 2190$ с реализует при $\alpha \approx 5$. Если же, как в [1–4], радиус среза сопла равен радиусу камеры сгорания ($S_n = S_c$), то максимальная величина I_{sp} практически при том же α снижается до 2060 с. Однако и в этом случае I_{sp} ПВРД превышает I_{sp} ИДД [1–4] в два с половиной раза.

1. Frolov S.M. Pulse Detonation Propulsion // Paper presented at the AVT-185 RTO AVT/VKI Lecture Series held at the von Karman Institute, Rhode St. Genise, Belgium, 13–16 September 2010. — Р. 4-1-4-43.
2. Иванов В. С., Фролов С. М. Математическое моделирование рабочего процесса и тяговых характеристик воздушно-реактивного импульсного детонационного двигателя в условиях сверхзвукового полета // Химическая физика. — 2011. — Т. 30, №7. — С. 48–61.
3. Зангиев А. Э., Иванов В. С., Фролов С. М. Тяговые характеристики импульсного детонационного двигателя в условиях сверхзвукового полета на разных высотах // Химическая физика. — 2013. — Т. 32, №5. — С. 62–75.
4. Зангиев А. Э., Иванов В. С., Фролов С. М. Сравнение трехмерного и двумерного расчетов тяговых характеристик воздушно-реактивного импульсного детонационного двигателя в условиях сверхзвукового полета // Химическая физика. — 2014. — Т. 33, №12. — С. 37–41.
5. Егорян А. Д., Крайко А. Н., Пьянков К. С., Тишин А. П. О расчете характеристик импульсного детонационного двигателя и их сравнении с характеристиками ПВРД // Теплофизика и аэромеханика. — 2016. — Т. 23, №2. — С. 307–310.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПОДВОДА ЭНЕРГИИ НА ПРОЦЕСС ФОРМИРОВАНИЯ ОКОЛОЗВУКОВОЙ ОБЛАСТИ В СВЕРХЗВУКОВОМ ПОТОКЕ В КАНАЛЕ ПЕРЕМЕННОГО СЕЧЕНИЯ*

В. П. Замураев^{1,2}, А. П. Калинина^{1,2}

¹*ИТПМ СО РАН, Новосибирск, Россия;* ²*НГУ, Новосибирск, Россия*

Одним из способов снижения потерь полного давления в высокоскоростных ПВРД является предварительное торможение потока до околозвуковых скоростей [1]. В [2] представлен численно-аналитический анализ условий, при которых возможно создание околозвуковой области в плоском канале с помощью струи и пристеночного энергоподвода, исследовано влияние величины энергии и положения зон ее подвода перед струей на формирование устойчивых режимов с протяженной околозвуковой областью в сверхзвуковом потоке в канале с $M \approx 2$. Канал состоит из сопла, секций постоянного сечения и расширяющегося участка. В секцию постоянного сечения втекает струя и подводится энергия выше по потоку в

*Работа выполнена в рамках проекта СО РАН III.22.6.2 и при финансовой поддержке РФФИ (грант №17-08-00183).

пристеночных зонах. Однако канал с прямоугольным сечением имеет определенные недостатки с точки зрения изностойкости, осесимметричная форма канала является более предпочтительной. В работе представлены результаты исследований для осесимметричных каналов, аналогичных плоскому каналу по длине секций и площадям поперечных сечений.

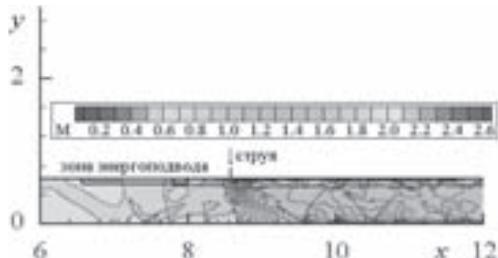


Рис. 1. Фрагмент поля чисел Маха в секции постоянного сечения

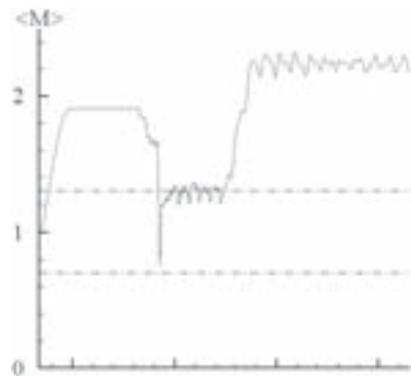


Рис. 2. Распределение вдоль канала числа Маха, осредненного по сечению. Штрих-пунктирные линии дают коридор трансзвуковых скоростей

Рассмотрено течение в канале переменного сечения с размерами, соответствующими экспериментальной установке [1]. В секции постоянного сечения осуществляется пристеночный импульсно-периодический подвод энергии (на рис. 1 узкий прямоугольник), и инжектируется кольцевая струя (здесь все размеры отнесены к диаметру критического сечения на входе в канал). В расчетах размеры зоны энергоподвода и подводимая мощность, а также ширина щели варьировались. Инжекция производилась из газогенератора с давлением $p = 2$ атм. Для численного моделирования используются нестационарные уравнения Эйлера. В качестве примера на рис. 1 приведена возникающая ударно-волновая структура течения в секции постоянного сечения: отношение площадей кольцевой щели и соответствующего отверстия в эксперименте равно восьми; энергия источника эквивалентна количеству теплоты, выделяющейся при сгорании водорода в воздухе ($T = 1000$ К) при коэффициенте избытка $\alpha = 3,5$. Период подвода энергии равен $\Delta t = 3,2$ (обезразмерен на отношение диаметра критического сечения к скорости звука). Показан момент времени перед очередным подводом энергии. На рис. 2 приведено распределение вдоль канала числа Маха, осредненного по сечению. В результате совместного действия источника и струи возникает область трансзвукового течения.



Рис. 3. Диаграмма «нормированная мощность N » — «период Δt подвода энергии»

На рис. 3 изображена диаграмма «нормированная мощность N » — «период Δt ». Мощность N нормирована на произведение $3\rho a^3 S$, где S — поперечная площадь секции постоянного сечения, ρ и a — плотность и скорость звука на входе в канал.

Штрихпунктирные линии ограничивают предельные значения мощности для случая с пристеночными источниками без струи, когда происходит переход на

режим с запиранием. Ромбы дают численное решение без запирания, кружки — с запиранием. Заштрихованная область на диаграмме соответствует околозвуковой области при совместном действии струи и пристеночных источников для плоского канала. Ее ширина составляет практически 40% от нижней границы, что означает устойчивость по отношению к возмущениям. Это обеспечивается механизмом отрицательной обратной связи по давлению. Окрашенная область дает аналогичный коридор, полученный для осесимметричного канала.

С целью оценки влияния вязкости проведены расчеты на основе *transition SST*-модели турбулентности при втекании струи в плоский канал с непрофилированным соплом. На рис. 4 показано двумерное распределение числа Маха в канале.

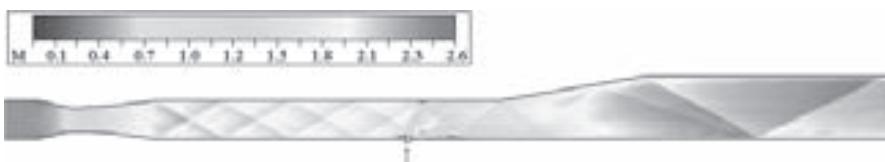


Рис. 4. Поле чисел Маха в плоском канале с учетом турбулентности

Из графика следует, что турбулентность оказывает сколько-нибудь заметное влияние только на область отрыва перед втекающей струей. Вне этой области влияние турбулентности на ударно-волновую структуру течения ограничено малым расстоянием от стенок канала. Параметры отрывной зоны влияют на процесс воспламенения топливной смеси в пристеночной области.

Рассмотренный механизм взаимодействия струи и тепловых источников с потоком в канале является положительным аргументом к обоснованию способа запуска процесса горения в камере сгорания, объясняющий, почему в эксперименте [1] интенсификация горения не приводит к запиранию канала, но формирует устойчивый режим горения. Турбулентность потока может оказывать значительное влияние на воспламенение в пристеночной области.

1. Третьяков П. К., Забайкин В. А., Прохоров А. Н. Высокоскоростной ПВРД с пульсирующим режимом запуска // XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теор. и прикл. мех. — Казань: Изд.-во Казанского ун-та, 2015. — С. 3778–3780.
2. Замураев В. П., Калинина А. П. О возможности создания устойчивой околозвуковой области в сверхзвуковом потоке в канале // Тепловые процессы в технике. — 2016. — Т. 8, № 7. — С. 292–296.

ТРАНСЗВУКОВОЕ ОБТЕКАНИЕ СИММЕТРИЧНОГО КРЫЛОВОГО ПРОФИЛЯ ПРИ ОДНОСТОРОННЕМ ДВУХМОДОВОМ ПОВЕРХНОСТНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ*

В. П. Замураев^{1,2}, А. П. Калинина^{1,2}

¹*ИТПМ СО РАН, Новосибирск, Россия;* ²*НГУ, Новосибирск, Россия*

Колебания поверхности при трансзвуковом обтекании рассматривается обычно в связи изучением бафтина или флаттера [1–3]. При изучении этих явлений моделируется начало развития процесса в течение нескольких периодов, результатом че-

*Работа выполнена в рамках проекта СО РАН III.22.6.2.

го является ответ на вопрос — будет ли иметь место бафинг или флаттер. При численном моделировании используются нестационарные уравнения Эйлера [2] или Навье–Стокса [1, 3]. Получение конечной картины обтекания в результате большого количества периодов колебаний не входит в задачу исследования. В данной

работе рассматривается параметрическое исследование влияния на трансзвуковое обтекание вынужденных колебаний участка профиля, не вызывающих ни бафинга, ни флаттера. В работе [4] показано, что при определенном выборе параметров одномодовых вибраций в форме стоячей волны можно получить улучшение аэродинамических характеристик (рис. 1).

Из-за высокой частоты параметрические исследования [4] проведены на основе численного решения нестационарных уравнений Эйлера. Кривые на рис. 1 получены при постоянной амплитуде скорости колебаний, которая близка по величине к скорости набегающего потока. Зависимость аэродинамических характеристик от периода немонотонна.

Рис. 1. Коэффициенты подъемной силы C_y (1) и волнового сопротивления C_x (2) в зависимости от периода Δt

Поэтому возникает вопрос, как будет влиять на обтекание многомодовое силовое воздействие той же средней мощности, что и одночастотное. В качестве первого шага исследовано влияние двухмодового колебания. Значения частот отличаются в два раза. Низкая частота двухмодового колебания равна частоте одномодового колебания. Обе частоты лежат в правой части графика рис. 1, т. е. соответствуют монотонному участку графика со сравнительно слабым наклоном, вследствие чего закономерно ожидать, что отличия не будут значительными. Обе гармоники представляют собой стоячие волны с одинаковым энергетическим вкладом. На рис. 2 представлено сравнение одно- и двухмодового колебания одинаковой мощности.

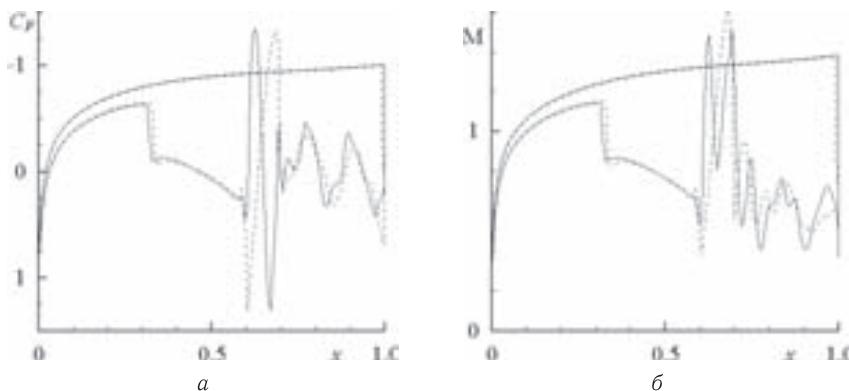


Рис. 2. Распределения коэффициента давления (а) и числа Маха (б) для одно- и двухмодового колебания штриховая и сплошная линия соответственно

На рис. 2, а и б показаны распределения коэффициента давления и числа Маха для одно- и двухмодового колебания в нулевой фазе. Положения ударных волн практически совпадают. При этом отличия в аэродинамических характеристиках незначительны и не превышают 5%; наибольшее отклонение от стационарного

обтекания наблюдается при двух модах. Если обе частоты двухмодового колебания не лежат на монотонном участке графика рис. 1, то отличия от одномодового колебания с низкой частотой той же мощности могут быть более значительны.

Таким образом, проведенные предварительные исследования показывают, что воздействие двухмодового колебания на процесс трансзвукового обтекания крылового профиля определяется суммарной мощностью, если обе частоты соответствуют монотонному участку зависимости аэродинамических характеристик от частоты, и в значительной мере зависят от величин составляющих частот в противном случае.

1. Липатов И. И., Винь Ф. Т. Численное моделирование процессов возникновения бафтина для крыла ONERA M6 // Научный вестник Московского государственного технического университета гражданской авиации. — 2014. — №200. — С. 133–140.
2. Ишмуратов Ф. З., Кузьмина С. И., Мосунов В. А. Расчетные исследования трансзвукового флаттера // Ученые записки ЦАГИ. — 1999. — Т. 30, №3–4. — С. 151–163.
3. Веденеев В. В., Колотников М. Е., Макаров П. В., Фирсанов В. В. Трехмерное моделирование флаттера лопаток компрессоров современных ГТД // Вестник СГАУ. — 2011. — №3 (27). — С. 47–56.
4. Zamuraev V. and Kalinina A. The impact of unilateral vibrations on aerodynamic characteristics of airfoils in transonic flow // Journal of Physics: Conference Series **722** (2016) 012018 doi:10.1088/1742-6596/722/1/012018.

ИССЛЕДОВАНИЕ ТУРБУЛЕНТНОГО ПРИСТЕННОГО ТЕЧЕНИЯ С ОТРИЦАТЕЛЬНЫМ ГРАДИЕНТОМ ДАВЛЕНИЯ*

B. M. Зубарев

ИПМех РАН, Москва, Россия

В данной работе численным методом исследовалось течение в пограничном слое несжимаемой жидкости при отрицательном градиенте давления (эксперимент F0141A Samuel&Joubert, где были измерены различные осредненные и турбулентные величины в пограничном слое). Все экспериментальные данные взяты из AFOSR-STANFORD 1980–81 базовой библиотеки измерений турбулентных течений [1, 2]. Результаты проекта совместного тестирования моделей турбулентности (Collaborative Testing of Turbulence Models) [3] доступны как в виде дисков, так и в виде архива [4]. В настоящих расчетах применялась пристеночная модель турбулентности $k-\varepsilon$ из работы [5, 6]. Эта модель использовалась ранее в работах [7, 8] при исследовании влияния параметров турбулентности набегающего потока на ламинарно-турбулентный переход для течения над плоской пластиной при большой степени интенсивности турбулентности и показала результаты, совпадающие с экспериментом. Модель получена для полной скорости диссипации энергии турбулентности, в ней используются только две пристеночные функции, учитывающие влияние малых турбулентных чисел Рейнольдса $Re_t = k^2/\nu\varepsilon$ и демпфирующий эффект стенки. В рамках этой модели получается точное асимптотическое поведение основных турбулентных величин вблизи стенки [9]. Полученные в данной работе численные результаты хорошо предсказывают экспериментальные данные тестового течения F0141A, особенно профили средней скорости, значения кинетической энергии турбулентности и напряжения трения.

*Исследование выполнено при поддержке гранта РФФИ №16-01-00172.

В расчетах в качестве определяющих параметров были взяты: длина $D = 1$ м, скорость потока на бесконечности $V_\infty = 0,222639 \cdot 10^2$ м/с. В численных исследованиях число Рейнольдса набегающего потока было определено так: $Re_\infty = V_\infty D / \nu = = 1,76 \cdot 10^6$. Начальный безразмерный профиль средней скорости $u_0(y)/u_e$ в эксперименте задается при $x = 1,04$ м (201 точка, получен интерполяцией от измеренных профилей в сечениях $x = 0,855$ м и $x = 1,16$ м). Начальный профиль $k_0(y)$ рассчитывался по результатам измерений среднеквадратичных пульсаций $\sqrt{u'^2}$, $\sqrt{w'^2}$, $\sqrt{v'^2}$ в начальном сечении. Профиль скорости диссипации энергии турбулентности $\varepsilon_0(y)$ в эксперименте F0141A получен из условия локального турбулентного равновесия (генерация кинетической энергии P_k равна ее диссипации ε).

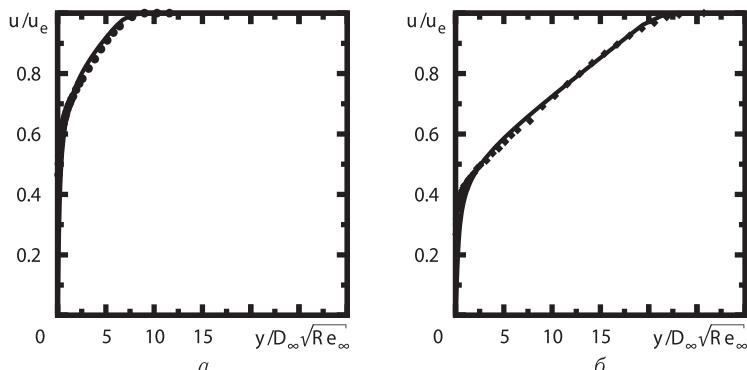


Рис. 1. Профиль средней скорости $u(y)$ при $x = 1,44$ м (а): — расчет; ● — экспериментальные точки; при $x = 3,40$ м (б): — расчет; ♦ — экспериментальные точки

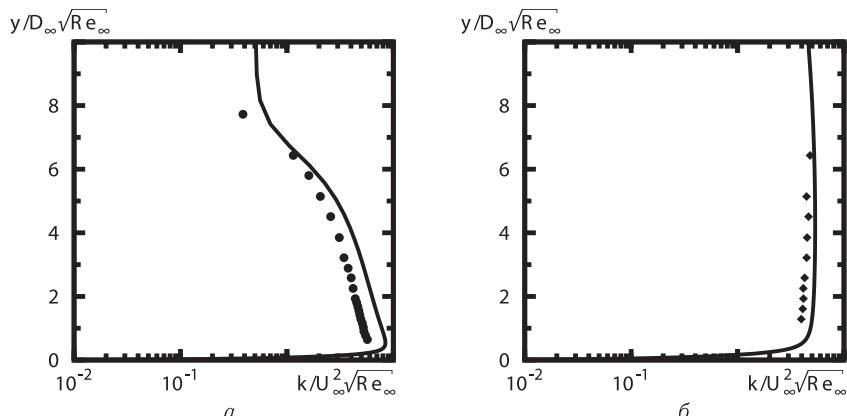


Рис. 2. Профиль кинетической энергии турбулентности $k(y)$ при $x = 1,44$ м (а): — расчет; ● — экспериментальные точки; при $x = 3,39$ м (б): — расчет; ♦ — экспериментальные точки

Результаты. Постановка задачи основывается на системе уравнений для осредненных характеристик двумерного турбулентного пограничного слоя несжимаемой жидкости в системе координат, нормально связанной с поверхностью тела [8] и модели турбулентности $k-\varepsilon$, которая развита для полной скорости диссипации энергии турбулентности, учитывающей влияние близости стенки и малых турбулентных чисел Рейнольдса. Численные результаты получены для профилей про-

дольной компоненты скорости, кинетической энергии турбулентности, скорости ее диссипации и коэффициента трения.

Для проверки моделирования параметров турбулентности приведено сравнение расчетных и экспериментальных профилей средней скорости $u(y)$ в области близкой к началу (рис. 1, а, $x = 1,44$ м) и к концу измерений (рис. 1, б, $x = 3,40$ м).

На рис. 2, а и б приведены распределения энергии турбулентности $k(y)$ в областях близких к началу и к концу измерений.

Характеристики динамического пограничного слоя и параметров турбулентности детально изучены при наличии продольного градиента давления. Представленные расчетные результаты показали их хорошее соответствие экспериментальным данным по профилям средней скорости и кинетической энергии турбулентности.

1. The 1980–81 AFOSR-HTTM-Stanford Conference on Complex Turbulent Flows / Eds. S. J. Kline, B. J. Cantwell and G.M Lilley. — Mech. Engg Dept., Stanford University, 1981.
2. Computation of Turbulent Boundary Layers — 1968 AFOSR-IFP-Stanford Conference. Mech. Eng. Dept. Stanford University. V. 1 / Eds. S. K. Kline, M. V. Morkovin, G. Sovran and D.G Cockrell. — 1968; V. 2. / Eds. D. Coles and E. A. Hirst. — 1969.
3. Bradshaw P., Launder B. E., Lumley J. L. Collaborative Testing of Turbulence Models // J. Fluids Eng. — 1991. — V. 113. — P. 3–4.
4. Journals of Fluids Engineering Databank, Index of /ejournals/JFE/data/JFE/DB96-243/d4
<http://scholar.lib.vt.edu/ejournals/JFE/data/JFE/DB96-243/d4/f0141a>
5. Myong H. K., Kasagi N. A new proposal for a $k-\varepsilon$ turbulence model and its evaluation. 1st report, development of the model // Trans. Japan Soc. Mech. Eng. — 1988. — V. B54. — P. 3003–3009.
6. Myong H. K., Kasagi N. A new proposal for a $k-\varepsilon$ turbulence model and its evaluation. 2nd report, evaluation of the model // Trans. Japan Soc. Mech. Eng. — 1988. — V. B54. — P. 3512–3520.
7. Алексин В. А., Зубарев В. М. Моделирование влияния параметров турбулентности набегающего потока на пристеночные переходные течения в пограничном слое // Мат. модел. — 2008. — Т. 20, №8. — С. 87–106.
8. Зубарев В. М. Исследование совместного влияния параметров турбулентности набегающего потока на переход течения в пограничном слое // Тепловые процессы в технике. — 2016. — Т. 8, №1. — С. 4–16.
9. Zubarev V. M. Comparative analysis of various $k-\varepsilon$ turbulence models for laminar-turbulent transition // Препринт ИПМех РАН. — М.: Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, 1997. Препринт №601. — 52 с.

ВЛИЯНИЕ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ НА ПАРАМЕТРЫ ГАЗОВЫХ И ДВУХФАЗНЫХ ДВУХКОНТУРНЫХ ТУРБУЛЕНТНЫХ КОАКСИАЛЬНЫХ СТРУЙ

Ю. В. Зуев

МАИ, Москва, Россия

В ряде устройств двухфазные струи распространяются соосно с газовыми струями, являющимися внешними по отношению к двухфазным. Такие течения реализуются, в частности, в факелях распыливания пневматических форсунок воздушно-реактивных двигателей и газожидкостных форсунок жидкостных ракетных двигателей. При этом на выходе из форсунок формируются турбулентные струи со ступенчатой неравномерностью поперечных полей параметров в начальных сечениях этих струй.

Газовые струи со ступенчатой неравномерностью параметров в начальном сечении описаны в монографии [1], где такие струи называются двухконтурными коаксиальными струями. Двухконтурные коаксиальные струи формируются с помощью двух соосных сопел с радиусами R_1 и R_2 ($R_1 < R_2$). При этом из центрального сопла истекает газ со скоростью u_1 , а из кольцевого канала, образованного стенками сопел — газ со скоростью u_2 . В [1] показано, что свойства коаксиальных газовых струй за пределами переходного участка близки к свойствам обычных затопленных струй, в связи с чем, для расчета струй со ступенчатой неравномерностью параметров можно использовать методику расчета обычных затопленных струй. Свойства таких струй определяются отношением скоростей потоков в наружном и центральном каналах $m = u_2/u_1$ и отношением радиусов центрального и наружного каналов $\beta = R_1/R_2$.

В ряде прикладных задач, в частности отмеченных выше, коаксиальными струями являются внутренняя двухфазная и внешняя газовая струи (такие струи в данной работе называются двухфазными коаксиальными струями). При решении этих задач необходимо выяснить, как влияет внешняя газовая струя на внутреннюю двухфазную струю.

При проведении исследования используется упрощенный вариант математической модели двухфазной струи, приведенной в [2]. В данной работе рассматривается осесимметрическая (круглая) изотермическая изобарическая однокомпонентная газовая струя с монодисперсными частицами. В струе фазовые превращения, коагуляция и дробление частиц отсутствуют. Описание движения газа и частиц проводится в переменных Эйлера. Математическая модель двухфазной струи состоит из системы осредненных уравнений, записанных в приближении пограничного слоя для каждой из фаз, и выражений для моментов корреляции пульсационных параметров фаз. Для вычисления пульсационных скоростей газа и частиц, входящих в выражения для моментов корреляции, используется модель турбулентности, описанная в [3].

Аппроксимация дифференциальных уравнений в частных производных (за исключением уравнения баланса массы газа) разностными уравнениями проводится с использованием неявной шеститочечной конечно-разностной схемы, имеющей второй порядок точности [4]. Нелинейные конвективные члены уравнений расписываются с использованием направленных разностей. Система разностных уравнений решается методом прогонки. Уравнение баланса массы газовой фазы аппроксимируется по явной четырехточечной схеме. Расчет параметров двухфазной струи проводится послойно с переходом от слоя n к слою $n + 1$ с использованием прямоугольной сетки, равномерной в направлении оси y . Количество точек на слое $n + 1$ определяется из условия гладкого перехода всех параметров фаз к их значениям в окружающей струю среде. При достижении заданного максимального количества узлов их число уменьшается в два раза. Точность расчетов контролируется по интегралу избыточного количества движения среды в целом, который должен оставаться постоянным по длине струи. Отличие значения этого интеграла в различных сечениях струи от его значения в начальном сечении струи не превышает 3,5%. Такая точность расчетов достигается при задании максимального количества узлов расчетной сетки в поперечном направлении, равного 60. Обыкновенные дифференциальные уравнения решаются методом Рунге-Кутта второго порядка.

Верификация математической модели проводилась в работах [5, 6]. Во всех случаях получено хорошее согласование теоретических расчетов с данными экспериментов.

С использованием разработанной математической модели двухфазной струи проведены расчеты двухконтурных коаксиальных струй, в которых внутренняя

струя была как газовой, так и двухфазной, а внешняя струя — газовой струей. Анализ результатов выполненных расчетов показал, что при уменьшении β (как за счет уменьшения R_1 , так и за счет увеличения R_2) в случае $m = \text{const} < 1$ дальность двухфазной коаксиальной струи в безразмерном и размерном виде уменьшается. Это качественно согласуется с влиянием параметра β на дальность газовой коаксиальной струи, представленной в безразмерном виде. В размерном же виде при $m = \text{const} < 1$ влияние параметра β на дальность газовой струи со ступенчатой неравномерностью параметров зависит от того, за счет какого радиуса (R_1 или R_2) изменяется параметр β : при уменьшении β дальность газовой коаксиальной струи может как уменьшаться — при уменьшении R_1 , так и увеличиваться — при увеличении R_2 . При $m = 1$ и уменьшении β дальность двухфазной коаксиальной струи уменьшается, приближаясь к дальности коаксиальной газовой струи.

Исследование влияния параметра m на дальность двухфазной коаксиальной струи показало, что чем больше скорость спутной газовой струи, тем меньше дальность коаксиальной двухфазной струи. Эти результаты качественно отличаются от результатов расчетов чисто газовых коаксиальных струй, в которых при увеличении коэффициента m дальность струи увеличивается. Выявленный эффект можно объяснить увеличением коэффициента диффузии частиц во внутренней струе за счет увеличения в ней интенсивности турбулентности газа при наличии внешней газовой струи. В результате при $\beta = \text{const}$ и возрастании m параметры двухфазной струи приближаются к параметрам газовой струи.

1. Теория турбулентных струй / Под ред. Г. Н. Абрамовича. — М.: Наука. 1984. — 716 с.
2. Зуев Ю. В. Влияние граничных условий на характеристики турбулентности двухфазных струйных течений с фазовыми превращениями // Прикладная механика и техническая физика. — 2005. — Т. 46, №3. — С. 29–40.
3. Зуев Ю. В., Лепешинский И. А., Решетников В. А., Истомин Е. А. Выбор критериев и определение их значений для оценки характера взаимодействия фаз в двухфазных турбулентных струях // Вестник МГТУ им. Н. Э. Баумана. Сер. «Машиностроение». — 2012. — №1. — С. 42–54.
4. Пасконов В. М., Полежаев В. И., Чудов Л. А. Численное моделирование процессов тепло- и массообмена. — М.: Наука, 1984. — 288 с.
5. Костюк В. В., Зуев Ю. В., Лепешинский И. А. и др. Исследование процессов межфазного взаимодействия в многофазных турбулентных струях // Математическое моделирование. — 1999. — Т. 11, №4. — С. 59–69.
6. Зуев Ю. В., Лепешинский И. А., Решетников В. А., Истомин Е. А. Особенности двухфазных струй с большой концентрацией дисперсной фазы // Математическое моделирование. — 2012. — Т. 24, №1. — С. 129–142.

ЧИСЛЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ГАЗОДИНАМИЧЕСКОГО ТРАКТА СО-ЛАЗЕРА С КОЛЕБЛЮЩЕЙСЯ СТЕНКОЙ В КАНАЛЕ ТРАКТА

И. Э. Иванов, В. С. Назаров

МАИ, Москва, Россия

Введение. В ходе серии экспериментов на макете сверхзвукового газоразрядного СО-лазера (рис. 1) с предионизацией электронным пучком экспериментально полученная мощность излучения оказалась меньше расчетной. Эксперименты показали, что в поперечном сечении выходного излучения пучок имеет ряд участков

повышенной и пониженной интенсивности. Форма пучка сильно отличалась от кольца. Причину такой неоднородности интенсивности излучения можно объяснить образованием областей разрежения в рабочей смеси газов СО-лазера.

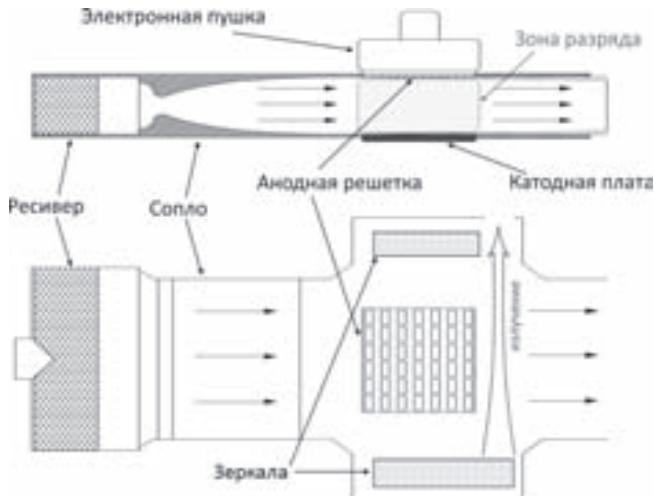


Рис. 1. Схема газодинамического тракта СО-лазера

Математическая модель. Физическая модель среды представляет собой вязкий, теплопроводный термодинамически совершенный газ. Геометрия расчетной области представлена на рис. 2, при этом учитывалось, что вместо анодной решетки стоит сплошная пластина. Математическая модель процесса основана на системе нестационарных двухмерных уравнений Навье–Стокса [1, 2].

Система уравнений решалась на подвижной регулярной сетке следующим образом: конвективные члены аппроксимировались по схеме Годунова [1, 2] первого порядка точности с использованием приближенного метода HLL [5] решения задачи о распаде произвольного разрыва, члены, отвечающие за вязкий перенос, аппроксимировались с помощью аналога центральных разностей. На верхней и нижней стенках введены условия прилипания, стени считаются изометрическими [4].

Численный алгоритм и программный код реализованный на языке C++ в системе Qt Creator оттестирован на решении задач, имеющих аналитические решения. Газодинамическая часть (уравнения Эйлера) тестировалась на решении задачи о распаде произвольного разрыва (тест Сода), уравнения Навье–Стокса [1, 3] тестировались на решении задачи о ламинарном пограничном слое на плоской пластине (текущие Блаузуса).

Описание расчетной области. Расчетная область представляет собой плоский канал, верхняя и нижняя границы которого — твердые стенки (рис. 2). Нижняя стенка неподвижна, а часть верхней стенки подвижна — она прогибается между закрепленными концами, т. е. совершает колебательные движения вверх-вниз. Значения параметров канала:

Величина	L_1	L_2	L_3	L	H
Значение	0,02 м	0,036 м	0,02 м	0,4 м	0,1 м

Результаты вычислений. В табл. 1 приведены некоторые физические параметры задачи и параметры входного потока газа.

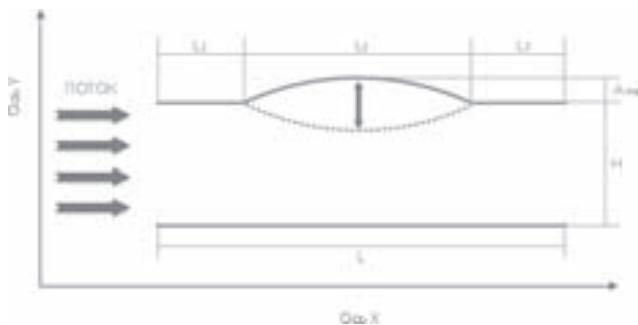


Рис. 2. Газодинамический канал

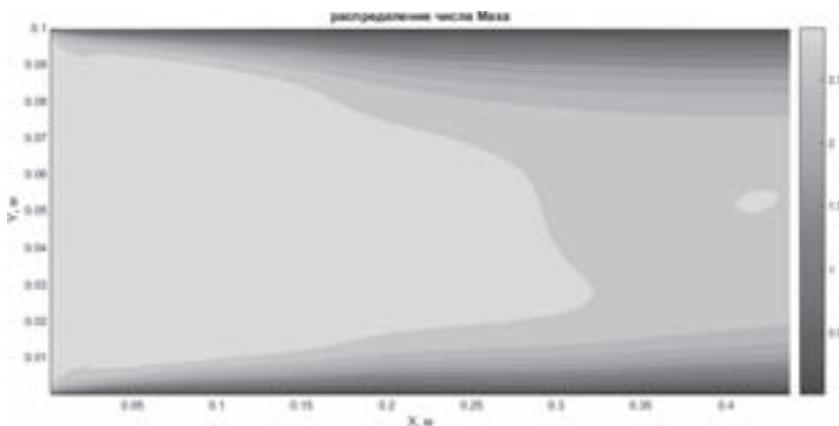


Рис. 3. Распределение скорости в газодинамическом канале после совершения одного колебания стенки. Скорость выведена в числе Маха

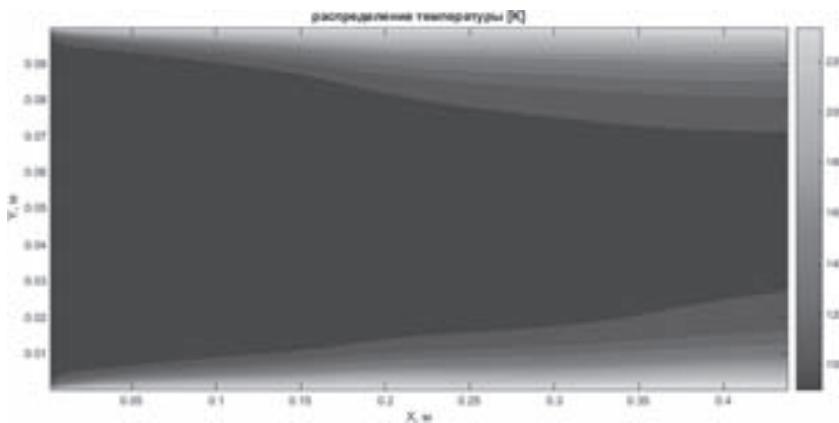


Рис. 4. Распределение температуры в газодинамическом канале после совершения одного колебания стенки. Температура приведена в Кельвинах

На рисунках 3 и 4 видно, значения числа Маха и температуры на высоте 40 мм от центра канала. Значения отличаются от экспериментальных из-за того, что канал, в котором проводили замеры, имеет клиновидную форму, а расчетный прямоугольный, но общая тенденция нарастания пограничного слоя заметна.

Таблица 1

Величина	$m_{\text{моль}},$ кг/моль	γ	$\lambda,$ Вт/м·град	$\mu,$ м ² /с	$\rho_0,$ кг/м ³	$u_0,$ м/с	$v_0,$ м/с	$p_0,$ Па	$T_0,$ К
Значение	0,028	1,4	$19,4 \cdot 10^{-3}$	$1,68 \cdot 10^{-5}$	0,3492	523,13	0	9332	90

Выводы. В данной работе численно исследовано влияние, которое оказывает колебание верхней стенки на поток газа в канале. Показано, что колебание стенки увеличивает толщину пограничного слоя в течении. Таким образом, расчетным путем подтверждена гипотеза о причине понижения скорости в канале вблизи колеблющейся стенки. Можно полагать, что причина понижения скорости в верхней части газодинамического тракта сверхзвукового газоразрядного СО-лазера кроется именно в колебании анодной решетки.

1. Численное решение многомерных задач газовой динамики / Под ред. С. К. Годунова. — М.: Наука, 1976. — 392 с.
2. Волков К. Н., Дерюгин Ю. Н., Емельянов В. Н., Карпенко А. Г., Козелков А. С., Тетерицна И. В. Методы ускорения газодинамических расчетов на неструктурированных сетках / Под ред. проф. В. Н. Емельянова. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2013. — 504 с.
3. Абрамович Г. Н. Прикладная газовая динамика. — М.: Гос. изд-во техн.-теор. лит-ры, 1951. — 507 с.
4. Алексеева И. В., Будник А. П. Двумерная модель неравновесных кинетических процессов в многокомпонентных газовых смесях при сверхзвуковом движении. — Обнинск: ГНЦ РФ Физико-энергетический институт. — С. 8.
5. Toro E. F. Riemann Solvers and Numerical Methods for Fluid Dynamics: A Practical Introduction. — Berlin: Springer-Verlag, 2009. — 721 р.

РАСШИРЕНИЕ ВОЗМОЖНОСТЕЙ ЧИСЛЕННЫХ МОДЕЛЕЙ ANSYS FLUENT ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ АЭРОФИЗИКИ ГИПЕРЗВУКОВЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

D. Р. Исмагилов¹, Г. Ф. Костин², А. В. Лепихов³

¹ЮУрГУ (НИУ), Челябинск, Россия; ²Ю-У НЦ, Челябинская обл., Миасс, Россия;

³АО «ГРЦ Макеева», Челябинская обл., Миасс, Россия

Основной целью работы является адаптация универсального САЕ-пакета, используемого для инженерного моделирования, к задачам расчета гиперзвуковых летательных аппаратов (ГЛА). Необходимость численного моделирования в проектной работе вызвана сложностью геометрических форм перспективных ГЛА, наличием выступов на поверхности, острых кромок, сложностью расчета донного теплообмена.

Для качественного исследования аэродинамики и тепловых режимов ГЛА необходимо учитывать изменение теплофизических и газодинамических параметров обтекающего ГЛА потока, вызванное физико-химическими процессами в высокотемпературных областях течения. Изменение геометрических обводов в процессе абляции и вдув продуктов разрушения тепловой защиты в пограничный слой существенно влияют как на аэродинамику, так и на величину теплового нагружения конструкции. Широкий диапазон исследуемых высот полета приводит к необходимости использования как моделей равновесного газа, так и моделей, учитывающих химическую и термическую неравновесность.

Типичные математические модели, реализованные в универсальных САЕ-пакетах, включают в себя уравнения неразрывности, Навье–Стокса, сохранения энергии поступательного движения частиц и переноса компонент. Анализ доступных САЕ-пакетов показал, что в них отсутствуют инструменты моделирования (в со-пряженной постановке) таких основных эффектов аблации, как рецессия поверхности, поглощение тепла и его унос газовым потоком с поверхности, кинетика процессов деструкции материалов. Отсутствуют модели для учета процессов релаксационного изменения энергии в колебательной моде.

В данной работе представлены следующие математические модели и методики их реализации в САЕ-пакете ANSYS Fluent:

- модель равновесного воздуха в соответствии с данными работы [1], определяющими в полиномиальной форме зависимость теплопроводности, вязкости, теплоемкости, энтальпии и коэффициента сжимаемости воздуха;

- двухтемпературная модель химически и термически неравновесного воздуха с учетом релаксационного изменения энергии колебательной моды;

- модель аблации поверхности тепловой защиты ГЛА с учетом вдува продуктов разрушения тепловой защиты в пограничный слой.

Тестирование реализации модели равновесного воздуха выполнено по экспериментальным данным работы [2], модели неравновесного воздуха — на базе экспериментальных данных [3]. Верификация модели аблации выполнена путем сравнения с результатами расчетов рецессии углерод–углеродного колпака летательного аппарата IRV-2 [4].

Модель равновесного воздуха реализована при помощи UDRGM-модуля (*User-Defined Real Gas Model*) следующим образом.

Система уравнений

$$\frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla(\rho \vec{v}) = S_m, \quad (1)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho \vec{v}) + \nabla(\rho \vec{v} \vec{v}) = -\nabla p + \nabla(\bar{\tau}), \quad \bar{\tau} = \mu \left[(\nabla \vec{v} + \nabla \vec{v}^T) - \frac{2}{3} \nabla \vec{v} I \right], \quad (2)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho H) + \nabla(\vec{v}(\rho H + p)) = \nabla(\lambda_{eff} \nabla T + (\bar{\tau}_{eff} \vec{v})) + S_h, \quad (3)$$

$$\frac{\partial}{\partial t}(\rho H) + \nabla \cdot (\nu'')(\rho H + p) \quad (4)$$

замыкается следующим образом:

$$C_p = F_1(p, T), \quad \mu = F_2(p, T), \quad \lambda_{eff} = F_3(p, T),$$

$$R_{eq} = R_g \cdot Z(p, T), \quad \rho = \frac{p}{R_{eq} T}, \quad \gamma_{eq} = \frac{C_p}{C_p - R_{eq}}, \quad H(p, T) = \int_{T_{ref}}^T C_p dT,$$

$$s = \frac{R_{eq}}{\gamma_{eq} - 1} \cdot \log\left(\frac{p}{\rho^{\gamma_{eq}}}\right), \quad \frac{\partial \rho}{\partial t} = -\frac{\rho}{Z} \cdot \left(\frac{1}{T} + \frac{dZ}{dT} \right), \quad \frac{\partial \rho}{\partial p} = \frac{1}{R_{eq} \cdot T} - \frac{\rho}{Z} \cdot \frac{dZ}{dp},$$

$$\frac{\partial H}{\partial T} = \frac{H(p, T + \Delta T) - H(p, T - \Delta T)}{2\Delta T}, \quad \frac{\partial H}{\partial p} = \frac{H(p + \Delta p, T) - H(p - \Delta p, T)}{2\Delta p}.$$

Функции Z , F_1 , F_2 , F_3 представляют собой табличные функции, задающие зависимость каждого параметра от температуры и давления.

Основные элементы математической модели неравновесного воздуха приняты аналогично [5]. Уравнения переноса колебательной энергии реализуются при по-

моши дополнительных уравнений переноса скалярной величины для компонент O_2 и N_2 , записанных в следующем виде:

$$\frac{\partial(\rho\varphi)}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial x_i} \left(\rho u_i \varphi - G \frac{\partial \varphi}{\partial x_i} \right) = S_\varphi, \quad (5)$$

где G — коэффициент диффузии, $\rho u_i \varphi$ — конвективная составляющая переноса.

Изменение энергии в колебательной моде рассчитывается по приближенной теории Ландау–Теллера и моделируется при помощи источниковых членов S_h и S_φ в уравнениях (3) и (4) соответственно.

Моделирование процесса абляции выполняется при помощи задания подвижной границы. Процессы в твердом теле моделируются при помощи *self-made* программы, выполняющей решение уравнения теплопроводности методом прогонки на декартовой конечно-объемной расчетной сетке. Отдельная подпрограмма решает уравнение уноса и определяет форму поверхности тела. Расчет величины уноса в конкретной точке поверхности выполняется инженерными методиками. Исходными данными для расчета уноса служит численное решение газодинамической задачи и результаты решения твердотельной задачи. Влияние вдува продуктов абляции в пограничный слой моделируется путем задания источника массы в каждой пристеночной ячейке S_m в уравнении (1) и источника энергии S_h в уравнении (3). Данный подход позволяет ввести раздельные шаги по времени для газодинамической и твердотельной задач.

1. Gupta R. N., Lee K.-P., Thompson R. A., Yos J. M. Calculations and Curve Fits of Thermodynamic and Transport Properties for Equilibrium Air to 30 000 K // NASA Reference Publication 1260, October 1991.
2. Widhopf G. Turbulent heat transfer measurements on a blunt cone at angle of attack // 9th Aerospace Sciences Meeting, Aerospace Sciences Meetings. <http://dx.doi.org/10.2514/6.1971-38>.
3. Seror S., Zeitoun D. E., Brazier J.-P., Schall E. Asymptotic defect boundary layer theory applied to thermochemical non-equilibrium hypersonic flows // Journal of Fluid Mechanics. — 1997. — V. 339. — P. 213–238. — doi: 10.1017/S0022112097005247.
4. Hassan B., Kuntz D. W., Salguero D. E., and Potter D. L. A Coupled Fluid/Thermal/Flight Dynamics Approach for Predicting Hypersonic Vehicle Performance // 35th Thermophysics Conference, Anaheim, California, June 11–14 2001, AIAA paper 2001-2903.
5. Суржиков С. Т. Расчетное исследование аэротермодинамики гиперзвукового обтекания затупленных тел на примере анализа экспериментальных данных. — М.: ИПМех РАН, 2011. — 192 с.

ОБ ИСПОЛЬЗОВАНИИ ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ ДИНАМИКИ ВЯЗКОЙ ЖИДКОСТИ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК ВОДОМЕТНОГО ДВИЖИТЕЛЯ

A. Ю. Каверинский, А. Л. Сухоруков, И. А. Чернышев

АО ЦКБ МТ «Рубин», Санкт-Петербург, Россия

Одна из основных задач при проектировании водометного движителя связана с расчетом его гидродинамических (пропульсивных) характеристик, которые сегодня определяются, в основном, на основе экспериментальных исследований. Кроме того, для прогнозирования акустических параметров в ходе экспериментов определяются нестационарные гидродинамические силы на элементы движителя, в

значительной степени связанные с взаимодействием вихревых следов от лопастей направляющего аппарата с лопастями рабочего колеса. Эти работы сопряжены со значительными материальными и временными затратами. Вместе с тем, сегодня в связи с резким ростом производительности вычислительной техники появилась возможность определения гидродинамических характеристик водометного движителя с использованием численных методов динамики вязкой жидкости.

В работе на основе численных методов динамики вязкой жидкости выполнен расчет гидродинамического взаимодействия рабочего колеса, направляющего аппарата и направляющей насадки водометного движителя совместно с корпусом заказа проекта «Борей», а также проведено сопоставление с экспериментальными данными. Результаты этого сопоставления позволяют сделать вывод о корректности применяемой расчетной модели. Данная модель, по крайней мере в сопоставительном плане, позволяет оценивать конструктивные изменения элементов движительного комплекса для оптимизации его пропульсивных характеристик и уменьшения влияния нестационарных гидродинамических сил.

Представленный подход позволяет повысить эффективность проектно-конструкторских работ за счет комплексного многопараметрического анализа влияния различных факторов на гидродинамические характеристики водометного движителя.

1. Menter F. R., Kuntz M., Langtry R. Ten years of industrial experience with the SST turbulence model // Turbulence, Heat and Mass Transfer 4., Begell House, Inc. 2003. — 8 р.
2. Куликов С. В., Храмкин М. Ф. Водометные движители. — Л.: Судостроение, 1980. — 312 с.
3. Самойлович Г. С. Возбуждение колебаний лопаток турбомашин. — М.: Машиностроение, 1975. — 288 с.
4. Шлихтинг Г. Теория пограничного слоя. — М.: Наука, 1974. — 712 с.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИДОННЫХ ЧАСТЕЙ ВОСХОДЯЩИХ ЗАКРУЧЕННЫХ ПОТОКОВ

A. O. Казачинский, И. Ю. Крутова, О. В. Опрышко

СФТИ НИЯУ МИФИ, Челябинская обл., Снежинск, Россия

Довольно часто в природе встречается интересное атмосферное явление — восходящие закрученные потоки воздуха, такие как вихри, смерчи, торнадо, имеющих ряд особых характеристик [1]. Вихри возникают из обычного поднимающегося вверх теплого течения воздуха, нагретого солнцем, который при определенных условиях разгоняется до высоких скоростей, который разрушает все на своем пути.

Схема возникновения природных восходящих закрученных потоков типа торнадо и тропического циклона, ранее не встречающаяся, была предложена и обоснована С. П. Баутином [1] (см. также [2]). Для математического моделирования течение газа в придонной части торнадо, используется в качестве данных натурных наблюдений за торнадо различной интенсивности, шкала Фудзиты [3], также расширенная шкала Фудзиты, где собрана и систематизирована доступная часть данных натурных наблюдений за торнадо. В ней указывается значение ширины полосы разрушения для торнадо различной интенсивности, также значение максимальной скорости ветра.

Для системы уравнений газовой динамики была поставлена одна задача Коши с начальными условиями, заданными на горизонтальной плоскости $z = 0$, для нахождения значений c_0, u_0, v_0 .

Задача Коши решалась с помощью явного метода Рунге–Кутта 4-го порядка точности, на каждом шаге находились значения коэффициентов c_0, u_0, v_0 .

В работе представлены результаты вычислений для углов $\psi = \pi/6, \psi = \pi/4, \psi = \pi/3$, широты, в которых функционируют торнадо. Вычислены значения газодинамических параметров для торнадо всех классов и тропического циклона, а также проведен сравнительный анализ газодинамических характеристик всех классов торнадо по расширенной шкале Фудзиты для углов: $\pi/6, \pi/4, \pi/3$. Проведен расчет кинетической энергии для торнадо всех классов.

1. Баутин С. П. Торнадо и сила Кориолиса. — Новосибирск: Наука, 2008. — 96 с.
2. Баутин С. П., Крутова И. Ю., Обухов А. Г., Баутин К. В. Разрушительные атмосферные вихри: теоремы, расчеты, эксперименты. — Новосибирск: Наука, 2013. — 216 с.
3. Tatsumi F. B., Witton S. J. The transfer of energy from tornado into the ground // Seismological Research Letter. — 2001. — V. 72, No. 1. — P. 12–21.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ГИПЕРЗВУКОВЫХ ТЕЧЕНИЙ ВОЗДУХА С ИСПОЛЬЗОВАНИЕМ ГРАФИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОРОВ

А. Г. Карпенко¹, К. Н. Волков², В. Н. Емельянов³

¹СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия; ²Kingston University, London, United Kingdom;
³БГТУ «Военмех», Санкт-Петербург, Россия

При движении с высокими скоростями летательных аппаратов в атмосфере вблизи тела образуются области с высокими температурами. Поэтому в воздухе начинают происходить химические реакции (диссоциация, ионизация и пр), становятся переменными термодинамические параметры (теплоемкость, показатель адиабаты). При расчете гиперзвуковых течений необходимо учитывать эти процессы. В работе для расчета течений газа используется метод конечного объема на неструктурированной сетке. При расчете трехмерных задач со сложной геометрией необходимо строить подробные сетки. Большие расчетные сетки и учет химических реакций существенно увеличивают время расчета задачи. Одним из способов ускорения вычислений является реализации многопоточных программ на многопроцессорных системах с общей памятью с помощью технологии OpenMP. В другом случае при использовании вычислительных систем с распределенной памятью производится декомпозиция расчетной области и каждая область обрабатывается на своем центральном процессорном устройстве (ЦПУ). В данной работе для вычислений используется графические процессорные устройства (ГПУ) ориентированные на научные вычисления, которые представляют собой векторные процессоры с большим количеством арифметико-логических устройств (АЛУ). Для ГПУ необходимо разрабатывать новые схемы расчета учитывающие особенности архитектуры и имеющие параллелизм на уровне данных.

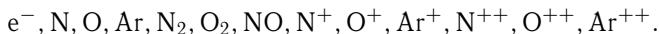
Для расчета течений газа использовался метод конечного объема на неструктурированной сетке, а для интегрирования по времени использовалась многошаговая явная схема Рунге–Кутта. Не вязкие потоки на гранях рассчитывались с помощью различных подходов: точное решение задачи о распаде произвольного разрыва, схема Роэ, схема Русанова. Для обеспечения второго порядка аппроксимации по

пространству использовалась интерполяция решения из центра ячеек на грань, где монотонность схемы достигается с помощью локальных ограничителей. Вязкие потоки на гранях рассчитывались явно, учет зависимости вязкости от температуры производился по формуле Сазерленда.

Для ускорения расчетов основные вычисления выполняются на графическом ускорителе ГПУ. Расчет одного шага по времени можно разделить на несколько процедур, которые выполняются на ГПУ: вычисление глобального минимального шага по времени, заполнение фиктивных ячеек с целью задания граничных условий, вычисление градиентов функций в центрах ячеек, расчет в каждой ячейки функции ограничителя для обеспечения монотонности схемы, расчет на каждой грани конвективных и вязких численных потоков, суммирование для каждой ячейки потоков и вычисления значения в центре ячеек на следующем временном слое. Эти процедуры выполняются последовательно на ГПУ, но в каждой из них для всех ячеек или граней обработка ведется параллельно.

В работе для воздуха рассматривается случай реагирующей смеси газов, состоящей из нейтральных и заряженных частиц. Все химические процессы в воздухе считаются равновесными, а воздух при этом является смесью N_s различных компонентов идеальных газов ($N_2, O_2, NO, N, O, N^+, O^+, Ar, Ar^+$ и т. д.). Поэтому можно составить систему уравнений относительно мольных долей компонентов смеси, состоящую из закона сохранения вещества (сохранения атомов химических элементов), уравнения равновесия химических реакций и закона Дальтона. Такая система уравнений расчета равновесного состава газовой смеси является нелинейной и требует многократного численного решения в каждой расчетной ячейке на каждом временном шаге, и поэтому является наиболее затратной процедурой.

В работе использовался подход разработанный А. Н. Крайко [1], где для воздуха предложено сделать некоторые допущения и уменьшить количество вычислений для определения химического состава и термодинамических параметров. Главным из них было предположение о строго последовательном протекании сначала диссоциации кислорода, за ней — диссоциации азота, а затем — однократной ионизации «средневзвешенной» смеси этих газов и т. д. При рассмотрении каждой последующей реакции предыдущая считалась полностью завершенной. В этом случае система уравнений имеет аналитическое решение и показано, что различие получаемых результатов в таком подходе с решением исходной системы не превышает нескольких процентов. В работе рассматривается модель воздуха учитывающая реакции диссоциации кислорода и азота, реакцию образования окиси азота, возможность появления электронного компонента в силу одинарной и двойной ионизации кислорода, азота и аргона:



С помощью разработанного программного кода произведен расчет обтекания сферическо-конического тела потоком воздуха с учетом реальных термодинамических свойств при различных числах Маха. Радиус сферической головной части $R = 0,66$ м, угол полураствора конуса 10 градусов. Давление набегающего потока $p_\infty = 240$ Па, плотность $\rho_\infty = 2,81 \cdot 10^{-3}$ кг/м³, температура $T_\infty = 297$ К. Такие параметры воздуха соответствуют высоте полета около 40 км над поверхностью земли. Получены поля газодинамических параметров и концентрации химических компонент.

1. Крайко А. Н., Макаров В. Е. Явные аналитические формулы, определяющие равновесный состав и термодинамические функции воздуха для температур от 200 до 20000 К // ТВТ. — 1996. — Т. 34, вып. 2. — С. 208–219.

РЕЗУЛЬТАТЫ ВАЛИДАЦИИ ПАКЕТА ПРОГРАММ ЛОГОС

***E. Ю. Карцева¹, А. В. Панасенко¹, К. А. Панасенко¹,
В. Ю. Рябых², Н. В. Скоморохов¹***

¹ЦНИИМаш, Королев, Московская обл., Россия;

²ФКП «НИЦ РКП», г. Пересвет, Московская обл., Россия

При создании сложных технических устройств на стадии их разработки широкое применение нашли пакеты прикладных программ, в основном зарубежного производства. Пакет программ ЛОГОС разработан в тесном сотрудничестве с научно-исследовательскими организациями и промышленными предприятиями России [1] и проходит апробацию на ряде ведущих предприятий. В настоящей работе в дополнении к [2] рассмотрена валидация пакета программ ЛОГОС на ряде задач, относящихся к старту РН.

Ударно-волновые давления на ракету при старте являются максимальными нестационарными газодинамическими силовыми нагрузками, возникающими при запуске и выходе на режим двигательной установки I ступени, как это видно на рис. 1 (параметры пространства (воздух): $P_a = 101325 \text{ Па}$, $T = 300 \text{ К}$. Радиус сопла 22 мм).

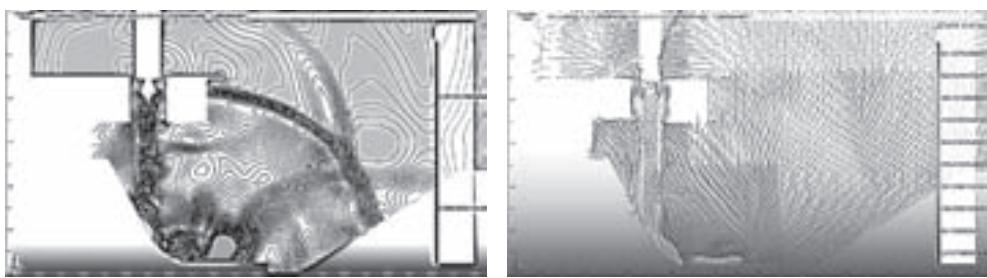


Рис. 1. Временные картины давления (а) и поля скоростей (б) для режима: $M = 3,0$, $n = p/p_a = 1$, $T = 107 \text{ K}$

Ниже, на рис. 2 показаны результаты расчета взаимодействия трехблочных сверхзвуковых турбулентных струй с препятствием в сравнении с результатами эксперимента, описанного в [3]. Параметры пространства (воздух): давление в камере $P_0 = 105$ ати (106 атм), $T_0 = 300 \text{ К}$. Расстояние до препятствия $H = 576 \text{ мм}$, радиус среза сопла 47,7 мм. Экспериментальные и численные распределения хорошо согласуются между собой в пределах допустимой погрешности эксперимента порядка 15% (погрешность самих датчиков, выбиривание препятствия при воздействии на него сверхзвуковых струй, неравномерность поступающего потока в форкамеру).

Ниже приведены результаты расчетов исследования снижения ударно-волновых давлений (УВД) на ракету-носитель (РН) при запуске двигательной установки за счет наличия капель воды под соплом с использованием турбулентной модели течения газа SST-2003. Постановка задачи аналогична работе [4] за исключением учета в представленных расчетах процессов испарения, конденсации, дробления, деформации, столкновения и слипания капель на основе модели квазичастиц. Также был проведен аналогичный расчет при отсутствии капель воды. Начальное давление в расчетной области $P_0 = 1 \text{ атм}$, температура в критическом сечении сопла 2886 К, давление в критическом сечении сопла задавалось ступенчато увеличивающимся

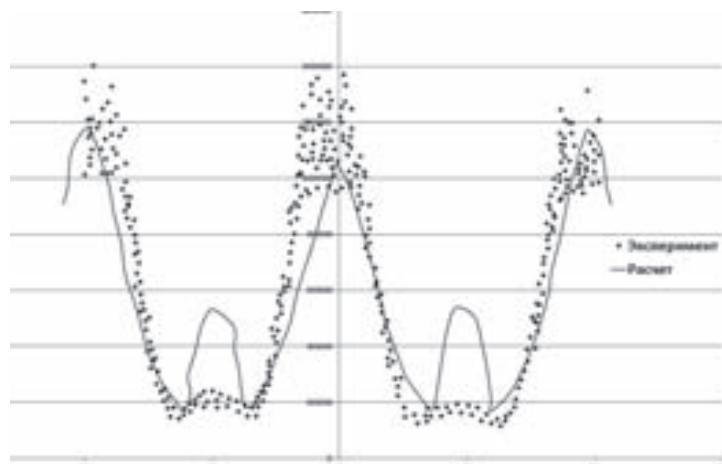


Рис. 2. График распределения давления по преграде в сравнении с результатами эксперимента [3], $H = 576$ мм

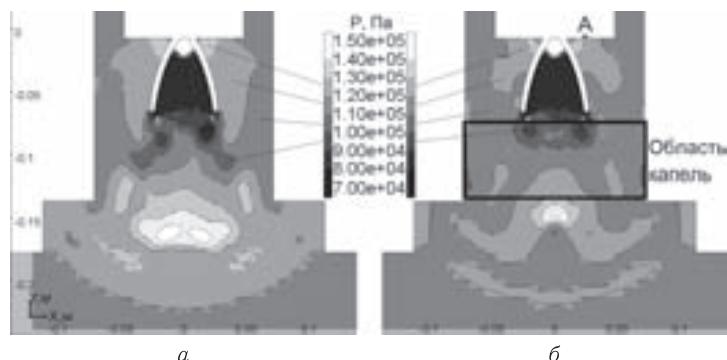


Рис. 3. Поля давления в плоскости симметрии расчетной области при времени $t = 0,55$ мс:
а — без воды, б — при наличии под соплом капель воды диаметром 0,25 мм

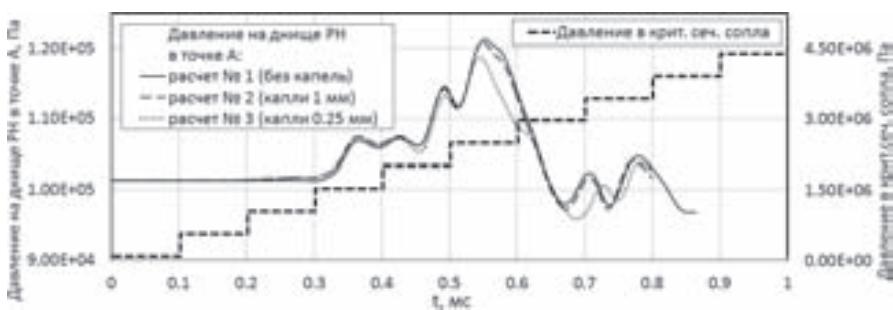


Рис. 4. Давление на днище модели РН в точке А в зависимости от времени

согласно рис. 4. В начале расчета капли были равномерно распределены в области под соплом, выделенной на рис. 3.

На рис. 3 показаны поля давления в плоскости симметрии расчетной области в момент максимальных УВД на днище РН ($t = 0,55$ мс) в расчетах с каплями воды и без них. На рис. 4 представлены давления в точке А на днище РН, показанной на

рис. 3, в зависимости от времени, в расчете без капель и в расчетах с диаметрами капель 1 мм и 0,25 мм. Там же показано давление в критическом сечении сопла в зависимости от времени.

Максимальное избыточное ударно-волновое давление $\Delta P_{max} = P_{max} - P_0$ составило в расчете без капель 0,197 атм, в расчете с каплями диаметром 1 мм — 0,192 атм, в расчете с каплями диаметром 0,25 мм — 0,171 атм. Таким образом, наибольшее снижение УВД по отношению к УВД в расчете без капель наблюдалось в расчете с каплями наименьшего диаметра (0,25 мм) и составило 13%.

1. Погосян М. А., Савельевских Е. П., Шагалиев Р. М., Козелков А. С., Стрелец Д. Ю., Рябов А. А., Корнев А. В., Дерюгин Ю. Н., Спиридовонов В. Ф., Циберев К. В. Применение отечественных суперкомпьютерных технологий для создания перспективных образцов авиационной техники // РФЯЦ-ВНИИЭФ; ОАО «ОАК», ОАО «Компания «Сухой»», г. Москва. ВАНТ, сер. Математическое моделирование физических процессов. — 2013. — Вып. 2. — С. 3–18.
2. Дерюгин Ю. Н., Жучков Р. Н., Зеленский Д. К., Козелков А. С., Саразов А. В., Кудимов Н. Ф., Липницкий Ю. М., Панасенко А. В., Сафонов А. В. Результаты валидации многофункционального пакета программ ЛОГОС при решении задач аэрогазодинамики старта и полета ракет носителей // Математическое моделирование. — 2014. — Т. 26, №9. — С. 83–95.
3. Кудимов Н. Ф., Сафонов А. В., Третьякова О. Н. Прикладные задачи газодинамики и теплообмена в энергетических установках ракетной техники. — М.: МАИ, 2014. — 167 с.
4. Шипилов С. Н. Ударно-волновые процессы при старте ракеты-носителя с пусковой установки полузааглубленного типа при наличии мелкодисперсной пыли вблизи среза сопла // Космонавтика и ракетостроение. — 2015. — №4(83). — С. 57–64.

ЧИСЛЕННЫЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ПРОЦЕССОВ, СОПРОВОЖДАЮЩИХ ОБЛЕДЕНИЕ ЛА В ВОЗДУШНО-КАПЕЛЬНЫХ И ВОЗДУШНО-КРИСТАЛЛИЧЕСКИХ ПЕРЕОХЛАЖДЕННЫХ ОБЛАКАХ*

A. В. Кашеваров^{1,2}, Г. В. Моллесон¹, А. Л. Стасенко^{1,3}

¹ЦАГИ, Жуковский, Московская обл., Россия; ²МАИ, Москва, Россия;

³МФТИ, Долгопрудный, Московская обл., Россия

Дан краткий обзор физико-математических моделей и методов численного исследования взаимодействия газокапельного и газодисперсного потоков с плоским профилем, приводящего к: 1) искривлению линий тока частиц перед столкновением; 2) соударению с поверхностью твердого тела; 3) акреции вещества частиц на обтекаемом теле, сопровождающуюся непрерывным изменением формы последнего; 4) возникновению термических напряжений в растущей наледи. Настоящая работа является развитием [1–3].

Описание динамики капли, подлетающей к обтекаемому телу, учитывает возможность ее деформации вплоть до значений числа Вебера, соответствующих ее разрушению еще до столкновения. В случае кристаллов приняты известные выражения для коэффициента сопротивления и подъемной силы, зависящих от продольной и поперечной несферичности и начальной ориентации частиц.

Частично упругое соударение частицы с поверхностью твердого тела, сопровождающееся ее отскоком без потери массы, описано на основе развитой авторами

*Исследования выполнены за счет гранта Российского научного фонда (проект 16-19-10472).

математической модели, учитывающей физико-механические свойства участников столкновения (частицы и тела). Использована также новая модель, описывающая возможность частичной потери массы под действием разрушающих нормального и тангенциального напряжений.

Развита новая модель жидкой пленки, текущей по поверхности тела и бомбардируемой кристаллами, с учетом зависимости эффективной вязкости образующейся «шуги» от массовой доли тающихся кристаллов, охлаждающих пленку и приводящих к образованию барьера льда.

Сформулирована и численно решена задача Стефана с учетом выделения теплоты кристаллизации на поверхности растущей наледи, приводящей к возникновению больших градиентов температуры и соответствующих термических напряжений, способных вызвать разрушения слоя льда.

Численные исследования проведены на основе метода крупных частиц и с использованием приближенных конформных отображений. Приведены иллюстрации результатов расчетов.

1. Стасенко А.Л., Толстых А.И., Широбоков Д.А. К моделированию оледенения самолета: Динамика капель и поверхность смачивания // Математическое моделирование. — 2001. — Т. 13, №6. — С. 81–86.
2. Моллесон Г.В., Стасенко А.Л. Взаимодействие газодинамически ускоренных частиц с обтекаемым телом // ТВТ. — 2009. — Т. 47, №5. — С. 712–723.
3. Кащеваров А.В., Стасенко А.Л. Моделирование натяжений в наледи на теле, движущемся в электрически заряженном переохлажденном облаке // Математическое моделирование. — 2013. — Т. 25, №2. — С. 86–96.

СТРУКТУРА ТЕЧЕНИЯ ПРИ ОБТЕКАНИИ ОСЕСИММЕТРИЧНЫХ ТЕЛ С ЛОКАЛЬНЫМ ВДУВОМ*

**Е. А. Козлов¹, И. К. Жарова¹, Е. А. Маслов^{1,2},
В. В. Фарапонов¹, Н. В. Савкина¹**

¹НИИПММ ТГУ, Томск, Россия; ²ТГУ, Томск, Россия

Определение аэродинамических характеристик тел в диапазоне чисел Маха $M = 2\text{--}5$ является актуальной задачей проектирования летательных аппаратов различного назначения. При этом возникает необходимость решения ряда научно-технических задач, включающем отработку комплекса технических устройств, реализующих методику экспериментального исследования. В настоящей работе представлена методика и приведены результаты экспериментальных исследований обтекания сверхзвуковым воздушным потоком осесимметричной модели при локальном вдуве газа в пограничный слой на сверхзвуковой аэrodинамической установке импульсного действия [1].

Аэродинамическая установка снабжена системами регистрации давления, датчиками температуры, визуализации и трехкомпонентными тензометрическими вешами для измерения силовых нагрузок, что позволяет получить максимальный объем информации об основных параметрах и структуре воздушного потока в процессе испытаний [2].

В процессе исследований одновременно с весовыми и дренажными испытаниями проводилась визуализация процесса при помощи высокоскоростной видеокамеры.

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №15-19-10014).

меры [2]. Эксперименты проведены для трех моделей обтекания: конус, конус со вдувом в пограничный слой через два отверстия (отверстия расположены сверху и снизу симметрично оси конуса), конус со вдувом в пограничный слой через одно отверстие, расположенное снизу. Условия организации несимметричного вдува: диаметр дренажного отверстия — $0,25 \cdot 10^{-3}$ м, давление в газоходе потока воздуха — 0,5 МПа, скорость вдува $M = 1$.

Для определения коэффициента сопротивления модели в процессе экспериментов с помощью тензометрических весов непрерывно измерялась сила, действующая на поверхность, при обтекании сверхзвуковым потоком. Для каждого значения числа Маха в диапазоне исследования проведено по три измерения продольной силы и, соответственно, рассчитано по три значения коэффициента сопротивления. Сравнение полученных результатов с аналогичными данными других авторов показало их удовлетворительное согласование: в диапазоне чисел $M = 2\text{--}4$ максимальное отличие с данными [3] составило $\sim 8\%$, с данными [4] — $\sim 15\%$.

Сравнение картин обтекания конуса без вдува, с локальным вдувом через одно или два отверстия показало качественное отличие взаимодействующего сверхзвукового воздушного потока с поверхностью конуса. При обтекании конуса с локальным вдувом через одно отверстие (снизу) и конуса с локальным вдувом через два отверстия (расположенных симметрично сверху и снизу) наблюдается отличие углов между формирующимся конусом Маха и поверхностью модели. При локальном вдуве через одно отверстие конус Маха асимметричен.

1. Звегинцев В. И. Газодинамические установки кратковременного действия. Ч. 1. Установки для научных исследований. — Новосибирск: Параллель, 2014. — 551 с.
2. Maslov E. A. et al. An experimental study of flow over flat and axisymmetric bodies // МАТЕС Web of Conferences. — EDP Sciences, 2017. — V. 92. — P. 01056.
3. Артонкин В. Г., Леутин П. Г., Петров К. П. и др. Аэродинамические характеристики острых и притупленных конусов при дозвуковых и сверхзвуковых скоростях // Тр. ЦАГИ. — 1972. — Вып. 1413. — 92 с.
4. Шелудько Ю. В. Измерение донного давления осесимметричных тел малого удлинения // Физико-газодинамические баллистические исследования / Под ред. Г. И. Мишина. — Л.: Наука, 1980. — С. 68–77.

ГЕНЕРАЦИЯ СКАЧКА УПЛОТНЕНИЯ В ОБЛАСТИ МГД-ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ В ГИПЕРЗВУКОВОМ ПОТОКЕ ВОЗДУХА

T. A. Коротаева, В. П. Фомичев, А. П. Шашкин, М. А. Ядрёнкин

ИТПМ СО РАН, Новосибирск, Россия

Разработка перспективных гиперзвуковых летательных аппаратов инициировала продвижение плазменных технологий в область управления структурой высокоскоростных потоков газа. Большое количество расчетных и экспериментальных работ по исследованию различных аспектов магнитоплазменной аэrodинамики было проведено в 50–70 годах прошлого столетия [1, 2]. Однако оценки эффективности МГД-способов управления гиперзвуковыми течениями давали неутешительные прогнозы относительно возможности использования таких систем на борту летательных аппаратов из-за веса оборудования, позволяющего генерировать сильные магнитные поля (> 1 Тл). На период около 30 лет исследовательские работы по изучению способов МГД-управления обтеканием летательных аппаратов были

приостановлены. В начале двадцатого века развитие техники сверхпроводников позволило значительно уменьшить вес и объем генерирующих магнитное поле систем. Вновь возрос интерес к МГД-способам управления газовыми потоками [3, 4]. Более того, современные исследования показали, что для достижения значительного МГД-эффекта достаточно использовать умеренные магнитные поля ($B \leq 1$ Тл) [5].

Целью настоящей работы является расчетно-экспериментальное исследование МГД-способа управления гиперзвуковым потоком воздуха, обтекающим тестовые модели: клина и плоской поверхности, в условиях внешней ионизации.

Эксперименты проводятся на МГД-стенде, созданным на базе одной из ударных труб ИТПМ. Данная установка позволяет моделировать гиперзвуковой поток воздуха, параметры которого (давление, плотность) близки к условиям полета на высоте 30–50 км с числом Maxa $M = 6–10$. МГД-стенд подробно описан в [5]. Одним из условий МГД-взаимодействия в гиперзвуковом потоке в плотных слоях атмосферы при числах Maxa $M = 6–12$, когда термическая ионизация газа не возможна, является поддержание электропроводности газа на необходимом уровне. Для этого могут быть использованы различные электрические разряды в локальной области потока. В данной работе для ионизации потока воздуха используется высокочастотный импульсный электрический разряд. Эксперименты выполнены по схеме, представленной на рис. 1.

Два электрода шириной 1,5 мм и длиной 15 мм размещены заподлицо с обтекаемой плоскостью (50 мм × 50 мм) и отстоят от передней кромки на 15 мм. Постоянное магнитное поле направлено перпендикулярно плоскости и набегающему потоку. Электрический разряд поддерживался импульсом тока около 200 А в течение 120 мкс. Характерные параметры потока в рабочей камере стенда: статическое давление в потоке $P_{\text{ст}} = 12$ Тор, плотность потока $\rho_{\infty} = 0,02$ кг/м³, температура $T_{\infty} = 290$ К, скорость $v_{\infty} = 2000$ м/с, число Maxa $M_{\infty} = 6$.

На рис. 2 представлены характерные фотографии области ВЧ-разряда без потока и магнитного поля (a), в потоке, но без магнитного поля (б), в потоке и в магнитном поле, при величине магнитной индукции 1,75 Тл (в).



Рис. 1. Схема эксперимента

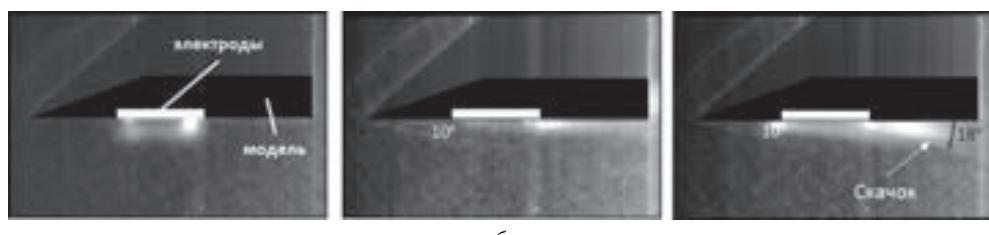


Рис. 2. Взаимодействие ВЧ-разряда с потоком в магнитном поле при обтекании плоскости: а — без потока и магнитного поля; б — с потоком без магнитного поля; в — с потоком при $B = 1,75$ Тл

Можно видеть, что в покоящемся газе без магнитного поля разряд занимает область между электродами (рис. 2, а). Без магнитного поля в сверхзвуковом потоке область разряда «сдувается» за пределы модели (рис. 2, б). Включение магнитного поля приводит к локализации разряда между электродами. При этом из-за торможения потока в магнитном поле (рис. 2, в) в области МГД-взаимодействия генерируется висячий скачок уплотнения. Угол присоединенного к передней кромке пластины скачка уплотнения равен 10 градусам, что без магнитного поля соответствует числу Macha 5,8. Угол наклона скачка, генерируемого областью разряда, равен 18 градусов, что соответствует числу Macha 3,2. По характеру воздействия на течение вблизи модели полученный эффект может быть интерпретирован как «МГД-элерон».

Экспериментальные исследования сопровождались численным моделированием. Постановка задачи для численного исследования определялась схемой экспериментов (рис. 1). МГД-течение моделируется системой исходных уравнений, включающих трехмерные уравнения Эйлера, дополненные членами для учета пандемоторных сил, их работы и Джоулева нагревания, уравнения Максвелла, а также кинетическую схему для учета физико-химических процессов, которые происходят за ударными волнами при гиперзвуковой скорости движения тела. Для получения численного решения в рамках метода конечного объема используется явная разностная схема второго порядка точности аппроксимации, как по времени, так и по пространству.

Представленные в работе результаты численных и экспериментальных исследований возможности МГД-управления гиперзвуковым потоком при обтекании клина и тонкой пластины в условиях близких к движению гиперзвуковых летательных аппаратов в верхних слоях атмосферы, показывают, что для эффективного МГД-управления обтеканием тел достаточно реализовать МГД-взаимодействие в потоке с параметром магнитогидродинамического взаимодействия от 0,05 до 0,10. При этом наблюдается трансформация ударно-волновой структуры обтекания тестовых моделей и генерация новых ударных волн в области МГД-взаимодействия.

1. Ziemer R. W. Experimental Investigations in Magnetoaerodynamics // ARS Journal. — 1959. — V. 29, No. 9. — P. 642.
2. Ericson W. B., Maciulaitis A. Investigation of Magnetohydrodynamic Flight Control // J. Spacecraft. — 1964. — V. 1, No. 3. — P. 283–289.
3. Битюрин В. А., Бочаров А. Н. О наземных МГД экспериментах в гиперзвуковых потоках // ТВТ. — 2010. — Т. 48, №6. — С. 916–923.
4. Shang J. S. Recent research in magneto-aerodynamics // Progress in Aerospace Sci. — 2001. — V. 37. — P. 1–20.
5. Коротаева Т. А., Фомичев В. П., Шашкин А. П., Ядренкин М. А. Исследование МГД-взаимодействия в сверхзвуковом потоке воздуха при $M = 8$ // Журнал технической физики. — 2011. — Т. 81, вып. 3. — С. 10–17.

МНОГОТЕМПЕРАТУРНЫЕ МОДЕЛИ ТЕЧЕНИЙ СМЕСИ $\text{CO}_2/\text{CO}/\text{O}$ ЗА УДАРНЫМИ ВОЛНАМИ

A. A. Косарева, Е. А. Нагнибеда

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия

Исследование колебательной и химической кинетики в смесях, содержащих молекулы углекислого газа, необходимо для плазмохимии, лазерной физики, химических технологий, а также для описания процессов в атмосфере Марса и

аэродинамики космических летательных аппаратов. Течения смесей, содержащих молекулы углекислого газа, ранее исследовались во многих работах как на основе многотемпературных моделей (см., например, [1]), так и при использовании более детального поуровневого описания неравновесной кинетики [2, 3]. Результаты численного моделирования течений в ударном слое около поверхности космического аппарата при его входе в атмосферу Марса рассмотрены в работах [4, 5].

В настоящей работе численно исследовано течение смеси $\text{CO}_2/\text{CO}/\text{O}$ в релаксационной зоне за ударными волнами с учетом диссоциации и колебательной релаксации молекул углекислого газа в рамках трехтемпературного, двухтемпературного и однотемпературного описания, разработанного в [1]. Выбор кинетической модели определяется соотношениями между характерными временами рассматриваемых процессов. В трехтемпературном приближении с учетом быстрого VV_{1-2} -обмена колебательными энергиями между симметричной и деформационной модами и VV_3 -обмена энергиями антисимметричной моды вводятся две колебательные температуры молекул углекислого газа: объединенной (симметрично-деформационной) моды T_{12} и антисимметричной моды T_3 . В двухтемпературном приближении все обмены колебательными энергиями в молекулах CO_2 считаются быстрыми и вводится общая колебательная температура молекул углекислого газа $T_v = T_{12} = T_3$ отличная от температуры газа T . Однотемпературное приближение основано на термически равновесных колебательных распределениях с температурой газа $T = T_v$ и соответствуют условиям, когда все энергообмены происходят значительно быстрее диссоциации. Набор макропараметров, характеризующих течение смеси за фронтом ударной волны, в трехтемпературном приближении включает температуры T , T_{12} , T_3 , числовые плотности компонентов смеси n_{CO_2} , n_{CO} , n_{O} и макроскопическую скорость потока v . В двухтемпературном приближении макропараметрами являются n_{CO_2} , n_{CO} , n_{O} , T_v , T , v , а в однотемпературном n_{CO_2} , n_{CO} , n_{O} , T , v . Молекулы CO рассматривались в равновесном состоянии.

В работе представлены результаты численного интегрирования систем уравнений для макропараметров в трех приближениях за фронтом прямой ударной волны, возникающей при следующих условиях в набегающем потоке: $\rho = 2,93 \cdot 10^{-4}$ кг/м³, $T = 140$ К, $v = 5223$ м/с. Условия, связывающие параметры в набегающем потоке и сразу за фронтом ударной волны, записаны в каждом приближении с учетом колебательных распределений, устанавливающихся внутри фронта за счет быстрых энергообменов при замороженных медленных процессах. Во всех трех приближениях внутри фронта замороженной считается диссоциация молекул CO_2 , а к быстрым процессам относится поступательно-вращательная релаксация. Кроме того, в трехтемпературном приближении во фронте ударной волны происходят быстрые VV_{12} -, VV_3 -обмены, приводящие к установлению двухтемпературных колебательных распределений [1], зависящих от колебательных температур T_{12} , T_3 . В двухтемпературном приближении за счет быстрого энергообмена между объединенной и третьей модами внутри фронта устанавливаются Больцмановские (неравновесные) распределения, зависящие от температуры T_v , не равной T . Колебательные спектры молекул моделируются в данной работе гармоническими осцилляторами. В однотемпературном приближении внутри ударного фронта устанавливаются равновесные Больцмановские распределения по колебательным энергиям молекул CO_2 с температурой газа. Системы уравнений для макропараметров, описывающие течение смеси $\text{CO}_2/\text{CO}/\text{O}$ в релаксационной зоне за фронтом ударной волны, содержат уравнения сохранения массы, импульса и энергии, а также уравнения химической и колебательной кинетики в потоке ударно-нагретой смеси. Уравнения кинетики в каждом из трех приближений содержат коэффициенты скорости диссоциации

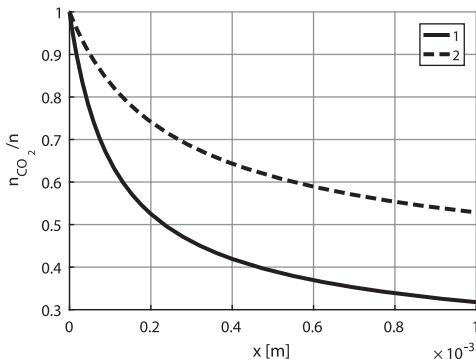


Рис. 1

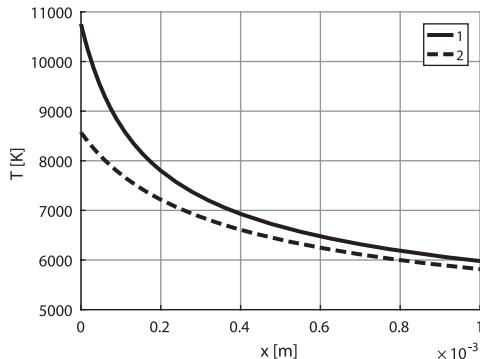


Рис. 2

молекул CO_2 и коэффициенты скорости медленных колебательных переходов (в трехтемпературном и двухтемпературном приближениях). В расчетах использованы экспериментальные данные о скоростях переходов колебательной энергии молекул углекислого газа [6], и обобщенная модель Тринора–Маррона [1] для коэффициентов скорости диссоциации молекул CO_2 , а также данные из работы [7]. На основе полученных численных результатов изучено влияние колебательных распределений и условий в набегающем потоке на макропараметры течения в релаксационной зоне за фронтом ударной волны.

На рис. 1 и 2 представлено изменение числовой плотности молекул углекислого газа и температуры потока в релаксационной зоне в зависимости от расстояния x от ударного фронта. Результаты получены в однотемпературном приближении при следующих условиях в набегающем потоке: $\rho = 2,93 \cdot 10^{-4} \text{ кг}/\text{м}^3$, $T = 140 \text{ К}$ при различных скоростях набегающего потока: 1 — $v_0 = 5223 \text{ м}/\text{с}$; 2 — $v_0 = 4693 \text{ м}/\text{с}$.

Увеличение скорости набегающего потока приводит к более высоким значениям температуры газа сразу за фронтом ударной волны и далее в релаксационной зоне. В этом случае наблюдается значительно более интенсивная диссоциация молекул углекислого газа особенно близко к ударному фронту.

1. Kustova E. V., Nagnibeda E. A. On a correct description of a multi-temperature dissociating CO_2 flow // Chem. Phys. — 2006. — V. 321. — P. 293–310.
2. Armenise I., Kustova E. State-to-state models for CO_2 molecules: from the theory to an application to hypersonic boundary layers // Chem. Phys. — 2013. — V. 415. — P. 269–281.
3. Kustova E. V., Nagnibeda E. A. State-to-state theory of vibrational kinetics and dissociation in three-atomic gases // In: Bartel T., Gallis M. (eds.) Rarefied Gas Dynamics, AIP Conference Proceedings. — 2001. — V. 585. — P. 620–627.
4. Kustova E., Nagnibeda E., Shevelev Y., Syzranova N. Comparison of different models for non-equilibrium CO_2 flows in a shock layer near a blunt body // Shock Waves. — 2011. — V. 21, no. 3. — P. 273–287.
5. Park C., Howe J., Howe R., Jaffe R., Candler G. Review of chemical-kinetic problems of future NASA missions. II: Mars entries // J. Thermophys. Heat Transfer 8. 1. — 1994. — P. 9–23.
6. Losev S. A., Kozlov P. V., Kuznezova L. A., Makarov V. N., Romanenko Yu. V., Surzhikov S. T., Zalgin G. N. Radiation of CO_2 – N_2 –Ar mixture in a shock wave: experiment and modeling // Proceeding of the Third European Symposium on Aerothermodynamics for Space Vehicles. ESTEC, Noordwijk. ESA SP-426.1998. — P. 437–444.
7. Шевелев Ю.Д., Сызранова Н.Г. Влияние различных моделей химических кинетики на сверхзвуковое обтекание затупленных тел потоком углекислого газа // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. — 2007. — Т. 5. — <http://chemphys.edu.ru/issues/2007-5/articles/45/>.

ПРЕДЕЛЫ ПРИМЕНИМОСТИ ФОРМУЛЫ ЛЕНГМЮРА И МОТТ-СМИТА ДЛЯ ДВИЖУЩЕЙСЯ РАЗРЕЖЕННОЙ ПЛАЗМЫ

M. B. Котельников, A. B. Комраков, D. Ф. Нахатакян

МАИ, Москва, Россия

Формула Ленгмюра и Мотт–Смита для движущейся разреженной плазмы [1] может быть использована для обработки зондовых экспериментов, проводимых в потоках разреженной плазмы цилиндрическими зондами. Методами компьютерного моделирования были исследованы пределы применимости данной формулы для практики зондовых измерений.

Проведено компьютерное моделирование работы цилиндрического зонда в потоке разреженной плазмы. Математическая модель задачи — уравнения Власова для ионов и электронов, уравнение Пуассона для самосогласованного электрического поля, а также система начальных и граничных условий [2]. Поверхность зонда предполагалась идеально каталитической, потенциал зонда предполагался постоянным.

Задача решалась методом последовательных итераций по времени. На каждом временном слое для решения уравнения Власова использовался метод характеристик, а уравнение Пуассона решалось численно-аналитическим методом Фурье [2]. Расчет продолжался до установления стационарного значения тока на поверхность зонда.

Проведена серия расчетов зондового тока в зависимости от радиуса и потенциала зонда, а также величины направленной скорости плазмы. Результат каждого расчета сравнивался с результатом, полученным по формуле Ленгмюра и Мотт–Смита.

Было установлено, что при радиусах зонда меньше 5 радиусов Дебая, потенциалах зонда от -5 до $-25kT_i/e$ (T_i — температура ионов, k — постоянная Больцмана, $e = 1,6 \cdot 10^{-19}$ Кл) и значениях направленной скорости плазмы более 4 тепловых скоростей ионов исследуемая разница в пределах 10%, что не превосходит величину погрешности зондовой аппаратуры.

1. Чан П., Телбот Л., Турян К. Электрические зонды в неподвижной и движущейся плазме. (Теория и применение.) — М.: Мир, 1978. — 202 с.
2. Котельников М. В., Гидаспов В. Ю., Котельников В. А. Математическое моделирование обтекания тел потоками бесстолкновительной и столкновительной плазмы. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. — 288 с.

ИССЛЕДОВАНИЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ПЛОТНОСТИ ТОКА ПО ОБВОДУ СПУТНИКА

M. B. Котельников, И. А. Муслаев, И. А. Морозов

МАИ, Москва, Россия

Исследовано распределение плотности тока компонент плазмы по обводу спутника методами компьютерного моделирования. При этом была выбрана геометрия спутника в виде удлиненного цилиндра, расположенного перпендикулярно его направленной скорости, что позволило существенно снизить размерность задачи.

Математическая модель задачи — уравнения Власова для ионов и электронов, уравнение Пуассона для самосогласованного электрического поля, а также система

ма начальных и граничных условий [1, 2]. Поверхность спутника предполагалась идеально каталитической, потенциал спутника предполагался «плавающим». На границе «втекания» функция распределения компонент плазмы предполагалась максвелловской со сдвигом на величину направленной скорости. На границе «вытекания» для функции распределения ставились «мягкие» граничные условия. Потенциал на границе расчетной области предполагался равным нулю, что соответствует потенциальному пространству.

Задача решалась методом последовательных итераций по времени. На каждом временном слое для решения уравнения Власова использовался метод характеристик, а уравнение Пуассона решалось численно-аналитическим методом Фурье [1, 2]. Расчет продолжался до установления стационарного значения тока на поверхность спутника.

Проведена серия расчетов, в которых предметом исследования было распределение плотности тока компонент плазмы по обводу спутника.

Расчеты показали, что плотность тока электронов по обводу спутника меняется незначительно. Плотность тока ионов имеет максимум в лобовой части спутника и минимум в теневой части. Анализ полученных зависимостей позволил сделать вывод о существовании разности потенциалов между лобовой и теневой частью спутника, в результате которой возникает электрический ток.

1. Котельников М. В., Гидаспов В. Ю., Котельников В. А. Математическое моделирование обтекания тел потоками бесстолкновительной и столкновительной плазмы. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. — 288 с.
2. Котельников М. В., Котельников В. А., Ульданов С. Б. Процессы переноса в пристеночных слоях плазмы. — М.: Наука, 2004. — 475 с.

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ЭФФУЗИИ НЕЙТРАЛЬНОГО ГАЗА В ВАКУУМНОЕ ПРОСТРАНСТВО

М. В. Котельников, М. А. Платонов

МАИ, Москва, Россия

Исследована эфузия нейтрального газа в вакуумное пространство методами компьютерного моделирования. При этом была выбрана геометрия отверстия в виде удлиненного прямоугольника, что позволило существенно снизить размерность задачи.

Математическая модель задачи — уравнение Власова для нейтрального газа, а также система начальных и граничных условий [1, 2]. В области отверстия функция распределения нейтрального газа предполагалась максвелловской. На других границах расчетной области ставились «мягкие» граничные условия.

Задача решалась методом последовательных итераций по времени. На каждом временном слое для решения уравнения Власова использовался метод крупных частиц [1, 2]. Расчет продолжался до совпадения тока, истекающего из отверстия, с током через внешнюю границу расчетной области.

Были проведены серии расчетов, в которых предметом исследования была эволюция функции распределения, поля концентраций и скоростей частиц нейтрального газа.

Разработанная методика исследования эфузии разреженного газа в вакуумное пространство представляет общефизический интерес и может успешно применяться в других задачах.

- Котельников М. В., Гидаспов В. Ю., Котельников В. А. Математическое моделирование обтекания тел потоками бесстолкновительной и столкновительной плазмы. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2010. — 288 с.
- Котельников М. В., Котельников В. А., Ульданов С. Б. Процессы переноса в пристеночных слоях плазмы. — М.: Наука, 2004. — 475 с.

МЕТОДИКА ИСПЫТАНИЙ МОДЕЛЕЙ ВОЗДУХОЗАБОРНИКА

М. А. Котов, Л. Б. Руслева, С. И. Соловьевников

ИПМех РАН, Москва, Россия

Элементы конструкции перспективных летательных аппаратов (ЛА) требуют фундаментальных исследований газодинамических процессов при гиперзвуковых скоростях. Исследования могут эффективно осуществляться путем интеграции численных решений и экспериментов.

Настоящая работа относится к исследованию проблем аэродинамики фрагментов перспективных летательных аппаратов, обтекаемых газовыми потоками на гиперзвуковых скоростях при числах Маха $M = 7$ и выработка требований к проведению экспериментов с учетом [1].

В гиперзвуковой ударной аэrodинамической трубе (ГУАТ) ИПМех РАН экспериментально исследованы элементы конструкции плоского входного устройства гиперзвукового прямоточного воздушно-реактивного двигателя (ГПВРД), которые аппроксимировались в виде: двойных острых и затупленных полуклиньев с острой или затупленной кромками.

Одновременно с экспериментами проведен расчет аэротермодинамики процессов обтеканий по авторскому компьютерному коду [2].

Технические возможности установки ГУАТ и краткий обзор ранее полученных на ней результатов приведены в [3–5].

Эскизы испытанных моделей приведены на рис. 1 и 2.



Рис. 1. Эскиз модели с острой нижней кромкой

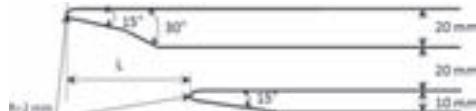


Рис. 2. Эскиз модели с затупленными кромками

Указанные модели закреплялись в аэродинамической части ГУАТ после сопла сначала в одной плоскости, затем со смещением нижней частей модели. Расстояние между передними кромками полуклиньев определялось экспериментально так, чтобы головной скачок уплотнения от верхней кромки падал на переднюю кромку нижней модели. Экспериментально получены теневые фотографии, демонстрирующие скачки уплотнения, образующиеся при взаимодействии струй потока, обтекающего модель, имитирующую плоский канал воздухозаборника ГПВРД. Кадры высокоскоростного видео этих экспериментов показаны на рис. 3. и 4.

Обеспечение требуемой для расчетов и эксперимента величины давления перед соплом, с гарантированной повторяемостью, обусловлено наличием запатентованного быстродействующего клапана. В качестве параметров набегающего потока были взяты давление, температура, плотность и вязкость воздуха, соответствующие



Рис. 3. Теневая картина обтекания модели (рис. 1)



Рис. 4. Теневая картина обтекания модели (рис. 2)

экспериментальным данным при $M = 7,0$ и $T = 100$ К. Численное моделирование по авторским расчетным кодам для конфигурации рис. 4. проведено с использованием структурированной многоблочной нерегулярной расчетной сетки (рис. 5). Сравнение результатов расчета плотности в газовом потоке с экспериментальными данными показано на рис. 6.

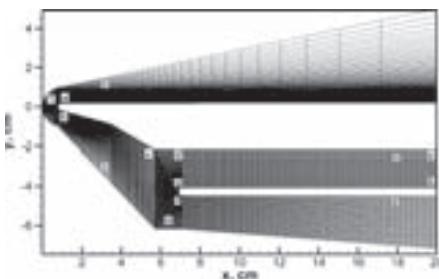


Рис. 5. Шестиблочная сетка для вычислений



Рис. 6. Сравнение расчета давления с экспериментом

Приведены результаты расчета и сравнение с экспериментом, которое показали удовлетворительное согласие. Полученные результаты используются для оптимизации новых моделей ГПВРД.

1. Национальный стандарт Российской Федерации, ГОСТ Р ИСО 9000–2008. Системы менеджмента качества. Основные положения и словарь. Официальное. Москва, Стандартинформ, 2008.
2. Суржиков С. Т. Радиационно-конвективный теплообмен космического аппарата сферической формы в углекислом газе // Теплофизика высоких температур. — 2011. — Т. 49, №1. — С. 92–107.
3. Kotov M., Kryukov I., Ruleva L., Solodovnikov S., Surzhikov S. Supersonic air flows around some geometrical primitives // 33rd AIAA Applied Aerodynamics Conference, 2015, AIAA Pap. 2015-3012, 20 pp.
4. Котов М. А., Рулева Л. Б., Солодовников С. И., Суржиков С. Т. Имитационные модели для исследований в экспериментальной установке ГУАТ // Материалы XI Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2016), 25–31 мая 2016 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2016. — С. 182–185.
5. Kotov M. A., Kryukov I. A., Ruleva L. B., Solodovnikov S. I., and Surzhikov S. T. The Incoming Flow Investigation around Geometric Elements in Hypersonic Shock Tube // 54th AIAA Aerospace Sciences Meeting, AIAA Paper 2016-0312, 2016.

ЗАВИСИМОСТЬ ПОЛИМОРФИЗМА ОТ ХАРАКТЕРИСТИК КРИСТАЛЛОВ ПРИ ИХ ГОМОГЕННОЙ ГЕНЕРАЦИИ

C. И. Кошоридзе, Ю. К. Левин

ИПриМ РАН, Москва, Россия

Массоперенос в жидкости, в том числе известное явление полиморфизма, играет важную роль в науке и технике. Поэтому закономерность формирования той или иной кристаллической фазы в жидкой среде имеет практический интерес. Различают в пересыщенном водном растворе случаи гетерогенной (осаждение на подложку) и гомогенной генерации. Ограничимся рассмотрением гомогенной генерации (в объеме воды), чтобы исключить влияние подложки. Растворимость вещества C_0 (моль/м³) определяется как равновесная концентрация раствора вблизи плоской поверхности кристалла. Вблизи криволинейной поверхности растворимость $C(r)$ зависит от радиуса кривизны r соотношением:

$$r = \frac{2\sigma M}{RT\rho \cdot \ln \frac{C(r)}{C_0}}, \quad (1)$$

где M — молярная масса молекул растворенного вещества, ρ — плотность кристалла, R — универсальная газовая постоянная, T — температура, σ — поверхностное натяжение на границе кристалл–вода.

Вероятность формирования зародыша определяется затратой энергии на образование новой поверхности, т. е. зависит от энергии Гиббса G_0 (Дж/м²) вещества. Табличные значения этой величины относятся к плоской поверхности вещества. В общем случае энергия Гиббса $G(r)$ зависит от радиуса зародыша r :

$$G(r) = G_0 + RT \cdot \ln \frac{C(r)}{C_0}, \quad (2)$$

Отсюда с учетом (1) получим: $G(r) = G_0 + 2\sigma M/(r\rho)$. Каждая кристаллическая фаза имеет свои параметры, приведенные в последней формуле, кроме общей молярной массы молекул M . Поэтому ее энергия Гиббса $G(r)$, как правило, также индивидуальна. Вероятность генерации больше у кристаллографической модификации с наименьшим значением энергии Гиббса $G(r)$.

В качестве примера рассмотрим гомогенную генерацию зародышей в пересыщенному водном растворе CaCO₃. Характеристики вещества приведены в табл. 1 [1].

Таблица 1

		ρ , кг/м ³	G_0 , Дж/моль	σ , Дж/м ²	M , кг/моль
Вещество	1	2	3	4	5
CaCO ₃	кальцит	2711	-1129100	0,16	0,1
	арagonит	2830	-1128200	0,16	0,1
C	графит	2267	0	1,0	0,012
	наноалмаз	3513	2900	1,0	0,012

Определим разность энергий Гиббса образования арагонита $G_A(r)$ и кальцита $G_C(r)$ с учетом (2):

$$\Delta G = G_A(r) - G_C(r) = (G_{A0} - G_{C0}) + \frac{2M\sigma}{r} \left(\frac{1}{\rho_A} - \frac{1}{\rho_C} \right). \quad (3)$$

Из формулы (3) видно, что возрастание ρ кристалла увеличивает вероятность P его формирования, особенно с уменьшением размера зародыша r , как показано на рис. 1, кривая 1. Аналогичный расчет выполнен для полиморфных модификаций углерода: алмаз/графит кривая 2. Здесь $\Delta G = G_D(r) - G_G(r)$, где G_D и G_G — энергии Гиббса образования алмаза и графита, соответственно. Из рис. 1 видно, что вероятности образования зародыша арагонита и кальцита равны при $r = 1$ нм, для углерода вероятности алмаза и графита равны при $r = 1,3$ нм.

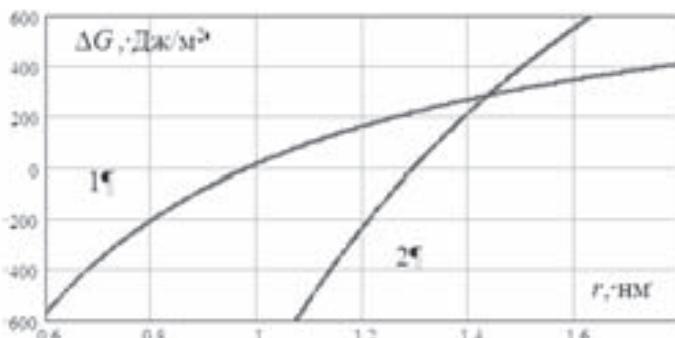


Рис. 1. Зависимость разность энегий Гиббса полиморфных фаз кристалла CaCO_3 от его радиуса: 1 — фазы арагонит/кальцит; 2 — фазы алмаз/графит

Зародыши CaCO_3 радиуса $r < 1$ нм имеют структуру арагонита, а C радиуса $r < 1,3$ нм — структуру алмаза. Соответственно, кристаллы большего размера имеют вторую из возможных структур. Понятно, что фаза кристалла на начальным этапе формирования задает его дальнейшую структуру.

Таким образом, в результате проведенного анализа подтвержден известный экспериментальный факт, что при гомогенной генерации в объеме пересыщенного водного потока с большей вероятностью образуются критические зародыши арагонита. Причина этого состоит в меньшей поверхностной энергии зародыша арагонита из-за его большей плотности (компактности элементарной кристаллографической ячейки). С этим связан механизм противонакипного эффекта при магнитной обработке воды, представленный в работах [2–8].

1. Dean J. A. Lange's Handbook of Chemistry. — McGraw-Hill, Inc., 1999.
2. Кошоридзе С. И., Левин Ю. К. Механизм снижения накипи при магнитной обработке воды в теплоэнергетических устройствах // Теплоэнергетика. — 2013. — № 3. — С. 74–77.
3. Кошоридзе С. И., Левин Ю. К. Влияние магнитного поля на коагуляцию наноразмерных коллоидных частиц // ПЖТФ. — 2014. — Т. 40. — Вып. 16. — С. 80–87.
4. Koshoridze S. I., Levin Yu. K. Model of scale deposition with magnetic water treatment // Nanomechanics Science and Technology: An International Journal. — 2014. — V. 5. — Issue 1. — P. 51–71.
5. Koshoridze S. I., Levin Yu. K. Determining the range of dimensions of nanomechanics objects // Nanomechanics Science and Technology: An International Journal. — 2014. — V. 5. — Issue 2. — P. 141–151.
6. Koshoridze S. I., Levin Yu. K. Z-potential of colloidal nanoparticles as a function of magnetic treatment time and temperature // Nanomechanics Science and Technology: An International Journal. — 2014. — V. 5. — Issue 3. — P. 169–179.
7. Сулайменов Т., Кошоридзе С. И., Левин Ю. К., Ниязова Р. С. Методика предотвращения образования накипи в теплообменной системе электростанции с помощью магнитных полей. Монография. — Астана: Изд-во «Сапа», 2016. — 177 с.

8. Koshoridze S.I., Levin Yu.K. Structure of CaCO₃ nanocrystals on the heat exchanger wall and in a supersaturated aqueous solution // Nanomechanics Science and Technology: An International Journal. — 2016. — V. 7. — Issue 3. — P. 247–259.

О ЗАТУХАНИИ ДЛИННЫХ ВОЛН НА ЗАВИХРЕННОЙ ЖИДКОСТИ

Т. П. Краснослободцева¹, А. В. Краснослободцев²

¹МИТХТ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия; ²РУДН, Москва, Россия

Описание распространения волн в завихренной жидкости является актуальной проблемой математического моделирования вообще и математической теории волн в частности. Основные известные результаты относятся к теории потенциальных волн. Описание волновых процессов в завихренной жидкости находится в начале своего становления. Диапазон практического применения получаемых результатов простирается от моделирования разрушительных цунами в прибрежной зоне океана до вычисления силовых характеристик воздействия развитых волн на корабли и прибрежные сооружения.

Процесс распространения длинных волн (по сравнению с толщиной завихренного слоя жидкости) описывается системой уравнений Бенни, которую мы приведем в одномерном (по пространственной переменной) случае:

$$u_t + uu_x - u_y \left(\int_0^y u_x dy \right) + h_x = 0; \quad h_t + \left(\int_0^h u dy \right)_x = 0. \quad (1)$$

Здесь t — время, x — пространственная координата, $h(t, x)$ — неизвестная высота свободной поверхности однородной гравитирующей жидкости, $u(t, x, y)$ — горизонтальная компонента скорости жидкости. Индекс внизу означает производную по соответствующей переменной. В рассматриваемой системе координат ускорение свободного падения $g = 1$, плотность жидкости также равна 1.

Вводя бесконечную систему моментов $A^n = \int_0^{h(t,x)} (u(t, x, y))^n dy$, систему уравнений Бенни можно записать в виде бесконечной системы законов сохранения Миуры:

$$A_t^n + A_x^{n+1} + nA^{n-1}A_x^0 = 0, \quad n \in [1, 2, \dots, n, \dots]. \quad (2)$$

Рассмотрим функцию распределения в двумерном фазовом пространстве $R^2(x, v)$ с координатами (x, v) , а именно положим

$$f(t, x, v) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n A(t, x)}{n!} \cdot \frac{d^n \delta(v)}{dv^n}; \quad -\infty < v < +\infty; \quad \lim_{v \rightarrow \infty} f(v)v^n = 0. \quad (3)$$

Здесь $\delta(v)$ — функционал Дирака. Функция распределения является обычно регулярной обобщенной функцией, для которой можно написать следующее интегро-дифференциальное уравнение:

$$f_t + vf_x - f_v \int_{-\infty}^{+\infty} f_x dv = 0. \quad (4)$$

При этом высота свободной поверхности перестает быть выделенной искомой переменной, так как $\int_{-\infty}^{+\infty} f dv = h(t, x) = A^0(t, x)$ и, вообще, $A^n(t, x) = (f(t, x, v), v^n)$.

Здесь последнее выражение означает действие обобщенной функции $f(t, x, v)$ на v^n . Уравнению (4) посвящено много исследований, см. [1].

В нашей работе предлагается обобщение уравнения (4) на случай произвольной продольной дисперсии, а именно рассматривается уравнение вида

$$f_t + vf_x - f_v \cdot \int_{-\infty}^{+\infty} K(x - \xi) \frac{\partial}{\partial \xi} \left(\int_{-\infty}^{+\infty} f(t, \xi, v) dv \right) = 0. \quad (5)$$

Здесь $K(x) = \delta(x) + \alpha\delta''(x) + \dots$ определяет произвольную продольную дисперсию длинных волн, α является малой конечной величиной.

Линеаризация уравнения (5) относительно произвольного сдвигового течения $u_0(y)$ приводит к следующему дисперсионному соотношению, описывающему закономерности распространения волн малой амплитуды в завихренной жидкости:

$$\hat{K}(k) \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{k \partial f_0 / \partial v}{kv - \omega} dv = 1; \quad \hat{K}(k) = \int_{-\infty}^{+\infty} K(x) \exp(-ikx) dx; \quad u_0(y) \leftrightarrow f_0(v). \quad (6)$$

Начальная функция распределения $f_0(v)$ находится по начальному сдвиговому течению методами классической теории моментов.

Применим к линеаризованному уравнению (5) преобразование Фурье по пространственной переменной x и Лапласа по времени t . При этом будем считать, что

$$\hat{K}(k) = 1 + \alpha k^2 + \dots \leftrightarrow K(x) = \delta(x) + \alpha\delta''(x) + \dots; \quad \omega = \omega_r + i\gamma, \quad |\gamma| \ll \omega_r, \quad |v| \ll \left| \frac{\omega}{k} \right|. \quad (7)$$

Тогда, следуя классической работе Ландау, можно получить, что решение пропорционально $\exp(-\gamma t)$, где

$$\gamma = -\frac{\pi}{4} \frac{df_0(v)}{dv} \Big|_{v=\frac{\omega}{k}} \cdot \frac{\hat{K}^2(k) \sqrt{\int_{-\infty}^{+\infty} f_0(v) dv}}{\int_{-\infty}^{+\infty} f_0(v) v^2 dv} = -\frac{\pi}{4} \frac{df_0(v)}{dv} \Big|_{v=\frac{\omega}{k}} \cdot \frac{\hat{K}^2(k) \bar{H}}{\int_0^{\bar{H}} u_0^2(y) dy}. \quad (8)$$

Здесь предполагается, что $\frac{df_0(v)}{dv} \Big|_{v=\omega/k} > 0$, \bar{H} — толщина начального завихренного слоя жидкости.

Нетривиальность результата состоит в том, что затухание очень длинных волн практически полностью определяется двумя моментами функции распределения и не зависит от тонкой структуры завихренности в воде.

В заключение отметим, что подобные результаты, видимо, справедливы для слабо нелинейной теории, что является предметом исследований в настоящее время.

1. Красносlobодцев А. В. Газодинамические и кинетические аналогии в теории вертикально неоднородной мелкой воды. — М.: Наука. Труды ИОФАН, 1987. — С. 33–71.
2. Krasnoslobodzev A. V. Instabilities of Long Waves in the Shallow Water with Vorticity // Proceedings of Taiwan Workshop 2008. Taiwan, Tainan, Oct 30–31, 2008. — P. 33.

СОКРАЩЕНИЕ МЕХАНИЗМОВ РЕАКЦИЙ КОМБИНАЦИЕЙ МЕТОДОВ DRGEP И ЗАЦЕПЛЕНИЯ*

В. Г. Крюков, А. Л. Абдуллин, И. И. Сафиуллин, Р. Л. Исхакова

КНИТУ-КАИ, Казань, Россия

В работе [1] нами была представлена трехэтапная техника редуцирования, включающая методы: «зацепления», анализа веществ и анализа реакций. Она оказалась эффективной по качеству сокращения, но требует весьма значительного объема вычислений, особенно, применительно к базовой схеме реактора идеального вытеснения. В докладе представляется новая техника сокращения, использующая алгоритм Дейкстры [2] и модифицированный метод «зацепления». Этот метод [3], использует следующие положения: собран полный механизм химических реакций (С-механизм) для исследуемой реагирующей среды; задана целевые вещества B_t ($t = 1 \dots n_t$), по погрешностям которых будет выполняться сокращение механизма (n_t ; - число целевых веществ); задан порог $\zeta_1 = \text{const}$ (показатель сокращения механизма).

Сокращение проводится в ходе сравнения относительных скоростей (Ω_j) реакций, включенных в С-механизм. Реакция остается если:

$$abc(\nu_{ij}\Omega_j) \geq \zeta_1 K_i \Omega_{im}, \quad j = 1 \dots 2m_c, \quad (1)$$

где Ω_{im} — максимальная относительная скорость в уравнении химической кинетики для i -го вещества; n_c m_c — число веществ и обратимых реакций в С-механизме.

Те реакции и вещества С-механизма, которые не были «зацеплены», считаются несущественными для рассматриваемого режима горения и отбрасываются. Метод «зацепления» требует малого объема вычислений. Однако, этот метод при постоянном пороге $\zeta_{1i} = K_i \zeta_1$ (когда $K_i = 1$) оказался неэффективным и в сокращенный механизм включались малозначащие реакции вместе с веществами, имеющими мизерное влияние на процесс горения. Поэтому в данной работе предлагается комбинированная технология с использованием алгоритма Дейкстры [2], применяемого в задачах теории графов. Этот алгоритм лежит в основе метода DRGEP сокращения реакционных механизмов. Согласно методу DRGEP вершины графа соответствуют веществам, а дуги отражают «силу связи» между ними. Между двумя любыми веществами могут «протянуться» одна прямая и несколько промежуточных связей (рис. 1). Задачей этого метода является определение самых влиятельных связей между целевыми (t) остальными (i) веществами. Если какое-то i -вещество слабо влияет на каждое из t -веществ, то оно исключается из сокращаемого механизма.

Стартовыми точками расчета связей являются вершины целевых веществ. Силу непосредственной связи между двумя любыми i -м и k -м веществами будем определять по формуле:

$$B_{ik} = \frac{G_{ik}}{F_i} = \frac{\sum_j abs\{\nu_{ij}(\Omega_j - \Omega_{j+m_c})\}_k}{\sum_j abs\{\nu_{ij}(\Omega_j - \Omega_{j+m_c})\}}, \quad j = 1 \dots m_c, \quad k = 1 \dots n_c, \quad (2)$$

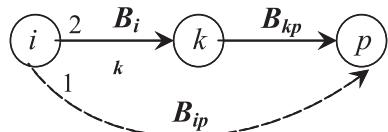


Рис. 1. Фрагмент графа реакций со взвешенными дугами: 1 — прямая связь; 2 — связь через промежуточную вершину

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и правительства Республики Татарстан (№15-48-02454/2016).

где $F_i = \sum_j \text{abs}\{\nu_{ij}(\Omega_j - \Omega_{j+m_c})\}$ — сумма абсолютных разностей всех реакций с участием i -го вещества; $G_{ik} = \sum_j \text{abs}\{\nu_{ij}(\Omega_j - \Omega_{j+m_c})\}_k$ — сумма абсолютных разностей всех реакций с участием как i -го так и k -го вещества.

При наличии промежуточных вершин сила связи между веществами определяется произведением сил связей соединяющих дуг. Например, для фрагмента графа (рис. 1) имеем

$$B_{ip}^{(2)} = B_{ik} \cdot B_{kp}. \quad (3)$$

Процедура Дейкстры, определяет самые влиятельные связи между t -веществами и i -веществами. В результате получим матрицу Z_{it} этих связей. Выбирая из каждой i -й строки самое большое число $G_i = \max(Z_{it})$, получим показатель влияния i -го вещества на целевые. Если значение G_i будет меньше заданного порога, т. е. $G_i \leq \zeta_d$, то i -е вещество удаляется из сокращаемого механизма вместе с соответствующими реакциями. Показатель G_i можно использовать далее для удаления реакций по методу зацепления с переменным порогом, полагая $K_i = 1/G_i$, когда реакции, скорости которых удовлетворяют соотношению (1), следует оставлять в сокращаемом механизме.

Апробация изложенного метода была выполнена для реагирующей смеси «CH₄ + воздух». Полный механизм ее горения содержит 28 веществ и 131 реакций. Редуцирование С-механизма проводилось для условий реактора идеального смешения при: $\alpha_{ок} = 1,0$; $T_0 = 2700$ К; $P = 1$ атм. Время пребывания $\tau_{\text{пр}} = 0,39 \cdot 10^{-4}$ с. Вещество N₂ считалось инертным. Заданный набор целевых веществ составляют: CH₄, O₂, CO₂, H₂O. В расчетах были приняты следующие пороговые значения: $\zeta_d = 0,01$; $\zeta_1 = 0,04$. После применения метода DRGEP сокращенный механизм включал 15 веществ и 58 реакций. При последующем применении метода зацепления число реакций сократилось до 15. Этот сокращенный механизм показан в табл. 1.

Таблица 1
Сокращенный механизм после применения методов DRGEP и зацепления

№	Реакция	№	Реакция
2	H + O ₂ = O + OH	33	CH ₃ + O = CH ₂ O + H
3	H ₂ + O = H + OH	35	CH ₃ + OH = CH ₂ + H ₂ O
4	H ₂ + OH = H ₂ O + H	45	CH ₂ O + H = HCO + H ₂
5	OH + OH = H ₂ O + O	47	CH ₂ O + OH = HCO + H ₂ O
24	CO + OH = CO ₂ + H	48	HCO + M = CO + H + M
27	CH ₄ + H = CH ₃ + H ₂	49	HCO + H = CO + H ₂
28	CH ₄ + O = CH ₃ + OH	51	HCO + O = CO ₂ + H
29	CH ₄ + OH = CH ₃ + H ₂ O		

Затем для проверки эффективности сокращения по разработанной комбинированной технологии к программному обеспечению временно были подключены блоки «анализ веществ» и «анализ реакций». Применение этих блоков требует большого объема вычислений, но они наиболее надежно сокращают реакционный механизм. В результате их применения полученный механизм реакций дополнительно сократился до 13 веществ и 14 реакций. Таким образом, разработанная технология является достаточно эффективной.

1. Spilimbergo A. P., Krioukov V. G., Saflullin I. I. Redução do mecanismo de combustão para fluxos reagentes com base em reatores sucessivos // In: Proceedings of XXXVI Iberian Latin-American Congress on Computational Methods in Engineering, CILAMCE-2015, Rio de Janeiro, Brasil, 2015. — 12 p.
2. Дейкстра Э. В. Дисциплина программирования. 1-е изд. — М: Мир, 1978. — 275 с.
3. Никандрова М. В., Крюков В. Г., Исхакова Р. Л. Сокращение механизмов реакций методом «зацепления» // Журнал Физико-химическая кинетика в газовой динамике. — МГУ, 2007. — Т. 5. — С. 28.

ВЕРИФИКАЦИЯ ПРОГРАММНОГО КОМПЛЕКСА HYSOL ДЛЯ РАСЧЕТА ВЫСОКОСКОРОСТНЫХ ТЕЧЕНИЙ*

И. А. Крюков^{1,3}, Е. В. Ларина³, И. Э. Иванов^{2,3}

¹*ИПМех РАН, Москва, Россия;* ²*МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия;*

³*МАИ, Москва, Россия*

Сверхзвуковые скорости и условия, реализующиеся на больших высотах, сильно ограничивают возможности экспериментального изучения течений около летательных аппаратов (ЛА). Поэтому существенную помощь в проектировании сверхзвуковых ЛА может оказать численное моделирование. С одной стороны, перспективные ЛА имеют сложную геометрическую форму, а поле течения около них может содержать большое количество сильных ударных волн, которые сформировались при обтекании носовой части ЛА, кромок крыльев, воздухозаборника и т. п. С другой стороны требуется довольно высокая точность и надежность получаемых результатов. Это предъявляет довольно жесткие требования к программному комплексу моделирования высокоскоростных течений. В настоящем докладе описываются некоторые результаты верификации программного комплекса hySol, разрабатываемого для расчета высокоскоростных течений около тел сложной геометрической формы.

Программный комплекс hySol предназначен для расчета высокоскоростных пространственных течений на неструктурированных расчетных сетках. Возможно использование гибридных расчетных сеток, которые состоят из тетраэдров, пирамид, призм и шестиугольников. Модули чтения расчетных сеток программного комплекса позволяют использовать для расчета сетки, созданные в ряде известных генераторов сеток: Gambit, GMSH, Pointwise и др. В основу программного комплекса hySol положен численный метод [1], который может рассматриваться как вариант метода Годунова. Для второго порядка точности используется кусочно-линейное восстановление параметров внутри ячеек [2]. Градиенты, необходимые для линейного восстановления, могут быть вычислены либо при помощи теоремы Грина–Гаусса, либо при помощи метода наименьших квадратов.

Известно, что восстановления второго или более высокого порядка требуют использования ограничителей для подавления ложных осциляций решения в областях больших градиентов. В рассматриваемом программном комплексе реализованы ограничители [2, 4, 5].

Невязкие потоки могут быть рассчитаны при помощи различных вариантов точного или приближенного решения задачи Римана. В программном комплексе hySol реализовано большинство популярных решателей задачи. Большинство

*Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты №16-01-00444, 16-38-60185).

представленных результатов получено с использованием AUSM [3]. Градиенты скорости и температуры на гранях ячеек, необходимые для расчета вязких потоков, вычисляются по формулам [6], что позволяет уменьшить ошибки рассогласования метода. Для дискретизации по времени используются явные методы Рунге–Кутта второго или третьего порядка точности [7]. Шаг по времени вычисляется с учетом невязкого и вязкого ограничений на размер шага.

Программный комплекс hySol верифицировался на задачах трех типов:

- 1) «классические» тестовые задачи, которые в течении многих лет публикуются в большом количестве статей по численным методам решения уравнений Эйлера или Навье–Стокса и точное (полученное на очень подробной сетке) численное решение;
- 2) аналитические и полу-аналитические решения уравнений Эйлера и Навье–Стокса;
- 3) результаты экспериментальных работ, полученные с высокой точностью и подтвержденные результатами других экспериментов или расчетов.

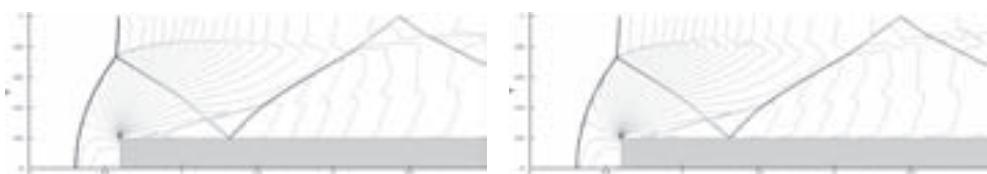


Рис. 1. Решение задачи о натекании сверхзвукового потока на ступеньку

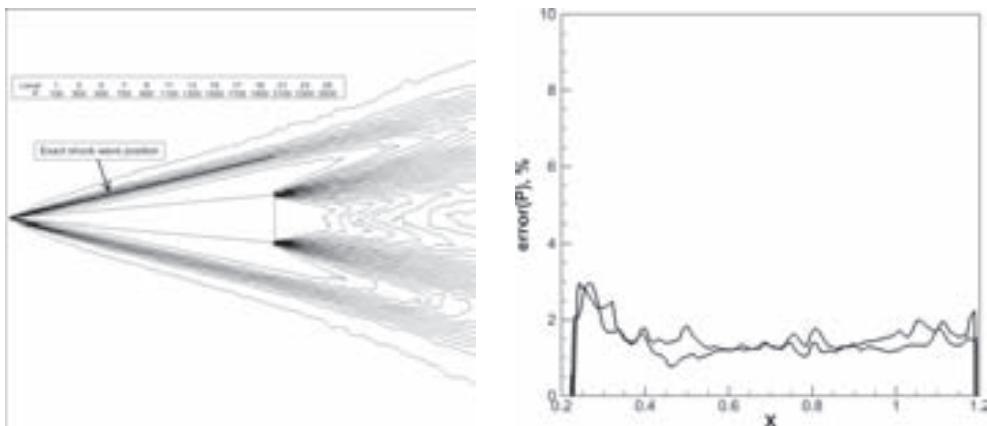


Рис. 2. Обтекание плоского клина сверхзвуковым потоком

В качестве примера «классической» тестовой задачи рассмотрим решение задачи о натекании сверхзвукового $M = 2$ невязкого равномерного потока на ступеньку высотой 0,2 в канале [8]. В большинстве схем годуновского типа схемная вязкость наиболее сильно проявляется в областях, где поток проходит под углом к сеточным линиям, что приводит к образованию у верхней стенки ступеньки ложного энтропийного слоя.

На рис. 1 показаны результаты расчета на двух сетках. Ячейки в плоскости $X-Y$ представляют собой прямоугольники (левый рисунок) и равнобедренные треугольники (правый рисунок). Размер стороны прямоугольников и треугольников совпадает. Решения хорошо соответствуют друг другу. На рис. 2 показаны результаты

расчета течения ($M = 6$) около плоского клина с углом полурасщора 5° . Расчетная сетка тетраэдralьная (500 тысяч ячеек). Точное положение присоединенной ударной волны — сплошная линия (левая часть на рис. 2). На правой части рис. 2 показана погрешность (< 2%) в давлении вдоль верхней и нижней поверхности клина.

В качестве третьего теста использовалась задача об обтекании затупленного конуса под разными углами атаки. Условия в набегающем потоке соответствовали эксперименту [9]: давление торможения 10 атм, температура торможения — 561 К, число Маха — 6,77, число Рейнольдса (по масштабу длины 1 дюйм) — 135 000. В эксперименте использовался конус с углом полурасщора 9° и радиусом скругления 1,89 см. Полная длина модели равнялась 7,87 см. Угол атаки менялся от 0 до 90° . Результаты расчетов показаны на рис. 3 (маркеры — эксперимент [9], расчеты — сплошные линии).

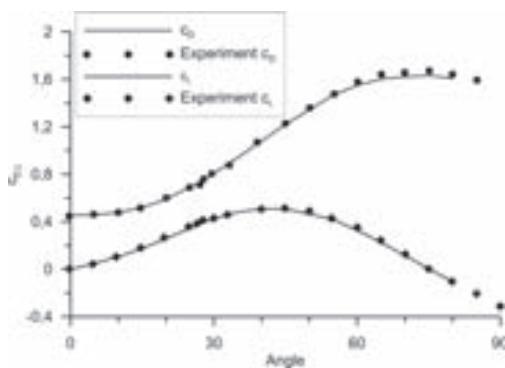


Рис. 3. Аэродинамические коэффициенты затупленного клина в зависимости от угла атаки

1. Боровиков С. Н., Иванов И. Э., Крюков И. А. // Матем. моделир. — 2006. — Т. 18, №8. — С. 37–48.
2. Barth T. J., Jespersen D. C. // AIAA Paper No. 1989-0366, Jun 1989.
3. Liou M. S., Steffen C. J. Jr. // J. of Computational Physics. — 1993. — V. 107. — P. 23–39.
4. Venkatakrishnan V. // J. of Comput. Physics. — 1995. — V. 118. — P. 120–130.
5. Michalak C., Ollivier-Gooch C. // J. of Comput. Physics. — 2012. — V. 228. — P. 8693–9711.
6. Weiss J. M., Maruszewski J. P., Smith W. A. // AIAA Journal. — 1999. — V. 37, No. 1. — P. 29–36.
7. Shu C.-W., Osher S. // J. of Comput. Physics. — 1989. — V. 83. — P. 32–78.
8. Woodward P. R., Colella P. // J. of Comput. Physics. — 1984. — V. 54. — P. 115–173.
9. Neal L., Jr. // NASA TN D-3312, 1966.

ИССЛЕДОВАНИЕ ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ЭФФЕКТОВ В СОПЛАХ ПРИ ИХ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ ДВИЖЕНИЯХ*

И. А. Крюков¹, Е. В. Ларина³, И. Э. Иванов^{2,3}

¹ИПМех РАН, Москва, Россия; ²МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия;

³МАИ, Москва, Россия

Известно, что динамические характеристики ракеты или ракеты-носителя улучшаются, с уменьшением длины расширяющейся части сопла или увеличением геометрической степени расширения сопла. При этом в укороченных соплах с высокой степенью расширения возможны отрывы потока от стенки внутри сопла и возникновение боковых нагрузок. Отрыв потока и связанные с ним явления боковой нагрузки были широко исследованы в течение последних пяти десятилетий. Однако,

*Работа выполнена при поддержке РФФИ (гранты №16-01-00444, 16-38-60185).

не так много работ было посвящено изучению воздействия боковых нагрузок на динамику ракеты-носителя. Представляет интерес и обратная задача: как динамика всей ракеты и отдельно двигательной установки влияет на процесс истечения газа из сопла. Данная работа посвящена разработке алгоритма и программы расчета течения в сопле ракетного двигателя, который совершает колебания относительно под действием вынуждающей силы относительно некоторой оси. Закон колебаний постулируется, стени сопла абсолютно жесткие.

Расчет течения газовой среды возле тела, которое совершает сложное движение в пространстве, может производиться с помощью разных подходов. Одним из таких подходов является использование наряду с неподвижной (абсолютной) системой координат еще и относительной (подвижной, связанной с телом) системы координат.

В соответствии с законами механики скорости в данных системах координат связаны следующим образом: $\vec{V}_a = \vec{V}_r + \vec{V}_{\text{пер}}$, где \vec{V}_a — скорость в абсолютной системе координат, \vec{V}_r — относительная скорость, $\vec{V}_{\text{пер}}$ — переносная скорость. Переносное движение можно представить в виде суммы поступательного и вращательного движения: $\vec{V}_{\text{пер}} = \vec{V}_0 + \vec{\omega} \times \vec{r}$, где \vec{V}_0 — скорость поступательного движения подвижной системы координат, $\vec{\omega}$ — угловая скорость вращения подвижной системы координат, \vec{r} — радиус вектор рассматриваемой точки в подвижной системе координат. Таким образом, $\vec{V}_a = \vec{V}_r + \vec{V}_0 + \vec{\omega} \times \vec{r}$. Соотношения для ускорений: $\vec{a}_a = \vec{a}_r + \vec{a}_0 + 2\vec{\omega} \times \vec{V}_r + \vec{\omega} \times \vec{\omega} \times \vec{r} + \vec{\varepsilon} \times \vec{r}$, где \vec{a}_a — ускорение в абсолютной системе координат, \vec{a}_r — относительное ускорение, второй, четвертый и пятый члены в правой части представляют переносное ускорение (второй член — ускорение поступательного движения подвижной системы координат относительно абсолютной, четвертый — центростремительное, пятое — угловое ускорение, $\vec{\varepsilon}$ — вращательное ускорение), третий член — поворотное кориолисово ускорение.

Система уравнений Навье–Стокса записывается в подвижной (неинерциальной) связанной с соплом системе координат и при этом используются компоненты относительной скорости [1]:

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}_r) &= 0, \\ \frac{\partial \rho \vec{V}_r}{\partial t} + \nabla \cdot (\rho \vec{V}_r \otimes \vec{V}_r + p \bar{I} - \bar{\tau}) &= -\rho(2\vec{\omega} \times \vec{V}_r) - \rho \vec{\omega} \times (\vec{\omega} \times \vec{r}) - \rho \vec{\varepsilon} \times \vec{r} - \rho \vec{a}_0 \\ \frac{\partial E}{\partial t} + \nabla \cdot (\vec{V}_r(E+p)) - \nabla \cdot (\vec{q} + \bar{\tau}_r \vec{V}_r) &= -\frac{1}{2}\rho((\vec{\omega} \vec{\varepsilon}) \vec{r}^2 - (\vec{\varepsilon} \vec{r})(\vec{\omega} \vec{r})) - \frac{1}{2}\rho \vec{V}_r \nabla(\vec{\omega}^2 \vec{r}^2 - (\vec{\omega} \vec{r})^2), \\ E = e + \frac{1}{2} \vec{V}_r^2, \quad \vec{q} = (q_x, q_y, q_z) &— \text{вектор теплового потока.} \end{aligned} \tag{1}$$

Здесь ρ — плотность, p — давление, \otimes — тензорное умножение, \bar{I} — единичный тензор, $\bar{\tau}$ — тензор вязких напряжений, e — внутренняя энергия в единице объема, E — полная энергия в единице объема. $\vec{V}_r = (u, v, w)$, $\vec{r} = (x, y, z)$, $\vec{\omega} = (\omega_x, \omega_y, \omega_z)$, $\vec{\varepsilon} = (\varepsilon_x, \varepsilon_y, \varepsilon_z)$.

Неинерциальность системы отсчета учитывается при помощи введения в источниковый член уравнения сохранения импульсов кориолисовой силы и силы, связанной с переносным ускорением, а в правую часть уравнения сохранения энергии — работу сил от переносного ускорения (кориолисовая сила не совершает работу). Система уравнений дополняется замыкающими соотношениями (уравнениями состояния), уравнениями дифференциальной параметрической модели турбулентности

и соотношениями для вычисления коэффициентов переноса. Граничные условия: на стенке условия прилипания для \vec{V}_r , условия отсутствия отражения на выходных границах, на входе в сопло задаются фиксированные значения давления и температуры.

В данной работе для численного решения системы уравнений используется модификация метода Годунова повышенного порядка точности [2]. Для расчета потоков через грани в настоящем алгоритме используется точные или приближенные (AUSM+) решения задачи о распаде произвольного разрыва (задачи Римана).

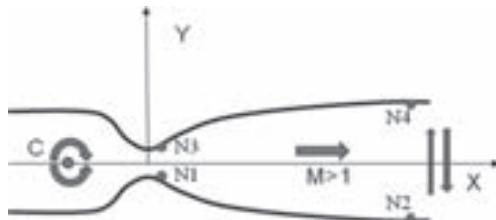


Рис. 1. Схема плоского сопла

С помощью разработанного алгоритма реализующего решение системы уравнений проведены расчеты течения вязкого газа в осесимметричном сопле, совершающем гармонические колебания в «земных» условиях.

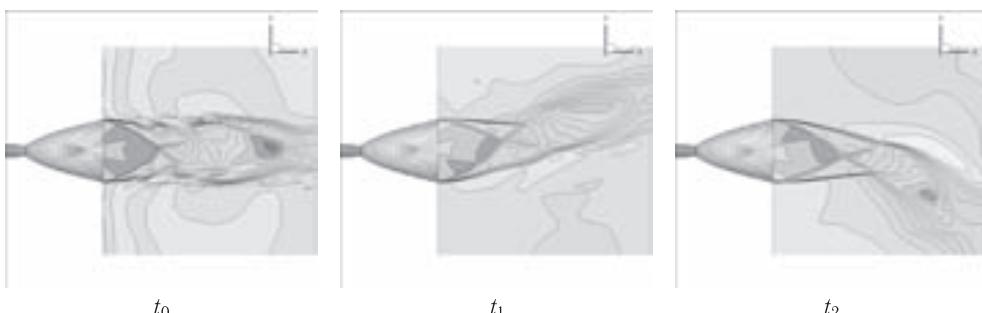


Рис. 2. Поле чисел Маха при течении вязкого газа в осесимметричном качающемся сопле в разные моменты времени

Использовалась нерегулярная расчетная сетка из шестиугольных и тетраэдрических ячеек размером 2 млн ячеек. Сопло совершает вынужденные гармонические колебания в плоскости XY (рис. 1) относительно оси CZ перпендикулярной плоскости рисунка и пересекающей плоскость XY в точке C с координатами $X_C = 0,0$ м, $Y_C = 0$ м (т. е. точка C располагается в минимальном сечении сопла). Закон колебаний оси симметрии сопла $\varphi = A \sin Bt$ имеет параметры $A = 0,2$ рад — амплитуда колебаний угла, $B = 1000$ рад/с при этом круговая частота $1000/2\pi$ 1/с. Расчет течения при колебаниях сопла начинался с установленного состояния течения в нейтральном положении (рис. 2, t_0).

1. Cariglino F., Caresola N., Arino R. External aerodynamics simulations in rotating frame of referens // International Journal of Aerospace Engineering. — V. 2014, Article ID 654037. — 14 p.
2. Глушко Г. С., Иванов И. Э., Крюков И. А. Метод расчета турбулентных сверхзвуковых течений // Математическое моделирование. — 2009. — Т. 21, № 12. — С. 103–121.

ВЛИЯНИЕ ЗАКОНА РЕГУЛИРОВАНИЯ СОСТАВА ТОПЛИВОВОЗДУШНОЙ СМЕСИ НА ЭМИССИЮ ОКСИДА УГЛЕРОДА И ОКСИДОВ АЗОТА В КОЛЬЦЕВЫХ КАМЕРАХ СГОРАНИЯ ГТД

И. И. Кутыш, А. И. Кутыш, Д. И. Кутыш

ООО «ЭКОГИБЕНТ», Москва, Россия

Как известно [1], при запуске, а также на переходных режимах работы ГТД или стационарной ГТУ коэффициент избытка воздуха существенно растет, что сопровождается значительным «обеднением» топливовоздушной смеси (ТВС), ухудшением качества и устойчивости сгорания топлива, а также значительным снижением полноты сгорания топлива и увеличением эмиссии CO.

В данной работе, в развитие результатов работы [1], было исследовано влияние законов регулирования состава ТВС на эмиссию CO и NO_x от кольцевой камеры сгорания (КС) ГТД. Состав ТВС оценивался суммарным коэффициентом избытка воздуха (α_{Σ}).

На рис. 1 приведены типичные экологические характеристики кольцевой КС по CO (рис. 1, а) и NO_x (рис. 1, б) как функции от α_{Σ} , где указаны также предельно допустимые концентрации этих вредных веществ при минимальных и максимальных давлениях воздуха.

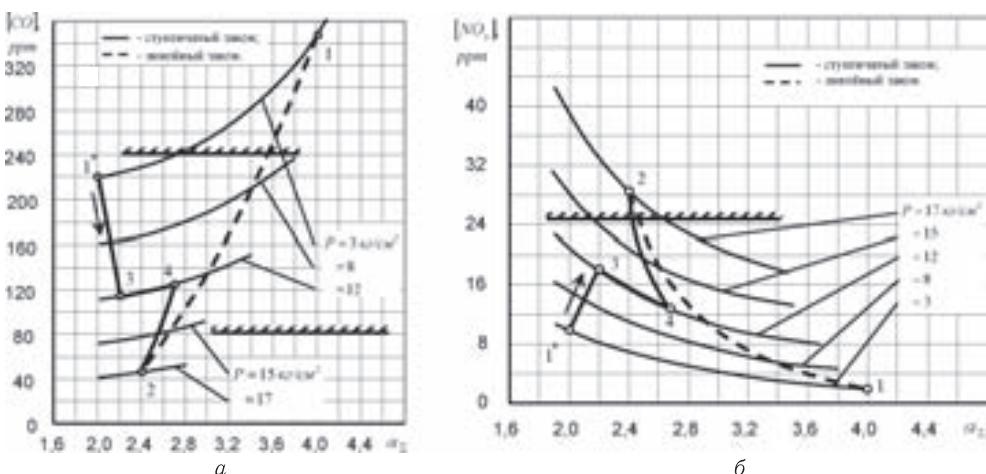


Рис. 1. Влияние закона регулирования состава ТВС на экологические характеристики кольцевой КС ГТД

Из этих характеристик видно, что эмиссия CO от КС в точке 1 при минимальных давлениях воздуха (рис. 1, а) из-за значительного «обеднения» ТВС может существенно превышать предельно допустимую норму (300 мг/м³). С увеличением давления воздуха при работе КС в точке 2 эмиссия CO становится минимальной, а эмиссия NO_x (рис. 1, б), наоборот, может превысить допустимую экологическую норму (50 мг/м³). То есть, изменение состава ТВС по линейному закону при движении от минимального режима (точка 1) к номинальному режиму работы ГТД (точка 2), приводит к неудовлетворительным экологическим характеристикам кольцевой КС. Если отключить подачу основного и пилотного топлива в горелки внутреннего каскада в соответствии с рекомендациями работы [1] и патента

РФ [2], т. е., если реализовать ступенчатый закон изменения состава ТВС вдоль ломаной линии 1*-3-4-2, то обусловленное этим законом «обогащение» ТВС в горелках наружного каскада в 2 раза (см. точку 1*) позволяет значительно улучшить качество смеси, увеличить устойчивость и полноту сгорания топлива и, в результате, существенно уменьшить эмиссию СО. При этом КС начинает свою работу из точки 1*, используя подачу и основного, и пилотного топлива только в горелки наружного каскада. С такой подачей топлива КС работает до режима малого газа ($P = 12$ атм) и проходит путь 1*-3. Затем подключаются остальные горелки внутреннего каскада. Состав ТВС при том же давлении ($P = 12$ атм) изменяется скачкообразно вдоль характеристики (путь 3-4), но так, что этот состав в конце данного участка пути сохраняется немного «богаче» того состава ТВС, который реализуется при линейном законе. Далее, при увеличении давления воздуха до номинального давления, состав ТВС изменяется вдоль линии 4-2.

Применение ступенчатого закона регулирования ТВС не оказывает благотворного влияния на экологическую характеристику КС по NO_x (рис. 1, б), но и не ухудшает ее.

Поэтому применение ступенчатого закона регулирования ТВС следует рекомендовать только для существенного улучшения экологических характеристик КС ГТД по СО на режимах запуска и переходных режимах, включая режим малого газа.

На рис. 2 приведена схема системы регулирования и подачи топлива в КС [2], с помощью которой реализуется ступенчатый закон.

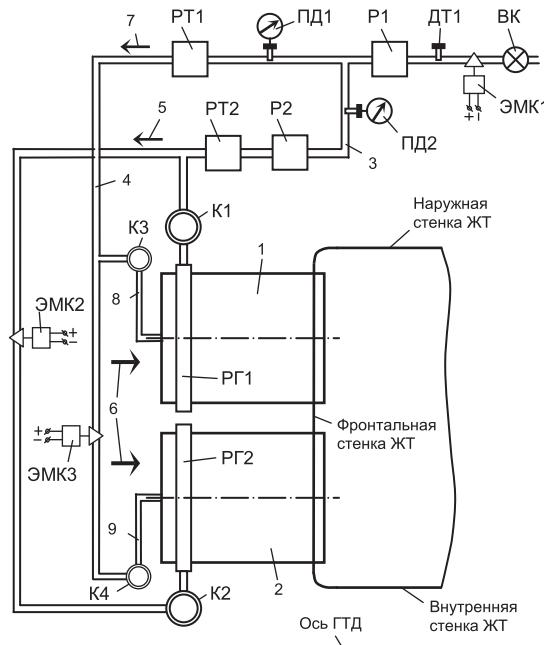


Рис. 2. Схема системы регулирования и подачи топлива в кольцевую КС ГТД

В соответствии со схемой, представленной на рис. 2, при розжиге КС и до рабочей точки 3 (рис. 1) электромагнитные клапаны ЭМК2 и ЭМК3, установленные в магистралях подачи 3 и 4 соответственно основного топлива 5 и пилотного топлива 7, закрыты, а входной кран ВК и входной электромагнитный клапан ЭМК1 открыты, что позволяет подать топливо во все двухконтурные горелки 1

наружного каскада. Причем основное топливо 5 в виде системы струй подается из ресиверов горелок РГ1 в сносящий воздушный поток 6 наружных контуров горелок с помощью коллекторов К1, а пилотное топливо 7 с помощью коллекторов К3 и трубок 8 — в центральные контуры горелок 1. Воздух 6 в центральные контуры горелок 1 не подается.

В горелки 2 внутреннего каскада ни основное топливо 5, ни пилотное топливо 7 через трубы 9 на этих режимах также не подается.

Все горелки 1, в которые подается и основное топливо 5, и пилотное топливо 7, являются активными, а все горелки 2 внутреннего каскада — пассивными. Регулирование расходов основного топлива 5 и пилотного топлива 7, подаваемого в активные горелки 1 наружного каскада, обеспечивается регуляторами расходов РТ2 и РТ1 соответственно.

Измерение расхода основного топлива 5 осуществляется расходомером Р2, а расход пилотного топлива 7 определяется путем вычитания расхода основного топлива из расхода суммарного топлива, измеренного расходомером Р1. Причем температура основного топлива 5 и температура пилотного топлива 7 измеряется датчиком температуры ДТ1, а давления — приемниками давления ПД2 и ПД1 соответственно.

Надежное и радикальное снижение эмиссии NO_x (до 10–15 мг/м³), как показывают экспериментальные данные, может достигаться в тех КС ГТД, которые созданы на базе горелок нового типа с применением проницаемых элементов [3–5].

1. Кутыш И. И., Кутыш А. И., Кутыш Д. И. Способ снижения потерь давления, эмиссии СО и повышения надежности передачи пламени при розжиге кольцевой камеры сгорания ГТД // Материалы XI международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2016), 25–31 мая 2016 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2016. — С. 146–148.
2. Кутыш И. И., Кутыш А. И., Кутыш Д. И. и др. Кольцевая камера сгорания газотурбинного двигателя и способ ее эксплуатации // Патент РФ №2561754, 2015.
3. Кутыш И. И., Кутыш А. И., Кутыш Д. И. и др. Способ сжигания предварительно подготовленной бедной топливовоздушной смеси в двухконтурной горелке с применением диффузионного стабилизирующего факела // Патент РФ №2548525, 2014.
4. Кутыш И. И., Кутыш А. И., Кутыш Д. И. и др. Способ сжигания предварительно подготовленной бедной топливовоздушной смеси в двухконтурной горелке с повышенной устойчивостью сжигания пилотного топлива // Патент РФ №2564474, 2015.
5. Кутыш И. И., Кутыш А. И., Кутыш Д. И. и др. Способ сжигания предварительно подготовленной бедной топливовоздушной смеси в двухконтурной горелке с регулировкой расхода пилотного топлива // Патент РФ №2564746, 2015.

ЧИСЛЕННОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВУХФАЗНОГО ЖИДКОСТНО-ГАЗОВОГО ЭЖЕКТОРА

И. А. Лепешинский, И. А. Заранкевич, И. С. Казённов

МАИ, Москва, Россия

Под двухфазным жидкостно-газовым эжектором понимается устройство, в проточных каналах которого происходит смешение двух фаз, находящихся в разных агрегатных состояниях, с образованием двухфазного потока. На выходе из подобного эжектора истекает двухфазная среда. Рассмотрим исследуемый эжектор (рис. 1). Он состоит из струйной форсунки 1 с регулируемым проходным сечением,

профицированной сверхзвуковой камеры смешения 2, трубы подачи воды — регулятора положения 3 форсунки 1 в эжекторе и патрубка подачи воздуха 4. Подвод жидкости в камеру смешения осуществляется струйной форсункой 1 с регулируемым проходным сечением. Проходное сечение регулируется для изменения расхода истекающей из форсунки жидкости. Регулировка производится перемещением центрального тела форсунки, в дальнейшем сокращенно называемого ЦТФ. Для регулировки количества воздуха, подаваемого в эжектор, форсунка 1 объединена с трубкой подачи жидкости 3 и образует центральное тело эжектора (в дальнейшем ЦТЭ). При перемещении ЦТЭ относительно оси эжектора происходит изменение проходного сечения на входе в сопло эжектора. Воздух, в свою очередь, подается в эжектор через патрубок 4, который связан напрямую с атмосферой.

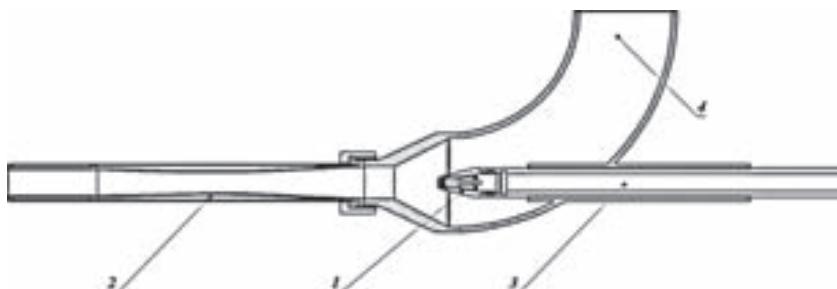


Рис. 1. Конструкция эжектора в сборе

Математическое моделирование производилось в пакете прикладных программ для математического моделирования ANSYS. В качестве граничных условий расчета были заданы: полное давление жидкости на входе в ЦТЭ, статическое давление газа на входе в патрубок эжектора. Получены следующие параметры: поля давлений и скоростей двухфазной рабочей смеси, расход воздуха на входе в эжектор, поля объемных концентраций. При расчете применялась гомогенная модель. Математическое моделирование показало расхождение с экспериментами по скорости струи не более 5%, по расходу газа также не более 5%. На рис. 2 представлен результат расчета в виде поля скоростей для жидкости при полном давлении на входе 27 атм.



Рис. 2. Поле скоростей двухфазного эжектора, полученное в ANSYS CFX

Во время исследований измерялись: поля скоростей дисперсной фазы, расходы жидкости и газа, и разряжение, создаваемое эжектором. Измерение полей скоростей дисперсной фазы двухфазного потока производилась PIV-методом (Particle

Image Velocimetry). В настоящее время наиболее часто изображение регистрируют при помощи импульсного лазерного «ножа», формирующего измерительный объем. Световая плоскость, которую образует лазерный «нож», в наших экспериментах имела размер 250×250 мм и была расположена вертикально. Система лазерных измерений, в основу которой положен PIV-метод, вычисляет линии тока и вектора скорости в пределах каждого элементарного объема по изображениям потока. После регистрации изображений с помощью PIV-метода, рассчитывались поля скоростей для каждой зарегистрированной области. Затем изображения полей скоростей сшивались по координатам X и Y , образуя общее продольное поле скоростей на расстоянии от среза форсунки до 900 мм (рис. 3).



Рис. 3. Поле продольной проекции скоростей струи двухфазного эжектора на расстоянии от среза сопла до 900 мм максимальная скорость 35 м/с

Эксперименты показали, что в ряде режимов работы эжектора абсолютное давление составило 0,01 атм (рис. 4), а при отборе воздуха при атмосферном давлении массовый расход газа составлял до 5% от массового расхода жидкости.

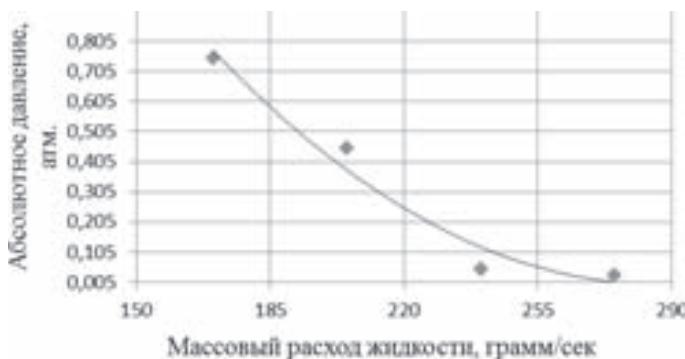


Рис. 4. Зависимость разряжения от расхода рабочей жидкости

Проведенное исследование разработанного жидкостно-газового эжектора с двухфазным рабочим телом позволяет снизить расходы и повысить производительность устройств для создания вакуума при проведении высотных испытаний в авиационной и ракетно-космической отрасли. Помимо этого, предложенная схема имеет и общепромышленное применение. Вакуумные насосы и эжекторы применяются во многих отраслях: полиграфическое производство, пищевая промышленность, медицинское оборудование, химическое производство, производство керамических изделий, производство стекла и стеклянных изделий, деревообрабатывающая промышленность и т. д.

ИССЛЕДОВАНИЕ ПРОЦЕССА ТЕЧЕНИЯ ГАЗА В ЦИЛИНДРИЧЕСКОМ КАНАЛЕ С ТРЕНИЕМ И ПОДОГРЕВОМ

И. А. Лепешинский, Н. А. Кучеров

МАИ, Москва, Россия

Течение газа в трубе с трением и подогревом сопровождается ростом энтропии от подвода тепла и от внутреннего трения, при этом из закона обращения воздействия (ЗОВ) [1] следует, что при подводе тепла к дозвуковому течению газа его скорость увеличится. А следовательно возрастут и потери от трения, т. е. подвод тепла увеличивает потери как прямо (рост энтропии от внешнего подвода тепла), так и косвенно, влияя на потери от трения. При решении задачи разделения потерь удобнее вместо энтропии использовать понятие эксергии, потери которой мы и будем определять, используя их связь с потерями полного давления [2].

Для расчета скорости и полного давления по тракту используем уравнения полученные из ЗОВ:

$$\frac{dP^*}{P^*} = -\frac{kM^2}{2} \cdot \frac{dT^*}{T} - \frac{kM^2}{2} \cdot \xi \cdot \frac{dx}{D}, \quad (1)$$

$$\frac{dM^2}{M^2} = \frac{1+kM^2}{1-M^2} \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right) \frac{dT^*}{T^*} + \frac{1+kM^2}{1-M^2} \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right) \cdot \xi \frac{dx}{D}, \quad (2)$$

где P^* — полное давление, M — число Maxa, T^* — полная температура, D — диаметр трубы, x — линейная координата $x \in [0; l]$, ξ — коэффициент трения.

Первые компоненты правых частей уравнений учитывают влияние подогрева, а вторые влияние трения. Положим $dT^*/T = \theta \cdot r \cdot d\bar{x}$, где $\theta = T_2^*/T_1^*$ — подогрев, $r = \ln \theta / (\theta \cdot \bar{x})$ — коэффициент подвода тепла, характеризующий подогрев, $\bar{x} = x/D$ — безразмерная линейная координата.

Для детализации исследуемого процесса решим ряд задач.

Определение потерь полного давления от работы сил трения без учета влияния подогрева на скорость:

$$\frac{dM^2}{M^2} = \frac{1+kM^2}{1-M^2} \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right) \cdot \xi \cdot d\bar{x}, \quad (3)$$

$$\frac{dP^*}{P^*} = \frac{kM^2}{2} \cdot \xi \cdot d\bar{x}. \quad (4)$$

Определение потерь полного давления от работы сил трения с учетом влияния подогрева на скорость:

$$\frac{dM^2}{M^2} = \frac{1+kM^2}{1-M^2} \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right) \cdot \theta \cdot r \cdot d\bar{x} + \frac{1+kM^2}{1-M^2} \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right) \cdot \xi \cdot d\bar{x}, \quad (5)$$

$$\frac{dP^*}{P^*} = \frac{kM^2}{2} \cdot \xi \cdot d\bar{x}. \quad (6)$$

Определение потерь полного давления от подогрева без учета влияния работы сил трения:

$$\frac{dM^2}{M^2} = \frac{1+kM^2}{1-M^2} \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right) \cdot \theta \cdot r \cdot d\bar{x}, \quad (7)$$

$$\frac{dP^*}{P^*} = -\frac{kM^2}{2} \cdot \theta \cdot r \cdot d\bar{x}. \quad (8)$$

Определение суммарных потерь полного давления от подогрева и трения:

$$\frac{dM^2}{M^2} = \frac{1+kM^2}{1-M^2} \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right) \cdot \theta \cdot r \cdot d\bar{x} + \frac{1+kM^2}{1-M^2} \left(1 + \frac{k-1}{2} M^2\right) \cdot \xi \cdot d\bar{x}, \quad (9)$$

$$\frac{dP^*}{P^*} = -\frac{kM^2}{2} \cdot \theta \cdot r \cdot d\bar{x} - \frac{kM^2}{2} \cdot \xi \cdot d\bar{x}. \quad (10)$$

Результаты расчетов приведены на рисунках 1 и 2.

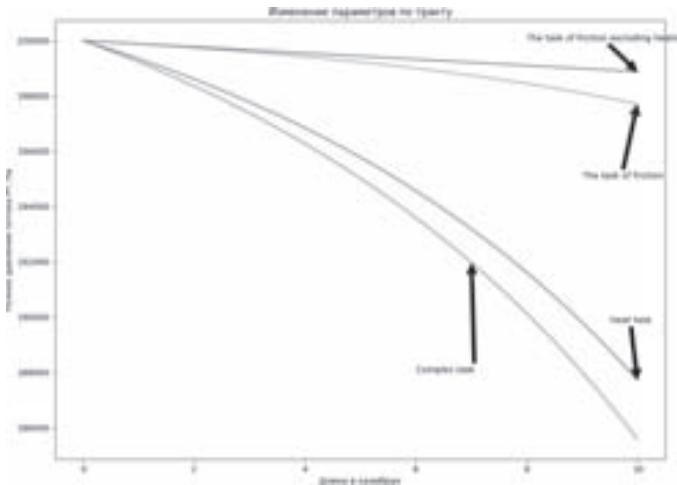


Рис. 1

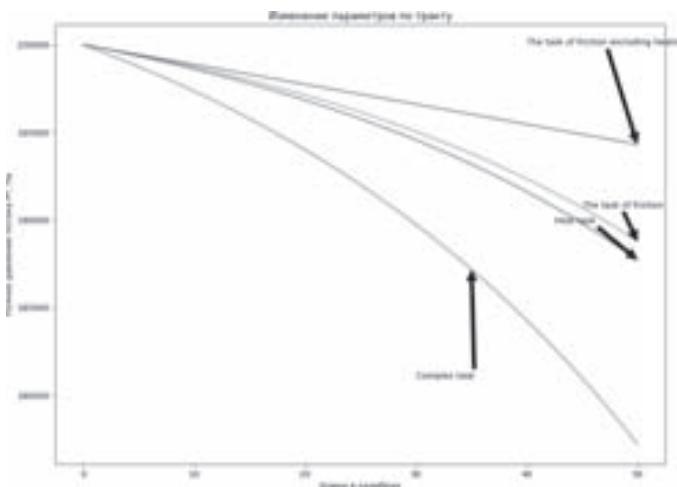


Рис. 2

Расчеты показывают, что при подводе тепла к газу, движущемуся с трением, его потери существенно увеличиваются, причем это увеличение идет за счет трения. С увеличением длины тракта потери от трения растут, а потери за счет тепла не меняются. Разработанная модель расчета позволяет проводить численный анализ при различных комбинациях параметров.

1. Вулис Л. А. Термодинамика газовых потоков. — М.: Энергоиздат, 1950. — 303 с.
2. Лепешинский И. А. Газодинамика одно- и двухфазных течений в реактивных двигателях. — М.: Изд-во МАИ, 2003. — 276 с.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ДВУХ ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ СХЕМ ФОРМИРОВАНИЯ ДВУХФАЗНЫХ ГАЗОКАПЕЛЬНЫХ СТРУЙ

**I. A. Лепешинский, B. A. Решетников, I. A. Истомин,
E. A. Заранкевич, I. B. Антоновский, A. A. Гузенко**

МАИ, Москва, Россия

В работе приводятся результаты сравнительного анализа эффективности двух способов формирования двухфазных высококонцентрированных высокоскоростных газокапельных струй: традиционного [1, 2] использующего компрессор, насос, камеру смешения диспергированной жидкости с газом и разгон полученного двухфазного потока в сопле, и предлагаемого альтернативного способа, использующего вместо компрессора эжектор и насос для подачи жидкости [2, 3].

Для сравнительного анализа рассчитываются параметры двухфазной газокапельной струи на выходе из сопла и на выходе из эжектора при одинаковых расходах газа и жидкости и одинаковой мощности на входе. При этом использовались реальные значения коэффициентов эффективности отдельных устройств, входящих в устройства формирования струй.

Алгоритм расчета строился следующим образом. Задается расход жидкости и концентрация (отношение расхода жидкости и газа). Выбирается давление в камере смешения воды и воздуха и коэффициент потерь полного давления от компрессора до камеры смешения. Определяется давление на выходе из компрессора, потребная степень сжатия компрессора и насоса и назначается КПД компрессора и КПД насоса. По расходу газа, работе компрессора, расходу жидкости, работе насоса с учетом потерь на впрыск жидкости (коэффициент скорости φ) определяется потребная мощность системы компрессор — камера смешения — сопло. По полученной мощности при одинаковых расходах фаз, коэффициенте скорости φ , рассчитывается возможное давление жидкости (перепад) для системы насос-эжектор и параметры эжектора для формирования двухфазной газокапельной струи. Далее, по программам расчета [2] определяются параметры на выходе из сопла и эжектора, а также их КПД как отношение кинетической энергии двухфазного потока к затраченной мощности. КПД сопла:

$$\eta_c = \frac{G_\Gamma W_\Gamma^2 + G_{\dot{J}} W_{\dot{J}}^2}{2N_\Sigma},$$

КПД эжектора:

$$\eta_{\dot{J}} = \frac{G_\Gamma W_\Gamma^2 + G_{\dot{J}} W_{\dot{J}}^2}{2N_\Sigma},$$

где N_Σ — затраченная мощность, G_Γ и $G_{\dot{J}}$ — массовые расходы газа и жидкости соответственно, W_Γ и $W_{\dot{J}}$ — скорости газа и жидкости соответственно в двухфазной струе. Некоторые сравнительные результаты расчета КПД показаны на рис. 1, и на рис. 2, где показана зависимость параметра сравнительной $\Theta = \eta_{\dot{J}}/\eta_c$, от коэффициента скорости φ при прочих равных условиях.

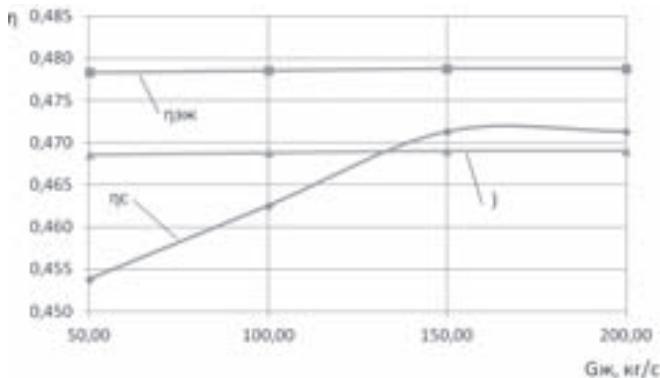


Рис. 1. Зависимость КПД от расхода жидкости при $G_{ж}/G_{г} = 40$, $\varphi = 0,9P_0 = 10$ атм

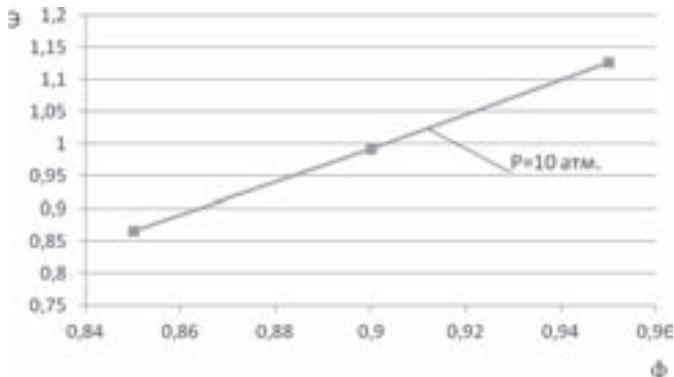


Рис. 2. Сравнительная эффективность Э эжекторного и соплового способа от φ , при $P = 10$ атм, $G_{г} = 1,25$, $G_{ж} = 50$ кг/с

Данные на графиках показывают, что эффективность того или иного способа формирования струи определяется конкретными характеристиками устройств, используемых в каждом из способов. Однако, очевидное преимущество эжекторного способа формирования двухфазной струи заключается в отсутствии такого сложного и дорогостоящего устройства как компрессор, приводящее кроме всего прочего к потерям тепла, теряемого при нагреве жидкости.

- Лепешинский И.А., Зуев Ю.В., Яковлев А.А., Молессон Г.В., Воронецкий А.В., Онес В.И., Ципенко А.В. Численное и экспериментальное исследование газокапельного течения в сопле с большими концентрациями дисперсной фазы // Математическое моделирование. — 2002. — Т. 14, № 7.
- Лепешинский И.А., Решетников В.А., Истомин Е.А., Антоновский И.В., Гузенко А.А. Оптимизация двухфазных течений с помощью решения обратной задачи // Известия Российской академии наук. Механика жидкости и газа. — 2016. — № 6. — С. 71–76.
- Лепешинский И.А., Зуев Ю.В., Решетников В.А., Заранкевич И.А., Антоновский И.В., Гузенко А.А. Профилирование эжектора с двухфазным рабочим телом на основе обратной задачи // Материалы XIX Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСПС'2015), 24–31 мая 2015 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2015. — С. 481–483.

ОСОБЕННОСТИ ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО РАЗРЯДА МЕЖДУ СТРУЙНЫМ КАТОДОМ И ПОРИСТЫМ МЕТАЛЛИЧЕСКИМ АНОДОМ

М. А. Леушка, Ал. Ф. Гайсин, Ф. М. Гайсин, Д. Т. Луканина

КНИТУ-КАИ, Казань, Россия

В настоящее время практически отсутствуют как экспериментальные, так и теоретические исследования электрического разряда между струйным и пористым (металлическим) электродами. Актуальность данной задачи связана с очисткой от заусенцев изделий, изготовленных с применением аддитивных технологий.

Целью данной работы является экспериментальное исследование электрического разряда между струйным катодом и пористым металлическим анодом при атмосферном давлении для различных режимов источника питания. Экспериментальная установка состоит из источника питания, измерительной аппаратуры, электролитической ванны и стеклянного сосуда, соединенного с полимерной трубкой. С помощью медного провода подводится отрицательный потенциал к стеклянному сосуду, а к пористому металлу подводится положительный потенциал от источника питания. В экспериментах для изучения формы и развития электрического разряда между струйным катодом и жидким электродом использована цифровая фотокамера Sony HDR-SR72E. Колебания напряжения и тока наблюдали на экране цифрового осциллографа GDS-806S, подключенного к монитору компьютера. Цена деления шкалы для напряжения — 500 В, для тока — 2 А. В качестве электролита использован 20% раствор NaCl в технической воде.

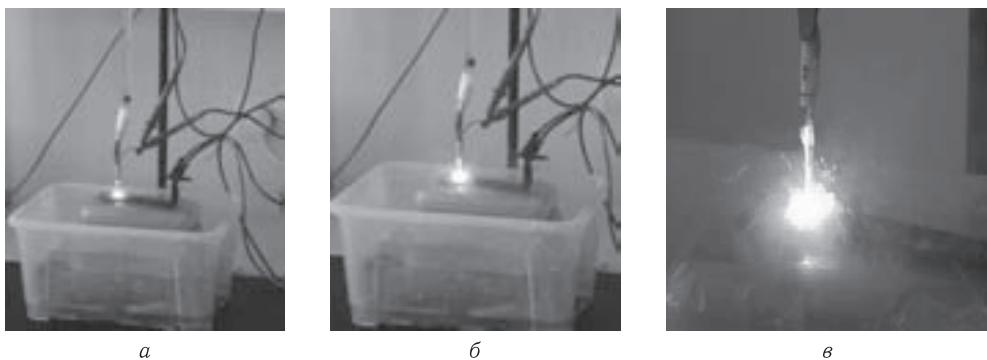


Рис. 1. Развитие разряда

На фотографиях (рис. 1, *a–в*) приведено развитие электрического разряда между струйным катодом и пористым металлическим анодом при атмосферном давлении. Из сравнения рис. 1, *a–в* следует, что разряд изначально возникает на поверхности пористого анода, а затем развивается вдоль струйного электролитического катода. Характер происходящих физических процессов можно установить, исходя из анализа пульсаций напряжения и тока разряда. Анализ осциллограммы рис. 2, *a* показывает, что в данном случае разряд не горит, но наблюдается протекание ионного тока через струю электролита. Во втором режиме (рис. 2, *б* и *в*) разряд горит прерывисто, неравномерно. Как видно из рис. 2, *в*, разряд горит с модуляцией синусоидальными колебаниями амплитудой 200 мА. Это колебания обусловлены пористой морфологией поверхности металлического анода. Затем разряд резко гаснет, наблюдается интервал тока, где происходит развитие разряда с пробоем. В

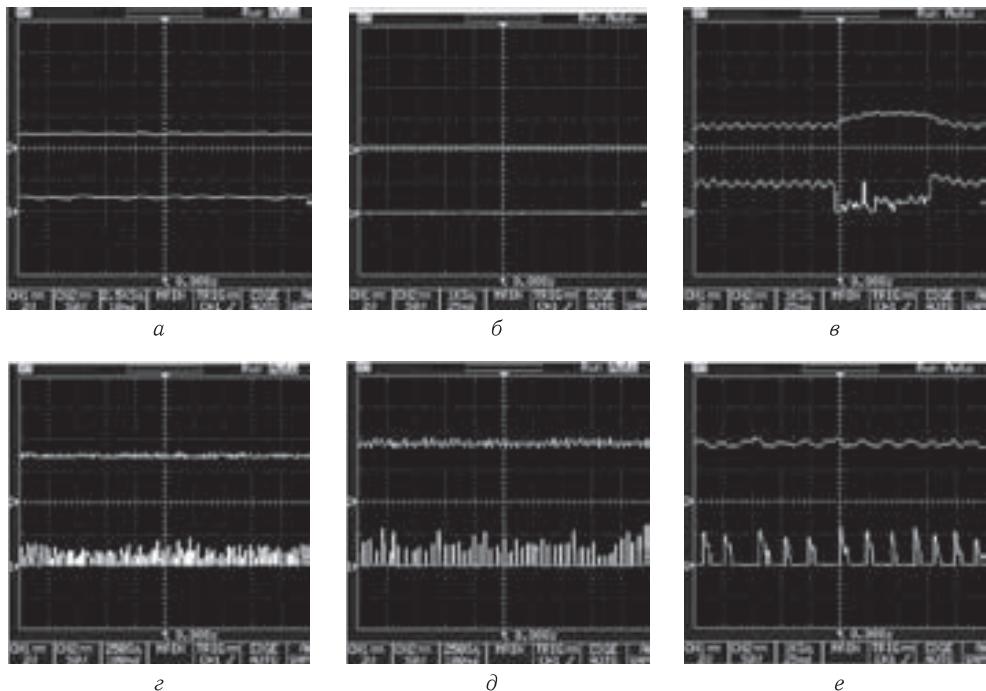


Рис. 2

первом случае пробой не приводит к развитию стабильного разряда, а следующий пробой устанавливает стабильный режим горения ЭР. С дальнейшим ростом напряжения источника питания от 300 до 1000 В происходит распыление поверхности пористого металлического анода.

ВЛИЯНИЕ ФОРМЫ НА СКОРОСТЬ РАЗЛЕТА ДВУХ ТЕЛ*

Ф. А. Максимов^{1,2}, В. Т. Лукашенко^{1,2,3}

¹ИАП РАН, Москва, Россия; ²МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия;

³ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН, Москва, Россия

При аэродинамическом исследовании разлета осколков метеороида обычно рассматриваются сферические формы одного или разного размера [1, 2]. Вместе с тем для оценки возможного коэффициента аэродинамического сопротивления в качестве модели метеорного тела используются и другие формы — например, форма прямоугольного параллепипеда [3]. В данной работе выполнены расчеты обтекания двух одинаковых тел нескольких форм при различном расстоянии между ними. Полученная оценка боковой силы позволяет рассчитать скорость разлета двух тел.

Рассматривается разлет двух одинаковых тел расположенных на прямой перпендикулярной вектору скорости. Если предположить, что за время разлета продольная скорость изменяется не сильно (т. е. разлет происходит при некоторой средней скорости и тела не вращаются), то движение в боковом направлении описывается

*Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект № 17-08-00739).

одним уравнением:

$$m \frac{d^2 y}{dt^2} = c_y \cdot \rho \frac{V^2}{2} S;$$

здесь t — время; y — координата тела в боковом направлении; V — величина продольной скорости; m — масса тела; ρ — плотность воздуха (среды) в которой движется система тел; S — характерная площадь; c_y — коэффициент подъемной силы. Коэффициент c_y зависит только от y , и в предположении постоянного значения величины $k = (1/m)\rho(V^2/2)S$ получаем решение:

$$\left(\frac{dy}{dt} \right)^2 = v^2 = 2k \int_{y_0}^y c_y \cdot dy + C_1.$$

Скорость разлета тел v_p (боковая скорость, которую тела приобретают в результате аэродинамического взаимодействия) определяется интегралом от коэффициента подъемной силы. Если предположить, что в начальный момент при $y = y_0$ скорость разлета осколков равна $v_{y_0} = 0$, то максимальная боковая скорость составит:

$$v_p = V \sqrt{\frac{\rho S L}{m} f(y_0)}, \quad \text{где } f(y_0) = \int_{y_0}^{y_m} c_y \cdot dy;$$

здесь L — характерный размер; y_m — расстояние при котором взаимодействие тел прекращается.

Для оценки функции $f = f(y_0)$ проведены расчеты обтекания восьми вариантов тел эллиптического и прямоугольного сечения с удлинением $\lambda = 0,5, 1,0, 2,0$ и $3,0$. Расчеты выполнены при числе Maxa $M = 6$. Если в качестве характерного размера взять полуось эллипса по вертикали (или половину высоты прямоугольника), то минимально возможное расстояние от плоскости симметрии до центра тела будет составлять характерный размер. Расчеты обтекания по методу [4] проводились от $y \approx 1,2$ с постепенным увеличением y до расстояния между телами, при котором аэродинамическое взаимодействие между телами прекращалось.

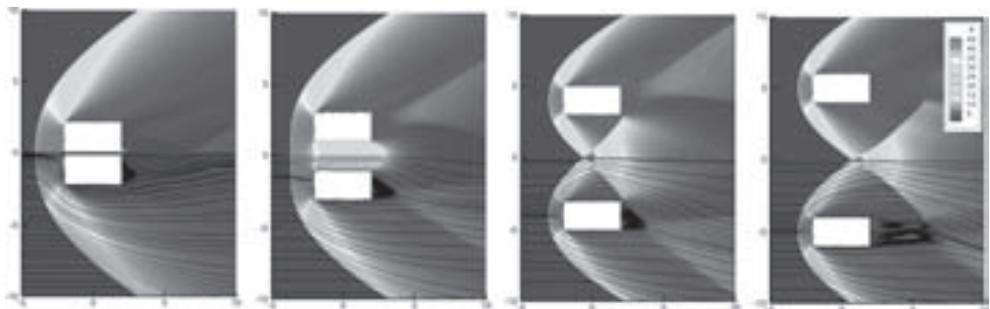


Рис. 1. Обтекание тел с прямоугольным сечением $\lambda = 2,0$ при $y = 1,15, 2,0, 4,0$ и $5,0$

На рис. 1 в виде распределения давления и линий тока приведены примеры расчетов двух тел с прямоугольным сечением $\lambda = 2,0$ при различном расстоянии между ними. При малом расстоянии между телами ($y = 1,15, 2,0$) образуется общая головная ударная волна; интерференция приводит к образованию силы расстолкивания. При достаточном удалении тел ($y = 4,0, 5,0$) взаимодействие сводится к влиянию на течение в донной области соседнего тела, что приводит к снижению

полного сопротивления каждого тела; боковая сила при этом режиме отсутствует. При достаточно большем удалении друг от друга тела обтекаются изолированно (не влияя друг на друга).

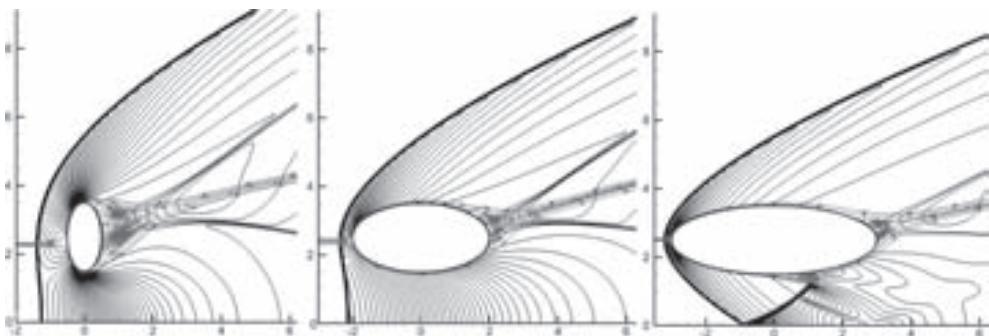


Рис. 2. Обтекание тел с эллиптическим сечением $\lambda = 0,5, 2,0$ и $3,0$ при $y = 2,5$

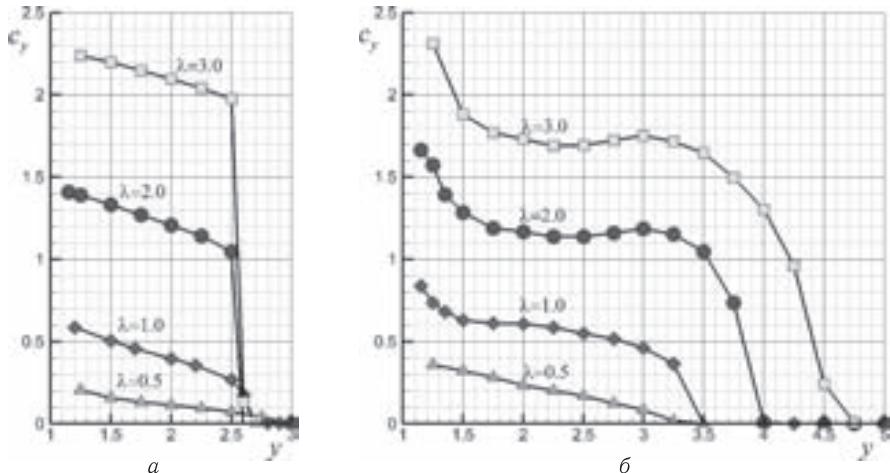


Рис. 3. Зависимость $c_y(y)$ для тел с эллиптическим (а) и прямоугольным (б) сечениями

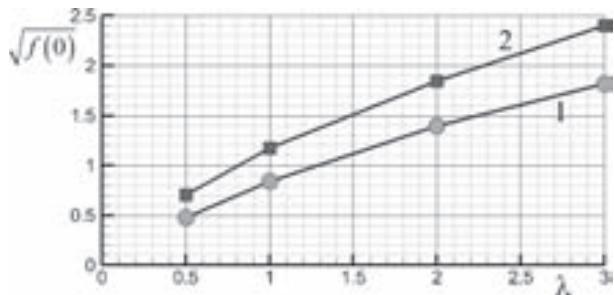


Рис. 4. Значение функции $\sqrt{f(0)}$, определяющее скорость разлета двух тел

На рис. 2 представлены примеры расчетов тел с эллиптическим сечением в виде изобар и линий тока для визуализации отрывных зон (представлена верхняя половина картины течения). На рис. 3 представлен коэффициент c_y в зависимости

от y для тел с эллиптическим (рис. 3а) и прямоугольным (рис. 3, б) сечениями с $\lambda = 0,5, 1,0, 2,0$ и $3,0$.

На рис. 4 приведено значение $\sqrt{f(0)}$ в зависимости от λ для тел эллиптического (линия 1) и прямоугольного (линия 2) сечений. Форма и удлинение тел оказывают существенное влияние на скорость разлета двух тел.

1. Ждан И. А., Стулов В. П., Стулов П. В. Аэродинамическое взаимодействие двух тел в сверхзвуковом потоке // Доклады академии наук. — 2004. — Т. 396, №2. — С. 191–193.
2. Барри Н. Г. Модель разлета фрагментов разрушенного метеороида // Вестник Московского университета. Сер. 1. Математика. Механика. — 2005. — №4. — С. 56–59.
3. Ждан И. А., Стулов В. П., Стулов П. В., Турчак Л. И. Коэффициенты сопротивления тел метеорных форм // Астрономический вестник. — 2007. — Т. 41, №6. — С. 544–547.
4. Максимов Ф. А. Сверхзвуковое обтекание системы тел // Компьютерные исследования и моделирование. — 2013. — Т. 5, №6. — С. 969–980.

V-ОБРАЗНОЕ КРЫЛО С ЦЕНТРАЛЬНЫМ ТЕЛОМ *

Ф. А. Максимов^{1,2}, Н. А. Остапенко¹

¹НИИМ МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия; ²ИАП РАН, Москва, Россия

В [1] приведены результаты параметрических расчетов V-образного крыла с центральным телом в виде части конуса. Поверхность тела на наветренной стороне определяется V-образным крылом с углом раскрытия γ между лопастями от 90 до 210° . Угол β между центральной хордой крыла и передними кромками крыла составляет $\beta \approx 31^\circ$ ($\operatorname{tg} \beta = 0,6$). Между консолями размещается часть круга с центром в точке пересечения консолей. Радиус круга изменяется от 0 до максимально возможного в зависимости от γ и заданной площади миделя. Площадь миделя фиксирована и в представленных расчетах равна $S_m = 0,5\pi R_m^2$, где $R_m = 0,25$. Если радиус конуса маленький и площадь конуса меньше, чем заданная площадь миделя, то наветренная сторона смещается, чтобы суммарная площадь миделя тела соответствовала заданной. Рассматривается течение при угле атаки $\alpha = 0^\circ$ и подветренная сторона расположена вдоль потока, давление на ней соответствует давлению в набегающем потоке. В зависимости от двух параметров радиус конуса R и угол раскрытия лопастей γ формируется набор тел, для которых определены аэродинамические характеристики. Расчеты выполнены при числе Maxa $M = 6$. Аэродинамические коэффициенты подъемной силы C_y и сопротивления C_x отнесены к площади наветренной стороны лопастей V-образного крыла, которая одинакова для всех вариантов тел (также как и площадь миделя). При расчете C_x давление на донном срезе предполагалось равным 0 . Максимальное значение аэродинамического качества $K = C_y/C_x$ достигается для варианта, когда $R \approx 0$ и $\gamma \approx 180^\circ$. Максимальная подъемная сила реализуется в случае размещения объема в конусе, качество при этом уменьшается. В данной работе проведены расчеты V-образного крыла с центральным телом в виде плоского клина.

На рис. 1 приведен пример тела и сетки для расчета течения на наветренной стороне. Решение при сверхзвуковых скоростях может быть построено в рамках конического приближения. Рассматривается крыло достаточно малой стреловидности, около кромок которого реализуется присоединенная ударная волна. Сетка

*Работа выполнена при частичной финансовой поддержке РФФИ (проект №15-01-02361). Расчеты проводились на MBC-100K МСЦ РАН.

строится на единичном расстоянии от вершины конфигурации и при сделанных предположениях имеет приведенный на рис. 1 вид. На границе FG, соответствующей поверхности крыла и клина, ставится условие непротекания; на границе AD — условия в набегающем потоке; на боковых границах FA и GD — условие коничности течения относительно соответствующих кромок крыла E₁ и E₂ [2]. Сетка при заданном распределении узлов на поверхности тела строится параболическим генератором от поверхности тела. Метод моделирования течения на основе уравнений Эйлера описан в [2]. На рис. 1, б маркерами 2 (светлые кружочки) приведены результаты [1] возможных значений аэродинамического качества $K = K(C_y)$ в зависимости от коэффициента подъемной силы, маркерами 1 (темные треугольники) результаты расчетов тел, рассматриваемых в данной работе. Сравнивая области возможных значений видно, что V-образное крыло с клином в центральной части позволяет получить более высокое качество при заданной подъемной силе, или более высокую подъемную силу при заданном качестве.

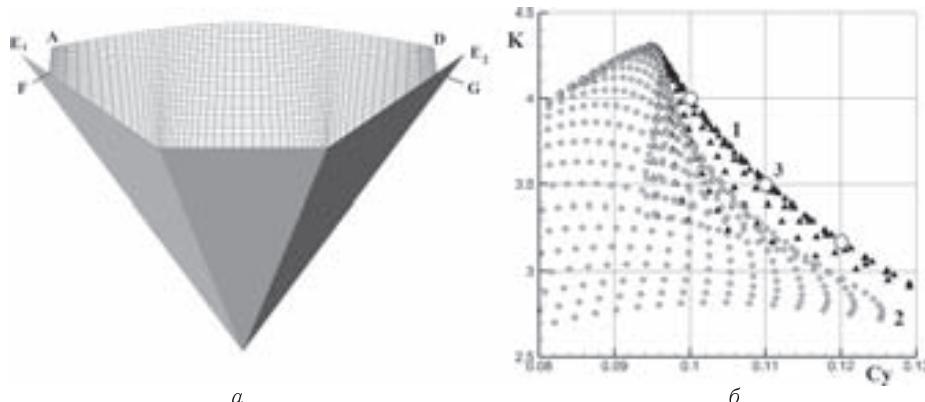


Рис. 1. Крыло с клином и расчетная сетка. Качество от подъемной силы

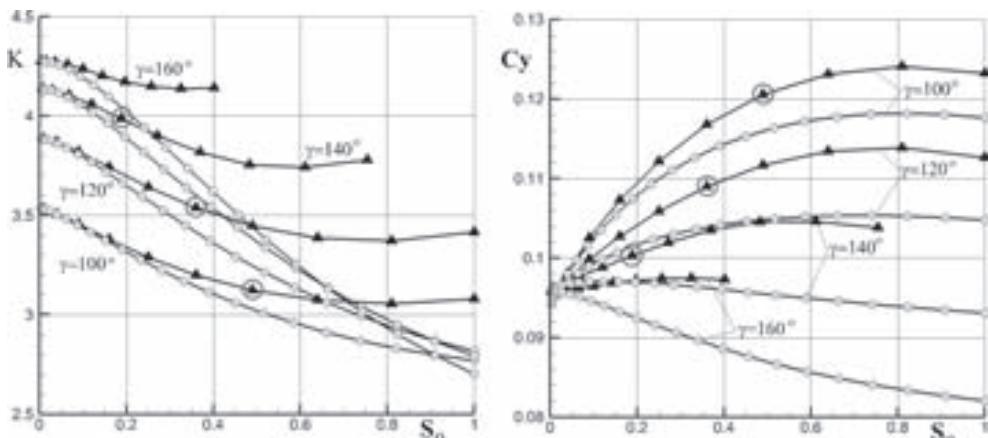


Рис. 2. Качество и подъемная сила крыла с клином и конусом

На рис. 2 приведены аэродинамическое качество и коэффициент подъемной силы в зависимости от отношения $S_o = S_k/S_m$ площади занимаемой клином к суммарной площади миделя при $\gamma = 100, 120, 140$ и 160° . Треугольными маркерами

приведены данные для крыла с клином, кружочками — результаты [1]. Увеличение доли центрального тела приводит к уменьшению качества, но в случае клина уменьшение качества меньше, чем при использовании в качестве центрального тела конуса. Подъемная сила с увеличением площади центрального тела растет и при использовании клина растет больше, чем при использовании конуса.

На рис. 3 приведены примеры расчета течения для трех вариантов геометрий. Течения представлены изолиниями давления. Темным выделено сечение тела на единичном расстоянии от вершины конфигурации. На рис. 3, а представлен вариант тела, обеспечивающий качество $K \approx 4$ при величине подъемной силы $C_y \approx 0,1$: параметры крыла $\gamma = 140^\circ$, $S_o \approx 0,2$. На рис. 3, б — $K \approx 3,5$, $C_y \approx 0,11$: параметры $\gamma = 120^\circ$, $S_o = 0,36$; рис. 3, в — $K \approx 3,2$, $C_y \approx 0,12$: параметры $\gamma = 100^\circ$, $S_o = 0,49$. Данные расчетные точки выделены крупными маркерами (кружочками) на рис. 1, б и рис. 2.

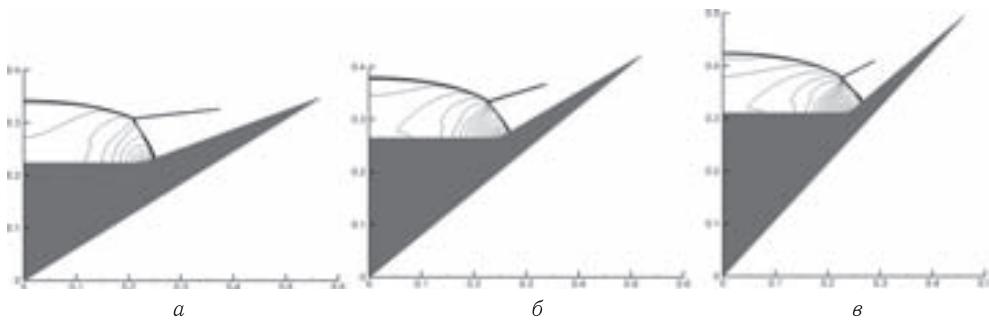


Рис. 3. Примеры течений, изолинии давления

Проведенные расчеты для заданных параметров (число Маха, стреловидность наветренной стороны V-образного крыла, полощадь миделя) показали, что использование клина в качестве центрального тела является более предпочтительным, чем конуса. Позволяет построить конфигурацию с более высоким качеством при заданной подъемной силе.

1. Максимов Ф. А., Остапенко Н. А. Аэродинамическое качество V-образного крыла с центральным телом // В сб. «Фундаментальные основы баллистического проектирования». — СПб.: БГТУ, 2016. — С. 91–94.
2. Зубин М. А., Максимов Ф. А., Остапенко Н. А. О некоторых особенностях структуры течения в ударных слоях конических течений газа // Изв. РАН. МЖГ. — 2014. — № 6. — С. 118–134.

ОБ АНАЛОГИИ МЕЖДУ ПРОЦЕССАМИ, ПРОИСХОДЯЩИМИ ПРИ КРУГОВОМ И ПРЯМОЛИНЕЙНОМ ДВИЖЕНИИ ПРОВОДЯЩЕЙ ЖИДКОСТИ В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

С. Ю. Маламанов

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия

Нелинейный характер уравнений магнитной гидродинамики (МГД), позволяет получать аналитические решения только в простых и частных случаях. Поэтому, численное моделирование является весьма привлекательным. Однако на этом пути

возникает сложность другого рода. Дело в том, что магнитогидродинамические процессы, как правило, крупномасштабны, а это приводит к значительным затратам времени счета и памяти при решении задачи. Рассмотрение кругового движения позволяет значительно уменьшить масштаб, сохраняя «физику» взаимодействия движущейся среды и электромагнитного поля. Кроме того, круговое движение жидкости является понятным гидродинамическим источником, что особенно важно при изучении индуцированного поля. В работе рассматривается численное моделирование движения проводящей жидкости, находящейся в магнитном поле. Моделирование осуществляется на основе уравнений магнитной гидродинамики, реализованных в программном комплексе ANSYS. Задача решается в стационарной постановке. Рассматривается проводящая жидкость ($\sigma = 4 \text{ См}/\text{м}$ — морская вода), находящаяся во внешнем магнитном поле — \mathbf{B}_0 . Поле прикладывалось горизонтально. Внутри жидкости, выделен узкий канал в форме тора, по которому она движется со скоростью $u = 0,5 \text{ м}/\text{с}$, образуя своеобразную трубку тока (рис. 1). Проводящая жидкость в целом нейтральна, однако при ее движении в магнитном поле действие силы Лоренца приводит к разделению зарядов, своеобразной поляризации. Положительно и отрицательно заряженные ионы смешаются в противоположные стороны. Возникает дипольный момент и разность потенциалов, которая помимо силы Лоренца обусловлена еще и появившейся силой Кулона, действующей на поляризованные заряды. При движении жидкости вдоль тора происходит периодическое изменение указанных сил. Описанный «механизм» иллюстрирует рис. 2, на котором показано изменение приведенного потенциала вдоль линии **1** (верхняя часть тора) и линии **2** (нижняя часть тора). На этом графике по оси x отложена относительная длина окружностей **1** и **2** (D — диаметр средней окружности тора), по оси y приведенное значение потенциала.



Рис. 1. Тороидальный канал и направление приложения внешнего магнитного поля

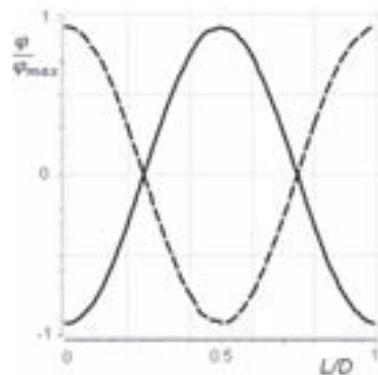


Рис. 2. Изменение потенциала в верхней (сплошная линия) и нижней (штрихованная линия) частях тора

Эти колебания потенциала генерируют в окружающем пространстве электромагнитные волны. Для того, чтобы разобраться в деталях процесса необходимо решать задачу в нестационарной постановке. Однако, постановка нестационарной задачи для рассматриваемой модели течения выявляет принципиальные трудности. С одной стороны, возможности программного комплекса ANSYS не позволяют задать скорость течения в торе как функцию времени. С другой стороны — трудно представить себе физические причины (кроме изменяющегося со временем магнитного поля, при наличии электрического поля), которые «заставили» бы жидкость в

торе двигаться ускоренно. Указанные трудности можно преодолеть, если обратить внимание на два существенных факта. Во-первых, при течении жидкости внутри тора, вектор скорости, по отношению к направлению внешнего магнитного поля \mathbf{B}_0 , изменяется гармонически. Во-вторых, в преобразованном уравнении переноса вектора магнитной индукции

$$\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t} = \frac{1}{Re_m} \Delta \mathbf{B} + \nabla \times (\mathbf{u} \times \mathbf{B})$$

(Re_m — магнитное число Рейнольдса) компоненты \mathbf{u} и \mathbf{B} в последнем слагаемом (ответственном за генерацию индукции магнитного поля) расположены «симметрично». Это «позволяет» рассматривать гармоническое изменение вектора \mathbf{B} по отношению к постоянноому вектору \mathbf{u} . Таким образом мы приходим к следующей постановке задачи: рассчитать параметры индуцированного магнитного поля, при течении проводящей жидкости в *прямолинейной* трубке тока, если заданное внешнее магнитное поле \mathbf{B} меняется по гармоническому закону $B(y) = B_0^{\max} \sin(p \cdot y)$ и лежит в плоскости перпендикулярной трубке тока (p подбирается так, чтобы длина канала соответствовала периоду синуса). На первом этапе следует рассмотреть задачу в стационарной постановке и убедиться в том, что физические процессы, при течении в торе и прямолинейном канале, протекают «одинаково». Масса жидкости в каналах (и радиусы окружностей, образующих тор и цилиндр), в обоих случаях, — одинакова. Расчетная область, соответствующая этой задаче, показана на рис. 3. Рассмотрим некоторые результаты численного моделирования. На рис. 4 приведен график, на котором показано изменение потенциала φ вдоль прямой **3**,

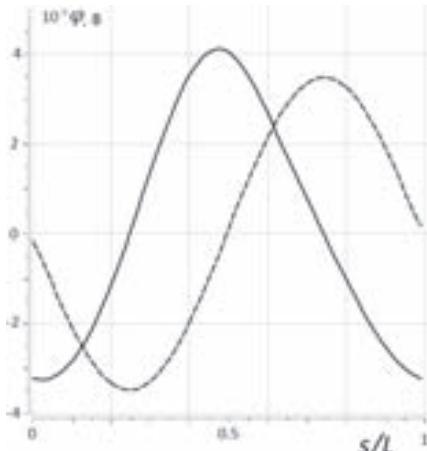


Рис. 4. Распределение φ индуцированного поля вдоль окружности **1** для тора — сплошная кривая, и прямой **3** параллельной оси симметрии для цилиндрического канала — пунктирная

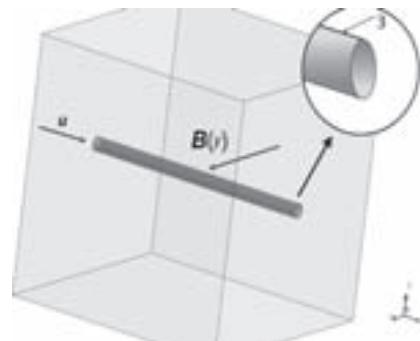


Рис. 3. Прямолинейный канал и направление приложения внешнего магнитного поля, являющегося функцией координаты y

на рис. 5 приведен график, на котором показано изменение напряженности индуцированного электрического поля E вдоль центральной окружности тора — сплошная кривая, и оси симметрии цилиндрического канала — пунктирная

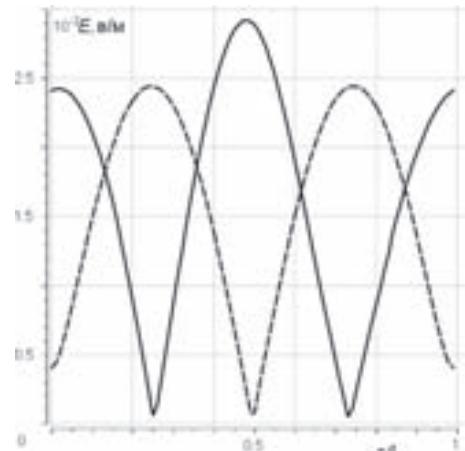


Рис. 5. Распределение напряженности индуцированного электрического поля E вдоль центральной окружности тора — сплошная кривая, и оси симметрии цилиндрического канала — пунктирная

лежащей в вертикальной плоскости симметрии прямолинейного канала в верхней его части параллельно горизонтальной оси (рис. 3), и окружности 1 (рис. 1) тороидального канала. Кроме того, отметим, что при существующей связи между напряженностью электрического поля и разностью потенциалов гармонический характер изменения одного влечет за собой также гармоническое изменение другого. Иллюстрирующий это обстоятельство график приведен на рис. 5. Из графиков следует, что в обоих течениях индуцируется периодически меняющееся электрическое поле, причем численные значения практически совпадают. Различие — определенный сдвиг «по фазе» — безусловно связан с различной геометрией, рассматриваемых течений и видом зависимости от координаты y внешнего магнитного поля в задаче о течении в прямолинейной трубке. Таким образом, сопоставление приведенных графиков свидетельствует о правомерности замены решения задачи о течении внутри тора, решением задачи о течении внутри цилиндра.

МОДЕЛИ КАНАЛОВ С МИКРОПОЛОСТЯМИ НА ПОВЕРХНОСТИ*

А. А. Марков

ИПМех РАН, Москва, Россия

Микропотоки газов и жидкостей имеют специфические свойства, связанные в частности с интенсификацией переноса [1]. Проблеме снижения сопротивления при движении газа и жидкости в каналах посвящены многочисленные исследования. В последние годы большой интерес вызывает применение ультрагидрофобных поверхностей стенок каналов, имеющих микропористые способные удерживать газ. Снижение сопротивления в каналах с ультрагидрофобными стенками обусловлено поверхностями раздела между потоком в канале и газом в полостях на которых снижаются потери на трение. Это является основной причиной возрастающего интереса к исследованию и развитию подобного подхода в противоположность другим известным схемам (вдув пузырей воздуха или газа, поверхностный вдув или отсос), которые требуют дополнительных затрат энергии, снижающих выигрыш от применяемого способа снижения сопротивления. Экспериментальные исследования [2] показали тенденцию роста эффекта снижения сопротивления с уменьшением размера полостей на поверхности от 100 до 50 мк. Модели интенсификации переноса в изотермических условиях рассмотрены в [3, 4]. Представлены модели, предсказывающие снижение сопротивления в трубе при малых числах Рейнольдса посредством организации структуры субмикронных полостей на стенке. В основе предложенных моделей анализ потоков в окрестности изолированной микропористости на стенке с последующим усреднением по ансамблю полостей. Получены величины интенсивности скольжения на стенке трубы с применением концепции взаимопроникающих континуумов. Расчет изотермических потоков газа в трубе показал снижение сопротивления до 300%. В работах [5, 6] рассмотрены субмикронные масштабы в процессах синтеза нанопорошков за фронтом волны горения, построены модели с условиями скольжения в сочетании со скачками концентраций и температуры газа на поверхности изолированной трубы либо в порах. Получено удовлетворительное согласие с данными эксперимента [6].

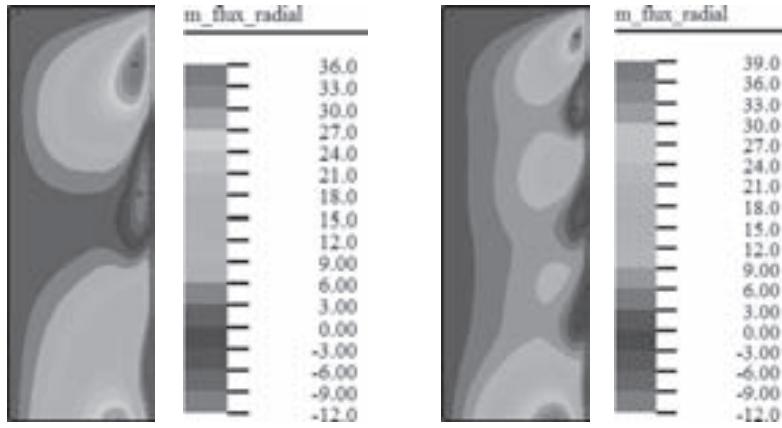
Процедура усреднения потока газа около микропористостей на поверхности, заполненных газом, приводит к следующему граничному условию на поверхности

*Работа была поддержанна грантом РФФИ №14-08-00664.

канала:

$$\mu_g \frac{\partial \bar{U}}{\partial R} = -\bar{B}_u \bar{U}, \quad \text{где} \quad \bar{B}_u = \frac{S_b n}{S \cdot R_b}, \quad \bar{B}_u = \frac{n}{r_W}, \quad S_b = 2\pi R_b L, \quad S = 2\pi r_W L.$$

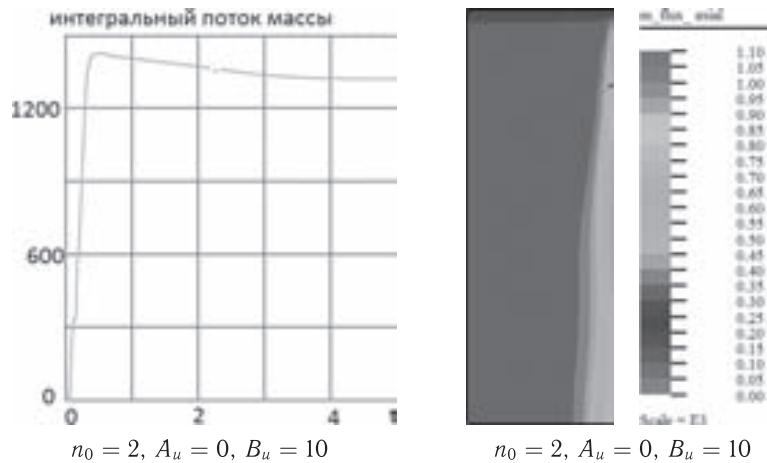
Величины R_b , L_b обозначают радиус и протяженность микрополости, r_W — радиус канала, n — числовая плотность микрополостей и \bar{U} — средняя скорость.



$$n_0 = 2, A_u = 0, B_u = 10$$

$$n_0 = 4, A_u = 0, B_u = 10$$

Рис. 1. Радиальная составляющая потока массы в установившемся по времени решении в случае периодических граничных условий скольжения. Максимальная величина продольной составляющей потока массы в случае двух периодов $n_0 = 2$ на 10 % превышает соответствующий максимум для четырех периодов $n_0 = 4$



$$n_0 = 2, A_u = 0, B_u = 10$$

$$n_0 = 2, A_u = 0, B_u = 10$$

Рис. 2. Изменение интегрального потока массы $Q = 2\pi \int_0^1 u(t, x, r) \rho r dr$ в выходном сечении (слева) и продольная составляющая потока массы в установившемся по времени решении в случае периодических граничных условий скольжения (справа)

В данной работе моделируется воздействие слоев Кнудсена на массо- и теплоперенос при течении газа в микроканалах и при обтекании ансамбля упорядоченных нанонитей в трубе [4]. Условия скольжения на поверхности изолированной трубы записываются в виде [5]. При обтекании нанонитей проводится усреднение эффек-

та скольжения около изолированной нити по ансамблю нитей. Уравнение движения газа записывается в форме

$$\frac{\partial \chi \rho \mathbf{u}}{\partial t} + \nabla \cdot (\chi \rho \mathbf{u} \mathbf{u}) + Ma^{-2} \nabla p = Re^{-1} \nabla \cdot \boldsymbol{\tau} + \mathbf{J}_{slip}^{macro}.$$

Величины $\mathbf{J}_{slip}^{macro} = A_u \mathbf{u}$ описывают суммарный вклад скольжения в интенсификацию переноса массы, $Q = 2\pi \int_0^1 u(t, x, r) \rho r dr$. Расчет проводится при заданном перепаде давления на входе и выходе из канала. На фигурах поток направлен сверху вниз.

На рисунках показана результаты расчетов потока массы для двух и четырех периодов распределения микропор на поверхности. Использовалось граничное условие на стенке

$$\frac{\partial u}{\partial r} = -\frac{1}{2} B_u u \psi(x), \quad \psi(x) = \sin\left(n_0 \frac{2\pi x}{L}\right) + \left|\sin\left(n_0 \frac{2\pi x}{L}\right)\right|, \quad n_0 = 2,4.$$

1. Karnidakis G., Beskok A., Aluru N. Microflows and nanoflows. Fundamentals and Simulation. (Foreword by Chih-Ming Ho) Interdisciplinary Applied Math. 29. Springer Science+Business Media, Inc., 2005. — 817 p.
2. Hyungmin Park, Guangyi Sun and Chang-Jin Kim. Superhydrophobic turbulent drag reduction as a function of surface grating parameters // Journal of Fluid Mechanics. — May 2014. — V. 747. — P. 722–734.
3. Aleksin V.A. & Markov A.A. Intensification of mass transfer in laminar and turbulent channel flows by applying submicron cavities on the channel wall surface // Nanomechanics Science and Technology: An International Journal. — 2015. — V. 6(4). — P. 319–334.
4. Марков А.А. О тепло- и массопереносе в трубе с внедренными нанонитями и субмикронными полостями на стенке // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. — 2016. — Т. 17, вып. 3. — <http://chemphys.edu.ru/issues/2016-17-3/articles/654/>.
5. Markov A. A. Jump-Slip simulation technique for combustion in submicron tubes and sub-micron pores // Computers and Fluids. — 2014. — V. 99C. — P. 83–92.
6. Марков А.А., Обоян М.А., Мартirosyan К.С. Исследование синтеза ферритов за волной горения с применением моделей скольжения и скачков температуры и концентраций компонент газовой фазы на поверхности пор твердой фазы // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. Physical-Chemical Kinetics in Gas Dynamics. — 2015. — Т. 16(1). — <http://chemphys.edu.ru/issues/2015-16-1/articles/506/>.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИТОКА ЖИДКОСТИ К ГОРИЗОНТАЛЬНОЙ СКВАЖИНЕ

Е. А. Марфин, А. А. Абдрашитов

КазНЦ РАН, Казань, Россия

Практика использования горизонтальных скважин для добычи жидких и газообразных углеводородов показывает их преимущества перед вертикальными скважинами. Вместе с тем, существует необходимость совершенствования процесса добычи. Одним из перспективных направления является методы волнового воздействия на продуктивные пласти. Лабораторный и промысловый опыт применения упругих колебаний указывает на возможность интенсификации различных физико-химических процессов [1–3]. Результаты теоретических исследований волнового воздействия в условиях горизонтальных скважин, опубликованные в работе [4],

свидетельствуют о возможности кратного увеличения показателей добычи нефти. Главная задача практической реализации волнового воздействия на пласт это оценка потенциальной возможности достижения заданной экономической эффективности метода. Применительно к условиям горизонтальным скважинам она особо актуальна, поскольку в промысловой практике исследования волнового воздействия на таких скважинах практически отсутствуют. Одним из объективных показателей эффективности воздействия является увеличение дебита скважины.

Расчет дебита горизонтальной скважины на установившемся режиме освещен в трудах как отечественных, так и зарубежных ученых [5–7]. Так, в работе [7] приведено уравнение притока к горизонтальной скважине, расположенной в центре однородного изотропного пласта с круговым контуром питания:

$$Q = \frac{2\pi kH}{\mu} \frac{\Delta P}{\ln \frac{4R_k}{L} + \frac{H}{L} \ln \frac{H}{2\pi r_c}}, \quad (1)$$

где k — проницаемость; H — толщина пласта; μ — вязкость флюида; $\Delta P = (P_k - P_3)$ — перепад давления между давлением на контуре и на забое; L — длина горизонтального ствола скважины; R_k — радиус контура питания, r_c — радиус скважины. Это уравнение получено из условия постоянства свойств среды и представления горизонтальной скважины в виде ряда вертикальных скважин.

Волновое воздействие на продуктивный пласт приводит к изменению скорости фильтрации. В рамках стационарной фильтрации, описываемой известным уравнением Дарси, такое влияние возможно за счет изменения вязкости флюида [1] и проницаемости пористого коллектора [8]. Поскольку интенсивность упругой волны уменьшается при удалении от скважины, то и вязкость и проницаемость будут меняться в зависимости от удаления от скважины, т. е. будут зависеть от расстояния. Максимальное изменение этих величин будет на расстоянии $r = r_c$, а на расстоянии $r = R_k$ значения их будут равны начальным: $k(R_k) = k_0$, $\mu(R_k) = (\mu_0)$. Использовать предложенные другими авторами формулы для расчета дебита горизонтальных скважин в этих условиях в явном виде сложно, поскольку они были получены исходя из условия постоянства проницаемости и вязкости. Настоящая работа посвящена моделированию притока жидкости к горизонтальной скважине для неоднородного по свойствам пласта и насыщенного им флюида.

Рассмотрим горизонтальную скважину длиной L , расположенную в центре пласта с круговым контуром питания R_k и толщиной H . Для стационарной фильтрации, считая проницаемость и вязкость зависящими от расстояния до скважины r , можно записать:

$$\int_{P_3}^{P_k} dp = Q \int_{r_c}^{R_k} \frac{\mu(r)}{k(r)F(r)} dr, \quad (2)$$

где $F(r)$ — функция, имеющая физический смысл поверхности равных скоростей фильтрации. Для определения функции $F(r)$ численным методом исследован приток жидкости к скважине радиусом $r_c = 0,1$ м в пласте толщиной $H = 25$ м и радиусом контура питания $R_k = 500$ м. Численное моделирование выполнено в программном комплексе FlowVision. Изолинии относительных скоростей (в % от максимальной) жидкости в плоскости, перпендикулярной оси скважины, представлены на рис. 1.

Анализ полученных данных позволил установить, что фронт течения имеет сложный характер. Так, вблизи скважины изолинии равных скоростей фильтрации

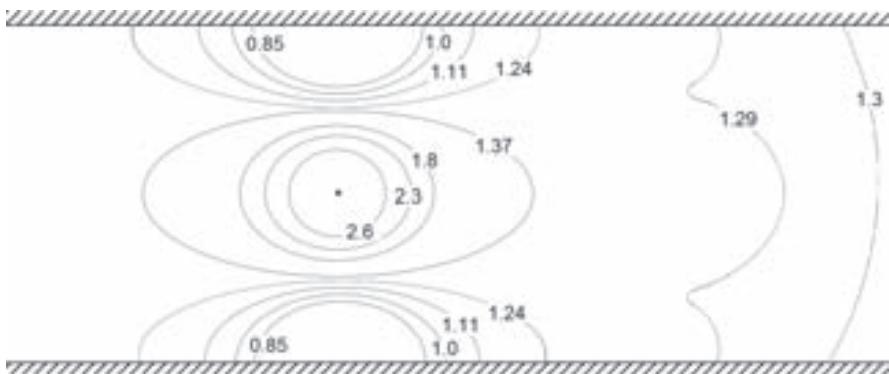


Рис. 1. Изолинии скорости фильтрации жидкости к горизонтальной скважине

имеют вид окружности. Далее, с увеличением расстояния r от скважины этот фронт становится эллиптическим, затем поверхность изгибаются, образуя над и под скважиной у поверхности кровли и подошвы пласта «застойные» зоны, в которых фильтрация практически отсутствует. При дальнейшем увеличении расстояния фронт стремится к прямоугольному сечению. В результате статистического анализа полученных данных была получена функциональная зависимость $F(r)$ от определяющих факторов:

$$F(r) = \begin{cases} 2\pi Lr \left(1 + 2\frac{r}{L} \left(1 - \frac{L}{2R_k}\right)^2\right), & r_c < r < 4,18 \cdot H \left(\frac{L}{R_k}\right)^{1,6}, \\ 2\pi LH \left(0,268 + 1,95 \cdot 10^{-4} R_k + \left(\frac{1}{L} - 1,1 \cdot 10^{-3} + \frac{10^{-6}}{R_k}\right)r\right), & 4,18 \cdot H \left(\frac{L}{R_k}\right)^{1,6} < r < R_k. \end{cases} \quad (3)$$

Расчет дебита горизонтальной скважины производится интегрированием уравнения (2) в двух областях с подстановкой уравнения (3). Результаты расчетов дебита горизонтальной скважины полученной модели для однородного модельного пласта, сравнивались с данными полученными по формулам других авторов. Расхождение между расчетными данными не превышает 0,7%.

1. Beresnev I. A., Johnson P. A. Elastic-wave stimulation of oil production: A review of methods and results // Geophysics. — 1994. — V. 59, No. 6. — P. 1000–1017.
2. Кравцов Я. И., Марфин Е. А., Буторин Э. А., Гатауллин Р. Н. О процессах, определяющих механизм интегрированного воздействия на нефтяной пласт // Георесурсы. — 2009. — №1. — С. 43–45.
3. Marfin E. A., Kravtsov Y. I., Abdrazhitov A. A., Gataullin R. N., Galimzyanova A. R. Elastic-Wave Effect on Oil Production by In Situ Combustion: Field Results // Petroleum Science and Technology. — 2015. — V. 33, No. 15–16. — P. 1526–1532.
4. Гатауллин Р. Н., Кравцов Я. И., Марфин Е. А. Интенсификация добычи трудноизвлекаемых углеводородов за счет интегрированного тепловолнового воздействия на пласт // Нефтяное хозяйство. — 2013. — №1. — С. 90–93.
5. Joshi S. D. Augmentation of well productivity using slant and horizontal wells // Journal of Petroleum Technology. — 1988. — V. 40, No. 6. — P. 729–739.
6. Giger F. Reduction du nombre de puits par l'utilisation de forages horizontaux // Revue de l'Institut Francais du Petrole. — 1983. — V. 38.
7. Борисов Ю. П., Пилатовский В. П., Табаков В. П. Разработка нефтяных месторождений горизонтальными и многозабойными скважинами. — М.: Недра, 1964. — 155 с.

8. Manga M., Beresnev I., Brodsky E.E., Elkhou J.E., Elsworth D., Ingebritsen S.E., Mays D.C., Wang C.-Y. Changes in permeability caused by transient stresses: Field observations, experiments, and mechanisms // Reviews of Geophysics. — 2012. — V. 50, No. 2. — RG2004.

ОЦЕНКА ВОЗМОЖНЫХ ИЗМЕНЕНИЙ ПОЛОЖЕНИЯ ЦЕНТРА ДАВЛЕНИЯ ОСТРОГО КОНУСА ЗА СЧЕТ МАЛОГО ИЗМЕНЕНИЯ ФОРМЫ ПРИ СВЕРХЗВУКОВОМ И ГИПЕРЗВУКОВОМ ОБТЕКАНИИ

Ю. А. Мокин^{1,2}

¹АО «ГРЦ Макеева», Челябинская обл., Миасс, Россия;

²Ю-У НЦ, Челябинская обл., Миасс, Россия

Постановка задачи близка [1] как частный случай. Рассматривается сверхзвуковое обтекание идеальным газом острого конуса с углом полурасщора θ_k с малыми вариациями поверхности под малым углом атаки α . Уравнение поверхности конуса в цилиндрической системе координат (x, r, φ) , ось Ox направлена от носка к торцу, запишем в виде

$$r(x, \varphi) = p \cdot x + \varepsilon \delta y(x); \quad \{0 \leq x \leq L; 0 \leq \bar{x} = (x/L) \leq 1; 0 \leq \varphi \leq 2\pi\}, \quad (1)$$

где $p = \tan(\theta_k)$; L — длина конуса; ε — параметр малости; $\delta y(x)$ — слабая вариация образующей $y(x) = p \cdot x$; $R_m = p \cdot L$ — радиус миделевого сечения.



Рис. 1. Схема острого конуса с используемой системой координат

Начало декартовой СК совпадает с вершиной конуса, ($y = r \cdot \cos \varphi, z = r \cdot \sin \varphi$). Будем рассматривать конусы с углами полурасщора θ_k , обеспечивающими при малых углах атаки реализацию присоединенного скачка уплотнения.

Зависимость коэффициента давления Φ на поверхности острого конуса исходной формы для заданных условий обтекания, числа Маха M_∞ , при $\alpha = 0$ от угла θ_k предполагается язвестной и заданной в виде дважды дифференцируемой функции $\Phi = \Phi(p)$. Расчет коэффициента давления на искаженной поверхности конуса (1) при малых углах атаки проводится в рамках метода касательных конусов с использованием ее в форме $\Phi = \Phi(t)$, где $t = \tan(\alpha_m)$ — тангенс местного угла атаки.

Последнее позволяет использовать для расчета коэффициента давления на поверхности (1) приближенную зависимость в формате метода [2]

$$\Phi(x, \varphi) \approx \Phi(p) + \Phi_t(p) \cdot \Delta t + \frac{1}{2} \Phi_{tt}(p) \cdot \Delta t^2, \quad (2)$$

где $\Delta t = t(x, \varphi) - p$; $\Phi_t = \Phi_p$; $\Phi_{tt} = \Phi_{pp}$. Обозначим далее $\tilde{\Phi} = \Phi_{tt}/\Phi_t$.

При гиперзвуковых скоростях в качестве основы для расчета коэффициента давления $\Phi(p)$ на поверхности острого конуса может быть использована зависимость

$$\Phi(\theta_k) = (2(k+1)(k+7)/(k+3)^2) \sin^2 \theta_k, \quad (3)$$

где k — показатель адиабаты, называемая усовершенствованной формулой Ньютона для конуса [3]. При сверхзвуковом обтекании известна приближенная аппроксимация [3]

$$\Phi(\theta_k, M_\infty) = (0,0016 + 0,002 \cdot M_\infty^{-2}) \cdot \theta_k^{1,7}, \quad (4)$$

где θ_k — угол конуса в градусах; M_∞ — число Маха набегающего потока.

С помощью произвольно выбранной кусочно-непрерывной ограничительно-нормирующей функции $0 \leq \psi(x) \leq \varepsilon \cdot 1$, $x \in [0, L]$ с носителем $\Psi \subset [0, L]$ на множестве вариаций $\delta y(x)$, равных нулю при $x \notin \Psi$, определим норму

$$\|\delta y(x)\|_\psi = \sup_{x \in \Psi} |\delta y(x)/\psi(x)|. \quad (5)$$

Множество вариаций $\delta y(x)$ с нормой (5) образуют линейное нормированное пространство Δ , в котором условие $\|\delta y(x)\|_\psi \leq 1$ тождественно неравенству

$$|\delta y(x)| \leq \psi(x). \quad (6)$$

При $\psi(x) = 1$ равномерно ограничивается величина радиальных вариаций поверхности.

Исходное положение центра давления острого конуса определяется известной формулой $x_f = (2/3) \cdot (1 + p^2) \cdot L$. На множестве вариаций образующей $\delta y(x) \in \Delta$, удовлетворяющих ограничению (6), для заданных условий обтекания требуется получить оценку максимально возможного изменения положения центра давления Δx_f .

Поставленную задачу отождествим с задачей нахождения нормы на множестве вариаций Δ линейного оператора-функционала, представляющего главную линейную часть, по малому параметру ε , полного приращения Δx_f , т. е. первой вариации δx_f

$$\|\delta x_f\|_\psi \stackrel{\text{def}}{=} \sup_{\delta y(x) \in \Delta} \frac{|\delta x_f|}{\|\delta y(x)\|_\psi}. \quad (7)$$

Последняя задача решена в [1] на основе метода [2] в общем случае, в предположении гладкости исходного контура тела. На основе общего решения [1] для рассматриваемого частного случая, острого конуса, получены следующие соотношения, зависящие от двух безразмерных параметров: θ_k и $\tilde{\Phi}$. Первая вариация δx_f определяется выражением

$$\delta x_f = - \int_0^L F(x) \cdot [\delta y(x)/R_m] dx + G \cdot \delta y(L), \quad (8)$$

где

$$G = (2/3 \cos^2 \theta_k) \cdot [\tilde{\Phi} + 5 \sin \theta_k \cdot \cos \theta_k], \quad (9)$$

$$F(x) = 2[2p(1+p^2)\tilde{\Phi} + 4p^2 - 1]\bar{x} - (4/3)[p(1+p^2)\tilde{\Phi} + p^2 - 1]. \quad (10)$$

Норма оператора-функционала (8) для произвольно выбранной функции $\psi(x)$ равна

$$\|\delta x_f\|_\psi = \int_0^L |F(x)| \cdot [\psi(x)/R_m] dx + |G| \cdot \psi(L). \quad (11)$$

Для гиперзвукового режима обтекания на основе зависимости (3) получено

$$\tilde{\Phi} = \frac{(1 - 3p^2)}{p(1 + p^2)}, \quad G = \frac{2(1 + 2p^2)}{3p}, \quad F(x) = 2(1 - 2p^2)\bar{x} + (8/3)p^2. \quad (12)$$

Для сверхзвукового режима течения на основе зависимости (4) получено

$$\tilde{\Phi} = \frac{0,7 - 2p\theta_k}{(1 + p^2)\theta_k}, \quad G = \frac{1,4 + 6p\theta_k}{3\theta_k}, \quad F(x) = (2,8 \cdot \frac{p}{\theta_k} - 2)\bar{x} + \frac{4}{3}\left(1 + p^2 - 0,7 \cdot \frac{p}{\theta_k}\right). \quad (13)$$

По результатам вычисления нормы (11) при $\psi(x) = 1$ для конусов с $\theta_k \leq 50^\circ$ получено, что для любой слабой вариации $\delta y(x)$, удовлетворяющей условию $|\delta y(x)/R_m| \leq \bar{\varepsilon}_r$, величина δx_f для гиперзвукка (12) и сверхзвукка (13) ограничена неравенствами

$$|\delta x_f|_{\text{гип}} \leq \bar{\varepsilon}_r \{(5 + 6p^2)/3\} \cdot L, \quad |\delta x_f|_{\text{свз}} \leq \bar{\varepsilon}_r \{(1 + 2,8(p/\theta_k) + 10p^2)/3\} \cdot L. \quad (14)$$

Для небольших углов θ_k при ограничении вариации поверхности в пределах $\approx \pm 1\%$ (R_m) величина δx_f для гиперзвукка может достигать (и не более) $\approx 1,66\%$ (L); для сверхзвукка $\approx 1,27\%$ (L). С увеличением θ_k возможное изменение δx_f (14) возрастает.

Описан способ получения слабой вариации $\delta y(x)$, реализующий приближенное равенство в (14). Получены оценки параметра $\tilde{\Phi}$ для нескольких углов θ_k при различных числах Маха на основе точных расчетов. Оценки δx_f на основе (8) удовлетворяют контрольным примерам и удовлетворительно соответствуют данным точных расчетов.

1. Мокин Ю. А., Киселев В. И. Оценка вариаций положения центра давления за счет малого изменения формы затупленных тел вращения при их гиперзвуковом обтекании // Наука ЮУрГУ [Электронный ресурс]: Материалы 66-й научной конференции. Секции технических наук. — Челябинск: Издательский центр ЮУрГУ, 2014. — С. 1719–1727.
2. Мокин Ю. А. О возможностях решения задач гиперзвуковой аэродинамики на основе дифференциальной формы представления обобщенной гипотезы локальности и ее композиции с точными численными методами // Космонавтика и ракетостроение. — 2008. — Вып. 2(51). — С. 136–145.
3. Краснов Н. Ф., Кошевой В. Н., Данилов А. Н., Захарченко В. Ф. Аэродинамика ракет / Под ред. Н. Ф. Краснова. — М.: Высш. шк., 1968. — 772 с.

ВЛИЯНИЕ ТУРБУЛЕНТНОСТИ НА СКОРОСТИ РЕАКЦИЙ В ХИМИЧЕСКИ НЕРАВНОВЕСНЫХ ТЕЧЕНИЯХ

A. M. Молчанов, D. C. Янышев, L. B. Быков

МАИ, Москва, Россия

В химически неравновесных турбулентных потоках важнейшую роль играют проблемы, связанные с расчетом средней величины источникового члена, входящего в уравнения сохранения массы компонентов. Скорость образования компонента является нелинейной функцией плотности, температуры и концентраций компонен-

тов, и допущение о том, что средняя скорость определяется через средние значения своих аргументов, может приводить к грубым ошибкам.

Наиболее достоверным в процедуре математического описания комплекса химических реакций представляется подход с использованием функции распределения плотности вероятностей (ФРПВ).

Предложена методика построения ФРПВ, основанная на представлении этой функции в виде произведения более простых функций заранее заданной формы с последующим решением уравнений, описывающих параметры этих функций. Коэффициенты скоростей реакций в зависимости от всех возможных средних температур и дисперсий температуры определялись по заранее рассчитанным таблицам, что существенно сократило время численного интегрирования.

Функция плотности газа описывается дельта-функцией, температура — нормальным распределением и бета-функцией; для концентраций компонентов использовалась многомерная бета-функция.

Апробация модели выполнена сравнением результатов расчета с экспериментальными данными. В качестве примера представлены результаты сравнения результатов расчета с экспериментальными данными Кента и Билджа [1].

На рис. 1 представлено осевое изменение температуры и концентрации воды в горящей струе водорода с учетом влияния турбулентности на горение и без учета такого влияния. Видно, что при использовании «турбулентной» химии получается более точное совпадение результатов расчета с экспериментальными данными [1].

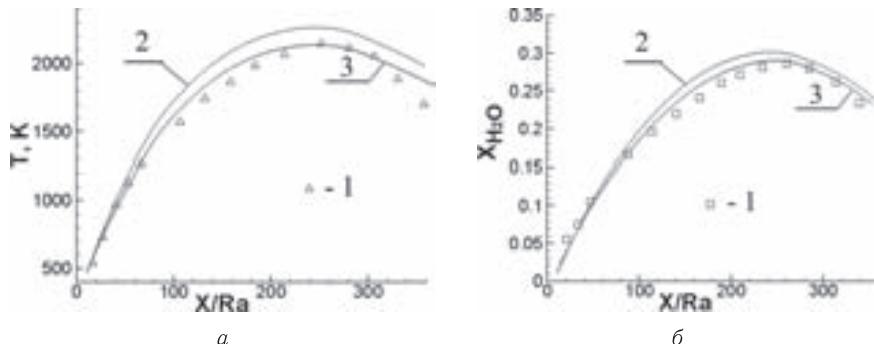


Рис. 1. Распределение температуры (а) и мольной концентрации воды (б) вдоль оси струи водорода, взаимодействующей со спутным потоком воздуха: 1 — эксперимент Кента и Билджа [1]; 2 — расчет с «ламинарной» химией; 3 — расчет с «турбулентной» химией

Аналогичные результаты получены для сверхзвукового горения водорода в спутном потоке воздуха: в струе — эксперимент Ченга и др. [2] и в расширяющемся канале — эксперимент Барроуса и Куркова [3].

Учет влияния турбулентных пульсаций на скорости химических реакций позволил получить лучшее совпадение результатов расчета с экспериментом, как для распределения температуры, так и для концентраций химических компонентов.

1. Kent J. H., Bilger R. W. Turbulent diffusion flames // Fourteenth Symposium (International) on Combustion, The Combustion Institute. — 1973. — P. 615–625.
2. Cheng T. S., Wehrmeyer J. A., Pitz R. W., Jarrett O., Northam, G. B. Finite-Rate Chemistry Effects in a Mach 2 Reacting Flow // AIAA Paper 91-2320, June 1991. — 16 p.
3. Burrows M. C., Kurkov A. P. Analytical and Experimental Study of Supersonic Combustion of Hydrogen in a Vitiated Airstream // NASA Technical Report NASA TM X-2828, 1973. — 34 p.

КОЛЕБАТЕЛЬНАЯ И ХИМИЧЕСКАЯ РЕЛАКСАЦИЯ В ПОТОКАХ ВОЗДУХА В СОПЛАХ*

E. A. Нагнибеда, К. В. Папина

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия

Изучение сверхзвуковых течений реагирующих смесей газов в соплах является важным для многих практических приложений, связанных с разработкой газодинамических лазеров и реактивных двигателей. Расширение потоков с высокой начальной температурой происходит в условиях сильной химической и колебательной неравновесности. Необходимы теоретические модели для химических процессов и обменов колебательной энергии для того, чтобы оценить их влияние на макропараметры. Наиболее широко в литературе течения в соплах изучены для двухкомпонентных смесей N_2/N и O_2/O на основе разных теоретических моделей неравновесной кинетики (см., например, [1]). Течениям в соплах пятикомпонентной воздушной смеси посвящены, например, работы [2, 3], в которых задача рассматривается с учетом наиболее детального поуровневого описания. Для практических приложений оказываются полезными модели, основанные на многотемпературных и однотемпературных распределениях и требующие меньше вычислительных ресурсов. Химическая релаксация и основные особенности химически-неравновесных течений в соплах подробно рассмотрены в [4].

В настоящей работе исследуются течения воздуха $N_2/O_2/NO/N/O$ в соплах на основе однотемпературного и поуровневого подходов. Течение предполагается стационарным и квазидномерным, а газ невязким и нетеплопроводным. В рамках однотемпературной модели учитываются химические реакции обмена атомами, диссоциация и рекомбинация, протекающие во временном масштабе изменения газодинамических параметров. Определяющими макропараметрами течения являются числовые плотности молекул и атомов n_{N_2} , n_{O_2} , n_{NO} , n_N , n_O , температура газа T и макроскопическая скорость v . Замкнутая система уравнений для макропараметров состоит из уравнений сохранения импульса, полной энергии и уравнений однотемпературной химической кинетики.

Численное интегрирование системы уравнений для макропараметров в термически равновесном приближении проведено в работе для нескольких значений давления и температуры в форкамере ($p^0 = 1, 10, 100$ атм, $T^0 = 5000, 7000$ К). Исследована зависимость параметров течения от начальных условий, показано влияние химических реакций на изменение макропараметров. Обсуждается выбор моделей однотемпературных коэффициентов скорости реакций и параметров в законе Аррениуса.

Решение системы получено для трех кинетических схем: 1) с учетом всех реакций; 2) без учета рекомбинации; 3) без учета обменных реакций. Показано, что вблизи критического сечения реакции обмена влияют на температуру газа сильнее, чем рекомбинация (рис. 1). Далее, с понижением температуры основную роль начинает играть рекомбинация (рис. 2). На рисунках представлено изменение температуры течения в коническом сопле в зависимости от расстояния до критического сечения, отнесенного к его радиусу.

Расчеты течений воздуха в соплах трех видов показали сильное влияние формы сопла на характер химических реакций и изменение температуры и скорости пото-

*Работа выполнена при поддержке СПбГУ (проект №6.37.163.2014) и РФФИ (проект №15-01-02373).

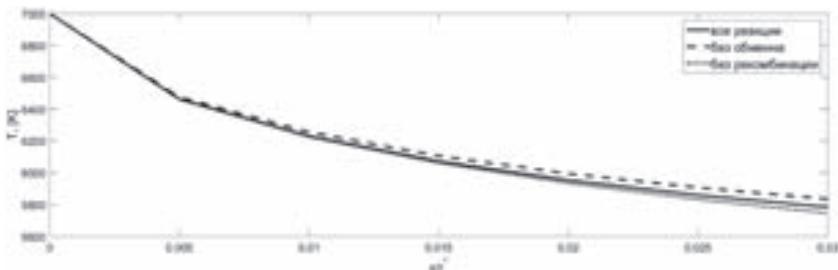


Рис. 1

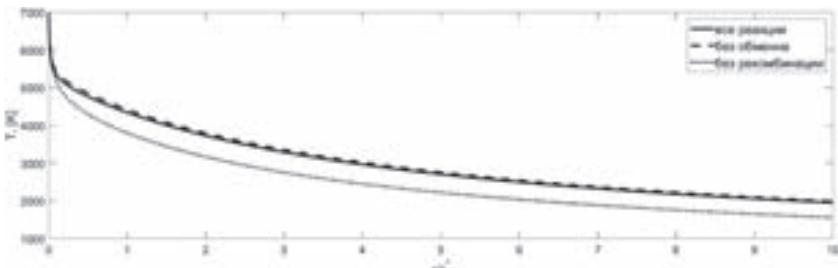


Рис. 2

ка. Наиболее резкое убывание температуры получено в случае конического сопла, в котором наблюдается наибольшее расширение потока, чем в случае гиперболического сопла и сопла F4.

В поурожневом приближении решается система уравнений для заселенности колебательных уровней молекул n_{N_2i} , n_{O_2i} , n_{NOi} , плотностей атомов n_N , n_O , температуры и скорости потока, принимаются во внимание обменные реакции $N_2(i) + O \rightleftharpoons NO(i) + N$ и $O_2(i) + N \rightleftharpoons NO(i) + O$, диссоциация и рекомбинация, VT обмены поступательной и колебательной энергиями, VV - и VV' -обмены колебательными энергиями молекул одного и того же сорта и разных сортов соответственно. Коэффициенты скорости VT , VV и VV' колебательных переходов вычислялись на основе модели Шварца, Славского и Герцфельда, обобщенной для ангармонических осцилляторов. Для коэффициентов скорости неравновесной диссоциации использовалась модель Тринора–Маррона. Коэффициенты скорости обменных реакций определялись на основе двух моделей: с учетом и без учета колебательного возбуждения молекул NO. Получены распределения заселенности колебательных уровней молекул в различных сечениях сопла и проведено сравнение заселенностей уровней и макропараметров, найденных в поурожневом и однотемпературном приближениях.

1. Kustova E. V., Nagnibeda E. A., Alexandrova T. Yu. et al. On the non-equilibrium kinetics and heat transfer in nozzle flows // Chem. Phys. — 2002. — V. 276, No. 2. — P. 139–154.
2. Colonna G. et al. Non-Arrhenius NO formation rate in one-dimensional nozzle airflow // Journal of thermophysics and heat transfer. — 1999. — V. 13, No. 3. — P. 372–375.
3. Bazilevich S.S., Sinitsyn K.A., Nagnibeda E. A. Non-equilibrium Flows of Reacting Air Components in Nozzles // AIP Conference Proceedings. — 2009. — V. 1084, No. 1. — P. 843–848.
4. Агафонов В. П., Вертушкин В. К., Гладков А. А., Полянский О. Ю. Неравновесные физико-химические процессы в аэродинамике / Под ред. Г. И. Майкапара. — М.: Машиностроение, 1972. — 344 с.

РЕЦЕПТОРНЫЙ МЕТОД РАСЧЕТА ОТРАЖЕННЫХ ПОТОКОВ ЧАСТИЦ СОБСТВЕННОЙ ВНЕШНЕЙ АТМОСФЕРЫ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

A. Б. Надирадзе

МАИ, Москва, Россия

Одной из проблем моделирования собственной внешней атмосферы (СВА) космических аппаратов (КА) [1] является расчет отраженных потоков частиц. Схема расчета отраженных потоков частиц представлена на рис. 1.

С математической точки зрения расчет отраженных потоков требует учета многократных отражений и, соответственно, многократного интегрирования по всей поверхности спутника (вычисления интеграла Фредгольма [2]). Использование классических конечноэлементных методов интегрирования в данном случае является неэффективным, поскольку подынтегральная функция может быть очень сложной. Методы прямого статистического моделирования здесь тоже неэффективны, поскольку вероятность попадания пробной частицы на контрольную площадку, имеющую близкую к нулю площадь, крайне мала и для получения достаточно точных результатов требуется проведение неоправданно большого количества статистических испытаний.



Рис. 1. Схема расчета отраженных потоков частиц СВА

Для сокращения количества испытаний ранее было предложено использовать комбинированный метод расчета, являющийся аналогом метода локальной оценки плотности потока, используемого при моделировании переноса излучения [3]. Идея комбинированного метода заключается в следующем. Из каждого источника массы выпускают пробные частицы и отслеживают их траектории до выхода из системы или до выполнения некоторого критерия останова вычислительного процесса. Величину потока отраженных частиц в заданной точке поверхности, вычисляют путем суммирования потоков от каждой точки отражения пробной частицы от поверхности объекта. При этом точки отражения выступают в роли точечных источников с заданной интенсивностью I_k , которая зависит от интенсивности источника массы и количества пробных частиц. Высокая эффективность данного метода достигается за счет исключения из рассмотрения точек, не участвующих в процессе отражения, а также аналитического вычисления потоков отраженных частиц на приемной площадке.

Однако и в этом случае возможны «пропуски» отражающих поверхностей малой площади, что приводит к значительным ошибкам вычислений. Исключить эти ошибки можно только путем увеличения количества пробных частиц, а значит — времени счета.

В связи с этим целью данной работы было построение эффективного алгоритма расчета отраженных потоков частиц, позволяющего значительно увеличить количество пробных частиц при фиксированном времени счета и при сохранении приемлемой точности расчета.

Анализ комбинированного метода расчета, рассмотренного выше, показал, что значительное время тратится на расчет потоков от точки отражения к точке приема (отрезок А–С на рис. 1). При этом «узким местом» является определение экранирования отраженных потоков элементами конструкции КА (поиск пересечений). Чтобы увеличить производительность алгоритма было решено пожертвовать точностью расчетов и вычислять потоки не от каждой точки отражения, а от центральной точки треугольника геометрической модели, с которым встретилась траектория пробной частицы (рис. 2). Если такие треугольники («рецепторы») будут достаточно крупными, то количество отражений от них тоже будет велико ($\gg 1$). А значит, определив один раз коэффициент переноса частиц от рецептора к сенсору:

$$K_m = T_{AC} \frac{1}{\pi R_{AC}^2} \cos(\varphi_B) \cos(\theta_C),$$

где R_{AC} — расстояние от центральной точки треугольника (рецептора) до сенсора; φ_B — угол вылета частицы с рецептора в направлении сенсора; θ_C — угол падения частицы на поверхность сенсора; T_{AC} — коэффициент экранирования вдоль луча AC , при каждом последующем пересечении частицы с рецептором поток на сенсоре увеличивается на величину $\Delta n v = I_k \cdot K_m$, без повторного поиска пересечений. За счет этого и происходит сокращение времени счета.

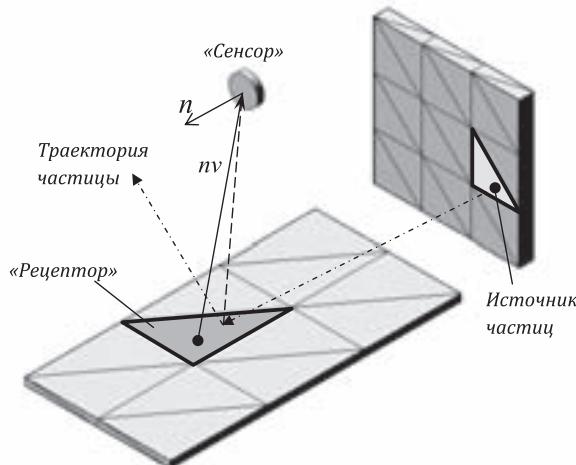


Рис. 2. Схема рецепторного метода расчета отраженных потоков частиц СВА

При таком подходе время счета сокращается тем больше, чем больше размер рецептора. Однако точность расчетов с ростом размеров рецепторов падает из-за геометрических искажений и неверного учета экранирования отраженных потоков. В тоже время, за счет многократного увеличения количества траекторий

(при фиксированном времени счета) вероятность пропусков мелких отражающих поверхностей существенно снижается.

Практическая реализация рецепторного метода показала, что при фиксированном времени счета количество пробных частиц может быть увеличено минимум в 5–10 раз по сравнению с комбинированным методом, без существенного снижения точности.

1. Рыжов Ю. А. Динамика разреженных газов и молекулярная газовая динамика // Тем. сб. науч. тр. МАИ. — М.: Изд-во МАИ, 1988. — С. 3–27.
2. Берд Г. Молекулярная газовая динамика / Пер. с англ. под ред. О. М. Белоцерковского и М. Н. Когана. — М.: Мир, 1981. — 316 с.
3. Острик А. В. Термомеханическое действие рентгеновского излучения на многослойные гетерогенные препараторы в воздухе. — М.: НТЦ «Информтехника», 2003. — 160 с.

ЧИСЛЕННОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ СИЛ, ДЕЙСТВУЮЩИХ НА КОЛЕБЛЮЩИЕСЯ КОНСОЛЬНО-ЗАКРЕПЛЕННЫЕ ПЛАСТИНЫ В ВОЗДУХЕ.

2. ЧИСЛЕННОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ*

A. Н. Нуриев¹, О. Н. Зайцева¹, Э. Р. Габдрахманова², В. И. Афанасьев²

¹К(П)ФУ, Казань, Россия; ²КНИТУ, Казань, Россия

Вторая часть настоящей работы посвящена численному исследованию аэродинамического воздействия на тонкие консольно-закрепленные балки (пластини), совершающие изгибные колебания в воздухе. Как было отмечено в [1] если длина консоли существенно превышает ее ширину и толщину, на низких структурных модах колебаний длина вибрационной волны значительно больше отклонений балки, в силу чего балка может рассматриваться как локально плоская. В этом случае можно использовать упрощенную казидвумерную модель взаимодействия пластина-газ, согласно которой аэродинамическое воздействие, оказываемое на каждое сечение балки можно считать результатом его плоского обтекания (рис. 1). Таким образом, для вычисления полной аэродинамической нагрузки, действующей на пластину, можно провести серию двумерных численных расчетов моделирующих обтекание гармонически колеблющегося твердого тела, геометрические характеристики которого совпадали бы с сечением пластины.

Такой метод получил широкую популярность среди исследователей в настоящее время [3–5], в то же время результаты его применения зачастую оказываются весьма ограниченными. В первую очередь это связано с диапазоном чисел Рейнольдса (Re), который может быть охвачен численными моделями. Не смотря на то, что экспериментальные данные (например [1, 2]) косвенно указывают на широкий диапазон применимости квазидвумерной гипотезы ($Re < 10000$), многие численные схемы работают только в области низких чисел Рейнольдса (обычно $Re < 300$). В то же время численные модели, способные работать при более высоких Re (см. например [5]), дают завышенные оценки (на 20–30%) аэродинамического сопротивления по сравнению с экспериментальными данными. Результаты настоящего исследования показывают, что в корне этих проблем лежат сразу несколько факторов.

*Работа выполнена при поддержке грантов РФФИ 15-01-06029 и 17-01-00703.

Первый фактор, который стоит учитывать при выборе численной схемы, аналогичен тому, что возникает при моделировании задачи о гармонических колебаниях цилиндра в вязкой жидкости (см., например, [6]). В режимах обтекания с интенсивным вихреобразованием (при относительно высоких числах Рейнольдса) возникают трехмерные течения, не настолько интенсивные, чтобы разрушить доминирующие плоские потоки, но оказывающие значительное влияние на диссипацию вихрей в отдалении от тела. При этом ключевая составляющая силы сопротивления формируется за счет контакта с ближайшими новыми вихревыми структурами (не подверженными сильному влиянию трехмерных эффектов), которые генерируются при взаимодействии осциллирующего тела с жидкостью. Поэтому плоские модели остаются пригодными для моделирования таких течений, но должны обладать дополнительной диссипативностью вдали от тела. Для этих целей хорошо подходит численная модель, предложенная в работе [7], ее адаптация [8] была использована для решения плоских задач в настоящей работе.

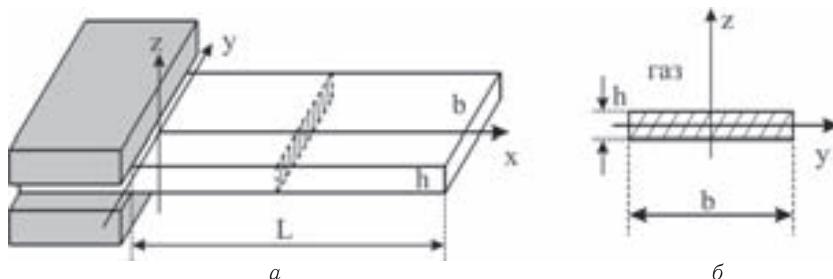


Рис. 1. Обозначения в задаче о колебаниях пластины (а) и схема квазидвумерной аэродинамической задачи (б)

Второй фактор состоит в том, что практически во всех численных исследованиях рассматривают упрощенную геометрию пластин, считая, что их сечение можно принять бесконечно тонким или прямоугольным (см. например [3–5]). В тоже время в экспериментах обычно используются образцы (конечных размеров) с усеченными торцами [1, 2]. Как показывают настоящие расчеты эта, казалась бы несущественная, деталь имеет большое значение для режимов с интенсивным вихреобразованием, где форма торцов определяет точку отрыва вихрей.

Учет обоих этих факторов позволил построить в настоящей работе численную модель, способную с хорошей точностью предсказывать наблюдаемые в экспериментах режимы течения и создаваемые ими силы аэродинамического воздействия в широком диапазоне чисел Рейнольдса. Полученные результаты позволяют не только провести верификацию экспериментальных данных [1], они также дают обширную информацию о структуре течений около пластин различной геометрии и их влиянии на аэродинамические силы.

1. Нуриев А. Н., Камалутдинов А. М., Егоров А. Г. Численное и экспериментальное исследование аэродинамических сил, действующих на колеблющиеся консольно-закрепленные пластины в воздухе // Материалы XX Юбилейной Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМ-СППС'2015), 24–31 мая 2017 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2017.
2. Bearman P. W., Downie M. J., Graham J. M. R, and Obasaju E. D. Forces on cylinders in viscous oscillatory flow at low Keulegan-Carpenter numbers // J. Fluid Mech. — 1985. — V. 55. — P. 337–356.
3. Aureli M., Basaran M.E., Porfiri M. Nonlinear finite amplitude vibrations of sharp-edged beams in viscous fluids // Journal of Sound and Vibration. — 2012. — V. 331. — P. 1624–1654.

4. Phan C. N., Aureli M., Porfiri M. Finite amplitude vibrations of cantilevers of rectangular cross sections in viscous fluids // Journal of Fluids and Structures. — 2013. — V. 40. — P. 52–69.
5. Egorov A. G., Kamalutdinov A. M., Nuriev A. N., Paimushin V. N. Theoretical-experimental method for determining the parameters of damping based on the study of damped flexural vibrations of test specimens 2. Aerodynamic component of damping // Mechanics of Composite Materials. — 2014. — V. 50, No. 3. — P. 267–278.
6. An H., Cheng L., Zhao M. Steady streaming around a circular cylinder in an oscillatory flow // Ocean Engineering. — 2009. — V. 36, No. 14. — P. 1089–1097.
7. Justesen P. A numerical study of oscillating flow around a circular cylinder // J. Fluid Mech. — 1991. — V. 222. — P. 157–196.
8. Нуриев А. Н. Численное моделирование течений, возникающих около гармонически осциллирующего цилиндра, в диапазоне умеренных значений колебательного числа Рейнольдса // Материалы XI Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2016), 25–31 мая 2016 г. Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2016. — С. 260–261.

ЧИСЛЕННОЕ И ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ АЭРОДИНАМИЧЕСКИХ СИЛ, ДЕЙСТВУЮЩИХ НА КОЛЕБЛЮЩИЕСЯ КОНСОЛЬНО-ЗАКРЕПЛЕННЫЕ ПЛАСТИНЫ В ВОЗДУХЕ.

1. ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ*

А. Н. Нуриев, А. М. Камалутдинов, А. Г. Егоров

К(П)ФУ, Казань, Россия

В первой части работы представлен экспериментальный метод определения аэrodинамических коэффициентов тонких удлиненных консольно-закрепленных пластин, совершающих изгибные колебания в воздухе. В общем случае задача определения действующих на консольно-закрепленную балку аэrodинамических сил чрезвычайно сложна, главным образом, из-за сложности трехмерных течений газа, вызванных колебанием консоли. Однако если длина балки существенно превышает ее ширину и толщину, на низких структурных модах колебаний длина вибрационной волны значительно больше отклонений балки, в силу чего балка может рассматриваться как локально плоская. В этом случае можно использовать упрощенную казидвумерную модель взаимодействия пластина-газ, согласно которой аэrodинамическое воздействие, оказываемое на каждое сечение балки можно считать результатом его плоского обтекания. Применяя представленные выше упрощающие предположения, можно установить интегральную связь между логарифмическим декрементом колебания (ЛДК) балки и силами сопротивления, действующими на каждое ее сечение, а также относительным изменением частоты колебаний и силами присоединенных масс (см. например [1]). Эта интегральная зависимость может быть использована для экспериментального определения характеристик силового аэrodинамического воздействия по параметрам колебания пластины (декременту колебания и относительному изменению частоты). Именно такая задача рассматривается в настоящей работе. На пути ее решения стоят две основные проблемы. Первая заключается в выделение из экспериментов аэро-

*Работа выполнена при поддержке гранта РНФ 17-11-01211.

динамической составляющей демпфирования, вторая — в решении нелинейных интегральных уравнений на базе экспериментальных зависимостей.

В общем случае параметры колебания пластины являются функциями не только аэродинамической, но и механической составляющих. Такие механические свойства как внутреннее демпфирование относятся к характеристикам материала пластины и могут иметь сильную нелинейную зависимость от амплитуды колебаний (см. например [2]). Для разделения аэродинамических и механических составляющих демпфирования в экспериментах используются тест-образцы из алюминиевого сплава. У пластин из такого материала [3] внутреннее демпфирование практически не зависит от амплитуды колебаний вплоть до очень больших деформаций. Используемый метод крепления образцов также обеспечивает конструкционное демпфирование, не зависящее от амплитуды колебания. Таким образом, изменения декремента колебаний от амплитуды являются следствием только аэродинамического воздействия, что позволяет выделять соответствующую составляющую из параметров колебания.

Переход от параметров колебания к аэродинамическим характеристикам связан с решением нелинейных интегральных уравнений с ядром, определяющимся профилем основной моды изгибных колебаний. Для этих целей в работе предложен оригинальный аналитический метод, основанный на аппроксимации с 5% погрешностью профиля основной моды простой степенной функцией. Это сводит процедуру решения интегрального уравнения к простому дифференцированию. Таким образом, каждый проведенный эксперимент позволяет найти при фиксированной частоте зависимость коэффициента аэродинамического сопротивления и коэффициента присоединенных масс от амплитуды колебания пластины.

Согласно разработанному методу в работе были проведены обширные серии экспериментов по измерению параметров демпфирования колебаний консольно-закрепленных тест образцов. Их обработка позволила установить как глобальное влияние аэродинамического воздействия (логарифмический декремент колебаний и относительное изменение частоты), так и его локальные силовые характеристики в каждом сечении пластины в виде универсальных функций безразмерной амплитуды и безразмерной частоты колебаний.

Силы сопротивления, играющие ключевое влияние на процесс затухания колебаний, идентифицируются в рамках рассматриваемого метода с высокой точностью. Результаты определения этих сил при различных комбинациях параметров были обобщены в работе в аппроксимационную формулу, описывающую зависимость C_d от параметров колебания в исследуемом диапазоне параметров с погрешностью менее 5%. Роль второй составляющей аэродинамического воздействия на процесс колебания — силы присоединенных масс воздуха, изменяющей резонансную частоту, оказалась крайне незначительной. Это сузило диапазон измерения (оценки получены только для диапазона низких частот) и точность определения (доверительный интервал $\pm 10\%$) этой силовой характеристики. Однако, даже не смотря на это, полученные результаты по C_m , также как и по C_d , показали хорошее соответствие с известными экспериментальными данными [4, 5] практически во всем диапазоне исследуемых параметров.

Предлагаемый в работе метод можно рассматривать и как полезную альтернативу или дополнение чисто гидродинамическим экспериментальным методам и численным подходам определения аэродинамических коэффициентов.

1. Egorov A. G., Kamalutdinov A. M., Nuriev A. N., Paimushin V. N. Theoretical-experimental method for determining the parameters of damping based on the study of damped flexural vibrations of test specimens 2. Aerodynamic component of damping // Mechanics of Composite Materials. — 2014. — V. 50, No. 3. — P. 267–278.

2. Paimushin V. N., Firsov V. A., Gyunal I., Egorov A. G., Kayumov R. A. Theoretical-experimental method for determining the parameters of damping based on the study of damped flexural vibrations of test specimens. 3. Identification of the characteristics of internal damping // Mechanics of Composite Materials. — 2014. — V. 50, No. 5. — P. 633–646.
3. Guild F. J. Property-microstructural relationships in GFRP, Ph.D. thesis, Plymouth Polytechnic, 1978. — 310 p.
4. Bearman P. W., Downie M. J., Graham J. M. R, and Obasaju E. D. Forces on cylinders in viscous oscillatory flow at low Keulegan–Carpenter numbers // J. Fluid Mech. — 1985. — V. 55. — P. 337–356.
5. Singh S. Forces on bodies in oscillatory flow. Ph.D. thesis, University of London, 1979.

О РАСЧЕТЕ СИЛ, ДЕЙСТВУЮЩИХ НА ТЕЛА, ПРИ РЕШЕНИИ ЗАДАЧ КАВИТАЦИОННОГО ОБТЕКАНИЯ

А. Г. Петров¹, И. И. Потапов²

¹*ИПМех РАН, Москва, Россия;* ²*ВЦ ДВО РАН, Хабаровск, Россия*

Рассматриваются плоские и осесимметричные задачи кавитационного обтекания тел по схеме Рябушинского. Течение набегающего потока считается безвихревым, установившимся, а жидкость — идеальной и несжимаемой. Для задачи обтекания используется численный метод граничных элементов с применением квадратурных формул без насыщения. Для определения свободной границы предложен метод градиентного спуска на основе принципа Рябушинского. Действующая на кавитатор сила сопротивления выражена через функционал Рябушинского, что позволяет для малых чисел кавитации вычислять силу с достаточно высокой точностью. Изучены зависимости коэффициента сопротивления для кавитаторов различной формы: клин и конус, дуга окружности и сферический сегмент.

ОБ УСТОЙЧИВОСТИ УРАВНЕНИЯ ЭКСНЕРА

А. Г. Петров¹, И. И. Потапов²

¹*ИПМех РАН, Москва, Россия;* ²*ВЦ ДВО РАН, Хабаровск, Россия*

Найдены условия для придонного касательного напряжения определяющего фазовые сдвиг между расходом влекомых наносов и средней скоростью гидродинамического потока волн. Получена асимптотическая зависимость, определяющая значение фазового сдвига для донных волн малой крутизны, с использованием которой выполнено замыкание задачи русловой устойчивости Экснера в формулировке Энгелунда–Фредсо. При решении задачи получена немонотонная зависимость длины волны донных возмущений от глубины слоя вытеснения, из анализа которой можно сделать следующие важные выводы:

1. Изменение формы донной поверхности при возникновении донных волн должно приводить к изменению толщины слоя вытеснения, что в свою очередь должно приводить к дискретному изменению длины донных волн для максимально бысторастущей частоты.

2. Дискретное изменение волновых характеристик растущих разномасштабных донных возмущений может непрерывно поддерживать русловую систему в переходном нестационарном состоянии.

МОДЕЛЬ КАРМАНА ТУРБУЛЕНТНОЙ ВЯЗКОСТИ И ЕЕ ИСПОЛЬЗОВАНИЕ В РАСЧЕТАХ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ТЕЧЕНИЙ

B. I. Пинчуков

ИВТ СО РАН, Новосибирск, Россия

Поиск и исследование новых автоколебательных течений связаны с использованием модели турбулентности, к которой предъявляются требования универсальности и вычислительной эффективности (ввиду разнообразия исследуемых конфигураций и высокой вычислительной стоимости расчетов автоколебательных течений). Здесь представляется удовлетворяющая этим требованиям алгебраическая модель [1], включающая использование обобщенной формулы Кармана для масштаба турбулентных пульсаций и процедуру усреднения. Рассмотрены автоколебательные течения, как классические, так и новые [1]. Используется неявная схема третьего порядка по времени и четвертого по пространственным переменным.

1. Модель Кармана турбулентной вязкости. Как и во всех алгебраических моделях, основой для вычисления турбулентной вязкости положим формулу Прандтля $\mu = \rho|w|z$, где ρ — плотность, w — завихренность, z — пространственный масштаб турбулентных пульсаций, способом вычисления которого различаются алгебраические модели. Идея настоящего метода заключается в обобщении формулы Кармана $z = kdu/dy / (\partial^2 u / \partial y^2)$ ($k = 0,42$ — постоянная Кармана, u — горизонтальная компонента скорости, y — вертикальная координата), применяемой в исследованиях турбулентного пограничного слоя на плоской пластине. Обобщенная формула Кармана в двумерном случае имеет вид: $z = kw / |\operatorname{grad} w|$, где $\operatorname{grad} f(x, y)$ — вектор $(\partial f / \partial x, \partial f / \partial y)$, $|\operatorname{grad} f(x, y)| = [(\partial f / \partial x)^2 + (\partial f / \partial y)^2]^{1/2}$.

Конечно, эта формула теряет точность в областях с малыми значениями величины $|\operatorname{grad} w|$. Кроме того, наличие производных в формулах для вычисления турбулентной вязкости меняет тип уравнений и может приводить к искусственной нестабильности. Для противодействия этому эффекту здесь используется усреднение. В итоге процедура вычисления вязкости имеет вид:

$$L = |w| / [\langle |\operatorname{grad} w|^2 \rangle + \delta(|\operatorname{grad} u|^2 + |\operatorname{grad} v|^2) / \operatorname{Det}]^{1/2}, \quad (1)$$

$$z = Lk / (1 + 27L^4 / \lambda^4 / 256), \quad \mu_0 = \langle \rho|w|z^2 \rangle, \quad (2)$$

где λ — ограничитель; u, v — компоненты скорости; $\delta = 0,001$ — коэффициент, обеспечивающий регулярность приведенных выше формул в случае $\operatorname{grad} w \approx 0$, $\operatorname{Det} = \partial x / \partial \xi \times \partial y / \partial \eta - \partial x / \partial \eta \times \partial y / \partial \xi$; ξ, η — преобразованные переменные. Ограничитель λ обеспечивает возможность подстройки модели к конкретному течению. Именно, λ позволяет варьировать «степень» турбулентности. Приведенные выше формулы содержат «усредненные» величины, заключенные в скобки $\langle \cdot \rangle$, причем в отличие от процедуры расчета турбулентной вязкости, приведенной в [1], здесь используется усреднение как в формуле (1), так и во второй из формул (2). В итоге наиболее «опасная» для порождения искусственной нестабильности величина $|\operatorname{grad} w|^2$, содержащая вторые производные от искомого решения, фактически подвергается двукратному усреднению. Это позволило уменьшить размеры области усреднения и повысить разрешение используемого подхода. С целью уменьшения вычислительной стоимости усреднение производится в два этапа:

$$1. \underline{f} = \int_{-m\Delta x}^{m\Delta x} f(x + \varsigma, y) \Omega(m\Delta x, \varsigma) d\varsigma, \quad 2. \langle f \rangle_{tur} = \int_{-m\Delta y}^{m\Delta y} \underline{f}(x, y + \varsigma) \Omega(m\Delta y, \varsigma) d\varsigma,$$

$$\Omega(\varepsilon, \zeta) = (1,2 - \zeta^2/\varepsilon^2) \left/ \int_{-\varepsilon}^{\varepsilon} (1,2 - \zeta^2/\varepsilon^2) d\zeta \right.,$$

где параметр m , определяющий размеры области усреднения выбран в пробных расчетах, $m = 4$ (вместо $m = 7$ в [1]).

2. Взаимодействие двух сверхзвуковых потоков. Для проверки сходимости по времени решения уравнений сжимаемого газ при использовании модели Кармана произведен расчет стационарного взаимодействия двух сверхзвуковых потоков с параметрами $p^u = 1$, $\rho^u = 1$, $M^u = 2,4$ (сверху) и $p^d = 0,25$, $\rho^d = 0,5$, $M^d = 4$ (снизу). На рис. 1, *a* приведена динамика сходимости $R = \max_{i,k} |\rho_{ik}^{n+1} - \rho_{ik}^n| / \tau$, 1 — идеальное ламинарное течение, 2 — турбулентное течение ($Re = L u^d \rho^d / \max_{ik}(\mu_{tur}) = 88$, L — размер левой границы), 3 — турбулентная модель без усреднения, на рис. 1, *б* — распределение плотности в стационарном течении.

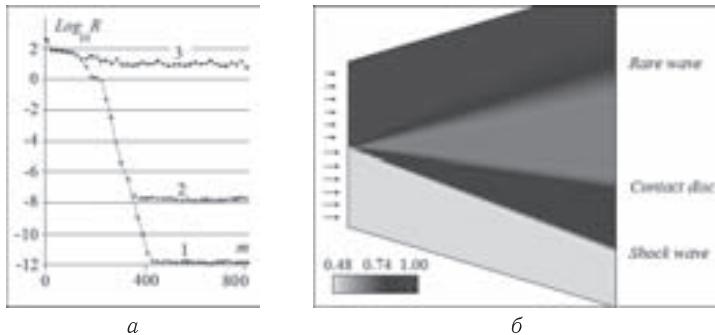


Рис. 1. Динамика сходимости (*а*) и распределение плотности (*б*)

3. Автоколебательное течение в каверне, $M_\infty = 2$ (M_∞ — число Маха внешнего потока). На рис. 2, *а* приведены геометрическая конфигурация и расчетная сетка, на рис. 2, *б* — линии тока. Длина каверны в два раза превышает ее глубину. Используется неравномерная сетка 561×533 со степенью сжатия $\Delta x^{\max}/\Delta x^{\min} \approx \Delta y^{\max}/\Delta y^{\min} \approx 10$. Ограничитель масштабов пульсаций в модели турбулентности принят равным $\lambda = 0,07d$, d — глубина каверны. Это обусловило значение числа Рейнольдса $Re = \rho_\infty u_\infty d / \max_{ik}(\mu_{tur}) = 180$.

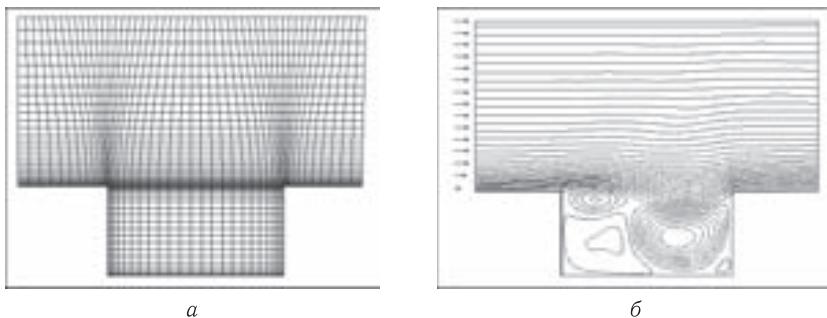


Рис. 2. Течение в каверне: *а* — разностная сетка, *б* — линии тока

4. Автоколебательное течение в каверне, $M_\infty = 1,5$. На рис. 3, *а* приведено распределение плотности, на рис. 3, *б* линии тока. Длина каверны в три раза

превышает ее глубину. Используется неравномерная сетка 751×301 со степенью сжатия $\Delta x^{\max}/\Delta x^{\min} \approx \Delta y^{\max}/\Delta y^{\min} \approx 15$. Ограничитель масштабов пульсаций в модели турбулентности принят равным $\lambda = 0,06d$, d — глубина каверны. Число Рейнольдса оказалось равным $Re = \rho_\infty u_\infty d / \max_{ik}(\mu_{tur}) = 234$.

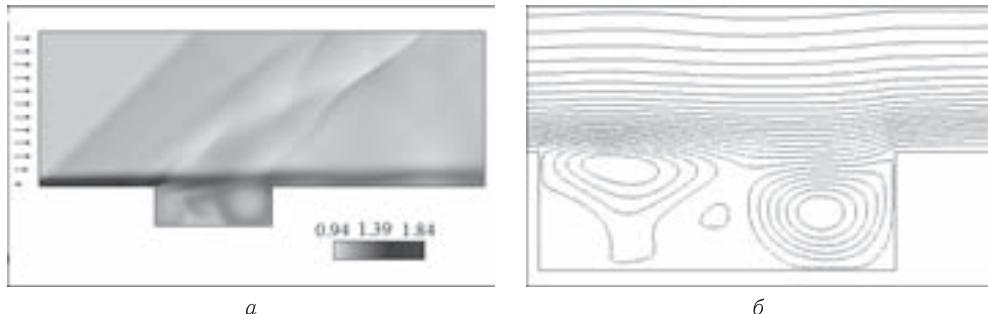


Рис. 3. Распределение плотности (a) и линии тока в каверне (б)

5. Автоколебания возле затупленного цилиндра при истечении струи на встречу потоку. На рис. 4, а изображено распределение плотности, имеющее место в случае натекания сверхзвукового потока с числом Maxa $M_\infty = 1,3$ на затупленный по сфере цилиндр с истекающей конической сверхзвуковой струей от точечного источника, расположенного в центре сферы, на рис. 4, б — динамика плотности в точке сопряжения цилиндра и сферы. Угол полураствора струи равен $\alpha_{jet} = \arcsin(1/3)$, число Maxa струи $M_{jet} = 4,5$, давление $P_{jet} = 0,23254P_\infty$, плотность $\rho_{jet} = 0,46455\rho_\infty$. Используется сетка 490×544 , ограничитель λ принят равным $\lambda = r_{bl}/30$ (r_{bl} — радиус сферического затупления). Турбулентное число Рейнольдса оказалось равным $Re = \rho_\infty u_\infty r_{bl} / \max_{ik}(\mu_{tur}) = 97$.

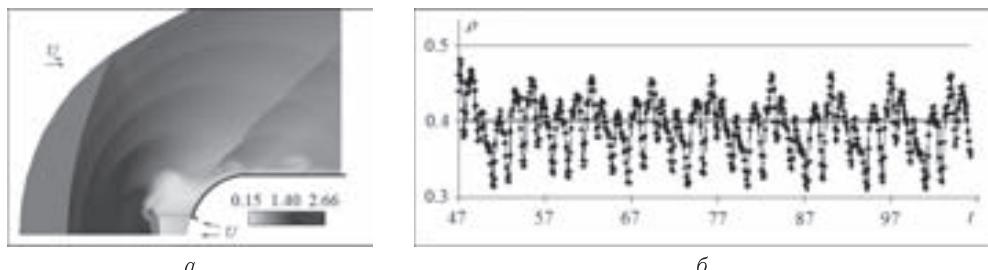


Рис. 4. Распределение плотности (а) и динамика плотности в точке сопряжения сферы и цилиндра (б)

Предлагаемая модель Кармана обеспечивает разумное согласование расчетных результатов с опубликованными данными для классических автоколебательных течений в каверне. Ее использование позволило найти течения возле затупленных тел с истекающей встречной струей, сохраняющие нестационарный режим при повышении «уровня» турбулентности [1].

1. Pinchukov V.I. Self-oscillatory Flows near Blunted Bodies, Giving off Opposite Jets: CFD Study // Intern. J. of Engineering and Innovative Technology. — 2016. — V. 6, Issue 5. — P. 41–46.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ РАБОЧИХ ПАРАМЕТРОВ ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЙ УСТАНОВКИ ДЛЯ ИЗУЧЕНИЯ ОБРАЗОВАНИЯ НАЛЕДИ НА ЭЛЕМЕНТАХ КОНСТРУКЦИИ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ

И. М. Платонов, Л. В. Быков, Д. С. Янышев

МАИ, Москва, Россия

Разработка и создание экспериментального оборудования для воспроизведения и изучения характера физико-химических процессов, сопровождающих эксплуатацию авиационной и ракетно-космической техники в максимально широком диапазоне возможных параметров, требует многолетнего опыта проведения экспериментальных исследований в данной области и априорного представления о характере изучаемого явления. Эффективным дополнением к подобному подходу при разработке экспериментальных стендов и установок является численное моделирование изучаемых в ходе эксперимента процессов, позволяющее еще на этапе формулировки целей и задач исследования определить возможный диапазон и характер параметров, обосновать основные требования к геометрическим и энергетическим характеристикам самой экспериментальной установки.

В качестве иллюстрации подобного подхода в данной работе предлагается методика численного моделирования параметров течения воздуха в установке по изучению образования льда на поверхности элементов конструкции летательного аппарата. Геометрические параметры установки при математическом моделировании выбраны из соображений о реальных возможностях обеспечения в эксперименте необходимого давления и расхода воздуха и предварительного расчета параметров течения.

Таким образом, целью данного исследования было проведение предварительно-го численного моделирования геометрии конструкции, задание граничных условий и исследование характера течения в установке для исключения запирания потока, а также определение параметров истекающей струи. Такой подход должен позволить определить области для расположения в истекающей струе исследуемых образцов, удовлетворяющие поставленным задачам, решаемым в эксперименте.

Для проверки правомерности такого подхода было проведено численное моделирование работы установки для течений, где поток разгоняется до сверхзвуковых скоростей. Установка представляет собой трубу длиной 1000 мм и диаметром 400 мм, играющую роль стабилизатора течения, на вход которой подается воздух от ресивера, переходящую в конус длиной 800 мм и конусностью 400 мм на 200 мм, который, в свою очередь, переходит в трубу длиной 1000 мм и диаметром 200 мм. Далее располагается область истечения, в которую помещается исследуемый образец.

Рассматриваемая задача является осесимметричной, поэтому расчетная область представлена сектором в 90 градусов на рис. 1. Рабочее тело при проведении расчетов задавалось как идеальный газ, при этом образование твердой фазы воды из воздуха не учитывалось. На входной границе задавалась начальная температура и скорость.

Для определения диаметра невозмущенной части течения в выходном канале установки было проведено исследование величины образовавшегося пограничного слоя, уменьшающего реальный диаметр рабочей области потока. Проведенное исследование показало, что величина пограничного слоя на выходе из канала составила не более 5 % от диаметра канала, что дает возможность считать поток рав-

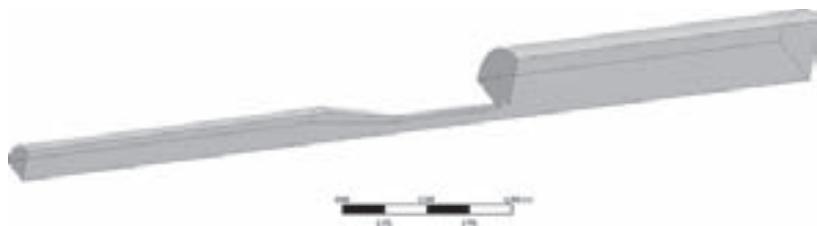


Рис. 1. Исследуемая геометрия



Рис. 2. Поле давления



Рис. 3. Поле скоростей. Числа Маха



Рис. 4. Поле температур

номерным, и установить ограничения к размеру опытного образца, размещаемого в истекающей струе.

По результатам проведенного расчета были получены поля скорости, температуры и давления в канале установки, на срезе сопла и в зоне истечения при нормальном атмосферном давлении окружающей среды. Результаты численного моделирования представлены на рисунках 2–4.

Результаты численного моделирования показывают, что в конической части канала происходит ускорение потока до скорости звука. При расчете течения в

прямой части трубы выявлены косые и прямой скачки. На выходном сечении поток ускоряется практически до значения $M = 3$, с соответствующим такому течению падением температуры и давления.

Полученные результаты численного моделирования параметров истекающего потока позволяют определить возможные места размещения в струе исследуемых образцов.

1. Авдуевский В. С., Кошкин В. К. Основы теплопередачи в авиационной и ракетно-космической теплотехнике. — М.: Машиностроение, 1992. — 528 с.
2. Аникеев А. А., Молчанов А. М., Янышев Д. С. Основы вычислительного теплообмена и гидродинамики: Учеб. пособие. — М.: ЛиброКом, 2010. — 149 с.
3. Бабулин А. А., Большунов К. Ю. Применение численных методов при определении АХ самолета с учетом обледенения // Труды МАИ. — 2012. — №51. — 18 .

УЧЕТ НАЧАЛЬНОГО РЫВКА СТРОП В ПЛОСКОЙ МОДЕЛЬНОЙ ЗАДАЧЕ РАСКРЫТИЯ ПАРАШЮТА С ДВУМЯ СТЕПЕНЯМИ СВОБОДЫ

A. П. Пономарев

НИИ Паращютостроения, Москва, Россия

Стандартный способ раскрытия круглого парашюта, включает вытягивание купола и строп по направлению потока воздуха вслед за летящим головным телом. Затем происходит начальный рывок строп, выравнивающий скорости купола и тела, после чего начинается собственно наполнение купола. Вместе с тем на практике встречается нестандартный случай, когда купол со стропами просто выталкивается в поток воздуха. Вытягивание купола отсутствует, и начальный рывок строп, характеризуемый импульсом силы, застает неподвижный купол в полураскрытом состоянии. Требуется определить начальные скорости точек купола после воздействия импульса, необходимые для вычисления их последующих траекторий, и оценить величину начального импульса силы, что может быть полезным при расчете парашюта на прочность.

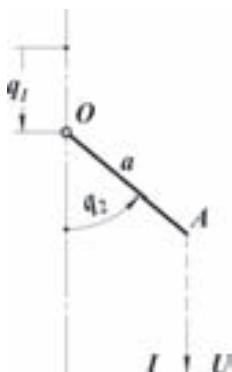


Рис. 1

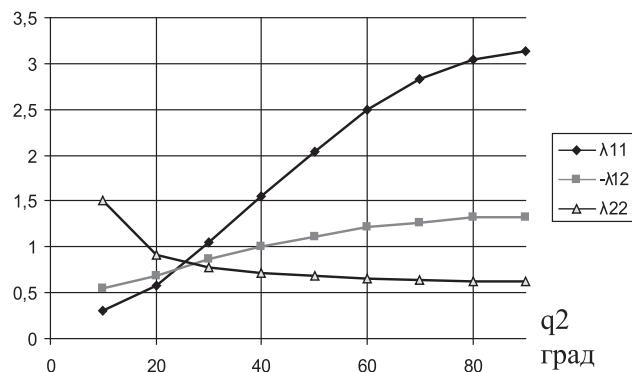


Рис. 2

Перейдем к плоской симметричной модели парашюта (рис. 1). Купол состоит из двух соединенных шарниром непроницаемых отрезков: OA и ему симметричного. Модель имеет две степени свободы координаты: q_1 — смещение вниз полюса купола точки O и q_2 — угол полурасвертывания купола [1, 2]. Стандартный способ

раскрытия соответствует следующим начальным условиям движения модели: координата q_2 — есть малая положительная величина, скорости $\dot{q}_1 = U$, $\dot{q}_2 = 0$. Здесь U — скорость головного тела (скорость ввода парашюта) считается заданной.

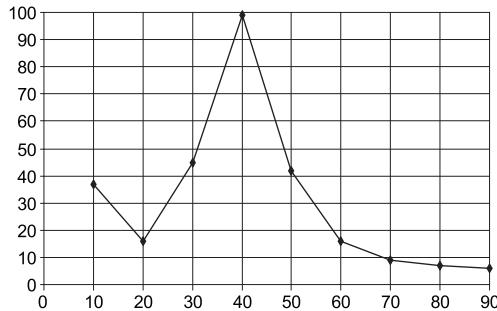


Рис. 3

Для рассматриваемого ниже нестандартного способа раскрытия, импульсное движение, возникшее из состояния покоя, будет потенциальным. Оно определяется двумя динамическими уравнениями: первое для количества движения присоединенных масс по вертикальной оси симметрии и второе — для их момента количества движения относительно полюса купола. В правой части этих уравнений стоят соответственно начальный импульс силы I двух строп и момент импульса, равный произведению импульса на плечо

$$\begin{aligned}\lambda_{11}\dot{q}_1 + \lambda_{12}\dot{q}_2 &= I, \\ \lambda_{12}\dot{q}_1 + \lambda_{22}\dot{q}_2 &= -Ia \sin q_2.\end{aligned}$$

Неизвестный начальный импульс I выравнивает скорость головного тела и вертикальную составляющую скорости точки А купола в месте крепления стропы, т. е. должно выполняться кинематическое соотношение

$$\dot{q}_1 - a \sin q_2 \dot{q}_2 = U$$

Предположения, сделанные при выводе этих уравнений, включают безынерционность и абсолютную жесткость купола и строп, значительную длину строп и значительную массу головного тела. Присоединенные массы $\lambda_{ij}(q_2)$ (рис. 2) деформируемого контура заимствованы из [2], при этом плотность воздуха $\rho = 1$, и длина отрезка OA купола $a = 1$. Исключая импульс I из первых двух уравнений, получим разрешающую систему двух линейных алгебраических уравнений относительно скоростей

$$\begin{aligned}(\lambda_{12} + \lambda_{11}a \sin q_2)\dot{q}_1 + (\lambda_{22} + \lambda_{12}a \sin q_2)\dot{q}_2 &= 0, \\ \dot{q}_1 - a \sin q_2 \dot{q}_2 &= U,\end{aligned}$$

На рис. 3 изображена величина импульса силы, а именно, взятое в процентах отношение I к тому импульсу $\lambda_{11}U$, который необходим для придания модели мгновенной скорости U при условии, что координата q_2 фиксирована, т. е. шарнир в полюсе купола точке O — отсутствует. Как видно, это отношение не превышает 100%, т. е. появление дополнительной степени свободы не увеличивает начальный импульс в стропах. Кроме того в области $q_2 > 10^\circ$ оно всюду существенно меньше 100%, за исключением окрестности точки $q_2 \approx 40^\circ$, где достигает 100%-го значения. Объяснение этому содержится на рис. 4, где приведены относительные, выраженные в процентах, графики искомых скоростей \dot{q}_1/U , помеченный маркером \diamond и $a\dot{q}_2/U$ — \square , после импульсного воздействия, из которых усматриваем,

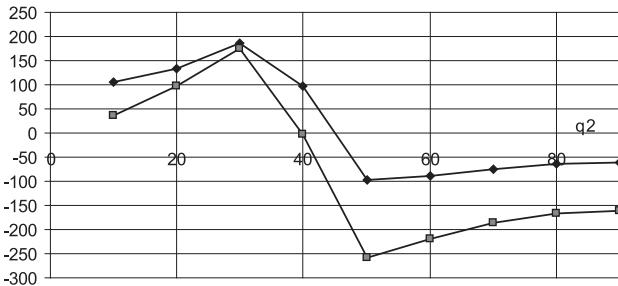


Рис. 4

что именно при $q_2 \approx 40^\circ$, скорость $\dot{q}_2 = 0$, т. е. шарнир фактически не работает. Выявленные на рис. 4 значительные отрицательные скорости \dot{q}_2 могут привести к схлопыванию купола, тогда как аналогичные положительные скорости могут привести к его выворачиванию. Установлена точка перехода через ноль скорости \dot{q}_1 , соответствующий угол полурасствора купола составляет $q_2 \approx 45^\circ$.

1. Пономарев А. П., Бакулин В. Н. Модель раскрытия парашюта с двумя степенями свободы при осесимметричном потенциальном обтекании // Вестник МАИ. — 2011. — Т. 18, №2. — С. 219–222.
2. Пономарев А. П., Бакулин В. Н. Численное решение задачи раскрытия парашюта для плоской потенциальной модели с двумя степенями свободы // Материалы VIII Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2010), 25–31 мая 2010 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2010. — С. 331–333.

О СОХРАНЕНИИ ЭНЕРГИИ И ИМПУЛЬСА ДЛЯ СИСТЕМ ЧАСТИЦ ПРИ РАЗЛИЧНЫХ РЕАЛИЗАЦИЯХ SPH-АЛГОРИТМОВ

И. И. Потапов, О. В. Решетникова

BЦ ДВО РАН, Хабаровск, Россия

В работе выполнено численное экспериментальное исследование процесса эволюции системы частиц при реализации метода SPH в задачах гидродинамики.

Для решения задачи гидродинамики рассмотрены различные реализации методов интегрирования систем уравнений SPH-метода.

Выполнен анализ сохранения законов энергии и импульса для классического SPH метода и его WCSPH-модификации.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЗДЕЙСТВИЯ ОТРАЖЕННОЙ ОТ ПОВЕРХНОСТИ ЧАСТИЦЫ НА СТРУКТУРУ УДАРНОГО СЛОЯ ПРИ СВЕРХЗВУКОВОМ ОБТЕКАНИИ ТЕЛА ГЕТЕРОГЕННЫМ ПОТОКОМ*

Д.Л. Ревизников¹, А.В. Способин¹, И.Э. Иванов²

¹МАИ, Москва, Россия; ²МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия

Среди проблем, связанных с исследованием различных механизмов непосредственного и опосредованного воздействия сверхзвукового гетерогенного потока на

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект №15-08-06262а).

обтекаемое тело, особое место занимает усиление конвективного теплообмена [1]. При этом наибольшие вопросы вызывает интенсификация теплообмена при обтекании тел потоками с крупнодисперсными (высокоинерционными) частицами. Отличительной особенностью этого случая является сверхзвуковая скорость частиц при их движении в сжатом слое, что сопровождается локальными ударно-волновыми эффектами. Кроме того, такие частицы, отразившись от поверхности, могут достигать головной ударной волны, воздействуя на структуру и характеристики ударного слоя. Согласно проведенным вычислительным экспериментам учет межфазного обмена импульсом и энергией, а также ударной составляющей теплового потока, обусловленной потерей кинетической энергии частиц при столкновении с обтекаемой поверхностью, не позволяет добиться удовлетворительного согласования с экспериментальными данными. Это обуславливает необходимость учета в модели разрушения головной ударной волны при прохождении ее отраженной от поверхности частицей. Данному вопросу посвящена настоящая работа.

Представлены результаты численного моделирования двухфазного ударного слоя с учетом собственного микроударного слоя движущейся частицы и течения в следе частицы. В вычислительных экспериментах исследуется вариант, соответствующий условиям натурных экспериментов [2]. Рассматривается сверхзвуковое обтекание сферы при движении одиночной частицы в сечении передней критической точки. Дискретизация уравнений Эйлера осуществлялась на адаптированной к геометрии области прямоугольной сетке с использованием TVD-монотонизированного варианта схемы Хартена — Лакса — Ван Лира второго порядка точности по пространству. Аппроксимация краевых условий на криволинейной границе проводилась согласно методу погруженной границы с фиктивными ячейками [3].

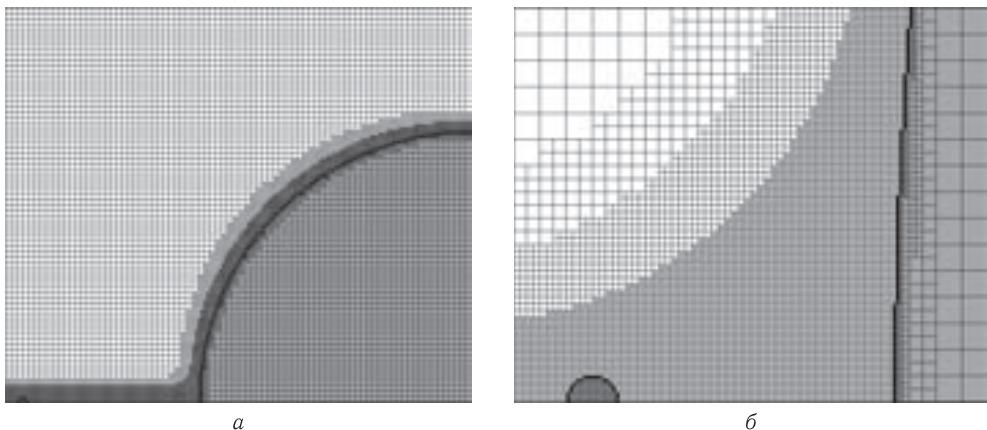


Рис. 1. Расчетная область и разностная сетка. Справа — в увеличенном масштабе

Ввиду большого различия размеров движущейся частицы и обтекаемой сферы производилось измельчение сетки вдоль оси симметрии, а также у границы сферы. Общее количество ячеек расчетной сетки (рис. 1) — около 20 млн. В ходе вычислительного эксперимента частица, незначительно затормозившись в ударном слое, отразилась от поверхности сферы, затем, двигаясь против движения газа, вышла за ударный слой, затормозилась набегающим потоком и повторно ударилась о сферу. Решение задачи осуществлялось в режиме распараллеливания вычислений на графических процессорах GPU с применением технологии OpenCL.

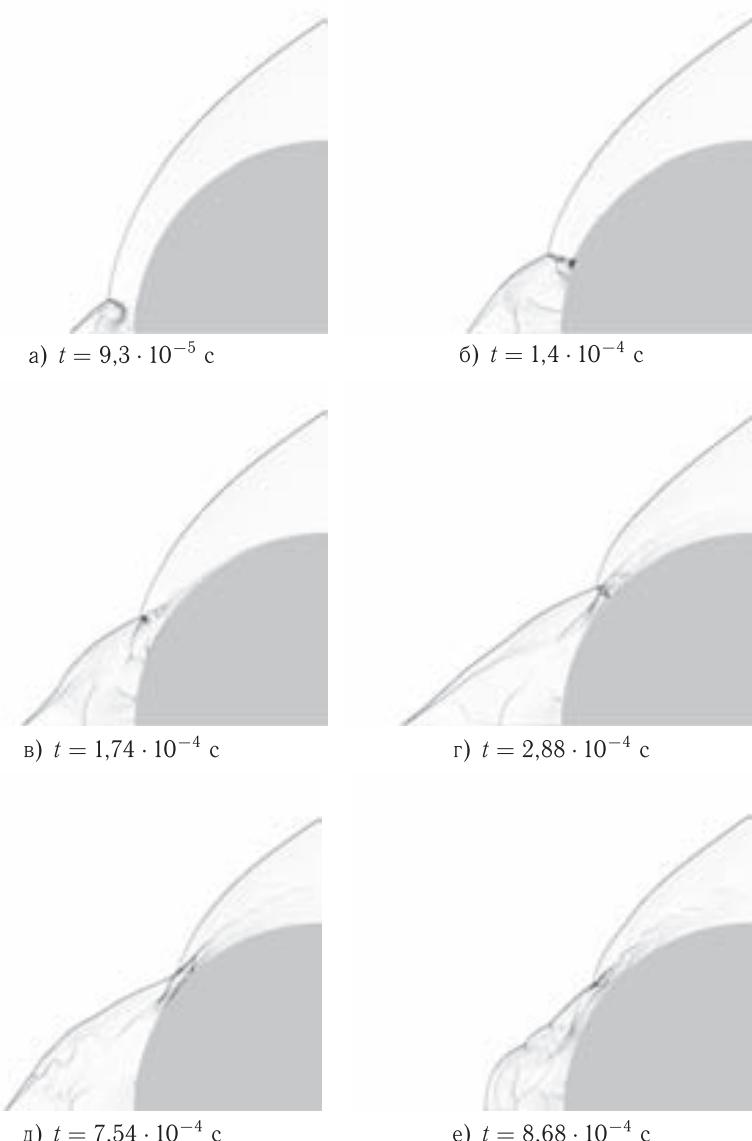


Рис. 2. Перестройка структуры течения при переходе отраженной от поверхности частицы через головную ударную волну. Шлирен-картины. Временная развертка

Получены детальные пространственно-временные картины газодинамического взаимодействия возмущенной области в окрестности частицы с макроскопическим течением в ударном слое и головной ударной волной (рис. 2). Проведенные вычислительные эксперименты показали, что по достижении отраженной частицей ударной волны происходит существенная перестройка течения в ударном слое, разрушение стационарной ударно-волновой структуры и образование конусообразной возмущенной области с вершиной, движущейся вместе с частицей. В результате взаимодействия конусообразной ударной волны с головной ударной волной возни-

кает λ -конфигурация. Существенную роль в формировании волновой структуры течения играет тороидальный вихрь, образующийся на наветренной стороне обтекаемого тела вблизи оси. Образование вихря обусловлено различными сценариями воздействия на обтекаемое тело приосевого потока газа (газа, возмущенного движением отраженной частицы) и внешнего потока. Из приосевого потока и части внешнего потока образуется импактная кольцевая струя направленная на поверхность обтекаемого тела и взаимодействующая с ним с образованием зоны повышенного давления и точки растекания. Часть потока газа разворачивается и обтекает поверхность сферы сверху от точки растекания, другая часть потока разворачивается вниз и участвует в образовании направленного вдоль стенки к оси симметрии кумулятивного радиального течения. В результате кумулятивного эффекта радиального течения, направленного к оси симметрии, происходит сильное торможение потока с повышением давления на поверхности тела вблизи критической точки.

1. Михатулин Д. С., Полежаев Ю. В., Ревизников Д. Л. Теплообмен и разрушение тел в сверхзвуковом гетерогенном потоке. — М.: ЯНУС-К, 2007. — 392 с.
2. Fleener W.A., Watson R.H. Convective heating in dust-laden hypersonic flows // AIAA paper. — 1973. — No. 73-761.
3. Винников В. В., Ревизников Д. Л., Способин А. В. Двухфазный ударный слой при обтекании тел сверхзвуковым запыленным потоком // Математическое моделирование. — 2009. — Т. 21, № 12. — С. 89–102.

ЯВЛЕНИЕ ГИСТЕРЕЗИСА В КАНАЛЕ ПРИ ТРАНСЗВУКОВОМ ОБТЕКАНИИ КЛИНА

A. Н. Рябинин

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия

Недавние численные исследования показали, что в некотором диапазоне чисел Маха M_{in} на входе в канал с центральным телом существует гистерезис положения скачков уплотнения по отношению к M_{in} [1, 2]. Помимо симметричных, получены также несимметричные решения уравнений Эйлера и уравнений Навье–Стокса, осредненных по Рейнольдсу (RANS). Настоящая работа посвящена продолжению этих исследований, изучению влияния геометрии канала на явление гистерезиса.

Рассматривалось плоское течение в симметричном расширяющемся канале. Стенки канала имели излом, после которого угол расширения канала увеличивался. В канале располагалось тело в форме затупленного клина. Передняя кромка клина находилась выше по потоку точки излома стенок. Участки между стенками канала и боковыми поверхностями клина от передней кромки клина до излома стенок были сужающимися. Угол сужения β изменялся от 3,83 до 5,62°. Изменение угла сужения производилось небольшим смещением точки излома стенок в направлении, перпендикулярном оси канала и (или) небольшим изменением угла расширения клина. Всего изучено 5 вариантов геометрии канала. Для всех вариантов производился численный счет уравнений Эйлера. Для одного из вариантов находились решения уравнений RANS.

Неструктурированные (для решения уравнений Эйлера) и гибридные (для решения уравнений RANS) сетки генерировались с помощью свободно распространяющегося пакета Gmsh и насчитывали от 100000 до 150000 элементов. На входе в канал

задавались температура и число Маха M_{in} , давление p_{in} или число Рейнольдса Re . Счет уравнений Эйлера производился методом конечных объемов с использованием двух пакетов: свободно распространяемого пакета Stanford University Unstructured (SU²) и пакета ANSYS CFD (модуль CFX). Оба пакета дают близкие результаты. Решение уравнений RANS выполнялось с помощью пакета ANSYS CFD (модуль CFX). Число Рейнольдса $Re = 5,6 \cdot 10^6$. Использовалась модель турбулентности $k-\omega$ SST. Степень турбулентности набегающего потока равнялась 5%.

При малых числах Маха M_{in} скачок уплотнения, близкий к прямому, находится выше по потоку передней кромки клина. Положение скачка уплотнения удобно описывать расстоянием x_s от входа в канал до скачка. Ниже по потоку от скачка располагается дозвуковая зона, которая замыкается звуковой линией. Звуковая линия подходит к стенке канала в окрестности точки излома. После звуковой линии поток снова становится сверхзвуковым.

При увеличении числа Маха M_{in} до некоторого значения M_2 картина течения резко перестраивается. Скачок уплотнения, оставаясь близким к прямому вблизи носика клина, вблизи стенки становится косым, при этом при переходе через скачок поток остается сверхзвуковым. Вблизи стенок канала после скачка, отраженного от стенки формируются небольшие дозвуковые зоны, которые исчезают при дальнейшем увеличении M_{in} .

Дальнейшее уменьшение M_{in} ведет к скачкообразному изменения течения при $M_1 < M_2$. Перестройка течения идет в два этапа. На первом этапе нет скачкообразных изменений x_s . Кроме малых дозвуковых зон у стенок канала возникают малые дозвуковые зоны у стенок клина за отраженным скачком уплотнения. И те, и другие малые дозвуковые зоны при уменьшении M_{in} постепенно растут в размере и смыкаются. Таким образом, образуется узкая дозвуковая зона, перекрывающая сечение канала. Единая сверхзвуковая зона делится узкой дозвуковой зоной на части. Когда M_{in} достигает M_1 течение скачком перестраивается. Косые участки скачков уплотнения заменяются почти прямым скачком перед носиком клина, характерным для режимов с малыми числами Маха M_{in} . Таким образом между M_1 и M_2 существует диапазон гистерезиса. Такой сценарий преобразования скачков уплотнения характерен как для невязкого, так и для вязкого газа.

Внутри диапазона гистерезиса существует поддиапазон, в котором возможны несимметричные режимы. С одной стороны клина в несимметричном режиме одна широкая дозвуковая зона разделяет сверхзвуковые области, с другой стороны существует единая сверхзвуковая область, либо сверхзвуковые зоны разделены узкой дозвуковой полосой. Численно такие режимы могут быть получены в несколько этапов. На первом этапе задаются разные числа Маха на двух половинках входной границы вычислительной области. Результат решения берется в качестве начального условия на следующем этапе. В результате при симметричных граничных условиях получается несимметричное решение.

Оказалось, что полученные в результате решения уравнений Эйлера M_1 и M_2 чувствительны к малым изменениям геометрии канала и клина. На рис. 1, а приведены петли гистерезиса для двух близких конфигураций. На рис. 1, б помещена зависимость нижней границы гистерезиса M_1 от величины, которая представляет собой отношение ширины канала на входе w_{in} к ширине канала в самой узкой его части в точке излома стенок w_s .

Таким образом, численное моделирование плоских течений в канале с клином выявило наличие гистерезиса положения скачка уплотнения как функции числа Маха входящего потока. Явление имеет место для вязкого и невязкого газа. Границы гистерезиса зависят от малых изменений геометрии канала. Диапазон гисте-

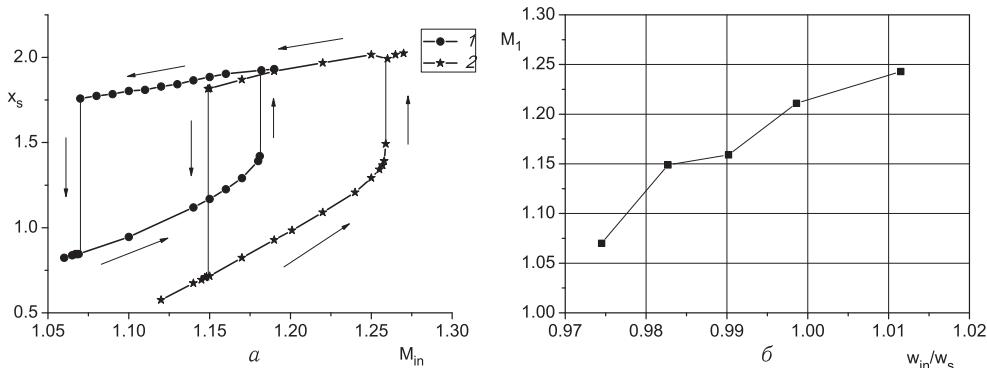


Рис. 1. Зависимость положения скачка уплотнения x_s от M_{in} (а), зависимость M_1 от w_{in}/w_s (б): 1 — $w_{in}/w_s = 0,975$; 2 — $w_{in}/w_s = 0,983$

резиса включает в себя область, в которой существуют несимметричные решения уравнений Эйлера или Навье–Стокса, осредненных по Рейнольдсу.

Результаты получены с использованием вычислительных ресурсов ресурсного центра «Вычислительный центр СПбГУ».

1. Riabinin A., Suleymanov A. Bifurcation of transonic flow in the channel with a central body // Conference Topical Problems of Fluid Mechanics 2016. Proceedings, 2016. — P. 185–190.
2. Рябинин А. Н., Сулейманов А. Ф. Трансзвуковое течение в расширяющемся канале с центральным телом // Материалы XI Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2016), 25–31 мая 2016 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2016. — С. 47–49.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ДОЗВУКОВОГО ОБТЕКАНИЯ АЭРОДИНАМИЧЕСКОГО ПРОФИЛЯ С АКЦЕНТОМ НА ВЛИЯНИЕ ВЯЗКОСТИ

А. Д. Савельев

ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН, Москва, Россия

Шум, возникающий при движении аэродинамической поверхности в газовой среде, всегда связывался с неустойчивостью пограничного слоя и вихреобразованием за донным срезом. Данная задача для дозвуковых скоростей набегающего потока исследовалась экспериментально и теоретически, например, в [1], а в настоящее время исследуется численно, как в области ламинарных [2], так и турбулентных [3] чисел Рейнольдса. При этом трактовка полученных при высоких числах Рейнольдса результатов может вызывать сомнения. Например, возникающие на боковой поверхности вихревые структуры воспринимаются непосредственно как формирование волн Тилмена–Шлихтинга. Возникает необходимость в проведении более подробных численных исследований, желательно в широком диапазоне изменения числа Рейнольдса.

В данном случае были проведены расчеты обтекания несимметричного аэродинамического профиля NACA2212 при числе Маха набегающего потока 0,3 и нулевом угле атаки. Число Рейнольдса, определенное по длине хорды профиля, менялось в диапазоне от 10^3 до 10^7 . В случае ламинарного течения использовались уравнения Навье–Стокса, турбулентного — уравнения Рейнольдса, дополненные

уравнениями двухпараметрической модели турбулентной вязкости. В переходной области выполнялось подключение источниковых членов уравнений турбулентности по линейному закону между заданными точками начала и конца турбулизации течения. Точка начала турбулизации располагалась на расстоянии 0,3 хорды профиля от его передней кромки, что позволяло получить информацию о ламинарном пограничном слое при высоких турбулентных числах Рейнольдса. Расчеты проводились на сетке типа «О» с 401×601 узлами, минимальное расстояние между которыми у поверхности профиля составляло 10^{-5} от его хорды. Для описания пространственных производных использовалась разностная схема [4], а для интегрирования уравнений по времени применялся неявный метод Гаусса–Зейделя второго порядка релаксации в линиях. Соотношение временного и минимального пространственного шагов равнялось 1.

Проведенные расчеты показали сильную зависимость характера течения от уровня вязкости набегающего потока. На рис. 1 представлены полученные коэффициенты подъемной силы профиля C_y и со- противления за счет трения C_d в зависимости от логарифма числа Рейнольдса набегающего потока $\lg(\text{Re})$. Белыми и черными маркерами отмечены границы диапазона изменения указанных параметров в случае возникновения нестационарного режима обтекания. При невысоких значениях числа Рейнольдса наблюдаются довольно низкие значения C_y , а в диапазоне $3,5 \cdot 10^3 \leq \text{Re} \leq 2,5 \cdot 10^4$ коэффициент подъемной силы становится отрицательным. Первое объясняется наличием довольно толстого пограничного слоя, а второе — его отрывом на верхней поверхности профиля. Далее следует рост C_y при наличии сильных нестационарных эффектов, которые прекращаются только на турбулентных режимах течения. Здесь стоит заметить, что из всех рассмотренных режимов практика имеет дело только с турбулентными.

Детали проходящих нестационарных процессов хорошо видны на рис. 2, где представлены распределения коэффициентов давления C_p и трения $C_f \text{Re}^{1/2}$ на

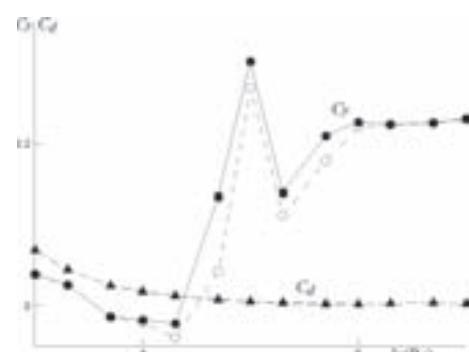


Рис. 1. Зависимости коэффициентов C_y и C_d от числа Рейнольдса

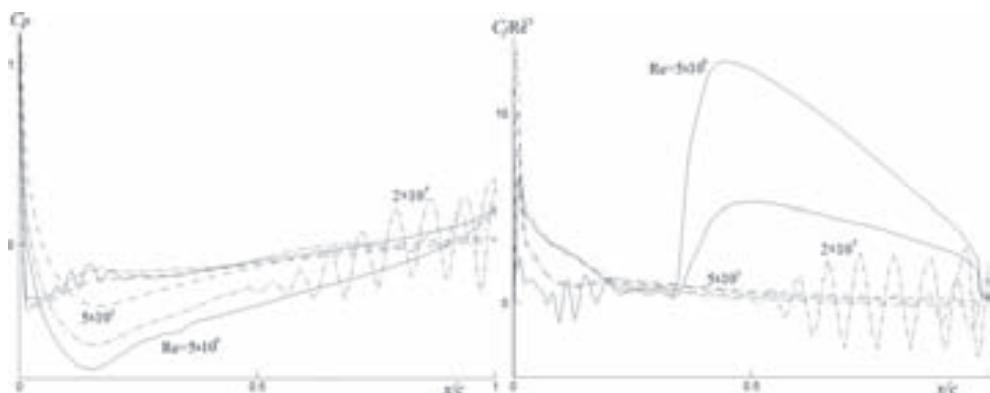


Рис. 2. Распределения коэффициентов давления C_p и трения $C_f \text{Re}^{1/2}$

поверхности профиля при различных числах Рейнольдса. Основным источником пульсаций потока служат отрывные зоны на поверхности профиля и задней кромке, возникающие под действием положительного градиента давления. С ростом значения числа Рейнольдса критический перепад давления снижается [5], а на сужающейся части верхней поверхности формируется серия отрывных зон. В случае же турбулентного пограничного слоя критический перепад давления значительно выше из-за гораздо более высокого уровня вихревой вязкости по сравнению с ламинарной. Поэтому отрыв потока возникает при более сильных перепадах давления. В качестве примеров отрыва при дозвуковом обтекании профиля можно привести течения, возникающие за достаточно толстой задней кромкой или при движении на ненулевых углах атаки. Следует заметить, что эмпирические критерии отрыва пограничного слоя в настоящее время сформулированы только для сверхзвуковых течений.

1. Schinker R. H., Fink M. R., Amiet R. K. Vortex noise from nonrotating cylinders and airfoils // AIAA Paper №76-81. — 1976. — 16 p.
2. Tam C. K. W., Ju H. Numerical simulation of the generation of airfoil tones at a moderate Reynolds number // AIAA Paper №2006-2502. — 2006. — 23 p.
3. Sandberg R. D., Jones L. E., Sandham N. D., Joseph P. F. Direct numerical simulations of noise generated by airfoil trailing edges // AIAA Paper №2007-3469. — 15 p.
4. Савельев А. Д. О мультиоператорном представлении составных компактных схем // Ж. вычисл. матем. и матем. физ. — 2014. — Т. 54, №10. — С. 1580–1593.
5. Erdos J., Pallone A. Shock-boundary layer interactoin and flow separation // Proc. Heat Transfer and Fluid Mechanics Inst. Standford, Calif, Univ. press, 1962. — Р. 239–254.

РАЗНОСТНАЯ СХЕМА С НАСТРАИВАЕМЫМИ ДИССИПАТИВНЫМИ СВОЙСТВАМИ ДЛЯ РАСЧЕТА ТЕЧЕНИЙ ГАЗА С МИКРОЧАСТИЦАМИ

Д. В. Садин

ВКА им. А. Ф. Можайского, Санкт-Петербург, Россия

Для широкого круга приложений в поле течения имеются области чистого газа (гиперболический тип уравнений) и газовзвеси (с мнимыми компонентами характеристик), разделенные границами раздела фаз. При этом к разностной схеме предъявляются требования способности сквозного расчета с хорошим разрешением деталей потока, как в чистом газе, так и его смеси со взвешенными частицами. Кроме того, наличие микрочастиц и их взаимодействие с высокоскоростным газом обуславливает существенное различие времен релаксации фаз — жесткость задачи.

В докладе обсуждаются возможности разностной схемы с настраиваемыми диссипативными свойствами [1], дополненной дискретизацией по времени методом Рунге–Кутта 2-го порядка (Custom Dissipative Properties Runge–Kutta — CDP-RK2) для течений газа с микрочастицами с учетом жесткости задачи. Тестирование схемы CDP-RK2 проведено на представительной коллекции одно — и двумерных тестовых задач газовой динамики [2] и механики газовзвесей [3, 4].

Тесты газовой динамики. Результаты тестов сравниваются с точными решениями задачи Римана и эталонными решениями, полученными по высокоточным схемам, например WENO5, бикомпактной схеме и др. Приведем некоторые наиболее сложные с вычислительной точки зрения тесты: Einfeldt problem (рис. 1), peak problem (рис. 2), blast wave problem (рис. 3). На этих рисунках жирные сплошные

кривые — точные (эталонные) решения, штрихпунктирные — WENO5 [2], пунктирные — бикомпактная схема [5], точки — PPM [6], сплошные — CDP-RK2.

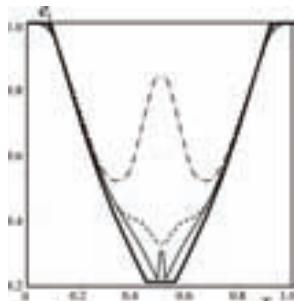


Рис. 1. Внутренняя энергия газа на сетке 1/100

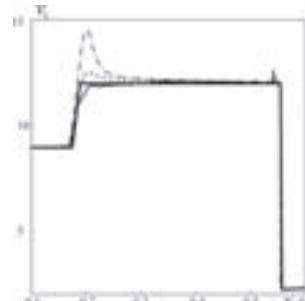


Рис. 2. Скорость газа на сетке 1/1600

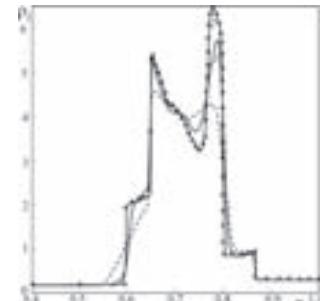


Рис. 3. Плотность газа на сетке 1/400 — 1 и на 1/2000 — точки и 2

На рис. 4 показано решение задачи течения газа (число Маха 3) со ступенькой. Здесь приведены расчеты плотности газа на сетке 240×80 : *a* — CDP-RK2, *b* — WENO5 [7], *c* — RKDG-методом [8]. Работоспособность схемы CDP-RK2 проверялась также на задаче со сложной волновой структурой и развитием неустойчивости на контактной границе — implosion problem на сетке 400×400 в момент безразмерного времени 2.5 (рис. 5, *a*). Для сравнения приведен расчет WENO5 из [2] (рис. 5, *b*).

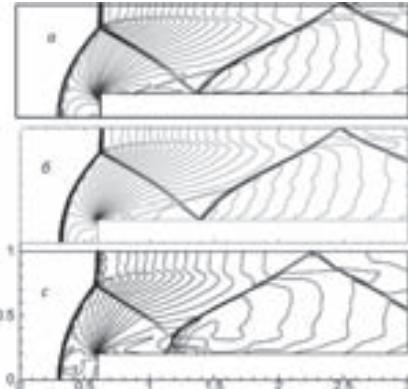


Рис. 4. Изолинии плотности газа (тест со ступенькой)

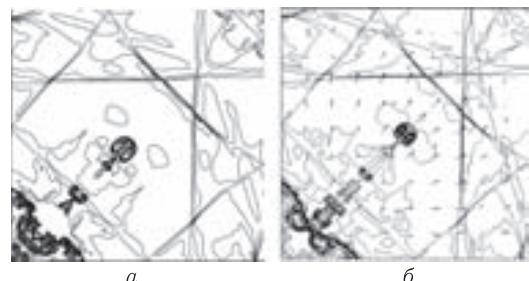


Рис. 5. Изолинии плотности газа (implosion problem 2.5)

Тесты механики газовзвесей. Численные решения волновых течений газовзвесей сравниваются с автомодельными решениями в равновесном приближении — задачи Римана, Лагранжа, Прандтля–Майера и др. [4], а также с экспериментом [9]. Приведем здесь расчеты истечения газовзвеси в вакуум [10] (рис. 6) и задачу экранирования стенок слоем газовзвеси микрочастиц с многократными взаимодействиями ударных волн, волн разрежения, контактных и комбинированных разрывов между собой (рис. 7).

Выводы. Схема CDP-RK2 подтвердила свою работоспособность для представительной системы тестов газовой динамики и механики газовзвесей. Предложенная схема является эффективной и высокостабильной (К-устойчивой [11]). Для опре-

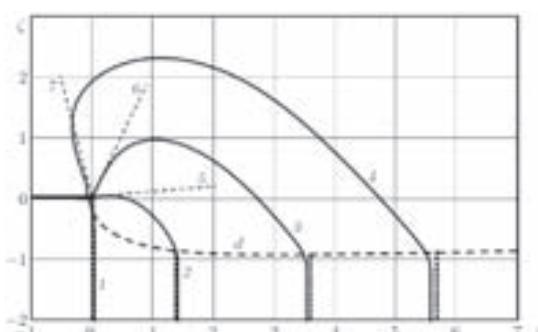


Рис. 6. Истечение газовзвеси в вакуум. Изолинии плотности газовзвеси (1–4), характеристика Прандтля–Майера (5–7) d — фронт боковой волны разрежения, пунктир — одномерные волны Римана

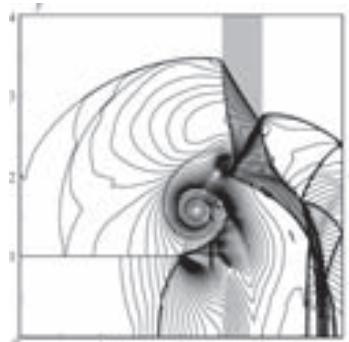


Рис. 7. Экранирование стенки слоем газовзвеси. Изолинии приведенной плотности газа, заштрихованная область — газовзвесь

деленных классов задач схема требует существенно меньших затрат машинного времени для получения требуемого качества решений в сравнении с известными высокоточными методами. Схема CDP-RK2 позволяет проводить сквозной расчет течений газовзвеси с ударными волнами, контактными и комбинированными разрывами и областями, где уравнения принадлежат к разным типам: гиперболическому или составному (негиперболическому).

1. Садин Д. В. TVD-схема для жестких задач волновой динамики гетерогенных сред негиперболического неконсервативного типа // ЖВМ и МФ. — 2016. — Т. 56, №12. — С. 2098–2109.
2. Liska R., Wendroff B. Comparison of several difference schemes on 1D and 2D test problems for the Euler equations // SIAM J. Sci. Comput. — 2003. — V. 25, No. 3. — P. 995–1017.
3. Иванов А. С., Козлов В. В., Садин Д. В. Нестационарное истечение двухфазной дисперсной среды из цилиндрического канала конечных размеров в атмосферу // Изв. РАН. Механика жидкости и газа. — 1996. — №3. — С. 60–66.
4. Садин Д. В. Решение жестких задач течений двухфазных сред со сложной волновой структурой // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. — 2014. — Т. 15, №4. — С. 1.
5. Михайловская М. Н., Рогов Б. В. Монотонные компактные схемы бегущего счета для систем уравнений гиперболического типа // ЖВМ и МФ. — 2012. — Т. 52, №4. — С. 672–695.
6. Woodward P., Colella P. The numerical simulation of two-dimensional fluid flow with strong shocks // J. Comput. Phys. — 1984. — V. 54, No. 1. — P. 115–173.
7. Shu C. W. Essentially Non-Oscillatory and Weighted Essentially Non-Oscillatory Schemes for Hyperbolic Conservation Laws. 1997. ICASE REPORT, 97–65.
8. Галанин М. П., Савенков Е. Б., Токарева С. А. Решение задач газовой динамики с ударными волнами RKDG-методом // Матем. моделирование. — 2008. — Т. 20, №11. — С. 55–66.
9. Садин Д. В., Любарский С. Д., Гравченко Ю. А. Особенности недорасширенной импульсной импактной газодисперсной струи с высокой концентрацией частиц // ЖТФ. — 2017. — Т. 87, вып. 1. — С. 22–26.
10. Садин Д. В., Варварский В. М. Особенности нестационарного истечения газодисперсной среды в вакуум // ПМТФ. — 2016. — Т. 57, №3. — С. 39–48.
11. Садин Д. В. О жесткости систем дифференциальных уравнений в частных производных, описывающих движения гетерогенных сред // Матем. моделирование. — 2002. — Т. 14, №11. — С. 43–53.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ СТЕПЕНИ НАЧАЛЬНОЙ ТУРБУЛЕНТНОСТИ НА ЧАСТОТУ СРЫВА ВИХРЕЙ ПРИ ПОПЕРЕЧНОМ ОБТЕКАНИИ КРУГОВОГО ЦИЛИНДРА

A. A. Сергеева, P. B. Сидельников

ЮУрГУ (НИУ), Челябинск, Россия

Ракетные конструкции в той или иной степени подвержены ветровому воздействию. При обтекании ракеты, находящейся на пусковом столе, вследствие периодического или нерегулярного отрыва вихрей, наличия пульсаций в потоке, порывистости ветра на нее будут действовать нестационарные силы, способные при определенных условиях вызвать вынужденные колебания конструкции. Нагрузки, обусловленные наличием ветра, обычно вызывают затухающие упругие колебания и оказывают влияние на величину частоты собственных колебаний корпуса ракеты [1].

Для изучения ветрового воздействия на ракетные конструкции первоначально это воздействие необходимо исследовать в модельных условиях на телах простой формы. В частности, на круговом цилиндре, поскольку задача поперечного обтекания кругового цилиндра является наиболее простой и функциональной аналогией задачи бокового обтекания ракеты на старте [2, 3]. Если рассматривать ветровое воздействие как воздействие с определенными амплитудой и частотой, то воздействие на цилиндр при его поперечном обтекании будет также характеризоваться определенными амплитудой и частотой через соотношение силовых коэффициентов (боковой силы к силе сопротивления) C_{lp}/C_d и число Струхала Sh , соответственно. Структуру турбулентности в общем случае характеризуют с помощью степени турбулентности, частоты турбулентных пульсаций и масштаба турбулентности [4]. Таким образом, исходя из выше сказанного, можно сформулировать следующие вопросы:

1) при поперечном обтекании кругового цилиндра как будет влиять степень начальной турбулентности потока на: а) частоту срыва вихрей; б) степень турбулентности потока за цилиндром;

2) при поперечном обтекании кругового цилиндра как будет влиять частота турбулентных пульсаций набегающего потока на: а) частоту срыва вихрей; б) степень турбулентности потока за цилиндром.

В докладе мы остановились на анализе и оценке влияния степени начальной турбулентности потока на частоту срыва вихрей при поперечном обтекании кругового цилиндра. При этом имели в виду, что среднее значение амплитуды начальной турбулентности задано, а частота турбулентных пульсаций носит случайный характер и распределена по нормальному закону.

Дополнительно был проведен анализ влияния возмущающих факторов ветрового воздействия на поведение конструкции цилиндрической формы, который показал, что возможно значительное увеличение боковой силы (более чем в 3,5 раза) по отношению к силе сопротивления в достаточно узком диапазоне чисел Струхала. Полученные результаты отражают влияние частоты срыва вихрей на наличие и интенсивность колебаний цилиндра в поперечном направлении.

1. Колесников К. С. Динамика ракет. — 2-е изд. — М.: Машиностроение, 2003. — 520 с.
2. Петров К. П. Аэродинамика тел простейших форм. — М.: Факториал, 1998. — 480 с.
3. Петров К. П. Аэродинамика ракет. — М.: Машиностроение, 1977. — 136 с.
4. Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. — М.: Наука, 1973. — 847 с.

ВОЛНОВОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ РЕЛЬЕФНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ КАНАЛОВ СЛОЖНЫХ ФОРМ

C. C. Сидху Джунior, B. A. Волков, B. B. Семенов

МАИ, Москва, Россия

Использование в двигателях первых ступеней двухконтурных круглых сопел, состоящих из земного сопла и высотного насадка, открывает дополнительные возможности для улучшения технико-экономических характеристик ракет-носителей.

При работе двигателя с двухконтурным соплом происходит обтекание стенок высотного насадка сверхзвуковым потоком продуктов сгорания топлива. При этом, если насадок сделан из композитного материала, то после превышения предела его термостойкости начинается абляция, при которой на обтекаемых стенках появляются перемежающиеся выступы и впадины, образующие структуры, похожие на ромбические рельефы.

После появления рельефов на изначально гладких стенках высотного насадка его вклад в тягу двигателя уменьшается на величину, равную силе волнового сопротивления его рельефных стенок. Из вышесказанного следует актуальность изучения полей сверхзвукового обтекания ромбических рельефов.

Для гладких и кусочно-гладких плоских рельефов (рис. 1) с любым периодическим профилем в рамках линейной теории получена точная формула, связывающая полные коэффициенты волновых сопротивлений вышеуказанных конечных рельефов и их бесконечных аналогов.

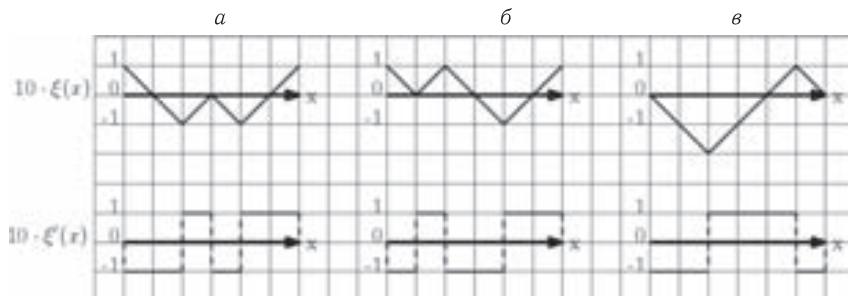


Рис. 1. Гладкие и кусочно-гладкие плоские рельефы

В полученной точной формуле присутствует дефект-функция, аргументами которой являются два параметра подобия: это дробная доля волнового числа и значение фазы на передней кромке. Дефект-функция определена только для периодических рельефов, имеющих бесконечные аналоги.

Те из них, у которых дефект-функция равна тождественно нулю, называют особыми, а все остальные — обычными. Дефект-функция обычных периодических рельефов обращается в нуль при целых волновых числах. Она же может быть отличной от нуля только при дробных волновых числах. Сила волнового сопротивления особых плоских рельефов прямо пропорциональна их длине. У всех прочих плоских рельефов данное правило может нарушаться. Уникальность особых плоских рельефов обусловлена тем, что они имеют пилообразный профиль, у которого все вершины зубцов имеют одинаковый тупой угол, биссектриса которого параллельна оси y .

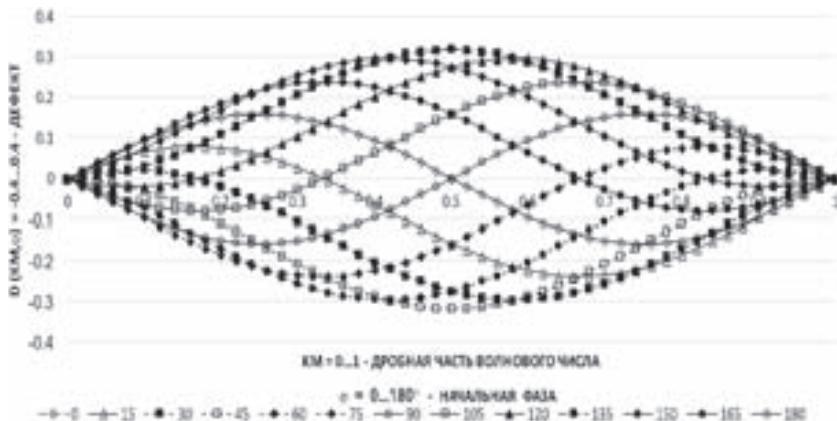


Рис. 2. Семейство графиков зависимости дефекта от волнового числа k_m и фазы на передней кромке φ

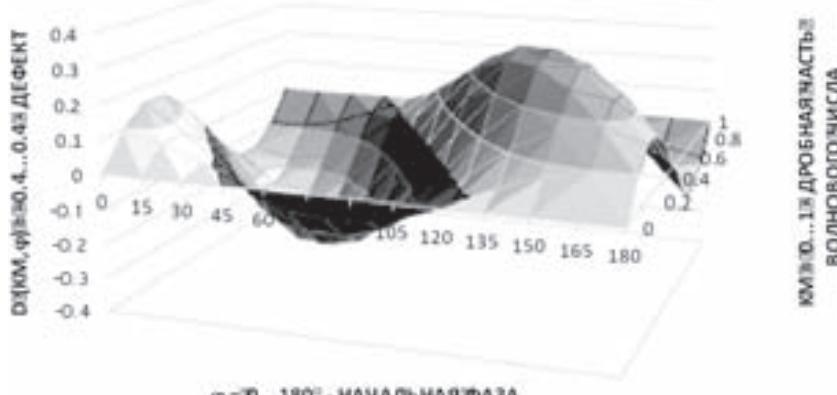


Рис. 3. Трехмерная поверхность зависимости дефекта $D = D_\pi(k_m, \varphi)$ от волнового числа и фазы на передней кромке

Наличие у особых плоских рельефов вышеуказанных свойств делает их перспективными претендентами на роль эталонов, применяемых в ходе тарировки дифференциальных установок. Если эталонные плоские насадки будут иметь особые рельефы, то будут иметь место и следующие их преимущества: во-первых, технология изготовления особых плоских рельефов является простейшей и фактически нечувствительной к дефектам ее практической реализации; во-вторых, используя один и тот же эталонный насадок с особым плоским рельефом, и последовательно отсекая от него по параллельным образующим полосы, можно выполнить прецизионную тарировку заданного диапазона волновых сопротивлений.

1. Семенов В. В., Волков В. А., Сидху Д. С. С. Дефект волнового сопротивления при плоском обтекании периодических рельефов // Известия вузов «Авиационная техника». — 2016. — №2. — С. 51–56.
2. Семенов В. В. Волновое сопротивление обтекаемых волнистых поверхностей реактивного сопла и летательного аппарата // Известия вузов «Авиационная техника». — 2000. — №4. — С. 18–22.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВОЗНИКНОВЕНИЯ МОСТООБРАЗНОГО СКАЧКА УПЛОТНЕНИЯ В СОПЛЕ СИЛОВОЙ УСТАНОВКИ, ИНТЕГРИРОВАННОЙ В «ЛЕТАЮЩЕЕ КРЫЛО»

Ф. А. Слободкина

ЦИАМ, Москва, Россия

В сверхзвуковой струе, истекающей из сопла в перерасширенном режиме, возникают последовательные конфигурации взаимодействующих ударных волн. Полная картина течения за соплом зависит от числа Маха на срезе сопла, отношения давления в окружающем пространстве к полному давлению на входе в сопло (или к давлению на срезе сопла), состава газа, величины отношения теплоемкостей γ , формы сопла и внешних условий — обтекания мотогондолы и условий вниз по потоку. В данном докладе рассматривается конфигурация ударных волн, возникающих в пространстве за соплом двигателя, заключенного в мотогондолу, расположенную на поверхности ЛА типа «Летающее крыло» (ЛК).

Целью работы является исследование влияния внешнего обтекания мотогондолы и поверхности ЛК, а также внутренних параметров двигателя на образование и развитие взаимодействующих ударных волн, способных привести к возникновению и движению прямого скачка уплотнения к выходному сечению сопла, что может повлечь за собой перестройку режима работы двигателя и развитию аварийной ситуации.

Постановка задачи. Рассматривается обтекание ЛК с расположенной на нем мотогондолой с одновременным течением в сопле и струей, вытекающей из сопла. В качестве объектов исследования была выбрана конструкция ЛК, изученная в предыдущих работах авторов, и два плоских сопла разной конфигурации при задаваемых варьируемых условиях на входе в сопло. Математическое моделирование проводилось на основе интегрирования уравнений Навье–Стокса (осредненных по Рейнольдсу), описывающих нестационарное вязкое, теплопроводное турбулентное течение сжимаемого газа при движении ЛК на крейсерском режиме полета: высота полета $H = 11$ км и числе Маха полета $M = 0,85$. Численное моделирование проводилось в пакете Ansys CFX. Использовалась расчетная схема второго порядка точности для сжимаемого вязкого потока + SST модель турбулентности. Рабочая среда моделируется как смесь двух газов, отвечающих обычному воздуху и продуктам сгорания. Термодинамические параметры газов моделируются путем задания C_p от температуры. Для подавления неустойчивостей в скачках уплотнений используется опция «high speed numeric».

В работе проведены многовариантные расчеты течений при измененных условиях входа в сопло для двух плоских сопел. В результате получены условия, при которых прямой скачок уплотнения начинает двигаться из внешнего потока к выходному сечению сопла и, при дальнейшем изменении параметров на входе в сопло, достигает сечения выхода, продвигается внутрь, нарушая штатный режим течения в сопле и, как следствие, в самом двигателе.

Заключение. Исследование характера течения в пространстве за соплом двигателя показало, что в потоке на изученных режимах работы сопел образуется сложная конфигурация ударных волн. Внешнее обтекание ЛК и мотогондолы не оказывает существенного влияния на структуру ударных волн за соплом и на течение в сопле. Моделирование различных вариантов течения при изменении параметров на входе в сопло обнаружило изменение конфигурации ударных волн за соплом с возникновением прямого скачка уплотнения, движущегося к выходному сечению

сопла. Получены условия, при которых прямой скачок уплотнения локализуется в выходном сечении сопла, изменяя режим его работы и соответственно режим работы двигателя. Такая ситуация может привести к аварии летательного аппарата. Все расчеты снабжены подробными картинами течения, графиками и таблицами.

ДВИЖЕНИЕ БИНАРНОЙ СМЕСИ С ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ СВОБОДНОЙ ГРАНИЦЕЙ ПРИ МАЛЫХ ЧИСЛАХ МАРАНГОНИ*

Н. Л. Собачкина

СФУ, Красноярск, Россия

Изучено частично-инвариантное решение задачи о движении бинарной смеси с цилиндрической свободной границей при малых числах Марангони. Задача сводится к начально-краевой задаче для параболических уравнений. Найдено стационарное решение задачи и доказано, что оно является предельным при $t \rightarrow \infty$ при различных заданных перепадах давления в смеси. В изображениях по Лапласу получено точное аналитическое решение.

1. Постановка задачи. Рассматривается движение несжимаемой теплопроводной вязкой смеси. Обозначим через $\mathbf{u}(\mathbf{x}, t)$, $p(\mathbf{x}, t)$ — соответственно вектор скорости и давление, $\theta(\mathbf{x}, t)$ и $c(\mathbf{x}, t)$ — отклонения от средних значений температуры и концентрации. Тогда система уравнений термодиффузационного движения (в отсутствии внешних сил) имеет вид:

$$\frac{d\mathbf{u}}{dt} + \frac{1}{\rho} \nabla p = \nu \Delta \mathbf{u}, \quad \operatorname{div} \mathbf{u} = 0, \quad \frac{d\theta}{dt} = \chi \Delta \theta, \quad \frac{dc}{dt} = d \Delta c + \alpha d \Delta \theta, \quad (1)$$

где ρ — средняя плотность, ν — кинематическая вязкость, χ — температуропроводность, d — коэффициент диффузии, α — коэффициент термодиффузии (коэффициент Cope); $d/dt = \partial/\partial t + \mathbf{u} \cdot \nabla$.

После обезразмеривания (в качестве масштабов длины, времени, скорости, давления, температуры и концентрации взяты величины h_0 , h_0^2/ν , $\varkappa_1 A h_0/\mu$, $\varkappa_1 A$, $A h_0$, $A h_0 \beta_1/\beta_2$) и перехода в неинерциальную систему координат, получим задачу:

$$\frac{\partial \mathbf{u}}{\partial t} + \text{Ma} \mathbf{u} \cdot \nabla \mathbf{u} + \nabla p = \Delta \mathbf{u}, \quad (2)$$

$$\operatorname{div} \mathbf{u} = 0, \quad (3)$$

$$\frac{\partial \theta}{\partial t} + \text{Ma} \mathbf{u} \cdot \nabla \theta = \Delta \theta, \quad (4)$$

$$\frac{\partial c}{\partial t} + \text{Ma} \mathbf{u} \cdot \nabla c = \Delta c - \varepsilon \Delta \theta, \quad (5)$$

Здесь введены безразмерные параметры: $\text{Ma} = \varkappa_1 A h_0^2 / (\mu \nu)$ — тепловое число Марангони, $\text{Pr} = \nu/\chi$ — число Прандтля, $\text{Bi} = \gamma h_0/k$ — число Био, $\text{Sc} = \nu/d$ — число Шмидта, $\varepsilon = -\alpha \beta_2 / \beta_1$ — параметр термодиффузии; A — градиент температуры, \varkappa_1 — некоторая постоянная. Будем считать, что число Марангони мало, тогда в уравнениях импульса, переноса тепла и концентрации можно выбросить конвективные члены.

Пусть $u(r, z, t)$, $w(r, z, t)$ — проекции вектора скорости на оси цилиндрической системы координат r и z . Рассмотрим четырехпараметрическую подгруппу, порожденную операторами ∂_z , $t\partial_z + \partial_w$, ∂_θ , ∂_c , ∂_p . Нетрудно проверить, что она допускается

*Работа поддержана грантом РФФИ №14-01-00067.

системой уравнений термодиффузии. Ее инварианты суть t, r, u , значит, частично-инвариантные решения относительно этой подгруппы имеют вид:

$$u = u(r, t), \quad w = w(r, z, t), \quad p = p(r, z, t), \quad \theta = \theta(r, z, t), \quad c = c(r, z, t). \quad (6)$$

Подстановка вида решения в систему уравнений термодиффузии и отделение переменной z приводит к следующей задаче в области $t > 0, 0 < r < g(t)$:

$$u_t + p_r = \left(u_{rr} + \frac{1}{r} u_r - \frac{u}{r^2} \right); \quad (7)$$

$$zv_t + p_z = z \left(v_{rr} + \frac{1}{r} v_r \right); \quad (8)$$

$$u_r + \frac{u}{r} + v = 0; \quad (9)$$

$$a_t = \frac{1}{\text{Pr}} \left(a_{rr} + \frac{1}{r} a_r \right); \quad (10)$$

$$b_t = \frac{1}{\text{Pr}} \left(b_{rr} + \frac{1}{r} b_r + 2a \right); \quad (11)$$

$$l_t = \frac{1}{\text{Sc}} \left(l_{rr} + \frac{1}{r} l_r \right) - \frac{\varepsilon}{\text{Sc}} \left(a_{rr} + \frac{1}{r} a_r \right); \quad (12)$$

$$m_t = \frac{1}{\text{Sc}} \left(g_{rr} + \frac{1}{r} g_r + 2l \right) - \frac{\varepsilon}{\text{Sc}} \left(b_{rr} + \frac{1}{r} b_r + 2a \right). \quad (13)$$

Границные условия при $r = 1$ таковы:

$$\int_0^1 r v \, dr = 0; \quad (14)$$

$$v_r = -2a - 2Ml; \quad (15)$$

$$a_r + \text{Bi}(a - a_{\text{gas}}) = 0; \quad (16)$$

$$b_r + \text{Bi}(b - b_{\text{gas}}) = 0; \quad (17)$$

$$p_{\text{gas}} - p + 2v = \frac{1}{\text{We}} - (a - a_0) - M(l - l_0); \quad (18)$$

$$l_r - \varepsilon a_r = 0; \quad (19)$$

$$m_r - \varepsilon b_r = 0. \quad (20)$$

Здесь введены безразмерные параметры: $\text{Bi} = \gamma h_0 / k$ — число Био, $\text{We} = \varkappa_1 Ah_0 / \sigma_0$ — число Вебера; $M = \frac{\text{Mc}}{\text{Ma}} = \frac{\varkappa_2 \beta_1}{\varkappa_1 \beta_2}$, где $\text{Mc} = \frac{\varkappa_2 Ah_0^2 \beta_1}{\mu \nu \beta_2}$ — концентрационное число Марангони; γ — коэффициент межфазного теплообмена, k — коэффициент теплопроводности.

Кроме того, необходимо потребовать ограниченность функций на оси цилиндра $r = 0$:

$$|u| < \infty, \quad |v| < \infty, \quad |p| < \infty, \quad |a| < \infty, \quad |b| < \infty, \quad |l| < \infty, \quad |m| < \infty, \quad (21)$$

и задать начальные условия при $t = 0$:

$$u = u_0(r), \quad v = v_0(r), \quad a = a_0(r), \quad b = b_0(r), \quad l = l_0(r), \quad m = m_0(r). \quad (22)$$

2. Стационарное решение. Для такого решения все искомые функции не зависят от времени; обозначим их через $u^0(r), v^0(r), p^0(r), a^0(r), b^0(r), l^0(r)$,

$m^0(r)$. Общие решения систем при $\text{Pr} \neq 0$, $\text{Sc} \neq 0$ легко находятся (учтены условия ограниченности):

$$a^0 = a_{\text{gas}}^0, \quad b^0 = b_{\text{gas}}^0, \quad l^0 = \varepsilon a_{\text{gas}}^0, \quad m^0 = C, \quad (23)$$

$$u^0 = \frac{q^0}{16}r(r^2 - 1), \quad v^0 = \frac{q^0}{8}(1 - 2r^2), \quad p^0 = \frac{q^0}{4}(2z^2 - r^2), \quad q^0 = 4a_{\text{gas}}^0(1 + M\varepsilon). \quad (24)$$

Полученные решения удовлетворяют граничным условиям.

3. Решение нестационарной задачи. Для решения нестационарной задачи применяется метод преобразования Лапласа. С помощью полученных формул для изображений показывается, что если градиент давления имеет ненулевой предел при $t \rightarrow \infty$, то искомые функции стремятся к стационарному распределению. Полученные формулы в изображениях по Лапласу были использованы для численного нахождения полей скорости, температуры и концентрации при заданном перепаде давления в смеси. Численное обращение преобразование Лапласа подтверждает выход решения рассматриваемой задачи на стационарный режим.

1. Андреев В. К., Собачкина Н. Л. Свойства решений начально-краевой задачи, возникающей при движении бинарной смеси в цилиндрической трубе // Препринт №1. — Красноярск: ИВМ СО РАН, 2009. — 40 с.
2. Собачкина Н. Л. О совместном движении бинарной смеси и вязкой жидкости в теплоизолированной цилиндрической трубе // Вычислительные технологии. — 2010. — 14 с.

О ГИПЕРБОЛИЗАЦИИ РЯДА МОДЕЛЕЙ ГЕТЕРОГЕННЫХ СРЕД

B. C. Суров, E. H. Степаненко

ЮУрГУ (НИУ), Челябинск, Россия

При мгновенном выделении тепла в конечной области изменение температуры во всем пространстве происходит мгновенно [1], что с физической точки зрения некорректно. Для разрешения этого парадокса в [2] вместо закона Фурье предложено использовать закон теплопередачи, учитывающий релаксацию теплового потока. При этом система уравнений становится гиперболической, поэтому скорость распространения тепловых волн конечна. Подобный подход, впервые предложенный Максвеллом для уравнения теплопроводности, может быть использован для гиперболизации ряда моделей механики сплошной среды и, в частности, уравнений движения смеси в одно- и многоскоростном приближениях при наличии релаксационных вязкости и теплопроводности. Отметим также, что задача Коши для гиперболических уравнений всегда корректна (по Адамару), в отличие от негиперболических систем. В последнем случае затруднено использование численных методов.

Односкоростная вязкая теплопроводная смесь. Для упрощения изложения ограничимся бинарной смесью идеального газа со второй несжимаемой фракцией (запыленный газ), описываемой в рамках обобщенно-равновесной модели [3] уравнениями

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho \frac{\partial u}{\partial x} &= 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial(p - \sigma)}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial}{\partial t} \left[\rho \left(\varepsilon + \frac{u^2}{2} \right) \right] + \frac{\partial}{\partial x} \left[\rho u \left(\varepsilon + \frac{u^2}{2} \right) \right] + \frac{\partial u(p - \sigma)}{\partial x} &= 0, \\ \left(\frac{\partial \sigma}{\partial t} + u \frac{\partial \sigma}{\partial x} \right) \tau_\sigma + \sigma &= -\mu \frac{\partial u}{\partial x}, \quad \frac{\partial \alpha}{\partial t} + u \frac{\partial \alpha}{\partial x} - (1 - \alpha) \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \end{aligned} \quad (1)$$

где $\varepsilon = \frac{1}{\rho} \left[\frac{\alpha p}{\gamma - 1} + (1 - \alpha) \rho_s^0 \varepsilon_s \right]$ — удельная внутренняя энергия смеси. В системе (1) учтены вязкие свойства среды. Уравнение закона сохранения энергии из (1) может быть преобразовано к квазилинейному виду

$$\frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} + \rho a^2 \frac{\partial u}{\partial x} = 0, \quad (2)$$

где $a = \sqrt{\frac{\gamma p - (\gamma - 1)\sigma}{\alpha\rho}}$. Систему (1) с учетом (2) представим в векторной форме

$$\frac{\partial \mathbf{U}}{\partial t} + A \frac{\partial \mathbf{U}}{\partial x} = \mathbf{S}, \quad (3)$$

в которой введены обозначения

$$\mathbf{U} = (\rho, u, p, \sigma, \alpha)', \quad \mathbf{S} = \left(0, 0, 0, -\frac{\sigma}{\tau_\sigma}, 0 \right)', \quad A = \begin{pmatrix} u & \rho & 0 & 0 & 0 \\ 0 & u & \frac{1}{\rho} & -\frac{1}{\rho} & 0 \\ 0 & \rho a^2 & u & 0 & 0 \\ 0 & \rho \omega^2 & 0 & u & 0 \\ 0 & \alpha - 1 & 0 & 0 & u \end{pmatrix}.$$

Матрица A имеет собственные значения $u - c, u, u, u, u + c$, где $c = \sqrt{a^2 - \omega^2}$, $\omega = \sqrt{\mu/(\rho\tau_\sigma)}$. Соответствующие этим собственным значениям правые собственные векторы имеют вид

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_1 &= \left(-\frac{\rho(a^2 - \omega^2)}{(1 - \alpha)c^2}, \frac{(a^2 - \omega^2)}{(1 - \alpha)c}, -\frac{\rho a^2}{1 - \alpha}, -\frac{\rho \omega^2}{1 - \alpha}, 1 \right)', \quad \mathbf{X}_2 = (1, 0, 0, 0, 0)', \\ \mathbf{X}_3 &= (0, 0, 1, 1, 0)', \quad \mathbf{X}_4 = (0, 0, 0, 0, 1)', \\ \mathbf{X}_5 &= \left(-\frac{\rho(a^2 - \omega^2)}{(1 - \alpha)c^2}, -\frac{(a^2 - \omega^2)}{(1 - \alpha)c}, -\frac{\rho a^2}{1 - \alpha}, -\frac{\rho \omega^2}{1 - \alpha}, 1 \right)'. \end{aligned}$$

При дополнительном учете теплопроводности система уравнений модели смеси принимает вид

$$\begin{aligned} \frac{\partial \rho}{\partial t} + u \frac{\partial \rho}{\partial x} + \rho \frac{\partial u}{\partial x} &= 0, \quad \frac{\partial u}{\partial t} + u \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{1}{\rho} \frac{\partial(p - \sigma)}{\partial x} = 0, \\ \frac{\partial p}{\partial t} + u \frac{\partial p}{\partial x} + \rho a^2 \frac{\partial u}{\partial x} + h \frac{\partial \omega}{\partial x} &= 0, \quad \left(\frac{\partial \sigma}{\partial t} + u \frac{\partial \sigma}{\partial x} \right) \tau_\sigma + \sigma = -\mu \frac{\partial u}{\partial x}, \\ \frac{\partial \alpha}{\partial t} + u \frac{\partial \alpha}{\partial x} - (1 - \alpha) \frac{\partial u}{\partial x} &= 0, \quad \frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial x} + k_\rho \frac{\partial \rho}{\partial x} + k_p \frac{\partial p}{\partial x} + k_\alpha \frac{\partial \alpha}{\partial x} = -\frac{\omega}{\tau_\omega}, \end{aligned} \quad (4)$$

где $h = \frac{\gamma - 1}{\alpha}$, $k_\rho = \frac{\chi}{\tau_\omega} \frac{\partial T}{\partial \rho}$, $k_p = \frac{\chi}{\tau_\omega} \frac{\partial T}{\partial p}$, $k_\alpha = \frac{\chi}{\tau_\omega} \frac{\partial T}{\partial \alpha}$. Систему (4) представим в векторной форме (3), в которой введены обозначения

$$\mathbf{U} = (\rho, u, p, \sigma, \alpha, \omega)', \quad \mathbf{S} = \left(0, 0, 0, -\frac{\sigma}{\tau_\sigma}, 0, -\frac{\omega}{\tau_\omega} \right)', \quad A = \begin{pmatrix} u & \rho & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & u & \frac{1}{\rho} & -\frac{1}{\rho} & 0 & 0 \\ 0 & \rho a^2 & u & 0 & 0 & h \\ 0 & \rho \omega^2 & 0 & u & 0 & 0 \\ 0 & \alpha - 1 & 0 & 0 & u & 0 \\ k_\rho & 0 & k_p & 0 & k_\alpha & u \end{pmatrix}.$$

Матрица A имеет собственные значения $u - c_1, u - c_2, u, u, u + c_2, u + c_1$, где

$$c_1 = \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ a^2 - \omega^2 + k_p h + \sqrt{(a^2 - \omega^2)^2 + h[k_p(k_p h + 2(a^2 + \omega^2)) + 4(k_\rho - k_\alpha \frac{1-\alpha}{\rho})]} \right\}},$$

$$c_2 = \sqrt{\frac{1}{2} \left\{ a^2 - \omega^2 + k_p h - \sqrt{(a^2 - \omega^2)^2 + h[k_p(k_p h + 2(a^2 + \omega^2)) + 4(k_\rho - k_\alpha \frac{1-\alpha}{\rho})]} \right\}}.$$

Соответствующие этим собственным значениям правые собственные векторы имеют вид

$$\mathbf{X}_1 = \left(1, -\frac{c_1}{\rho}, c_1^2 + \omega^2, \omega^2, \frac{\alpha - 1}{\rho}, -\frac{c_1}{h}(c_1^2 - c^2 + \omega^2) \right)',$$

$$\mathbf{X}_2 = \left(1, -\frac{c_2}{\rho}, c_2^2 + \omega^2, \omega^2, \frac{\alpha - 1}{\rho}, -\frac{c_2}{h}(c_2^2 - c^2 + \omega^2) \right)',$$

$$\mathbf{X}_3 = (-k_\alpha/k_\rho, 0, 0, 0, 1, 0)', \quad \mathbf{X}_4 = (-k_p/k_\rho, 0, 1, 1, 0, 0)',$$

$$\mathbf{X}_5 = \left(1, \frac{c_2}{\rho}, c_2^2 + \omega^2, \omega^2, \frac{\alpha - 1}{\rho}, \frac{c_2}{h}(c_2^2 - c^2 + \omega^2) \right)',$$

$$\mathbf{X}_6 = \left(1, \frac{c_1}{\rho}, c_1^2 + \omega^2, \omega^2, \frac{\alpha - 1}{\rho}, \frac{c_1}{h}(c_1^2 - c^2 + \omega^2) \right)'.$$

Таким образом, рассматриваемая система уравнений с релаксационными вязкостью и теплопроводностью относится к гиперболическому типу [4].

Многоскоростная модель вязкой смеси. Рассмотрим одномерное течение бинарной смеси идеального газа со второй несжимаемой фракцией при наличии скоростной неравновесности, описываемое в рамках модели из [5] уравнениями, которые представим в векторной форме (3), где

$$\mathbf{U} = (\rho, u, p, \sigma, u_s, \alpha_s)', \quad \mathbf{S} = \left(0, 0, 0, -\frac{\sigma}{\tau_\sigma}, 0, \eta(u_g - u_s) \right)',$$

$$A = \begin{pmatrix} u & \rho & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & u & \frac{1}{\rho} & -\frac{1}{\rho} & 0 & 0 \\ 0 & \rho(c^2 + \omega^2) & u & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \rho\omega^2 & 0 & u & 0 & 0 \\ 0 & \alpha_s - 1 & 0 & 0 & u_s & 0 \\ 0 & \alpha_s & 0 & 0 & 0 & u_s \end{pmatrix}.$$

Матрица A имеет собственные значения $u - c, u_s - c_s, u, u, u_s + c_s, u + c$. Индексами g и s отмечены газовая и дисперсная фракции, $\omega = \sqrt{\mu/(\rho\tau_\sigma)}$, $c_s = \sqrt{p/\rho_s^0}$. Соответствующие этим собственным значениям правые собственные векторы не приводятся ввиду их громоздкости. Аналогично может быть рассмотрен гиперболический вариант модели многоскоростной среды с дополнительным учетом теплопроводности смеси, однако, в этом случае аналитических выражений для собственных значений и собственных векторов задачи получить не удается, их приходится вычислять численно [6].

Результаты численного моделирования. С использованием метода Годунова рассчитана одномерная задача об обтекании препятствия в виде прямоугольной



Рис. 1

ступеньки потоком водно-воздушной смеси. Верхняя, левая и правая границы расчетной области считались свободными, нижняя представляет собой непроницаемую стенку. Начальные данные при $t = 0$ во всей расчетной области задавались следующими: $p = 0,1$ МПа, $u = 3$ м/с, $v = 0$, $\alpha = 0,15$, $T_0 = 293$ К. На рис. 1 представлено распределение давления p , полученное к моменту времени $t = 0,32$ с.

1. Самарский А. А., Михайлов А. П. Математическое моделирование. Идеи. Методы. Примеры. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2001. — 320 с.
2. Cattaneo C. Sur une forme de l'équation de la chaleur éliminant le paradoxe d'une propagation instantanée // CR. Acad. Sci. — 1958. — V. 247. — P. 431–432.
3. Суров В. С. Односкоростная модель гетерогенной среды с гиперболическим адиабатическим ядром // Журн. Вычисл. Математ. и Матем. Физики. — 2008. — Т. 48, № 6. — С. 1111–1125.
4. Куликовский А. Г., Погорелов Н. В., Семенов А. Ю. Математические вопросы численного решения гиперболических систем уравнений. — 2-е изд. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2012.
5. Суров В. С. Гиперболические модели в механике гетерогенных сред // Журн. Вычисл. Математ. и Матем. Физики. — 2014. — Т. 54, № 1. — С. 139–149.
6. Суров В. С. Автомодельные бегущие волны в многокомпонентных вязких теплопроводных средах // Инженерно-физический журнал. — 2013. — Т. 86, № 3. — С. 557–566.

ВЛИЯНИЕ ПАРАМЕТРОВ МЕТЕОРНЫХ ТЕЛ НА ПРОЦЕСС ИХ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ С АТМОСФЕРОЙ*

Н. Г. Сызранова, В. А. Андрушченко

ИАП РАН, Москва, Россия

Настоящая работа посвящена математическому моделированию динамики и разрушения метеорных тел в атмосфере Земли. Следует отметить, что каждый метеорит существенно индивидуален: его форме присуща произвольная геометрическая конфигурация, а структура — сугубо неоднородна. Кроме того, на процессы его взаимодействия с атмосферой влияют скорость и угол входа в атмосферу, а также теплофизические и прочностные характеристики материала. В связи с этим, исследование движения и разрушения каждого конкретного метеорита является самостоятельной задачей.

В этой работе анализируется движение и разрушение под действием тепловых и силовых нагрузок четырех конкретных метеоритов — Сихотэ-Алинского (1947 г.), Куня-Ургенчского (1998 г.), Суданского (2008 г.) и Челябинского (2013 г.), которые

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проект №15-01-07444).

различаются своими размерами, свойствами и составом материала и траекторными параметрами. Основные параметры этих тел представлены в табл. 1.

Таблица 1

Название метеорита	Скорость входа, км/с	Угол входа, градусов	Масса метеорита, т	Состав материала, плотность, г/см ³
Сихотэ-Алинский (1947 г.)	15	40	500	железный, 7,8
Куня-Ургенчский (1998 г.)	13	30	3	каменный хондрит, 3,3
Суданский (2008 г.)	12.4	20	80	ахондрит, 2,8
Челябинский (2013 г.)	19.2	18	13000	каменный хондрит, 3,3

Данные метеориты были выбраны в качестве эталонных для верификации разработанной модели как объекты с наибольшим объемом данных об их характеристиках в ходе наблюдений за ними различными инструментальными средствами и тщательного физико-химического исследования выпавших осколков.

Явления движения и разрушения исследуются на основе расширенных уравнений метеорной физики, с учетом для каждого индивидуального объекта дополнительных физических факторов, в том числе, полученных с использованием методов и результатов гиперзвуковой аэродинамики. В высокотемпературном газовом потоке наблюдаются два механизма передачи тепла от газа к поверхности тела: конвективная теплопередача и лучистый перенос. Для оценки теплопередачи используются модели, представленные в [1], которые позволяют определить тепловой поток к поверхности. Расчеты параметров теплообмена показывают, что, например, для Челябинского метеорита лучистый поток намного превосходит конвективный на всей траектории падения (большая скорость полета и большой размер тела), а для метеорита Куня-Ургенч (меньшая скорость полета и небольшой размер тела) величины радиационных тепловых потоков на несколько порядков меньше конвективных. Важным фактором, который здесь учитывается, — это переменность параметра уноса массы метеорита под действием тепловых потоков вдоль траектории падения. В большинстве же работ других авторов этот параметр полагается постоянным. Кроме того, при испарении материала метеорного тела учитываются интенсивный вдув паров в приповерхностную область [1], который может в зависимости от высоты полета и скорости тела на порядок ослабить конвективную теплопередачу.

Статистика падений метеоритов показывает, что большая часть их, в том числе и рассматриваемые тела, падают на Землю в виде раздробленных кусков, поэтому расчет уноса массы требует учета их дробления. Процесс фрагментации метеорита в настоящей работе рассматривается в рамках модели последовательного дробления с учетом влияния масштабного фактора на предел прочности объекта. Используется модель последовательного дробления тела на основе статистической теории прочности [2], когда фрагментация происходит по дефектам и трещинам, которые присущи таким структурно неоднородным телам как метеориты. В результате дробление реализуется как процесс последовательного устранения дефектов при возрастании нагрузки путем разрушения тела по этим дефектам, таким образом образующиеся при разрушении фрагменты обладают большей прочностью,

чем исходное тело. Поэтому процесс фрагментации завершается, когда скоростной напор начинает убывать. Подробно эта модель рассмотрена и проанализирована в работе [1].

Как известно, прочность метеоритов меняется в широких пределах: 10^5 – 10^7 Н/м². Для Суданского метеорита (ахондрит) данные наблюдений показывают, что он начинает разрушаться при динамическом давлении, равном $(2\text{--}3) \cdot 10^5$ Н/м², а Сихотэ-Алинский метеорит — при 10^7 Н/м². Значения прочностных параметров подбираются таким образом, чтобы высоты начала и конца фрагментации соответствовали бы данным наблюдений. В табл. 2 представлены высоты, на которых начинается и заканчивается разрушение рассматриваемых метеоритных тел, а также расчетное отношение конечной массы выпавших фрагментов к исходной массе тела (в процентах).

Таблица 2

Название метеорита	Высота начала фрагментации, км	Высота завершения фрагментации, км	Относительная масса выпавших фрагментов, %
Сихотэ-Алинский (1947 г.)	25	14	40
Куня-Ургенчский (1998 г.)	25	10	80
Суданский (2008 г.)	45	33	75
Челябинский (2013 г.)	45	23	15

Согласно расчетным данным суммарная масса фрагментов метеоритов намного превышает данные наблюдений. Так, масса найденных фрагментов Сихотэ-Алинского метеорита составляет около 5% от исходной массы, для метеорита Куня-Ургенч — около 33%, для Суданского она ничтожно мала (масса фрагментов не превышает 11 кг), а для Челябинского метеорита составляет $\sim 0,01\%$.

Такое расхождение объясняется главным образом тем, что на завершающем этапе движения метеоритных тел процесс разрушения мелких фрагментов продолжается за счет температурных напряжений [3]. Термические напряжения не играют большой роли для крупных метеоритных тел, но, если размеры обломков уменьшаются до нескольких сантиметров (в настоящих расчетах для Челябинского метеорита средний размер фрагмента составил ~ 12 см, а для Суданского метеорита ~ 4 см), то часть из них температурные градиенты могут разрушить до размеров крупной пыли, которая быстро расплавится и испарится в высокотемпературном воздухе, а другая часть все-таки выпадет на Землю. Кроме того, надо иметь в виду, что массы выпавших и массы найденных фрагментов могут сильно различаться. Так, некоторые специалисты считают, что материнское тело Челябинского метеорита, в котором сосредоточена основная выпавшая масса, возможно, пока еще не обнаружено.

1. Андрущенко В. А., Сызранова Н. Г., Шевелев Ю. Д. // Компьютерные исследования и моделирование. — 2013. — Т. 5, № 6. — С. 927–940.
2. Weibull W. A. // Proc. Roy Swedish Inst. Eng. Res. — 1939. — No. 151. — P. 1–45.
3. Андрущенко В. А., Сызранова Н. Г., Шевелев Ю. Д., Головешкин В. А. // Математическое моделирование. — 2016. — Т. 28, № 2. — С. 31–39.

ТРЕХВОЛНОВЫЕ РЕЗОНАНСЫ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ СЖИМАЕМОГО ГАЗА ПРИ $M = 2$

Н. М. Терехова

ИТПМ СО РАН, Новосибирск, Россия

В рамках слабонелинейной теории устойчивости [1] рассмотрено взаимодействие возмущений в сверхзвуковом пограничном слое на непроницаемой поверхности при числе Маха $M = 2$. Исследуется первый уровень нелинейного взаимодействия — в трехволновых резонансных системах. Рассмотрены основные закономерности резонансного взаимодействия в единичных триплетах, составленных из плоских и трехмерных компонент, после чего изучается групповое взаимовлияние (совместная реализация нескольких простых триплетов). Возмущения представлены двумя пространственными пакетами бегущих волн неустойчивости (волновыми поездами широкого азимутального состава компонент) на кратных частотах f_2 (гармоника) и f_1 (субгармоники). Изучена возможность перераспределения энергии в таких системах при реализации взаимодействия составляющих пакетов волн. Модель предназначена для тестирования продольной динамики контролируемых возмущений [2]. Показано, что резонансные взаимодействия полностью адекватны реальным процессам на ранних стадиях перехода.

В основе резонансной модели лежит процесс попарного взаимодействия волн в поле третьей волны в условиях синхронизации их фаз $\theta_j = \theta_k + \theta_l$. Если ε масштаб пульсационного поля, а исходные возмущения представлены вектором \bar{Z}^0 , то во втором порядке по ε из неоднородных уравнений Навье–Стокса можно найти возмущения более высокого порядка \bar{Z}^1 , а также (используя условия разрешимости) построить амплитудные уравнения для резонансных триад, аналогичные системе, полученной в [1, 3]. Для простой трехволной системы j -, k -, l -волн (как правило, $j \neq k \neq l$) эти уравнения имеют вид

$$dA_j/d\xi = -\alpha_j^i A_j + S_{k,l}^j A_k A_l \exp(i\Delta),$$

$$S_{k,l}^j = \int_0^{Y_k} \bar{Z}_j^{0+} \bar{Q}_{k,l}^j dY / \int_0^{Y_k} \bar{Z}_j^{0+} (\partial L(\bar{Z}_j^0) / \partial \alpha_j) dY, \quad \Delta = \int (\alpha_k + \alpha_l - \alpha_j)^r dX,$$

где Δ — коэффициент фазовой синхронизации, \bar{Z}^{0+} — решения сопряженной системы.

Рассмотрим основные закономерности взаимодействия трех волн, связанных условиями фазового синхронизма [3]. Сами триплеты могут быть двух видов — симметричные и несимметричные, в них 2D- и 3D-волны входят в разнообразных комбинациях. В данном случае наиболее представительны амплитуды 3D-компонента на частоте гармоники f_2 .

A. Существование волны накачки. Установлено, что нелинейное взаимодействие наиболее эффективно, если одна из составляющих триплета является волной накачки.

B. При сближении амплитуд волн могут меняться как интенсивность, так и направленность передачи энергии. Очень хороший эффективный триплет показан на рис. 1. Триплет несимметричный, состоит из трех 3D-волн, причем амплитуда гармоники (G) на f_2 на порядок превышает амплитуды трехмерных субгармоник (S_1 и S_2) на f_1 . Штриховые линии показывают динамику субгармоник, развивающихся по линейному закону. Из рис. 1 видно насколько эффективно и быстро нелинейный процесс приводит к выравниванию амплитуд.

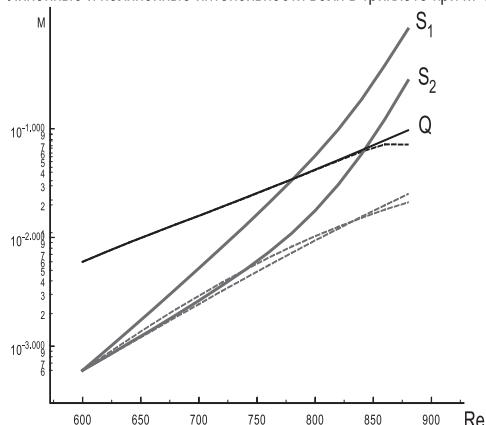
Линейные и нелинейные интенсивности волн в триплете при $M=2$ 

Рис. 1. Триплет 3D-гармоники и субгармоник

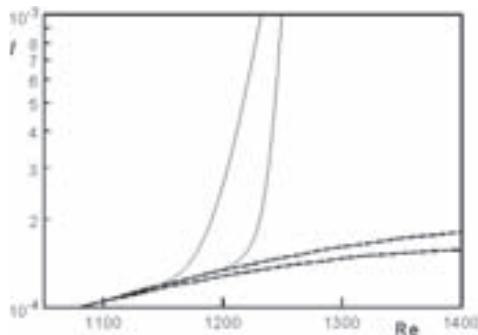


Рис. 2. Взрывное нарастание субгармоники

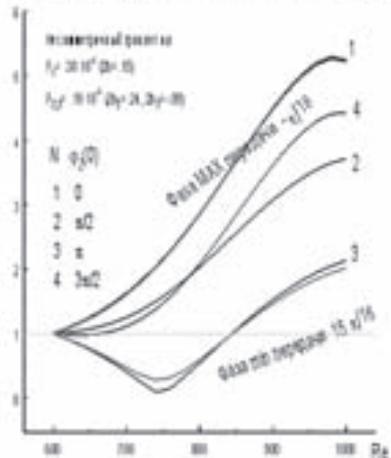
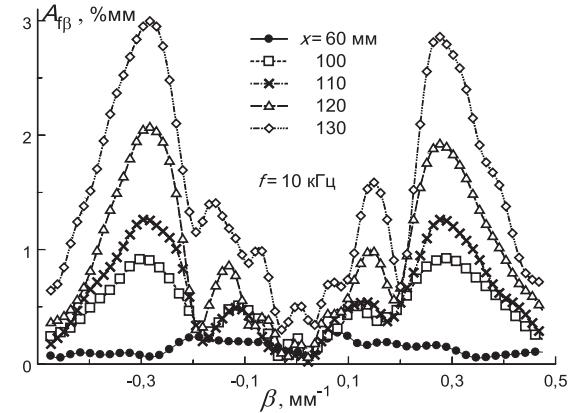
Влияние начальной фазы S_2 на соотношение $|S_2|^2/|S_1|^2$ интенсивностей $|S_2|^2$ и субгармоники S_1 (наличие Re)

Рис. 3. Зависимость амплитуды субгармоник от начальной фазы

Рис. 4. Экспериментальная картина спектров при разных $Re(x)$

В. Существование каталитических режимов (амплитуда субгармоники может превышать амплитуду вынуждающей волны, не оказывая обратного влияния). При этом субгармоника получает энергию непосредственно из среднего течения. Реализуется близкая к взрывной нелинейная интенсивность субгармоник (рис. 2).

Г. Важная роль отводится соотношению фаз взаимодействующих колебаний. Найдено, что существуют варианты, где фаза практически не влияет на нелинейную эволюцию компонент триплетов, но есть триплеты, где ее роль значительна. На рис. 3 показан такой вариант.

Д. Возможен режим «слабого» взаимодействия, когда невозможно определить, в какую сторону пойдет нелинейный процесс и что будет усиливаться. Обычно он реализуется при малых интенсивностях гармоники.

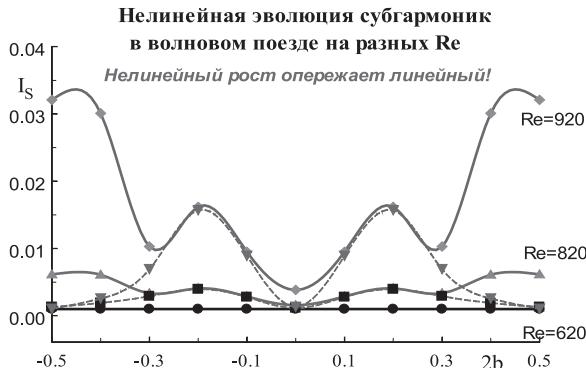


Рис. 5. Моделирование экспериментальной субгармоники картины в групповом триплете (48 простых)

Итак, предварительное рассмотрение показало, что нет такого триплета, который в одиночку может представить реальную динамику нелинейного взаимодействия в волновых поездах (широкого спектра азимутальных волновых мод), результат заведомо будет не адекватен процессу. И необходимо учитывать возможно большее число компонент волнового поезда, включая как самые интенсивно растущие в линейном приближении, так и самые незначительные, на первый взгляд выпадающие из числа потенциальных участников, могущих повлиять на реальную картину. В данной работе был рассмотрен групповой триплет из 48 простых, учитывающий взаимодействия более 20 азимутальных компонент.

1. Гапонов С. А., Масленникова И. И. Субгармоническая неустойчивость сверхзвукового пограничного слоя // Теплофизика и аэромеханика. — 1997. — Т. 4, №1. — С. 3–12.
2. Ермолаев Ю. Г., Косинов А. Д., Семенов Н. В. Характерные особенности слабонелинейного взаимодействия волн неустойчивости в сверхзвуковом пограничном слое // Вестник НГУ. Серия: Физика. — 2008. — Т. 3. — Вып. 3. — С. 3–13.
3. Гапонов С. А., Терехова Н. М. Трехвольновые взаимодействия контролируемых возмущений в сверхзвуковом пограничном // Международный журнал прикладных и фундаментальных исследований. — 2016. — Т. 6, №5. — С. 833–838.

ПРИМЕНЕНИЕ МОМЕНТНЫХ УРАВНЕНИЙ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ УМЕРЕННО НЕРАВНОВЕСНЫХ ГАЗОВЫХ ТЕЧЕНИЙ*

М. Ю. Тимохин^{1,2}, И. Э. Иванов^{1,2}, И. А. Крюков^{2,3}

¹МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия; ²МАИ, Москва, Россия;

³ИПМех РАН, Москва, Россия

Одним из основных параметров разреженности (неравновесности) течения является число Кнудсена (Kn), представляющее собой отношение средней длины свободного пробега к характерному линейному размеру исследуемого течения [1]. Если $\text{Kn} \rightarrow 0$, то течение газ можно рассматривать как сплошную среду (континуальный режим течения). В этом случае газ близок к равновесному состоянию (функция распределения молекул близка к максвелловской в силу большого числа

*Работа выполнена при поддержке гранта РФФИ №16-31-60094.

взаимодействий молекул между собой). Если же $Kn \rightarrow \infty$, то течение является свободномолекулярным. В этом случае в силу разреженности и отсутствия достаточного числа взаимодействий молекул между собой газ является обычно сильно не равновесным (функция распределения существенно отличается от Максвеллиана). Для данной работы наибольший интерес представляет переходный режим течения, при котором средняя длина свободного пробега молекул сопоставима с характерным линейным размером задачи.

Исторически бурный интерес к динамике разреженного газа, и к изучению переходного режима в частности, возник в середине двадцатого века в связи с необходимостью исследования динамики движения летательных аппаратов в верхних слоях атмосферы. В силу увеличения расстояния между молекулами газа средняя длина свободного пробега становится сопоставима с размерами летательного аппарата. Математическое описание течения с помощью классических уравнений газовой динамики перестает быть физически обоснованным. В связи с этим получили активное развитие кинетические методы описания (численное решение уравнения Больцмана [2, 3], развитие кинетических модельных уравнений [4, 5], появление прямого статистического моделирования [6, 7]), а также методы, так называемой, расширенной газовой динамики (моментный метод Грэда [1, 8], уравнения Барнетта и их модификации [1, 9]). К концу двадцатого века вместе с развитием микроэлектромеханических технологий (МЭМС) [10] возникла необходимость применения этих же методов и их дальнейшее развитие, в том числе, уже при нормальных атмосферных условиях. Возникновение переходного режима газового течения обусловлено в этом случае уже уменьшением до микромасштаба линейных размеров задачи.

В качестве математической модели в представленной работе выбрана регуляризованная тринадцатимоментная система Грэда, первоначальный вариант которой был предложен в 2003 г. [11]. В дальнейшем были предложены несколько вариантов и ее упрощенных модификаций [12, 13], а также были получены граничные условия для моделирования взаимодействия газа с твердой непроницаемой стенкой [14, 15]. Детально численный метод решения уравнений для основного потока и для моделирования взаимодействия газа со стенкой описаны в работах [16–19]. В работе представлены результаты применения реализованного метода моделирования для сверхзвуковых [20–22] и дозвуковых [23–25] умеренно разреженных течений.

1. Коган М. Н. Динамика разреженного газа. — М.: Наука, 1967.
2. Cercignani C. The Boltzmann Equation and its Application. — New York: Springer-Verlag, 1988.
3. Черемисин Ф. Г. Консервативный метод вычисления интеграла столкновений Больцмана // Доклады РАН. — 1997. — Т. 357. — С. 53–56.
4. Bhatnagar P. L., Gross E. P., Krook M. A. // Phys. Rev. — 1954. — V. 94. — P. 511–525.
5. Шахов Е. В. // Изв. АН СССР МЖГ. — 1968. — Т. 5. — С. 142–145.
6. Bird G. A. Molecular Gas Dynamics and The Direct Simulations of Gas Flows. — Oxford: Oxford University Press, 1994.
7. Ivanov M. S. et al. // Proc. of 25th Int. Symp. on RGD, 2007. — P. 539–544.
8. Grad H. // Comm. Pure Appl. Math. — 1949. — V. 2. — P. 331–407.
9. Чепмен С., Каулинг Т. Д. Математическая теория неоднородных газов / Пер. с англ. — М.: Изд-во иностранной литературы, 1960.
10. Karniadakis G., Beskok A., Aluru N. Microflows and Nanoflows Fundamentals and Simulation. — New York: Springer, 2005.
11. Struchtrup H., Torrilhon M. // Phys. Fluids. — 2003. — V. 15. — P. 2668–2680.
12. Timokhin M. Yu., Struchtrup H., Kokhanchik A. A., Bondar Ye. A. // AIP Conf. Proc. — 2016. — V. 1786. — P. 140006.

13. Timokhin M. Yu., Struchtrup H., Kokhanchik A. A., Bondar Ye. A. // Phys. Fluids. — 2017. — V. 29. — P. 037105.
14. Gu X. J., Emerson D. R. // J. Comput. Phys. — 2007. — V. 225. — P. 263–283.
15. Struchtrup H., Torrilhon M. // J. Comput. Phys. — 2008. — V. 227. — P. 1982–2011.
16. Тимохин М. Ю., Иванов И. Э., Крюков И. А. // Вестник МАИ. — 2010. — Т. 17. — С. 80–87.
17. Иванов И. Э., Крюков И. А., Тимохин М. Ю. // ЖВМ. — 2013. — Т. 53. — С. 1721–1738.
18. Тимохин М. Ю. // Вестник ННГУ. — 2011. — Т. 4. — С. 1168–1170.
19. Timokhin M. Yu., Ivanov I. E., Kryukov I. A. // AIP Conf. Proc. — 2012. — V. 1501. — P. 843–848.
20. Timokhin M. Yu., Bondar Ye. A., Kokhanchik A. A., Ivanov M. S., Ivanov I. E., Kryukov I. A. // Phys. Fluids. — 2015. — V. 27. — P. 037101.
21. Тимохин М. Ю., Иванов И. Э. // Сб. трудов XI Всероссийского съезда по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики, 2015. — С. 3736–3738.
22. Знаменская И. А., Иванов И. Э., Крюков И. А., Мурсенкова И. В., Тимохин М. Ю. // Письма ЖТФ. — 2014. — Т. 40. — С. 81–87.
23. Timokhin M. Yu., Ivanov I. E., Kryukov I. A. // AIP Conf. Proc. — 2014. — V. 1628. — P. 748–755.
24. Иванов И. Э., Крюков И. А., Тимохин М. Ю. // Сб. Трудов XXIII семинара по струйным, отрывным и нестационарным течениям, 2012. — С. 164–167.
25. Иванов И. Э., Крюков И. А., Тимохин М. Ю. // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. — 2011. — Т. 11. — <http://chemphys.edu.ru/issues/2011-11/articles/171/>.

МОДЕЛИРОВАНИЕ РАЗВИТИЯ ВОЗМУЩЕНИЙ В ПОГРАНИЧНОМ СЛОЕ НА ПЛАСТИНЕ ПРИ ПОМОЩИ МУЛЬТИОПЕРАТОРНЫХ СХЕМ 16-ГО ПРЯДКА ТОЧНОСТИ

А. И. Толстых, Д. А. Широбоков

ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН, Москва, Россия

Вопросы перехода ламинарного пограничного слоя в турбулентный представляют значительный практический интерес для снижения сопротивления летательных аппаратов и изучаются с помощью различных экспериментальных и численных методов. Рассматриваются различные сценарии перехода, при этом обычно выделяют три основных стадии: зарождения возмущений, роста возмущений и разрушения (receptivity, disturbance growth, breakdown). Вторая стадия во многих случаях адекватно описывается как распространение волн Толмина–Шлихтинга. До какого-то момента течение может рассматриваться как двумерное, после чего возмущения в поперечном направлении становятся существенными.

В некоторых случаях исследуется развитие в пограничном слое искусственно создаваемых периодических возмущений [1]. При постановке эксперимента возмущение потока осуществляется вибрирующей полоской (лентой), расположенной поперек потока. Рассмотрение этой задачи в двумерной постановке позволяет описать первые две стадии перехода, и стать основой для трехмерных расчетов, при которых картина течения должна совпадать с двумерным течением до некоторых значений чисел Рейнольдса.

Для моделирования подобных процессов решаются двумерные нестационарные уравнения Навье–Стокса сжимаемого газа. Вязкость считается постоянной, число Маха набегающего потока равно 0,5.

Для аппроксимации конвективных членов используется компактная мультиоператорная аппроксимация 16-го порядка точности, предложенная А.И. Толстых в [2]. Под мультиоператорной схемой понимается линейная комбинация базисных операторов $\sum_{k=1}^M \gamma_k L_h(c_k)$. Базисные операторы имеют вид $L_h(c) = (L_l(c) + L_r(c))/2$, а операторы $L_l = R_l^{-1}\Delta_l$ и $L_r = R_r^{-1}\Delta_r$, образованы из двухточечных операторов $\Delta_l f_j = f_j - f_{j-1}$, $\Delta_r f_j = f_{j+1} - f_j$, $R_l = I + c\Delta_l$, $R_r = I - c\Delta_r$, I — единичный оператор. Обращение двухточечных операторов соответствует решению линейной системы с двухдиагональной матрицей. В случае схемы 16-го порядка $M = 8$. Наряду с высокой точностью схема характеризуется большим диапазоном волновых чисел, при которых схемная фазовая скорость не отличается от физической, что дает возможность переносить без искажений волновые пакеты, содержащие коротковолновые гармоники.

Необходимость решать много систем с двухдиагональными матрицами позволяет разработать параллельную MPI-версию алгоритма, когда узлы расчетной области распределены между процессорами. Подробности приведены в [3].

Вязкие члены аппроксимируются со вторым порядком точности. Границные условия являются достаточно стандартными для задач внешнего обтекания. На пластине задаются условия прилипания, а температура пластины равна температуре торможения. Первоначально находится стационарное решение методом установления, при этом лента неподвижна, и граничные условия одинаковы во всех точках пластины. Это стационарное решение хорошо совпадает с решением Блазиуса. На втором этапе в области «ленты» задаются периодически меняющиеся по времени граничные условия, моделирующие вибрацию. Скорость перпендикулярная пластине имеет вид $v = \sin \omega t \cdot f(x - x_c)$, f — нечетная, быстро убывающая функция, x_c — место расположения «ленты». Таким образом, поток воздуха через пластину остается нулевым. На втором этапе расчет проводится по схеме Рунге–Кутты с четвертым порядком точности по времени.

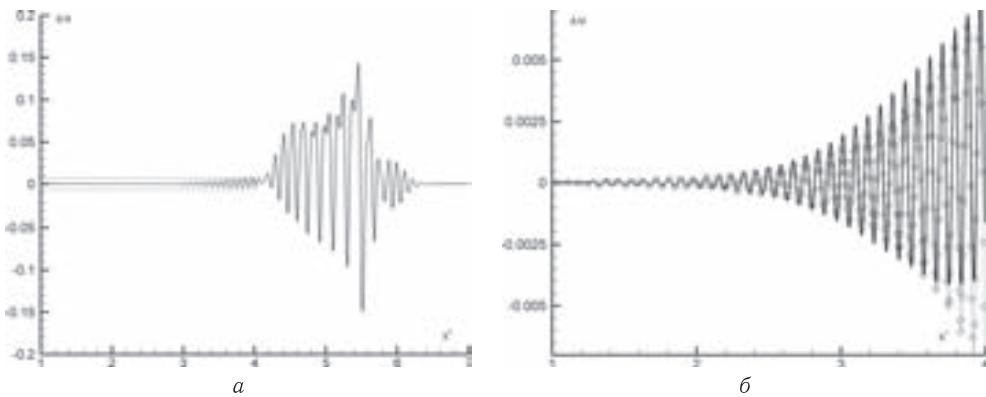


Рис. 1

Используется сетка 2000×94 узлов. По x сетка равномерна в области основного течения и растягивается у выходной границы, чтобы уменьшить ее влияние.

Местное число Рейнольдса $Re_x = \rho_\infty u_\infty x / \mu$ связано с безразмерной координатой x' соотношением $Re_x = 5 \cdot 10^5 x'$. Носик пластины находится в точке $x' = 0,25$, а вибрирующая полоска расположена на пластине в точке $x' = 1,3$.

Возмущения от вибрирующей пластинки распространяются в пограничном слое в виде волны. На рис. 1, *a* приведено распределение возмущения горизонтальной

компоненты скорости вдоль координатной линии ($y = 0,0011$) в момент времени $t = 50$. Возмущение скорости при $1,6 < x' < 3,5$ хорошо соответствует аналитически задаваемой функции $u_a = \exp(ax' + b) \cos(cx' + d)$, имеющей вид волны Толмина–Шлихтинга. Сравнение возмущения скорости с функцией u_a (кривая с маркерами) показано в увеличенном масштабе на рис. 1, б. Амплитуда волны резко увеличивается при $x' > 4$, и это колебание уже нельзя охарактеризовать определенной длиной волны.

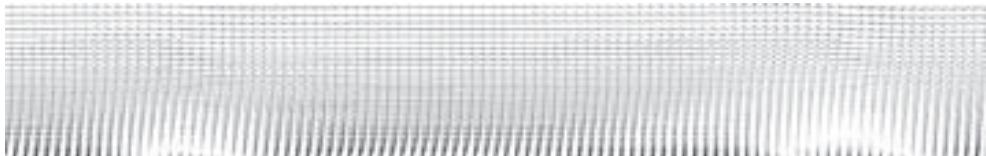


Рис. 2

Большие возмущения приводят к тому, что горизонтальная скорость становится отрицательной. Поле скоростей с такими «вихревыми» областями (растянутое по y) приведено на рис. 2.

1. *Bake S., Meyer D. G. W., Rist U.* Turbulence mechanism in Klebanoff transition: a quantitative comparison of experiment and direct numerical simulation // J. Fluid Mech. — 2002. — V. 459. — P. 217–243.
2. Толстых А. И. Об использовании мультиоператоров для построения сеточных аппроксимаций высоких порядков // ЖВМ и МФ. — 2016. — Т. 56, № 6. — С. 943–957.
3. Широбоков Д. А., Зензинов А. А. О MPI-реализации метода решения трехмерных уравнений Эйлера на основе мультиоператорных схем 16-го порядка точности // Материалы XI Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2016), 25–31 мая, 2016 г. Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2016. — с. 471–473.

ПРИМЕНЕНИЕ ЧИСЛЕННЫХ МЕТОДОВ АЭРОДИНАМИКИ ДЛЯ ОЦЕНКИ РИСКОВ ВИХРЕВОЙ БЕЗОПАСНОСТИ*

Л. И. Турчак, Н. А. Баранов

ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН, Москва, Россия

На настоящий момент не существует общепринятой концепции и научно обоснованного подхода к проблеме оценки риска попадания пилотируемых воздушных судов (ВС) в вихревой след другого самолета, так называемой проблеме оценки рисков вихревой безопасности. Для оценки рисков вихревой безопасности можно было бы использовать критерии, которые приняты для оценки надежности авиационной техники, однако такой подход осложняется следующими факторами:

— отсутствие статистически достоверных данных о затухании вихревого следа в заданных метеорологических условиях, позволяющих оценивать вероятности редких событий, связанных с его длительным существованием;

— отсутствие статистически достоверных данных о распределении метеорологических условий, в частности, интенсивности турбулентности атмосферы и ее стратификации, определяющих характер затухания вихревого следа;

*Работа выполнена при поддержке РФФИ (проект №16-07-01072).

— отсутствие статистически достоверных данных о распределении начальной интенсивности вихревого следа за самолетами различных типов;

— отсутствие статистически достоверных данных о динамике вихревого следа (в том числе за самолетами, выполняющими полет с выпущенной механизацией крыла) вблизи поверхности земли, позволяющих проводить оценки вероятности его существования.

В связи с этим важную роль для решения рассматриваемой задачи играют методы вычислительной аэродинамики. Общая структура алгоритмов, необходимых для определения рисков вихревой безопасности, показана на рис. 1.



Рис. 1. Система алгоритмов для оценки рисков вихревой безопасности

Важным этапом является оценка степени опасности, которая включает в себя оценку степени риска по различным критериям, одним из которых является условие не превышение индуцируемого вихревым следом момента крена заданного предельно допустимого значения.

Проведенные исследования показывают, что в зависимости от типа и режима полета самолета — генератора вихревого следа и внешних метеорологических условий картина распределения аэродинамических возмущений в вихревом следе может кардинально отличаться.

В качестве примера на рис. 2–4 показаны результаты расчетов распределения индуцируемого вихревым следом момента крена для самолета типа B767-300 в плоскости перпендикулярной направлению полета генератора через 60 с после его пролета.

Предполагалось, что генератор выполняет полет в посадочной конфигурации на высоте 30 м, что соответствует примерно удалению от порога ВПП при посадке, равному 600 м. Расчеты представлены для случая слабого бокового ветра и различных уровня турбулентности атмосферы. В качестве самолетов генераторов рассматривались B767-300 и B747.

Можно видеть, что на взлетно-посадочных режимах полета самолетов сочетание различных факторов может приводить к принципиально различным распределениям опасных условий с точки зрения воздействия вихревого следа на другой самолет. Так, например, в условиях умеренной турбулентности самолет типа

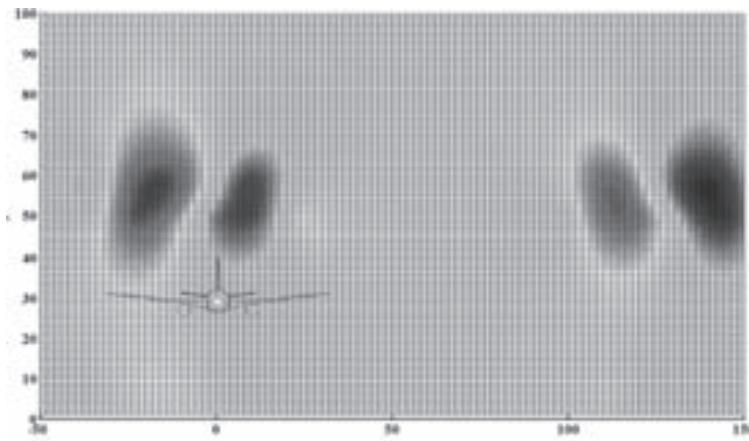


Рис. 2. Распределение момента крена за самолетом типа B767 при слабой турбулентности

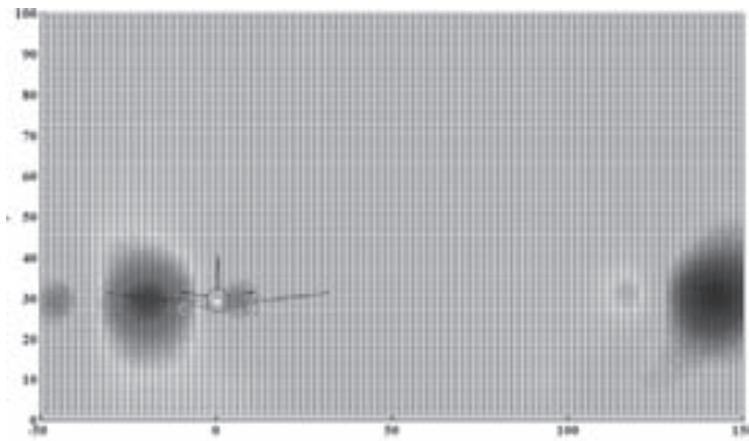


Рис. 3. Распределение момента крена за самолетом типа B767 при умеренной турбулентности

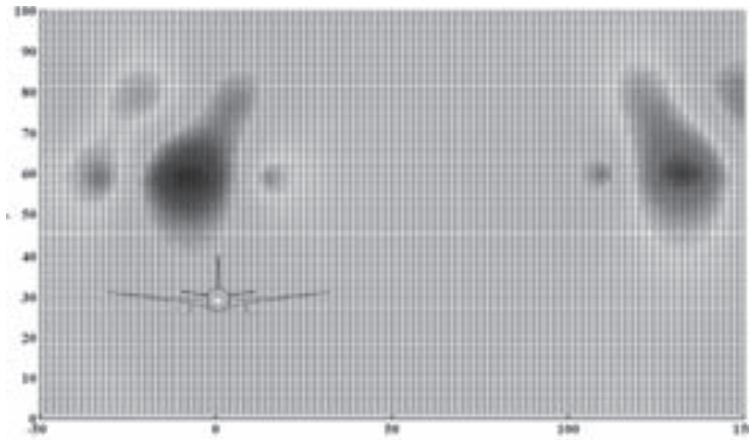


Рис. 4. Распределение момента крена за самолетом типа B744 при слабой турбулентности

B767 может создавать более опасную ситуацию, чем более тяжелый самолет B747, поскольку создаваемые его следом аэродинамические возмущения сосредоточены непосредственно в районе посадочной глиссады.

ЭЛЕКТРИЧЕСКИЕ РАЗРЯДЫ МЕЖДУ КАПЕЛЬНО-СТРУЙНЫМ АНОДОМ И МЕДНЫМ КАТОДОМ

И. Т. Фахрутдинова, Аз.Ф. Гайсин, Ф. М. Гайсин, Н. И. Шакиров

КНИТУ-КАИ, Казань, Россия

В настоящее время внимание исследователей привлекают электрические разряды (ЭР) в парогазовой среде с электролитными электродами [1]. Результаты экспериментальных исследований ЭР с жидкими электродами дают возможность создавать разрядные устройства, которые имеют множество применений в плазменной технологии, биомедицине, плазмохимии и т. д.

Целью данной работы является экспериментальное исследование электрического разряда между капельно-струйным анодом и медным катодом при атмосферном давлении для различных режимов источника питания и расстояния от среза полимерной трубы до металлического катода. Экспериментальная установка предназначена для исследований электрических разрядов между капельно-струйным анодом и медным катодом в диапазоне напряжения $U = 100\text{--}1500$ В и при токе разряда $I = 0,01\text{--}10$ А. Длина струи электролита $l_c = 5\text{--}10$ мм, расход электролита 2 капли за секунду и диаметр струи $d_c = 3$ мм. В качестве электролита использовался 20% раствор NaCl в технической воде.

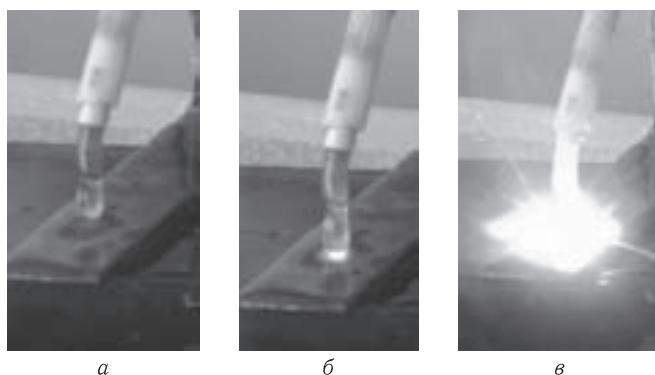


Рис. 1

На фотографиях (рис. 1, *a*–*в*) приведено развитие электрического разряда между капельно-струйным анодом и медным катодом при атмосферном давлении. Они были получены с помощью цифровой видеокамеры Sony HDR-SR72E. Колебания напряжения и тока наблюдались на экране цифрового осциллографа GDS-806S, подключенного к монитору компьютера. Цена деления шкалы для напряжения — 500 В, для тока — 2 А.

Как видно из рис. 1, *б* и *в* разряд загорается между каплей и металлическим катодом, а затем охватывает полностью весь объем капли. Из сравнения осциллограмм рис. 2, *а*–*в* следует, что с ростом напряжения источника питания от 200 до 800 В величина тока растет от 4 до 10 А. В случае рис. 2, *б* наблюдается двойной

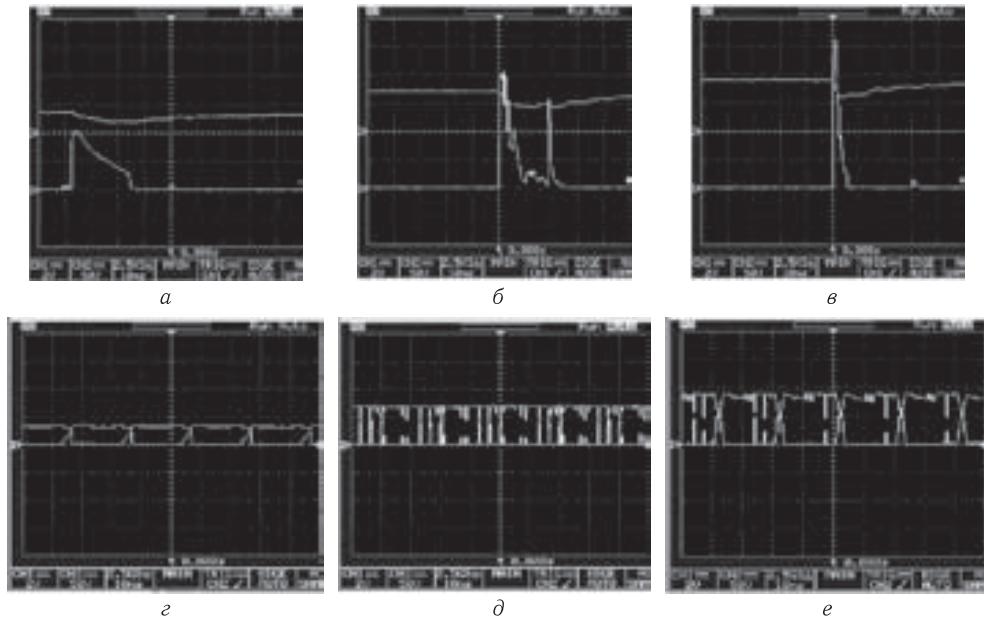


Рис. 2

электрический пробой с интервалом между ними 19 мс. Анализ осцилограмм тока и напряжения показывает, что с ростом напряжения источника питания в наносекундном диапазоне развертки от 300 до 900 В величина тока от 1 до 2 А. Появление таких коротких импульсов объясняется наличием микродуговых разрядов между каплей и металлическим катодом.

- Фортов В. Е. Энциклопедическая серия «Энциклопедия низкотемпературной плазмы» (4 книги). — М.: Наука/Интерperiодика, 2000. — 2304 с.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ДВУМЕРНЫХ ДЕТОНАЦИОННЫХ ТЕЧЕНИЙ В ЛИНЕЙНО РАСШИРЯЮЩЕЙСЯ ОБЛАСТИ*

A. B. Федоров, T. A. Хмель, C. A. Лаврук

ИТПМ СО РАН, Новосибирск, Россия

Введение. Исследование распространения гетерогенной детонации актуально для различных приложений, таких как создание детонационных технологий, или задач подавления детонации в каналах технических устройств при техногенных авариях. Фундаментальной задачей является анализ распространения детонации в каналах различной геометрии. Так в работах [1, 2] были рассмотрены задачи дифракции ударных и детонационных волн за обратным уступом, а так же в трубах и каналах с внезапным расширением. Однако задачи дифракции гетерогенной детонации в канале с линейным расширением ранее не исследовались.

Математическая модель и граничные условия. Использовалась двухтеппературная двухскоростная модель механики многофазных сред [3]. Горение алюминия

*Работа выполнена при поддержке гранта РНФ №16-19-00010.

описывается как приведенная реакция, инициируемая после достижения критической температуры, с учетом неполного сгорания частиц. Численная технология основана на TVD-схеме для газа и схеме Джентри–Мартина–Дэйли для частиц и использовалась ранее в [1, 2, 4].

Наклонная стенка считалась прямой линией. Для удобства реализации граничных условий сетка строилась так, чтобы узлы попадали на стенку (соотношения между продольным и поперечным размером элементарной ячейки зависит от угла наклона). Граничные условия на наклонной стенке канала задаются в соответствии с условиями непротекания и теплоизолированности $\partial\varphi/\partial n = 0$, где n — нормаль к наклонной стенке. В пятиточечном шаблоне схемы Хартена необходимо определение значений не только в узловых точках границы (A), но и в слое на один ниже, в точке B (рис. 1). Эти значения определялись переносом из точки C (аппроксимации первого порядка), где значения определены путем интерполяции результатов на линии C_1C_2 (аппроксимации второго порядка).

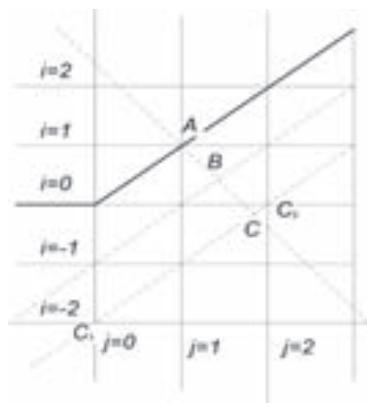


Рис. 1. Реализация граничных условий

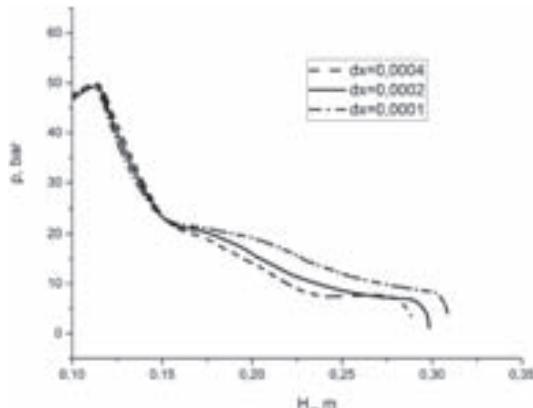


Рис. 2. Огибающие давления для разных сеток

Нормальная u_n и тангенциальная u_s составляющие скорости вдоль стенки определялись как:

$$\begin{cases} u_n = u_y \cos \alpha - u_x \sin \alpha, \\ u_s = u_x \cos \alpha + u_y \sin \alpha, \end{cases}$$

где u_x , u_y — проекции скорости на ось X и Y , α — угол наклона стенки.

Сравнение результатов на разных сетках. Для верификации численного метода проводились расчеты на вложенных сетках. На рис. 2 представлены данные трех расчетов для ширины канала $H_1 = 0,01$ м, угла расширения 45° и размера частиц $d = 3,5$ мкм на сетках с размерами ячеек 0,0004 м, 0,0002 м и 0,0001 м. На рис. 2 представлены огибающие давления в плоскости симметрии, свидетельствующие, что в данном случае реализуется докритический режим течения со срывом детонации. Верхние части всех трех кривых практически совпадают, различия проявляются только в нижней части, демонстрирующей процесс ослабления волны, и в положении точки срыва. Сопоставление результатов позволяет сделать вывод о сходимости схемы (различия между штрихпунктирной и сплошной линиями меньше, чем между сплошной и штриховой линиями).

Картинки течения. На рис. 3 представлен выход детонационной волны в канал с линейным расширением. На рис. 3, a около начала присутствует вихревая

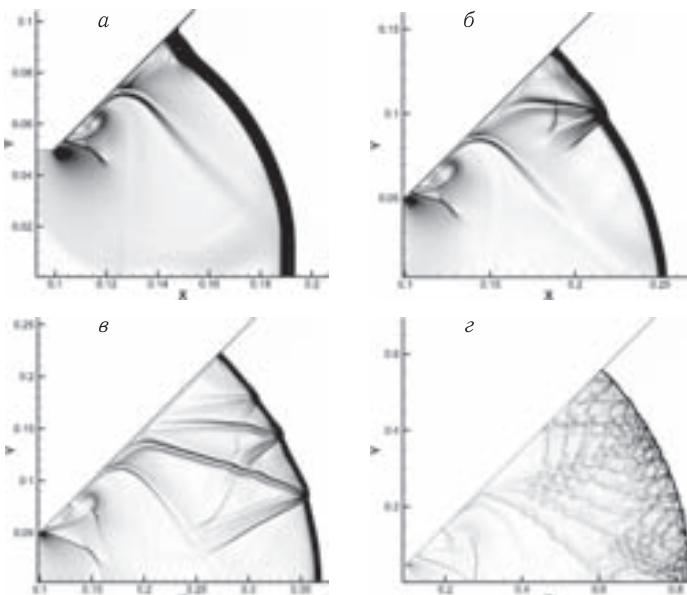


Рис. 3. Шлирен-изображения закритический режим течения ($d = 2$ мкм, $H_1 = 0,05$ м) на период времени 0,08 мс (а), 0,12 мс (б), 0,26 мс (в), 0,51 мс (г)

структурой, которая так же распространяется со временем. На рис. 3, б видно образование первичной поперечной волны, которые со временем на фронте образуются поперечные вторичные волны (рис. 3, в). На рис. 3, г показана развитая картина течения. Видно, что на фронте детонационной волны образуется нерегулярная ячеистая структура, подобная наблюдаемым в экспериментах и в расчетах газовой детонации. Средний размер ячейки для частиц 2 мкм составляет 4 см, что почти вдвое крупнее, чем в расчетах распространения детонации в плоском канале [4].

1. Fedorov A. V., Kratova Y. V. Shock and detonation wave diffraction at a sudden expansion in gas-particle mixtures // Shock Waves, 2008, т. 18, р. 280-290.
2. Кратова Ю. В., Федоров А. В., Хмель Т. А. Осьсимметричная расширяющаяся гетерогенная детонация в газовзвесях частиц алюминия // ФГВ. — 2016. — Т. 52, №1. — С. 84–95.
3. Федоров А. В. Структура гетерогенной детонации частиц алюминия диспергированных в кислороде // ФГВ. — 1992. — №3. — С. 72–83.
4. Федоров А. В., Хмель Т. А. Численное моделирование гетерогенной ячеистой детонации в газовзвеси частиц алюминия в кислороде // ФГВ. — 2005. — Т. 41, №4. — С. 84–98.

ДВИЖЕНИЕ ЧАСТИЦ ОКОЛО ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ЧАСТИЦЫ В СДВИГОВОМ ПОЛЕ СКОРОСТИ

A. И. Федюшкин

ИПМех РАН, Москва, Россия

В данной работе рассматривается задача о движении частиц вокруг цилиндрической частицы в сдвиговом потоке для невесомости ($g=0$) и нормальных наземных условиях. Представлены случаи с плотностью частиц больше и меньше плотности

движущейся жидкости (частиц нефти в воде и частиц воды в масле). Предполагается, что количество частиц мало и они не оказывают влияния на движение основного потока.

Рассматривается движение частиц диаметром d , вокруг цилиндрической частицы диаметром d , которая находится в центре ($x = 0, y = 0$) прямоугольной области $[-X < x < X, -Y < y < Y]$, с потоком жидкости вдоль оси x со скоростью $V(x, y) = \alpha y$ (рис. 1). Вектор ускорения свободного падения g направлен навстречу оси y . На рис. 1 показана схема области моделирования, с полем вектора скорости (слева на рис. 1) и треки частиц обтекающих цилиндрическую частицу, которая находится в начале координат (справа на рис. 1).

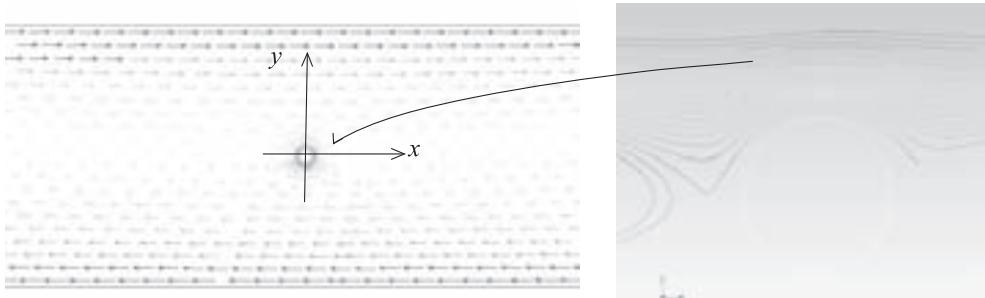


Рис. 1. Схема области моделирования, поле вектора скорости (слева) и треки частиц вокруг цилиндрической частицей, которая находится в начале координат (справа)

Частица в центре расчетной области моделируется не деформируемой цилиндрической поверхностью, вращающейся за счет сдвигового потока скорости. Рассмотрены примеры задания для поверхностного касательного напряжения равна нулю и задачи поверхностного натяжения для воды и нефти. Расчеты показали, что скорость на цилиндрической поверхности совпадает с угловой скоростью $\omega = 1/2 \operatorname{rot} V(\omega)$ — вектор углового вращения элемента среды в точке).

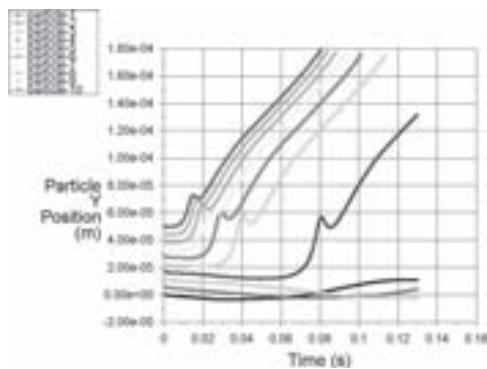
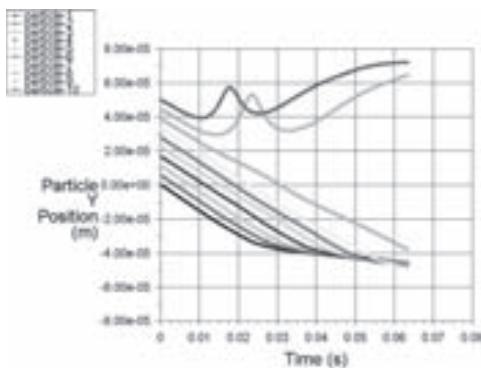
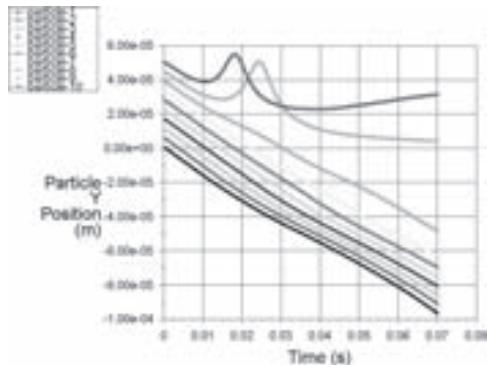
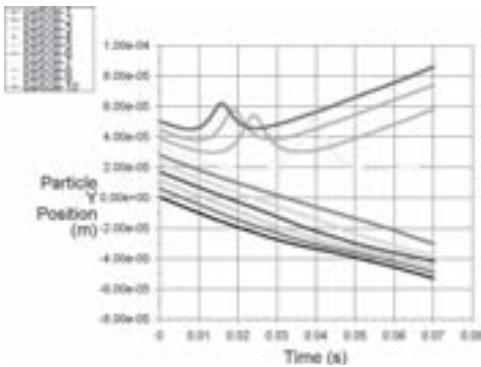
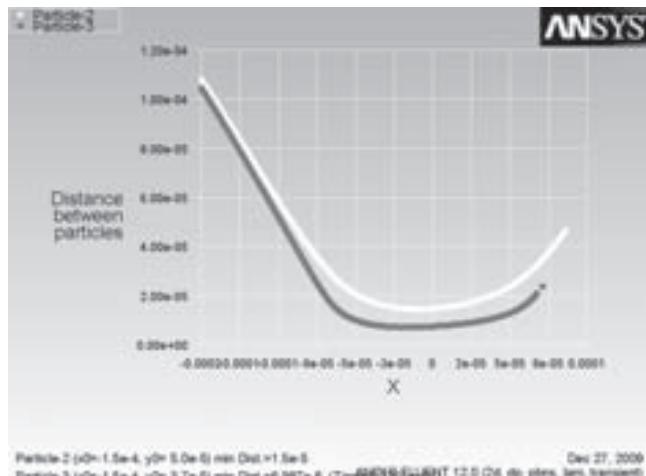
Математическое моделирование осуществляется на основе численного решения нестационарного двумерных уравнений Навье–Стокса для несжимаемого ламинарного потока жидкости. Движение частиц рассчитывается в лагранжевых переменных [1].

При взаимодействии частиц с потоком жидкости в модели были учтены силы трения, подъемная сила и силы Сафмана взаимодействия частиц с потоком при наличии градиентов скорости жидкости.

В начальный момент времени происходила инъекция частиц на разном расстоянии от оси абсцисс и на одинаковом расстоянии от начала координат. Начальное горизонтальное расстояние частиц было равно $2d$ от центра области, и они равномерно расположены по вертикали в диапазоне от $y = 0$ до $y = 0,5d$. При инъекции начальная скорость частиц соответствовала скорости среды в точке инъекции.

В данной работе проведено численное моделирование для следующих значений параметров: диаметра частиц $d = 0,0001\text{m}$, $X = 0,0025\text{ м}$, $Y = 0,001\text{ м}$, $\alpha = 300\text{ с}^{-1}$. В работе представлены результаты для двух основных вариантов частиц и буферной жидкости со следующими свойствами: 1) капли дизельного масла (плотность $730\text{ кг}/\text{м}^3$) в воде (плотность $875\text{ кг}/\text{м}^3$, вязкость $0,000589\text{ кг}/(\text{м} \cdot \text{с})$); 2) капли воды в дизельном масле (плотность $730\text{ кг}/\text{м}^3$, вязкость $0,0024\text{ кг}/(\text{м} \cdot \text{с})$).

На рис. 2 показаны y координаты положения десяти частиц в зависимости от времени для земных условий и для невесомости. Первоначальное положение всех частиц было в полуплоскости $y > 0$, но со временем многие частицы переходят в нижнюю полуплоскость и из-за отрицательной скорости жидкости (при $y < 0$)

Капли дизельного масла в воде ($g = 9,81$)Капли дизельного масла в воде ($g = 0$)Капли воды в дизельном масле ($g = 9,81$)Рис. 2. Зависимости положения (координата y) капель нефти и воды от времени на Земле (слева) и в невесомости (справа)Рис. 3. Зависимости радиуса расстояния до поверхности обтекаемой частицы от положения (от координаты x) для двух капель дизельного масла

частицы отдаляются от обтекаемой капли (рис. 2). Были проанализированы траектории большего количества частиц, чем 10, затем были рассчитаны зависимости расстояний двух наиболее близко приближаемых к обтекаемой частице, (находящейся в начале координат).

На рис. 3 представлены зависимости расстояния от этих двух выбранных частиц дизельного масла (движущихся в воде) до поверхности обтекаемой частицы от координаты x (от времени). Результаты расчета, представленные на рис. 3, показывают, что минимальное расстояние, на которое приближается капля дизельного масла к обтекаемой капле примерно равно $0,07d$.

Выводы. Результаты численного моделирования показали характер влияния плотности, вязкости, подъемной силы и сопротивления сил на траектории движения частиц воды и масла в сдвиговом потоке. Определено минимальное расстояние сближения капель дизельного масла движущихся в сдвиговом потоке воды.

1. Fedyushkin A. The Movement of Water and Oil Particles around a Cylindrical Particle in a Shear Flow // Proceedings of Seventh International Symposium on Two-phase systems for ground and Space applications. Beijing, China, 2012. — P. 43–45.

ТЕПЛО- И МАССОПЕРЕНОС В СЛОЕ ЖИДКОСТИ С ВОЛНОВЫМ ИЗМЕНЕНИЕМ ФОРМЫ ВЕРХНЕЙ ГРАНИЦЫ

A. И. Федюшкин

ИПМех РАН, Москва, Россия

Рассматривается тепло- и массоперенос несжимаемой жидкости (воды) в слое $0 \leq x \leq 2\pi$, $0 \leq y \leq 1 - \varepsilon \sin(t - x)$, ограниченном твердыми стенками: с верхней, изменяющейся по закону $y = 1 - \varepsilon \sin(t - x)$ и тремя прямыми неизменяемыми стенками (рис 1). На всех границах принято условие непроницаемости и условие прилипания. В работе рассматривается две задачи для слоя воды с волновым изменением формы верхней границы: первая — это задача о теплопереносе в слое воды при подогреве снизу и вторая — это задача о массопереносе твердых частиц, с их периодическим источником на центральной вертикальной линии $x = \pi$. Период изменения верхней границы $T = 2\pi$ секунд и частота ε . Ускорение силы тяжести не учитывается (невесомость, $g = 0$).



Рис. 1. Схема расчетной области и сетка

Численное моделирование основано на решении двумерных уравнений Навье-Стокса для несжимаемой жидкости и переноса тепла. Для моделирования невесомых твердых частиц использовались лагранжевые переменные. Использовался метод контрольный объемов с динамической сеткой. На период приходилось не менее 500 временных шагов.

На рис. 2 показаны изотермы при одинаковом подогреве слоя снизу, на стационаре без движения верхней стенки, и при движении верхней стенки с отклоне-

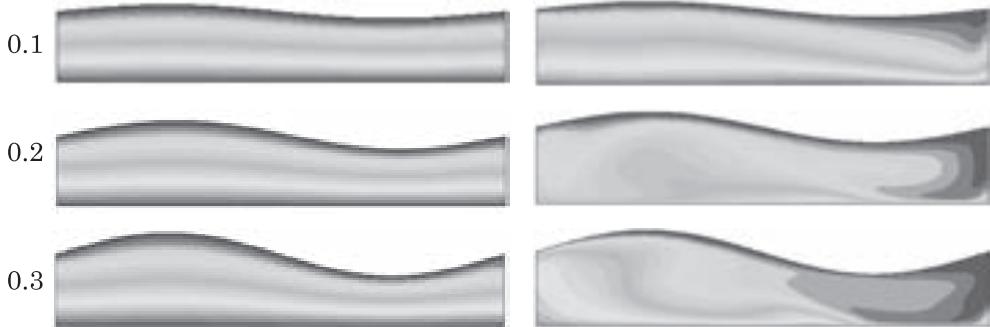


Рис. 2. Изотермы при подогреве слоя снизу, первый столбец — значение амплитуды ε [м], второй — изотермы без движения верхней стенки, третий столбец — изотермы при движении верхней стенки

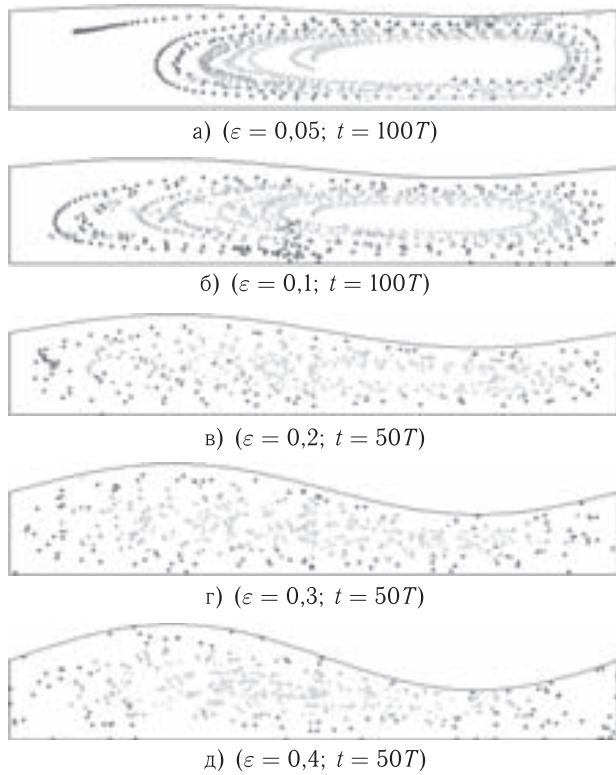


Рис. 3. Распределение частиц при разных ε в разные моменты времени

нием от горизонтальной поверхности (полуамплитудами) $\varepsilon = 0,1, 0,2$ и $0,3$ м на квазистационаре (и при одинаковом положении верхней стенки). Из приведенных результатов видно влияние амплитуды колебания верхней стенки при вынужденной конвекции на теплоперенос в условиях невесомости.

Вторая задача относится к изотермическому случаю с инжекцией на линии $x = \pi$ каждые $T = 2\pi$ секунд невесомых частиц с нулевыми начальными скоростями. После нескольких десятков периодов становятся видны треки частиц. На рис. 2

показаны распределения частиц (цветом окрашены разные частицы) при разных $\varepsilon = 0,05\text{--}0,4$ м для разных моментов времени. Результаты показывают, что при увеличении ε частицы перемещиваются за меньшее время.

Выводы. Показано влияние вынужденной конвекции на характер теплопереноса в невесомости.

При инжекции частиц при небольших значениях $\varepsilon < 0,1$ м происходит лишь незначительное перемешивание жидкости, увлекающее частицы, т. е. их перемешивание практически не происходит. Пути частичек представляют собой почти замкнутые кривые. Однако при $\varepsilon > 0,2$ м траектории частиц пересекаются и трудно проследить пути каждой частички, т. е. перемешивание жидкости идет гораздо интенсивнее. Особенно это заметно для частичек, находящихся ближе к краям области.

Сравнение времен перемешивания, полученных аналитически в тонком деформируемом слое [1], с результатами данного численного моделирования показало хорошее согласие.

- Климов Д. М., Петров А. Г., Георгиевский Д. В. Вязкопластические течения. Динамический хаос, устойчивость, перемешивание. — М.: Наука, 2005.

ДИНАМИКА КОАЛЕСЦЕНЦИИ КАПЕЛЬ

А. И. Федюшкин, А. Н. Рожков

ИПМех РАН, Москва, Россия

Исследование слияния капель имеют широкий диапазон приложений, например, в метеорологии, металлургии, энергетике, в микро- и в нанотехнологиях, в электронной, атомной и авиационной промышленностях, в процессах кипения, конденсации, сушки, сварки, пенообразования, при 3D-печати и других областях. Динамика слияния капель существенным образом зависит от реологических свойств жидкости и окружения сливающихся капель [1–3]. Целью данной работы является изучение динамики изменения формы капель жидкостей при их слиянии в воздухе.

Постановка задачи и математическая модель. В начальный момент две капли жидкости соприкасаются в воздухе, и рассматривается динамика изменения формы капель и мостика между каплями. На рис. 1 и 2 показаны фотография начального расположения капель и в эксперименте и схема мостика в начальный момент расположения капель в эксперименте (рисунки взяты из работы [2]). Математическая модель основана на решении осесимметричных уравнений Навье–Стокса для двухслойных жидкостных систем «жидкость–воздух» без учета силы тяжести ($g = 0$) [1]. На рис. 3 показан участок соприкосновения капель в начальный момент в математической модели. В математической модели предполагается, что мостик в начальный момент времени сформировался мгновенно и радиус начального мостика для капель с диаметром $d = 1$ мм был равен $R_m = x = 5 \cdot 10^{-4}$ мм (рис. 2 и 3). При моделировании рассмотрены случаи коалесценции двух одинаковых капель диаметром 1 мм, расположенных в начальный момент времени, как показано на рис. 3. Чтобы не было влияния внешних границ на динамику капель, размеры расчетной области были выбраны в 10–20 раз больше, чем диаметр капель и были равны $20 \text{ mm} \times 10 \text{ mm}$. Для увеличения точности расчетная сетка в центральной части области была прямоугольной и сильно измельченной. Подробнее модель описана в работе [1].

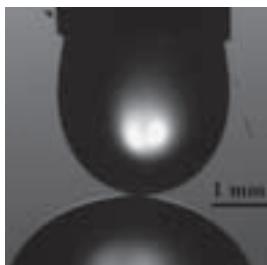


Рис. 1. Фотография начального расположения капель в эксперименте [2, 3]

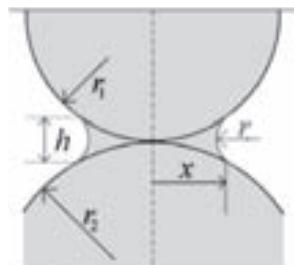


Рис. 2. Схема мостика в начальный момент расположения капель в эксперименте [2, 3]

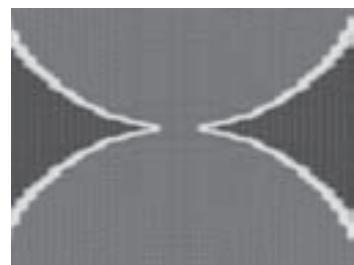


Рис. 3. Схема начального расположения капель в математической модели

Результаты. На рис. 4 представлены графики изменения безразмерного радиуса мостика ($r_m = R_m/d$) от времени при слиянии капель воды. На рис. 4 линия 1 — численные результаты, максимальное значение радиуса мостика в сечении $x = 0$, линия 2 — экспериментальные данные [2].

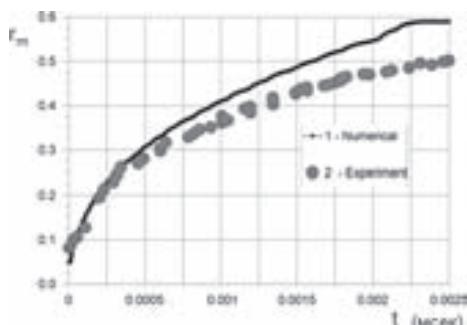


Рис. 4. Изменение радиуса мостика при слиянии капель воды от времени (1 — расчет, 2 — эксперимент)

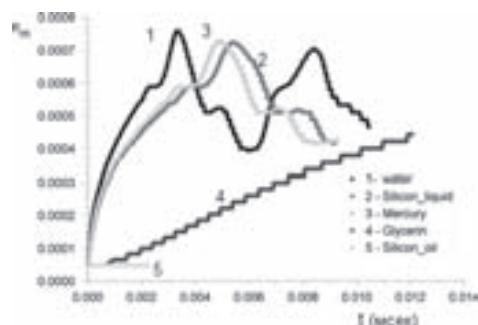


Рис. 5. Изменение во времени радиуса мостика при слиянии капель разных жидкостей

На рис. 4 представлены графики изменения безразмерного радиуса мостика ($r_m = R_m/d$) от времени при слиянии капель воды. На рис. 4 линия 1 — это численные результаты, максимальное значение радиуса мостика в сечении $x_1 = 0$, линия 2 — экспериментальные данные [2]. Результаты математического моделирования показали, что переход от начальной до конечной стационарной формы капель носит периодический затухающий характер (для жидкостей с небольшой вязкостью), что показано на рис. 5 и в табл. 1. Изменение форм капель во времени представлено на рисунках в таблице (в первом столбце таблицы время указано в мсек). На рисунках в таблице представлены формы капель для различных жидкостей и в разные моменты времени. Из рисунков таблицы видно, что на поверхностях сливающихся капель жидкости с небольшой вязкостью образуются осциллирующие волны, которые приводят к колебательному характеру динамики формирования поверхностей результирующих капель, что иллюстрируется также графиками на рис. 5.

Выводы. Для начальных моментов слияния капель воды проведено сопоставление численных и экспериментальных данных [2] изменения ширины мостика, показавшее хорошее согласие результатов. Изменение форм капель во времени для

Таблица 1

Время, мс	Ртуть	Вода	Силикон liquid	Глицерин	Силикон oil
$t = 1$					
$t = 6$					
$t > 10$	$t = 11 \text{ мс}$ 	$t = 12 \text{ мс}$ 	$t = 13 \text{ мс}$ 	$t = 20 \text{ мс}$ 	$t = 50 \text{ мс}$

жидкостей с небольшой вязкостью имеет периодический характер и показаны картины изменения форм капель для разных жидкостей в процессе их коалесценции.

1. Федюшкин А. И., Рожков А. Н. Коалесценция капель ньютоновской жидкости. — Препринт ИПМех РАН, № 1087, Москва, 2014, 27 с. ISBN 978-5-91741-127-9.
2. Rozhkov A., Mitkin V., and Theofanous T. The dynamics of visco-elastic bridges in drop coalescence // XXII International Congress of Theoretical and Applied Mechanics. Adelaide. Australia. 24–29 August, 2008. ISBN 978-0-9805142-0-9.
3. Рожков А. Н., Mitkin V., Theofanous T. Коалесценция упруговязких капель // 24 Симпозиум по реологии. Тезисы докладов. Карачарово. 3–7 июня 2008 г. С. 5.

ЧИСЛЕННАЯ МОДЕЛЬ РАСЧЕТА ПАРАМЕТРОВ ПЛАЗМЫ В ГАЗОРАЗРЯДНОЙ КАМЕРЕ ВЧ-РАЗРЯДА*

П. А. Фролко, В. В. Шумаев

МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия

В последнее время заметно вырос интерес к источникам ионов на основе высокочастотного (ВЧ) разряда, особенно гелионного типа [1–3], в виду его высокого КПД, большого ресурса эксплуатации и высокой плотности получаемой плазмы.

*Представленные результаты получены в рамках выполнения государственного задания Минобрнауки России №13.5240.2017/БЧ.

Для оптимизации конструкции и режимов работы ВЧ-источников [4, 5] необходимо четкое понимание физических процессов, протекающих внутри газоразрядной камеры и их математическое описание. Получение аналитических решений вышеуказанной задачи сопряжено с рядом проблем, требует времени и серьезных вычислительных ресурсов.

Во избежание указанных проблем была предложена приближенная квазиодномерная модель ВЧ-источника ионов. При построении модели определены следующие упрощающие предположения [6]:

- функция распределения электронов по энергиям является максвелловской, плазма считается квазинейтральной ($Z_i n_i^\Sigma = n_e^\Sigma$);
- скорость движения нейтральных частиц V_a равна их наиболее вероятной скорости $V_a = \sqrt{2kT_a/M_a}$ при температуре T_a , ионы считаются не замагниченными;
- скорость движения ионов в направлении, ортогональном оси симметрии системы V_i^\perp , совпадает с наиболее вероятной скоростью их движения в том же направлении;
- скорость истечения электронов через выходное торцевое отверстие геликонного источника ионов V_e^\parallel равна скорости истечения ионов $V_e^\parallel \approx V_i^\Sigma = \sqrt{2kT_i/M_i}$;
- принимается, что температура ионов T_i и нейтральных частиц T_a не имеют равных значений $T_i \neq T_a$;
- плазма геликонного разряда считается оптически прозрачной.

Уравнение неразрывности ионов i -го химического компонента определяет число ионов, рожденных в источнике объемом V и ушедших из объема газоразрядной камеры через поверхность с площадью S_i :

$$V \frac{\partial n_i^\Sigma}{\partial t} = V \left(\tilde{v}_i n_a^\Sigma n_e^\Sigma - \tilde{v}_{FP} n_i^\Sigma n_e^\Sigma - \tilde{v}_{TP} n_i^\Sigma [n_e^\Sigma]^2 \right) - S_i n_i^\Sigma V_e^\perp - S_i n_i^\Sigma V_i^\Sigma, \quad (1)$$

где n_a , n_e , n_i — концентрация тяжелых частиц сорта a , электронов и ионов, V — объем рабочей камеры геликонного источника ионов, $V_i^\Sigma = \sqrt{2kT_i/M_i}$ — скорость движения ионов является наиболее вероятной.

Выражение для скорости электронов в поперечном направлении V_e^\perp :

$$V_e^\perp \approx \frac{1}{D_{hel}} \frac{2\lambda_\perp^e}{3kn_e}. \quad (2)$$

где e — коэффициентом теплопроводности, D_{hel} — диаметр газоразрядной камеры.

Осредненный по спектру коэффициент поглощения $\chi_v(T, \rho)$ для случая оптически прозрачной плазмы следует определять с помощью осреднения по Планку истинного коэффициента поглощения χ_v :

$$\langle \chi \rangle(T, \rho) = \int_0^\infty \chi_v(T, \rho, x) G(x) dx, \quad x = \frac{hv}{kT}, \quad (3)$$

где $G(x) = (15/\pi^4) \exp(-x)x^3$ — вес, пропорциональный функции Планка.

Выражение для потока электронов J_e и ионов J_i :

$$J_e = 2\sqrt{2\pi} n_e \sqrt{\frac{8kT_e}{\pi m_e}} \frac{L_{hel} D_{hel}}{2} \exp\left(-\frac{e\varphi}{kT_e}\right), \quad J_i = 2\sqrt{2\pi} f_i n_i^\Sigma \sqrt{\frac{2kT_i}{M_i}} \frac{L_{hel} D_{hel}}{2} \left(1 + \frac{Z_i e\varphi}{kT_i}\right), \quad (4)$$

где D_{hel} , L_{hel} — диаметр и длина рабочей камеры геликонного разряда.

Тогда изменение зарядового числа Z_d относительно стенок рабочей камеры определяется (4) балансом потоков электронов J_e и ионов J_i :

$$\frac{dZ_d}{dt} = J_e - \sum_{i=1}^s Z_i J_i. \quad (5)$$

При этом предполагается, что связь зарядового числа поверхности камеры Z_d (под ним понимается заряд, выраженный в единицах элементарного заряда) и ее поверхностного потенциала φ определяется выражением:

$$\varphi = \frac{eZ_d}{D_{hel}/2}. \quad (6)$$

При численном поиске решения системы уравнений (1)–(6) будем основываться на методе установления. Уравнения системы (1)–(6) интегрируются по времени t (с пятым порядком точности $O(\Delta t^5)$) с помощью неявного (позволяющего преодолеть «жесткость» системы уравнений, определяющей теплофизические характеристики плазмы), многостадийного метода Рунге–Кутта. Решения показали удовлетворительные результаты при верификации с экспериментальными данными [7].

1. Chen F. F. Helicon discharges and sources: A review // Plasma Sources Science and Technology. — 2015. — V. 24. — 014001.
2. Кузенов В. В., Рыжков С. В., Фролко П. А., Шумаев В. В. Математическая модель импульсного плазменного двигателя с предионизацией геликонным разрядом // Труды МАИ. — 2015. — № 82.
3. Frolko P. A. Plasma Source Based on Helicon Discharge for a Plasma Accelerator // AIP Conference Proceedings. — 2016. — V. 1771. — 070013.
4. Kuzenov V. V., Polozova T. N., Ryzhkov S. V. Numerical simulation of pulsed plasma thruster with a preionization helicon discharge // Problems of Atomic Science and Technology. — 2015. — No. 4(98). — P. 49–52.
5. Кузенов В. В., Лебо А. И., Лебо И. Г., Рыжков С. В. Физико-математические модели и методы расчета воздействия мощных лазерных и плазменных импульсов на конденсированные и газовые среды. — М.: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2015. — 328 с.
6. Кузенов В. В., Рыжков С. В. Отдельные элементы физико-математической модели геликонного разряда // Прикладная физика. — 2015. — № 2. — С. 37–44.
7. Кузенов В. В. Разработка оценочной физико-математической модели ВЧ-разряда геликонного типа // Физико-химическая кинетика в газовой динамике. — 2014. — Т. 15, вып. 6. — URL: <http://chemphys.edu.ru/issues/2014-15-6/articles/258/>.

ОБ УЧЕТЕ ИЗМЕНЕНИЯ ЭНТРОПИИ СТОХАСТИЧЕСКИХ ВОЗМУЩЕНИЙ В УРАВНЕНИЯХ НАВЬЕ–СТОКСА ПРИ ОПИСАНИИ ТУРБУЛЕНТНОСТИ

O. H. Хатунцева^{1,2}

¹РКК «Энергия», Королев, Московская обл., Россия;

²МФТИ, Долгопрудный, Московская обл., Россия

Уравнения Навье–Стокса (УНС) используются для описания процессов течения жидкости в самых разнообразных сферах науки и техники. УНС являются законом сохранения импульса (или вторым законом Ньютона) для выделенного объема несжимаемой и нетеплопроводной жидкости и описывают ускорение этого объема под действием силы, обусловленной градиентом давления и внешних сил, с одной

стороны, а также вязкой силы, действующей по поверхности этого объема, с другой стороны.

В случае детерминированного — ламинарного режима течения жидкости корректность использования УНС для описания такого процесса не вызывает сомнений. Однако, при переходе к стохастическому — турбулентному режиму течения жидкости — вопрос о возможности описания такого процесса с помощью уравнений НС, несмотря на свою многолетнюю историю, остается открытым, и по сей день.

В силу своей сложности УНС имеют аналитические решения в ограниченном круге задач — для очень простых геометрий. Одной из таких задач является описание течения несжимаемой жидкости в трубе кругового сечения (течение Пуазейля).

Единственным аналитическим решением этой задачи в стационарном случае является выражение, описывающее параболический профиль скорости при любых значениях числа Рейнольдса, что соответствует ламинарному режиму течения. Это решение является устойчивым в линейном приближении (для бесконечно малых возмущений). Данный вывод плохо соотносится с огромным количеством экспериментов в трубах, в которых при достаточно больших числах Рейнольдса практически невозможно «удержать» жидкость в ламинарном состоянии — происходит потеря устойчивости и переход к турбулентному режиму течения. При этом изменяется осредненный профиль скорости: он становится более насыщенным в пристеночной области трубы, а в центральной части трубы продольное значение скорости уменьшается по сравнению с ламинарным режимом и осредненный по времени профиль скорости становится логарифмическим. Такой режим течения является ярким примером недетерминированных — стохастических процессов.

В качестве попыток разрешения возникающих противоречий в вопросах устойчивости обычно выдвигаются предположения о неустойчивости течений к конечным возмущениям. Однако в такой постановке не вполне понятным остается отсутствие других (помимо ламинарных) квазистационарных аналитических решений УНС, к переходу к которым и должны стремиться режимы течения при потере устойчивости.

Зададимся вопросом, какие аспекты не учитываются при моделировании турбулентности с помощью УНС? Турбулентный режим, также как и другие стохастические процессы, обладает важным статистическим свойством — возбуждением большого количества независимых степеней свободы (пульсаций) на разных масштабах рассмотрения системы. При этом закон сохранения импульса для выделенного объема жидкости (в форме уравнений Навье–Стокса), записанный без учета такого процесса, нарушается, поскольку, не все суммарное воздействие, направленное на выделенный объем, идет на его ускорение: часть такого воздействия должно пойти на возбуждение дополнительных — внутренних — степеней свободы. Параметром, характеризующим связь между микро- и макропроцессами является энтропия и, следовательно, в таком процессе необходимо учесть изменение энтропии выделенного объема жидкости. Исходя из этого рассуждения, можно переписать уравнение Навье–Стокса, включив в его левую часть — полную производную по времени — дополнительный член, отвечающий за изменение скорости, при изменении энтропии S выделенного объема:

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \nabla) \vec{V} + \frac{\partial \vec{V}}{\partial S} \frac{dS}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \Delta \vec{V} + \vec{f}, \quad S = - \int \varphi(p) \ln \varphi(p) dp.$$

В выражении для энтропии функция $\varphi(p)$ — это плотность вероятности реализации возмущения скорости величины $p = \vec{V} - \langle \vec{V} \rangle$, $\langle \vec{V} \rangle$ — среднее значение скорости в рассматриваемой точке пространства в заданный момент времени).

Выражение для энтропии можно записать, введя новую функцию $s(p) = \ln \varphi(p)$:
 $S = -\int e^{s(p)} s(p) dp$. При этом УНС можно представить в виде:

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \nabla) \vec{V} + \frac{\partial \vec{V}}{\partial s} \frac{1}{dS/ds} \frac{dS}{dt} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \Delta \vec{V} + \vec{f}. \quad (1)$$

Производная dS/ds , входящая в уравнение (1), может быть записана в виде:

$$\frac{dS}{ds} = - \int \frac{d(se^s)}{ds} dp = - \int e^s dp - \int se^s dp = - \int \varphi dp - \int \varphi \ln \varphi dp = -1 + S.$$

Энтропия является аддитивной величиной и ее отсчет можно начинать с любого уровня. В самом деле, обозначив $S - 1 = S_1$, найдем производную от этой величины: $dS_1/ds = d(S - 1)/ds = dS/ds = -1 + S = S_1$. Переобозначив $S_1 = S$, получим, $dS/ds = S$.

Параметр $\frac{S}{dS/dt}$ характеризует временной масштаб τ , на котором происходит необратимое изменение состояния системы за счет стохастических возмущений и на котором рассматривается исследуемая система (по всем масштабам меньше этого производится усреднение стохастических возмущений). Поэтому уравнение (1) можно представить в виде:

$$\frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \nabla) \vec{V} + \frac{1}{\tau} \frac{\partial \vec{V}}{\partial s} = -\frac{1}{\rho} \nabla P + \nu \Delta \vec{V} + \vec{f}. \quad (2)$$

Для того чтобы корректно в общем случае описывать дополнительное слагаемое в левой части модифицированного уравнения Навье–Стокса (2), необходимо построить замыкающую модель стохастических процессов и метод их описания. Однако в тех случаях, когда дополнительный член уравнения существенно влияет на вид решения но, при этом, само решение практически не зависит от дополнительной переменной (в данном случае s), можно обойтись без построения такой модели. Исследование показало, что описание течения жидкости в трубе кругового сечения относится именно к такому классу задач.

Разработанный метод описания стохастических процессов с использованием модифицированных УНС, записанных в пространстве, расширенном с помощью дополнительной переменной, описывающей изменение энтропии стохастической системы, позволяет при больших числах Рейнольдса найти два решения этой задачи: одно из которых, соответствует ламинарному режиму течения, второе — турбулентному.

Первое решение во всей области течения жидкости характеризуется параболическим профилем скорости, второе — в центральной области характеризуется логарифмическим профилем скорости с множителем, обратно пропорциональным постоянной Кармана, который определяется в настоящей работе аналитически.

Небольшое отличие первого и второго решений непосредственно у стенки трубы позволило аналитически, с помощью метода описания «разрывных» функций, найти минимально значения числа Рейнольдса: $Re_{min} \approx 1970$, при котором возможен переход от ламинарного к турбулентному режиму течения.

РАЗВИТИЕ АЛГОРИТМОВ ЧИСЛЕННОГО СТОХАСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ НА ОСНОВЕ МЕТОДА МОНТЕ-КАРЛО НА НЕФИЗИЧЕСКИЕ СИСТЕМЫ

Г. А. Цветков

ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН, Москва, Россия

В последние десятилетия в исследования релаксационных процессов значительный прогресс привнесли успешно разработанные [1] и развитые методы [2] структурного стохастического моделирования. Эти методики первоначально были ориентированы на исследования релаксационных (в результате вероятностного расчета взаимодействий молекул друг с другом) процессов в течениях простого разреженного газа. В соответствующих расчетах на основании законов сохранения энергии и импульса определялись параметры движения и значения энергии для внутренних степеней свободы модельных взаимодействующих частиц $[a^{ijk}]$, (описывающих параметры молекул газа; i, j — номера компоненты и конкретной модельной частицы; k — номер параметра, определяющего степень свободы) после их взаимодействия. Далее по результатам статистической обработки этих данных для всего ансамбля частиц определялись макропараметры всего равновесного течения газа по завершении процесса установления. При дальнейшем развитии алгоритма с включением в физическую модель иных физических процессов успешно моделировались взаимодействия и в более сложных физических условиях. При этом моделирование перешло от рассмотрения простых тепловых процессов установления к комплексным, учитывающим (например) присутствие взаимодействия с твердой поверхностью или процессы ионизации газа за счет электромагнитного излучения. В качестве примера использования такой развитой модели приводим результаты расчета [3] энергии атомов кислорода на высоте 700 км в области земного полярного каспа (здесь оси абсцисс/ординат — кинетическая энергия атомов кислорода в [эВ] и соответственно плотность атомов О в [$\text{см}^{-3} \cdot \text{эВ}^{-1}$]). Сплошной и прерывистой линиями показаны вклады в населенность атомов кислорода в горячей геокороне за счет высыпания соответственно электронов и протонов.

Дальнейшее развитие этой успешно применяемой методики к релаксационным процессам означает усложнение моделей взаимодействия — с включением в рассмотрение все новых участвующих новых физических явлений. Однако заметим, что сам процесс моделирования на основании метода Монте-Карло совсем не обязательно строго привязан к исключительно к физическим объектам и процессам, и поэтому возможно описание с его помощью и иных, состоящих из иных дискретных объектов сред. Важнейшим для успеха такого описания является наличие достаточно математически строгих и точных моделей их взаимодействия объектов друг с другом.

В этой связи представляется, что успешно апробированные для описания ансамблей микрочастиц методы структурного математического моделирования физических процессов без утери корректности можно применять и для моделирования процессов внутри произвольного ансамбля любого значительного количества взаимодействующих математически описываемым образом объектов. В качестве

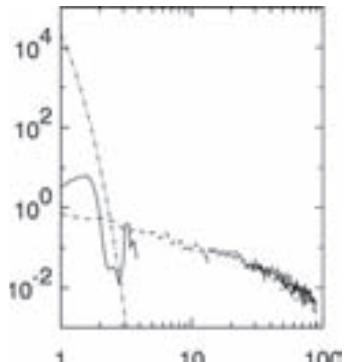


Рис. 1

одного из таких ансамблей вполне может рассматриваться система экономически взаимодействующих в условиях современного рынка экономических субъектов — от экономически активных граждан до разнообразных типов хозяйствования разновидностей предприятий. Параметры, описывающие их состояние, могут быть заимствованы (после соответствующего анализа и обработки) из классической политэкономии.

Мы полагаем, что корректность математическое описание микроэкономики является главным условием успешного распространения метода стохастического моделирования на экономические системы.

То есть параметры элементов системы были объективно определяемы и адекватно описывали процессы экономического взаимодействия субъектов рынка.

1. Белоцерковский О. М. Численное моделирование в механике сплошных сред. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 1994. — 436 с.
2. Pyarppuu A. A., Tsvetkov G. A., Shematovich V. I. Kinetic simulation of chemical reactions in the rarefied multicomponent gas near solid surface // Rarefied Gas Dynamics (ed. by A. Beylich). — New York: VCH, 1991. — P. 1385–1390.
3. Турчак Л. И., Цветков Г. А., Шематович В. И. Кинетика химических реакций вблизи и на поверхности твердого тела в атмосфере // Материалы XVII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2011), 25–31 мая 2011 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2011. — С. 627–629.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ САМОКОНСЕРВАЦИИ ГИДРАТА МЕТАНА В МОРСКИХ ОСАДКАХ*

Г. Г. Щипкин

ИПМех РАН, Москва, Россия

Натурные наблюдения показывают, что гидрат метана может образовываться в осадках Мирового океана как непосредственно на донной поверхности, так и в глубоко залегающих осадочных породах. Наиболее эффективным методом добычи газа из газогидратных залежей является метод декомпрессии пласта. Падение давления в пласте приводит к разложению гидрата и переходу значительных объемов газа в свободное состояние и сопровождается поглощением энергии. Если концентрация гидрата велика, то его разложение существенно понижает температуру и протекает в отрицательном диапазоне. Поскольку гидрат в осадочных породах, как правило, сосуществует с водой, то при этом происходит образование льда, блокирующего течение газа. В результате процесс диссоциации гидрата тормозится. Такое явление называется самоконсервацией гидрата. Эксперименты, демонстрирующие самоконсервацию гидрата, погруженного в морскую воду, представлены в [1].

В настоящей работе предложена математическая модель самоконсервации гидрата, сосуществующего с водой в осадочных породах. Рассмотрим проницаемый пласт, насыщенный гидратом метана и водой. При падении давления ниже давления диссоциации гидрата происходит его разложение на компоненты — воду и метан в газообразном состоянии. Предположим, что разложение гидрата происходит на поверхности диссоциации. Тогда образуются две области: содержащие гидрат и воду — область 1 и воды и газ — область 2 (рис. 1).

*Работа поддержана Программой Президиума РАН И.ЗП.

Перенос энергии и движение воды и газа описываются системой уравнений

$$\begin{aligned} \phi \frac{\partial}{\partial t} S_w \rho_w + \operatorname{div} \rho_w \vec{v}_w &= 0, \\ \phi \frac{\partial}{\partial t} S_g \rho_g + \operatorname{div} \rho_g \vec{v}_g &= 0, \quad \vec{v}_j = -\frac{k}{\mu_j} f_j(S_j) \operatorname{grad} P, \quad j = w, g; \\ \frac{\partial}{\partial t} (\rho e)_m + \operatorname{div} (\rho_w h_w \vec{v}_w + \rho_g h_g \vec{v}_g) &= \operatorname{div} (\lambda_m \operatorname{grad} T), \end{aligned}$$

а также термодинамическими соотношениями и уравнениями состояния компонент. Обозначения общепринятые.

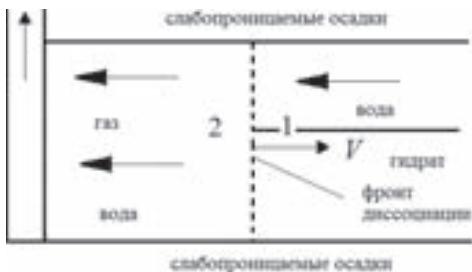


Рис. 1

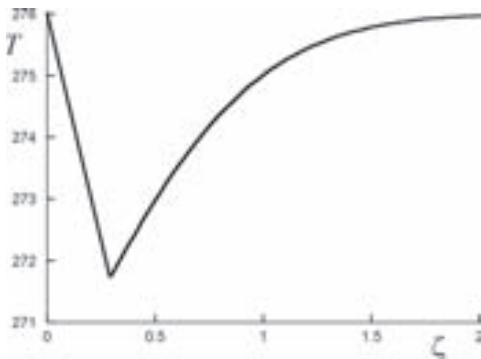


Рис. 2

Условия на поверхности раздела следуют из законов сохранения масс газа и воды, закона сохранения энергии и зависимости давления диссоциации от температуры [2]

$$\begin{aligned} \phi \left(1 - S_h + \frac{\rho_{w0}}{\rho_w} S_h - S_{w-} \right) V_n &= \frac{k f_w (S_{w-})}{\mu_w} (\operatorname{grad} P)_{n-} - \frac{k f_w (S_{w+})}{\mu_w} (\operatorname{grad} P)_{n+}, \\ P_* &= F_w(T_*) \equiv \exp \left(A_w - \frac{B_w}{T_*} \right), \\ \phi \left(\frac{\rho_{g0}}{\rho_g} S_h - S_g \right) V_n &= \frac{k f_g (S_{g-})}{\mu_g} (\operatorname{grad} P)_{n-}, \quad \phi q S_h \rho_h V_n = \lambda_1 \operatorname{grad} T_{n+} - \lambda_2 \operatorname{grad} T_{n-}. \end{aligned}$$

Для исследования процессов, происходящих в пласте, рассмотрим внешнее воздействие на пласт, которое характерно для добывающей скважины. Зададим начальные условия в следующем виде: $t = 0$: $T = T_0$, $P = P_0$, $S_h = S_{h0}$, а граничные — $x = 0$: $T = T^0$, $P = P^0$.

Для иллюстрации рассматриваемого физического явления положим, что начальные и граничные значения постоянны. Тогда задача в одномерном приближении допускает автомодельное решение. Система основных уравнений на границе диссоциации в автомодельном приближении сводится к системе трансцендентных уравнений относительно неизвестных параметров: скорости фронта, давления, температуры и насыщенности воды на фронте. Результаты расчетов, проведенные при характерных параметрах, демонстрируют снижение температуры на фронте разложения гидрата ниже точки замерзания воды (рис. 2). Поглощение тепла на фронте не компенсируется ни положительной начальной температурой, ни потоком тепла от скважины.

Наиболее важным случаем с точки зрения приложений является случай полной блокировки течения газа, когда смесь гидрата и льда образует непроницаемую

«пробку» и формируется область 3 (рис. 3). Поскольку нет потока массы через среднюю область, а для высокопроницаемого пласта значения начального и граничного давлений определяют лишь температуры кристаллизации воды и диссоциации гидрата, то рассмотрение сводится к чисто тепловой задаче, которая также исследовалась в автомодельном приближении. Для простоты нагрев пласта в окрестности скважины не учитывался, поскольку задача существенно усложняется, не влияя на динамику непроницаемой перегородки. В этом случае формируются две неизвестные границы фазовых переходов: кристаллизации воды (граница 1) и диссоциации гидрата (граница 2), определяемые из условий баланса энергии.

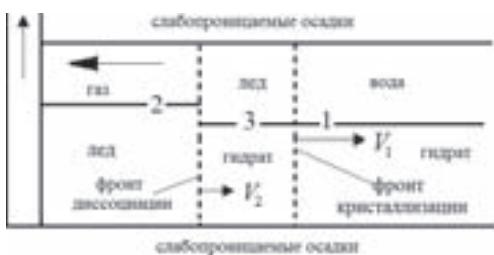


Рис. 3

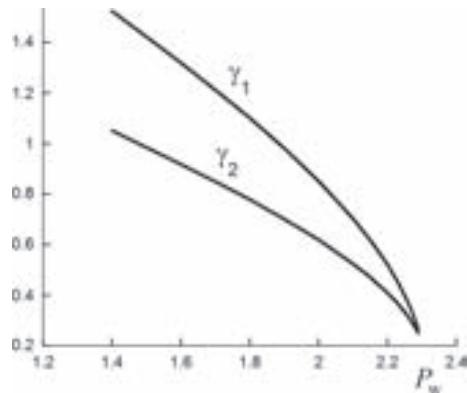


Рис. 4

Результаты численных экспериментов показаны на рис. 4, где представлена зависимость автомодельных скоростей фронтов от давления в скважине. При низком давлении температура разложения гидрата мала, что вызывает значительное охлаждение. Соответственно, разность между скоростями велика, как и размеры непроницаемой области. Рост давления приводит к уменьшению толщины прослойки и сближению поверхностей фазовых переходов. При критическом значении давления происходит совпадение границ и коллапс решения. В сверхкритической области параметров решение не существует, что соответствует невозможности образования непроницаемой прослойки, на порядки снижающей объемы добываемого газа.

- Егоров А. В., Римский-Корсаков Н.А., Рожков А. Н., Черняев Е. С. Первый опыт транспорта глубоководных гидратов метана в негерметичном контейнере // Океанология. — 2011. — Т. 51, №2. — С. 376–382.
- Tsyplkin G. G. Mathematical models of gas hydrates dissociation in porous media // Annals of the New York Academy of Sciences. — 2000. — V. 912. — P. 428–436.

ВЛИЯНИЕ ПЛАЗМЕННОГО ПОТОКА НА ЧАСТИЦЫ SiO_2 РАЗЛИЧНОЙ ПОРИСТОСТИ

B. B. Шеховцов, O. Г. Волокитин

ТГАСУ, Томск, Россия

Термическая обработка различных по составу порошковых материалов с целью их сфероидизации и преданию им необходимых свойств, находит широкое применение в различных отраслях производства [1–3]. Использование традиционных

источников нагрева не всегда является приемлемым, так как реализованной температуры не хватает для обработки тугоплавких материалов, температура плавления которых больше 1600 °С. Добиться равномерного воздействия на порошковые материалы возможно при использовании энергии плазмы, обладающей высокой концентрацией энергии и высокими температурами (3000–5000 °С).

В данной работе рассматривается степень термического воздействия плазменного потока на частицу SiO_2 имеющую пористость от 20 до 60% в исходном состоянии. Получены результаты экспериментов по обработке частиц SiO_2 в потоке плазмы. Экспериментальные исследования проводились на электроплазменном стенде для получения микросфер на основе тугоплавких оксидов и силикатов [4, 5].

Предварительно разработана и численно реализована математическая модель, позволяющая установить зависимость распределения температуры поверхности частицы от пройденного пути (участок высокотемпературного нагрева — плазменный поток). В рамках математической модели принимались следующие допущения.

1. Поток газа одномерный, задана его температура $T_{\text{пл}}$, скорость $u_{\text{пл}}$, которые постоянные по всей длине зоны высокотемпературного воздействия.

2. Агломерированные частицы имеют форму, приближенную к сфере, диаметром D_p , задана объемная пористость Π , плотность исходного материала ρ_{SiO_2} , начальная температура T_0 и скорость ввода $u_{\text{SiO}_2,0}$ в поток высокотемпературного газа. Поры заполнены воздухом с параметрами, соответствующими $T = T_0$, $p = p_{\text{атм}}$.

3. При нагреве частиц предполагается мгновенное выравнивание температуры в объеме частицы.

Численный анализ проведен при следующих параметрах: поток высокотемпературного нагретого газа представляющий собой цилиндрическую трубку радиусов $r = 10$ мм и протяженностью $L = 70$ мм имеющий температуру $T_{\text{пл}} = 3600$ К, скорость $u_{\text{пл}} = 100$ м/с. Параметры вводимых частиц: диаметр частицы $D_p = 100$ мкм; пористость $\Pi = 20\text{--}60\%$; плотность исходного материала $\rho_{\text{SiO}_2} = 2,65 \text{ г/см}^3$; $\lambda = 0,3 \text{ Вт/м/К}$; удельная теплоемкость $c = 743 \text{ Дж/(кг} \cdot \text{К)}$.

В результате проведенного численного анализа установлены физические параметры частицы, прошедшей зону высокотемпературного нагрева. На рис. 1, б представлена зависимость температуры частицы от пройденного пути. На рис. 1, а приведена фотография исходящих треков (нагретых частиц) для визуализации процесса движения частиц.

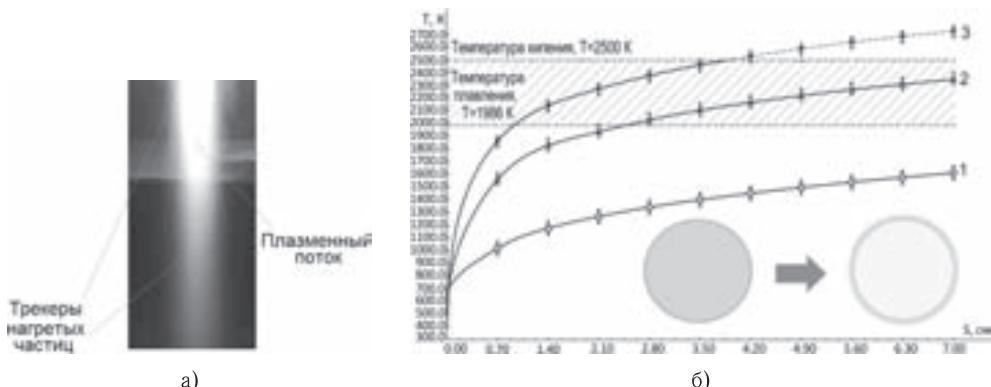


Рис. 1. а) Фотография исходящих треков (нагретых частиц); б) зависимость температуры частицы диаметром 100 мм от пройденного пути: 1 — пористость 60%; 2 — пористость 40%; 3 — пористость 20%

Из графика видно, что температура частицы диаметром 100 мкм и пористостью 20% (кривая 3) после прохождения 42 мм пути превышает температуру кипения и частица испаряется. С увеличением пористости до 40% (кривая 2) температура частицы не превышает порогового значения (температуры кипения) — частица находится в расплавленном состоянии. Частица пористостью 60% (кривая 1) не успевает расплываться при прохождении 70 мм пути в потоке плазмы. В табл. 1 приведены значения скорости и времени прохождения частицы зоны высокотемпературного нагрева.

Таблица 1
Физические параметры частицы при плазменной обработке

Физические параметры частицы	Пористость, %		
	20	40	60
Скорость, м/с	38,835	43,517	50,696
Время процесса, мс	3,213	2,835	2,385

Также об эффективности плазменного воздействия можно судить по степени сфероидизации частиц. На рис. 2 представлено электронное изображение обработанных порошков пористостью 40%.

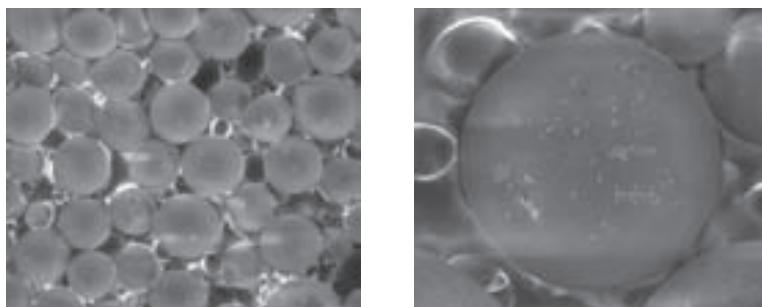


Рис. 2. Электронное изображение частиц полученных на основе кварцевого песка Туганского месторождения (Томская область)

Исследование морфологии полученных микросфер плазменным методом показало, что все они имеют сферическую форму (коэффициент сферичности равен 0,9 по диаграмме Крумбъена–Шлосса). Внешний вид частиц характеризуется гладкоматовой поверхностью, присутствуют проплавленные частицы размером 1–4 мкм. Диаметр частиц варьируется от 90–100 мкм.

Заключение. В результате проведенного численного анализа установлено, что пористость исходной частиц SiO_2 существенно влияет на скорость нагрева в высокотемпературном потоке плазмы. Оптимальной пористостью исходной частицы SiO_2 диаметром 100 мкм является 40%. Экспериментально показано, что обработка кварцевого песка высокотемпературном потоке приводит к сфероидизации исходных частиц, что доказывает эффективность плазменного воздействия.

1. Arkhipov V.A., Kozlov E.A., Zharova I.K., Titov S.S., Usanina A.S. Evolution of liquid-drop aerosol cloud in the atmosphere // Arabian Journal of Geosciences. Special Issue. Dust. — 2016. — V. 9, Issue 2. 9:114.
2. Solonenko O.P., Gulyaev I.P. and Smirnov A.V. // Journal of Thermal Science and Technology. — 2011. — V. 2(6). — P. 219–234.

3. Zhukov A. S., Arkhipov V. A., Bondarchuk S. S. and Gol'din V. D. // Russian Journal of Physical Chemistry. — 2013. — V. 7(6). — P. 777–782.
4. Shekhovtsov V. V., Volokitin O. G., Kondratyuk A. A., Vitske R. E. Fly ash particles spheroidization using low temperature plasma energy // IOP Conf. Series: Materials Science and Engineering 156 (2016).
5. Shekhovtsov V. V., Volokitin G. G., Skripnikova N. K., Volokitin O. G., Gafarov R. Plasma treatment of agglomerating aluminosilicate powders based on coal ash // AIP Conference Proceedings 1800, Issue 1 (2017).

ПРОГРАММНО-МОДЕЛИРУЮЩАЯ СРЕДА ДЛЯ АНАЛИЗА ГАЗОКИНЕТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В МЕЖЭЛЕКТРОДНОМ ЗАЗОРЕ ТЕРМОЭМИССИОННОГО ЭЛЕКТРОГЕНЕРИРУЮЩЕГО КАНАЛА ЯЭУ

**Д. В. Щербаков^{1,2}, Д. Ю. Любимов^{1,3}, В. Г. Гришина², П. В. Шувалов²,
Д. В. Мартынов⁴, И. Е. Квасов⁴, О. И. Додулад^{2,4}**

¹МФТИ, Долгопрудный, Московская обл., Россия;

²НИЦ «Курчатовский институт», Москва, Россия;

³НИИ НПО «Луч», Подольск, Московская обл., Россия; ⁴ООО «ЛОКиП», Москва, Россия

Среди возможных типов космических ядерных энергетических установок наибольшее развитие получили установки на основе ядерных реакторов со встроенными в активную зону термоэмиссионными реакторами-преобразователями. Одним из элементов реактора является многоэлементный ЭГК (электрогенерирующий канал), содержащий вентилируемый твэл с ядерным топливом на основе диоксида урана или других перспективных топливных материалов [1]. Для обоснования конструкции ЭГК проводятся его испытания в петлевом канале ядерного реактора [2].

Проблемной задачей в разработке ЭГК является оценка давлений и потоков газообразных продуктов деления, попадающих в МЭЗ (межэлектродный зазор) через систему газоотвода. Зазор представляет из себя полость между цилиндрами, длина которой составляет 500 мм, а ширина 0,4 мм. Полость заполнена рабочим телом (Cs) при давлении 150 Па. Согласно расчетам, проведенным методом решения уравнения диффузии вдоль МЭЗ, давление Xe, Kr в полости МЭЗ составляет 10^{-3} – 10^{-4} Па [3]. Таким образом для смеси характерны числа Кнудсена в диапазоне 0,2–100 ед. Для таких параметров газа возможно моделирование методом решения уравнения Больцмана [4]:

$$\frac{\partial f}{\partial t} + \frac{p_x}{m} \frac{\partial f}{\partial x} + \frac{p_y}{m} \frac{\partial f}{\partial y} = \int (f' f'_1 - f f'_1) g b \, db \, d\varepsilon \, dp_1.$$

Поскольку полость МЭЗ радиально симметрична, то для моделирования используется двумерный вид уравнения Больцмана, в котором x — направление вдоль зазора, y — поперек. Решение численного уравнения разбивается на 2 этапа: решение уравнения переноса и уравнения релаксации. Первое решается с использованием TVD-схемы, второе с помощью проекционного метода [4]. Поскольку расчет производился с учетом β^- -распада Xe, Kr, всего рассматривалось 7 газов: Cs, Kr, Xe, Rb, Sr, Cs(138). Учет столкновений проводился для пар: Cs–Cs, Cs–Xe, Cs–Kr.

Для решения уравнения была разработана программа на языке C++. Программа может проводить расчеты для различных входных данных: тип сеток, геометрия задачи и набор газов [5]. Выбранный метод решения уравнения позволяет

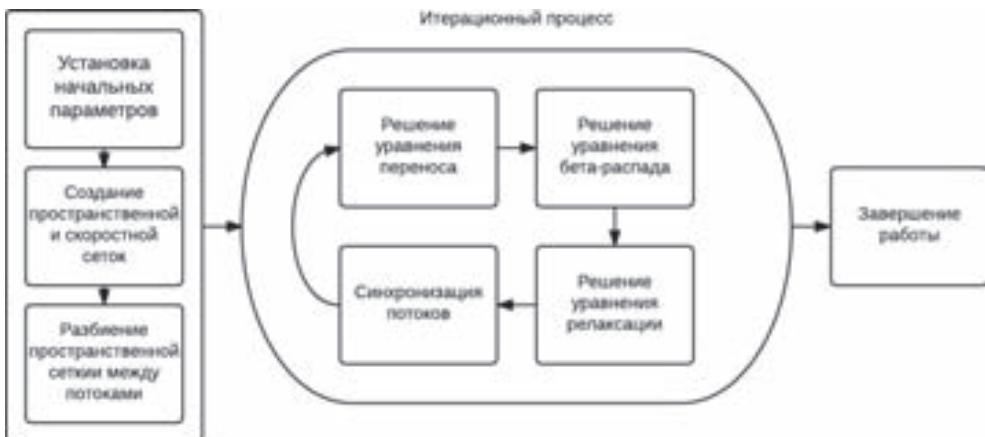


Рис. 1. Схема программных модулей

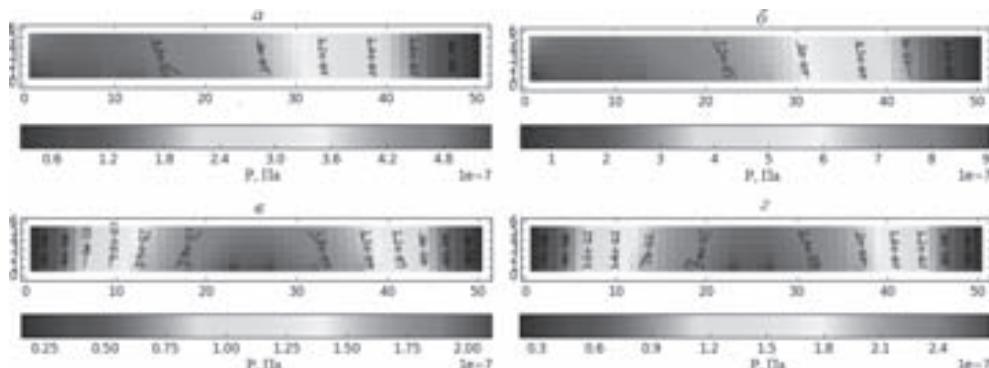


Рис. 2. Давление в схеме А: а — Kr; б — Xe; в схеме Б: в — Kr; г — Xe

производить расчет в нескольких параллельных потоках, в программе реализован параллельный расчет с использованием пакета MPI (рис. 1).

В результате расчетов были получены значения давлений Xe, Kr в полости МЭЗ после установления термодинамического равновесия для двух конструктивных схем МЭЗ: А — с односторонним выводом продуктов деления, Б — с двусторонним (рис. 2).

Полученные результаты согласуются с ранее проведенными расчетами. Была обнаружена линейная зависимость увеличения давления компонентов в области коллектора при увеличении потока продуктов деления в МЭЗ. С увеличением степени прокачки цезия в схеме с двумя открытыми концами падает давление продуктов деления в области коллектора, и они выносятся потоком через правый конец МЭЗ. Было обнаружено, что в схеме с двумя открытыми концами давление продуктов деления в области коллектора ниже, чем в схеме с одним открытым концом.

Таким образом метод численного решения уравнения Больцмана применим к моделированию газодинамики в полости МЭЗ.

1. Алексеев С. В., Выбыванец В. И., Гонтарь А. С. и др. Перспективные топливные материалы для термоэмиссионных ЯЭУ // Атомная энергия. — декабрь 2013. — Т. 115, вып. 6. — С. 322–331.

2. Синявский В. В. Методы и средства экспериментальных исследований и реакторных испытаний термоэмиссионных электрогенерирующих сборок. — М.: Энергоатомиздат, 2000. — 375 с.
3. Любимов Д. Ю., Федик И. И., Шумилов А. А. Влияние продуктов деления на выходную мощность термоэмиссионных ЭГК с сообщающимися и разделенными полостями твэла и межэлектродного зазора // Атомная энергия. — 2011. — Т. 110, вып. 6. — С. 321–327.
4. Черемисин Ф. Г. Консервативный метод вычисления интеграла столкновений Больцмана // Докл. РАН. — 1997. — Т. 357, №1. — С. 53–56.
5. Додулад О. И., Клосс Ю. Ю., Черемисин Ф. Г., Рябченков В. В. Система программных модулей для вычисления интеграла столкновений Больцмана // Вычислительные методы и программирование. — 2011. — Т. 12. — С. 40–47.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ТЕРМОГАЗОДИНАМИКИ ГОРЕНИЯ ЧАСТИЦ ДИБОРИДА АЛЮМИНИЯ В ВЫСОКОСКОРОСТНОМ ОКИСЛИТЕЛЬНОМ ПОТОКЕ*

Д. А. Ягодников, А. В. Сухов, П. В. Папырин, Ю. В. Антонов

МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия

Создание летательных аппаратов с улучшенными характеристиками требует решения целого ряда задач. В том числе необходима разработка новых рецептур пиротехнических составов, использующих порошкообразные металлы, в частности, алюминий, бор и их соединений в виде полиборидов. Однако их применение имеет ограничения, обусловленные большими временами преобразования, а также высоким содержанием конденсированной фазы в продуктах горения. Поэтому при разработке топливных составов с высоким содержанием металлизированных компонентов необходимо знать макрокинетические характеристики процессов воспламенения и горения как одиночных частиц порошкообразных металлов, так и их совокупностей в условиях, в наибольшей степени соответствующих реальным.

Целью данной работы является моделирование процессов воспламенения и горения отдельной частицы металлизированного горючего — диборида алюминия (AlB_2) в кислородсодержащем потоке и в высокоскоростной камере горения прямоточного типа.

Считается, что частица AlB_2 представляет собой равномерно перемешанный сплав В и Al. Параллельные химические реакции окисления Al и В протекают на поверхности частицы на соответствующих поверхностях, пропорциональных мольной доле каждого элемента в сплаве. Учитывается радиационный и конвективный теплообмен частицы с окружающей средой. В качестве критерии воспламенения частицы приняты условия полного испарение образующейся оксидной пленки бора или достижение температуры частицы температуры плавления оксида алюминия, причем, как показали результаты моделирования, превалирование одного из них обуславливается сочетанием начальных значений концентрации кислорода и температуры среды при одинаковых значениях радиуса частицы диборида.

Модель является полуэмпирической и основана на экспериментальных зависимостях кинетики реакций окисления и горения одиночных частиц бора и алюминия. Получены зависимости времени индукции воспламенения и времени горения

*Работа выполнена при поддержке Гранта Ведущей научной школы России (проект НШ-9774.2016.8).

от начальных значений температуры среды, концентрации окислителя (кислорода) и диаметра частицы AlB_2 . В частности, для температуры среды 2400 К получена аппроксимирующее уравнение $\tau_r = 0,0109 \cdot r_k^{1,46}$, для алюминия при тех же начальных условиях будет $\tau_{r\text{ Al}} = 0,065 \cdot r_k^{1,5}$, а для бора — $\tau_{r\text{ B}} = 0,3058 \cdot r_k^{1,34}$. Видно, что показатель степени в законе горения частицы диборида алюминия меньше, чем у алюминия, но больше, чем у бора.

Для моделирования движения совокупности частиц AlB_2 в воздушном потоке высокоскоростной камеры сгорания прямоточного типа разработана расчетная методика, позволяющая определять полноту и время сгорания частиц AlB_2 в средах со сложным химическим составом, и разработан программный комплекс, реализующий сквозное вычисление параметров рабочего процесса и термодинамических характеристик реагирующей смеси.

В математической модели характеристики течения оцениваются в осесимметричной квазистационарной постановке (рассматривается стационарное течение в канале с рядом фиксированных значений площади поверхности горения канального заряда твердого пиротехнического состава), распределение сферических частиц AlB_2 во входном сечении равномерное с заданной начальной функцией распределения количества частиц по размерам. Принято, что частицы поступают в газовый поток воспламенившимся и для описания их движения используется траекторный подход в лагранжевых координатах. Расчет характеристик двухфазного потока осуществляется для фиксированных контрольных объемов в предположении локального термодинамического равновесия.

Разработанная методика реализована в виде универсального программного комплекса, в состав которого входят ряд подпрограмм: модули расчета газодинамических характеристик несущего потока и параметров выгорания частиц полиборида; модуль расчета химического состава и параметров термодинамического равновесия, включающий динамически вызываемую библиотеку DLLcomp.dll, реализующую вычисление термодинамических характеристик многоэлементных систем, которая разработана профессором Б. Г. Трусовым и являющейся составной частью программных комплексов «Астра» и «TERRA». В результате численного расчета, получены характеристические времена пребывания и полноты сгорания частиц AlB_2 разных фракций по длине прямоточной камеры, определены поля температур и скоростей газовой и дисперсной фазы.

СЦЕНАРИИ ПЕРЕХОДА К ТУРБУЛЕНТНОСТИ ПРИ ОПРОКИДЫВАНИИ ПОДВЕТРЕННЫХ ВОЛН

C. Н. Яковенко

ИТПМ СО РАН, Новосибирск, Россия

Представлены результаты сканирования в пространстве физических параметров ($\text{Re} = UH/\nu$, $\text{Pr} = \nu/\kappa$) для сценариев перехода к турбулентности при опрокидывании внутренних волн, генерируемых двумерным препятствием высоты H в устойчиво стратифицированном течении с постоянными входными значениями скорости U и градиента плотности. Это явление изучается путем визуализации полей скорости, плотности и анализа спектров, полученных из DNS/LES при числах Рейнольдса $100 \leq \text{Re} \leq 10\,000$ (соответствующих опытам в гидродинамических каналах с буксируемым телом) и Прандтля/Шмидта $1 \leq \text{Pr} \leq 700$ (соответствующих течениям в атмосфере и океане).

Случай $Re = 4000$ и $Pr = 1$ (рис. 1) исследован в [1], где разрешение DNS было достаточным для выявления тонких деталей процессов перехода и последующей турбулентности. Вторичная неустойчивость поля плотности, возникающая после опрокидывания волны, включает набор трансверсальных мод. Наименьшая мода (с длиной волны $\lambda_y \approx 0,5H$) отвечает возмущениям неустойчивости Рэлея–Тейлора (НРТ), быстро растущим и порождающим конвективные гибковидные структуры с вихрями неустойчивости Кельвина–Гельмгольца. В поздние моменты перехода мелкие вихри трансформируются в крупные тороидальные структуры, и становится доминирующей другая мода $\lambda_y \approx 2,5H$, которую можно ассоциировать с наиболее неустойчивым возмущением двумерной вихревой пары в месте опрокидывания волны. Визуализация структур усложнена наличием каскада мелкомасштабных вихрей, приводящего к формированию инерционного интервала « $-5/3$ » и диссипативной подобласти с более крутым наклоном. Для $Pr > 1$ наблюдается более ранний и быстрый рост НРТ с более мелкими структурами.

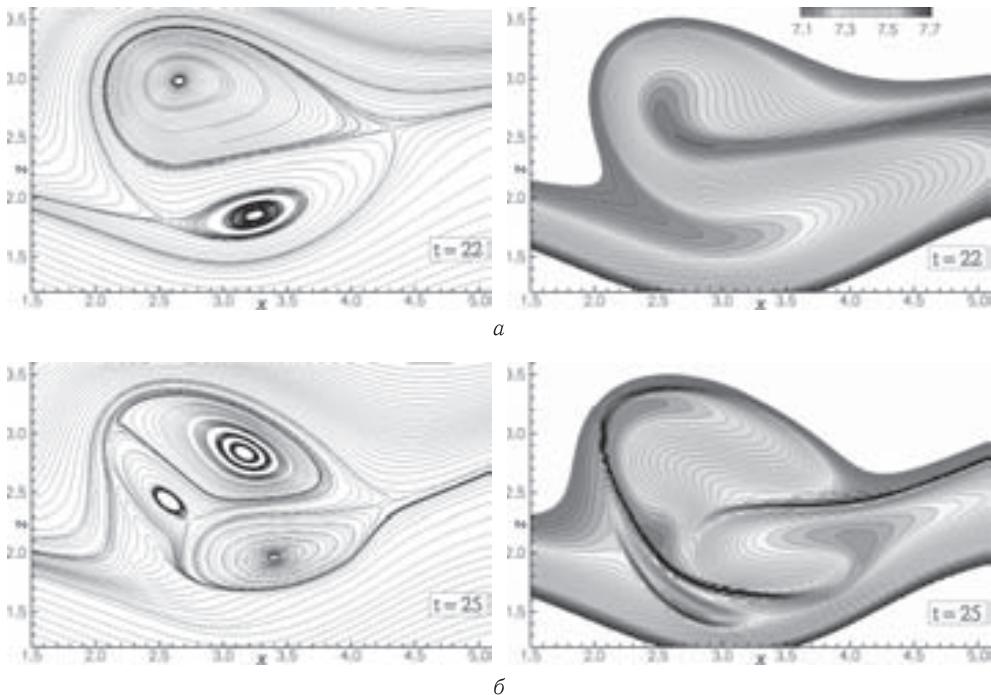


Рис. 1. Линии тока (слева), изолинии скаляра (справа), $Re = 4000$, $Pr = 1$, $y = 0$, $t = 22$ (а) и 25 (б)

Результаты для $Pr = 1$ и различных Re показывают (рис. 2), что при $Re = 1000$ во время роста возмущений наблюдается набор пиков ($0,6H < \lambda_y \leq 2,0H$) на трансверсальном спектре, на этапе турбулентной области появляется доминирующая мода $\lambda_y \approx 3,3H$. При $Re = 500$ можно видеть почти постоянное доминирование моды спектра $\lambda_y \approx 2H$ (соответствующий позднему росту НРТ при $45 \leq t \leq 50$) и более слабые пики $\lambda_y \approx 0,9H$ и $3,3H$. При $Re = 200$ амплитуда трансверсальной неустойчивости мала, так что возмущения изолиний плотности незаметны и не приводят к развитию турбулентности. Однако, в расчетах при $Re = 200$ с большими числами Pr происходит рост НРТ с длиной волны максимально нарастающего

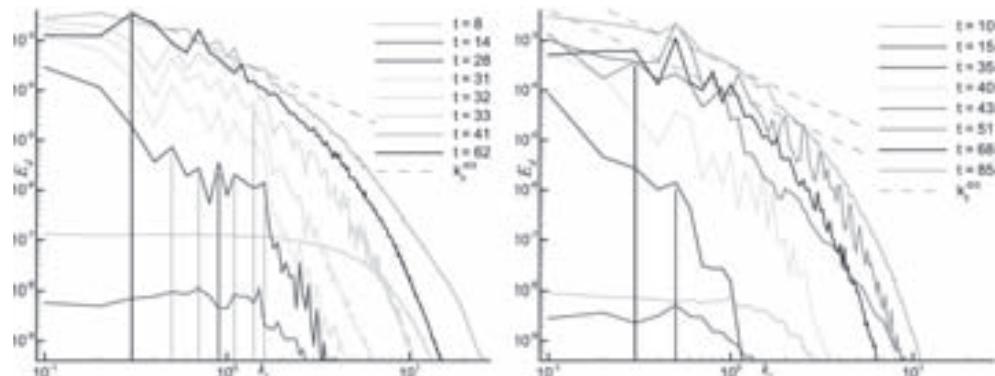


Рис. 2. Трансверсальный спектр дисперсии пульсаций скаляра, $Re = 1000$ (слева) и 500 (справа)

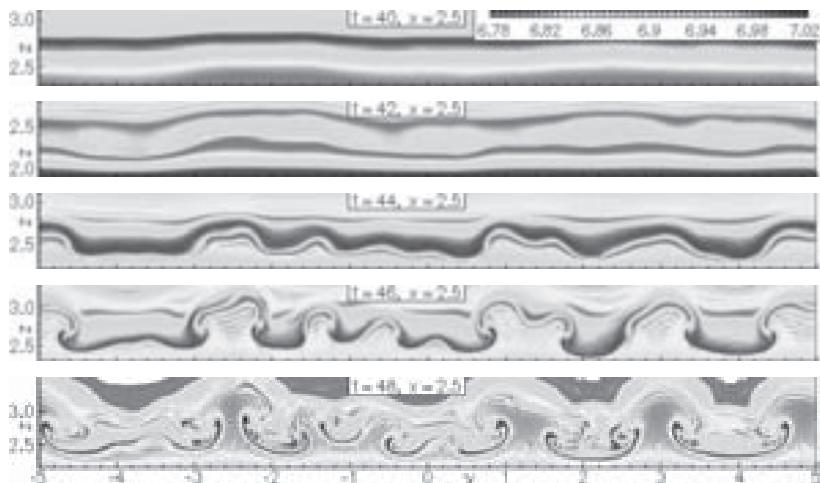


Рис. 3. Изолинии скаляра (плотности) в поперечном сечении при $Re = 200$, $Pr = 700$, $x = 2,5$

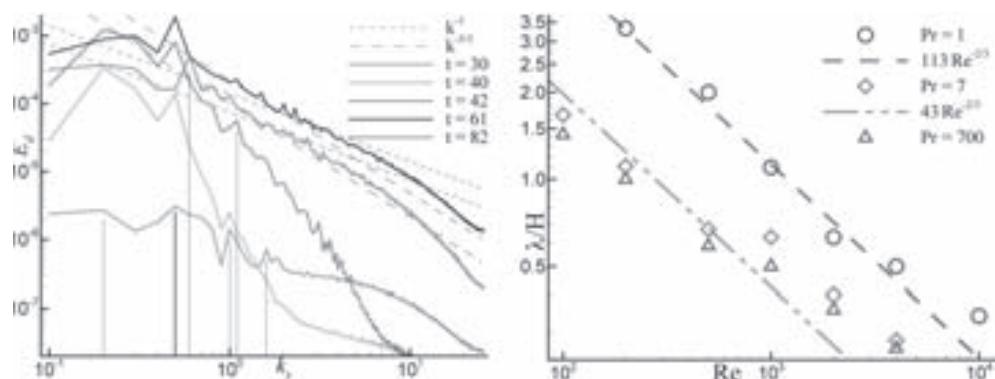


Рис. 4. Трансверсальный спектр дисперсии пульсаций скаляра при $Re = 200$, $Pr = 700$ (слева), длина волны максимально нарастающего возмущения в зависимости от Re и Pr (справа)

возмущения $\lambda_y \approx 2H$ (рис. 3 и 4), а спектры на этапе развитой турбулентности ($t > 60$) иллюстрируют как инерционный интервал ($k^{-5/3}$), так и конвективно-вязкий интервалы (k^{-1}) при высоких волновых числах, подтверждая теорию Бэтчелора при $Pr \gg 1$, тогда как измерения не способны уловить этот тонкий эффект [2].

Интегральные результаты приведены на рис. 4, где символами нанесена длина волны максимально нарастающего возмущения, полученная из визуализации полей плотности и анализа спектров. Можно заметить, что соблюдается аналитическое выражение $\lambda = \lambda' = 4\pi H \{(2\Delta\rho_H/\Delta\rho)(F_H)^2 Re^{-2}\}^{1/3}$ (штриховая линия), записанное в [1] при $Pr = 1$ (где характерный перепад плотности между порциями тяжелой и легкой сред, $\Delta\rho \approx 10^{-3}\Delta\rho_H$, относится к ранним этапам НРТ). Для произвольных чисел Прандтля это соотношение следует уточнить как $\lambda = f(Pr)\lambda'$, где $f(Pr) = 1$ при $Pr \rightarrow \infty$ и $f(Pr_1) > f(Pr_2)$ при $Pr_1 < Pr_2$.

Обсуждаемые сценарии развития неустойчивости могут реализовываться при генерации геофизической турбулентности вдали от подстилающей поверхности.

1. Yakovenko S. N., Thomas T. G., Castro I. P. Transition through Rayleigh–Taylor instabilities in a breaking internal lee wave // J. Fluid Mech. — 2014. — V. 760. — P. 466–493.
2. Warhaft Z. Passive scalars in turbulent flows // Annu. Rev. Fluid Mech. — 2000. — V. 32. — P. 203–240.

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ РАДИУСА ЗАТУПЛЕНИЯ НА АЭРОДИНАМИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ГИПЕРЗВУКОВОГО ЛЕТАТЕЛЬНОГО АППАРАТА WAVERIDER

Д. С. Яцухно

ИПМех РАН, Москва, Россия

Одним из наиболее значимых преимуществ конфигураций высокоскоростных летательных аппаратов (ВЛА), исследуемых в настоящей работе, является тот факт, что образующаяся при обтекании поверхности ударная волна остается присоединенной вдоль всей передней кромки. Течение за фронтом ударной волны при этом будет сверхзвуковым, что является удобным при численном моделировании. Однако конструктивно трудно получить поверхность летательного аппарата с абсолютно острой передней кромкой. Более того, формирование затупления является одним из основных способов борьбы с огромными тепловыми потоками из высокоэнтропийного слоя к поверхности летательного аппарата. Наличие затупленного носка вызывает отход ударной волны от передней кромки и усложняет характер течения. Происходит рост лобового сопротивления, снижается аэродинамическое качество.

В данной работе приведены результаты численного моделирования обтекания конфигураций ВЛА с радиусами затупления передней кромки равными 0,25, 0,4 и 0,6 см (рис. 2–4) соответственно при числе Маха набегающего потока $M_\infty = 4$ и числе Рейнольдса $Re = 0,33 \cdot 10^6 \text{ см}^{-1}$. Для расчета газодинамических параметров был использован код UST3D, который уже применялся для расчета высокоскоростных течений [1, 2]. В данном коде реализован метод расщепления по физическим процессам [3], который позволяет получить достаточно точную картину обтекания летательных аппаратов сложной формы путем численного решения системы уравнений Навье–Стокса [4].

$$\frac{\partial \mathbf{w}}{\partial t} + \frac{\partial \mathbf{F}^x(\mathbf{w})}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{F}^y(\mathbf{w})}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{F}^z(\mathbf{w})}{\partial z} = \frac{\partial \mathbf{G}^x(\mathbf{w})}{\partial x} + \frac{\partial \mathbf{G}^y(\mathbf{w})}{\partial y} + \frac{\partial \mathbf{G}^z(\mathbf{w})}{\partial z}.$$

В данном уравнении $\mathbf{w} = (\rho, \rho u, \rho v, \rho w, \rho E)^T$ — вектор консервативных переменных; $\mathbf{F}^x = (\rho u, \rho u^2 + p, \rho uv, \rho uw, \rho uE + \rho u)^T$, $\mathbf{F}^y = (\rho v, \rho uv, \rho v^2 + p, \rho vw, \rho vE + \rho v)^T$, $\mathbf{F}^z = (\rho w, \rho uw, \rho vw, \rho w^2 + p, \rho wE + \rho w)^T$ — проекции вектора конвективного потока; $\mathbf{G}^x = (0, \tau_{xx}, \tau_{yx}, \tau_{zx}, u\tau_{xx} + v\tau_{yx} + w\tau_{zx} - q_x)^T$, $\mathbf{G}^y = (0, \tau_{xy}, \tau_{yy}, \tau_{zy}, u\tau_{xy} + v\tau_{yy} + w\tau_{zy} - q_y)^T$, $\mathbf{G}^z = (0, \tau_{xz}, \tau_{yz}, \tau_{zz}, u\tau_{xz} + v\tau_{yz} + w\tau_{zz} - q_z)^T$ — проекции вектора вязкого потока; ρ — плотность; p — давление; u, v, w — компоненты вектора скорости; E — удельная полная энергия газа; $\tau_{\alpha\beta}$ — компоненты тензора вязких напряжений ($\alpha = x, y, z; \beta = x, y, z$); q_x, q_y, q_z — компоненты вектора теплового потока. Полная система уравнений Навье–Стокса используется совместно с уравнением состояния совершенного газа

$$p = (\gamma - 1)\rho U = (\gamma - 1)\rho \left[E - \frac{1}{2}(u^2 + v^2 + w^2) \right].$$

В этом уравнении $\gamma = c_p/c_v$; c_p, c_v — удельные теплоемкости при постоянном давлении и объеме соответственно; $U = c_v T$ — удельная внутренняя и полная энергии газа, T — температура.

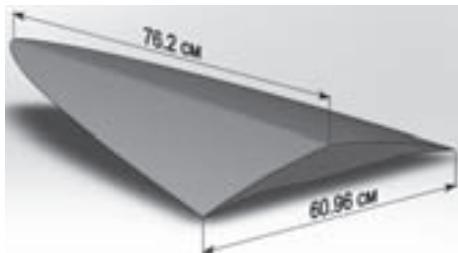


Рис. 1. Исходная модель ВЛА Waverider [6, 7]

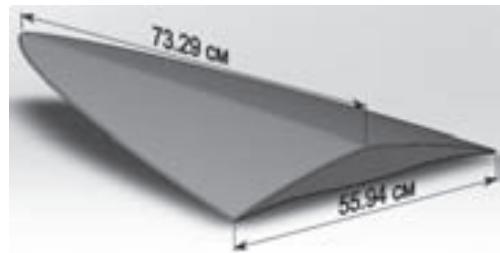


Рис. 2. Модель ВЛА Waverider ($R_{3AT} = 0,25$ см)

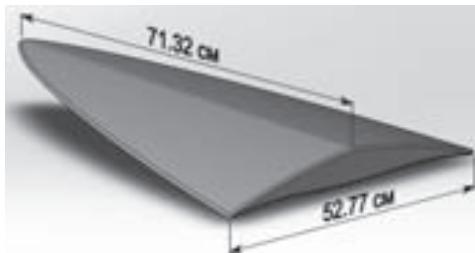


Рис. 3. Модель ВЛА Waverider ($R_{3AT} = 0,4$ см)

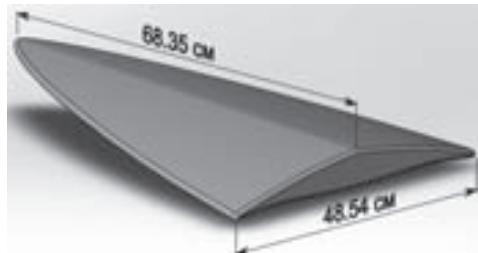


Рис. 4. Модель ВЛА Waverider ($R_{3AT} = 0,6$ см)

Заметим, что метод расщепления, восходящий также к его известной реализации в задачах газовой динамики [5], хорошо сочетается с современными алгоритмами приближенного расчета распада произвольного разрыва, таких как AUSM [2].

Решение исходной нестационарной задачи получалось методом установления. Для расчетов были использованы неструктурные тетраэдрические сетки. Было выполнено сравнение полученных результатов с экспериментальными данными, приведенными в работах [6, 7] для ГЛА с заостренными передними кромками (рис. 1).

1. Железнякова А. Л., Суржиков С. Т. Применение метода расщепления по физическим процессам для расчета гиперзвукового обтекания пространственной модели летательного аппарата сложной формы // Теплофизика высоких температур. — 2013. — Т. 51, № 6. — С. 897–911.

2. Железнякова А.Л., Суржиков С.Т. Расчет гиперзвукового обтекания тел сложной формы на неструктурированных сетках с использованием схемы AUSM // Теплофизика высоких температур. — 2014. — Т. 52, №2. — С. 283–293.
3. Марчук Г.И. Методы расщепления. — М.: Наука, 1988. — 263 с.
4. Суржиков С.Т. Радиационная газовая динамика спускаемых космических аппаратов. Многотемпературные модели. — М.: Институт проблем механики им. А.Ю. Ишлинского РАН, 2013. — 706 с.
5. Белоцерковский О.М., Давыдов Ю.М. Метод крупных частиц в газовой динамике. — М.: Наука, 1982. — 392 с.
6. Bauer S.X.S., Covell P.F., Forrest D.K., McGrath B.E. Preliminary Assessment of a Mach 4 and a Mach 6 Waverider // Proc. of first international hypersonic waverider symp., University of Maryland, College Park MD, 1990. — P. 1–24.
7. Cockrell Ch. E. Interpretation of waverider performance data using computational fluid dynamics // AIAA 24th Fluid Dynamics Conference, July 6–9, Orlando FL, AIAA Paper 93–2921, 1993.

**Секция Е МЕТОДЫ И СРЕДСТВА ВИЗУАЛИЗАЦИИ,
СИСТЕМЫ ОБРАБОТКИ ИЗОБРАЖЕНИЙ**

**РАСЧЕТ СЖАТИЯ ЛЕДЯНОГО ПОКРОВА МОРЯ
ПО ИЗОБРАЖЕНИЯМ МЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ СПУТНИКОВ***

М. Г. Алексанина, А. И. Алексанин, Е. В. Фомин

ИАПУ ДВО РАН, Владивосток, Россия

Для полноценного информационного обеспечения оптимальной проводки судов во льдах одной из ключевых проблем является автоматический расчет характеристик динамики льда и в частности зон сжатия. Разработанный нами алгоритм расчета скоростей дрейфа [1], обеспечивающий высокую точность и надежность, позволил применить его для расчета характеристик сжатия льда.

Суть подхода состоит в том, что ледяное покрытие моря рассматривается как пластическое тело. Тогда сжатие-разрежение можно рассматривать как простейшую форму деформации льда, характеризующуюся удлинением-укорочением элементов ледового поля вдоль действия растягивающей нагрузки (<http://www.aari.ru/resources/m0033/d.htm>). Тогда сжатие в заданном направлении рассматривается как уменьшение расстояния между перемещающимися точками наблюдения, а разрежение, наоборот, увеличение расстояния между ними [2]. В этом случае локальный показатель сжатия или разрежения C определяется как изменение расстояния в единицу времени между перемещающимися точками: $C = (P_1 - P_0)/\Delta t$, где Δt — интервал времени между спутниковыми изображениями, P_0 — начальное расстояние между точками; P_1 — конечное расстояние (после перемещения) между этими же точками.

Локальные показатели сжатия C_k в заданной точке рассчитываются для разных направлений φ_k . Каждому направлению φ_k присваивается вектор длиной, равной модулю значения C_k . Строится «роза» направлений сжатия или разрежения. Сжатия имеют отрицательные значения, а разрежения — положительные. Генеральным направлением оси сжатия или разрежения в окрестности заданной точки поля считается направление, на котором сумма проекций $\sum C_k$ дает минимум или максимум соответственно. Показатель сжатия/разрежения характеризуется точностью расчета ε и статистической значимостью, а направление сжатия — точностью расчета угла $\Delta\varphi$.

Работа предложенного подхода демонстрируется на фрагментах спутниковых изображений, на которых отражена акватория Охотского моря на подходе к порту Магадан — 56 с.ш.–60 с.ш., 148 в.д.–156 в.д. По данным судового журнала ледокола «Магадан» именно в это время в этом районе наблюдалось сжатие ледового поля.

*Работа поддержана программой фундаментальных исследований Президиума РАН №44 «Поисковые фундаментальные научные исследования в интересах развития Арктической зоны Российской Федерации» и программой Президиума ДВО РАН «Дальний Восток». В работе использовались информационно-вычислительные ресурсы Центра коллективного пользования Регионального спутникового мониторинга окружающей среды ДВО РАН.

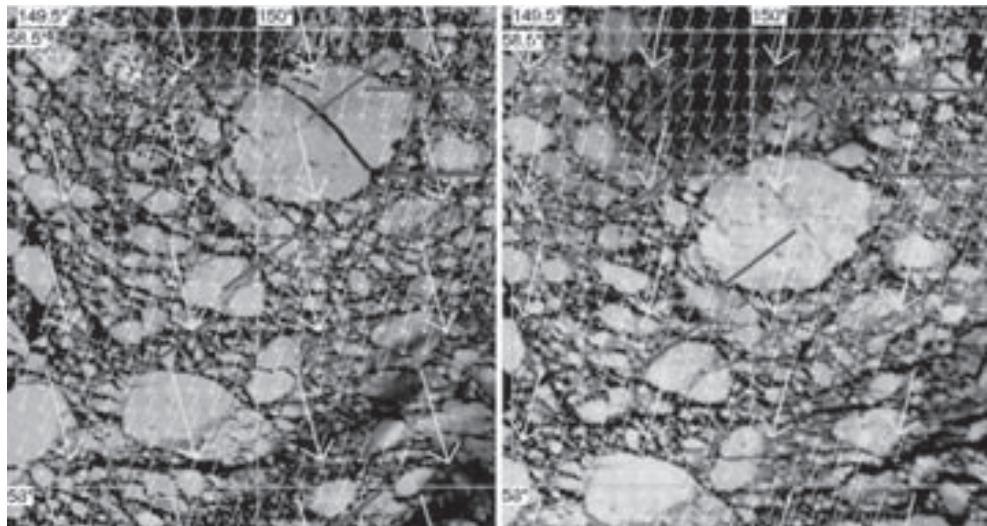


Рис. 1. Пример визуально наблюдаемого сжатия. Фрагмент спутникового изображения MODIS\AQUA слева — за 5 апреля 2010 г., справа — за 6 апреля 2010 г. Желтые вектора — скорости ветра, голубые вектора — рассчитанные скорости дрейфа, красные отрезки — статистически значимые оценки сжатия (длина отрезка пропорциональна величине сжатия)

На рис. 1 приведен пример пары фрагментов изображений MODIS\AQUA (пространственное разрешение на пиксель 250 м). Слева — фрагмент изображения за 5 апреля 2010 г., справа — фрагмент изображения за 6 апреля 2010 г., интервал времени между съемкой 24 ч. Желтые вектора — это скорости ветра за 5 (слева) и за 6 (справа) апреля 2010 г., голубые вектора — это рассчитанные скорости дрейфа. Сжатие льда можно наблюдать визуально по величине трещины (~ 500 м) расколотой льдины в центре изображения слева и ее же, сжатую, на рис. 1 справа.

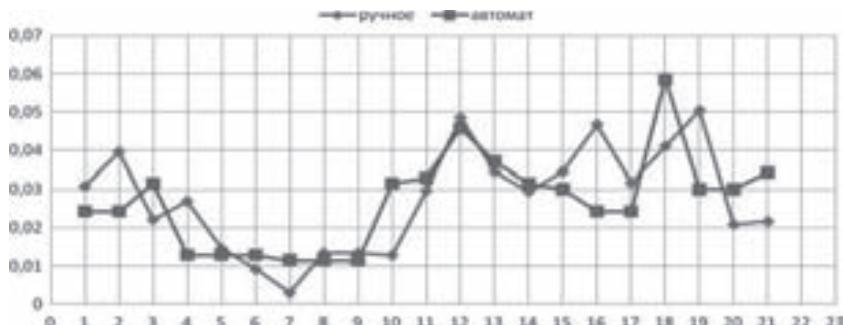


Рис. 2. Величины относительного сжатия, рассчитанные визуально-ручным способом и автоматическим. Синий цвет — визуально — ручные оценки, красный цвет — автоматические

Для верификации алгоритма расчета сжатия между маркерами льдин вручную были посчитаны изменения линейных размеров с той же ориентацией, что и ориентации оси сжатий, рассчитанных автоматическим методом. Использовались расстояния, близкие к среднему радиусу тора «розы». Сравнивались относительные изменения линейных размеров, рассчитанных вручную и автоматически (рис. 2).

Видно хорошее соответствие значений при стандартном отклонении, равном $\sigma = 0,01$. Корреляция между относительным сжатием, рассчитанным визуально-ручным способом и автоматическим методом, составила 0,74, а коэффициенты линейной регрессии $Y = A + B * X$ имеют следующие величины: $A = 0,0033 \pm 0,006$ и $B = 0,885 \pm 0,206$

1. Алексанин А. И., Алексания М. Г., Карнацкий А. Ю. Автоматический расчет скоростей поверхностных течений океана по последовательности спутниковых изображений // Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса. — 2013. — Т. 10, №2. — С. 131–142.
2. Левин В. А., Алексанин А. И., Алексания М. Г., Фомин Е. В., Качур В. А. Расчет параметров ледяного покрова моря по спутниковым изображениям // Полярная механика. Материалы третьей международной научной конференции, 27–30 сентября 2016. — Владивосток: Дальневосточный федеральный университет, 2016. — С. 132–140.

ИССЛЕДОВАНИЕ ДИФФУЗИОННОГО ГОРЕНИЯ УГЛЕВОДОРОДОВ ОПТИЧЕСКИМИ МЕТОДАМИ

В. С. Венедиктов¹, В. В. Замащиков², А. В. Тупикин¹, П. К. Третьяков¹

¹*ИТПМ СО РАН, Новосибирск, Россия;* ²*ИХКГ СО РАН, Новосибирск, Россия*

Повышение экологической безопасности при сжигании топлив определяется снижением вредных выбросов и уменьшением производства CO₂ на единицу произведенной мощности. Поэтому остаются актуальными задачи оптимизации процессов сжигания и повышения КПД энергетических установок. Одним из перспективных методов их решения может быть наложение внешнего электрического поля (ЭП) на область горения. Обусловленные механизмом хемоионизации электрические свойства углеводородного пламени (высокая концентрация заряженных частиц $(10^9\text{--}10^{12}\text{ см}^{-3}$ [1]) позволяют эффективно воздействовать на него внешним ЭП. Под воздействием слабого ЭП в предпламенной зоне происходят изменения в процессах тепломассопереноса, ведущие к увеличению либо уменьшению коэффициента растяжения плоского пламени [2]. В работе [3] было показано, что ЭП с изменяемой во времени конфигурацией, воздействуя на диффузионный факел, улучшает смешение топлива и окислителя. Для исследования систем, получаемых в результате наложения внешнего ЭП на пламя, предпочтительнее использовать оптические методы диагностики, не вносящие различного рода возмущений: гидродинамических, электрических, тепловых или химических — в структуру исследуемого объекта.

В работе приведены результаты экспериментального исследования нестационарного воздействия слабого ЭП на диффузионное горение углеводородов с использованием PIV и прямой фото- и видеoreгистрации.

Объектом исследования было присоединенное диффузионное пламя пропана. Диаметр топливного сопла 1,5 мм, диаметр сопла для соосной подачи воздуха 20 мм. На высоте 12 либо 18 мм от их среза располагались по кругу 8 тонких электродов (расстояние между противоположными парами — 29 мм), на которые попарно подавалось напряжение (см. также [4]). Переключение напряжения на электродных парах задавало вращение вектора напряженности ЭП вокруг топливной струи (напряженность 970 и 720 В/см, частота вращения 7 Гц). Для определения поля скоростей вблизи поверхности пламени спутный воздушный поток

засеивался частицами-трассерами TiO_2 (диаметр $\sim 1 \text{ мкм}$). Характерные картины течения, полученные при скорости истечения топлива $0,7 \text{ м/с}$ и спутного воздуха $0,07 \text{ м/с}$, свидетельствуют об увеличении радиальной составляющей скорости v_x вблизи области горения при нестационарном воздействии ЭП. На рис. 1 представлено изменение радиальной компоненты скорости потока в сечении на высоте $\approx 10 \text{ мм}$ от среза сопла (чуть ниже уровня электродов 12 мм). Среднее значение v_x под воздействием нестационарного ЭП увеличилось в 2,8 раза (с $0,05$ до $0,14 \text{ м/с}$).

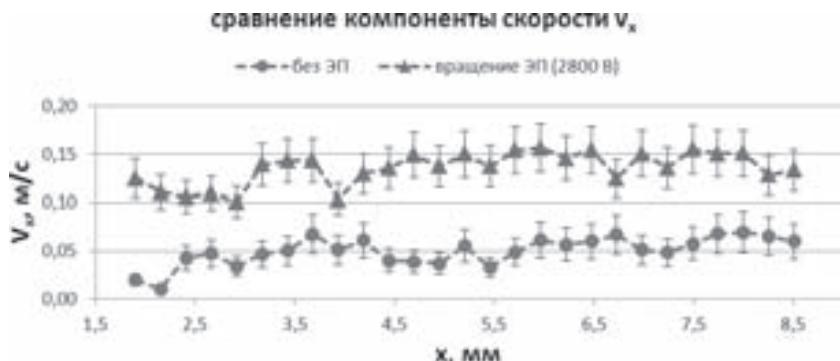


Рис. 1. Зависимость радиальной компоненты скорости потока вблизи поверхности диффузионного пламени пропана от радиальной координаты, на высоте 10 мм от края сопла (случайная погрешность: без ЭП — 29% , в ЭП — 16%)

Для случая, когда электроды расположены на высоте 18 мм , наблюдается аналогичный рост компоненты скорости потока v_x в 2,8 раза. То есть происходит увеличение радиальной составляющей скорости потока вблизи области горения при воздействии на пламя ЭП практически в 3 раза. Это является свидетельством улучшения процесса смешения и интенсификации горения.

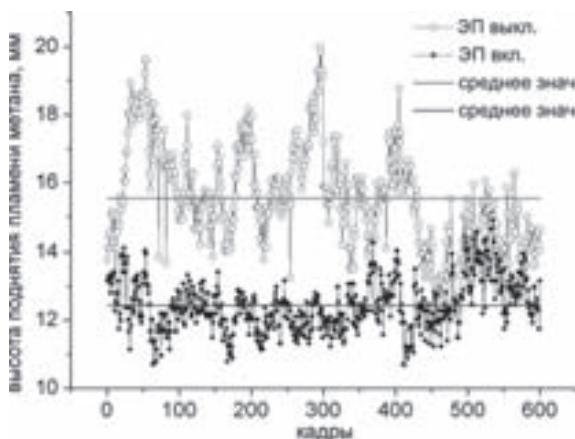


Рис. 2. Зависимость координат высоты поднятия пламени метана с течением времени ($t = 1,2 \text{ с}$)

Результаты экспериментов с поднятым диффузионным пламенем метана и пропана показали, что наложение ЭП с вращением вектора напряженности приводит к смещению точек поджога факела в плоскость электродов и их фиксации в этой области (сохранение положения при изменении расхода топлива). Высота подъема

и ширина факела определялись с помощью программы Davis по снимкам пламени на высокоскоростную камеру High Speed Star 3. Наблюдается расширение основания факела (в области стабилизации), также указывающее на интенсификацию процессов смешения и увеличение эффективной поверхности горения. Кроме того, замечено уменьшение амплитуды колебаний точек поджога в 2 раза под воздействием ЭП (рис. 2).

Таким образом, результаты PIV и видеорегистрация формы пламени свидетельствуют о том, что происходит улучшение смешения топлива с окислителем и интенсификация процесса горения при воздействии нестационарного ЭП на диффузионный факел пропана, находящийся в спутном потоке воздуха. При этом происходит уменьшение амплитуды колебаний точек поджога в 2 раза.

1. *Лаутон Дж., Вайнберг Ф.* Электрические аспекты горения / Пер. с англ. Н. М. Вентцель, Л. П. Побережского, И. Я. Полонского; под ред. В. А. Попова. — М.: Энергия, 1976. — 294 с.
2. *Karlovitz B., Denniston D. W. Jr., Knapschaefer D. H. and Well F. E.* Studies on Turbulent flames: A. Flame Propagation Across velocity gradients B. Turbulence Measurement in flames // Symposium (International) on Combustion. — 1953. — V. 4, No. 1. — P. 613–620.
3. *Тупикин А. В. и др.* Диффузионный факел в электрическом поле с изменяемой пространственной конфигурацией // ФГВ. — 2016. — Т. 52, №2. — С. 49–53.
4. *Kozulin V. S., Tupikin A. V., Tretyakov P. K.* Stabilization of hydrocarbon fuel combustion by non-stationary electric field // 18th International Conference on the Methods of Aerophysical Research (ICMAR2016) (Russia, Perm, 27 Jun. – 3 Jul., 2016): AIP Conference Proceedings. — 2016. — V. 1770, No. 1. — P. 030100. (DOI: 10.1063/1.4964042).

СИСТЕМА РЕГИСТРАЦИИ И ОБРАБОТКИ СПЕКЛОВЫХ ИЗОБРАЖЕНИЙ В РЕЖИМЕ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ*

**А. П. Владимиров, И. С. Каманцев, С. В. Гладковский, Э. С. Горкунов,
Н. А. Друкаренко, С. М. Задворкин**

ИМАШ УрО РАН, Екатеринбург, Россия

Одним из перспективных методов неразрушающего контроля процессов, протекающих на поверхности циклически нагружаемого образца, является метод динамической лазерной спектр-интерферометрии [1, 2]. Актуальность данного метода связана с возможностью его практического применения, например при усталостных испытаниях конструкционных материалов и элементов конструкций, в том числе на высокочастотных резонансных машинах, как экспериментального бесконтактного метода регистрации изменений, происходящих на поверхности циклически нагружаемого объекта.

Однако для анализа спектральных картин при изучении усталостных явлений возникают определенные трудности, связанные с немонотонным характером изменения регистрируемых параметров по мере увеличения числа циклов нагружения и соответствующей необходимостью обработки большого числа спектрограмм.

В связи с этим в ИМАШ УрО РАН была разработана оригинальная система обработки кадров спектральных изображений без остановки циклического нагружения

*Работа выполнена с использованием оборудования ЦКП «Пластометрия» ИМАШ УрО РАН при частичной финансовой поддержке проектами УрО РАН №15-10-1-22 и №15-7-1-20, грантами РФФИ №16-08-01077_а и №16-38-00723_мол_а.

образцов из конструкционных сталей и сплавов, позволяющая в режиме реального времени производить расчет коэффициента корреляции и визуализировать полученные данные в виде диаграммы. Для регистрации спекл-полей была использована оптическая система, схема и геометрические размеры которой показаны на рис. 1.

Оптическая установка размещалась на платформе испытательной машины MIKROTRON. Объект 4 освещали пучком 2 от лазерного модуля 1 типа KLM-H650-40-5 с длиной волны 0,65 мкм и мощностью 40 мВт через матовый рассеиватель 3. Картина спеклов регистрировалась в плоскости изображения образца. Увеличение, формируемое оптической системой, составляло 0,7-крат. Размер диафрагмы у линзы 5 подбирался таким образом, чтобы минимальный размер спеклов был несколько больше размера фотоэлемента матрицы фотоприемников 6 телекамеры. В экспериментах использовалась монохромная телекамера ВИДЕОСКАН-415М-USB с матрицей, содержащей 782×582 фотоэлементов размерами $8,3 \times 8,3$ мкм. Усреднение спекловых картин производилось по 50 циклам нагружения, что соответствовало, при частоте нагружения 100 Гц, времени экспозиции телекамеры 0,5 с. Регистрация кадров спекловых изображений в формате BMP осуществлялась с периодичностью 0,5 с после стабилизации резонансной частоты испытательной машины. Изменение спекл-полей определялось с помощью коэффициента корреляции η двух 8-битных цифровых изображений одинакового размера. Цифровые изображения представляли собой двумерные матрицы, соответствующие одному участку кадра в начальный момент времени t_1 и текущий момент времени t_2 при значениях числа циклов нагружения N_1 и N_2 соответственно. Значения η рассчитывались по формуле

$$\eta = \frac{\frac{1}{nm} \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{m-1} (A_{ij} - \bar{A})(B_{ij} - \bar{B})}{\left(\frac{1}{nm} \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{m-1} (A_{ij} - \bar{A})^2 \right)^{1/2} \left(\frac{1}{nm} \sum_{i=0}^{n-1} \sum_{j=0}^{m-1} (B_{ij} - \bar{B})^2 \right)^{1/2}},$$

где i, j — номера элементов (пикселей) строки и номера строк матрицы соответственно; n, m — число пикселей строки и число строк матрицы; A_{ij} — числовое значение пикселя с номерами i и j при t_1 ; B_{ij} — числовое значение этого пикселя в момент времени t_2 ; \bar{A} — среднеарифметическая величина числовых значений элементов матрицы при t_1 ; \bar{B} — среднеарифметическая величина числовых значений элементов матрицы в момент времени t_2 .

Для использования описанного метода в режиме реального времени было разработано программное обеспечение (ПО) для обработки цифровых спекл-изображений. Интерфейс программного обеспечения позволяет в режиме реального времени выводить на экран монитора распределение коэффициентов корреляции фрагментов спекловых изображений в виде поверхностной диаграммы, периодически сохранять как эти распределения, так и исходные кадры спекловых изображений, а также производить динамическую регулировку диапазона между сравниваемыми кадрами. Для большей информативности диаграмм и учитывая сложность формы зоны, в которой происходят изменения в результате циклического нагружения, был

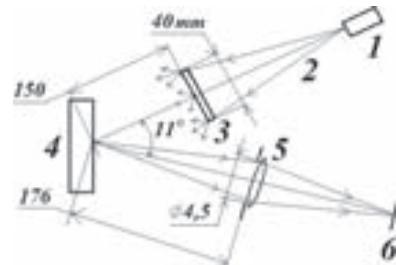


Рис. 1. Схема оптической установки

разработан алгоритм и введена процедура сглаживания или «усреднения» методом линейной интерполяции. Предусмотренная синхронизация работы резонансной испытательной машины и системы для цифровой спекл-интерферометрии позволяет сопоставлять регистрируемые изменения поверхности образца с условиями нагружения (частотой, размахом деформации, количеством циклов и т. д.).

Практическая реализация системы цифровой спекл-интерферометрии осуществлена на примере циклических испытаний композиционных материалов, проведенных по схеме трехточечного изгиба призматических образцов с острым надрезом в соответствии с рекомендациями ГОСТ 25.506-85 на высокочастотной резонансной испытательной машине MIKROTRON (Rumul) с максимальным усилием $\pm 20kN$. Объектом исследования являлся образец из композиционного материала полученного соединением двух слоев стали 09Г2С сваркой взрывом. В результате циклических испытаний была выращена усталостная трещина, пересекающая границу соединения слоев. На основании анализа данных цифровой спекл-интерферометрии определены особенности и установлены новые закономерности роста трещин в процессе циклического нагружения, не фиксируемые другими известными методами неразрушающего контроля.

Таким образом, предложенная методика и разработанное программное обеспечение для цифровой спекл-интерферометрии позволяет в режиме реального времени в условиях циклического нагружения изучать процессы усталостного разрушения в слоистых композиционных материалах, в которых контроль трещинообразования стандартными методами крайне затруднен. Кроме того, разработанное ПО позволяет обрабатывать кадры спекловых изображений уже после проведения испытаний на усталость, что дает возможность более детально изучать особенности накопления усталостных повреждений на разных участках объекта.

1. Владимиrow A. P. Динамическая спекл-интерферометрия деформируемых тел. — Екатеринбург: УрО РАН, 2004. — 241 с.
2. Владимиrow A. P., Каманцев И. С., Веселова В. Е., Горкунов Э. С., Гладковский С. В. Использование динамической спекл-интерферометрии для бесконтактной диагностики зарождения усталостной трещины и определения скорости ее роста // Журнал технической физики. — 2016. — Т. 86. — Вып. 4. — С. 85–90.

ТЕХНОЛОГИЯ ПОДГОТОВКИ ИЗОБРАЖЕНИЙ ЛИЦ К РАСПОЗНАВАНИЮ ЛИЧНОСТИ В ВИДЕОПОТОКЕ В РЕЖИМЕ РЕАЛЬНОГО ВРЕМЕНИ*

C. Г. Небаба

ИК ТПУ, Томск, Россия

Введение. Потребность быстрой и правильной некооперативной идентификации личности человека в видеопотоке с низким качеством съемки в режиме реального времени постоянно возрастает в различных сферах деятельности.

Существующие быстрые алгоритмы достигают хорошей точности только при соблюдении жестких требований по ракурсу лиц и условиям съемки, либо вычислительно дороги и недоступны для обработки видеопотока в режиме реального

*Работа выполнена в рамках госзадания №2.1642.2017/ПЧ на выполнение проекта по теме «Когнитивные методы визуализации и анализа многомерных данных при моделировании нелинейных динамических систем».

времени. Соответственно, число ошибок идентификации у таких систем зависит от качества изображений лиц, ракурса съемки, условий освещения.

Проблема обработки изображений чаще всего рассматривается в виде задач коррекции отдельных условий съемки, хотя каждый из алгоритмов обработки имеет нелинейное влияние на ключевые характеристики распознавания: вероятность ложного опознания (FAR) и вероятность пропуска цели (FRR).

Для решения этих проблем создано множество алгоритмов, использующих 3D-модели лиц [1] и относящихся к методам визуального моделирования [2]. Они предоставляют широкие возможности по изменению внешнего вида каждого лица, но их применение является ресурсоемкой задачей, сложной для автоматизации.

Поиск баланса между точностью распознавания и скоростью работы существующих алгоритмов делает целесообразным разработку технологии, объединяющей все этапы обработки изображений лиц воедино и позволяющей гибко регулировать их свойства и сохранять приемлемую точность распознавания в режиме реального времени.

Технология подготовки изображений. Технологию можно представить в виде комплексного алгоритма обработки видеопотока в режиме реального времени, который должен учитывать все критерии оценки и обладать достаточным быстродействием.

Ранее были рассмотрены отдельные компоненты технологии и предложены авторские алгоритмы коррекции ракурса [3].

Эти и другие алгоритмы могут быть представлены в виде единой технологии обработки и анализа изображений, упрощая процесс распознавания лиц в видеопотоке и позволяя проводить гибкую настройку системы распознавания (рис. 1):

- а) формирование индивидуальных 3D-моделей лиц по фотографии (модификация алгоритма DFM) (1);
- б) формирование базы лиц с различными ракурсами по полученной в п. 1 модели (авторский алгоритм) (2);
- в) поиск лиц на изображении (алгоритм Виолы–Джонса) (3);
- г) слежение за обнаруженными лицами в последовательности кадров (трекинг) (4);
- д) отбрасывание зашумленных кадров по критерию контрастности (5);
- е) компенсация дефектов освещения сцены (алгоритмы DoG, Log-Gabor) (6);
- ж) построение и сравнение биометрических векторов (алгоритм kNN, нейронные сети) (7).

Тестирование. Разработанные алгоритмы протестированы в виде предложенной технологии на видеофайлах, полученных с помощью IP-камеры на входе Кибернетического центра Института кибернетики (ИК) Томского политехнического

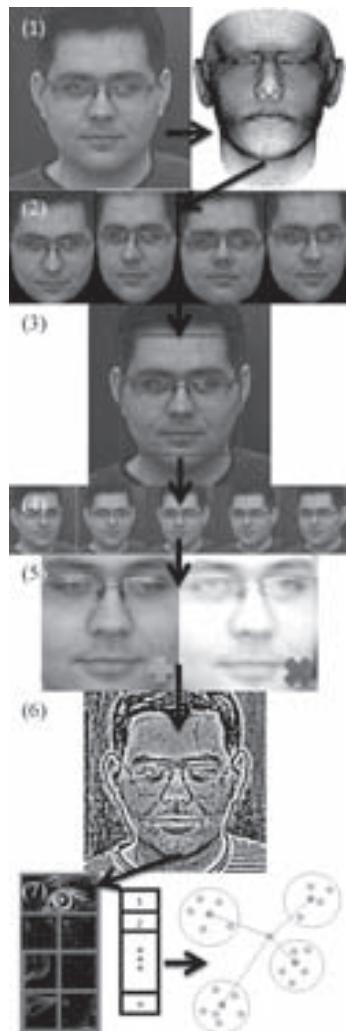


Рис. 1. Визуальное представление технологии

университета. Видеозаписи сделаны в условиях, неблагоприятных для алгоритмов кластеризации по ракурсам лиц и по освещению.

На этих видеозаписях алгоритмом Виолы–Джонса обнаружено 7676 лиц. Среди всех найденных лиц 638 принадлежит 40 сотрудникам ИК, чьи изображения были в базе. На основании анализа условий съемки взят ориентировочный уровень $FAR = 10\%$.

В ходе тестирования технологии проведена оценка влияния методов компенсации ракурса (DFM) и освещения (DoG, Log-Gabor) на точность и скорость распознавания методом ближайшего соседа (kNN), а также подобрана оптимальная комбинация алгоритмов обработки изображений для заданных условий. Результаты этого эксперимента представлены в табл. 1.

Таблица 1
Результаты тестирования технологии подготовки изображений

Алгоритм	kNN	DFM	DoG	DoG + LogGabor	Фильтр контрастности	DFM + DoG + контрастность
FAR, %	11,5	9,96	12,45	11,07	7,55	9,13
FRR, %	98,12	97,65	91,38	97,81	94,67	91,85
Время, мс	10	10	11	26	10	11

Оптимальное сочетание алгоритмов, согласно табл. 1, позволяет добиться улучшения результатов распознавания по соотношению ошибок FAR/FRR, не оказывая существенного влияния на скорость обработки изображений, что свидетельствует об эффективности предложенной технологии обработки изображений.

Выводы. Сравнение результатов распознавания позволяет сделать вывод о том, что предложенная технология подготовки изображений лиц к распознаванию, основанная на ряде известных и оригинальных авторских методов, положительно влияет на точность идентификации личности человека по изображению лица на зашумленных данных. Рассмотренные методы оказывают слабое влияние на скорость обработки кадров и могут применяться в системах распознавания реального времени.

1. Garrido P., Zollhöfer M., Casas D., Valgaerts L., Varanasi K., Pérez P., Theobalt C. Reconstruction of Personalized 3D Face Rigs from Monocular Video // ACM Transactions on Graphics (TOG). — 2016. — V. 35, No. 3. — P. 28.
2. Захарова А. А., Шкляр А. В. Основные принципы построения визуальных моделей данных на примере интерактивных систем трехмерной визуализации // Научная визуализация. — 2014. — № 2.
3. Небаба С. Г., Захарова А. А., Андреев С. Ю. Алгоритм формирования индивидуальной трехмерной модели лица человека из растрового изображения лица и набора частных трехмерных моделей лица // Информационное общество. — № 5. — 2015.

МЕТОДЫ ПОИСКА НЕЧЕТКИХ ДУБЛИКАТОВ ВИДЕО

И. К. Никитин

МАИ, Москва, Россия

Понятие «нечеткий дубликат» означает неполное или частичное совпадение объекта с другим объектом подобного класса. Дубликаты бывают естественные и искусственные. Естественные дубликаты — схожие объекты, при схожих условиях.

Искусственные нечеткие дубликаты — полученные на основе одного и того же оригинала. Поиск нечетких дубликатов необходим в самых различных областях науки и техники, начиная от систем компьютерного зрения, заканчивая поиском «пиратского» видео.

Для поиска НДВ видео делят на отрезки. Из каждого отрезка выделяют ключевые кадры. Характеристики ключевых кадров используются для представления всего видео целиком. Подобие между видео вычисляют как подобие наборов этих характеристик.

Способы поиска НДВ образуют две категории: методы, использующие глобальные характеристики (ГХ); методы, использующие локальные характеристики (ЛХ).

ЛХ-методы, сводят задачу поиска похожих видео к задаче поиска дубликатов изображений. Основные шаги при сравнении изображений: определение особых точек; выделение окрестностей особых точек; построение векторов признаков; выделение дескрипторов изображений; сравнение дескрипторов пары изображений.

В работе [5] выделяют особые точки кадра и отслеживают их положение на протяжении всего видео. После чего формируют множество траекторий точек. Сопоставление с образцом происходит на основе нечеткого поиска. Подход облегчает локализацию нечетких дубликатов фрагментов. Однако, метод дорог из-за выделения особых точек кадров. А факт того, что траектории точек чувствительны к движению камеры, делают алгоритм применимым только для поиска точных копий видео.

В работе [3] подобие кадров вычисляют как среднее арифметическое количества совпадших особых точек. Но для определения сходства видео, используется полная оценка соответствия как среднее значение подобия ключевых кадров по всему видео. Важно, что среднее значение вычисляется, не по всем возможным парам кадров, а только по некоторым из них. Это позволяет экономить вычислительные ресурсы.

Методы, использующие визуальные слова, являются улучшенной версией прямого сравнения особых точек кадров. В их основе лежит квантование особых точек — формирование «слов». Сравнение кадров (и видео) целиком происходит по частотным словарям, как для текстов. Работа [1] демонстрирует превосходную производительность метода. Но, для применения визуальных слов, должны быть построены частотные словари для заранее известной предметной области.

В работе [6] применяют локально-чувствительное хеширование (ЛЧХ). Его используют для отображения цветовой гистограммы каждого ключевого кадра на бинарный вектор. Эти характеристики представляются как множества точек в пространстве характеристик. При помощи ЛЧХ точки отображаются на дискретные значения. По набору особенностей строится гистограмма кадра. Далее гистограммы сравниваются как обычные последовательности. Экспериментальные результаты подтвердили эффективность. Но метод страдает от потенциальной проблемы большого потребления памяти [7]. Временная информация никак не учитывается.

Предложенный в работе [8] подход сводит задачу поиска нечетких дубликатов видео к задаче классификации видео. Метод основан на множественном выравнивании последовательностей (MSA). Подобный подход используется в биоинформатике для поиска выравнивания последовательностей ДНК. Плюсы подхода: обладает высокой точностью и полнотой и не требует особых вычислительных затрат. Минусы подхода — метод никак не учитывает временную информацию видео.

В работе [4] введена подпись на основе определения границ сцен, как потенциальных монтажных склеек. Выделение границ основано на поиске различий в

гистограммах яркости. После извлечения границ кадров, вычисляется длина между текущим ключевым кадром и предыдущим. Все длины записываются как одномерная последовательность. Эта последовательность длин сцен — и есть подпись видео. Далее проблема сводится к поиску общих подстрок. Эксперименты показывают, что два несвязанных видеоклипа не имеют длинного набора последовательных ключевых кадров с теми же длинами сцен. Метод плохо работает если в видео много перемещений камеры или объектов и при плавных переходах между сценами. К минусам стоит отнести и невозможность работы в режиме реального времени, для сравнения необходимо иметь видео целиком.

Для поиска НДВ применяют самые разнообразные методы. На данный момент наиболее перспективными кажутся ГХ-методы. Они позволяют без особых вычислительных затрат приближенно решить задачу. Однако, для уточнения могут потребоваться ЛХ-методы. Как показано в работе [7] применение комбинированных подходов дает точность выше чем у каждого из методов по-отдельности.

Видео содержит больше информации, чем просто серия кадров. События в видео уникально определяют его временную структуру. Под событиями понимается не смысловая составляющая сюжета видео, а только изменение содержимого кадров. Свойства событий образуют пространственную характеристику видео, а продолжительность и порядок событий — временную. Самый простой способ выделить факты из видео — использовать точки смены сцен (съемок). Важно учитывать, что время в двух различных видео может идти по-разному. Мы предлагаем использовать отношения длин сцен к длинам соседних сцен. Относительные длины сцен двух нечетких дубликатов редко будут совпадать. Это связано, в том числе, и с ошибками распознавания границ сцен. Для решения такой проблемы, можно применить алгоритмы выравнивания последовательностей. Но, так, мы сравним только порядок видео-событий. Для сравнения самих фактов требуются внутренние характеристики сцен, например, характеристики начального и конечного кадров. Тут удобно удобно использовать визуальные слова, как прием из ЛХ-методов. Таким образом, мы получили дескриптор сцены, про который мы писали в работе [9].

1. *Douze M. et al.* Inria-Learars video copy detection system // TRECVID. — 2008.
2. *Hampapur A. Hyun K., R. Bolle.* Comparison of sequence matching techniques for video copy detection // Storage and Retrieval for Media Databases. — 2002. — P. 194–201.
3. *Vaiapury K., Atrey P. K., Kankanhalli M. S., Ramakrishnan K.* Non-identical Duplicate Video Detection Using The SIFT method // Visual Information Engineering, 2006. VIE 2006. IET International Conference on. — 2006. — Sept. — P. 537–542.
4. *P. Wu T. Thaipanich, Kuo C.-C. J.* A suffix array approach to video copy detection in video sharing socialnetworks // ICASSP. — 2009. — P. 3465–3468.
5. *Law-to Julien et al.* Robust voting algorithm based on labels of behavior for video copy detection // In ACM Multimedia. — 2006.
6. *W. Dong Z. Wang M. Charikar, Li. K.* Efficiently matching sets of features with random histograms // MM. — ACM, 2008. — P. 179–188.
7. *W.L. Zhao S. Tan, Ngo. C.-W.* Large-scale near-duplicate Web video search: challenge and opportunity // ICME. — 1999. — P. 179–188.
8. *Wang Yandan, Belkhatir Mohammed, Tahayna Bashar.* Near-duplicate Video Retrieval Based on Clustering by Multiple Sequence Alignment // Proceedings of the 20th ACM International Conference on Multimedia. — MM'12. — New York, NY, USA: ACM, 2012. — P. 941–944.
9. *Никитин И. К.* Методология поиска и идентификации нечетких дубликатов видеоизображений // «Новые информационные технологии»: Тезисы докладов XXI Международной студенческой школы-семинара. — М.: МИЭМ НИУ ВШЭ, 2013. — С. 76.

ВИЗУАЛИЗАЦИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ РАСЧЕТОВ В СРЕДЕ UNITY3D ДЛЯ ЗАДАЧ ВНЕШНЕЙ БАЛЛИСТИКИ

Д. А. Носырев, А. Л. Пантиюхов

АО «Корпорация «МИТ», Москва, Россия

В статье рассмотрены вопросы, связанные с визуализацией результатов расчетов в среде Unity3D для задач внешней баллистики. Разработано программное приложение для визуализации точек траектории и движения объектов по расчетным данным задач внешней баллистики. Приложение копирует внешний вид и поведение реальных объектов. Разработчики расчетных программ могут составлять программы для описания математической модели на различных языках высокого уровня. Программное приложение отлажено на тестовых примерах нескольких расчетных траекторий.

В АО «Корпорация «МИТ»» функционирует множество расчетных задач, результаты которых для наглядности можно визуализировать. На примере конкретной расчетной задачи используется система Unity3d для визуализации результатов расчетов задач внешней баллистики. Для осуществления задачи визуализации расчетной траектории в трехмерном пространстве был выбран инструмент для разработки трехмерных графических приложений — Unity3d. Данный инструмент легок в использовании и позволяет управлять поведением объектов при помощи программных модулей (скриптов). Unity3d позволяет импортировать 3d-объекты из наиболее используемых пакетов, таких как 3dMax, SolidWorks. Языком программирования был выбран C#. Разработанное приложение ориентировано на ввод конкретной структуры расчетных данных задач внешней баллистики. Данные хранятся в файле, который приложение позволяет открыть, просмотреть, удалить. Из файла берется высота Y , сферическая дальность X, Z , время T , скорость V объекта исследования. Приложение предоставляет две возможности визуализации расчетных траекторий в трехмерном пространстве: визуализация точек траекторий и визуализация движения объектов. При визуализации точек траектории расчетной задачи показана вся траектория движения объекта. При работе с несколькими объектами (т. е. открыто несколько файлов), соответственно приложение строит несколько траекторий, которые можно анализировать как по отдельности, так и все сразу. Приложение позволяет перемещаться вдоль точек траектории, анализируя значения каждой точки. Для визуализации движения объектов приложение обрабатывает несколько файлов с исходными данными. Приложение позволяет сделать любой из исследуемых объектов активным для анализа его характеристик, а также дистанции до других объектов и их относительных скоростей. Приложение позволяет наблюдать за объектами в трех режимах: приближенный вид активного объекта, общий вид активного объекта (вид из космоса, при приближении в поле зрения попадает активный объект) и вид из космоса на Землю. Приложение позволяет включать/выключать режимы показа точек траектории, пройденную траекторию и линии визирования между объектами. Приложение также позволяет видеть начальное, конечное и соответствующее текущее расчетное время на момент движения объектов исследования. Для визуализации движения объектов создан проигрыватель движения объектов, который позволяет ускорить, замедлить, остановить и воспроизвести движения объектов в расчетном времени. В приложении симметрирована солнечная система. На данный момент в солнечной системе присутствует Солнце, Луна и, соответственно, Земля. Земля и Луна располагаются относительно Солнца в зависимости от заданной даты

(день, месяц, год), а также в расположении Земли учитывается время земных суток.

Рисунок 1 иллюстрирует описанные выше возможности визуализации движения объектов в трехмерном пространстве с помощью разработанного приложения:

- показано движение трех объектов, активным объектом является второй;
- показаны дистанции объектов и относительные скорости относительно активного объекта;
- показаны линии визирования между объектами (зелеными линиями), а в правой части рисунка показана линия визирования между солнцем и землей;
- изображены относительные скорости объектов (синими стрелками);
- показаны также точки траектории (серые точки), возможен показ пройденной траектории объекта;
- в левом нижнем углу показано расчетное время (начальное, конечное, текущее);
- внизу изображен проигрыватель.

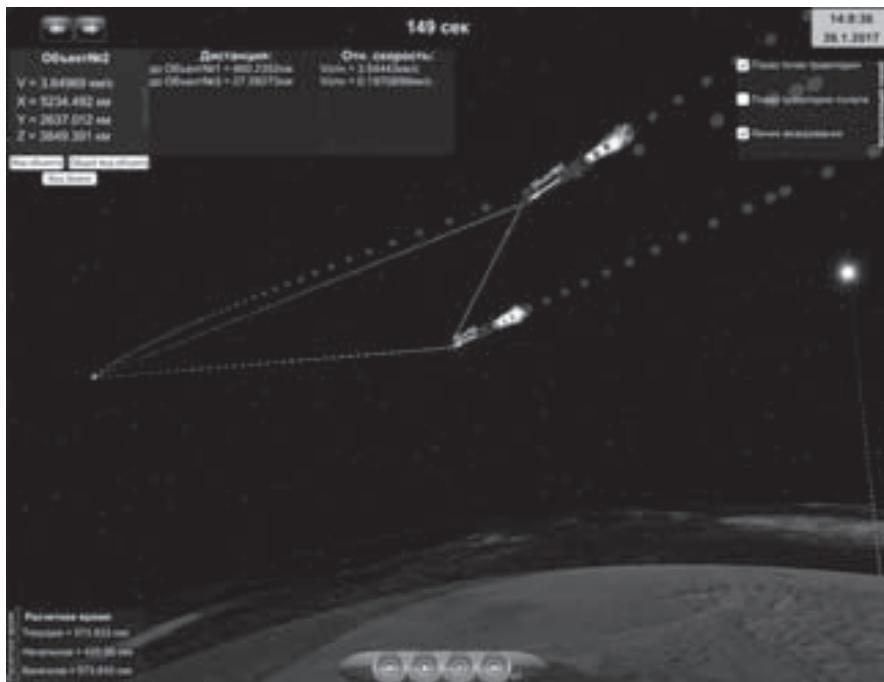


Рис. 1

Данное приложение в перспективе является частью программного комплекса, в котором часть программ осуществляет расчет и формирование исходных данных для данного приложения, после чего приложение осуществляет трехмерную визуализацию данных.

1. <http://docs.unity3d.com/ru/current/Manual/> Руководство Unity3d.
2. <http://msdn.microsoft.com/ru-ru>.
3. Афанасьев В. О. Системы 3D-визуализации индуцированной виртуальной среды: дис. ... докт. физ.-мат. наук. — Королев—Москва, 2007. — 211 с.
4. Скит Дж. C# программирование для профессионалов. — М.: Вильямс, 2011.

ПРОГРАММНЫЙ КОМПЛЕКС IMODEL ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ СВОЙСТВ АЛГОРИТМОВ УПРАВЛЕНИЯ ИЛИ НАВИГАЦИИ БПЛА ПО НАБЛЮДЕНИЯМ ПОДСТИЛАЮЩЕЙ ПОВЕРХНОСТИ*

А. К. Попов, К. В. Степанян, Б. М. Миллер, А. Б. Миллер

ИППИ РАН, Москва, Россия

Для исследования свойств новых алгоритмов управления или навигации беспилотными летательными аппаратами (БПЛА) по наблюдениям подстилающей поверхности, регистрируемых бортовой видео камерой, необходимо иметь последовательность изображений, согласованных с телеметрией полета. Эти данные могут быть получены экспериментальным путем, но очень сложно стандартизовать свойства наблюданной поверхности, практически невозможно обеспечить одинаковые условия аэрофотосъемки, полет реального аппарата вносит свои погрешности. Таким образом, актуальной задачей является создание стенда, обладающего следующим набором функций: синтез последовательностей изображений подстилающей поверхности, тестирование программной реализации алгоритмов, исследование свойств алгоритмов навигации как на синтезированных, так и на реальных данных.

Исследуемые алгоритмы основаны на том, что по последовательности изображений оценивается оптический поток (ОП), который в локальной окрестности точки изображения при выполнении ряда ограничений должен удовлетворять уравнению непрерывности и обладать рядом свойств [1]. Качество решения задачи определяется выполнимостью свойств ОП, включая непрерывность, и ожидаемым поведением его числовых характеристик.

В разработанном программном комплексе IMODEL имеется возможность синтеза изображений, а также заложена архитектура, позволяющая проводить лабораторное тестирование реализаций алгоритмов названного класса. Реализован принцип испытательного стенда для исследования свойств и тестирования вычислительных схем, разрабатываемых для последующего встраивания в бортовые вычислители БПЛА.

Был создан первый прототип IMODEL, использующий аппаратные средства с помощью OpenGL, и вспомогательные библиотеки. В ходе попыток синтеза последовательностей изображений аппаратными средствами выяснилось, что требуемое качество моделирования процесса формирования изображения на светочувствительной матрице видео камеры не достигается. Это связано с применением в аппаратуре методов численной интерполяции растров, и многомасштабных пирамид растровых изображений. Теми же недостатками обладает компонент «Matlab Aerospace», так как также использует аппаратную или программную реализацию OpenGL. Инструмент «Matlab Image Processing Toolbox» тоже не дает приближения нужной точности, поскольку в нем применяется интерполяция раstra. Достаточная точность не достижима из-за привнесенных искажений, не вызванных оптическими причинами. Свойства ОП нарушаются, что приводит к отклонениям в оценках скоростей БПЛА [2]. Проверить гипотезу о недостаточно точном выполнении требуемых свойств ОП можно, зная точное уравнение ОП как функции от скоростей БПЛА, его положения и некоторых параметров [3].

Структура IMODEL содержит логические контейнеры и потоки данных между ними. Основные блоки программного комплекса: 1 — генератор траекторий; 2 —

*Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (грант 16-31-60049).

блок порождения последовательности изображений (путем синтеза, или путем считывания реальных данных); 3 — контейнер выполнения алгоритма оценки оптического потока (ОП); 4 — контейнер выполнения испытываемого алгоритма навигации для бортового вычислителя БПЛА (на входе формируется фрейм данных в текущий момент модельного времени); 5 — загрузчик конфигураций; 6 — эмулятор потока данных бортовых датчиков (путем эмуляции последовательности значений, либо путем считывания записанных ранее данных); 7 — генератор модельного времени; Используется абстрактное понятие фрейма данных, формируемого на входе указанных контейнеров, согласованного с отсчетами генератора модельного времени.

Принцип разделения программного кода и данных, воплощенный в подсистеме стартовых конфигураций, позволяет удобным образом декларативно программировать запуск задач для параллельных вычислений. В данном случае предпочтительнее параллелизация на основе задач, т. е. запуска множества экземпляров приложения.

Исходные коды разделены в корне на два пространства имен: все относящееся к стенду, и все относящееся к испытываемому алгоритму. Полный объем кода IMODEL версии 8.0 размещен в 112 исходных файлах, содержит 13906 строк языка C++/11 документированных комментариями в среднем на 50%. Реализован код 47 именнованных классов, из которых 8 составляют основу архитектуры и являются абстрактными. Выбор языка реализации был связан с необходимостью выполнять вычисления с массивами данных большого объема: для изображения Full-HD 1920×1080 точек матрица системы линейных уравнений для оценки скоростей БПЛА по оптическому потоку имеет размеры 4147200×6 вещественных чисел. Также на этапах раннего прототипа IMODEL была необходимость интеграции с библиотеками для синтеза изображений с помощью аппаратуры графической карты, что уменьшает свободу в выборе языка.

В работе [4] результаты вычисления скоростей и координат БПЛА при взятом начальном значении вектора параметров съемки по данным записанной экспериментальным БПЛА одометрии, оказывались недостаточно точными. С помощью IMODEL удалось проверить гипотезу о наличии большой погрешности в одометрическом значении угла тангажа. Неизвестное значение было найдено путем запуска параллельных вычислений IMODEL с различными начальными значениями угла тангажа в стартовой конфигурации. Алгоритм вычислений и остальные параметры оставляли без изменений.

1. Рубинович Е. Я., Миллер Б. М. Проблемы комплексирования оптико-электронных систем наблюдения с навигационными системами БПЛА // Труды XII Всероссийского совещания по проблемам управления (ВСПУ-2014, Москва). — М.: ИПУ РАН, 2014. — С. 3657–3670.
2. Попов А. К., Миллер Б. М., Миллер А. Б., Степанян К. В. Application of the Optical Flow as a Navigation Sensor for UAV // Труды 39-й междисциплинарной школы-конференции «Информационные технологии и системы 2015», 7–11 сентября, Олимпийская деревня, Сочи, Россия. — С. 390–398.
3. Popov A., Miller A., Miller B., Stepanyan K., Konovalenko I., Sidorchuk D., Koptelov I. UAV navigation on the basis of video sequences registered by onboard camera // The 40th Interdisciplinary Conference & School «Information Technology and Systems 2016», September, 25–30, Repino, St. Petersburg, Russia. — P. 370–376.
4. Popov A., Miller A., Miller B., Stepanyan K. Optical flow and inertial navigation system fusion in the UAV navigation // Proc. SPIE 9986, Unmanned/Unattended Sensors and Sensor Networks XII, 998606 (October 21, 2016); <http://dx.doi.org/10.1117/12.2241204>.

СТРУКТУРНЫЙ ПОДХОД К ВИЗУАЛИЗАЦИИ ДАННЫХ*

A. В. Шкляр, А. А. Захарова

ИК ТПУ, Томск, Россия

В статье рассмотрена проблема систематизации подходов к построению визуальных моделей данных, решение которой необходимо для увеличения результативности визуальных методов исследований и анализа данных. Предложено определение структурного элемента визуальной модели и описаны его свойства. Обосновано введение понятия визуального высказывания.

Схема функционирования визуальной модели. Анализ, как процесс или направленное действие, может рассматриваться как последовательность, начинающаяся с постановки вопроса и продолжающаяся поиском гипотез, отвечающих на него. Правильность результата в этом подходе зависит от двух факторов: сути вопроса, которая зависит от степени понимания анализируемой информации, а также от формы этого вопроса. В этом случае, форма определяется языком, на котором поставлен вопрос, и внутренней структурой.

Анализ визуального образа изучаемой информации можно представить аналогичным образом (рис. 1). Сам образ в момент начала анализа является моделью исходных данных. Вместе с моделью или на основании ее изучения у пользователя формируется вопрос дальнейшего исследования. Все следующие шаги направлены на построение и верификацию гипотезы ответа на основании информации, представленной в модели или с использованием знаний пользователя.



Рис. 1. Анализ образа данных

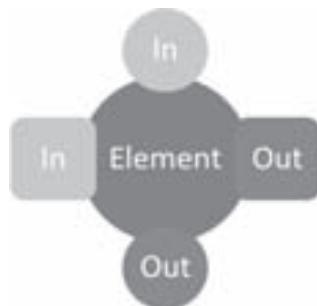


Рис. 2. Логическая схема структурного элемента

Субъективность понимания. Признание активной роли восприятия в процессе визуального анализа приводит к возможности использования в работе визуальной модели еще одной информативной составляющей. Процесс выбора правильной гипотезы, помимо окончательного ответа, приводит к осмыслению и запоминанию множества дополнительных промежуточных сведений, являющихся результатом мысленной оценки гипотез и осознания исследователем своего отношения к ним. Это увеличивает предварительную осведомленность при переходе к следующему вопросу и оказывает прямое влияние на все решение задачи анализа.

Структурная единица. Схематичное представление функционирования визуальной модели (рис. 2), позволяет убедиться в справедливости описанной выше

*Работа выполнена в рамках госзадания №2.1642.2017/ПЧ на выполнение проекта по теме «Когнитивные методы визуализации и анализа многомерных данных при моделировании нелинейных динамических систем».

структуры визуального анализа. Существование в таком представлении повторяющихся функциональных блоков создает предпосылки для введения определения структурных объектов визуального анализа. Одним из следствий такого определения становится появление единичных элементов, комбинирование которых приводит к созданию визуальных моделей различного назначения.

Определим такую структурную единицу, как состояние визуальной модели, интерпретация которого предоставляет наблюдателю объем информации, необходимый для последующего получения общего результата взаимодействия пользователя с моделью. На основании предположений, приведенных ранее, такое состояние является визуально воспринимаемым образом, интерпретируемым как ответ на элементарный вопрос, сложность которого, в свою очередь, определяется ограниченностью времени, предоставляемого процедурой анализа.

Объединение структурных единиц в функционирующую систему, приводит к построению визуальной модели, когнитивное значение которой превосходит результируемость исследования отдельных образов. Эмерджентность визуальной модели обеспечивается связями составляющих ее элементов, поэтому особое значение приобретает выделение и описание именно этих свойств структурных единиц. Условно, они могут быть разделены на две функциональные группы: информативные и управляющие связи.

Комбинирование. На основании предложенного описания структурной единицы визуальной модели появляется возможность точного определения типов визуальных моделей, различающихся по своим возможностям, назначению и, следовательно, применимости для решения различных видов задач. Логическая схема элемента позволяет декларировать различия между ними на основании активности использования существующих связей. Кроме этого, комбинирование структурных единиц, в том числе, различного вида, позволяет анализировать и прогнозировать эффективность использования средств визуального анализа.

Структура модели в сложной задаче. Для исследования сложных данных, также как при изучении особенностей изменяющихся состояний, может оказаться недостаточным использование одной визуальной модели. Решением, позволяющим найти выход из этого затруднения, может быть построение набора визуальных моделей, каждая из которых соответствует некоторому фрагменту исходного объема данных (рис. 3).

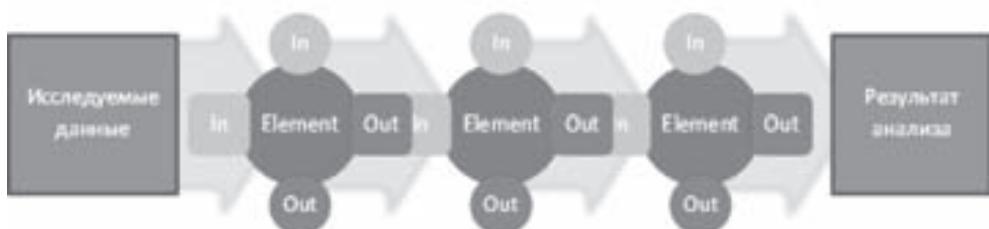


Рис. 3. Модель визуальной аналитики

В описанной таким образом логической структуре визуальной модели наряду с последовательностью наблюдаемых пользователем образов данных формируются еще два функциональных объекта, участвующих в визуальном анализе. Первым является цепочка вопросов, руководящих процессом исследования данных и ответственных за его логичность и обоснованность. Вторым объектом становится

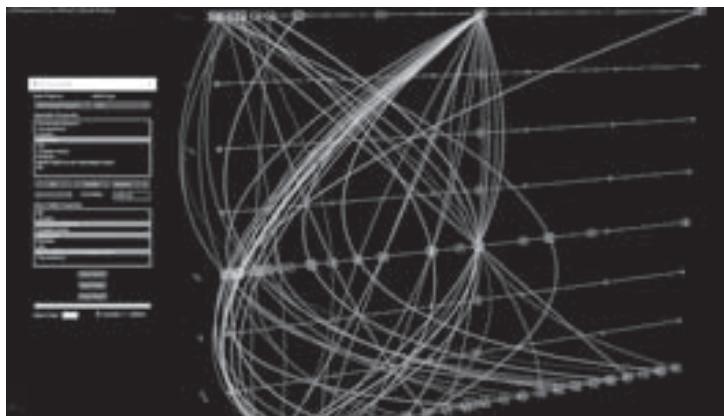


Рис. 4. Пример визуальной модели, реализующей структурный подход

управляющая последовательность, состоящая из процедур верификации, активно использующих возможности визуального восприятия и эмоциональной оценки наблюдаемых исследователем образов. Успешность применения модели для решения задачи анализа достигается сбалансированным и полноценным использованием всех логических элементов, образующих структуру функционирования визуальной модели. Пример практического применения структурного подхода при визуализации данных изученности узкой предметной области приведен на рис. 4.

1. *Eppler M., Burkhard R. A. Visual representations in knowledge management: Framework and cases // Journal of knowledge management. — 2007. — V. 11, No. 4. — P. 112–122. — DOI 10.1108/1367327071076275.*
2. Авербух В. Семиотический подход к формированию теории компьютерной визуализации // Научная визуализация. — 2013. — Т. 5, №1. — С. 1–25.
3. Захарова А. А., Шклэр А. В. Информативные признаки задач визуализации // Научная визуализация. — 2015. — Т. VII, №2. — С. 73–80.
4. *Green T. M., Ribarsky W., Fisher B. Building and applying a human cognition model for visual analytics // Information Visualization // Jan. 2009. — V. 8(1). — P. 1–13.*
5. *Chen C. Mapping Scientific Frontiers: The Quest for Knowledge Visualization. — 2nd ed. — London: Springer, 2013.*

**Секция F ОБЩИЕ ПРОБЛЕМЫ И МОДЕЛИ МЕХАНИКИ СПЛОШНЫХ СРЕД
НА РАЗНЫХ МАСШТАБНЫХ УРОВНЯХ**

ДИНАМИКА ПРОЦЕССА ОСАЖДЕНИЯ ТВЕРДЫХ ЧАСТИЦ В ЖИДКОСТИ*

В. А. Архипов, А. С. Усанина, Н. Н. Золоторёв, Е. А. Маслов

НИИПММ ТГУ, Томск, Россия

Гетерогенные потоки с частицами дисперсной фазы используются в целом ряде отраслей современной химической технологии, в энергетике (течение парожидкостных смесей). Важную роль в метеорологии играют процессы гравитационного осаждения совокупности капель [1]. Поэтому получение новых экспериментальных данных и уточнение существующих теоретических моделей динамического поведения частиц дисперсной фазы в двухфазном потоке имеет фундаментальное значение.

Исследование проводилось на установке, состоящей из вертикально установленной прозрачной кюветы с жидкостью, системы визуализации процесса осаждения облака частиц и устройства для ввода частиц в жидкость [2, 3]. Кювета, выполненная в виде прямоугольной призмы размером $300 \times 300 \times 900$ мм, изготовлена из оптического стекла толщиной 15 мм. В качестве жидкости использовались глицерин и полиметилсиликсановая жидкость ПМС-10000. Система визуализации включала источники света, цифровую видеокамеру «Panasonic HDC-SD60» и высокоскоростную видеокамеру «Citius C 100». Первая камера перемещалась в процессе эксперимента и использовалась для определения общей картины осаждения и эволюции облака частиц. Поле съемки составляло 50×50 мм с двукратным увеличением. Вторая камера фиксировала скорость осаждения совокупности частиц.

Для исследованного диапазона начальной объемной концентрации системы частиц наблюдается два характера процесса осаждения. При начальной объемной концентрации системы частиц $C_V < 0,001$ исходное сферическое облако в процессе осаждения принимает произвольную форму, вытягиваясь в различных направлениях. При $C_V \geq 0,001$ начальное сферическое облако частиц при осаждении принимает форму сфероида вращения, который затем по мере увеличения пройденного расстояния распадается на несколько фрагментов. При этом в процессе движения сферического, образованных в результате его распада формирования наблюдается движение периферийных частиц в направлении, противоположном движению облака.

Для определения граничного значения начальной объемной концентрации, начиная с которой система частиц движется как единое целое, и дисперсионная среда полностью обтекает ее, проведены эксперименты для больших значений начальной объемной концентрации. Обнаружено, что в области чисел Рейнольдса $Re < 0,01$ и при $C_{**} > 0,3$ при осаждении системы частиц увлекается вся среда внутри этой системы и за счет циркуляции периферийных частиц сохраняются форма и размер

*Исследование выполнено за счет гранта Российского научного фонда (проект №15-19-10014).

облака частиц. В указанном диапазоне параметров система частиц движется по закону твердой сферы.

Получены новые экспериментальные данные по коэффициенту аэродинамического сопротивления C_D в зависимости от безразмерного комплекса $\Pi = \text{Re} \cdot C$.

Результаты экспериментального исследования процесса гравитационного осаждения консолидированной системы твердых сферических частиц показали, что при начальной объемной концентрации $C < 0,001$ наблюдается хаотичный характер осаждения системы частиц, а при $C \geq 0,001$ начальное сферическое облако принимает сфероидальную форму и после прохождения определенного расстояния распадается на несколько мелких фрагментов. Получены экспериментальные данные для скорости осаждения системы твердых частиц в жидкости в зависимости от времени и пройденного расстояния. Для исследованного диапазона чисел Рейнольдса $\text{Re} = 0,001\text{--}1$ получены эмпирические зависимости для коэффициента сопротивления и скорости осаждения системы твердых сферических частиц в жидкости.

1. Хоргани В. Г., Калов Х. М. О падении высококонцентрированной системы грубодисперсных аэрозольных частиц в атмосфере // Изв. АН СССР. Физика атмосферы и океана. — 1975. — Т. 11, № 3. — С. 278–284.
2. Архипов В. А., Усанина А. С., Золоторёв Н. Н. Установка для исследования осаждения совокупности твердых частиц в жидкости: Заявка № 2015151097 с приоритетом от 27.11.2015 на патент РФ, B01L 99/00.
3. Архипов В. А., Усанина А. С., Шрагер Г. Р. Способ исследования процесса гравитационного осаждения совокупности твердых частиц в жидкости: Заявка № 2015143575 с приоритетом от 12.10.2015 на патент РФ, B01L 99/00.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ИЗГИБА ТРЕХСЛОЙНЫХ ОБОЛОЧЕК*

И. Б. Бадриев

К(П)ФУ, Казань, Россия

Трехслойные конструкции широко применяют в аэрокосмической технике, судостроении, транспортном машиностроении, а также в строительстве, когда требуется повышенная жесткость и минимальная масса. Высокая удельная изгибная жесткость в трехслойных конструкциях достигается простым приемом разнесения на некоторое расстояние (за счет промежуточного легкого слоя заполнителя) двух жестких несущих слоев. В качестве заполнителя часто используют различные пенопласти, соты из металлической фольги или полимерной бумаги, гофры, ячейки и др. Для несущих слоев применяют различные металлические сплавы, а также композиционные материалы с высокими удельными жесткостными характеристиками. Для обеспечения совместного деформирования несущие слои скрепляются со слоем заполнителя, например, с помощью высокопрочных kleев [1–8].

Рассматривается геометрически линейная и физически нелинейная задача о равновесии трехслойной пластины с трансверсально-мягким заполнителем в одномерной постановке. Для описания напряженно-деформированного состояния в несущих слоях используются уравнения модели Кирхгофа–Лява, в заполнителе – уравнения теории упругости, упрощенные в рамках принятой модели трансверсально-мягкого слоя и проинтегрированных по толщине с удовлетворением условий

*Работа выполнена при поддержке РФФИ (проекты 15–01–05686, 16–08–00316).

сопряжения слоев по перемещениям [9]. Кроме того, задача рассматривается при ограничении, соответствующем идеальной упруго-пластической модели для заполнителя. Обобщенная постановка задачи формулируется в виде задачи об отыскании седловой точки некоторого функционала [10–12]. Исследуются свойства этого функционала — слабая полунепрерывность снизу и коэрцитивность относительно основных переменных (перемещений) и слабая полунепрерывность сверху относительно множителя Лагранжа (касательные напряжения в заполнителе). На основе этих свойств доказывается теорема существования решения, исходя из общих результатов о существовании седловых точек [13].

Для решения задачи использован двухслойный итерационный процесс [14–17], каждый шаг которого сводится к решению линейной задачи теории упругости и к проектированию на выпуклое замкнутое множество. Исследована сходимость процесса типа Уձавы. Установлена сходимость приближенных значений перемещений к точным. Итерационный процесс был реализован в среде Matlab. проведены численные эксперименты. Получены результаты как для задачи без ограничений, так и для задачи с ограничениями при одних и тех же характеристиках материала.

1. Кобелев В. Н. Расчет трехслойных конструкций. — М.: Машиностроение, 1984. — 303 с.
2. Крысин В. Н. Слоистые kleеные конструкции в самолетостроении. — М.: Машиностроение, 1980. — 232 с.
3. Прохоров Б. Ф., Кобелев В. Н. Трехслойные конструкции в судостроении. — Л.: Судостроение, 1972. — 344 с.
4. Бадриев И. Б., Макаров М. В., Паймушин В. Н. Разрешимость физически и геометрически нелинейной задачи теории трехслойных пластин с трансверсально-мягким заполнителем // Известия высших учебных заведений. Математика. — 2015. — №10. — С. 66–71.
5. Бадриев И. Б., Макаров М. В., Паймушин В. Н. Контактная постановка задач механики подкрепленных на контуре трехслойных оболочек с трансверсально-мягким заполнителем // Известия высших учебных заведений. Математика. — 2017. — №1. — С. 77–85.
6. Макаров М. В., Бадриев И. Б., Паймушин В. Н. Нелинейные задачи о смешанных формах потери устойчивости трехслойных пластин при продольно-поперечном изгибе // Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки. — 2015. — Т. 20, №5. — С. 1275–1278.
7. Бадриев И. Б., Бандеров В. В., Макаров М. В., Паймушин В. Н. Решение нелинейных задач теории многослойных оболочек с трансверсально-мягким заполнителем // В сб.: Сеточные методы для краевых задач и приложения Материалы Десятой Международной конференции, 2014. — С. 103–107.
8. Paimushin V. N. Problems of geometric non-linearity and stability in the mechanics of thin shells and rectilinear columns // Journal of Applied Mathematics and Mechanics. — 2007. — V. 71, No. 5. — P. 772–805.
9. Paimushin V. N., Bobrov S. N. Refined geometric nonlinear theory of sandwich shells with a transversely soft core of medium thickness for investigation of mixed buckling forms // Mechanics of Composite Materials. — 2000. — V. 36, No. 1. — P. 59–66.
10. Бадриев И. Б., Гарипова Г. З., Макаров М. В., Паймушин В. Н., Хабибуллин Р. Ф. О решении физически нелинейных задач о равновесии трехслойных пластин с трансверсально-мягким заполнителем // Ученые записки Казанского университета. Серия: Физико-математические науки. — 2015. — Т. 157, №1. — С. 15–24.
11. Бадриев И. Б., Бандеров В. В., Гарипова Г. З., Макаров М. В. О разрешимости нелинейной задачи о равновесии трехслойной пластины // Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки. — 2015. — Т. 20, №5. — С. 1034–1037.
12. Badriev I. B., Garipova G. Z., Makarov M. V., Paimushin V. N., Khabibullin R. F. Solving Physically Nonlinear Equilibrium Problems for Sandwich Plates with a Transversally Soft Core // Lobachevskii Journal of Mathematics. — 2015. — V. 36, No. 4. — P. 474–481.

13. Ekeland I., Temam R. Convex Analysis and Variational Problems. — Amsterdam: North-Holland, 1976. — 402 p.
14. Бадриев И. Б. О решении вариационных неравенств второго рода // В сб.: Сеточные методы для краевых задач и приложения Материалы Девятой Всероссийской конференции. — Казань: Отечество, 2012. — С. 32–35.
15. Бадриев И. Б., Бандеров В. В. Итерационные методы решения вариационных неравенств теории мягких оболочек // Ученые записки Казанского университета. Серия: Физико-математические науки. — 2013. — Т. 155, кн. 2. — С. 18–32.
16. Бадриев И. Б., Желтухин В. С., Чебакова В. Ю. О решении некоторых нелинейных краевых и начально-краевых задач // В кн.: Материалы XXII Международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А. Г. Горшкова Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет), 2016. — С. 31–33.
17. Бадриев И. Б. Математическое моделирование стационарных задач подземной фильтрации с многозначным законом // Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки. — 2013. — Т. 18, №5–2. — С. 2444–2446.

О ГАЗОПРОНИЦАЕМОСТИ МЕМБРАН С УПОРЯДОЧЕННЫМИ НАНОПОРАМИ

В. Н. Бакулин, В. В. Попов

ИПроМ РАН, Москва, Россия

В программах освоения космического пространство США и России на ближайшие десятилетия предусмотрены полеты к Луне и Марсу, построения на них обитаемых поселений. Полет к Марсу и обратно будет длиться более года. При этом экипаж космического корабля будет находиться все это время в замкнутом пространстве корабля в отсутствии привычной для нас силы тяжести. Отсутствие силы тяжести качественно изменит физику тепло-массообменных процессов в жидкостях и газах по сравнению с привычной для нас на Земле естественной конвекцией. Чтобы обеспечить эффективную работу биореакторов по производству белковой массы при $g = 0$ потребуется разработать и построить системы насыщения жидкостей газами и удаления ненужных примесей из них. сохраняющие работоспособность при $g = 0$ и, одновременно, оптимизированные по критерию стартовой массы. В качестве наиболее перспективных систем такого типа в настоящее время рассматриваются газонасыщающие/газоразделительные аппараты на основе поливиниловых мембранных селективно проницаемыми и нанопористыми стенками. При этом мембранные с нанопорами имеют ряд технологических преимуществ по сравнению с поливиниловыми мембранными со сплошной селективно проницаемой стенкой (т. е. с диффузионным механизмом проницаемости). В частности, они позволяют более эффективно подавать растворяемые газы в жидкость из-за их большей газопроницаемости и отсутствия скачков (разрывов) в концентрации растворяемых газовых компонентов на границе раздела фаз материал мембранны — газ, материал мембранны — жидкость. Известно, что коэффициенты проницаемости промышленно выпускаемых мембранных с непористой стенкой для кислорода составляют 10^{-9} – 10^{-10} $\text{nm}^3/(\text{m}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{Па})$ [1]. Для нанопористой трубы с диаметром пор в 20 нм при равномерном распределении пор с шагом 90 нм в рамках модели идеальной пористой стенки при пористости в 0,0448 эта величина составит $2,2810^{-8}$ $\text{m}^3/(\text{m}^2 \cdot \text{с} \cdot \text{Па})$, что на порядок больше вышеупомянутой величины [2].

Для расчета мембранных аппаратов, в том числе с наноразмерными порами, и оптимизации конструкций аппаратов на их основе необходимо иметь доста-

точно простые и, одновременно, надежные модели описания взаимосвязанных аэрогазодинамических, тепловых, диффузионных и прочностных (далее для краткости аэротермомеханических) процессов в них. При этом возникает важная научная задача — аналитического, численного и экспериментального моделирования аэротермомеханики элементарных процессов, протекающих в трубчатой мембране/плоском канале в целом. Важным при этом является правильный выбор мембран и оценка их основного показателя — газопроницаемости.

Ранее нами была построена одномерная гидродинамическая модель изотермического течения вязкого совершенного газа в половолоконной мембране с проницаемой стенкой с учетом изменения плотности газа вдоль продольной оси волокна [3]. В модели были использованы два физически обоснованных предположения. Первое — локальный массовый поток газа вдоль продольной оси волокна описывается формулой Пуазейля $G(z) = \rho(z)(\pi a^4/8\eta)dp(z)/dz$. Второе — удельный (на единицу длины волокна) массовый поток газа в его стенку задается формулой $j(z) = 2\pi a\langle\rho_z\rangle K\Delta p(z)/\delta$. Здесь $\rho(z)$, $p(z)$ — локальные плотность газа и его давление внутри волокна в сечении с продольной координатой z ; a — радиус внутреннего сечения волокна; η — динамическая вязкость газа; $\langle\rho_z\rangle = (\rho(z) + \rho_0)/2$; $\Delta p(z) = p(z) - p_0$; K — проницаемость материала стенки волокна; p_0 , ρ_0 — давление и плотность газа снаружи волокна; δ — толщина стенки волокна, продольная координата z отсчитывается от входного сечения волокна. Область применения первого предположение и его обоснование даны в [4]. Относительно второго предположения можно сказать, что оно отличается от общепринятого выражения для расчета удельного массового потока газа через проницаемую мембрану [5] тем, что здесь используется локальная средняя по толщине мембранны плотность диффундирующего через нее газа $\langle\rho_z\rangle$, а не плотность этого газа при нормальных условиях. В данной работе мы покажем, что это более правильно при расчете проницаемости мембран по отношению к газам (газопроницаемость), в отличие от жидкостей.

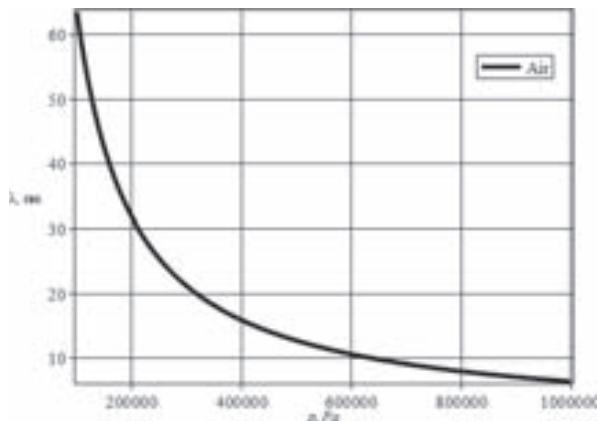


Рис. 1. Средняя длина свободного пробега λ (нм) молекул воздуха в зависимости от давления при $T = 293$ К

Для расчета средней длины свободного пробега в равновесном простом газе, состоящем из упругих сферических молекул, воспользуемся известной формулой $\lambda = (\sqrt{2}\pi d^2 n)^{-1}$, где n — числовая плотность, d — эффективный диаметр молекул. Используя формулу для вязкости такого газа $\eta = (5m/16d^2)(RT/\pi)^{1/2}$ и уравнение состояния $p = nkT$, выражение для λ преобразуется к $\lambda = (8/5)\sqrt{2/\pi}\sqrt{RT}(\eta/p)$ в

которой R — газовая постоянная, η — динамическая вязкость, p — давление газа. Для воздуха при $T = 293,15$ К и $\eta = 1,717 \cdot 10^{-5}$ Па · с получим нижеприведенный график (рис. 1) для средней длины свободного пробега λ (нм) молекул воздуха в зависимости от давления p (Па) в газе. Из которого видно, что течение воздуха в цилиндрических нанотрубках (нанокапиллярах) с диаметрами $D \geq 0,1$ мкм при давлениях $p \geq 1$ бар будет описываться уравнениями классической аэродинамики сжимаемого газа. В частности, массовый расход газа через одну такую нанотрубку длиной L при $L/D \gg 1$ будет задаваться формулой Мейера–Ландау [6]:

$$G = \frac{\pi D^4}{16\eta RT} \frac{p_2^2 - p_1^2}{L} = \frac{\pi D^4}{8\eta} \frac{p_2 + p_1}{2RT} \frac{p_2 - p_1}{L} = \langle \rho \rangle \frac{\pi D^4}{8\eta} \frac{p_2 - p_1}{L}. \quad (1)$$

Здесь p_2, p_1 — давления во входном и выходном сечении трубы, $\langle \rho \rangle = (p_2 + p_1)/2$ — средняя плотность газа, D — диаметр проходного сечения трубы. Следовательно, при экспериментальном определении коэффициента газопроницаемости Ктрековых мембран с высокоупорядоченными параллельными нанопорами необходимо использовать формулу $K = J/(\langle \rho \rangle \Delta p)$. В этом случае газопроницаемость будет константой для данного газа, и наше второе предположение становится обоснованным. Интересно отметить, если ввести в рассмотрение новую константу, характеризующую газопроницаемость мембран, по формуле $K' = J\eta h/(\langle \rho \rangle \Delta p)$, то K' будет универсальной физической характеристикой газопроницаемости материала мембранны с упорядоченными нанопорами. В этих формулах J — общий массовый расход через один квадратный метр такой мембранны, h — ее толщина.

1. Gas Flow Dynamics in Hollow Fiber Membranes // AICHE J. — July 1996. — V. 42, No. 7. — P. 2094–2099.
2. Бакулин В. Н., Попов В. В. Определение газопроницаемости микро и нанопористых мембран // Сборник трудов 6-й Всероссийской научной конференции с международным участием им. И. Ф. Образцова и Ю. Г. Яновского «Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред», 16–18 ноября 2016 г., Москва. Т. I. — С. 211–213.
3. Bakulin V. N., Boshenyatov B. V., Popov V. V. // Dokl. Phys. — 2015. — V. 60. — P. 135–139. — DOI: 10.1134/S1028335815030088.
4. Бакулин В. Н., Бошенятов Б. В., Попов. В. В. // ПММ. — 2014. — Т. 78. — Вып. 2. — С. 121–125.
5. Дытнерский Ю. И., Брыков В. П., Каграманов Г. Г. Мембранные разделения газов. — М.: Химия, 1991. — 344 с.
6. Ландау Л. Д., Лишинец Е. М. Гидродинамика. Теоретическая физика. Т. 6. — М.: Наука, 1986. — 733 с.

РЕЛАКСАЦИОННАЯ СОСТАВЛЯЮЩАЯ ФОНА ВНУТРЕННЕГО ТРЕНИЯ*

**И. С. Белашова¹, А. А. Валишин², А. А. Горшков², Э. М. Карташов²,
А. А. Кухтенкова², В. А. Ломовской²**

¹МАИ, Москва, Россия; ²МИРЭА, Москва, Россия

Исследование диссипативных явлений по анализу спектров внутреннего трения в различных по химической природе материалах показывает, что на температурной

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант РФФИ №17-08-01119-а).

зависимости $\operatorname{tg} \delta = f(T)$ может наблюдаться как монотонно возрастающий фон диссипативных потерь (при повышении температуры), так и пики потерь, накладывающиеся на возрастающий фон. Анализ экспериментальных спектров внутреннего трения $\operatorname{tg} \delta = f(T)$ показывает, что наиболее «простым» спектром обладают чистые бездефектные монокристаллические металлические материалы, для которых дисси-пация части энергии внешнего силового воздействия представляется в виде фона внутреннего трения. Этот фон очень незначительно и монотонно возрастает при повышении температуры вплоть до температуры фазового перехода $T_{\text{кр}}$ и резко возрастает при $T > T_{\text{кр}}$. Исследование аналогичных зависимостей для беспримесных, но обладающих различными «структурными дефектами» монокристаллических металлов, поликристаллических металлов и сплавов, неорганических кристаллов, стеклообразных неорганических и органических полимеров выявляет максимумы потерь на монотонно возрастающем фоне внутреннего трения. Низкотемпературная ветвь фона соответствует гистерезисному механизму внутреннего трения, а высокотемпературная — релаксационному. Молекулярным механизмом образования фона любой исследуемой системы независимо от ее химической природы, строения и структуры является дисси-пация части энергии внешнего, деформирующего данную систему, воздействия при реакции структурных элементов несущей или формообразующей агрегатной подсистемы на это воздействие. Описание фона, образуемого в результате подвижности элементов агрегатной структурной подсистемы в низкотемпературной области, на базе феноменологической модели Максвелла не позволяет адекватно отразить экспериментально наблюдаемые спектры внутреннего трения. Однако, для высокотемпературной области именно элементарная модель Максвелла позволяет в первом приближении провести теоретический анализ реакции структурно-кинетических элементов агрегатной подсистемы на внешнее воздействие, выводящее эти элементы из состояния термодинамического и механического равновесия. В этом случае, возможно использование не только феноменологических модельных представлений, но и положений наследственной теории неупругости в пространстве изображений по Лапласу:

$$\begin{aligned}\bar{\sigma}(p) &= p\bar{G}(p)\bar{\varepsilon}(p), \\ \bar{\varepsilon}(p) &= p\bar{J}(p)\bar{\sigma}(p).\end{aligned}\quad (1)$$

Безразмерная функция релаксации имеет вид

$$\Psi(t) = \exp\left[-\left(\frac{t}{\tau}\right)\right], \quad \text{где } t > 0. \quad (2)$$

Лапласовское изображение этой функции получается как результат вычисления интеграла Лапласа

$$\bar{\Psi}(p) = \int_0^{\infty} e^{-\frac{t}{\tau}} e^{-pt} dt. \quad (3)$$

Область сходимости интеграла — полуплоскость $\operatorname{Re} p > -1/\tau$ на комплексной плоскости. В этой полуплоскости изображение функции релаксации Максвелла равно

$$\bar{\Psi}(p) = \frac{1}{p + \left(\frac{1}{\tau}\right)} = \frac{\tau}{p\tau + 1}, \quad \operatorname{Re} p > -\frac{1}{\tau}. \quad (4)$$

Изображение $\bar{\Psi}(p)$, как функция комплексной переменной p , имеет одну особую точку $p = -1/\tau$ — полюс первого порядка, но она лежит вне области существования изображения $\bar{\Psi}(p)$.

В некоторых случаях удобно изображение $\bar{\Psi}(p)$ аппроксимировать отрезками степенного ряда. Это можно сделать двумя способами. Представим функцию релаксации (2) рядом Маклорена:

$$\Psi(t) = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n}{n!} \left(\frac{t}{\tau}\right)^n. \quad (5)$$

Область сходимости этого ряда — вся числовая ось $-\infty < t < \infty$. Применяя преобразование Лапласа почленно к каждому члену ряда, получаем

$$\bar{\Psi}(p) = \sum_{n=0}^{\infty} (-1)^n \frac{\tau}{(p\tau)^{n+1}}. \quad (6)$$

Область существования каждого члена этого ряда как лапласовского изображения — положительная полуплоскость $\operatorname{Re} p > 0$. Ряд (6) — это ряд Лорана и область его сходимости

$$\begin{cases} \operatorname{Re} p > 0, \\ |p| > \frac{1}{\tau}, \end{cases}, \quad (7)$$

т. е. внешняя часть круга $|p| > 1/\tau$, лежащая в правой положительной полуплоскости. Изображение безразмерной функции ползучести $\bar{g}(p)$

$$\bar{g}(p) = \frac{p\tau + 1}{p^2\tau}. \quad (8)$$

Оригинал, т. е. сама функция ползучести будет

$$g(t) = 1 + \frac{t}{\tau}. \quad (9)$$

Функции (8) и (9) также удовлетворяют всем предельным условиям. Скорости релаксации и ползучести и их изображения будут:

$$\begin{aligned} \psi_1(t) &= \frac{1}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} \bar{\psi}_1(p) = \frac{1}{p\tau + 1}, \\ g_1(t) &= \frac{1}{\tau} \bar{g}_1(p) = \frac{1}{p\tau}. \end{aligned} \quad (10)$$

Сведем все результаты в таблицу:

	Оригинал	Изображение
Функция релаксации	$\Psi(t) = \exp\left[-\left(\frac{t}{\tau}\right)\right]$	$\bar{\Psi}(p) = \frac{\tau}{p\tau + 1}, \operatorname{Re} p > -\frac{1}{\tau}$
Функция ползучести	$g(t) = 1 + \frac{t}{\tau}$	$\bar{g}(p) = \frac{p\tau + 1}{p^2\tau}$
Скорость релаксации	$\psi_1(t) = \frac{1}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}}$	$\bar{\psi}_1(p) = \frac{1}{p\tau + 1}$
Скорость ползучести	$g_1(t) = \frac{1}{\tau}$	$\bar{g}_1(p) = \frac{1}{p\tau}$

ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЛН ЦУНАМИ В ГИДРОДИНАМИЧЕСКОМ ЛОТКЕ: ЭКСПЕРИМЕНТ, ТЕОРИЯ, ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ*

Б. В. Бошенятов^{1,2}

¹ИПриМ РАН, Москва, Россия; ²ТГУ, Томск, Россия

Волны цунами являются одним из самых разрушительных и непредсказуемых бедствий, которым подвергаются прибрежные районы морей и океанов. Наиболее частой причиной их образования являются подводные землетрясения. Характерной особенностью волн цунами является то, что их длина намного больше глубины океана и, распространяясь в нем, как в «мелкой воде», они переносят огромную энергию на многие тысячи километров от очага землетрясения. Для защиты от волн цунами в прибрежной зоне устанавливают различные преграды и барьеры, которые рассчитывают из условия полного отражения наиболее вероятной высоты волн. Для волн, в два и более раза превышающих высоту барьера над уровнем моря, барьер превращается в подводный и его эффективность резко падает [1]. Поэтому проблема повышения эффективности подводных барьеров является актуальной и важной.

В работе дан обзор исследований, выполненных в рамках межрегиональной лаборатории ИПРИМ РАН – НИИ ПММ ТГУ за последние 4–5 лет, направленных, главным образом, на изучение возможностей уменьшения разрушительной силы цунами подводными барьерами. Рассмотрены проблемы моделирования волн цунами в наземных установках. Показано, что использование высокоточных методов измерения амплитуды волн [2, 3] и комплексного метода исследования, сочетающего эксперимент в гидродинамическом лотке [4, 5] с параллельным численным моделированием, изучаемых процессов на основе полных уравнений Навье–Стокса [6], позволяет не только повысить достоверность полученных результатов, но и существенно расширить возможности моделирования.

Известно, что подводные преграды (барьеры) эффективно подавляют гравитационные волны только, когда их толщина сравнима с длиной волны [7]. Для волн цунами, длина которых и вблизи побережья составляет около десяти километров $\lambda \approx 10$ км, любая искусственная преграда является тонкой. Теоретические оценки, основанные, главным образом, на предположении о потенциальном характере течений, свидетельствуют, что тонкая подводная преграда практически не уменьшает амплитуду волны [1]. В противовес общему мнению появилась работа [8], в которой экспериментально обнаружено значительное снижение (до двух раз) берегового «заплеска» волн типа цунами после их взаимодействия с тонкими двойными преградами, установленными на некотором расстоянии l друг от друга (при этом $l \ll \lambda$), что до недавнего времени не имело должного объяснения.

Наши исследования [9, 10] не только подтвердили наблюдаемый в работе [8] эффект, но и объяснили его природу и механизм. Оказалось, что течение вблизи преграды, в ряде случаев, нельзя считать безвихревым. При определенных условиях, и вблизи одиночной подводной преграды образуются крупномасштабные вихревые структуры, которые могут аккумулировать значительную часть энергии падающей волны. Более детальные эксперименты и численные расчеты (при $A/H = 0,074$, где A – усредненная высота падающей волны, H – глубина водоема) показали, что существует оптимальная высота преграды $h = 0,87(H + A)$ при которой в вихревых

*Работа поддержана грантом РФФИ №15-08-04097-а.

структурках аккумулируется максимальная энергия, которая достигает до 50% от энергии падающей волны.

При использовании двойных подводных преград вихревые структуры образуются как за первой, так и за второй преградой, еще более (на 10–15%) увеличивая, по сравнению с одиночной преградой, эффект подавления энергии падающей волны [10]. Максимальный эффект подавления имеет место при оптимальном расстоянии между преградами $l \approx 2H$, при этом за первой и второй преградой образуются по два вихря диаметром H с противоположным вращением [11].

Результаты наших исследований могут служить основой для создания в будущем высокоеффективных подводных преград, значительно снижающих разрушительную силу волн цунами.

1. Левин Б. В., Носов М. А. Физика цунами и родственных явлений в океане. — М.: «Янус-К», 2005. — 360 с.
2. Бошенятов Б. В., Левин Ю. К., Попов В. В., Семенистый А. В. Метод измерения волн малой амплитуды на водной поверхности // ПТЭ. — 2011. — №2. — С. 116–117.
3. Бошенятов Б. В., Левин Ю. К., Попов В. В. Устройство измерения уровня воды // Патент РФ на изобретение №2485452. — Приоритет 07.10.2010. — Заявка №2010141060. — Зарегистрировано 20.06.2013.
4. Бошенятов Б. В. Исследования волн цунами в лабораторной установке // Материалы XII Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2016), 25–31 мая 2016 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2016. — С. 493–495.
5. Бошенятов Б. В., Попов В. В. Экспериментальные исследования взаимодействия волн типа цунами с подводными преградами // Известия высших учебных заведений. Физика. — 2012. — Т. 55, №9/3. — С. 145–150.
6. Бошенятов Б. В., Лисин Д. Г. Численное моделирование волн типа цунами в гидродинамическом лотке // Вестник Томского государственного университета // Математика и механика. — 2013. — №6(26). — С. 45–55.
7. Cox R. J., Horton P. R., and Bettington S. H. Double walled, low reflection wave barriers // Coastal Engineering. — 1998. — 1999. — Р. 2221–2234.
8. Фридман А. Н., Альперович Л. С., Шемер Л., Пустильник Л., Штивельман Д., Марчук Ан. Г., Либерзон Д. // УФН. — 2010. — Т. 180, №8. — С. 843–850.
9. Бошенятов Б. В. О подавлении волн цунами подводными преградами // ДАН. — 2013. — Т. 452, №4. — С. 392–395.
10. Бошенятов Б. В., Жильцов К. Н. Математическое моделирование взаимодействия длинных волн типа цунами с комплексом преград // Современные научные технологии. — 2015. — №12. — С. 80–83.
11. Boshenyatov D. V., Zhiltsov K. N. Simulation of the interaction of tsunami waves with underwater barriers // American Institute of Physics. Conference Series. — 2016. — V. 1770, No. 3. — Р. 030088.

УТОЧНЕННАЯ МОДЕЛЬ СЛОИСТОЙ СРЕДЫ С ВЯЗКОПЛАСТИЧЕСКИМИ ПРОСЛОЙКАМИ

Н. Г. Бураго¹, И. С. Никитин²

¹ИПМех РАН, Москва, Россия; ²ИАП РАН, Москва, Россия

В декартовой прямоугольной системе координат x_1, x_2, x_3 рассмотрим безграничную слоистую среду. Ось x_3 перпендикулярна плоскому параллельным границам раздела слоев. Границы раздела имеют координаты $x_3 = x^{(s)} = s\varepsilon$, $s = 0, \pm 1, \pm 2 \dots$, где постоянная толщина слоя $\varepsilon \ll 1$ является малым параметром. Предполагается,

что физически между упругими слоями имеются тонкие вязкие или вязкопластические прослойки толщины $\delta \ll \varepsilon$, однако мы пренебрегаем толщиной этих прослоек и заменяем их условиями скольжения на поджатых границах слоев:

$$\sigma_{33} < 0, \quad [u_3] = [\sigma_{\gamma 3}] = [\sigma_{33}] = 0,$$

либо $[u_{\gamma,t}] / \varepsilon = \kappa \sigma_{\gamma 3}$ — линейное условие вязкого скольжения, либо $[u_{\gamma,t}] / \varepsilon = \kappa \sigma_{\gamma 3} \langle F(\sigma_{\beta 3} \sigma_{\beta 3} / \sigma_s^2 - 1) \rangle$ — нелинейное условие вязкопластического скольжения, $\kappa = \delta / (\varepsilon \eta)$, η — коэффициент вязкости.

Здесь квадратные скобки $[f] = f|_{x^{(s)}=0} - f|_{x^{(s)}=-0}$ обозначают скачок величины f на межслойной границе, $\langle F(y) \rangle = F(y)H(y)$ — нелинейная функция, отличная от нуля за пределом текучести $\sigma_{\beta 3} \sigma_{\beta 3} = \sigma_s^2$, $H(y)$ — функция Хэвисайда, $H(y) = 0$ при $y < 0$, $H(y) = 1$ при $y \geq 0$. Нелинейное условие вязкопластического скольжения переходит в линейное условие вязкого скольжения, если заменить $\langle F(y) \rangle$ на единицу. Греческие индексы β, γ принимают значения 1 и 2, латинские индексы — значения 1, 2, 3, u_k — компоненты вектора смещений, $u_{k,t}$ — компоненты вектора скорости, σ_{ij} — компоненты тензора напряжений. Для компактности формул дифференцирование обозначено следующим образом: $\partial(\dots)/\partial x_j = (\dots)_{,j}$, $\partial(\dots)/\partial t = (\dots)_{,t}$, $\partial(\dots)/\partial \xi = (\dots)_{,\xi}$. Сами слои считаются изотропными линейно-упругими (при $x_3 \neq x^{(s)}$):

$$\sigma_{ij,j} - \rho u_{i,tt} = 0, \quad \sigma_{ij} = C_{ijkl} u_{k,l},$$

где ρ — плотность, тензор модулей упругости имеет вид: $C_{ijkl} = \lambda \delta_{ij} \delta_{kl} + \mu (\delta_{ik} \delta_{jl} + \delta_{il} \delta_{jk})$.

Будем считать, что искомые функции $u_k = u_k(x_l, \xi, t)$ являются гладкими по «маленным» переменным x_l и гладкими по «быстрой» переменной $\xi = x_3/\varepsilon$, за исключением точек $\xi^{(s)} = x^{(s)}/\varepsilon$, где они могут терпеть разрывы первого рода. Кроме того, эти функции являются 1-периодическими [1]: $[[u_i]] = u_i|_{\xi^{(s)}+1/2} - u_i|_{\xi^{(s)}-1/2} = 0$.

Смещения среды представим в виде асимптотического ряда по степеням малого параметра ε : $u_i = w_i(x_k, t) + \varepsilon u_i^{(1)}(x_k, \xi, t) + \varepsilon^2 u_i^{(2)}(x_k, \xi, t) + \varepsilon^3 u_i^{(3)}(x_k, \xi, t) + \dots$. Для функции «быстрой» переменной ξ введем операцию «осреднения» $\langle f \rangle$: $\langle f \rangle = \int_{-1/2}^{1/2} f d\xi$. Приближения смещений должны удовлетворять дополнительному условию $\langle u_k^{(n)} \rangle = 0$. Подставляя эти представления в уравнения теории упругости, получим асимптотическую систему уравнений:

$$\begin{aligned} C_{ijkl} \omega_{k,jl} + C_{ijk3} u_{k,j\xi}^{(1)} + (C_{i3kl} u_{k,l}^{(1)} + C_{i3k3} u_{k,\xi}^{(2)})_{,\xi} + \\ + \varepsilon [C_{ijkl} u_{k,jl}^{(1)} + C_{ijk3} u_{k,j\xi}^{(2)} + (C_{i3kl} u_{k,l}^{(2)} + C_{i3k3} u_{k,\xi}^{(3)})_{,\xi}] + \\ + \varepsilon^2 [C_{ijkl} u_{k,jl}^{(2)} + C_{ijk3} u_{k,j\xi}^{(3)} + (C_{i3kl} u_{k,l}^{(3)} + C_{i3k3} u_{k,\xi}^{(4)})_{,\xi}] + \dots = \rho \omega_{i,tt} + \varepsilon \rho u_{i,tt}^{(1)} + \varepsilon^2 \rho u_{i,tt}^{(2)} + \dots \end{aligned}$$

Разложению компонент смещений соответствует разложение компонент тензора напряжений: $\sigma_{ij} = \sigma_{ij}^{(0)} + \varepsilon \sigma_{ij}^{(1)} + \varepsilon^2 \sigma_{ij}^{(2)} + \dots$, где $\sigma_{ij}^{(n)} = C_{ijkl} u_{k,l}^{(n)} + C_{ijk3} u_{k,\xi}^{(n+1)}$. Все приближения напряжений являются 1-периодическими функциями ξ . В частности, выполняются условия $[\sigma_{i3}^{(n)}] = 0$, $[[\sigma_{i3}^{(n)}]] = 0$. Легко видеть, что $\langle \sigma_{i3,\xi}^{(n)} \rangle = 0$.

Уточненная теория второго порядка получается, если в асимптотической системе уравнений удержать члены порядка ε^2 и применить операцию осреднения по ячейке периодичности $\langle \dots \rangle$:

$$C_{ijkl} \omega_{k,jl} + C_{ijk3} \langle u_{k,\xi}^{(1)} \rangle_{,j} + \varepsilon C_{ijk3} \langle u_{k,\xi}^{(2)} \rangle_{,j} + \varepsilon^2 C_{ijk3} \langle u_{k,\xi}^{(3)} \rangle_{,j} = \rho \omega_{i,tt}.$$

Каждая из функций $u_i^{(n)}(x_k, \xi, t)$ ($n = 1, 2, 3$), находится из соответствующей «задачи на ячейке периодичности» при $-1/2 \leq \xi \leq 1/2$. Эти задачи сформулиро-

ваны и в общем виде решены в [1] с точностью до некоторых функций, которые определяются из условий проскальзывания.

Первое приближение смещений будет выглядеть следующим образом: $u_k^{(1)} = \varphi_k(\xi - \text{sign } \xi/2)$, $\varphi_3 = 0$.

Второе приближение смещений выглядит так:

$$u_k^{(2)} = \psi_k(\xi^2 - \xi \text{ sign } \xi + 1/6)/2, \quad \psi_\gamma = -\varphi_{\gamma,3}, \quad \psi_3 = -\lambda\varphi_{\beta,\beta}/(\lambda + 2\mu).$$

Решение для третьего приближения смещений имеет вид:

$$u_k^{(3)} = \chi_k(\xi^3/6 - \xi^2 \text{ sign } \xi/4 + \xi/12) + \Omega_k(\xi - \text{sign } \xi/2),$$

$$\chi_\gamma = \varphi_{\gamma,33} - \varphi_{\gamma,\beta\beta} - 2(\lambda + \mu)\varphi_{\beta,\beta\gamma}/(\lambda + 2\mu) + \rho\varphi_{\gamma,tt}/\mu,$$

$$\chi_3 = 2(\lambda + \mu)\varphi_{\beta,\beta 3}/(\lambda + 2\mu), \quad \Omega_3 = 0.$$

Функции φ_γ , Ω_γ определяются из условий скольжения на скачки касательных скоростей.

С использованием этих результатов уточненную систему уравнений можно получить в следующем виде:

$$\rho v_{\gamma,t} = s_{\gamma j,j} + \varepsilon^2 \mu \Omega_{\gamma,3}, \quad \rho v_{3,t} = s_{3j,j} + \varepsilon^2 \mu \Omega_{\beta,\beta}, \quad \tau_{ij,t} = \lambda \delta_{ij} v_{k,k} + \mu(v_{i,j} + v_{j,i}),$$

$$\varphi_{\gamma,t} = -\kappa s_{\gamma 3} \langle F(\Delta) \rangle, \quad \Omega_{\gamma,t} = -\kappa \mu ((g_\gamma + \Omega_\gamma) \langle F(\Delta) \rangle + 2s_{\gamma 3}s_{\beta 3}(g_\beta + \Omega_\beta) \langle F'(\Delta) \rangle / \sigma_s^2),$$

$$s_{ij} = \tau_{ij} + \mu(\varphi_i \delta_{j3} + \varphi_j \delta_{i3}), \quad \Delta = s_{\beta 3}s_{\beta 3}/\sigma_s^2 - 1,$$

$$g_\gamma = (\rho \varphi_{\gamma,tt}/\mu - \varphi_{\gamma,\beta\beta} - (3\lambda + 2\mu)\varphi_{\beta,\beta\gamma}/(\lambda + 2\mu))/12.$$

В этой нестационарной системе введены обозначения $s_{ij} = \sigma_{ij}^{(0)}$, $v_k = w_{k,t}$. Для дополнительных функций φ_γ и Ω_γ , имеющих смысл распределенных скольжений первого и третьего порядков по ε , получены нелинейные дифференциальные уравнения.

Полученные модели могут быть использованы для исследования волновых процессов в геологических массивах с флюидосодержащей слоистой структурой и динамического деформирования некоторых классов композитов.

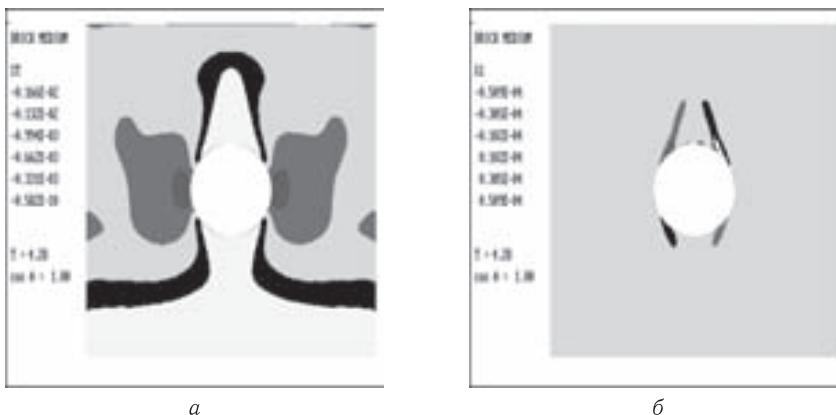


Рис. 1. Распределение напряжений после похождения волны через полость (а), распределение скольжений в окрестности полости (б)

Численное решение полученной системы уравнений можно строить методом конечных объемов. Необходимо использовать явно-неявную схему по времени с учетом малых параметров вязкости при временных производных функций φ_γ и Ω_γ .

Пример численного решения задачи прохождения продольной волны через полость в слоистой среде с проскальзыванием приведен на рис. 1.

- Бураго Н. Г., Никитин И. С. Уточненная модель слоистой среды с проскальзыванием на контактных границах // Прикладная математика и механика. — 2016. — Т. 80, № 2. — С. 230–241.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ИСПАРЕНИЯ КАПЕЛЬ ВОДЫ В ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ ГАЗАХ*

И. С. Войтов, О. В. Высокоморная, Г. В. Кузнецов, П. А. Стрижак

ТПУ, Томск, Россия

Испарение капель воды в высокотемпературных газовых средах происходит во многих технологических процессах, каждому из которых соответствует свой температурный диапазон. К настоящему времени в полной мере установлены основные закономерности испарения капель воды только при относительно умеренных (до 500 К) температурах внешней среды. Наиболее распространенными математическими моделями испарения воды в капельном состоянии являются так называемая «диффузионная» модель [1] (скорость фазовых превращений определяется интенсивностью процесса диффузии паров) и «кинетическая» модель [2] (скорость фазовых превращений определяется температурой межфазной поверхности).

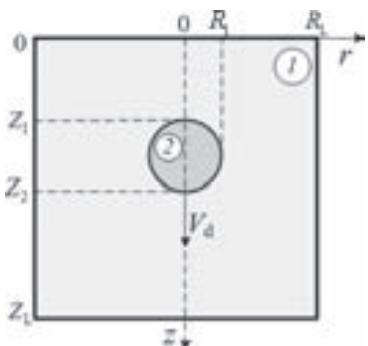


Рис. 1. Схема области решения задачи тепломассопереноса с каплей в форме эллипсоида: 1 — высокотемпературные газы, 2 — капля воды

Цель настоящей работы — исследование процессов тепломассопереноса при испарении капель воды, движущихся в высокотемпературной газовой среде.

Решалась задача тепломассопереноса для капли воды, движущейся через газовую среду с температурой T_f , существенно превышающей начальную температуру жидкости T_0 . Задача решалась в цилиндрической системе координат (рис. 1).

Система нелинейных нестационарных дифференциальных уравнений в частных производных имеет вид ($0 < t < t_d$):

— уравнение Пуассона для смеси газов и паров воды ($0 < r < R_L$, $0 < z < Z_1$, $R_1 < r < R_L$, $Z_1 < z < Z_2$; $0 < r < R_L$, $Z_2 < z < Z_L$):

$$\frac{\partial^2 \psi}{\partial r^2} - \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r} + \frac{\partial^2 \psi}{\partial z^2} = -r\omega; \quad (1)$$

— уравнение завихренности для парогазовой смеси ($0 < r < R_L$, $0 < z < Z_1$, $R_1 < r < R_L$, $Z_1 < z < Z_2$; $0 < r < R_L$, $Z_2 < z < Z_L$):

$$\frac{\partial \omega}{\partial t} + u \frac{\partial \omega}{\partial r} + w \frac{\partial \omega}{\partial z} - \frac{\omega u}{r} = \nu_1 \left[\frac{\partial^2 \omega}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \omega}{\partial r} + \frac{\partial^2 \omega}{\partial z^2} - \frac{\omega}{r^2} \right] + \varphi g \frac{\partial T_1}{\partial r}; \quad (2)$$

*Работа выполнена при финансовой поддержке гранта Российского научного фонда (проект №14-39-00003).

— уравнения энергии для смеси паров воды и газов, для капли жидкости ($0 < r < R_L$, $0 < z < Z_1$; $R_1 < r < R_L$, $Z_1 < z < Z_2$; $0 < r < R_L$, $Z_2 < z < Z_L$):

$$\frac{\partial T_1}{\partial t} + u \frac{\partial T_1}{\partial r} + w \frac{\partial T_1}{\partial z} = a_1 \left[\frac{\partial^2 T_1}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_1}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_1}{\partial z^2} \right]; \quad (3)$$

$$0 < r < R_1, \quad Z_1 < z < Z_2: \quad C_2 \rho_2 \frac{\partial T_2}{\partial t} = \lambda_2 \left[\frac{\partial^2 T_2}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_2}{\partial r} + \frac{\partial^2 T_2}{\partial z^2} \right] + \left[\frac{\partial H(r)}{\partial r} + \frac{\partial H(z)}{\partial z} \right]; \quad (4)$$

$$H(r) = H_{rd} e^{-\chi(R_1 - r)}, \quad 0 < r < R_1, \quad Z_1 < z < Z_2 \quad \text{при} \quad H_{rd} = \varepsilon \sigma (T_{3s}^4 - T_{2s}^4), \quad (5)$$

$$r = R_1, \quad Z_1 < z < Z_2;$$

$$H(z) = H_{zd1} e^{-\chi(z - Z_1)}, \quad 0 < r < R_1, \quad Z_1 < z < Z_1 + 0.5(Z_2 - Z_1) \quad (6)$$

$$\text{при} \quad H_{zd1} = \varepsilon \sigma (T_{3s}^4 - T_{2s}^4), \quad z = Z_1, \quad 0 < r < R_1;$$

$$H(z) = H_{zd2} e^{-\chi(Z_2 - z)}, \quad 0 < r < R_1, Z_1 + 0.5(Z_2 - Z_1) \leq z < Z_2 \quad (7)$$

$$\text{при} \quad H_{zd2} = \varepsilon \sigma (T_{3s}^4 - T_{2s}^4), \quad z = Z_2, \quad 0 < r < R_1;$$

$$\text{уравнение диффузии паров воды: } \frac{\partial \gamma_w}{\partial t} + u \frac{\partial \gamma_w}{\partial r} + w \frac{\partial \gamma_w}{\partial z} = D_3 \left[\frac{\partial^2 \gamma_w}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial \gamma_w}{\partial r} + \frac{\partial^2 \gamma_w}{\partial z^2} \right]; \quad (8)$$

$$\text{уравнение баланса парогазовой (бинарной) смеси: } \gamma_f + \gamma_w = 1. \quad (9)$$

Начальные ($t = 0$) условия: $T = T_0$ при $0 < r < R_1$, $Z_1 < z < Z_2$; $T = T_f$, $\gamma_f = 1$, $\gamma_w = 0$, $\psi = 0$, $\omega = 0$ при $0 < r < R_L$, $0 < z < Z_1$; $R_1 < r < R_L$, $Z_1 < z < Z_2$; $0 < r < R_L$, $Z_2 < z < Z_L$.

Границные условия при $0 < t < t_d$: $r = 0$, $0 < z < Z_1$, $Z_2 < z < Z_L$: $\frac{\partial T_1}{\partial r} = 0$, $\frac{\partial \gamma_w}{\partial r} = 0$, $\frac{\partial \psi}{\partial r} = 0$; $r = 0$,

$$Z_1 < z < Z_2: \quad \frac{\partial T_2}{\partial r} = 0; \quad r = R_1, \quad Z_1 < z < Z_2: \quad T_1 = T_2,$$

$$-\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial r} = -\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial r} - Q_e W_e + \varepsilon \sigma (T_{3s}^4 - T_{2s}^4), \quad -\rho_3 D_3 \frac{\partial \gamma_w}{\partial r} = W_e, \quad \frac{W_e}{\rho_3} = -\frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial r};$$

$$r = R_L, \quad 0 < z < Z_L: \quad \frac{\partial T_1^2}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial \gamma_w^2}{\partial r} = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial r} = 0;$$

$$z = 0, \quad z = Z_L, \quad 0 < r < R_L: \quad \frac{\partial T_1^2}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial \gamma_w^2}{\partial z} = 0, \quad \frac{\partial \psi}{\partial z} = 0;$$

$$z = Z_1, \quad 0 < r < R_1: \quad T_1 = T_2, \quad -\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial z} = -\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial z} - Q_e W_e + \varepsilon \sigma (T_{3s}^4 - T_{2s}^4),$$

$$-\rho_3 D_3 \frac{\partial \gamma_w}{\partial z} = W_e, \quad \frac{W_e}{\rho_3} = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z};$$

$$z = Z_2, \quad 0 < r < R_1: \quad T_1 = T_2, \quad -\lambda_1 \frac{\partial T_1}{\partial z} = -\lambda_2 \frac{\partial T_2}{\partial z} - Q_e W_e + \varepsilon \sigma (T_{3s}^4 - T_{2s}^4),$$

$$-\rho_3 D_3 \frac{\partial \gamma_w}{\partial z} = W_e, \quad \frac{W_e}{\rho_3} = \frac{1}{r} \frac{\partial \psi}{\partial z}.$$

Следует отметить, что на границе «капля жидкости — высокотемпературная газовая среда» учитывался радиационный теплообмен, поглощение энергии фазового перехода, а также расходование энергии газов на прогрев капли. Система уравнений (1)–(9) с учетом начальных и граничных условий решена методом конечных разностей (совместно с локально-одномерным методом и методом итераций).

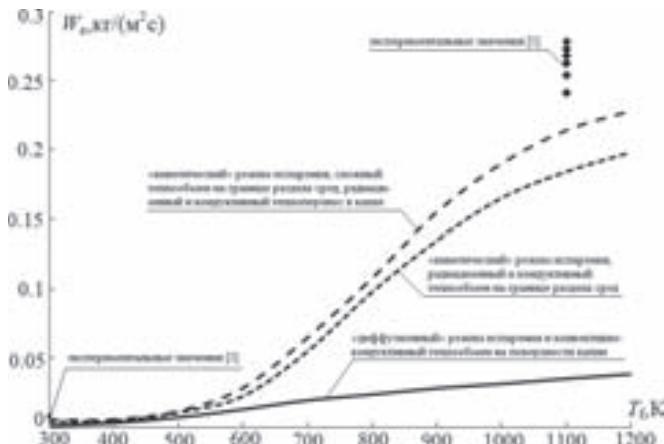


Рис. 2. Зависимости скорости испарения капли воды ($R_d = 0,25 \text{ мм}$, $Z_d = 1 \text{ мм}$) на ее фронтальной поверхности при $t = 0,25 \text{ с}$ от температуры внешней газовой среды

Анализ результатов выполненных теоретических исследований позволяет сделать вывод о том, что «диффузионные» модели фазовых превращений хорошо соответствуют результатам экспериментальных исследований лишь в ограниченных диапазонах температур (до 500 К). При более высоких температурах (особенно свыше 1000 К) целесообразно использовать «кинетическую» модель испарения. При этом необходимо учитывать кондуктивный и радиационный теплоперенос в капле, а также сложный теплообмен на границе «жидкость–газ».

1. Терехов В. И., Терехов В. В., Шишкин Н. Е., Би К. Ч. Экспериментальное и численное исследования нестационарного испарения капель жидкости // Инженерно-физический журнал. — 2010. — Т. 83, № 5. — С. 829–836.
2. Авдеев А. А., Зудин Ю. Б. Кинетический анализ интенсивного испарения (метод обратных балансов) // Теплофизика высоких температур. — 2012. — Т. 50, № 4. — С. 565.
3. Волков Р. С., Высокоморная О. В., Кузнецов Г. В., Стрижак П. А. Экспериментальное исследование изменения массы капель воды при их движении через высокотемпературные продукты сгорания // Инженерно-физический журнал. — 2013. — Т. 86, № 6. — С. 1327–1332.

К ОЦЕНКЕ СКОРОСТИ ЭФФЕКТИВНЫХ ХИМИЧЕСКИХ РЕАКЦИЙ ПРИ ТУРБУЛЕНТНОМ СМЕШЕНИИ РЕАГЕНТОВ

B. П. Воротилин

ИПриМ РАН, Москва, Россия

В [1] для предела мгновенной реакции, исходя из общих представлений о турбулентной среде как совокупности турбулентных частиц — вихрей, при случайных контактах которых происходит обмен реагентами и химическая реакции, дано теоретическое решение задачи расчета параметров реакционного процесса. Целью данной работы является распространить результаты этой теории на случай произвольных значений скорости молекулярных реакций. Задача решается на примере необратимой реакции, протекающей между двумя реагентами с номерами 1 и 2 в некотором объеме V турбулентной среды, все точки которого принимались равноправными для условий перемешивания и реакции. На входе задаются потоки

объемов Q_{i0} и масс $Q_{Ci} = Q_{i0}C_{i0}$ реагентов, где $Q_{10} + Q_{20} = Q$, C_{i0} — входные концентрации ($C_{10} = 1$), а на выходе потоки среднеобъемных концентраций QC_i . Внутри реактора его объем делится на две области с преимущественным содержанием i -го реагента в i -й области и удельными объемами областей V_i , удовлетворяющим условию $V_1 + V_2 = 1$. С учетом упрощения, что под действием интенсивного перемешивания объем реактора дробится до турбулентных вихрей минимального масштаба, а также рассматривая V_i как вероятность того события, что в данной точке реактора находится реагент с номером i , для суммарной удельной поверхности контакта областей S_{12} получено выражение $S_{12} = \gamma_s V_1 V_2 / \lambda_{\min}$. Смешение реагентов и реакция, как и в случае мгновенной реакции, происходит в результате обмена диффузионными потоками реагентов J_{Di} через поверхность контакта вихрей S_{12} в течении времени контакта порядка времени жизни минимальных вихрей τ_{\min} . Однако, если для мгновенной реакции эффективная скорость реакции определялась выражением $r_{Ci} = S_{12}J_{Di}$, скорость движения фронта реакции v_f из условия $J_{D1} = J_{D2}$ и, соответственно, выражение для эффективной скорости реакции для удельных объемов V_i $r_v = S_{12}v_f$, позволяющим написать замыкающее уравнение баланса объемов, то в случае конечной скорости молекулярных реакций диффузионные потоки реагентов свободно проходят через поверхность контакта, не изменяя своей величины, и теперь невозможно напрямую написать соотношения, подобные приведенным формулам для мгновенной реакции. Решение проблемы состоит в разбиении реагентов на классы «активных» с индексом « a », содержащихся в i -й области объема реактора и реагирующих по механизму мгновенных реакций, и распределенных равномерно по объему реактора классы пассивных с индексом « p », смешение которых происходит по механизму молекулярной диффузии, и поэтому вкладом которых в реакционный процесс можно пренебречь. Полные потери молекул реагентов класса « a » в каждом из контактирующих вихрей представят в виде суммы $G_{ai} = J_{ai} + \Sigma r_{ai}$, где $J_{ai} = |J_{Di}| + (2i - 3)c_{ai}(y, t)|_{y=y_f}v_f$ — массовый поток i -го реагента в соседнюю область, Σr_{ai} — скорость химической реакции в объеме i -го реагента. Поскольку по определению молекул типа « a » при перемешивании они взаимно уничтожаются, должно выполняться условие $G_{a1} = G_{a2}$, задающее положение границе контакта областей y_f . Величины J_{ai} и Σr_{ai} , а также скорость движения фронта реакции v_f , можно рассчитать на основе решений нестационарных уравнений диффузии с химической реакцией. Разность $G_{pi} = J_{ai} - \Sigma r_{aj}$ при $i \neq j$, т. е. остаток перешедших в соседнюю область молекул реагента i и не вступивших в реакцию в этой области за время контакта вихрей τ_{\min} связаны соотношением $G_{p1} = G_{p2}$. Усредненные по времени контакта вихрей, эффективные скорости реакции « a », « p » компонент реагентов и объемов V_i примут вид $r_{ai} = AV_1 V_2 G_{ai}$, $r_{pi} = AV_1 V_2 G_{pi}$, $r_v = A\eta_l V_1 V_2$, параметр $A = (\varepsilon D_{12}/\nu^2)(V/Q)$ есть характеристика интенсивности турбулентного смешения реагентов. Полная система уравнений, описывающих реакционный процесс, представляет собой уравнения баланса масс всех реагентов, включая пассивные, дополненные уравнениями баланса активных компонент, плюс замыкающее уравнение баланса объемов. Акты молекулярных реакций в объеме реактора учитывались по классической формуле $r = KC_1 C_2$, где K — константа скорости молекулярной реакции, а реакции при контакте вихрей по формуле $\Sigma r_{ai}S_{12}$

$$Q_{Ci} - (\Sigma r_{a1} + \Sigma r_{a2})S_{12} - KV(C_{a1}C_{p2}V_1 + C_{a2}C_{p1}V_2 + C_{p2}C_{p1}) = V_i C_{ai} + C_{pi},$$

$$Q_{Ci} - C_{pi} - AV_1 V_2 G_{ai} - KV C_{a1} C_{p2} V_i = V_i C_{ai},$$

$$Q_{a10} + (Q_{p10} + Q_{p20})V_i \pm r_v = V_i, \quad i = 1, 2,$$

$$Q_0 = Q_{10}/Q, \quad Q_{C1} = Q_0, \quad Q_{C2} = (1 - Q_0)C_{20}, \quad K_V = T_V C_{10} K,$$

где Q_{ai0} и Q_{pi0} — входные потоки объемов « a » и « p » реагентов задаются из условия равенства потоков масс « p » долей на входе в реактор их потокам на выходе из него.

Для варианта $K_\tau \rightarrow 0$ реализуется режим идеального реактора. Для него $C_{ai} \rightarrow 0$ пропорционально малому K_τ , а концентрации пассивных долей C_{pi} формально удовлетворяют уравнениям идеального реактора

$$Q_{Ci} - C_{pi} = K_V C_{p1} C_{p2} + O(C_{ai}), \quad i = 1, 2,$$

хотя фактически согласно построениям теории химически взаимодействуют только активные компоненты реагентов, а поток пассивных на входе равен их потоку на выходе. В случае $K_\tau \rightarrow \infty$ основной вклад в реакцию будет давать класс «активных» молекул реагентов. С практической точки зрения исследование этого предела представляет интерес для выяснения таких условий реакционного процесса, при которых можно было бы оценить вклад «пассивных» молекул, и таким образом иметь возможность рассчитывать константы химической реакции, не ставя условием их экспериментальной проверки достижение режима идеального реактора. Одним из путей реализации подобных условий является вариант мгновенной реакции с условием $Q_0 = (1 - Q_0)C_{20}$ и $A \rightarrow \infty$, для которого активные компоненты $C_{ai} \cong 1/A \rightarrow 0$, а для пассивных имеет место оценка $C_{pi} \approx (Q_0/2AK_\tau^2)^{1/3}$. Поскольку отношение концентраций активных долей реагентов к пассивным по порядку величины $C_{ai}/C_{pi} \sim 1/(A\varepsilon)^{2/3} \ll 1$, то полученное выражение для переменной C_{pi} можно использовать для оценки константы скорости химических реакций на основе экспериментальных измерений текущих концентраций реагентов в объеме реактора. Так, если для некоторой (условной) реакции взять $K_V \cong 10^8$, то режим реактора РИС будет достигнут при значении параметра интенсивности турбулентного смешения реагентов $A \geq 10^{10}$. Но приведенная оценка C_{pi} , также связывающая концентрацию с константой скорости реакции, получена при выполнении двух совместимых между собой неравенств: 1) $K_\tau \gg 1$ или $K_V \gg A$ и 2) $A\varepsilon \gg 1$ или $A^2/K_V \gg 1$. Оба неравенства для того же значения $K_V \cong 10^8$ будут выполняться уже при значительно меньшем значении параметра $A \cong 10^5$. Но численное значение измеряемой концентрации в обоих вариантах смешения реагентов будет примерно одного порядка: в классическом варианте реактора РИС имеем оценку $C_{pi} \cong (Q_0/K_V)^{1/2} = 10^{-4}Q_0^{1/2}$, а в «экономном» варианте с $A \cong 10^5$ следует оценку $C_{pi} = (Q_0A/2K_V)^{1/3} = 10^{-4}(5Q_0)^{1/3}$.

1. Воротилин В. П., Яновский Ю. Г. // ЖЭТФ. — 2015. — Т. 148, вып. 1(7). — С. 166.

БИФУРКАЦИОННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ПЕРЕХОДА К ХАОСУ В МОДЕЛИ ПАДЕНИЯ ПЛАСТИНКИ В ЖИДКОСТИ

Т. А. Гурина

МАИ, Москва, Россия

Исследуем плоскую задачу о падении пластинки в сопротивляющейся среде с явлением флаттера на основе модели Козлова. Модель Козлова — это модель падения тела в жидкости под действием силы тяжести с учетом трения, пропорционального скорости. Она приводится к системе трех обыкновенных дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dot{x} = h_1 y - \nu_1 x - yz, \\ \dot{y} = h_2 x - \nu_2 y + xz, \\ \dot{z} = -\nu_3 z + xy \end{cases}$$

с квадратичной нелинейностью в правой части и пятым положительными бифуркационными параметрами, $h_1, h_2, \nu_1, \nu_2, \nu_3$. Система является диссипативной, так как дивергенция векторного поля всюду отрицательна: $\operatorname{div} F(x, y, z) = -\nu_1 - \nu_2 - \nu_3 < 0$. Система имеет три положения равновесия: $O_0(0, 0, 0)$, $O_1(x_1, y_1, z_1)$, $O_2(x_2, y_2, z_2)$, где

$$x_1 = \frac{\nu_3 h_1 y_1}{\nu_1 \nu_3 + y_1^2}, \quad z_1 = \frac{x_1 y_2}{\sqrt{\nu_3}}, \quad y_1 = \sqrt{\alpha}, \quad x_2 = \frac{\nu_3 h_1 y_2}{\nu_1 \nu_3 + y_2^2}, \quad z_2 = \frac{x_1 y_2}{\sqrt{\nu_3}}, \quad y_2 = -\sqrt{\alpha},$$

$$\alpha = \frac{\nu_3}{2\nu_2} \left(h_1 h_2 - 2\nu_1 \nu_2 + h_1^2 + h_1 \sqrt{(h_1 + h_2)^2 - 4\nu_1 \nu_2} \right).$$

В случае, когда $h_1 = h_2 = h$, точка $O_0(0, 0, 0)$ меняет тип с устойчивого узла на седло-узел при пересечении линии $h = \sqrt{\nu_1 \nu_2}$. В окрестности точек $O_1(x_1, y_1, z_1)$, $O_2(x_2, y_2, z_2)$ при пересечении параметрами кривой Андронова–Хопфа может происходить бифуркация рождением предельного цикла.

Получены карты типов особых точек в плоскостях бифуркационных параметров согласно табл. 1 (рис. 1 и 2).

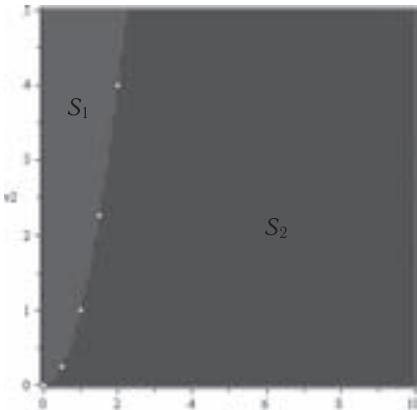


Рис. 1. Карта типов особой точки $O_0(0, 0, 0)$ при $\nu_1 = 1, \nu_3 = 1$

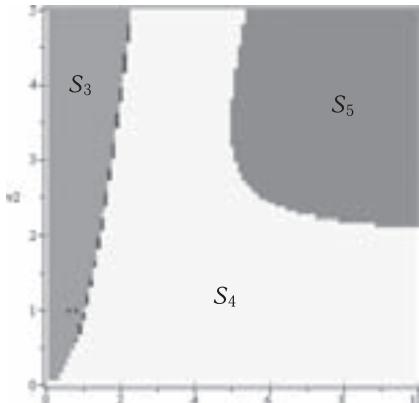


Рис. 2. Карта типов особой точки $O_1(x_1, y_1, z_1)$ при $\nu_1 = 1, \nu_3 = 1$



Рис. 3. «Странный аттрактор» при $\nu_3 = 0,3$

При увеличении бифуркационного параметра $\nu_3 \in [0, 1]$ и фиксированных параметрах $\nu_1 = 1, \nu_2 = 4, h_1 = h_2 = h = 5,875$ в системе возникает каскад бифуркаций удвоения периода цикла, завершающийся образованием хаотического аттрактора (рис. 3).

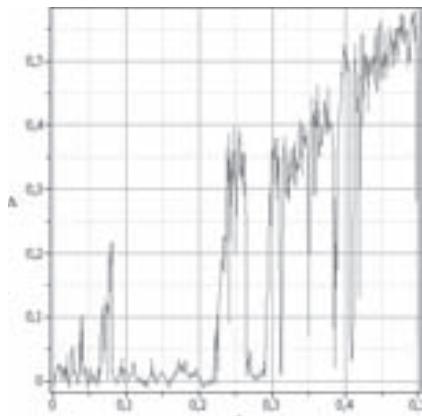


Рис. 4. График показателя Ляпунова при $h = 5,875$, $\nu_1 = 1$, $\nu_2 = 4$

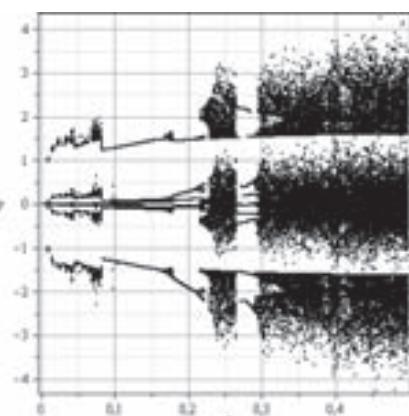


Рис. 5. Бифуркационная диаграмма при $h = 5,875$, $\nu_1 = 1$, $\nu_2 = 4$

Таблица 1

Тип особой точки	Тип области
Устойчивый узел $\lambda_3 < \lambda_2 < \lambda_1 < 0$	S_1
Седло-узел $\lambda_3 < \lambda_2 < 0 < \lambda_1$	S_2
Седло-фокус $\text{Re } \lambda_{2,3} < 0 < \lambda_1$	S_3
Устойчивый узел-фокус $\lambda_1 < \text{Re } \lambda_{2,3} < 0$	S_4
Седло-узел-фокус $\lambda_1 < 0 < \text{Re } \lambda_{2,3}$	S_5

С помощью системы в вариациях для исходной системы получены графики старшего показателя Ляпунова, которые соответствуют бифуркационной диаграмме системы (рис. 4 и 5).

1. Магницкий Н. А., Сидоров С. В. Новые методы хаотической динамики. — М.: Эдиториал УРСС, 2004. — 320 с.
2. Кузнецов С. П. Движение падающей пластины в жидкости: конечномерные модели и феномены сложной нелинейной динамики // Нелинейная динамика. — 2015. — Т. 11, вып. 1. — С. 3–49.
3. Гурина Т. А. Качественные методы дифференциальных уравнений в теории управления летательными аппаратами. — М.: Изд-во МАИ, 2014. — 160 с.

ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ ДЛЯ УРАВНЕНИЯ БАЛАНСА ЭЛЕКТРОНОВ В ВЧИ-РАЗРЯДАХ*

В. С. Желтухин¹, П. С. Соловьев², Ю. В. Чебакова²

¹КНИТУ, Казань, Россия; ²К(П)ФУ, Казань, Россия

Высокочастотный индукционный (ВЧИ) разряд нашел широкое применение в разнообразных технологических плазменных процессах, таких, как обработка текстиля и кожевенно-меховых полуфабрикатов, аккумулирование водорода порошка-

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (проекты 16-31-00378, 16-01-00301, 15-41-02672).

ми кремния. Режимы обработки материалов в этих процессах чрезвычайно чувствительны к основным характеристикам ВЧИ-разряда. При создании ВЧ-установок необходимо создание математических моделей, так как некоторые технологические характеристики плазмы либо не поддаются прямым измерениям, либо такие измерения чрезвычайно трудоемки [1]. При построении модели считаем, что ВЧИ-разряд происходит в цилиндрической разрядной камере, в которой с помощью системы, состоящей из идеального индуктора, создается высокочастотное электромагнитное поле. Идеальность индуктора заключается в том, что ток, генерируемый им в плазме, строго кольцевой. Такой индуктор создает вихревое электромагнитное поле, в котором магнитное поле направлено вдоль оси катушки, а силовые линии электрического поля представляют собой концентрические замкнутые окружности. При указанных предположениях можно считать, что разряд обладает осевой симметрией. Поэтому, если координатная ось направлена перпендикулярно внешнему электрическому полю, диффузия протекает в направлении, поперечном полю, выражение для потока заряженных частиц обоих знаков записывается в обычной для диффузионного потока форме. Оценки элементарных процессов, происходящих в плазме ВЧИ-разрядов пониженного давления, показывают, что средняя длина свободного пробега атомов, ионов и электронов, дебаевский радиус много меньше радиуса разрядной камеры [2], и, следовательно, нарушением электронейтральности можно пренебречь [3], и диффузия имеет амбиполярный характер. Время установления стационарного состояния много больше периода колебаний электромагнитного поля. И, следовательно, флуктуации характеристик плазмы возле средних значений за период изменения поля пренебрежимо малы. При этих предположениях модель установившегося ВЧИ-разряда пониженного давления содержит краевые задачи для уравнения диффузии заряженных частиц, уравнений теплопроводности электронного и атомно-ионного газа, а также систему уравнений Максвелла, описывающую распределение электромагнитного поля. В работе [4, 5] установлены условия существования минимального собственного значения, отвечающего положительной собственной функции. В данной работе для краевой задачи баланса электронов в ВЧИ-разряде выведено естественное условие, когда диффузионный поток частиц из плазмы совпадает с дрейфовым потоком через слой положительного заряда. Также численно решены модельные задачи на собственные значения для нахождения концентрации электронов с данным условием и задача с условием полной рекомбинации электронов на стенке газоразрядной камеры. Исследовано влияние данных условий на максимальное значение электронной температуры, исследуется возникающие при этом отличия в значениях характеристик ВЧИ-разряда. Установлено, что предлагаемое условие более адекватно описывает характеристики ВЧИ-разряда, в частности, позволяет более точно оценить мощность разряда, а также дрейфовую скорость электронов вблизи стенке газоразрядной камеры. Математическое обоснование зависимости максимального значения температуры электронов от наименьшего собственного значения задачи диффузии электронов приведено в работах [6–8]. Методы решения задач на собственные значения приведены также в [9–12].

1. Чебакова В. Ю., Желтухин В. С. О математических моделях высокочастотного емкостного разряда // Труды Матем. центра им. Н. И. Лобачевского: Лекционные материалы молодеж. науч. шк.-конф. в рамках Десятой Всерос. конф. «Сеточные методы для краевых задач и приложения». — Казань: Отечество, 2013. — С. 98–128.
2. Абдуллин И. Ш., Желтухин В. С., Кашапов Н. Ф. Высокочастотная плазменно-струйная обработка материалов при пониженных давлениях. Теория и практика применения. — Казань: Изд-во Казанского ун-та, 2000. — 348 с.

3. Райзер Ю. П. Физика газового разряда. — Долгопрудный: Издательский Дом «Интелект», 2009. — 736 с.
4. Желтухин В. С., Соловьев С. И., Соловьев П. С., Чебакова В. Ю. Вычисление минимального собственного значения нелинейной задачи Штурма–Лиувилля // Ученые записки Казанского университета. Серия: Физико-математические науки. — 2013. — Т. 155, №3. — С. 91–104.
5. Желтухин В. С., Соловьев П. С., Соловьев С. И., Чебакова В. Ю. Сеточная задача поиска минимального собственного значения в задаче баланса частиц высокочастотного индукционного разряда // В сборнике: Воронежская зимняя математическая школа С. Г. Крейна — 2016 материалы международной конференции / Под ред. В. А. Костина. 2016. — С. 155–157.
6. Желтухин В. С. Об условиях разрешимости системы краевых задач теории высокочастотной плазмы пониженного давления // Известия высших учебных заведений. Математика. — 2005. — №1. — С. 52–57.
7. Чебакова В. Ю., Соловьев П. С., Ганиева Э. Р. Исследование влияния граничных условий для уравнения баланса электронов на значения характеристик высокочастотного индукционного разряда // Успехи современной науки. — 2016. — Т. 5, №9. — С. 113–118.
8. Zheltuhin V. S., Solovyev P. S., Chebakova V. Y. Boundary conditions for electron balance equation in the stationary high-frequency induction discharges // Research Journal of Applied Sciences. — 2015. — V. 10, No. 10. — P. 658–662.
9. Чебакова В. Ю., Желтухин В. С. О решении нелинейных краевых и начально-краевых задач при моделировании ВЧЕ-разряда в локальном приближении // В сборнике: Воронежская зимняя математическая школа С. Г. КРЕЙНА — 2016 материалы международной конференции / Под ред. В. А. Костина. 2016. — С. 424–427.
10. Бадриев И. Б., Желтухин В. С., Макаров М. В., Паймушин В. Н. Численное решение задачи о равновесии трехслойной пластины с трансверсально-мягким заполнителем в геометрически нелинейной постановке // Вестник Казанского технологического университета. — 2014. — Т. 17, №23. — С. 393–396.
11. Бадриев И. Б., Бандеров В. В., Макаров М. В., Паймушин В. Н. Решение нелинейных задач теории многослойных оболочек с трансверсально-мягким заполнителем // В сборнике: Сеточные методы для краевых задач и приложения. Материалы Десятой Международной конференции. — Казань: Изд-во Казанского университета, 2014. — С. 103–107.
12. Бадриев И. Б., Желтухин В. С., Чебакова В. Ю. О решении некоторых нелинейных краевых и начально-краевых задач // Материалы XXII Международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А. Г. Горшкова. Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет). 2016. — С. 31–33.

АНИЗОТРОПИЯ ПРОНИЦАЕМОСТИ В ПОРИСТЫХ СРЕДАХ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ*

Д. Е. Игошин, Н. А. Хромова

ТюмФ ИТПМ СО РАН, Тюмень, Россия

Пористые среды характеризуются несколькими параметрами, основные из них — пористость и проницаемость. Их экспериментальное определение затратно по времени и стоимости оборудования. Поэтому активно развиваются аналити-

*Исследование выполнено при финансовой поддержке РФФИ в рамках научного проекта №16-29-15119.

ческие и численные методы, описывающие течение флюидов в пористых средах. Существует несколько подходов в моделировании пористой среды, которые можно реализовать случайными полями [1] либо случайными структурами [2]. В канальных моделях пористой среды, образованных периодическими структурами, описанными в [3–6], скелет считается неподвижным и недеформируемым. Проницаемость в этих структурах определена аналитически [7, 8] и численно [9, 10].

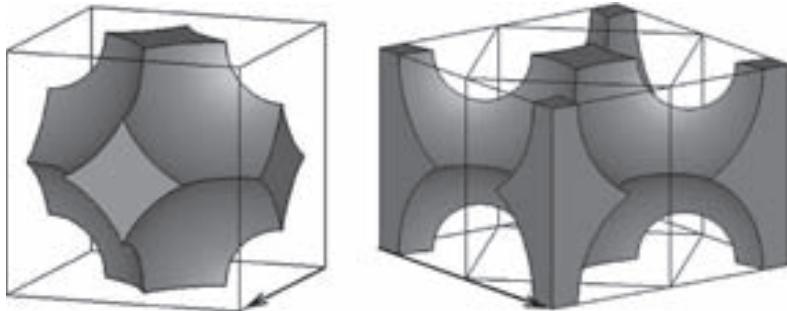


Рис. 1. Ячейки порового объема для простой кубической структуры. Течение вдоль ребра куба (слева), течение вдоль диагонали грани (справа)

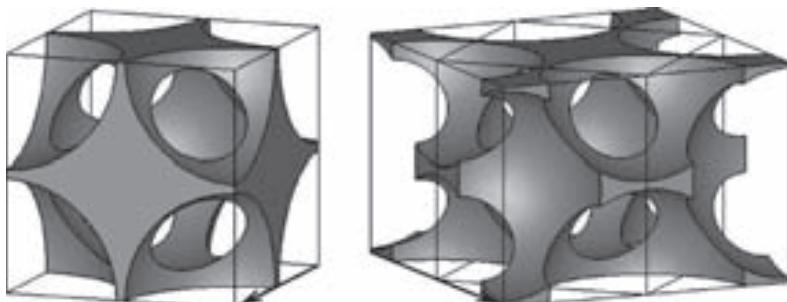


Рис. 2. Ячейки порового объема для кубической объемно-центрированной структуры. Течение вдоль ребра куба (слева), течение вдоль диагонали грани (справа)

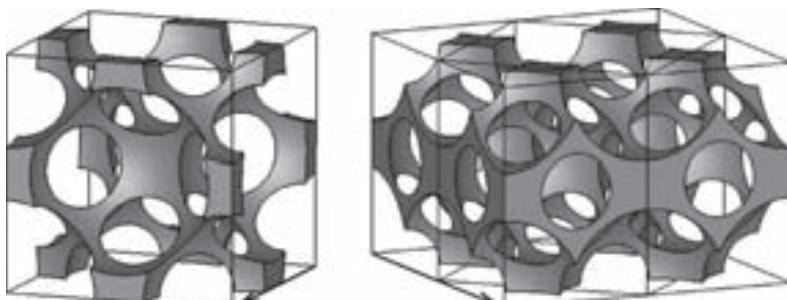


Рис. 3. Ячейки порового объема для кубической гранецентрированной структуры. Течение вдоль ребра куба (слева), течение вдоль диагонали грани (справа)

Методика определения проницаемости состоит в следующем. В объеме одной поры решается система уравнений Навье–Стокса для вязкой жидкости в стационарной постановке. Границные условия соответствуют условию прилипания на

стенках (вогнутые поверхности на рисунке), заданному давлению на входе и выходе из ячейки и отсутствию течения через плоскости симметрии (основное направление течения показано стрелкой). По результатам численного решения вычисляется объемный расход флюида через поперечное сечение канала. Далее на основе определения скорости фильтрации и закона Дарси с учетом геометрии находится проницаемость структуры.

Анизотропия проницаемости, определенной для направлений указанных на рисунке, связана с анизотропией извилистости каналов, что приводит к отличию в гидравлическом сопротивлении [11].

1. Швидлер М. И. Статистическая гидродинамика пористых сред. — М.: Недра, 1985. — 288 с.
2. Губкин А. С., Игошин Д. Е., Трапезников Д. В. Численный расчет проницаемости в двумерной пористой среде со скелетом из случайно расположенных пересекающихся дисков // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. — 2016. — Т. 2, №4. — С. 54–68.
3. Игошин Д. Е., Никонова О. А., Мостовой П. Я. Моделирование пористой среды регулярными упаковками пересекающихся сфер // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. — 2014. — №7. — С. 34–42.
4. Игошин Д. Е., Никонова О. А. Проницаемость пористой среды периодической структуры с разветвляющимися каналами // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. — 2015. — Т. 1, №2(2). — С. 131–141.
5. Игошин Д. Е., Хромова Н. А. Основные фильтрационные свойства пористой среды, образованной сообщающимися осесимметричными каналами // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. — 2015. — Т. 1, №4(4). — С. 69–79.
6. Игошин Д. Е., Хромова Н. А. Фильтрационно-емкостные свойства периодической пористой среды ромбоэдрической структуры со скелетом из шаровых сегментов // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. — 2016. — Т. 2, №3. — С. 107–127.
7. Игошин Д. Е., Максимов А. Ю. Численные и аналитические оценки проницаемости пористой среды, образованной каналами, имеющими вращательную симметрию // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. — 2015. — Т. 1, №3(3). — С. 112–121.
8. Губайдуллин А. А., Игошин Д. Е., Хромова Н. А. Обобщение подхода Козени к определению проницаемости модельных пористых сред из твердых шаровых сегментов // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. — 2016. — Т. 2, №2. — С. 105–120.
9. Игошин Д. Е., Сабуров Р. С. Численное исследование зависимости проницаемости от пористости среды, образованной каналами регулярной структуры // Вестник Тюменского государственного университета. Физико-математическое моделирование. Нефть, газ, энергетика. — 2015. — Т. 1, №1(1). — С. 84–90.
10. Игошин Д. Е. Численное определение проницаемости в среде периодической структуры, образованной разветвляющимися каналами // Автоматизация, телемеханизация и связь в нефтяной промышленности. — 2015. — №12. — С. 30–33.
11. Игошин Д. Е., Хромова Н. А. Гидравлическое сопротивление извилистых каналов // Вестник кибернетики. — 2016. — №3(23). — С. 8–17.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССОВ РАСПРОСТРАНЕНИЯ ИНФЕКЦИЙ КАПЕЛЬНО-ВОЗДУШНЫМ ПУТЕМ*

Л. В. Клочкова, Ю. Н. Орлов, В. Ф. Тишкин

ИПМ им. М. В. Келдыша, Москва, Россия

Победа над эпидемическими заболеваниями всегда была одной из первостепенных задач человечества. В настоящее время появился ряд лекарственных препаратов, излечивающих многие болезни, хороший эффект дают предупредительные меры. Однако для успешной борьбы с эпидемиями этого еще недостаточно: необходимы объединенные усилия специалистов в самых различных направлениях. Существуют медицинские проблемы, связанные с диагностикой и прогнозированием, а также выбором определенных терапевтических мер в каждом отдельном случае. С этими вопросами тесно связано фармакологическое изучение новых лекарственных препаратов и попытки более глубокого проникновения в биологический механизм болезни в целом. Существуют также и чисто эпидемиологические проблемы, касающиеся распространения болезни в целом. Для того чтобы органы общественного здравоохранения могли принять наиболее эффективные меры в борьбе с эпидемией, необходимо уметь количественно оценивать сравнительные достоинства различных методов: введение карантина, вакцинации, выявления контактов, закрытие школ или общественных бань и т. д. и т. п. Основной интерес для авторов представлял уровень законов распространения инфекций капельно-воздушным путем. Выбирались такие характеристики, которые при необходимости могли бы описать более тонкие детали. Основной эмпирический факт, который имел фундаментальное значение — то, что вирусы без контакта с живыми клетками представляют собой инертные частицы, ничем не отличающиеся от нано частиц неживой природы. Они представляют собой фрагменты ДНК или РНК. Попадая в живой организм, они прикрепляются к клеткам, внедряются в них и там размножаются. При этом клетка погибает. На месте остатков как в питательной среде развиваются бактерии, которые могут вызвать гибель всего живого организма. Таким образом, распространение самих вирусов в окружающей среде происходит по законам инертных примесей. Поскольку наш коллектив активно занимается математическим моделированием распространений различных загрязнений в окружающих средах, был разработан исполнительный модуль в программном комплексе *TIMES* для описания процессов распространения вирусов с учетом известных из практической медицины особенностей изучаемых вирусов, распространяющихся воздушно-капельным путем. Для этого имелся ряд изначальных требований к математической модели. Во-первых, надо было учесть теорему Кермака и Мак-Кендрика. Во-вторых, тот факт, что математическая модель должна описывать эволюционный характер процесса нарастания концентрации вирусов во времени и пространстве. В-третьих, необходимо было учесть стохастический характер распространения симметрично во все стороны или (при учете ветра) по ветру, что хорошо описывается диффузионно-конвективной моделью. Характер нарастания концентрации был выражен эволюционным членом уравнения, зависимым от времени и координат, и учитывающим вирулентность вирусов, латентность, иммунитет организмов индивидуумов, контагиозность инфекций, меры по ликвидации источников заражения (изоляция больных, лечение, прививки). Особо пристальное внимание при математическом

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 17-01-00361А).

моделировании обращено на обоснованность применения математического аппарата. Только с изучением характерных особенностей вирусологии как науки, развивающаяся фундаментальная теория может приобрести свою стройность. Безусловно, это возможно только на стыке наук. Предстоит еще много учесть эмпирических факторов из практической медицины, прежде чем появятся конкретные когнитивные коэффициенты в системе интегро-дифференциальных уравнений для количественных оценок скорости распространения и площадей территорий, подвергнутых действию вредоносных инфекций. Однако, подставляя условные величины, уже сейчас можно удостовериться в правильном характере зависимостей развития эпидемий во времени и пространстве. Поставленные вычислительные эксперименты наглядно продемонстрировали возможности моделирования развития эпидемий во времени и пространстве при варьировании различных относительных величин когнитивных коэффициентов: от нарастания эпидемической опасности на больших территориях с определенной плотностью населения при отсутствии мероприятий по ликвидации чрезвычайной ситуации до возможности полной ее ликвидации. Все предлагаемые ранее модели, изученные в научной литературе по данному вопросу, как правило, основаны на нескольких эмпирических уравнениях, часто плохо поддаются формализации, а решение систем уравнений натыкается на непреодолимые математические трудности. Кроме того, получаемые в результате решения качественные зависимости плохо поддаются интерпретации. Авторами предложен математический аппарат для решения проблемы распространения инфекций с помощью оригинальной математической модели описания распространения вирусов капельно-воздушным путем представляющих собой систему интегро — дифференциальных уравнений в частных производных.

Математическая модель в основном может быть представлена в следующем виде:

$$\begin{cases} \frac{\partial}{\partial t}X = \operatorname{div}(K \operatorname{grad} X) + rX(1 - b - m - n - p) + \operatorname{div} \vec{w}gX + X_0(x, y, t); \\ c(x, y, z, t) \geq c_b, \\ X = 0, \quad c(x, y, z, t) < c_b, \end{cases}$$

где $X = AN(x, y)c(x, y, z, t)$ — плотность больных в зонах инфицирования; $N(x, y)$ — плотность населения; $c(x, y, z, t)$ — концентрация инфицирующих бактерий в воздухе, причем если $c(x, y, z, t) = c_b$ (граничное значение инфицирующей концентрации), то в точке (x, y, z, t) начинается заболевание среднего человека (появляется некоторая плотность средних больных), если $c(x, y, z, t) < c_b$, то в точке (x, y, z, t) заболевания нет; A — медико-биологический когнитивный коэффициент, характеризующий специфику данного вида инфекции; K — некоторый когнитивный коэффициент, зависящий от принятых допущений при рассмотрении процессов (в частности, это может быть коэффициент горизонтальной диффузии инфекции, если описывается процесс распространения инфекции в турбулентном поле атмосферы) и характеризующий скорость изменения градиента плотности больных; r — некоторый когнитивный медико-биологический коэффициент, характеризующий интенсивность эволюционного нарастания или убывания (наличие источников или стоков) концентрации инфекции от больных людей; $b(x, y, t)$, $m(x, y, t)$ и $n(x, y, t)$ — доли X , изменяющиеся на данный момент в точке (x, y, t) плотность больных людей: $b(x, y, t)$ — доля X людей, у которых инкубационный период развития болезни (они еще не заражают), $m(x, y, t)$ — доля X выздоравливающих людей благодаря собственным защитным силам организма, $n(x, y, t)$ — доля X людей, ускоренно

выздоравливающих благодаря принятым мерам борьбы с эпидемией, включая изоляцию больных, p — доля X , уменьшающая число новых больных и концентрацию вирусов из-за гибели инфекции в результате воздействия климатических условий (мороз, жара и т. п.) и конечной жизни вирусов; \vec{w} — усредненная скорость аддективного перемещения больных людей в определенном направлении или скорость перемещения инфекции в поле ветра на открытом воздухе в толпе людей; $X_0(x_0, y_0, t_0)$ — начальное значение плотности больных в точке (x_0, y_0) с начальной концентрацией c_0 .

ИССЛЕДОВАНИЕ СВОЙСТВ КЛЕЕВОЙ КОМПОЗИЦИИ НА ОСНОВЕ ЭПОКСИДНОЙ СМОЛЫ ЭД-20 С ДОБАВКАМИ ОКСИДА ГРАФЕНА

**Ю. В. Корнев¹, Х. Х. Валиев¹, С. А. Титов², Д. В. Гуськов¹, Ю. Н. Карнет¹,
П. Е. Семенов¹, О. Б. Юмашев¹**

¹ИПРИМ РАН, Москва, Россия; ²ЦАГИ, Жуковский, Московская обл., Россия

Клеевые композиции на основе эпоксидных смол обладают высокой адгезионной прочностью, благодаря чему они интенсивно востребованы в авиационной и космической технике. Конечные свойства эпоксидных композитов можно регулировать различными модифицирующими добавками. Обычно подбор новых наполнителей проводится эмпирически, на что тратятся большие средства, а выбор наполнителя часто бывает не оптимальным. В работе [1] было проведено квантово-механическое моделирование различных эпоксидных композитов наnanoуровне. Механические свойства композитов рассматривались в кластерном приближении в рамках подхода микроскопической координаты трения в оригинальном пакете квантово-механических программ NDDO/sp — spd. В результате этих расчетов было предсказано, что из многочисленных исследованных новых наполнителей эпоксидных связующих наибольший интерес представляют графен и оксид графена. Экспериментальное подтверждение эффективности графена в усилении физико-механических свойств композитов на основе смолы ЭД-20 установлено нами в работе [2].

В настоящей работе были исследованы образцы эпоксидной смолы ЭД-20 с концентрацией оксида графена 1% массовых частей относительно матрицы. Эффективный метод получения оксида графена основан на использовании химических окислителей графитового порошка (перманганат калия в среде концентрированной серной кислоты). При окислении внутренних слоев графита межслойные расстояния в кристалле увеличиваются, а энергия взаимодействия между слоями уменьшается. Оксид графита, будучи озвучен ультразвуком, образует в воде гомогенную коллоидную дисперсию. Эта улучшенная методика Хаммерса получения оксида графена в макроподходах отработана в ИПРИМ под руководством профессора Ю. Г. Яновского. При введении оксида графена в матрицу ЭД-20 применялись растворители, а также поверхностно-активные вещества.

Изучение структуры поверхности полученных композитов проведено с помощью атомно-силового микроскопа (ACM) easyScan (Nanosurf, Швейцария), работавшего в полуконтактном режиме на воздухе при комнатной температуре. При визуализации особенностей структуры поверхности композитов и распределения наполнителей в полимерной матрице использовалась также мода фазового контраста.

Анализ снимков ACM выявил довольно однородное распределение агрегатов оксида графена в эпоксидной матрице, что хорошо наблюдается на снимках фазового контраста (рис. 1).

При исследовании реологических свойств неотверженных наноструктурированных kleевых композиций с добавками оксида графена установлено, что характер течения жидкостей линейный. Коэффициент вязкости не зависит от скорости сдвига и растет с добавлением оксида графена, причем, не зависимо от способа введения. Добавки оксида графена влияют на течение композиции. Наибольший эффект достигается при добавлении оксида графена с применением растворителя бензол.

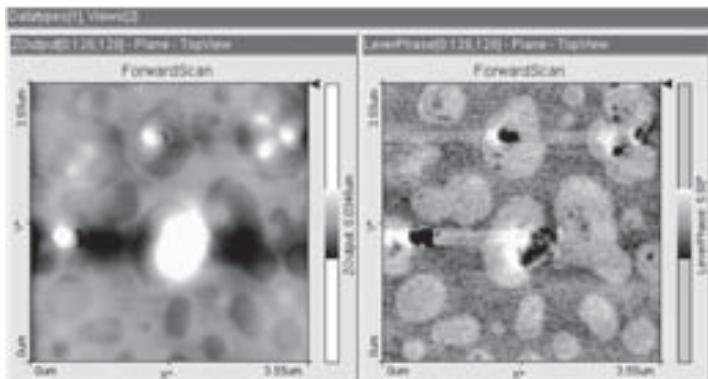


Рис. 1. АСМ изображение структуры поверхности композита: Образец с 1% массовой частью оксида графена в эпоксидной композиции. Скан $3,55 \times 3,55 \text{ мкм}^2$. Слева — топография, справа — фазовый контраст

Механические свойства отверженных kleевых композиций исследовались с помощью лабораторного измерительного комплекса NanoTest 600 (Micro Materials, Англия), методом наноиндентирования с применением сферического индентора. Результаты обработки экспериментальных данных показывают на некоторое снижение упругих параметров kleевых композиций или отсутствие эффекта с добавкой оксида графена в случае применения растворителей для их диспергирования в объеме полимерной матрицы. При этом отмечается эффект увеличения упругих свойств kleевой композиции для образца с введенным оксидом графена по технологии ЦАГИ (без применения растворителей). Это, видимо, связано с тем, что часть растворителя остается в составе композиции, что несколько снижает ее механические свойства после отверждения.

В ходе прочностных испытаний kleевых соединений установлено, что максимальный упрочняющий эффект характерен для образца с оксидом графена, введенным без применения растворителя. Для образцов, где частицы оксида графена вводились с применением растворителя, получены несколько меньшие значения прочности kleевого соединения, но эффект упрочнения также наблюдается. По результатам механических испытаний kleевых соединений оптимальной можно считать добавку оксида графена 1% и технологию введения оксида графена без растворителя. Установлено, что упрочняющий эффект от добавок оксида графена в kleевые соединения составляет порядка 20%. Минимальный разброс полученных результатов характерен для образцов где оксид графена, введен без растворителя и с применением растворителя бензол.

В результате проведения данного комплекса исследований установлена корреляция усиления физико-механических параметров kleевой композиции с особенностями структуры эпоксидной матрицы и оксида графена.

1. Яновский Ю. Г., Никитина Е. А., Никитин С. М., Карнет Ю. Н. Оценки эффекта усиления при наполнении эпоксидных связующих наноразмерными частицами различной природы (компьютерные прогнозы) // Механика композиционных материалов. — М.: Институт прикладной механики РАН, 2014. — Т. 20, №1. — С. 34–57.
2. Гуськов Д. В., Корнев Ю. В., Бойко О. В., Валиев Х. Х., Карнет Ю. Н. Особенности свойств клеевой композиции, модифицированной графеном, для авиационных конструкций на основе полимерных композитов // Материалы XI Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2016), 25–31 мая 2016 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2016. — С. 507–509.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ МАССООБМЕНА НА НЕСТАЦИОНАРНЫХ РЕЖИМАХ РАБОТЫ ЭКСТРАКТОРА «CROWN-MODEL»*

В. Г. Крюков, Ф. Х. Халиуллин, А. Ф. Халиуллин

КНИТУ–КАИ, Казань, Россия

В работах [1, 2] была представлена математическая модель процессов экстракции растительного масла в промышленной установке «Crown-model» для условий противоточных пересекающихся течений мисцеллы и пористой среды. Схема экстрактора показана на рис. 1. Компонентами, входящими в экстрактор, являются гексан, поступающий через трубу 1 и пористая масса, содержащая масло, входящая через секцию 2. Гексан движется через секции экстракции, сборники, насосы и трубопроводы, обогащаясь маслом, и выходит через трубу 3.

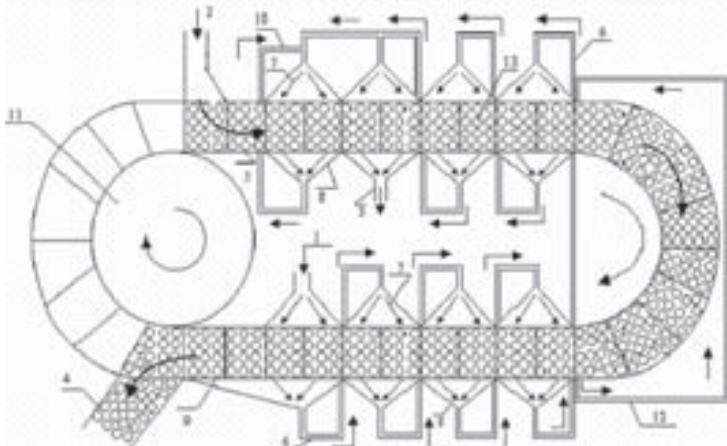


Рис. 1. Принципиальная схема экстрактора «CROWN-MODEL»: 1 — вход гексана; 2 — вход сырья (жмыха); 3 — выход концентрированной мисцеллы; 4 — выход шрота; 5 — ленточный транспортер; 6 — трубы с мисцеллой; 7 — распределители; 8 — поддоны; 9 — секция дренажа; 10 — рециркуляция мисцеллы в секции загрузки; 11 — зубчатое колесо; 12 — труба рециркуляции; 13 — секция экстракции

Математическая модель [1, 2] является двумерной, двухмасштабной со сложными граничными условиями. На макроуровне имитируются процессы гидродинамики

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований и правительства Республики Татарстан (№15-48-02454/2016).

и массообмена во всем экстракционном поле, а пористая среда описывалась моделью нижнего уровня и представлялась тремя фазами: *bulk*(ε_b); *poro*(ε_p); *solid*(ε_s). Однако последующие экспериментальные исследования на автономной установке [3] показали, что потенциальная вертикальная скорость перколляции мисцеллы через слой жмыха (V_p) значительно выше ее эксплуатационной скорости (V_{ex}). Поэтому вертикальные струи мисцеллы в поле экстракции не являются сплошными и «заряды» мисцеллы чередуются с воздушными «пробками», т. е. реализуется дождевой режим перколляции.

В результате в модели пористой среды (жмыха) фаза *bulk* была разделена на 2 части: ε_v (жидкую фазу) ε_a (воздушную фазу) при соблюдении условия $\varepsilon_v + \varepsilon_a = \varepsilon_b$. Поэтому было необходимо выполнить вывод уравнений массообмена для верхнего и нижнего участков. Эти уравнения окончательно представляются в виде:

$$\frac{\partial C}{\partial \tau} = \delta V_p \frac{\partial C}{\partial z} + E_S \left(\frac{\partial^2 C}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 C}{\partial z^2} \right) + \frac{(1 - \varepsilon_b)}{\varepsilon_v} k_f a_p (C^p - C) - u \frac{\partial C}{\partial x}, \quad (1)$$

$$\frac{\partial C^p}{\partial \tau} = \frac{(1 - \varepsilon_p)}{\varepsilon_p} k_N (C^N - E_d C^p) - \frac{k_f a_p (C^p - C)}{\varepsilon_p} - u \frac{\partial C^p}{\partial x}, \quad (2)$$

$$\frac{\partial C^N}{\partial \tau} = -k_N (C^N - E_d C^p) - u \frac{\partial C^N}{\partial x}, \quad (3)$$

где $\delta = -1$, $x = x_a$ и $z = z_a$ для верхнего участка; $\delta = 1$, $x = x_c$ и $z = z_c$ для нижнего участка; τ — время; C , C^p , C^N — концентрации масла в мисцелле (фаза *bulk*), пористой (*poro*) и твердой фазах; E_S — коэффициент дисперсии; k_f — коэффициент массопереноса; a_p — удельная площадь контакта между пористой фазой и фазой *bulk*; u_m — горизонтальная скорость мисцеллы; k_N — константа скорости экстракции масла из твердой фазы в пористую; E_d — коэффициент равновесия между пористой и твердой фазами; u — скорость сырья.

Уравнения для соединительного участка не меняются, так как на этом участке вся фаза *bulk* заполнена мисцеллой. Начальные и граничные условия модели также не меняются и представлены в [2].

Таблица 1
Параметры экстрактора, жмыха, гексана и масла

L_r (м)	H_L (м)	X_A (м)	X_C (м)	m_1	m_2
0,78	3,05	8,7	11,6	3	4
R_2 (м)	R_1 (м)	V_m (мм/с)	d_p (м)	ρ_{Mn} (кг/м ³)	ρ_{ol} (кг/м ³)
3,5	2,7	2,69	0,01	348	921
ρ_{he} (кг/м ³)	N_t (%)	a_p (1/м)	k_N (1/с)	E_S (м ² /с)	E_d
673	0,19	90	0,055	$1,0 \cdot 10^{-4}$	0,45
M_n (кг/с)	Q_{he} (л/с)	u (мм/с)	ε_b	ε_p	
7,67	12,5	9	0,5	0,31	

M_n — расход пористой среды; Q_{he} — объемный расход гексана; N_t — начальная концентрация масла в пористой среде; ρ_{ol} — плотность масла; ρ_{he} — плотность гексана; ρ_{Mn} — плотность пористой среды; R_1 , R_2 — радиусы соединительного участка; L_r , H_L — высота и ширина потока жмыха; X_A , X_C — длины верхнего и нижнего участков; m_1 , m_2 — число секций экстракции на верхнем и нижнем участках.

Для решения системы уравнений (1)–(3) применяется метод линий. Эти уравнения были преобразованы в обыкновенные дифференциальные уравнения (ОДУ),

путем сохранения временных производных и дискретизацией пространственных производных. Код был написан на языке C++.

Параметры экстрактора, режимные параметры и данные о компонентах процесса представлены в табл. 1. Разработанная модель была применена для прогнозирования характеристик реального экстрактора «Crown-model», установленным на Казанском маслоэкстракционном заводе. Теоретические результаты показали хорошее соответствие с экспериментальными данными, полученными для действующего экстрактора.

В докладе представлены как стационарные, так и нестационарные характеристики работы экстрактора при изменении: расхода сырья; начальной концентрации масла в сырье и эксплуатационной скорости перколяции.

1. Spilimbergo P., Piva C., Krioukov V. G., Khaliullin A. F. Modelagem matemática dos processos de transferência de massa em extrator «CROWN-MODEL» // Em Anais do XXXVI Congresso Nacional de Matemática Aplicada e Computacional — CNMAC 2016, Gramado, RS, Brasil.
2. Крюков В. Г., Мухамеджанов А. И. Математическая модель массообмена в противоточных пересекающихся потоках жидкости и пористой среды // Труды Академэнерго. — 2015. — №3. — С. 17–38.
3. Халиуллин Ф. Х., Краснослабодцев Е. А., Бадюк А. Г., Спиридовонов С. А., Сергеева Р. А., Халиуллин А. Ф., Мухамеджанов А. И. Экспериментальное исследование свойств компонентов и режимных характеристик экстрактора Crown-model // Вестник Казанского технологического университета. — 2016. — №24. — С. 63–68.

О МОЛЕКУЛЯРНО-ДИФФУЗИОННОМ ТРАНСПОРТЕ РАСТВОРЕННЫХ ГАЗОВ НЕНАСЫЩЕННОЙ ПОРИСТОЙ СРЕДЕ*

Б. С. Марышев

ИМСС УрО РАН, Пермь, Россия

Работа посвящена исследованию формирования пузырьковой фазы газа в пласте ненасыщенной пористой среды. При формировании черноземных и торфяных почв, происходит медленное осаждение перегноя с выделением различных газов (в основном метана) в процессе гниения. По мере осаждения почва насыщается грунтовыми водами и газ растворяется в воде. Транспорт газов растворенных в жидкостях обладает некоторыми особенностями: во-первых концентрация раствора всюду равна растворимости газа, во-вторых растворимость газа зависит только от давления [1] (для изотермических систем). Упомянутые эффекты приводят к формированию пузырьковой фазы в присутствии неоднородности давления, порождающей неоднородность растворимости [1, 2]. Неполное насыщение среды означает наличие воздуха, поскольку растворимость газов мала (к примеру, растворимость метана при атмосферном давлении ок. 0,1% объемной доли), то рассматриваемый газ будет аккумулироваться в воздушной фазе, но согласно результатам работ [3, 4], насыщенность пористой среды с глубиной увеличивается, пока не достигает значения пористости. В этом случае воздушной фазы не остается, газ полностью растворяется в жидкости и происходит интенсификация его переноса. Таким образом, в верхней части пласта возникает запирающая зона, внутри которой перенос газа практически отсутствует.

*Работа выполнена при поддержке гранта президента Российской Федерации № МК-1447.2017.5.

Следуя работе [2] диффузия растворенного газа для одномерного случая может быть описана следующим уравнением:

$$\frac{\partial}{\partial t}(Q) = \frac{\partial}{\partial z}\left(D\theta\frac{\partial X}{\partial z} + UQ\right), \quad (1)$$

где D — коэффициент диффузии, θ — насыщенность среды, U — скорость осаждения. При этом $Q = C + C_b$ — полная объемная доля переносимого газа, где $C = X\theta$ и $C_b = X_b\theta$ — объемная доля газа растворенного в жидкости и в пузырьковой фазе, X и X_b растворимость газа и его концентрация в пузырьковой фазе. Согласно закону Генри, растворимость газов для давлений близких к атмосферному можно считать линейно зависящей от давления. Тогда $X = \frac{X_b}{\varphi - \theta} \frac{P}{K}$, где $\frac{X_b}{\varphi - \theta}$ — доля рассматриваемого газа в пузырьковой фазе (в смеси газ + воздух), определяющая его парциальное давление, K — константа Генри, $P = \rho g z$ — гидростатическое давление, ρ — средняя плотность насыщающей жидкости, g — ускорение свободного падения, z — координата. Подставляя выражения для полной доли газа в уравнение (1) с учетом закона Генри получим уравнение эволюции концентрации газа в пузырьковой фазе, которое может быть записано в безразмерной форме:

$$\frac{\partial}{\partial t}(zX_b + \frac{(\varphi - \theta)^2}{C_0}X_b) = (\varphi - \theta)\frac{\partial}{\partial z}\left(-\theta\frac{\partial}{\partial z}\frac{zX_b}{\varphi - \theta} + \theta\text{Pe}\frac{zX_b}{\varphi - \theta} + \frac{\varphi - \theta}{C_0}\text{Pe}X_b\right), \quad (2)$$

где в качестве единиц измерения длины, времени и концентрации выбраны: $[z] = L$, $[t] = L^2/D$, $[X_b] = C_0 = \rho g L/K$, L — характерный пространственный масштаб задачи. Перенос связанный с осаждением грунта описывается безразмерным параметром — числом Пекле $\text{Pe} = UL/D$.

Насыщенность пористой среды согласно модели[3] степенным образом зависит от давления $P = \rho g z$, то есть линейным образом от глубины пласта:

$$\begin{aligned} \theta &= \theta_r - X_b, \quad z < h_w, \\ \theta &= \theta_r + (\varphi - \theta)[1 - (1 + \alpha^n z^n)^{1/n-n}] - X_b, \quad h_e < z < h_s, \\ \theta &= \theta_s = \varphi - X_b, \quad z > h_s, \end{aligned} \quad (3)$$

где h_w — глубина сухого слоя грунта в нем присутствует достаточно малая доля связанной воды, которая обеспечивает насыщенность θ_r , h_s — глубина на которой грунт полностью насыщен водой. Импирические параметры α и n описывают скорость насыщения среды при изменении давления. Поскольку рассматриваемый газ занимает дополнительный объем в пузырьковой фазе, то насыщенность среды уменьшиться на этот объем, поэтому в модель введена концентрация газа в пузырьковой фазе.

Исходя из результатов обработки экспериментальных данных приведенных в работах [3, 4] характерные значения параметров для торфянных почв и транспорта метана могут быть оценены следующим образом характерная глубина слоя в котором происходит насыщение $L = h_s - h_w \approx 10$ м, тогда $n \approx 6$, $\alpha \approx 4-5$, $\text{Pe} \approx 0,3-3$, $\varphi \approx 0,9$, $\theta_r \approx 0,05$, $C_0 \approx 10^{-4}$.

Рассматривается задача об одномерном переносе газа в слое толщиной $3L$, где верхняя часть толщиной L соответствует сухому грунту, нижняя часть толщиной L полностью насыщенному грунту. Мы предполагаем, что основные возмущения, пораждаемые перепадом насыщенности будут иметь характерные пространственные масштабы порядка глубины зоны насыщения. Поскольку L выбрано в качестве единицы измерения глубины, то граничные условия для безразмерной координаты:

$$X_b|_{x=0} = 0, \quad X_b|_{x=3L} = 3C_0. \quad (4)$$

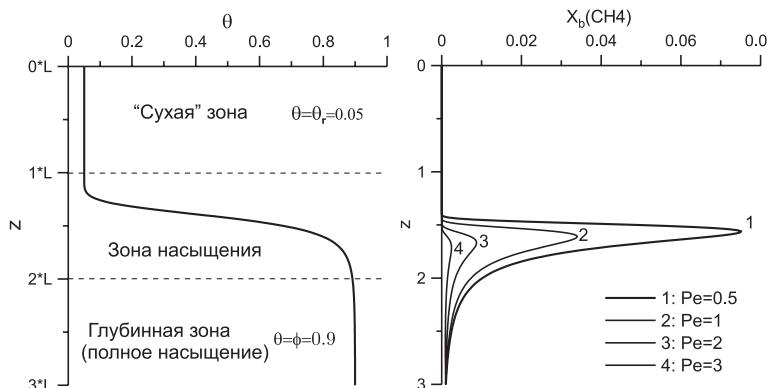


Рис. 1. Распределение насыщенности вглубь пласта (слева), распределение концентрации метана для различных значений числа Пекле (указано в легенде) (справа)

Уравнения (2), (3) решаются численно, совместно с граничными условиями (4). В ходе решения использован метод конечных разностей второго порядка точности по пространству. По времени реализована неявная схема первого порядка точности, для решения возникающей системы линейных уравнений использован метод прогонки для трехдиагональных матриц. Результаты расчета для различных значений числа Пекле представлены на рис. 1. Видно, что происходит аккумуляция газа в пузырьковой фазе, внутри зоны насыщения пласта. Видно, что величина эффекта уменьшается с увеличением скорости осаждения, этот эффект связан с подавлением диффузии при быстром осаждении почвы. Так же удалось оценить глубину запирающего слоя, она порядка глубины ненасыщенной приповерхностной зоны, при этом большая часть метана аккумулирована в слое глубиной, около половины зоны насыщения.

1. Goldobin D. S., Brilliantov N. V., Levesley J., Lovell M. A., Rochelle C. A., Jackson P. D., Haywood A. M., Hunter S. J., Rees J. G. Non-Fickian diffusion and the accumulation of methane bubbles in deep-water sediments // Eur. Phys. J. E. — 2014. — V. 37, No. 45.
2. Davie M. K., Buffet B. A. A numerical model for the formation of gas hydrate below the seafloor // J. Geophys. Res. — 2001. — V. 106, No. 497.
3. van Genuchten M. Th. A Closed-form Equation for Predicting the Hydraulic Conductivity of Unsaturated Soils // Soil Sci. Soc. Am. J. — 1980. — V. 44, No. 892.
4. Марышев Б. С., Latrille C., Neel M. Ch. Особенности насыщения пористой среды // XIX Зимняя Школа по Механике Сплошных Сред. Сборник Статей. — 2015. — С. 147–152.

ОБ УТОЧНЕННЫХ МОДЕЛЯХ КОНТАКТНОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ МОНОСЛОЯ КОМПОЗИТА С РАСПОЛОЖЕННЫМИ С ДВУХ СТОРОН СЛОЯМИ СВЯЗЫВАЮЩЕГО*

B. H. Паймушин

КНИТУ-КАИ, Казань, Россия

Интерес к композитным материалам вызван высоким уровнем их конструктивных свойств: прочности, жесткости и т. п. Для того, чтобы облегчить конструк-

*Публикация осуществлена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты 16-08-00316, 16-01-00301).

цию, не уменьшив при этом ее несущую способность, используются тонкостенные элементы в виде оболочек. Такие оболочки широко распространены в инженерных сооружениях, машиностроении, судостроении, в авиационной промышленности и ракетной технике [1–8].

В механике композиционных материалов существует направление исследований, связанное с постановкой и решением задач о, так называемых, внутренних и поверхностных (периферийных) формах потери устойчивости слоистых волокнистых композитов, армированных прямолинейными или криволинейными волокнами и находящихся в тех или иных условиях нагружения. Такие задачи важны в связи с тем, что при построении теорий прочности композитных материалов в качестве возможного механизма разрушения принимают, в частности, потерю устойчивости структуры композита.

В настоящей работе рассматривается монослой композита, моделируемый тонкой пластиной, который соединен в точках лицевых плоскостей с маложесткими слоями связующего, моделируемыми трансверсально-мягкими основаниями. Предполагается, что контактное взаимодействие пластины с основаниями в точках плоскостей сопряжения происходит без взаимного проскальзывания и отрыва, а другие граничные плоскости оснований неподвижны.

Механика деформирования монослоя при его среднем изгибе описывается геометрически нелинейными соотношениями классической теории пластин, основанной на гипотезе Кирхгофа–Лява (первый вариант), и уточненной модели Тимошенко с учетом поперечных сдвигов и обжатия (второй вариант), а оснований — линеаризованными уравнениями теории упругости, упрощенными в рамках модели трансверсально-мягкого слоя. Путем интегрирования последних по поперечной координате и удовлетворения условиям кинематического сопряжения пластины с основаниями при учете их начального сжатия в направлении толщины выведен комплекс одномерных геометрически нелинейных уравнений и соответствующих им граничных условий, которыми описывается контактное взаимодействие элементов рассматриваемой деформируемой системы. Проведено упрощение выведенных соотношений для случая, когда слои оснований имеют симметричную структуру.

1. Noor A. K., Burton W. S., Peters J. M. Hierarchical adaptive modeling of structural sandwiches and multilayered composite panels // Applied Numerical Mathematics. — 1994. — № 14. — Р. 69–90.
2. Болотин В. В., Новичков Ю. Н. Механика многослойных конструкций. — М.: Машиностроение, 1980. — 375 с.
3. Бадриев И. Б., Макаров М. В., Паймушин В. Н. Разрешимость физически и геометрически нелинейной задачи теории трехслойных пластин с трансверсально-мягким заполнителем // Известия высших учебных заведений. Математика. — 2015. — № 10. — С. 66–71.
4. Бадриев И. Б., Макаров М. В., Паймушин В. Н. Контактная постановка задач механики подкрепленных на контуре трехслойных оболочек с трансверсально-мягким заполнителем // Известия высших учебных заведений. Математика. — 2017. — № 1. — С. 77–85.
5. Макаров М. В., Бадриев И. Б., Паймушин В. Н. Нелинейные задачи о смешанных формах потери устойчивости трехслойных пластин при продольно-поперечном изгибе // Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки. — 2015. — Т. 20, № 5. — С. 1275–1278.
6. Бадриев И. Б., Бандеров В. В., Макаров М. В., Паймушин В. Н. Решение нелинейных задач теории многослойных оболочек с трансверсально-мягким заполнителем // В сб.: Сеточные методы для краевых задач и приложения Материалы Десятой Международной конференции, 2014. — С. 103–107.

7. Бадриев И. Б., Гарипова Г. З., Макаров М. В., Паймушин В. Н., Хабибуллин Р. Ф. О решении физически нелинейных задач о равновесии трехслойных пластин с трансверсально-мягким заполнителем // Ученые записки Казанского университета. Серия: Физико-математические науки. — 2015. — Т. 157, №1. — С. 15–24.
8. Бадриев И. Б., Бандеров В. В., Гарипова Г. З., Макаров М. В. О разрешимости нелинейной задачи о равновесии трехслойной пластины // Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки. — 2015. — Т. 20, №5. — С. 1034–1037.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССОВ ИСТЕЧЕНИЯ СВЕРХЗВУКОВОЙ ГАЗОВОЙ СТРУИ В ВАКУУМ НА МАКРО- И МИКРОМАСШТАБАХ*

B. O. Подрыга, C. V. Поляков

ИПМ им. М. В. Келдыша, Москва, Россия

Рассматривается проблема моделирования нелинейных газодинамических процессов в каналах технических микросистем реальной геометрии. Основная трудность исследования подобных систем связана с многомасштабностью протекающих в них процессов, которая приводит в некоторых зонах расчетной области к нарушению гипотезы сплошности. Для решения данной проблемы в работе используется многомасштабный двухуровневый подход [1], сочетающий многокомпонентное макроскопическое описание газовой среды на основе квазигазодинамических (КГД) уравнений и микроскопическое описание процессов взаимодействия газовых частиц между собой и с твердыми элементами конструкции на основе методов молекулярной динамики (МД). Численная реализация подхода основана на методах расщепления по физическим процессам, сеточных конечно-объемных схемах и подсеточных МД-вычислениях по схеме Верле.

Моделирование задач со многими масштабами и уровнями является сложной задачей и происходит по определенным правилам. Надо учитывать, что МД расчеты можно проводить как прямым образом, сочетая в одной реализации КГД и МД, так и косвенным образом, используя накопленную заранее базу данных молекулярных расчетов (БДМР). Также возможно частичное использование БДМР, и частичное прямое МД моделирование в сочетании с КГД расчетами. Рассматриваемая вычислительная технология представляет собой 4 класса алгоритмов [2] и их параллельные реализации, позволяющие проводить исследования с нужной степенью детализации при наличии соответствующих вычислительных ресурсов. Используемый подход позволяет моделировать многокомпонентные течения газа с учетом сложной геометрии микроканалов, а также определять свойства реальных газов, в том числе материальные коэффициенты КГД уравнений и параметры уравнений состояния и граничных условий.

Алгоритмы класса 1 заключаются в изучении методами МД свойств газовых сред и свойств твердых поверхностей и накоплении БДМР. Алгоритмы класса 2 предполагают решение задач только на макроуровне на основе КГД системы уравнений. При этом свойства компонент газовой смеси определяются из БДМР, накопленной заранее для нужного диапазона температур и давлений. Алгоритмы класса 3 предполагают одновременное использование в расчетах КГД и МД уравнений для молекул газовой среды на основе принципа локальности, который под-

*Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты №№ 16-37-00417-мол-а, 15-07-06082-а).

разумевает независимое рассмотрение процессов взаимодействия частиц газовой смеси между собой и с частицами твердых стенок. Алгоритмы класса 4 похожи на алгоритмы класса 3, но отличаются тем, что в некоторых областях среды (на границах и в зонах сильного перепада параметров газа) МД расчеты проводятся постоянно без перехода на макроуровень. Таким образом, в указанных областях алгоритмы класса 4 являются нелокальными на молекулярном уровне.

По алгоритмам класса 1 были проведены предварительные верификационные расчеты [2–4], в которых было показано, что реализованный МД подход дает хорошее приближение по таким характеристикам, как фактор сжимаемости, коэффициенты диффузии, вязкости, теплопроводности, теплоемкости при постоянном объеме и давлении, числам Прандтля и Шмидта. На примере чистого азота были проведены серии МД вычислений этих характеристик в диапазоне температур от 80 до 400 К при давлении 101325 Па. Полученные результаты хорошо согласуются с известными экспериментальными и теоретическими данными и были использованы для расчетов выбранных модельных задач.

Для анализа алгоритмов классов 2–4 прежде всего был исследован первый из них, характеризующий решение задач на макроуровне. Первым был проведен одномерный расчет задачи о распаде сильного разрыва в комбинации с имитацией испускания струи газа из баллона с высоким давлением [2]. На этом примере был апробирован КГД подход, использующий аддитивную искусственную вязкость.

Второй расчет касался сравнения решений, получаемых в рамках разработанного алгоритма по КГД уравнениям и по уравнениям Навье–Стокса. Сравнение производилось как для стартовой стадии расчета, так и в стационаре.

Также были проведены расчеты в условиях двух- и трехмерной реальных геометрий, выполненные по алгоритмам класса 2 в области, содержащей часть баллона, микроскопло и часть вакуумной камеры, как показано на рис. 1.

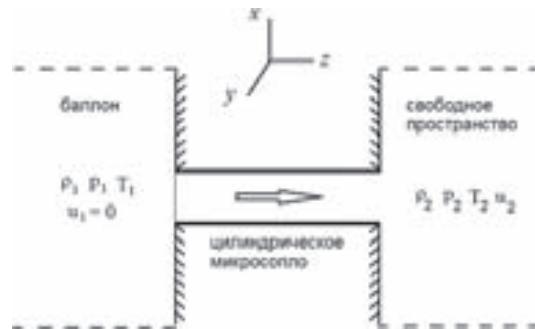


Рис. 1. Модельная геометрия

Динамика процесса прослеживалась на примере распределения концентрации молекул азота. Анализ полученных данных показал, что прохождение газа в микроскопло реализуется симметричным образом и соответствует физике процесса. Отличие трехмерных расчетов от двумерных выразилось в разнице времен формирования конкретных распределений. В частности, отличались примерно в 1,3 раза времена выхода тепловой волны из микроскопла. Полученные результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными работы [5].

В представляющей работе будет рассмотрено сравнение разработанного много-масштабного подхода на основе алгоритмов классов 3 и 4 с расчетами эволюции микросистемы малого размера, проведенных в рамках алгоритма класса 1. Предварительные расчеты показали, что при соблюдении определенных условий решение

по алгоритмам классов 3 и 4 соответствует на макроуровне решению, полученному по алгоритму класса 1.

1. Подрыга В. О. Многомасштабный подход к трехмерному расчету течений газов и их смесей в микроканалах технических систем // ДАН. — 2016. — Т. 469, №6. — С. 656–658.
2. Подрыга В. О., Поляков С. В. Многомасштабное моделирование истечения газовой струи в вакуум // Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша. — 2016. — №81. — 52 с.
3. Подрыга В. О. Определение макропараметров реального газа методами молекулярной динамики // Математическое моделирование. — 2015. — Т. 27, №7. — С. 80–90.
4. Подрыга В. О., Поляков С. В. Молекулярно-динамический расчет макропараметров газа в потоке и на границе // Препринты ИПМ им. М. В. Келдыша. — 2016. — №80. — 26 с.
5. Ramos A., Tejeda G., Fernandez J. M., Montero S. Nonequilibrium Processes in Supersonic Jets of N₂, H₂, and N₂ + H₂ Mixtures: (I) Zone of Silence // J. Phys. Chem. A. — 2009. — V. 113. — P. 8506–8512.

ВЛИЯНИЕ НОВЫХ ЭФФЕКТОВ В ФИЗИЧЕСКОЙ МЕХАНИКЕ

Э. В. Прозорова

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия

Важным направлением современных исследований является изучение влияния момента количества движения и запаздывания во всей механике, включая квантовую механику. Изменение момента связано с появлением дополнительной силы, которая может играть роль малого возмущения, влияющего на устойчивость структуры. Полученные эффекты могут оказаться при критических и около критических режимах работы самолетов, ракет, различных устройств, строительных конструкций, а также при некоторых естественных процессах. Величина дополнительной силы определяется значением градиента физических величин (плотности, скорости, количества движения) и структурой изучаемого объекта. В случае динамического формирования структуры изменяется положение центра инерции, что влечет за собой изменение момента количества движения. В статическом случае возникновение момента возникает при неравномерном распределении параметров. Для элементарного объема важно как вращение его относительно своего центра инерции, так и вовлеченность во вращение большего объема. Представление о сумме дивергентной и вихревой скоростей при разложении скорости относительно произвольной точки внутри элементарного объема является неверным, так как вихревая часть есть составляющая этой скорости относительно оси инерции элементарного объема. В механике принято одинаково рассматривать функцию Лагранжа для невзаимодействующих и для коллективно взаимодействующих частиц, что вызывает сомнение, особенно при металлических и ионных связях.

Во всех случаях в классической теории рассматривается предельный случай, когда объем — точка, но материальная точка (частица) — простейшая физическая модель в механике — идеальное тело, размерами и вращением которого можно пренебречь. Можно также считать размеры тела бесконечно малыми по сравнению с другими размерами или расстояниями в пределах допущений исследуемой задачи. Вывод законов сохранения в классической механике базируется на интегральных законах сохранения, стягивающихся в точку. Во второй классической теории переход к законам сохранения осуществляется путем использования для плотности суммы дельта функций от разности ($x_i - x$), аналогично выстраиваются законы сохранения для количества движения и энергии. В предыдущих работах были

получены модифицированные уравнения энергии, движения и неразрывности для бесструктурных частиц, учитывающие изменение момента количества движения в элементарном объеме.

Предлагается анализ и исследование математических моделей, позволяющих учесть влияние момента количества движения и запаздывания в механике при взаимодействии многих частиц, механике сплошной среды, кинетической теории. Наиболее изученным уравнением, включающим нелинейность, диссипацию и дисперсию является уравнение Кортеугера — де Фриза Бюргерса. Нелинейность изменяет форму сигнала, диссипация — амплитуду, дисперсия — третья производная перемешивает гармоники. Последняя скорее всего влияет на возникновение турбулентности. Обсуждается нарушение эргодичности классических уравнений механики сплошной среды. Предлагается новый способ расчета давления и энергии для многокомпонентной среды. Для сплошной среды получен несимметричный тензор напряжений как результат действия момента. Исследуется роль дискретности описания среды в кинетической теории и взаимодействие дискретности и «сплошности» сред. Обращается внимание на запаздывание процессов, что важно при описании дискретных сред. Для предельных случаев больших градиентов получены аналитические формулы, позволяющие получить ядро уравнений Навье-Стокса. Из кинетического уравнения получены уравнения С. В. Валлантера. На наш взгляд неточность, приводящая к симметрии тензора напряжений, возникает при расчете функции Лагранжа частиц как суммы попарно взаимодействующих частиц и неизменности положения центра инерции системы. Положение оси инерции при равновесных условиях и при неравновесных условиях различно, что и обуславливает наличие коллективных эффектов. Интересно, что эффекты влияния момента количества движения и изменения положения центра инерции могут быть существенны и в квантовой механике при рассмотрении распада частиц на три и более частиц; при написании потенциала в уравнении Шредингера. Общий учет всех эффектов приводит к громоздкой системе уравнений и поэтому требуется выделение главных эффектов в конкретной ситуации. Анализируется общая постановка задачи в конкретной ситуации.

Отдельно обсуждаются результаты численного решения одномерной задачи о структуре ударной волны при числе Maxa $M = 1$.

1. Evelina V. Prozorova. Influence of the Delay and Dispersion In mechanics // Journal of Modern Physics. — 2014. — V. 5. — P. 1796–1805.
2. Вигнер Е. Этуиды о симметрии. — М.: Мир, 1971. — 318 с.
3. Валлантер С. В., Еловских М. П. Теоретическая зависимость коэффициентов теплопроводности газов от температуры // Доклады АН СССР. — 1951. — Т. 79(1). — С. 37–40.
4. Елизарова Т. Г. Квазигазодинамические уравнения и методы расчета вязких течений. — М.: Научный мир, 2007. — 352 с.
5. Прозорова Э. В. О моделях механики сплошной среды // Международный научный журнал «Проблемы нелинейного анализа в инженерных системах». — Казань: КАИ, 2013. — Вып. 1(39). — Т. 19. — С. 31–44.
6. Прозорова Э. В. Влияние дисперсии в неравновесных задачах механики сплошной среды // Электронный журнал «Физико-химическая кинетика в газовой динамике». — М.: МГУ, 2012. — Т. 13. — URL: <http://www.chemphys.edu.ru/pdf/2012-10-30-001.pdf>. — 30 с.
7. Evelina Prozorova. Effect of Mathematical Models on Experimental Data for the Gas and Liquids // Journal of Mechanics Engineering and Automation. — 2016. — No. 6. — P. 313–318.
8. Prozorova E. The Role of Dispersion Effects and Delay for Continuum Mechanics // Proceedings of 16th International Workshop on New Approaches to High-Tech: Nano-Design, Technology, Computer Simulations. NDTCS-2015, 136-8.

РАСЧЕТ ДИНАМИЧЕСКОГО ВОЗДЕЙСТВИЯ ПОТОКА ГАЗА НА ЭЛЕМЕНТЫ ВЫСОКОПОРИСТОГО ВОЛОКНИСТОГО СЕНСОРА МЕТОДОМ МНОГОМАСШТАБНОГО ОСРЕДНЕНИЯ

D. B. Садин, A. N. Добролюбов

BKA им. А. Ф. Можайского, Санкт-Петербург, Россия

Доклад посвящен теоретическому обоснованию новой технологии течеискания в вакууме с использованием высокопористого волокнистого сенсора в разреженной газовой среде. Течеискание основано на реакции датчика течи на динамическое воздействие молекулярного потока на одиночную частицу [1] или ансамбль частиц [2, 3], а также волокна [4] микро- и наноразмеров. Особенностью таких датчиков является возможность получать электромагнитный или фотоэлектрический сигнал в ответ на механическую реакцию, что формирует принципиальный технический облик при создании микро- и наноэлектромеханических сенсоров, например, [5, 6].

В настоящей работе в качестве модельной течи выбран эфузионный молекулярный поток газа, который достаточно хорошо теоретически и экспериментально изучен [7, 8]. А целью работы является исследование его динамического воздействия на связные произвольно ориентированные в пространстве волокна, образующие конгломерат сферической формы. Изучается влияние размерного эффекта (отношение радиуса микроволокнистого сенсора к характерным линейным размерам задачи) на динамику сенсора.

Микромасштаб осреднения. Рассмотрим малый участок волокна сенсора в виде цилиндра диаметром $d = 2r$ и длиной L , проходящий через ось симметрии эфузионного молекулярного потока x под углом φ к оси (рис. 1). Выделим элементарную площадку на поверхности волокна $d\sigma$, нормаль которой \mathbf{n} образует угол ψ с плоскостью, содержащей ось x и ось участка волокна. Единичные векторы \mathbf{i} и \mathbf{k} лежат в плоскости площадки $d\sigma$. Вектор параллелен оси \mathbf{i} цилиндра, а \mathbf{k} — перпендикулярен.

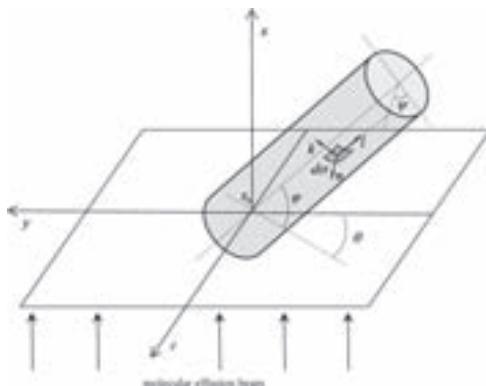


Рис. 1. Микромасштаб осреднения

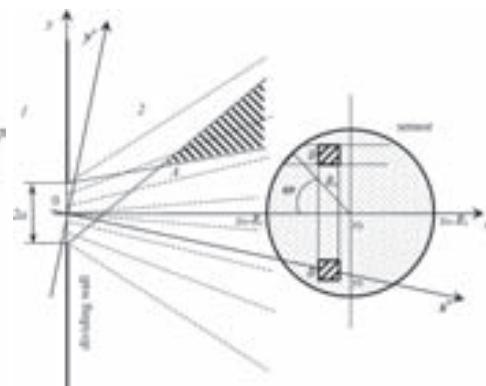


Рис. 2. Макромасштаб осреднения

Определим коэффициент сопротивления участка волокна для случаев зеркального и диффузного отражения молекул, расположенного под углом φ к оси симметрии $C_x = F_x / (0,5\rho u^2 L d \cos \varphi)$. Учитывая $(\pi/4)\overline{\rho u^2 x^2} = (\pi/6)\overline{\rho u^2 \bar{x}^2} = \pi \overline{\rho u^2} \bar{x}^2 \rightarrow 1$ при

$\bar{x} \gg 1$ [4], имеем $C_x^{(m)} = \cos^2 \varphi \pi$ при $\alpha_n = \alpha_\tau = 0$, $C_x^{(d)} = (3/4)\pi + (\pi^2/8) \cos \varphi \sqrt{T_w/T_1}$ при $\alpha_n = \alpha_\tau = 1$. Здесь обозначения соответствуют [1–3].

Предполагается, что участки волокна равновероятно ориентированы в пространстве (рис. 4) с плотностью распределения, тогда среднее значение силы $F_L = \int_0^{2\pi} \int_{-\pi/2}^{\pi/2} F_x f(\theta, \varphi) d\varphi d\theta$ для рассматриваемых случаев отражения молекул в результате интегрирования имеет вид

$$F_L^{(m)} = C_L^{(m)} \frac{\rho u^2}{2} L d, \quad C_L^{(m)} = \frac{3}{16} \pi^2 \quad \text{при } \alpha_n = \alpha_\tau = 0,$$

$$F_L^{(d)} = C_L^{(d)} \frac{\rho u^2}{2} L d, \quad C_L^{(d)} = \pi^2 \left(\frac{3}{16} + \frac{1}{12} \sqrt{\frac{T_w}{T_1}} \right) \quad \text{при } \alpha_n = \alpha_\tau = 1.$$

Макромасштаб осреднения. Определим силу, действующую на микроволокнистый сенсор в виде совокупности произвольно ориентированных в пространстве связных участков волокон. Выделим произвольный элементарный объем $2\pi R_s^2 \sin \omega \cos \omega dx d\omega$ в форме кольца B (рис. 1) внутри сенсора. Проекция на ось x силы, действующей со стороны молекулярного потока на волокна в единице объема сенсора равна $F_{Vx} = (2/\pi)C_L(\alpha_f/r)\rho|\mathbf{v}|u/2$ (\mathbf{v} — вектор макроскопической скорости молекулярного потока). Тогда интегрируя по объему шара (рис. 1), получим силу, приходящуюся на сенсор в целом с учетом его размernого эффекта ($R_s \propto x_0$ — радиус сенсора сопоставим с его начальным положением):

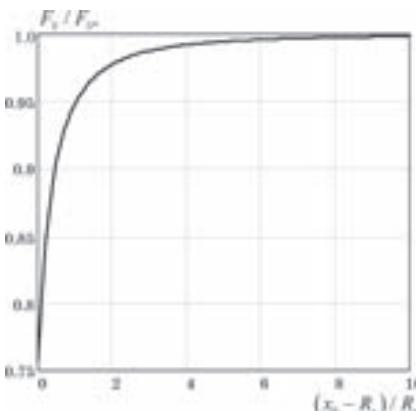


Рис. 3. Зависимость отношения сил F_v/F_{v*} от безразмерного положения центра сенсора

ны для случая $(x_0 - R_s)/a \geq 100$ (рис. 1), т. е. когда траектории молекул становятся практически прямолинейными $\bar{T}_y|_{(x_0 - R_s)/a=100} = \bar{T}_z|_{(x_0 - R_s)/a=100} = 10^{-4}$ и $\bar{T}_x|_{(x_0 - R_s)/a=100} = 3 - 8/\pi$.

- Садин Д. В., Алексашов В. Ю., Алексеев К. В., Варварский В. М., Лебедев Е. Л. Продельно автомодельное движение твердой частицы в свободномолекулярном потоке газа, истекающего из отверстия // ПМТФ. — 2012. — Т. 53, № 6. — С. 41–48.
- Садин Д. В., Алексашов В. Ю., Варварский В. М., Добролюбов А. Н. Взаимодействие ансамбля микрочастиц со свободномолекулярным потоком газа, истекающего из отверстия // Письма в ЖТФ. — 2014. — Т. 40, № 16. — С. 15–21.
- Садин Д. В., Алексеев К. В. Эволюция пылевого облака в поле свободномолекулярного потока в невесомости (численные сценарии) // Журнал технической физики. — 2016. — Т. 86, № 2. — С. 8–13.
- Садин Д. В., Алексеев К. В., Добролюбов А. Н. О локализации течи в вакууме методом индикаторных волокнистых частиц // Дефектоскопия. — 2016. — № 3. — С. 10–17.

5. Алексашов В.Ю., Садин Д.В., Беляев Б.В., Добролюбов А.Н. Патент на изобретение RUS 2502973 27.03.2012.
6. Садин Д.В., Добролюбов А.Н. Патент на изобретение RUS 2343439 05.03.2007.
7. Кошмаров Ю.А., Рыжов Ю.А. Прикладная динамика разреженного газа. — М.: Машиностроение, 1977. — 184 с.
8. Кудрявцев Н.Н., Мазяр О.А., Сухов А.М. Методы генерации молекулярных пучков // Успехи физических наук. — 1993. — Т. 163, №6. — С. 75–93.

ИССЛЕДОВАНИЕ ВЛИЯНИЯ ПРОЧНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК МЕЖФАЗНЫХ ГРАНИЦ НА МЕХАНИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ КОМПОЗИТА NiCr–TiC

А. Ю. Смолин^{1,2}, Г. М. Еремина¹, Е. В. Шилько^{1,2}

¹ИФПМ СО РАН, Томск, Россия; ²ТГУ, Томск, Россия

Металлокерамические материалы характеризуются высокими механическими и трибологическими характеристиками. Ключевым элементом внутренней структуры металлокерамических композитов, оказывающим важное влияние на интегральные механические свойства этих материалов, является межфазная граница. Характер зависимостей механических свойств композитов от характеристик межфазных интерфейсов, как правило, является нелинейным и зачастую немонотонным. В связи с этим для выявления вида таких зависимостей и их обобщения для широкого класса дисперсно-упрочненных металлокерамических материалов применяется компьютерное моделирование с применением многоуровневых моделей. Ключевым структурным уровнем таких моделей является мезоскопический (определяется размером включений), в рамках которого межфазные границы учитываются явно. В данной работе на основе трехмерного численного моделирования показано влияние морфологии и прочностных характеристик межфазных границ на интегральные механические свойства дисперсно-упрочненного композита NiCr–TiC (50:50).

В качестве метода численного моделирования использовался метод подвижных клеточных автоматов [1]. Численные эксперименты по одноосному растяжению проводились на трехмерных представительных образцах в форме параллелепипеда. При построении мезоскопических моделей особенности структуры межфазных границ учитывались на основе использования одной из двух моделей межфазных интерфейсов: 1) модели узкой когезионной зоны [2] (рис. 1, а); 2) модели однородной широкой переходной зоны вокруг керамических частиц (рис. 2, а). В первом случае применялась модификация непотенциальной модели Жубеля–Бейлора [3]. Особенностью второй модели является конечная ширина интерфейса и наличие собственных (отличных от матрицы) механических свойств, таких как предел текучести, параметр деформационного упрочнения и прочность. Дисперсные включения имели округлую форму и приблизительно одинаковые размеры порядка 2,5 мкм.

Свойства подвижных клеточных автоматов, моделирующих NiCr, соответствовали экспериментальным данным [4] по сплаву X20H80-N: плотность $\rho = 8400 \text{ кг}/\text{м}^3$, модуль Юнга $E = 217 \text{ ГПа}$, коэффициент Пуассона $\nu = 0,3$. В качестве входного параметра для используемого в расчетах критерия прочности по величине интенсивности напряжений бралось табличное значение прочности этого материала на одноосное сжатие $\sigma_B = 834 \text{ МПа}$. Свойства автоматов, моделирующих TiC: $\rho = 4920 \text{ кг}/\text{м}^3$, $E = 439,43 \text{ ГПа}$, $\nu = 0,188$, $\sigma_B = 1380 \text{ МПа}$.

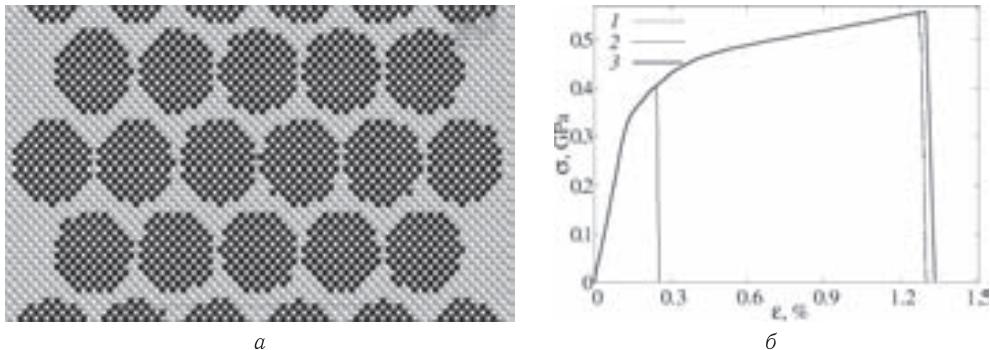


Рис. 1. Структура модельных композитных образцов (а) и диаграммы одноосного растяжения композитов при различных значениях прочности межфазных границ σ_B^{int} (б): 1 — $0,5\sigma_B^{NiCr}$; 2 — $1,0\sigma_B^{NiCr}$; 3 — $1,5\sigma_B^{NiCr}$

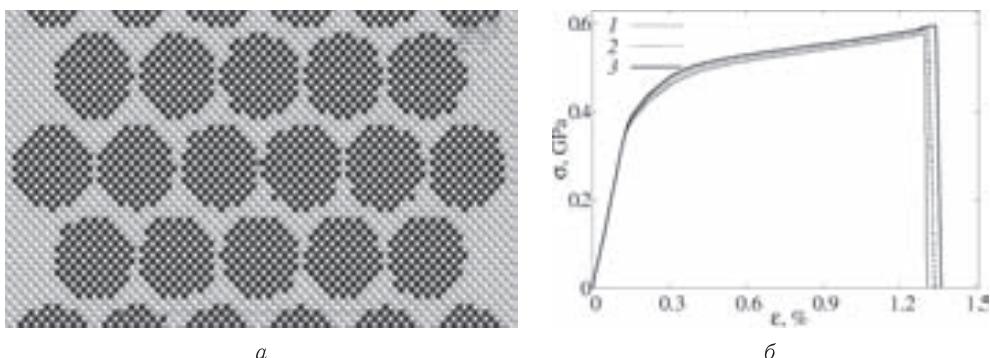


Рис. 2. Структура модельных композитных образцов (а) и диаграммы одноосного растяжения композитов с широкой интерфейсной зоной, характеризующейся различными значениями предела текучести σ_y^{int} : 1 — σ_y^{NiCr} ; 2 — $1,1\sigma_y^{NiCr}$; 3 — $1,2\sigma_y^{NiCr}$

Основной механической характеристикой интерфейса, описываемого моделью когезионной зоны, является величина его прочности. Как видно из рис. 1, б изменение величины прочности межфазного интерфейса не оказывается на величине эффективного предела упругости, однако обеспечивает существенное увеличение предела прочности композита (до 30%), а также многократное увеличение его предельной деформации и работы разрушения. При достижении величины прочности интерфейса, равной прочности матрицы, значения интегральной прочности и работы разрушения композита стремятся к насыщению и при дальнейшем увеличении прочности межфазных границ практически не изменяются. При изменении прочности интерфейса меняется также характер разрушения материала. Если $\sigma_{interface} < \sigma_{matrix}$ разрушение композита начинается с зарождения микротрещин на межфазных границах, при дальнейшем растяжении эти повреждения объединяются в единую макротрещину. Когда $\sigma_{interface} \geq \sigma_{matrix}$, то первые изолированные друг от друга микроповреждения образуются внутри включений. Магистральная трещина формируется в результате объединения микроповреждений. Такая магистральная трещина, как правило, развивается перпендикулярно направлению приложения нагрузки.

Одной из главных механических характеристик интерфейса, описываемого моделью широкой переходной зоны, является ее предел текучести. В настоящей ра-

боте проведен анализ влияния механических свойств межфазного интерфейса субмикронной ширины (250 нм) на механический отклик модельного образца металлокерамического композита.

Из рис. 2, б видно, что увеличение предела текучести интерфейса приводит к увеличению прочности рассматриваемой системы на 5,3% и существенному увеличению предельной деформации (на 15% при увеличении σ_y^{int} на 20%). Кроме того, увеличение σ_y^{int} приводит к росту интегрального коэффициента деформационного упрочнения моделируемого фрагмента композита. При изменении значения предела текучести интерфейса характер разрушения значительно не изменяется: первые трещины зарождаются в материале включений, далее они объединяются в магистральную трещину, распространяющуюся перпендикулярно приложению нагрузки.

Таким образом, результаты компьютерного моделирования показывают, что межфазные границы вносят значительный вклад в интегральные механические характеристики композиционного материала и характер его разрушения.

1. Shilko E. V., Psakhie S. G., Schmauder S. et al. // Comp. Mater. Sci. — 2015. — V. 102. — P. 267–285.
2. Park K. and Kwon Y. W. // Computers and Structures. — 2013. — V. 123. — P. 28–38.
3. Geubelle P. H. and Baylor J. S. // Compos. Part B: Eng. — 1998. — V. 29. — P. 589–602.
4. Дудова Р., Кайбышев Р. О., Валитов В. А. // Физика металлов и металловедение. — 2009. — Т. 108, №6. — С. 657–666.

АВТОМАТИЧЕСКАЯ ВАЛИДАЦИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ ЧИСЛЕННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ УПРУГО-ПРОЧНОСТНЫХ ХАРАКТЕРИСТИК КОМПОЗИЦИОННЫХ МАТЕРИАЛОВ, ПОЛУЧАЕМЫХ МЕТОДОМ РЕВЕРСИВНОЙ МНОГОМАСШТАБНОЙ ГОМОГЕНИЗАЦИИ

А. П. Соколов, А. Ю. Першин, В. Н. Щетинин, А. С. Сапелкин

МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия

Одним из серьезных препятствий на пути прикладного внедрения вычислительных методов при проектировании новых композиционных материалов является необходимость гарантировать заданную степень доверия получаемому численно результату. Другими словами, получаемые численно данные должны проходить процедуру валидации.

Метод реверсивной многомасштабной гомогенизации (РМГ) [1, 2] позволяет оценивать физико-механические характеристики композиционных материалов (КМ) при недостатке исходных данных. В основе лежат методы решения прямых и обратных задач микромеханики КМ [3–6]. Однако, как и любой другой вычислительный метод, для определения значений конкретных характеристик КМ РМГ базируется на использовании конкретных математических моделей (для упругих характеристик — модель линейной теории упругости, для прочностных — модель первичного или полного разрушения, которые, в свою очередь базируются на применении конкретных критериев прочности), которые имеют ограниченную область применимости. В работе были созданы программные инструменты, которые обеспечили возможности синхронного ввода в общую базу данных свойств материалов (БД GCDDB) результатов расчетов, получаемых с помощью РВС GCD (официальный сайт разработки РВС GCD: <http://gcad.bmstu.ru>) с использованием РМГ, и результатов проводимых экспериментальных исследований.

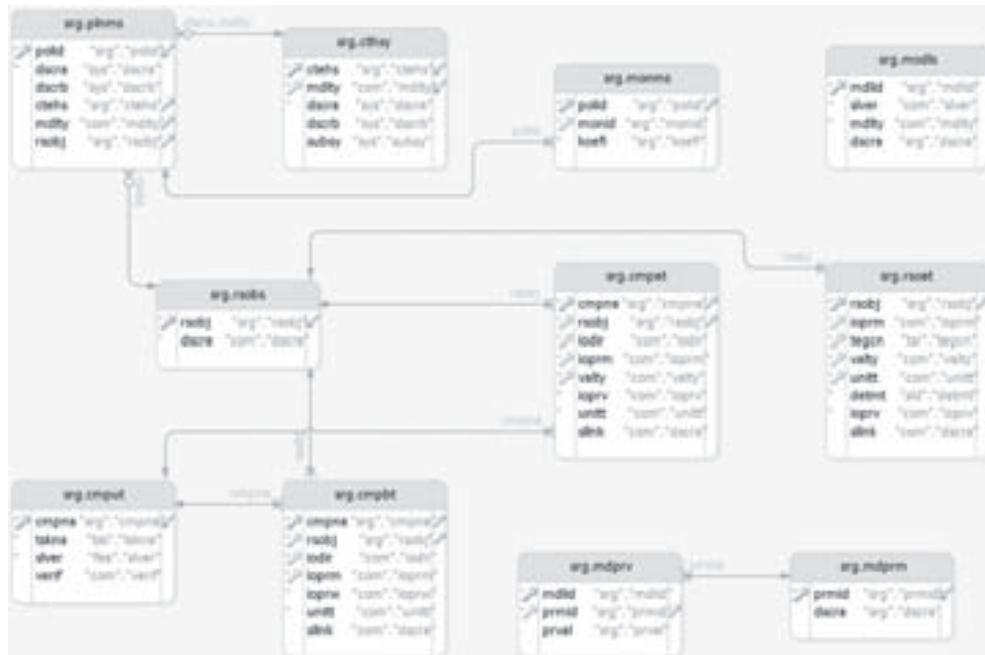


Рис. 1. Реляционная модель данных для синхронного хранения результатов расчетов и экспериментов

slkmatpr_yprc_v2 - slkmatpr_yprc_v2 - Сравнение результатов расчетов с результатами испытаний (ИПа) (полное)											
	L7	EXX									
(статич.) тификатор матери	БерноД	офф. ядро	статич.)	slkprv_c0	Delta_B0	unitt_c	тот,	slkprv_D	Delta_B0	унит,D	эксперимен-
19. XT118_SPEC_17	EXX	M...	N...	AVERAGE	2906.05	0.145003	MPa	46	2910.27	0.145213	МPa
20. XT118_SPEC_17	EXX	M...	N...	CURRENT	2906.05	0.145003	MPa	46	2910.27	0.145213	МPa
21. XT118_SPEC_17	EXX	M...	N...	DISPERSION	-517.442		MPa	46	0	-100	МPa
22. XT118_SPEC_17	EXX	M...	N...	STAT_MAX	2930	0.677876	MPa	46	2910.27	0.673312	МPa
23. XT118_SPEC_17	EXX	M...	N...	STAT_MIN	2870	1.38379	MPa	46	2910.27	1.4032	МPa
24. XT118_SPEC_17	EXX	M...	N...	STAT_SAM...	46	367.06	MPa	46	9.832	78.6281	МPa

Рис. 2. Автоматизированное сравнение результатов расчетов и результатов экспериментальных исследований в рамках PBC GCD

Для хранения результатов расчетов и результатов экспериментальных исследований была создана специализированная нормализованная реляционная модель данных (структура представлена на рис. 1).

Результаты расчетов, как и экспериментов, содержат погрешности, что было учтено в системе автоматической валидации путем проведения сравнения математических ожиданий интересующих величин.

Система валидации была интегрирована в РВС GCD и построена таким образом, что каждое новое значение исследуемого параметра вносит поправку как в математическое ожидание так и в дисперсию этого параметра с учетом метода его получения (рис. 2). Таким образом, это позволяет автоматически вычислять отклонения математических ожиданий любых величин получаемых различными методами, а при достаточном массиве данных гарантировать заданную степень доверия получаемому численно результату.

Результаты работы системы валидации представлены на примере решения прикладной задачи расчета упруго-прочностных свойств композитных элементов конструкции газоразделительных мембранных сепараторов [7].

Работа проведена на кафедре «Системы автоматизированного проектирования» в МГТУ им. Н. Э. Баумана в рамках подготовки докторской диссертации Соколовым А. П.

1. Соколов А. П., Щетинин В. Н. Применение метода реверсивной гомогенизации (RMH) для решения задачи поиска эффективных упруго-прочностных характеристик композиционных материалов // Материалы XIX Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2015), 24–31 мая 2015, Алушта, Крым. — М.: Изд-во МАИ, 2015. — С. 332–334.
2. Соколов А. П., Першин А. Ю., Макаренков В. М., Щетинин В. Н., Сапелкин А. С. Проектирование композиционных материалов методом реверсивной многомасштабной гомогенизации // Материалы XXIX Международной научной конференции «Математические методы в технике и технологиях» (ММТТ-29). — Санкт-Петербург: СПбГТУ, 2016.
3. Jing Li. Inverse Problems in Structural Mechanics, PhD Thesis, Virginia Technology University. December 2005.
4. Голушкио С. К. Об аналитических и численных решениях прямых и обратных задач механики композитов // Известия Алтайского Государственного Университета. — 2014. — Т. 1(81). — С. 43–46.
5. Werner S. Weiglhofer. On the inverse homogenization problem of linear composite materials // Microwave and Optical Technology Letters. — 2001. — V. 28, No. 6. — P. 421–423.
6. Ватульян А. О. Обратные задачи в механике деформируемого твердого тела. — М: ФИЗМАТЛИТ, 2007. — 223 с.
7. Соколов А. П., Михайловский К. В., Щетинин В. Н., Сапелкин А. С., Пресняков В. В. Численное определение эффективных упруго-прочностных характеристик композитных заделок газоразделительных мембранных модулей // Материалы IX Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2016), 25–31 мая 2016, Алушта, Крым. — М.: Изд-во МАИ, 2016. — С. 387–389. — URL: <http://elibrary.ru/item.asp?id=26685902>.

СПЕЦИАЛИЗИРОВАННЫЕ ЧИСЛЕННЫЕ МОДЕЛИ АЭРОТЕРМОДИНАМИКИ ДЛЯ РАСЧЕТА МИКРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИХ ПАРАМЕТРОВ НА ТЕРРИТОРИИ ПРОМПЛОЩАДКИ И В ГОРОДСКОЙ ЗАСТРОЙКЕ

**О. С. Сороковикова, В. Н. Семенов, Д. В. Дзама, Г. А. Устинов,
Д. В. Благодатских**

ИБРАЭ РАН, Москва, Россия

Для расчета течений в задачах, где существенно влияние турбулентных процессов одним из общепризнанных подходов является трехмерное численное моделирование RANS-уравнений гидродинамики. Работа посвящена модели такого

класса для расчета микромасштабной атмосферной циркуляции и переноса примеси внутри городской застройки в приближении Буссинеска.

Модели, использующиеся для решения таких задач, подразделяются на узко-специализированные (MISKAM [1], FE3MP [2]) и коды общего назначения, как коммерческие, так и некоммерческие. Характерной чертой узко-специализированных моделей является использование замыкающих соотношений в приземном слое (параметризации потоков тепла и импульса в приземном слое на основе теории подобия Монина–Обухова) для атмосферных течений. В отличие от кодов общего назначения они не требуют сгущения сетки к подстилающей поверхности и поверхности зданий.

Разработанная авторами модель принадлежит к группе узко-специализированных моделей [1, 2] область применения которых изначально ограничена расчетом специфического класса процессов, возникающих вокруг зданий, внутри городских кварталов в приземном атмосферном слое. Преимуществом используемого подхода является отсутствие необходимости в чрезмерном сгущении сетки вблизи приземного слоя.

Отличием нашей модели от других моделей в этой группе является использование параметризаций турбулентных потоков тепла и импульса для случаев стабильной и неустойчивой стратификации атмосферы. Упомянутые выше модели используют параметризации только при нейтральной стратификации атмосферного приземного слоя.

Приведена верификация разработанной модели на обширном числе различных экспериментов, как натурных (выполненных на реальных объектах), так и лабораторных. Кроме сравнения с экспериментальными данными в докладе также приведены результаты кросс-верификации с другими моделями того же класса.

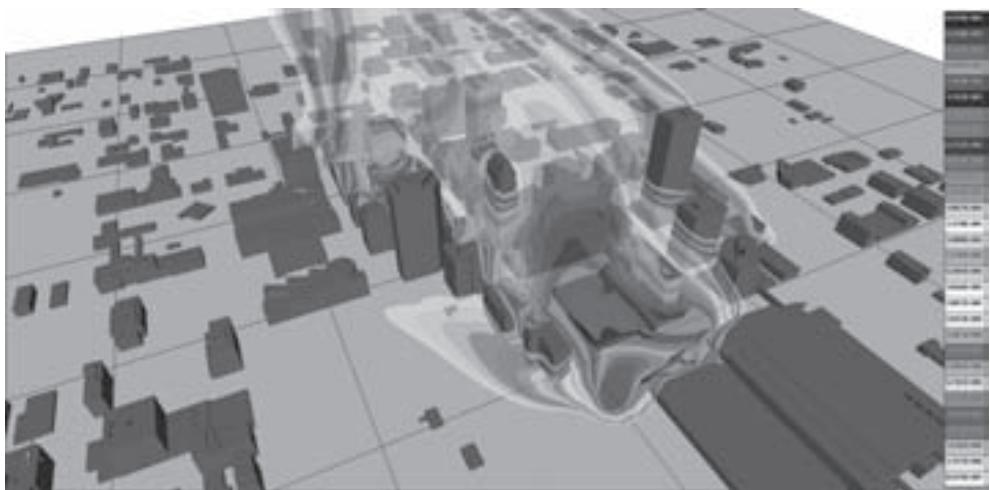


Рис. 1. Поле концентрации примеси и трехмерная модель города Оклахома

В качестве статистических характеристик, которые используются для объективной оценки качества моделирования, нами взяты количественные критерии, апробированные в результате совместной работы исследователей из нескольких европейских стран по верификации численных моделей для расчета течений в городской застройке в рамках проекта COST 732 [3, 4].

Результаты сравнение результатов расчета по нашей модели с наиболее популярными зарубежными аналогами продемонстрировали, что наша модель не уступает им количественным критериям [3, 4], а в ряде случаев превосходит их.

Модель была апробирована на реальном натурном эксперименте, который был проведен в городе Оклахома-сити 7 июля 2003 г. — JOINT URBAN 2003. Застройка центра города насыщена высотными зданиями. Источник пассивной примеси SF6 располагался у поверхности земли и действовал постоянно в течение полужаса. На рис. 1 представлен результат моделирования — трехмерное облако концентрации примеси в центре мегаполиса, а также трехмерная STL-модель самого города.

Количественное сравнение результатов расчета и данных измерений показало, что максимальные расчетные значения концентрации отличаются от измеренных на 5 %.

1. SoundPlan. MISKAM advanced.<http://www.soundplan.eu/english/soundplan-air-pollution/miskam-advanced/>.
2. Stevens T. Chan, Martin J. Leach. A Validation of FEM3MP with Joint Urban 2003 Data // Journal of applied meteorology and climatology. — 2007. — V. 46. — P. 2127–2146.
3. Michael Schatzmann, Helge Olesen and Jörg Franke. COST 732 Model Evaluation Case Studies: Approach and Results. University of Hamburg Meteorological Institute Centre for Marine and Atmospheric Sciences, 2010. — <http://www.mi.uni-hamburg.de/Official-Documents.5849.0.html>.
4. VDI (2005). Environmental meteorology — Prognostic microscale windfield models — Evaluation for flow around buildings and obstacles. VDI guideline 3783, Part 9. BeuthVerlag, Berlin.

МОДЕЛИРОВАНИЕ ЯЧЕИСТОЙ ДЕТОНАЦИИ В ГАЗОВЗВЕСЯХ ЧАСТИЦ АЛЮМИНИЯ НАНОМЕТРОВОГО ДИАПАЗОНА*

T. A. Хмель

ИТПМ СО РАН, Новосибирск, Россия

Введение. Вопросы горения нанодисперсных порошков алюминия, в том числе и в детонационном режиме, привлекают большой интерес ввиду широких перспектив использования. В [1, 2] развиты односкоростная и двухскоростная модели детонации взвесей алюминия в кислороде полуэмпирической приведенной кинетики для нанометрового диапазона размеров частиц. В [2] проведен анализ структур Чепмена–Жуге. В настоящей работе представлены данные численного моделирования ячеистой детонации наноразмерных частиц в рамках модели [2].

Физико-математическая модель детонации. Течение смеси описывается в рамках двумерных нестационарных уравнений МСС. Описание воспламенения и горения субмикронных и наноразмерных частиц в модели [2] основано на эмпирических данных, представленных в [3]. Критерием воспламенения является разрыв окисной пленки при плавлении алюминия: $T_{ign} = T_{melt}$, что соответствует расплавленно-дисперсионному механизму воспламенения [3]. Уравнение приведен-

*Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект 16-08-00778).

ной кинетики имеет вид $d\xi/dt = -(\xi - \xi_k)/\tau_\xi$. На основе совокупности эмпирических данных по зависимости времени горения наноразмерных частиц от их размера, а также давления, температуры и содержания окислителя в газе, в [2] получено выражение $\tau_\xi = \tau_0(d/d_0)^{0.3} \exp(E_a/RT_1)C_{ox}^{-0.7}(p/p_*)^{-0.5}$, где $d_0 = 80$ нм, $E_a = 60$ кДж/моль, $p_* = 0,8$ МПа, T_1 — температура газа. Значение $\tau_0 = 0,2$ мкс позволяет согласовать масштабы зон горения в нанометровом и микроразмерном диапазонах размеров частиц. Процессы тепловой и скоростной релаксации описываются с учетом перехода от континуального режима обтекания и теплообмена к свободномолекулярному режиму [1–3]. Как показал анализ стационарных структур [2], характерное время горения наноразмерных частиц намного превышает характерные времена тепловой и скоростной релаксации.

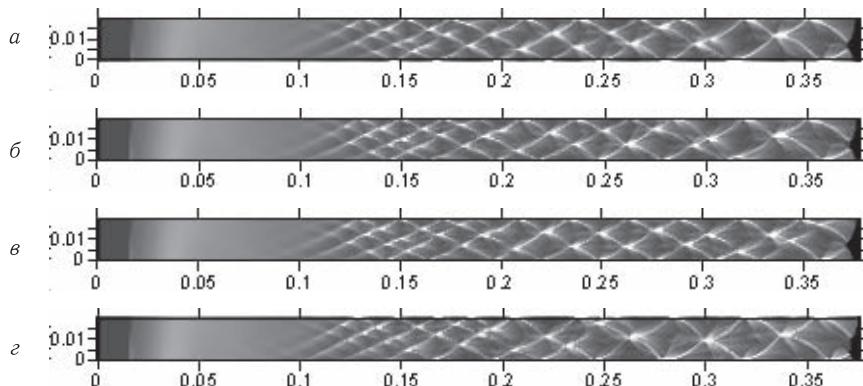


Рис. 1. Результаты тестовых расчетов на различных сетках. Сравнение моделей

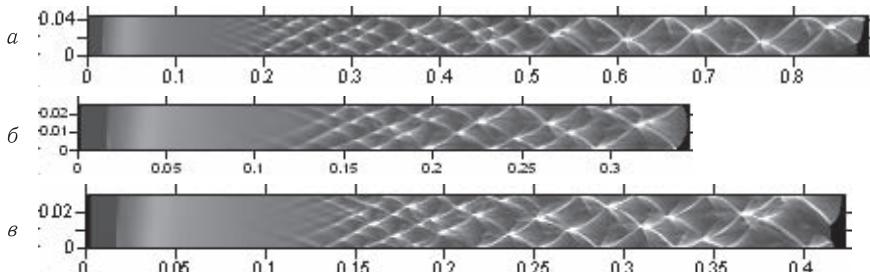


Рис. 2. Формирование ячеистой детонации в смесях частиц 600 нм в канале 4,2 см (а), 400 нм в канале 2,5 см (б) и 300 нм в канале 3 см (в)

Формирование ячеистой детонации. Начально краевая задача формулируется как инициирование детонации при входении сильной ударной волны в облако газовзвеси заполняющей всю ширину плоского канала с некоторым возмущением плотности на кромке [4]. Для численных расчетов применялась тестированная ранее схема Хартена TVD для газа и Джентри–Мартина–Дэйли для частиц [5]. Шаг сетки определялся соответственно масштабам зон релаксации, в тестовых расчетах варьировался. На рис. 1 приведены данные расчетов для взвеси частиц 300 нм (теневые картины истории максимального давления). На фрагментах *а* и *б* расчеты проводились без учета поправок Кенингема и учета числа Кнудсена в процессах теплообмена, шаг сетки составлял 0,0001 м (*а*) и 0,000075 м (*б*). На фрагментах *в* и *г* эти поправки учитывались, шаг сетки 0,000075 м (*в*) и 0,00005 м

(г). Как можно видеть, от 300 нм и выше, эффекты свободно-молекулярного режима обтекания и теплообмена незначительны. Для расчетов в диапазоне 300–600 нм принимался шаг 0,000075 м.

На рис. 2 приведены примеры расчетов для диапазона 300–600 нм. Отметим, что свойства ячеистой детонации в субмикронных и наноразмерных взвесях обусловлены влиянием кинетики горения алюминия с высокой энергией активации ($E_a = 60$ кДж/моль). Аналогично газовой детонации, ячеистые структуры в этом случае становятся нерегулярными. Как видно на рис. 1 и 2, первоначально из малых возмущений формируются мелкие ячейки, которые потом перестраиваются и укрупняются. В развитой ячеистой детонации максимальные давления при столкновении поперечных волн достигают 40–50 МПа, что втрое превышает значения для микроразмерных частиц (15 МПа) [4]. Анализ волновых картин течений показывает, что в фазах ослабления детонации за фронтом лидирующей УВ образуются значительные зоны непрореагировавших частиц, которые сгорают затем «взрывным» образом в поперечных волнах. Для микроразмерных частиц с меньшей энергией активации (около 32 кДж/моль) кинетики горения [4], такое поведение не наблюдалось.

1. Хмель Т. А. Стационарные структуры детонации газовзвеси наноразмерных частиц алюминия // Материалы XI Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ), 25–31 мая 2016 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2016. — С. 157–159.
2. Fedorov A. V., Khmel T. A. Detonation structures in gas suspensions of submicron and nano aluminum particles // In: Nonequilibrium Processes in Physics and Chemistry. V. II. / Ed. by A. M. Starik and S. M. Frolov. — M.: TORUS-PRESS, 2016. — P. 341–351.
3. Сандарам Д., Янг В., Зарко В. Е. Горение наночастиц алюминия (обзор) // ФГВ. — 2015. — Т. 51, №2. — С. 37–63.
4. Федоров А. В., Хмель Т. А. Численное моделирование формирования ячеистой гетерогенной детонации частиц алюминия в кислороде // ФГВ. — 2005. — Т. 41, №4. — С. 84–98.
5. Федоров А. В., Хмель Т. А. Численные технологии исследования гетерогенной детонации газовзвесей // Мат. моделирование. — 2006. — Т. 18, №8. — С. 49–63.

РАСПРОСТРАНЕНИЕ И ДИФРАКЦИЯ УДАРНЫХ ВОЛН В ПЛОТНЫХ ГАЗОВЗВЕСЯХ*

T. A. Хмель

ИТПМ СО РАН, Новосибирск, Россия

Введение. Ударно-волновые процессы в пылевзвесях высокой плотности описываются в рамках механики многофазных сред с учетом контактных взаимодействий частиц между собой [1]. Наличие в дискретной фазе давления, порождаемого столкновениями частиц, обуславливает множественность типов ударно-волновых структур [2]. В настоящей работе в рамках модели [1] и на основе численной технологии [3], адаптированной для расчетов в диапазоне конечных объемных концентраций частиц, исследуются ударно-волновые течения в плотных газовзвесях. Показана возможность формирования двухфронтовых ударно-волновых структур в облаке частиц. Рассмотрена дифракция ударной волны на обратном уступе.

*Работа выполнена при поддержке РНФ (проект 16-19-00010).

Особенности модели и численной технологии расчетов. Решаются уравнения Эйлера, вытекающие из законов сохранения. Полная энергия частиц включает энергию хаотического движения e_c (аналог «гранулярной» температуры). Уравнение состояния для собственного (столкновительного) давления частиц имеет вид $p_c = 0,5\alpha_t[1 + 2(1 + \varepsilon)m_2g(m_2)]\rho_2e_c$, где α_t , ε — параметры частиц, m_2 — объемная концентрация, $g(m_2) = [1 - (m_2/m_*)^{4m_*/3}]^{-1}$. Уравнение баланса полной энергии $E_c = e_c + \eta u_2^2/2$ ($\eta \leq 1$ — параметр неидеальности) с учетом диссипации I_0 имеет вид

$$\frac{\partial \rho_2 E_c}{\partial t} + \frac{\partial (\rho_2 u_2 E_c + \eta m_2 u_2 p_2)}{\partial x} = \eta p_1 \frac{\partial u_2 m_2}{\partial x} - I_0 + \eta f u_2.$$

Для численного решения применялась схема TVD Хартена для газа и аналог схемы Джентри–Мартина–Дэйли для частиц. Результаты тестирования представлены в [4].

Ударно-волновые структуры в плотных газовозвесях. Рассматривалась задача взаимодействия плоской ударной волны с облаком частиц. В зависимости от амплитуды УВ, загрузки и параметров столкновений в облаке частиц формируются волны различного типа. В [2] приведены примеры однофронтовых структур. Двухфронтовые структуры приведены на рис. 1 и 2. (Подобные структуры описаны в [5] для простейшей модели двух сжимаемых сред). Двухфронтовая структура первого типа (рис. 1) имеет лидирующий скачок в газе (небольшой амплитуды по плотности газа) и вторичный скачок в частицах (значки отвечают 10 узлам сетки), где генерируется хаотическое движение частиц (рост e_c на рис. 1, б). Двухфронтовая структура второго типа (рис. 2) имеет лидирующий скачок в параметрах частиц и вторичный скачок в газовой фазе.

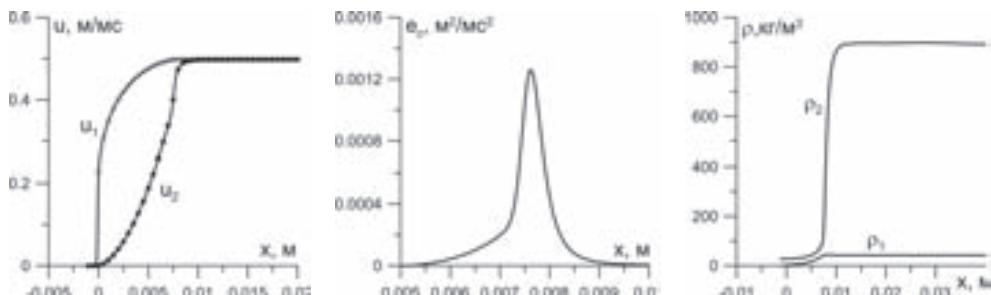


Рис. 1. Двухфронтовая структура первого типа ($m_0 = 0,01$, $M_0 = 4,5$, $e_{c0} = 0$)

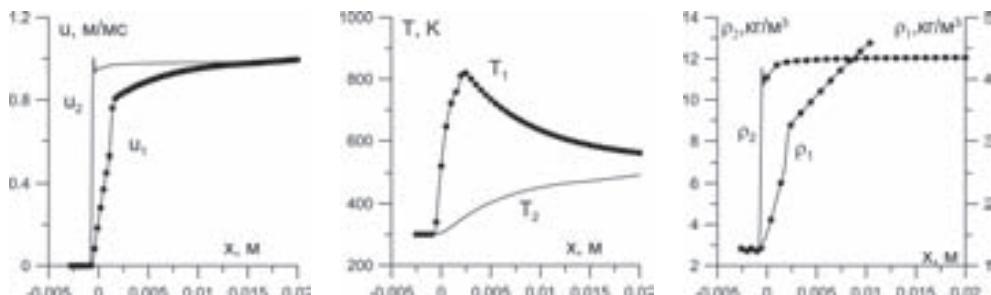
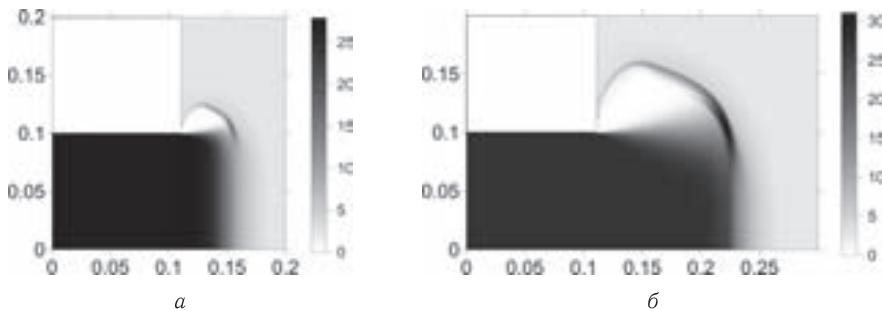
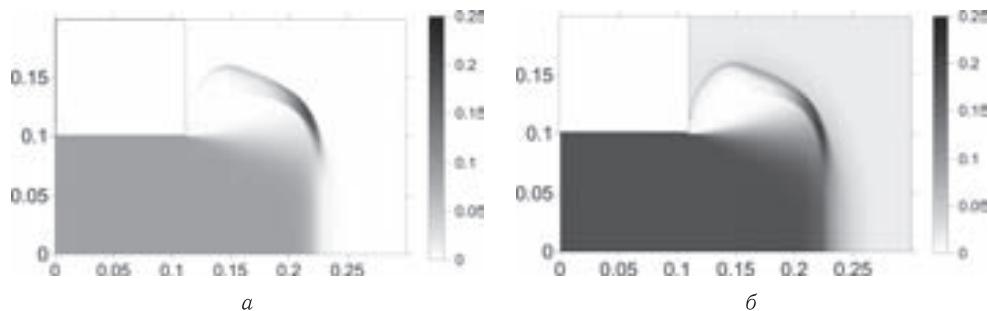


Рис. 2. Двухфронтовая структура второго типа ($m_0 = 0,001$, $M_0 = 5$, $e_{c0} = 0,005 \text{ m}^2/\text{ms}^2$)

Рис. 3. Картинки плотности частиц (в $\text{кг}/\text{м}^3$) при дифракции УВ на обратном уступеРис. 4. Гранулярное давление (в МПа): $0,0001 \text{ м}^2/\text{мс}^2$ (а), $0,01 \text{ м}^2/\text{мс}^2$ (б)

Дифракция ударной волны в плотной газовзвеси. Исследовалось влияние столкновительной динамики на картины дифракции ударной волны типа I на обратном уступе в плотной газовзвеси. Сравнивались решения в рамках стандартной модели и при учете столкновений. Расчеты показали, что картины плотности частиц совпадают, т. е. наличие гранулярного давления не приводит к заметному распылению формирующихся за дифрагированным фронтом слоев. На рис. 3 показаны плотности частиц на два момента времени. На рис. 4 представлены распределения гранулярного давления при различных значениях начального уровня хаотического движения. Таким образом, влияние столкновительной динамики частиц на картины дисперсии частиц за дифрагированным фронтом невелико, хотя гранулярное давление частиц может быть значительным (сопоставимым с давлением газа в ударных волнах).

- Хмель Т.А., Федоров А.В. Описание динамических процессов в газовзвесях с привлечением молекулярно-кинетических подходов для учета межчастичных столкновений // ФГВ. — 2014. — №2. — С. 81–93.
- Хмель Т.А., Федоров А.В. Моделирование распространения ударных и детонационных волн в запыленных средах при учете межчастичных столкновений // ФГВ. — 2014. — №5. — С. 53–62.
- Федоров А.В., Хмель Т.А. Численные технологии исследования гетерогенной детонации газовзвесей // Мат. моделирование. — 2006. — Т. 18, №8. — С. 49–63.
- Хмель Т.А. Численное моделирование взаимодействия ударных волн с пылевыми слоями высокой плотности // Материалы XIX Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСПС'2015), 24–31 мая, г. Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2015. — С. 552–554.
- Бедарев И.А., Федоров А.В. Структура и устойчивость ударной волны в газовзвеси с двумя давлениями // Вычислительные технологии. — 2015. — Т. 20, №2. — С. 3–19.

ВЛИЯНИЕ ТЕПЛОВОЙ ГРАНИЧНОЙ ПРОВОДИМОСТИ НА ТЕРМОУПРУГОЕ СОСТОЯНИЕ ДВУХСЛОЙНОЙ СИСТЕМЫ МЕТАЛЛ–ДИЭЛЕКТРИК ПРИ УЛЬТРАКОРОТКОМ ЛАЗЕРНОМ ВОЗДЕЙСТВИИ

C. В. Цаплин, С. А. Болычев

СамГУ, Самара, Россия

В настоящее время пико- и фемтосекундные лазеры получили широкое распространение в науке и технике. Сочетание ультракороткой длительности импульса с сверхвысокими значениями пиковой мощности в импульсе, а также низкой расходимостью лазерного излучения делает такие лазеры уникальным инструментом для фундаментальных физических исследований [1]. С другой стороны, пико- и фемтосекундные лазеры все больше используются для решения широкого спектра прикладных задач в различных областях науки и техники, в том числе в области технологий высокопрецизионной обработки материалов и биомедицинских технологиях.

Воздействие ультракоротких лазерных импульсов на структуры металл–диэлектрик приводит к возникновению неравновесного состояния в металлической пленке, а также к появлению термоупругой волны, которая образуется из-за теплового расширения в приповерхностной области и распространяется далее в структуру. Кроме того, важным фактором является передача тепла на границе металл–диэлектрик. Тепло может передаваться через границу по двум механизмам: взаимодействие между фононами металла и фононами диэлектрика и взаимодействие между электронами металла и фононами диэлектрика [2].

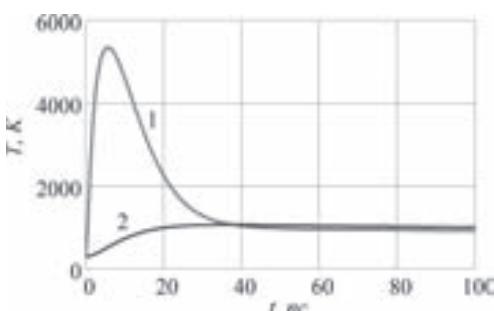


Рис. 1. Зависимость температуры на поверхности Au от времени (1 – электроны, 2 – решетка)

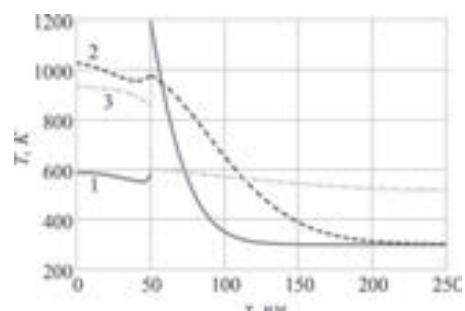


Рис. 2. Распределение температуры Au/Si в различные моменты времени (1 – 5 пс, 2 – 250 пс, 3 – 500 пс)

Рассмотрим задачу воздействия ультракоротких лазерных импульсов на двухслойную среду Au/Si. Постановка задачи на основе двухтемпературной модели с учетом термоупругих процессов как в металле, так и в диэлектрике, с наличием тепловых проводимостей на границе металл–диэлектрик для различных механизмов передачи энергии: электроны металла – фононы подложки и фононы металла – фононы подложки, а также с учетом температурной зависимости тепловых проводимостей на границе металл–диэлектрик приведена в [3]. Решение задачи проведено численно, методом сеток с использованием неявной схемы Кранка–Ницкансона. Проведен расчет динамики температурных полей и полей деформаций при воздействии лазерного импульса длительностью 5 пс на двухслойную среду Au/Si с толщинами 100 нм и 2 мкм, соответственно. Результаты расчетов приведены на рис. 1–3.

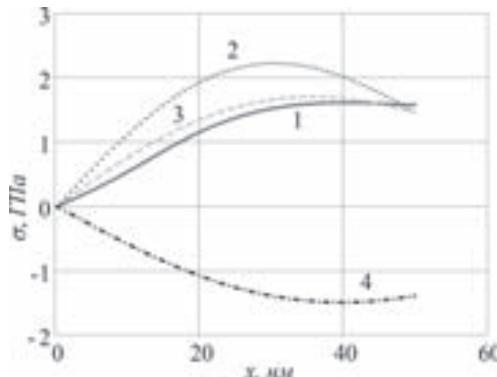


Рис. 3. Распределение напряжений в Au различные моменты времени (1 — 50 пс, 2 — 125 пс, 3 — 250 пс, 4 — 500 пс)

На приведенных рисунках показаны неравновесное состояние в Au (рис. 1), различные значения скачка температуры Капици на границе металл–диэлектрик в различные моменты времени (рис. 2), а также динамика напряжений в Au в зависимости от времени (рис. 3).

1. *Tzou D.* Macro- to microscale heat transfer. — Washington, DC: Taylor & Francis, 1997. — 576 p.
2. *Lombard J., Detcheverry F. and Merabia S.* Influence of the electron–phonon interfacial conductance on the thermal transport at metal/dielectric interfaces // Journal of Physics: Condensed Matter. — 2014. — V. 27(1). — P. 015007.
3. Цаплин С. В., Болычев С. А. Динамика температурных полей и деформаций в двухслойной среде Au/Si в приближении «холодной плазмы» при импульсном лазерном воздействии // Труды IX всероссийской конференции «Фундаментальные и прикладные проблемы современной механики», посвященной 55-летию полета Ю. А. Гагарина, 21–25 сентября 2016 года, НИИ ПММ ТГУ г. Томск. — С. 431–433.

АЛГОРИТМ УСКОРЕНИЯ РАСЧЕТОВ УРАВНЕНИЙ ПЕРЕНОСА КАК СПОСОБ ОПТИМИЗАЦИИ МОДЕЛИРОВАНИЯ НЕФТЯНЫХ МЕСТОРОЖДЕНИЙ*

А. И. Шангараева

К(П)ФУ, Казань, Россия

Совершенствование методов разработки нефтяных месторождений с целью повышения степени извлечения углеводородов является актуальной задачей. Особое внимание в последние годы уделяется месторождениям с трудноизвлекаемыми запасами, когда речь идет о фильтрации высоковязких жидкостей [1–8]. Наличие в пласте скважин обуславливает появление локальных областей с большими градиентами, что требует измельчения используемых при решении задач расчетных сеток, т. е. к значительному увеличению времени расчетов. Это требует разработки алгоритмов, которые позволили бы существенно сократить время расчетов.

В настоящей работе рассматривается случай изотермической фильтрации двухфазной жидкости в пласте, вскрытом системой добывающих и нагнетательных

*Публикация осуществлена при поддержке РФФИ (проект №15–41-02315).

скважин. Фильтрация жидкостей происходит по обобщенному линейному закону Дарси. Процесс описывается системой [9–12]

$$\beta \frac{\partial p}{\partial t} - \nabla \cdot (kk^* \nabla p) = 0, \quad m \frac{\partial s}{\partial t} = -\nabla \cdot (f \mathbf{u}) - \tilde{\beta}_w \frac{\partial p}{\partial t}, \quad (1)$$

где s — насыщенность, p — давление, β — суммарная упругоемкость среды, $\tilde{\beta}_w$ — эффективная упругоемкость системы, относящаяся к водной фазе, k — абсолютная проницаемость, kk^* — общая проводимость двухфазной системы, m — пористость, $\mathbf{u} = -kk^* \nabla p$ — общая скорость флюидов, $f = f(s, \mathbf{x})$ — функция Баклея–Леверетта, или доля воды в потоке. Система уравнений (1) широко применяется для гидродинамических расчетов при разработке нефтяных месторождений. Как правило, всегда возникает потребность множества вариантов расчетов моделей. часто используемый вариант решения системы (1) — это расчет поля давлений по неявной, поля насыщенности — по явной схемам расчета [2, 13]. При этом возникает ограничение на шаг по времени в случае явной схемы, что увеличивает время расчетов.

Для решений данной проблемы автором предлагается алгоритм ускорения расчета нефтенасыщенности. В работе исследуется использование разных шагов по времени в разных областях месторождения так, чтобы в каждой области шаг был: во-первых, достаточно велик для уменьшения расчетных процедур и, во-вторых, удовлетворял условию Куранта для соответствующих ячеек. Проведено сравнение вышеописанного варианта численного расчета с аналитическим решением для плоского случая [1]. Результаты расчетов достаточно хорошо совпадают с аналитическими результатами. Алгоритм проверен на примере задачи движения фронта насыщенности в радиально-симметричном случае. Численные расчеты показали выигрыш реального (физического) времени расчетов нефтенасыщенности примерно в 1,7 раза. Показано, что при использовании алгоритма в трехмерном случае, ускорение возможно более, чем в 2 раза. Верификация предлагаемого метода ускорения подробно описана в работе [14] для плоско-параллельного случая, для которого существует автомодельное решение. Там же предлагается использовать разные шаги по времени и их количество в разных областях месторождения так, чтобы в каждой области шаг был: во-первых, достаточно велик для уменьшения расчетных процедур и, во-вторых, удовлетворял условию Куранта для соответствующих ячеек.

1. Баренблatt Г. И., Ентов В. М., Рыжик В. М. Движение жидкостей и газов в природных пластиах. — М.: Недра, 1982. — 208 с.
2. Каневская Р. Д. Математическое моделирование гидродинамических процессов разработки месторождений углеводородов. — М.–Ижевск: Институт компьютерных исследований, 2002. — 140 с.
3. Дмитриев Н.М., Максимов В.М. Нелинейные законы фильтрации для анизотропных пористых сред // Прикладная математика и механика. — 2001. — Т. 65, № 6. — С. 963–970.
4. Бадриев И. Б. Математическое моделирование стационарных задач подземной фильтрации с многозначным законом // Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки. — 2013. — Т. 18, № 5–2. — С. 2444–2446.
5. Бадриев И. Б., Сингатуллин М. Т., Чебаков Ю. В. Численное исследование задач подземной установившейся фильтрации высоковязких жидкостей при наличии скважин // Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки. — 2015. — Т. 20, № 5. — С. 1041–1044.
6. Badriev I. B. On the solving of variational inequalities of stationary problems of two-phase flow in porous media // Applied Mechanics and Materials. — 2013. — V. 392. — P. 183–187.
7. Бадриев И. Б., Ляшко А. Д., Панкратова О. В. Исследование сходимости итерационных методов решения нелинейных задач теории фильтрации // Известия высших учебных заведений. Математика. — 1998. — № 11. — С. 8–13.

8. Бадриев И. Б., Желтухин В. С., Чебакова В. Ю. О решении некоторых нелинейных краевых и начально-краевых задач // В кн.: Материалы XXII Международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» им. А. Г. Горшкова Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет). — М.: ООО «ТРП», 2016. — С. 31–33.
9. Азиз Х., Сеттари Э. Математическое моделирование пластовых систем. — М.: Недра, 1982. — 407 с.
10. Шангареева А. И., Шевченко Д. В. Исследование влияния локальной неоднородности фазовых проницаемостей на параметры разработки нефтяных месторождений // Ученые записки Казанского университета. Серия: Физико-математические науки. — 2014. — Т. 156, № 4. — С. 103–111.
11. Шангареева А. И., Шевченко Д. В. Об алгоритме ускорения численных расчетов в задачах многофазной фильтрации // В кн.: Теория управления и математическое моделирование: Тезисы докладов Всероссийской конференции с международным участием, посвященной памяти профессора Н. В. Азбелева и профессора Е. Л. Тонкова. Удмуртский государственный университет, 2015. — С. 319–320.
12. Шангареева А. И., Шевченко Д. В. Оптимизация численного решения уравнений переноса для радиально-симметричного случая // Вестник Тамбовского университета. Серия: Естественные и технические науки. — 2015. — Т. 20, № 5. — С. 1533–1536.
13. VIP-EXECUTIVE technical reference guide — режим доступа http://esd.halliburton.com/support/LSM/ResMgmt/NexusVIPDT/Nexus/5000/5000_4/Help/Techref.pdf.
14. Шангареева А. И. Анализ алгоритма ускорения расчета нефтенасыщенности в одномерном случае // Вестник Казанского технологического университета. — 2014. — Т. 17, № 14. — С. 460–462.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ ИДЕНТИФИКАЦИИ УПРУГИХ ХАРАКТЕРИСТИК КОМПОНЕНТ ИЗОТРОПНЫХ КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ

В. Н. Щетинин, А. П. Соколов

МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия

На сегодняшний день количество используемых композитных материалов (КМ) в технике неуклонно растет. Для предсказания упругих характеристик КМ (УХ КМ) могут использоваться специальные математические модели гетерогенных сред совместно с методом асимптотического осреднения (МАО) [1, 2] (в зарубежной литературе метод гомогенизации). Для расчета УХ КМ с помощью МАО необходимо знание всех технических модулей компонент исследуемого КМ, которые зачастую не всегда известны в связи со следующими причинами. Во-первых, наполнители КМ зачастую имеют малый (микронный, субмикронный) размер: мелкодисперсные порошки, тонкие волокна, что существенно осложняет процессы проведения экспериментальных исследований. Во-вторых, большинство математических моделей КМ не учитывают особенности технологических процессов их изготовления, при которых возможно изменение свойств компонент КМ. В-третьих, обычно нет возможности экспериментальной оценки свойств компонент, образовавшихся в результате технологического процесса (например, свойств пограничных слоев между матрицей и наполнителем). Таким образом, актуальной является задача разработки вычислительных методик определения свойств компонент КМ на основе известных свойств всего КМ (например, полученных из эксперимента) и свойств остальных компонент КМ (далее, задача идентификации свойств компонент КМ). Получаемые таким образом свойства компонент КМ далее могут использоваться

для решения задач проектирования других КМ, включающих данную компоненту в свой состав.

В работе рассмотрена постановка задачи идентификации упругих свойств отдельных компонент композитных материалов на основе свойств композита в целом [3]. Задача сформулирована в общей постановке как некорректная коэффициентная обратная задача [4]. Поиск решения задачи осуществлялся с помощью метода последовательного квадратичного программирования и регуляризации Тихонова с априорным выбором коэффициента регуляризации [5]. Программная разработка была осуществлена в рамках PBC GCD [6].

Проведены вычислительные эксперименты над изотропными дисперсно-армированными композитами с разными концентрациями включений. Проведен численный анализ множественности решений. Показана возможность решения прямых задач на базе свойств, полученных для компоненты из обратной задачи для композита с другой концентрацией.

1. Димитриенко Ю. И., Соколов А. П. Об упругих свойствах композиционных материалов // Математическое моделирование. — 2009. — Т. 21, № 4. — С. 96–110.
2. Бахвалов Н. С., Панасенко Г. П. Осреднение процессов в периодических средах. — М.: Наука, 1984.
3. Werner S. Weiglhofer. On the inverse homogenization problem of linear composite materials // Microwave and Optical Technology Letters. — 2001. — V. 28, No. 6. — P. 421–423.
4. Ватулян А. О. Обратные задачи в механике деформируемого твердого тела. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2007. — 223 с.
5. Тихонов А. Н., Леонов А. С., Ягола А. Г. Нелинейные некорректные задачи. — М.: Наука, 1995.
6. Соколов А. П., Шпакова Ю. В., Першин А. Ю., Макаренков В. М. Разработка информационной программной подсистемы в PBC GCD обеспечения процесса коллективного проектирования композиционных материалов // Материалы XIX Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2015), 24–31 мая 2015 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2015. — С. 239–241, 329–241.

Секция G БИОМЕХАНИКА

**СОПОСТАВЛЕНИЕ СТРУКТУРНЫХ И ГИДРОДИНАМИЧЕСКИХ
ХАРАКТЕРИСТИК МЕМБРАН С НАНО- И МИКРОПОРАМИ**

***В. Н. Бакулин¹, Р. В. Шабалов², Х. Х. Валиев¹, Ю. Н. Карнет¹,
В. В. Попов¹, Н. С. Снегирева¹, О. Б. Юмашев¹***

¹ИПриМ РАН, Москва, Россия; ²МАИ, Москва, Россия

В решении множества задач техники и охраны здоровья человека важную роль играют мембранные технологии, изготавливаемые из полимеров, металлов, керамики, причем закономерности переноса жидкостей и газообразных сред зависят как от структуры мембран, так и показателей состояния среды, подвергаемой разделению [1]. В работах [2–10] показано, что при определении газопроницаемости микро и нанопористых мембран необходимо учитывать изменение плотности газа в материале мембранных и пользоваться для расчета расходов газа через поры не формулой Пуазейля, а формулой Мейера–Ландау.

Для работы с жидкими средами исследование характеристик полимерных мембран проводят с помощью гидродинамических испытаний, описанных авторами классических книг по мембранным методам [11–13]. Вместе с тем, в ряде случаев при разработке новых биологически активных композиций необходимо определить скорость фильтрования их в других условиях — при отличающихся от указанных в литературе давлениях, при весьма ограниченных объемах и т. д.

В предлагаемой работе проведено сопоставление структуры поверхности мембран со скоростью фильтрования малообъемных проб разрабатываемых биологических соединений с помощью устройства, позволяющего провести регистрацию интервала времени, необходимого для их сравнительной оценки.

Исследование морфологии поверхности нано и микроструктурных мембран проведено с помощью атомно-силового микроскопа (АСМ) easyScan (Nanosurf, Швейцария), работавшего в полуконтактном режиме на воздухе при комнатной температуре. На рис. 1 и 2 в качестве примера приведены снимки АСМ выбранных асимметричных мембран (Millipore, США) марок VM из смеси нитрата и ацетата целлюлозы с номинальными диаметрами пор 50 нм (рис. 1 и 2).

При определении гидродинамических характеристик этих мембран используют модель пористой пленки (мембранные) в виде ансамбля капилляров длиной ≈ 100 микрометров и диаметром, равным размеру пор. Диаметры пор, определяемые по уравнению Пуазейля для микропористых мембран, отражены в работах [11–13]. Наши данные для нанопористых мембран, полученные с помощью установки, описанной в работе [14], при значении гидравлического давления, соответствующего медицинскому назначению испытываемой жидкости, требуют введения дополнительных представлений о движении таких флюидов в сложных структурах. Здесь оказываются важными эффекты пограничных слоев, образующихся в наноструктурированных системах. Это связано также с тем, что гидродинамические испытания проведены на приборе, специально разработанном в свое время для работы с малыми объемами жидкостей [14], и с использованием физиологического раствора,

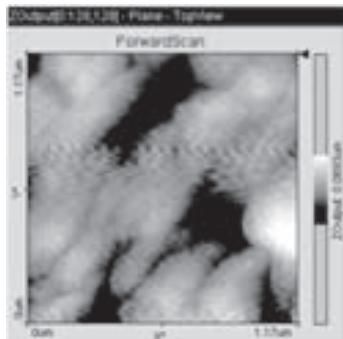


Рис. 1. ACM изображение активной стороны поверхности мембраны Millipore. (номинальный диаметр пор 50 нм, тип VM) Скан $1,17 \times 1,17$ мкм. Z — высота: 0,069 мкм

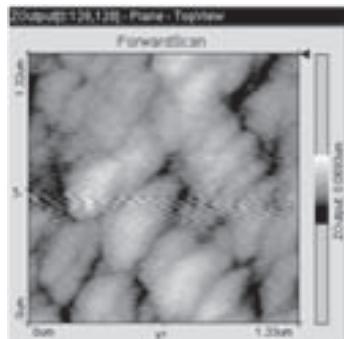


Рис. 2. ACM изображение опорной стороны поверхности мембраны Millipore. (номинальный диаметр пор 50 нм, тип VM) Скан $1,33 \times 1,33$ мкм. Z — высота: 0,069 мкм

что продиктовано медицинским назначением исследованных препаратов. Таким образом, результаты проведенных исследований и данные работ [2–10, 14] подтверждают необходимость связывать структурно-функциональные характеристики мембран с перспективностью их использования в области здравоохранения.

1. Науменко В. Ю., Валиев Х. Х., Карнет Ю. Н., Снегирева Н. С., Яновский Ю. Г. Исследование процесса агломерации наночастиц магнетита на поверхности структурированных полiamидных пленок // Поверхность. Рентгеновские, синхротронные и нейтронные исследования. — 2014. — №9. — С. 33–38.
2. Бакулин В. Н., Бошенятов Б. В., Попов В. В. Модель течения газа в полых волокнах с проницаемыми стенками // Прикл. математика и механика. — 2014. — Т. 78. — Вып. 2. — С. 179–185.
3. Бакулин В. Н., Бошенятов Б. В., Попов В. В. Течение газа в длинной трубке с проницаемой пористой стенкой // Доклады РАН. — 2015. — Т. 461, №3. — С. 281–285.
4. Бакулин В. Н., Емельянов В. В., Попов В. В. Стенд и методика экспериментальной проверки формулы Мейера–Ландау // XI Всероссийский съезд по фундаментальным проблемам теоретической и прикладной механики: сборник трудов (20–24.08.2015 г.). — Казань: Изд-во Казанского (Приволжского) федерального универ., 2015. — С. 304–305.
5. Бакулин В. Н., Попов В. В. Течение вязкого газа в плоском узком канале с проницаемой пористой стенкой // Материалы XIX Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам, 22–31 мая 2015 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2015. — С. 375–377.
6. Бакулин В. Н., Бошенятов Б. В., Попов В. В. Численное моделирование течения воздуха через тонкую сверхдлинную трубку при больших перепадах давления между ее входным и выходным сечениями // Материалы XI Международ. конф. по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2016), Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2016. — С. 24–26.
7. Бакулин В. Н., Попов В. В. Определение газопроницаемости микро- и нанопористых мембран // Сб. трудов 6-й Всероссийской научной конференции с международным участием им. И. Ф. Образцова и Ю. Г. Яновского «Механика композиционных материалов и конструкций, сложных и гетерогенных сред». 2016 г., Москва, 2017. Т. I. — С. 211–213.
8. Бакулин В. Н. Попов В. В. Аналитическое решение для течения вязкой жидкости/газа в длинной трубке с проницаемой пористой стенкой // Сборник трудов Международной конференции «Успехи механики сплошных сред (УМСС'2014)», приуроченной к 75-летию академика В. А. Левина, Владивосток, 2014. — С. 48–51.

9. Бакулин В. Н., Попов В. В. Расчет характерной длины половолоконной цилиндрической мембранны // Материалы X Международной конф. по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2014), Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2014. — С. 535–537.
10. Бакулин В. Н., Попов В. В., Репинский В. В., Неутов И. Д. Постановка задачи расчета напряженно-деформированного состояния трубчатой мембранны с нанопористой стенкой // Материалы X Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2014), Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2014. — С. 537–539.
11. Bakulin V. N., Boshenyatov B. V., Popov V. V. Gas pressure distribution in u-sape hollow fiber membrane with porous wall // 17th INTERNATIONAL CONFERENCE ON THE METHODS OF AEROPHYSICAL RESEARCH, June 30 — July 6, 2014, Novosibirsk. — Р. 8–9.
12. Брок Т. Мембранный фильтрация. — М.: Мир, 1987. — 462 с.
13. Мулдер М. Введение в мембранные технологии. — М.: Мир, 1999. — 495 с.
14. Святцов А. А. Введение в мембранные технологии. — М.: ДеЛи прнт, 2007. — 280 с.
15. Валиев Х.Х., Дириш А.В., Снегирева Н.С., Яновский Ю.Г., Карнет Ю.Н., Фаустова Е.Е. VI Троицкая конференция «Медицинская физика и инновации в медицине» (ТКМФ-6) // Сборник трудов конференции, Российская академия наук, Троицкий научный центр, 2–6 июня 2014, Троицк, г. Москва. — С. 597–599.

БИОМЕХАНИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕРЕСТРОЙКИ ТРАБЕКУЛЯРНОЙ КОСТНОЙ ТКАНИ ПРИ ИЗМЕНЕНИИ НАГРУЗКИ*

T. H. Гороженинова, A. A. Киченко

ПНИПУ, Пермь, Россия

На развитие и функционирование костной системы человека влияют постоянно изменяющиеся нагрузки различной природы. Подобные изменения имеют отдаленные во времени последствия и в первую очередь отражаются на организации структуры костной ткани. Костная ткань живого человека является сложной, динамической структурой, в которой непрерывно происходят адаптационные процессы. Костная ткань делится на компактную (кортикальную) и трабекулярную (губчатую) кость.

Трабекулярная костная ткань является неоднородным пористым анизотропным материалом, механические свойства которой в значительной мере определяются ее внутренней архитектурой и подчиняются тем же принципам, что и несущие конструкции. Под действием новой нагрузки, в структуре трабекулярной костной ткани могут начаться адаптационные изменения, которые затем повлияют на кортикальную костную ткань.

В настоящее время не существует методов, позволяющих определить изменения трабекулярной микроструктуры *in vivo* инструментально. Таким образом, возникает необходимость в прогнозировании долговременного отклика структуры на внешнее вмешательство методами биомеханического моделирования, т. е. необходимость в разработке модели перестройки (адаптации) трабекулярной костной ткани с учетом взаимовлияния напряженно-деформированного состояния и структурных изменений.

Известно, что адаптационные процессы, протекающие в организме человека, подчиняются закону Вольфа (*Wolff's law*). Закон Вольфа для костной ткани [2, 9]

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 15-01-04884-а).

говорит о том, что архитектура трабекулярной кости в локальной области структурно приспосабливается к местному напряженному состоянию костной ткани. При этом структурная адаптация в живой трабекулярной кости носит направленный характер: трабекулы располагаются закономерно, сообразно тому, какие внешние нагрузки испытывает данная кость [2, 9]. В частности, ориентация трабекул в рассматриваемой области кости должна совпадать с главными направлениями тензора напряжений в этой же области [2, 3, 7]. В месте, где приложена нагрузка и началась перестройка, происходит увеличение плотности, а трабекулы выстраиваются вдоль главных направлений тензора напряжений [2, 4, 6].

С тех пор, как был сформулирован закон Вольфа, накопилось множество экспериментальных данных и математических моделей, описывающих этот механизм [1, 2]. В данной работе реализуется процесс перестройки трабекулярной костной ткани, как упругого анизотропного тела оснащенного структурой, согласно эволюционным соотношениям впервые предложенным в работе [1] и примененные при практических расчетах в серии исследований [3–7]. В качестве инструмента численного моделирования используется программный пакет конечно-элементного анализа ANSYS.

Математически, процесс адаптации кости описывается системой дифференциальных уравнений, позволяющих наблюдать изменение структуры и доли твердого объема во времени [6, 7]:

$$\frac{d\tilde{K}}{dt} = \tilde{f}_1(\tilde{K}, e),$$

$$\frac{de}{dt} = \tilde{f}_2(\tilde{K}, e),$$

где \tilde{K} — девиатор тензора структуры \tilde{H} , нормированный таким образом, что $\text{tr } \tilde{K} = 0$, e — изменение доли твердого объема кости относительно отсчетной величины ν_0 .

Для верификации данной модели, рассматривался ряд задач, описанных в работах [1, 3, 4, 6, 7]. В частности, исследовалось напряженно-деформированное состояние анизотропной балки под воздействием изгибающего момента в состоянии гомеостаза [5].

В настоящее время рассматривается задача об изгибе анизотропной консоли [5, 8].

1. Cowin S. C. An evolutionary Wolff's law for trabecular architecture // J. Biomech. Eng. — 1992. — V. 114. — P. 129–136.
2. Cowin S. C. Bone Mechanics Handbook. — 2nd ed. — New York: CRC Press, 2001. — 1136 p.
3. Tverier V., Kichenko A., Nyashin Y., Lokhov V. Experimental construction of the fabric tensor for trabecular bone tissue // Series on Biomechanics. — 2015. — V. 29, No. 4. — P. 33–38.
4. Tverier V., Kichenko A., Nyashin Y., Lokhov V. Mathematical modelling of trabecular bone tissue remodelling under load // Series on Biomechanics. — 2015. — V. 29, No. 4. — P. 39–44.
5. Гороженинова Т. Н., Киченко А. А. Решение задачи о перестройке трабекулярной костной ткани в конечно-элементном пакете ANSYS // В кн.: Биомеханика-2016: Тез. докл. XII всерос. конф. Пермь 5–8 декабря 2016. — Пермь: Изд-во Пермского государственного технического университета. — С. 36–37.
6. Киченко А. А., Тверье В. М., Няшин Ю. И., Осипенко М. А., Лохов В. А. О приложении теории перестройки трабекулярной костной ткани // Российский журнал биомеханики. — 2012. — Т. 16, № 4. — С. 53–72.

7. Киченко А. А., Тверье В. М., Няшин Ю. И., Осипенко М. А., Лохов В. А. Постановка начально-краевой задачи о перестройке трабекулярной костной ткани // Российский журнал биомеханики. — 2012. — Т. 16, № 4. — С. 36–52.
8. Лехницкий С. Г. Теория упругости анизотропного тела. — 2-е изд. — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит-ры, 1977. — 416 с.
9. Экспериментальные методы в биомеханике: учеб. пособие / Под ред. Ю. И. Няшина, Р. М. Подгайца. — Пермь: Изд-во Пермского государственного технического университета, 2008.

БИОМЕХАНИЧЕСКИЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ И КОЛИЧЕСТВЕННОЕ ОПИСАНИЕ СТРУКТУРЫ ТРАБЕКУЛЯРНОЙ КОСТНОЙ ТКАНИ*

A. Д. Дядюкина, А. А. Киченко

ПНИПУ, Пермь, Россия

Опорно-двигательный аппарат является сложной многоуровневой биологической системой, достигшей в процессе эволюционного развития оптимальной структурной организации, позволяющей длительно и надежно функционировать в условиях, близких к физиологическим [1]. Наиболее сложное строение имеют кости скелета, подвергающиеся вследствие весовой нагрузки, тонуса и работы мышц непрерывному механическому нагружению. Все кости имеют плотный прочный внешний слой, который состоит из компактного костного вещества и образует кортикальную костную ткань. Внутренний слой кости, в свою очередь, состоит из костных пластинок и перекладин (трабекул), образующих ячеистую, губчатую архитектуру — трабекулярную костную ткань.

Известно, что адаптационные процессы, протекающие в организме человека, подчиняются закону Вольфа (*Wolff's law*), который применительно к живой костной ткани формулируется следующим образом: кость приспосабливает свою внешнюю форму и внутреннюю структуру к тем механическим силам, которые она должна выдержать [2, 3]. В соответствии с законом Вольфа, кость может адаптировать свою структуру в ответ на механическое воздействие, и, следовательно, направление трабекул в губчатом веществе в значительной степени зависит от напряженного состояния, испытываемого костью [2].

Структурная анизотропия губчатого слоя кости существенно влияет на ее механические свойства. С другой стороны, механические свойства трабекулярной кости в значительной мере определяются ее внутренней архитектурой и подчиняются тем же принципам, что и несущие конструкции [3]. Адаптационные изменения различной, в том числе патологической природы, происходящие в губчатой кости, могут приводить к уменьшению прочности кости и увеличению риска ее переломов. Таким образом, возникает необходимость количественного описания структуры губчатой кости и происходящих в ней изменений. Для этого необходимо ввести количественную характеристику, способную описать структурные особенности костной ткани.

В данной работе для количественного описания структуры трабекулярной костной ткани используются методы количественной стереологии, которые основаны на анализе особенностей распределения трабекул в пространстве R^3 , исходя из неполного рассмотрения двумерных образов в этом пространстве [3, 4]. В настоящее

*Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ (грант 15-01-04884-а).

время признано, что величиной, позволяющей учесть анизотропное строение костного материала, является тензор второго ранга, называемый тензором структуры **H** (*fabric tensor*) [2, 3, 5]. Экспериментально установлено, что тензор структуры является симметричным и положительно определенным [2, 6]. Для определения тензора структуры **H** необходимо определить связанный с ним тензор анизотропии **M** [6].

Для построения тензора анизотропии необходимо определить ряд вспомогательных стереометрических величин, для чего используется метод среднего расстояния между порами [6, 7]. В матричном виде тензор анизотропии в двумерном случае может быть представлен в следующем виде:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} m_{11} & m_{12} \\ m_{12} & m_{22} \end{bmatrix}. \quad (1)$$

Чтобы определить три компонента тензора **M**, нужно провести три измерения среднего расстояния между порами $L_b(\theta)$ для следующих направлений: $\theta_1 = 0^\circ$, $\theta_2 = 120^\circ$, $\theta_3 = 240^\circ$, и определить компоненты по следующим соотношениям:

$$\begin{cases} m_{11} = f_1, \\ m_{22} = \frac{1}{3}(2f_2 + 2f_3 - f_1), \\ m_{12} = \frac{\sqrt{3}}{3}(f_3 - f_2), \\ f_i = \frac{1}{L_b(\theta_i)^2}, \quad i = 1, \dots, 3. \end{cases} \quad (2)$$

Тензоры анизотропии и структуры связаны как:

$$\mathbf{H} = (\mathbf{M}^{-1})^{1/2}. \quad (3)$$

В данной работе произведена автоматизация расчета тензора структуры для двухмерных образцов. В соответствии с вышеизложенной методикой, был разработан программный продукт в пакете Delphi 7. Посредством разработанной программы, стало возможно автоматически осуществлять количественное описание трабекулярной костной ткани. Во избежание ошибок программа прошла верификацию на тестовых образцах микроструктуры и продемонстрировала свою работоспособность при определении тензора структуры [8].

Таким образом, в данном исследовании был рассмотрен метод количественного описания структуры костной ткани при помощи тензора структуры. Данный метод был автоматизирован, для чего был реализован программный продукт, который прошел верификацию и продемонстрировал свою работоспособность.

- Бруско А. Т., Гайко Г. В. Функциональная перестройка костей и ее клиническое значение. — Луганск: Луганский государственный медицинский университет, 2005.
- Cowin S. C. Bone Mechanics Handbook. — Second edition. — New York: CRC Press, 2001. — 1136 p.
- Экспериментальные методы в биомеханике: учеб. пособие / Под ред. Ю. И. Няшина, Р. М. Подгайца. — Пермь: Изд-во Пермского государственного технического университета, 2008.
- Underwood E. Quantitative stereology. — Mass.: Addison Wesley, 1970. — 370 p.
- Harrigan T. P., Mann R. W. Characterization of microstructural anisotropy in orthotropic materials using a second rank tensor // J. Mater. Sci. — 1984. — V. 19. — P. 761–767.
- Киченко А. А., Тверье В. М., Няшин Ю. И., Зaborских А. А. Экспериментальное определение тензора структуры трабекулярной костной ткани // Российский журнал биомеханики. — 2011. — Т. 15, №4. — С. 78–93.

7. Tverier V., Kichenko A., Nyashin Y., Lokhov V. Experimental construction of the fabric tensor for trabecular bone tissue // Series on Biomechanics. — 2015. — V. 29, No. 4. — P. 33–38.
8. Дядюкина А.Д., Киченко А.А. Математическое моделирование трабекулярной костной ткани // Тезисы докладов XII Всероссийской конференции с международным участием и школы-семинара «Биомеханика-2016». — 2016. — С. 45.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ КОРРЕКЦИИ ФОРМЫ РОГОВИЦЫ ГЛАЗА*

И. С. Никитин¹, А. Б. Журавлев², Н. Г. Ирошиников³, В. Л. Якушев¹

¹ИАП РАН, Москва, Россия; ²ИПМех РАН, Москва, Россия;

³МГУ им. М. В. Ломоносова, Москва, Россия

В работе предложена механико-математическая модель интрастромальной коррекции формы роговицы глаза при кератоконусе. Кератоконус — заболевание глаза, при котором роговица принимает коническую форму. Кератоконус может привести к серьезному ухудшению зрения. В ходе операции фемтосекундным лазером в структуре роговице выполняют два полукруглых микроканала для последующего помещения туда имплантов. Импланты представляют собой два кольцевых сегмента с радиусом, большим, чем радиус подготовленных каналов. Материал имплантов — полиметаметилкрилат. Эти гибкие кольцевые сегменты, вставленные в микроканалы, стремятся восстановить свою начальную форму, тем самым деформируя, растягивая роговицу и разглаживая дефект ее формы — кератоконус.

1. Механико-математическая модель деформирования роговицы и импланта. С использованием конечно-элементного программного комплекса была создана геометрическая модель склеры глаза и роговицы (рис. 1) с рассматриваемым дефектом кератоконуса. Будем исследовать случай осевого расположения дефекта. Поскольку для этого случая задача обладает четырехсторонней симметрией, в расчетах будет рассматриваться одна четверть полной конструкции.

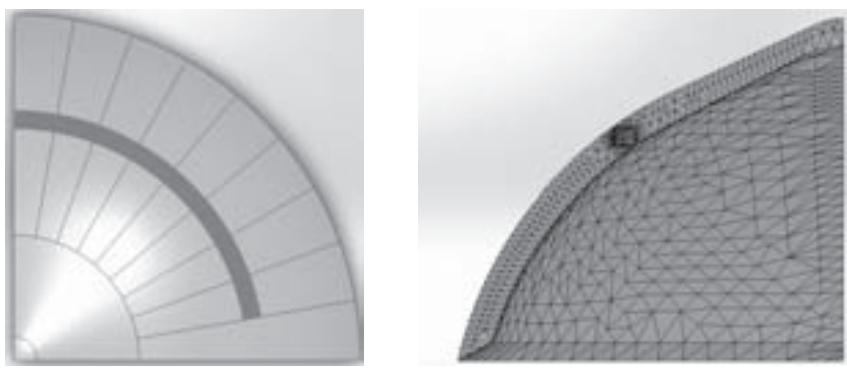


Рис. 1. Вид на роговицу с кольцевым имплантом (а) и фрагмент конечно-элементной сетки вокруг микроканала в роговице со сгущением (б)

Роговица разбита на несколько секторов для того, чтобы сформировать отдельные участки разреза под имплант, к которым можно прикладывать различное по величине контактное давление. Расположение импланта показано на рис. 1, а. Трех-

*Работа выполнена по проекту РФФИ 15-29-03895офи_м.

мерная конечно-элементная модель роговицы с дефектом и фрагмент сетки вокруг микроканала в роговице со сгущением более подробно можно увидеть на рис. 1, б.

Рассмотрим геометрическую схему деформирования роговицы и кольцевого сегмента. Введем обозначения: r — радиус сечения роговицы, R — радиус кривизны импланта (кольцевого сегмента), α — его угол раствора до операции, $l = R\alpha = r\beta$ — его длина. Разобьем дугу импланта на N элементов (рис. 1, а):

$$\beta_k = s_k/r, \quad \alpha_k = s_k/R, \quad s_k = kl/N, \quad R_k = 2R \sin(\alpha_k/2), \quad r_k = 2r \sin(\beta_k/2),$$

$$V_k = \sqrt{R_k^2 + r_k^2 - 2R_k r_k \cos(\beta_k - \alpha)/2}.$$

Уравнение и граничные условия для изгибного смещения импланта имеют вид: $d^4 W/ds^4 = q(s)/(EJ_x)$, при $s = 0$ $W = W' = 0$ при $s = l$ $W'' = W''' = 0$.

Здесь E — модуль Юнга импланта, J_x — момент инерции его сечения, $q(s)$ — погонная нагрузка. Из этого дифференциального уравнения несложно получить решение для изгибного смещения импланта с единичной погонной нагрузкой в j -м элементе $w_j(s_k)$, $j = 0, 1, 2, \dots, N$.

Смещение импланта W_k в k -м узле при погонных нагрузках в j -х элементах, равных $q_j = bp_j$ определяется следующим образом: $W_k = \sum \omega_{kj} p_j$, $\omega_{kj} = b w_j(s_k)/(EJ_x)$, $J_x = dh^3/12$, b — ширина импланта.

Смещение роговицы U_k в k -м узле при нагрузках в j -х элементах, равных p_j , равно $U_k = \sum u_{kj} p_j$. Смещения роговицы $u_{kj} = u_j(s_k)$ находятся в результате решения трехмерной упругой задачи для слоя сферического сегмента со слаженным коническим выступом на вершине с использованием МКЭ при единичной нагрузке в j -м элементе микроканала. Из геометрической схемы следует: $W_k + U_k = V_k$.

Отсюда возникает система линейных алгебраических уравнений для определения контактных нагрузок p_j : $\sum (\omega_{kj} + u_{kj}) p_j = V_k$.

Из этой системы находим значения p_j , затем функции $U(s)$, и, наконец, поле смещений роговицы с помощью МКЭ. Этот метод расчета можно считать вариантом метода коллокаций, так как мы требуем равенства смещений импланта и роговицы в дискретном числе точек N .

2. Расчеты деформирования роговицы и кольцевого импланта. Основные расчеты проводились для треугольного сечения кольцевого импланта, используемого в медицинской практике. Результаты расчетов смещений и нового профиля роговицы представлены на следующей серии рисунков. Были выбраны следующие параметры расчетов. Модуль Юнга импланта (полиметамилкрилат) равен $E_{имп} = 2800$ МПа. Для модуля Юнга роговицы существует большая неопределенность, отмеченная в [1]. В предварительных расчетах использовались значения $E_{пор} = 1,2$ МПа [2], $E_{пор} = 0,54$ МПа [1, ссылка на Woo, 1972], $E_{пор} = 0,34$ МПа [1, ссылка на Hoeltzel, 1992]. Ниже приведены результаты для значения $E_{пор} = 0,34$ МПа. Также прикладывалось внутреннее давление на склеру и роговицу, соответствующее величине внутриглазного давления $P_{пор} = 0,00267$ МПа (20 мм рт. ст.). Были выбраны следующие геометрические параметры задачи: $r = 4$ мм, $R = 5,2$ мм, $\beta = 80^\circ$, $h = 0,3$ мм, $b = 0,2$ мм.

Распределение контактных давлений по дуге импланта показано на рис. 2, а. Более жестким имплантам соответствуют большие значения растягивающего давления, следовательно, в этих случаях следует ожидать более значительного сглаживания профиля роговицы. На рис. 2, б, в представлены данные расчетов профиля роговицы при использовании имплантов различной жесткости. Показан верхний центральный участок профиля с наибольшим проседанием роговицы. Это и есть желаемый эффект — разглаживание дефекта роговицы глаза.

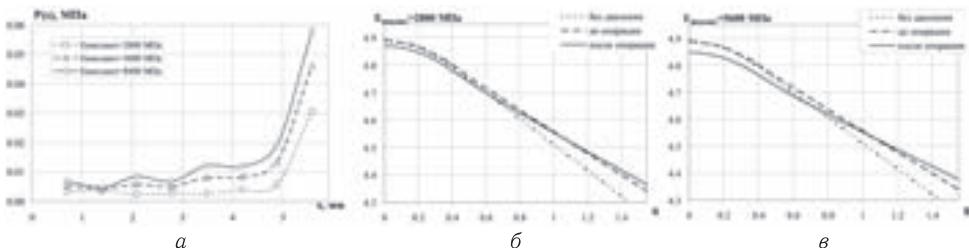


Рис. 2. Распределение контактных давлений по длине импланта (а), изменение профиля роговицы для различных жесткостей импланта (б, в)

С использованием медицинской аппаратуры Pentacam у ряда пациентов клиники микрохирургии глаза были получены данные о внешних и внутренних поверхностях роговицы до и после проведения операции с помощью коэффициентов полиномов Цернике $Z(r, \theta) = \sum A_k z_k(r, \theta)$, $z_1 = 2r \cos \theta$, $z_2 = 2r \sin \theta$, $z_3 = \sqrt{6}r^2 \sin 2\theta$, $z_4 = \sqrt{3}(2r^2 - 1)$, $z_5 = \sqrt{6}r^2 \cos 2\theta$ и т. д., которые использовались для построения реальных объектов. Предложенная математическая модель позволит оптимизировать геометрические и механические характеристики импланта, вставляемого в роговицу для коррекции дефекта.

- Смотрич Е. А. Топография роговицы и распределение механических напряжений в ней при различных видах корнеальной хирургии: Дисс. ... на соискание уч. ст. к.м.н. 2014 г. URL: <http://www.mntk.ru/files/upload/dis-smotrich.pdf>.

АППАРАТНО-ПРОГРАММНЫЙ КОМПЛЕКС TEQCUBE, РЕАЛИЗУЮЩИЙ ПРОСТРАНСТВО ВИРТУАЛЬНОЙ РЕАЛЬНОСТИ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЙ В ОБЛАСТИ БИОМЕХАНИКИ

A. K. Попов, B. N. Сметанин, Г. В. Кожина

ИППИ РАН, Москва, Россия

Одной из задач в области биомеханики является задача исследования функционирования центральной и периферической нервной системы в процессе поддержания прямой вертикальной позы человеком. Серия исследований по данной теме проводилась в свое время и опубликована в [1]. Для уточнения ранее полученных результатов, развития и апробации новых методик был реализован аппаратно-программный комплекс «The Equilibrium Cube (АПК TEQCube)». Термин-словосочетание пространство виртуальной реальности в данном случае ближе всего к англоязычному «Computer-Aided Virtual Environment (CAVE)» используемому в [2].

Основные аппаратные компоненты отображены на рис. 1, а именно: 1 — стабилографическая платформа; 2 — два проектора жестко зафиксированные напротив экрана; 3 — поляризационные фильтры, прецизионно закрепленные в держателе перед объективами проекторов; 4 — экран с покрытием, сохраняющим поляризацию отраженного от экрана света (silverscreen); 5 — очки с поляризационными фильтрами и средствами искусственного ограничения поля зрения, одеваемые испытуемым; 6 — тензодатчики положения тела испытуемого; 7 — электромиографические датчики; 8 — усилитель слабых электромиографических токов; 9 — усилитель сигналов с тензодатчиков стабилографической платформы; 10 — аналого-цифровой преобразователь для оцифровки сигналов биометрических и прочих датчиков (LCard).

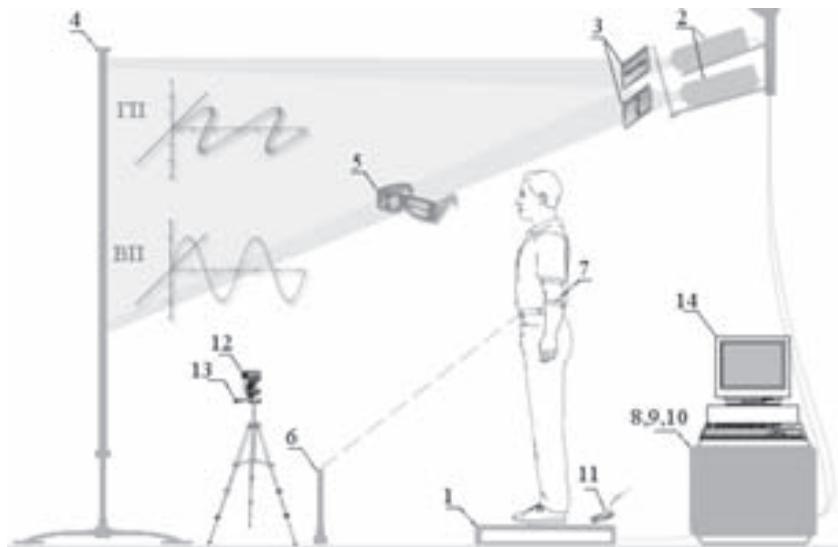


Рис. 1. Оборудование АПК TEQCube

E14–140); 11 — датчик углового положения с тремя степенями свободы (Itrax2); 12 — видеокамера для регистрации движений мишени (iSight); 13 — световая мишень; 14 — высокопроизводительная графическая станция (на базе видеокарты NVidia Quadro FX 3500). На рисунке иллюстрируется принцип формирования стерео-пары изображений, основанный на явлении поляризации световой волны: ГП — горизонтальная, ВП — вертикальная поляризация соответственно.

Программное обеспечение АПК содержит следующие структурные блоки: 1 — система формирования виртуальной зрительной среды (ВЗС) в реальном времени, которая в свою очередь включает: 1а — визуализатор трехмерной модели виртуальной среды, 1б — подсистему устранения искажений для формирования стереопроекции на экране, 1с — компонент управления режимами визуализатора (режим обратной связи, режим вынужденных колебаний, различные режимы искусственных искажений и задержек); 2 — подсистема сбора и предварительной обработки биометрических сигналов, состоит из: 2а — модуль ввода сигнала тензодатчиков стабилографической платформы, 2б — модуль ввода сигнала тензодатчиков положения тела (дает информацию о положении центра масс испытуемого), 2в — модуль ввода электромиографических сигналов, 2г — модуль ввода сигналов синхронизации (для синхронизации с дополнительным оборудованием, не входящим в базовый набор аппаратных компонентов); 3 — блок графического интерфейса пользователя АПК; 4 — подсистема агрегирования и записи полученных сигналов в целях последующего анализа.

Программная часть по логике ее построения ориентирована на одного пользователя — Исследователя. Особенность требований к компонентам и реализации АПК следует из требований экспериментальной биомеханики — пробовать на практике различные схемы проведения опыта. Таким образом на этапе проектирования отсутствовала всеобъемлющая спецификация, хотя имелись идеи об основных компонентах по сходству с более ранним и более дорогостоящим зарубежными аналогом, использовавшимся в [1]. Отсутствие четкой спецификации на разработку породило подход, заключавшийся в создании «конструктора» взаимозаменяемых программных модулей. Таковыми являются модули источников данных о положении тела

испытуемого вместе с присущей им конкретной вычислительной схемой для предварительной обработки регистрируемых сигналов. Трехмерная модель виртуальной среды порождается программно, модули генерирующие координаты трехмерных графических примитивов взаимозаменяемы. Включение модулей производится непосредственно Исследователем в ходе проведения эксперимента, в зависимости от требований постановки конкретного опыта по физиологии движений.

Программная часть реализована в виде многопоточного приложения реального времени (РВ). Система формирования ВЗС задействует аппаратные средства графической станции, реализующие спецификацию OpenGL, для синтеза стереопары изображений в РВ. Имеется набор программных модулей, сборка которых производится с помощью переключения конфигурации IDE Eclipse или с помощью make-файлов. Выполнима кросс-платформенная сборка программной части АПК для операционных систем (ОС) семейства Windows или Linux, разрядности 32-бит или 64-бит. С учетом обязательного требования функционирования в РВ, большую стабильность показала версия под ОС Linux. Кросс-платформенный подход был оправдан на начальном этапе разработки еще и в связи с отсутствием оригинальных драйверов оборудования для ОС Linux. В дополнение к коду основного программного обеспечения были разработаны версии-аналоги драйверов аппаратуры для этого семейства ОС. В настоящее время поддержка сборки под ОС Windows завершена, хотя технически возможна. Объем кода основного приложения, не считая драйверов, и расширений к вспомогательным библиотекам, составляет 80 исходных файлов, 55672 строк C/C++, документированность комментариями около 45%. Использованы библиотеки с открытым исходным кодом: OpenRM, OpenCV, Libraw1394.

С помощью АПК выполнен и продолжает выполняться ряд исследований по физиологии движений, имеющиеся результаты которых опубликованы в работах [3, 4].

1. *Vuillerme N., Nafati G.* How attentional focus on body sway affects postural control during quiet standing // Psychological Research. — 2007. — V. 71. — P. 192–200.
2. *Carolina Cruz-Neira, Daniel J. Sandin, Thomas A. DeFanti.* Surround-screen projection-based virtual reality: the design and implementation of the CAVE // In: Proceedings of the 20th annual conference on Computer graphics and interactive techniques (SIGGRAPH'93) ACM, New York, NY, USA, 1993. — P. 135–142.
3. *Smetanin B. N., Kozhina G. V., Popov A. K.* Maintenance of the Upright Posture in Humans upon Disturbance of Stability of the Visually Perceived Environment: Effect of an Instruction for Controlling Body Sway // Neurophysiology. — July 2013. — V. 45, Issue 4. — P. 351–358.
4. Сметанин Б. Н., Кожина Г. В., Попов А. К., Левик Ю. С. Спектральный анализ колебаний тела человека при стоянии на твердой и податливой опорах в разных зрительных условиях // Физиология человека. — 2016. — Т. 42, №5. — С. 1–9.

ДЕКОМПОЗИЦИЯ СИГНАЛА ПРИ АНАЛИЗЕ ПРОФИЛЯ ЦЕНТРАЛЬНОЙ ПУЛЬСОВОЙ ВОЛНЫ

Ю. В. Сластущенский^{1,2}, Д. Л. Ревизников², А. Н. Рогоза³, Л. Е. Украинский¹

¹ИМАШ РАН, Москва, Россия; ²МАИ, Москва, Россия;

³НИИ кардиологии им. А. Л. Мясникова, Москва, Россия

Анализ пульсовых волн лежит в основе целого ряда современных методов и средств диагностики сердечно-сосудистой системы человека. Этот вопрос подробно освещен в работах авторов [1, 2]. Одним из важнейших показателей, характеризу-

ющих состояние сердечно-сосудистой системы, является скорость распространения пульсовой волны [3]. Во многом это обусловлено прямой связью данной величины с эластичными свойствами артерий. Скорость распространения пульсовой волны может быть вычислена по результатам одновременного измерения волновых профилей на различных участках артериальной системы. Другой подход связан с синтезом профиля пульсовой волны в аорте по измерениям на периферии и последующим разложением центральной пульсовой волны на прямую и отраженную волны. Вообще говоря, в артериальной системе реализуются множественные отражения от бифуркаций и резистивных сосудов. Однако доминирующую роль в формировании пульсовой волны в аорте играют отражения в зоне нижних конечностей, что позволяет использовать модель единой (эффективной) отраженной волны.

Задача декомпозиции состоит в анализе профиля центральной пульсовой волны с целью выделения в комплексном сигнале прямой и отраженной волн. В разработанном авторами программно-аппаратном комплексе [2] используется приближенный метод декомпозиции [4], основанный на данных контурного анализа синтезированного профиля.

Контурный анализ пульсовой волны позволяет выделить на сигнале первый и второй систолические пики, а также определить продолжительность сердечного выброса (момент окончания систолы).

На втором шаге по этим данным строится приближенная кусочно-линейная функция расхода крови. Затем осуществляется дискретное преобразование Фурье функций давления и расхода крови, после чего с использованием импедансных соотношений конструируются приближенные профили прямой и отраженной волн. Окончательные профили формируются с помощью масштабирующих процедур. Итоговое время пробега пульсовой волны вычисляется на основе кросскорреляционного анализа прямой и отраженной волн.

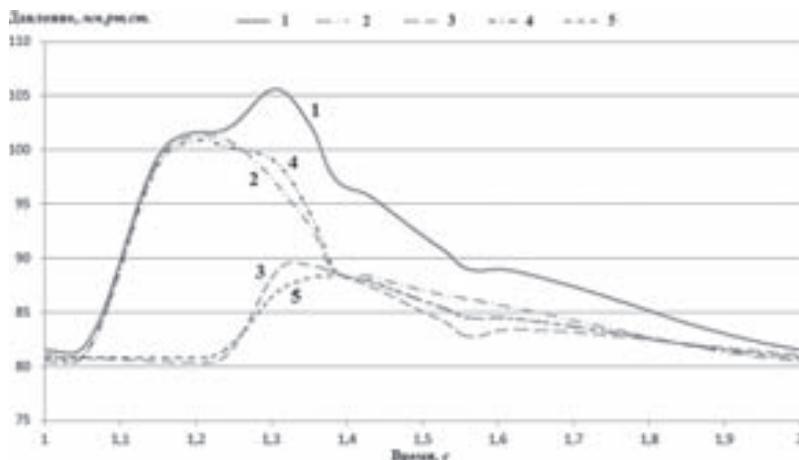


Рис. 1. Декомпозиция центральной пульсовой волны: исходный сигнал в аорте (1), точные (2, 3) и приближенные (4, 5) профили прямой и отраженной волн

Особенностью развивающихся авторами методов и средств исследования нелинейных волновых процессов в сердечно-сосудистой системе человека является как использование современных методов измерения и обработки пульсовой волны, так и методов прямого численного моделирования гемодинамических процессов в артериальном дереве [1, 2]. Последние позволяют для заданных условий получить точное

разложение пульсовой волны на прямую и отраженную волны. Таким образом, появляется возможность верификации приближенных алгоритмов декомпозиции. На рис. 1 представлено сравнение прямой и отраженной пульсовых волн, рассчитанных путем решения уравнений гемодинамики, и результатов, полученных с помощью приближенного алгоритма декомпозиции. В целом, наблюдается хорошее согласование волновых профилей. При этом отличие в вычисленных различными методами временах пробега пульсовой волны составляет около 7%, что вполне приемлемо для сфигмографического анализа.

1. Ганиев Р. Ф., Ревизников Д. Л., Рогоза А. Н., Сластущенский Ю. В., Украинский Л. Е. Анализ и диагностика сердечно-сосудистой системы человека на принципах нелинейной волновой механики // Проблемы машиностроения и надежности машин. — 2016. — № 2. — С. 96–103.
2. Ганиев Р. Ф., Ревизников Д. Л., Рогоза А. Н., Сластущенский Ю. В., Украинский Л. Е. Волновые процессы в сердечно-сосудистой системе человека: измерительный комплекс, вычислительные модели и диагностический анализ // ДАН (Физика). — 2017. — Т. 473, № 3. — С. 291–294.
3. Бойцов С. А. Что нового дает нам информация о жесткости стенки артерий и об отраженной пульсовой волне? // Российский физиологический журнал им. И. М. Сеченова. — 2009. — Т. 95, № 5. — С. 516–531.
4. Qasem A., Avolio A. Determination of Aortic Pulse Wave Velocity from Wavefront Decomposition of the Central Aortic Pressure Pulse // Hypertension. — 2008. — V. 51. — P. 188–195.

Секция Н **ЗАДАЧИ ТЕОРИИ УПРАВЛЕНИЯ**

**ПРОГРАММНЫЕ КОМПЛЕКСЫ
ДЛЯ ЧИСЛЕННОГО ИССЛЕДОВАНИЯ ЗАДАЧ ОПТИМИЗАЦИИ***

A. Ю. Горнов, Т. С. Зароднюк, А. С. Аникин, Е. А. Финкельштейн

ИДСТУ СО РАН, Иркутск, Россия

В докладе обсуждается долгосрочный проект OPTCON по численному решению широкого класса задач оптимизации. Название проекта берет начало от сокращения терминов «OPTimal CONtrol», поскольку первый из реализованных программных комплексов был ориентирован на решение задач оптимального управления. Проект реализуется в Институте динамики систем и теории управления им. В. М. Матросова СО РАН (ранее Иркутском Вычислительном центре Восточно-Сибирского филиала СО АН СССР) с 1988 г. В этой организации реализованы так же проекты МАПР («Математическое программирование в многомерных задачах», 1980–1984 гг., ЭВМ БЭСМ-6, руководитель проекта д.т.н. А. И. Тятушкин) [1] и КОНУС («Комплексная оптимизация нелинейных управляемых систем», 1986–1988 гг., ЕС ЭВМ, руководитель проекта к.ф.-м.н. А. И. Жолудев) [2, 3]. Проект OPTCON представляет собой естественное развитие этих проектов, реализованных для IBM-совместимых компьютеров [4]. В идеологическом отношении его также можно считать продолжением проекта ДИСО («Диалоговая система оптимизации»), реализованного в 80-х годах XX века для ЭВМ БЭСМ-6 в Вычислительном центре АН СССР в г. Москве под руководством академика Ю. Г. Евтушенко [5, 6].

В рамках проекта OPTCON разработаны следующие программные комплексы: OPTCON-I для нелинейных задач оптимального управления с терминальными и фазовыми ограничениями (1990 г., MS DOS); OPTCON-I-GLOB для поиска глобального экстремума в ЗОУ (2002 г., MS DOS); Вычислительный сервер OPTCON-II для решения ЗОУ в режиме удаленного доступа через Интернет (2003 г.); OPTCON-IDENTY для задач идентификации линейных моделей (2004 г., MS Windows); OPTCON-MD для задач фазового оценивания и аппроксимации множества достижимости (2005 г., MS Windows); OPTCON-III для нелинейных невыпуклых ЗОУ (2006 г., MS Windows); OPTCON-SMART для ЗОУ с вычислительными особенностями и режимами обострения (2008 г., OS Linux); OPTCON-LP для задач линейного программирования (2010 г., MS Windows); OPTCON-A для задач параметрической идентификации динамических систем (2011 г., MS Windows, Mac OS); OPTCON-BIO для поиска глобального экстремума на параллельных вычислительных системах (2012 г., OS Linux, Mac OS); OPTCON-M для решения экстремальных задач вычислительной химии (2013 г., OS Linux, Mac OS); OPTCON-F для исследования функционально-дифференциальных уравнений точечного типа (2016 г., MS Windows) и другие.

*Исследование выполнено при частичной финансовой поддержке Совета по грантам Президента Российской Федерации, государственная поддержка ведущих научных школ Российской Федерации (НШ-8081.2016.9), а также РФФИ (проект №17-07-00627).

Функциональное наполнение программных комплексов серии OPTCON составляют многометодные алгоритмы, основанные как на теории конечномерной оптимизации, так и на теории оптимального управления. В современных версиях программных средств OPTCON предусмотрена возможность решения невыпуклых задач нелинейного программирования, оптимизации в нелинейных динамических системах, описываемых системами обыкновенных дифференциальных уравнений, учета прямых, терминальных и фазовых ограничений, оптимизации терминальных и интегральных функционалов, проведения оптимизации как по управлению-функциям, так по управлением-константам, решения задач быстродействия и других.

Алгоритмическую основу проекта составляют модификации известных методов решения конечномерных задач от нулевого до второго порядка, методы теории оптимального управления, основанные на необходимых условиях оптимальности, предназначенные для поиска локального экстремума. Для невыпуклых экстремальных задач, помимо известных подходов, основанных на идеях мультистарта, разработано несколько оригинальных семейств алгоритмов оптимизации, основанных на методике «скрытой выпуклости», нелокальном варьировании в пространстве управлений и методах фазового оценивания. Для задач аппроксимации множества достижимости реализован оригинальный набор алгоритмов, основанных как на подходе стохастической аппроксимации, так и на редукциях к экстремальным задачам. Для задач линейного программирования используется методика редукции к задачам безусловной минимизации с последующим применением модификаций метода Ньютона. В состав реализованных библиотек алгоритмов оптимизации включены 24 варианта метода сопряженных градиентов, модификации квазиньютоновских методов, в том числе с лимитированной памятью, методы ньютоновского типа, овражные методы Ю. Е. Нестерова, метод Spectral Projected Gradient Ю. Г. Евтушенко, поисковые методы Пауэлла, декомпозиционные методы покоординатного спуска и другие. Поиск глобального экстремума производится с применением методов туннельного типа, стохастических алгоритмов сферического поиска, методов расслоенных выборок, редукции размерности, дифференциальной эволюции, имитации отжига, генетических алгоритмов. Для оценки качества получаемых решений реализованы специализированные инструментальные средства постоптимизационного анализа, верификации и визуализации.

Для тестирования программных комплексов OPTCON авторами проекта разрабатывается набор коллекций тестовых оптимизационных задач (см., напр., [7]). Результаты исследований свойств предложенных методик и алгоритмов представлены в монографии [8]. С применением программных технологий OPTCON решено несколько сотен прикладных задач из областей механики, динамики полета, космонавтики, энергетики, робототехники, экономики, экологии, медицины, географии, нанофизики, химии, биологии и других, в том числе оптимизационных задач рекордных размерностей. В частности, решены задача оптимизации квантовой структуры «кремний–германий» — минимизация потенциала Китинга — размерности более 20 млн. статических переменных [9], невыпуклая задача оптимизации молекулярной структуры — потенциала Морса — рекордной размерности в 240 атомов (720 переменных) [10], задача оптимального управления долговременными изменениями в опустыненной экосистеме, включающая 553 фазовых переменных и 24 управления и другие.

1. Габасов Р., Тятышкин А. И., Жолудев А. И. и др. Пакет прикладных программ «Математическое программирование многомерных задач» // Алгоритмы и программы: информ. бюл. — М.: ВНИИЦ, 1986. — № 2 (71). — С. 33.

2. Жолудев А. И., Тятошкин А. И., Эринчек Н. М. Численные методы оптимизации управляемых систем // Изв. АН СССР. Техн. кибернетика. — 1989. — № 4. — С. 14–31.
3. Тятошкин А. И. ППП КОНУС для оптимизации непрерывных управляемых систем // Пакеты прикладных программ: опыт использования. — М.: Наука, 1989. — С. 63–83.
4. Горнов А. Ю. Технология решения задач оптимизации непрерывных динамических систем, основанная на комплексе программ ОРТКОН // Моделирование неравновесных систем: тез. докл. V Всерос. семинара. Красноярск, 18–20 октября 2001. — Красноярск, 2002. — С. 50–51.
5. Грачев Н. И., Евтушенко Ю. Г. Пакет программ для решения задач оптимального управления. — М.: ВЦ АН СССР, 1978. — 77 с.
6. Евтушенко Ю. Г. Методы решения экстремальных задач и их применение в системах оптимизации. — М.: Наука, 1982. — 432 с.
7. Gornov A. Y., Zarodnyuk T. S., Madzhara T. I., Daneyeva A. V., Veyalko I. A. A collection of test multiextremal optimal control problems // Optimization, Simulation and Control. Ser. Springer Optimization and Its Applications. — 2013. — V. 76. — P. 257–274.
8. Горнов А. Ю. Вычислительные технологии решения задач оптимального управления. — Новосибирск: Наука, 2009. — 279 с.
9. Аникин А. С., Горнов А. Ю. Вычислительные технологии решения задачи оптимизации потенциала Китинга размерности 10^7 переменных // «Ляпуновские чтения». — 2012. — С. 4.
10. Аникин А. С., Горнов А. Ю., Андрианов А. Н. Архитектура и функциональное наполнение программного комплекса ОРТКОН-М для задач оптимизации потенциалов атомно-молекулярных кластеров // Труды XVIII Байкальской всерос. конф. «Информационные и математические технологии в науке и управлении». Ч. III. — 2013. — С. 213–219.

ВЫБОР НАЧАЛЬНЫХ ДАННЫХ В ЗАДАЧЕ ИДЕНТИФИКАЦИИ ПАРАМЕТРОВ МОДЕЛИ*

Е. С. Засухина¹, С. В. Засухин²

¹*ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН, Москва, Россия;*

²*МФТИ, Долгопрудный, Московская обл., Россия*

В предположении о том, что почва представляет собой изотермическую пористую однородную среду, передвижение воды в почве хорошо описывается одномерным нелинейным уравнением с частными производными параболического типа.

Рассмотрим следующую начально-краевую задачу:

$$\begin{aligned}
 \frac{\partial \theta}{\partial t} &= \frac{\partial}{\partial z} \left(D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} \right) - \frac{\partial K(\theta)}{\partial z}, & (z, t) \in Q, \\
 \theta(z, 0) &= \varphi(z), & z \in (0, L), \\
 \theta(L, t) &= \psi(t), & t \in (0, T), \\
 - \left(D(\theta) \frac{\partial \theta}{\partial z} - K(\theta) \right) \Big|_{z=0} &= R(t) - E(t), & t \in (0, T), \\
 \theta_{\min} &\leq \theta(0, t) \leq \theta_{\max}, & t \in (0, T),
 \end{aligned} \tag{1}$$

где z — пространственная переменная; t — время; $\theta(z, t)$ — искомая влажность в точке (z, t) ; $Q = (0, L) \times (0, T)$; $\varphi(z)$ и $\psi(t)$ — заданные функции; $D(\theta)$ — коэффициент диффузии; $K(\theta)$ — гидравлическая проводимость; $R(t)$ — осадки; $E(t)$ — испарение.

*Работа выполнена при поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проект №15-07-08952).

Коэффициент диффузии $D(\theta)$ и гидравлическая проводимость $K(\theta)$ определяются по формулам Ван Генухтена [1]:

$$\begin{aligned} K(\theta) &= K_0 S^{0.5} [1 - (1 - S^{1/m})^m]^2, \\ D(\theta) &= K_0 \frac{1-m}{\alpha m (\theta_{\max} - \theta_{\min})} S^{0.5-1/m} \times [(1 - S^{1/m})^{-m} + (1 - S^{1/m})^m - 2], \end{aligned} \quad (2)$$

где $S = \frac{\theta - \theta_{\min}}{\theta_{\max} - \theta_{\min}}$, и $K_0, \alpha, m, \theta_{\min}, \theta_{\max}$ — некоторые параметры. Назовем описанную задачу прямой задачей.

Формулы (2) содержат трудно определяемые на практике параметры α и m . При этом задание точных значений этих параметров имеет критическое значение при моделировании и прогнозировании водного режима почв и переноса растворенных веществ в зоне аэрации. В предлагаемой работе задача определения параметров α и m формулируется как задача оптимального управления, в которой в качестве управления выступают искомые параметры α и m , а в качестве целевой функции — среднеквадратическое отклонение решения прямой задачи (1) при выбранных α и m от некоторой предписанной функции $\hat{\theta}(z, t)$ в области $Q_0 \subseteq Q$. Под $\hat{\theta}(z, t)$ мы будем понимать в дальнейшем экспериментальные данные.

Для получения дискретного аналога (1) применим следующую конечно-разностную схему:

$$\begin{aligned} \frac{\theta_i^{n+1} - \theta_i^n}{\tau} &= \frac{1}{h} \left(D_{i+1/2}^{n+1} \frac{\theta_{i+1}^{n+1} - \theta_i^{n+1}}{h} - K_{i+1/2}^{n+1} - D_{i-1/2}^{n+1} \frac{\theta_i^{n+1} - \theta_{i-1}^{n+1}}{h} + K_{i-1/2}^{n+1} \right), \\ &\quad 1 < i < I; \quad 0 < n \leq N, \\ \theta_i^0 &= \varphi_i, \quad 0 \leq i \leq I, \quad \theta_I^n = \psi^n, \quad 1 \leq n \leq N, \end{aligned}$$

где $\theta_i^n, D_{i+1/2}^n, K_{i-1/2}^n$ есть значения функций $\theta(z, t), D(\theta(z, t)), K(\theta(z, t))$ в точках $(ih, nt), ((i+1/2)h, nt), ((i-1/2)h, nt)$, $h = L/I$, $\tau = T/N$.

Зададим целевую функцию в виде:

$$W(u) = \frac{1}{2} \sum_{(i,n) \in A} (\theta_i^n - \hat{\theta}_i^n)^2 h \tau, \quad (3)$$

где $A = \{(i, n) : i = kj, j = 0, \dots, [I/k], n = 1, \dots, d\}$, k, d — некоторые натуральные числа. Дискретная задача оптимального управления состоит в том, чтобы найти оптимальное управление $u^{\text{opt}} = \{\alpha^{\text{opt}}, m^{\text{opt}}\}$ и соответствующее решение дискретизированной задачи (1) такие, чтобы функционал (3) достигал бы минимального значения.

Выбор множества A в (3) определяет необходимые для решения поставленной задачи экспериментальные данные, а именно на каких глубинах и когда должна измеряться влажность почвы. Понятно, что при планировании таких измерений специалисты, исходя из имеющихся в наличии возможностей, рассматривают различные варианты их проведения и оценивают их с точки зрения минимизации необходимых затрат и достижения требуемой точности при нахождении искомых параметров в результате решения соответствующей оптимизационной задачи. Численные расчеты дискретной задачи оптимального управления при выбранном множестве A , которое определяет структуру необходимых начальных данных, позволяют в некоторой степени оценить возможность достижения желаемой точности нахождения искомых параметров по данным, полученным в ходе соответствующего

множеству A плану измерений. Это положение проиллюстрируем результатами численных расчетов задачи при следующих значениях входных параметров:

$$\begin{aligned} L &= 100 \text{ см}, \quad T = 1 \text{ сут}, \quad K_0 = 100 \text{ см/сут}, \quad I = 100, \quad N = 96, \\ \theta_{\min} &= 0,05 \text{ см}^3/\text{см}^3, \quad \theta_{\max} = 0,5 \text{ см}^3/\text{см}^3, \\ R(t) &= 0, \quad E(t) = 0, \quad \psi = 0,3, \quad t \in (0, T), \quad \varphi(z) = 0,3, \quad z \in (0, L). \end{aligned}$$

Решение дискретной прямой задачи при значениях параметров $\alpha^{\text{true}} = 0,01$ и $m^{\text{true}} = 0,2$ принималось в качестве предписанной функции $\widehat{\theta}(z, t)$. Далее было проведено 2 серии численных экспериментов, каждая из которых состояла из решения дискретных задач оптимального управления с целевой функцией, вычисляемой по формуле (3), где $A = \{(i, n): i = kj, j = 0, \dots, [I/k], n = 1, \dots, d\}$, $d = \overline{1, 12}$, а k равнялось 5 для первой серии численных экспериментов и 10 — для второй. В качестве начального приближения принимались $\alpha^{init} = 0,03$ и $m^{init} = 0,11$. Поиск численного решения проводился методом наискорейшего спуска, градиент вычислялся по формулам быстрого автоматического дифференцирования [2]. Процесс численной оптимизации прекращался, когда норма градиента становился менее 10^{-7} . Результаты численных расчетов представлены в табл. 1.

Таблица 1

n	$k = 5$			$k = 10$		
	$\alpha^{\text{opt}} \cdot 10^2$	$m^{\text{opt}} \cdot 10$	Число итераций	$\alpha^{\text{opt}} \cdot 10^2$	$m^{\text{opt}} \cdot 10$	Число итераций
1	1,50588	1,88993	72516	1,79506	1,85193	79097
2	1,06549	1,97679	51740	1,12074	1,95891	74318
3	1,03599	1,98581	36323	1,06660	1,97431	53916
4	1,02775	1,98849	30424	1,05144	1,97901	45382
5	1,02420	1,98966	27610	1,04492	1,98109	41202
6	1,02230	1,99029	26046	1,04142	1,98221	38859
7	1,02113	1,99069	25078	1,03926	1,98291	37407
8	1,02034	1,99095	24429	1,03780	1,98339	36436
9	1,01977	1,99114	23968	1,03675	1,98373	35749
10	1,01934	1,99129	23625	1,03596	1,98399	35241
11	1,01900	1,99140	23361	1,03534	1,98419	34851
12	1,01873	1,99149	23152	1,03484	1,98435	34544

Каждое рассматриваемое множество A соответствует набору из n , $n = \overline{1, 12}$, профилей влажности, измеренных последовательно друг за другом через 15 мин, причем каждый профиль составляют влажности в точках, следующих одна за другой с шагом по глубине в 5 и 10 см. Как видно из табл. 1, в случае измерений с шагом в 5 см по глубине точность нахождения α при увеличении n от 1 до 12 изменяется от 50 до 2%, а m — от 6 до 0,5%. В случае измерений с шагом в 10 см по глубине при увеличении n от 1 до 12 точность нахождения α изменяется приблизительно от 79,5 до 3%, а m — от 7,5 до 1%.

1. Van Genuchten M. Th. A closed form equation for predicting the hydraulic conductivity of unsaturated soils // Soil. Sci. Soc. Am. J. — 1980. — V. 44. — P. 892–898.
2. Evtushenko Yu. G. Computation of exact gradients in distributed dynamic systems // Optimization methods and software. — 1998. — V. 9. — P. 45–75.

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕХНОЛОГИИ ТРОСОВЫХ СИСТЕМ ДЛЯ ОБЕСПЕЧЕНИЯ ФУНКЦИОНИРОВАНИЯ НАНОСПУТНИКОВ ПРИ РЕШЕНИИ НАУЧНЫХ И ПРАКТИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

В. А. Иванов, В. А. Купреев, В. С. Ручинский

МАИ, Москва, Россия

Возможность использовать наноспутники (НС) для решения задач фундаментальной науки появилась за счет миниатюризации структурных электронных компонентов, бортовых служебных систем, совершенствования конструктивного исполнения, расширения диапазонов используемых режимов и применения новых конструктивных материалов.

В докладе рассматривается возможность применения технологии тросовых систем (ТС) [1–7], для обеспечения функционирования наноспутников (НС) при решении научных и практических задач, к числу которых могут быть отнесены:

- создание микрогравитации на космических объектах;
- зондирование верхних слоев атмосферы и проведение геофизических исследований;
- отработка различных схем маневрирования в космосе, в том числе орбитальных переходов, спуска с орбиты на Землю, сближения в космосе и функционирования НС в окрестности орбитальной станции;
- последовательный облет системы космических объектов;
- отработка и испытание в условиях космического полета отдельных элементов космической техники;
- защита орбитальной станции от космического мусора;
- дозаправка космических аппаратов (КА) в полете;
- получение электроэнергии в космосе и маневрирование с использованием электродинамических ТС.

Для решения вышеуказанных задач выбраны следующие ранее недостаточно изученные и новые направления исследований:

На первом этапе НИР

1. Определение совокупности математических моделей компланарного и пространственного управляемого движения связанных объектов на круговых и эллиптических орбитах. Учет влияния весомости троса на динамику связи.

2. Разработка методов полного качественного и количественного исследования движения связанных объектов при фиксированной длине троса на круговых и эллиптических орбитах на основе математического аппарата качественной теории динамических систем и теории бифуркаций, определение всех бифуркаций изучаемых систем и бифуркационных значений параметров, которые определяют всю совокупность характеристик движения ТС.

3. Получение условий нахождения рассматриваемых динамических систем на связи, когда движение ТС осуществляется при натянутом соединительном тросе.

4. Определение всех возможных режимов движения связанных объектов и установление области начальных условий, в которых реализуются эти режимы.

5. Анализ возможных схем орбитального функционирования НС с использованием технологий ТС, определение основных проектных параметров и характеристик ТС, предназначенных для выведения и спуска с орбиты НС в составе антенно-тормозного устройства (АТУ).

На втором итоговом этапе НИР

6. Проведение анализа возможности реализации ТС функции АТУ на круговых и эллиптических орbitах.

7. Исследование перспективы практического использования космических систем, базирующихся на сочетании технологии ТС с применением НС.

8. Реализация развертывания системы НС на орбитах функционирования при движении объекта, буксирующего блок разведения, по эллиптической орбите.

9. Рассмотрение перспективных направлений использования космических ТС на круговых и эллиптических орбитах.

В результате проведенных исследований:

- На основе математического аппарата качественной теории динамических систем и теории бифуркаций разработаны методы полного качественного и количественного исследования динамических систем движения связанных объектов при фиксированной длине троса на круговых и эллиптических орбитах, определены все бифуркации изучаемых систем и бифуркационные значения параметров, которые определяют всю совокупность характеристик движения ТС и особенности функционирования антенно-тормозного устройства (АТУ).

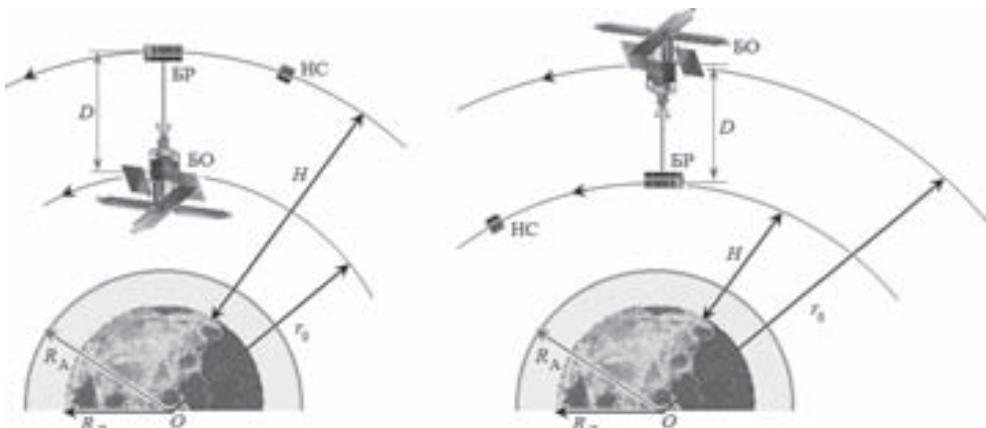


Рис. 1. Обслуживание системы наноспутников с применением технологии тросовых систем на верхних и нижних по отношению к базовому объекту орбитах

- Обоснована целесообразность совместного использования технологии тросовых систем и наноспутников. Рассматривается применение тросовых систем для развертывания и обслуживания системы наноспутников на круговых и эллиптических орбитах, а также функционирование наноспутника совместно с антенно-тормозным устройством, которое позволяет реализовать достаточно быстрое снижение наноспутника с последующей ликвидацией его в плотных слоях атмосферы. Показана возможность развертывания наноспутников (или наноспутников с АТУ) с использованием тросовой системы, концевыми элементами которой являются орбитальная станция (или специальный КА) и блок разведения, в котором располагается комплекс выводимых на орбиту наноспутников (или наноспутников с АТУ), рис. 1.

1. Аллатов А.П., Белецкий В.В., Драновский В.И., Закржевский А.Е., Пироженко А.В., Трогер Г., Хорошилов В.С. Динамика космических систем с тросами и шарнирными соединениями. — М.-Ижевск: Институт Компьютерных исследований, 2007. — 560 с.

2. Андреев А.В., Хлебникова Н.Н. Космические системы с гибкими связями // Итоги науки и техники. ВИНИТИ. — 1991. — Т. 12. — 195 с.
3. Aslanov V.S., Ledkov A.S. Dynamics of the Tethered Satellite Systems. — Cambridge: Woodhead Publishing Limited, 2012. — 331 p.
4. Иванов В.А., Ситарский Ю.С. Динамика полета системы гибко связанных космических объектов. — М.: Машиностроение, 1986. — 248 с.
5. Иванов В.А., Купреев С.А., Ручинский В.С. Разработка и исследование математических моделей движения связанных космических объектов при испытаниях летательных аппаратов и спуске с орбиты на Землю: Учеб. пособие. — Хабаровск: Изд-во ХГТУ, 2001. — 72 с.
6. Иванов В.А., Купреев С.А., Ручинский В.С. Орбитальное функционирование связанных космических объектов. — М.: ИНФРА-М, 2014. — 320 с.
7. Иванов В.А., Купреев С.А., Ручинский В.С. Космические тросовые системы. — М.: Альфа-М: ИНФРА-М, 2014. — 208 с.

МЕТАЭВРИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ УСЛОВНОЙ ГЛОБАЛЬНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ В ЗАДАЧАХ ОЦЕНКИ ПАРАМЕТРОВ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

A. Ю. Крючков

МАИ, Москва, Россия

Во многих прикладных задачах при построении математической модели возникает проблема выбора параметров, которые заранее неизвестны. Если известны наблюдения за состоянием системы, то параметры желательно выбрать так, чтобы результаты модели наилучшим образом согласованность с наблюдениями. Часто измерения происходят с некоторой погрешностью, поэтому полностью доверять им нельзя. В таком случае можно использовать метод наименьших квадратов. Критерием выбора параметров будет значение суммарного отклонения наблюдений от полученных результатов. Чем меньше это отклонение, тем лучше считаются параметры.

В данной работе рассматривается проблема оценки параметров в классе динамических моделей [2]. Сложность таких задач заключается в том, что критерий выбора параметров зависит от решения дифференциально-алгебраических уравнений модели. Как правило, на допустимое множество значений параметров наложены ограничения, поэтому требуется найти решение задачи условной оптимизации.

Задача формулируется следующим образом. Рассматривается модель нелинейной непрерывной динамической системы, описываемая дифференциально-алгебраическими уравнениями:

$$f(\dot{x}, \theta, t) = 0, \quad x(t_0) = x_0, \quad (1)$$

где $f(\cdot, \cdot, \cdot)$ — известная функция, $x \in \mathbb{R}^n$ — вектор состояния системы, x_0 — начальное состояние системы, $\theta \in \Theta \subseteq \mathbb{R}^q$ — вектор параметров системы, Θ — множество возможных значений параметров системы, $[t_0, t_T]$ — промежуток времени функционирования системы. Известны наблюдения за состоянием системы $\hat{x}(t)$ в моменты времени $t = t_i$, $i = 1, \dots, T$. При фиксированных параметрах θ и моменте времени $t = \tau$ можно найти вектор состояния системы $x(\theta, \tau)$, решая уравнение (1). Наилучшие оценки $\hat{\theta}$ неизвестных параметров определяются из решения следующей

задачи оптимизации:

$$\hat{\theta} = \arg \min_{\theta \in \Theta} \sum_{i=1}^T \sum_{j=1}^n (x_j(\theta, t_i) - \hat{x}_j(t_i))^2 \quad (2)$$

при ограничениях:

$$\begin{aligned} f(\dot{x}, \theta, t) &= 0, & x(t_0) &= x_0, \\ \theta &\in \Theta. \end{aligned}$$

Для решения задачи (2) существует много методов оптимизации, которые более подробно описаны в [1]. Во многих задачах $\Theta = \{\theta \in \mathbb{R}^q : a_i \leq \theta_i \leq b_i, i = 1, \dots, n\}$, поэтому для решения задачи (2) были использованы следующие метаэвристические методы условной глобальной оптимизации: «большого взрыва — большого сжатия», «фейерверков», «взрыва гранат» [3–6].

Метод «большого взрыва — большого сжатия». Использует в своей работе теорию эволюции вселенной, согласно которой сначала свершился большой взрыв, связанный с распределением частиц и энергии в пространстве, а затем произойдет большое сжатие, когда все частицы сожмутся в одну, расположенную в центре масс вселенной. В рассматриваемом методе на каждой итерации к некоторому набору частиц (вселенной) последовательно применяются процедуры (фазы) «большого взрыва» и «большого сжатия». Каждая итерация метода осуществляет переход от одного состояния вселенной к другому. На фазе большого взрыва частицы разбрасываются по всему пространству случайным образом. Интенсивность каждого взрыва определяется параметрами нормального закона распределения и падает с ростом числа итераций. Затем следует процесс большого сжатия, который эквивалентен выбору взвешенного среднего решения из текущей популяции. Более подробное описание дано в [5].

Метод «фейерверков». Во время фейерверка (салюта) облако светящихся осколков будет заполнять окрестность взорвавшегося заряда. В задачах поиска экстремума этот процесс ассоциируется с процедурой локального поиска. Каждый залп салюта определяет переход от одной итерации поиска к другой (от одного поколения решений к другому). Сначала для реализации первого залпа определяются множество точек (решений), принадлежащих множеству допустимых решений, называемые «популяцией». В этих точках происходит взрыв, генерирующий определенное количество осколков, разлетающихся от точек взрыва в окрестности некоторого радиуса. Среди решений, соответствующих точкам взрыва и полученным осколкам, выбирается наилучшее по величине целевой функции. Остальные решения выбираются из оставшихся случайным образом с вероятностью, определяемой расстоянием до других точек (чем больше суммарное расстояние, тем больше вероятность выбора). Полученные решения определяют точки нового залпа. Процедура поиска заканчивается при достижении заданного числа итераций. Более подробное описание дано в [6].

Метод «взрыва гранат». В методе реализуются процессы взрыва, в результате которых гранаты разлетаются на шрапNELи. Назовем множество гранат «популяцией». Завершение взрыва всех гранат определяет переход от одного поколения решений к другому. Каждая шрапнель повреждает объект в пределах радиуса. Положение, где произошло наибольшее повреждение (значение целевой функции минимальное), считается оптимальным на данной итерации. Этот процесс представляет собой локальный поиск наилучшего положения для гранаты. Одним из важных моментов алгоритма является реализация стратегии «радиус территории

агентов». Это означает, что «агент» (здесь это гранаты) не позволяет другим «агентам» подойти ближе определенного расстояния. Большое значение позволяет гранатам равномерно исследовать множество допустимых решений. Небольшое значение позволяет гранатам более тщательно исследовать множества допустимых решений. Для определения точек нового взрыва (нового поколения решений) выбирается наилучшее положение среди всех гранат и шрапнелей по величине целевой функции. Процесс прекращается по достижению заданного числа итераций. Более подробное описание дано в [3, 4].

В заключительной части работы были рассмотрены примеры решения задач (2) из разных областей техники.

1. Пантелейев А. В., Летова Т. А. Методы оптимизации. Практический курс: учеб. пособие. — М.: Логос, 2011. — 424 с.
2. Floudas C. A., Pardalos P. M., Adjimann C. S., Esposito W. R., Gumas Z. H., Harding S. T., Schweiger C. A. // Handbook of test problems in local and global optimization. — Springer, 1999. — V. 67. — 442 p. <https://titan.princeton.edu/TestProblems>.
3. Ahrari A., Shariat-Panahi M., Atai A. A. GEM: A novel evolutionary optimization method with improved neighborhood search // Applied Mathematics and Computation. — 2009. — V. 210, No. 2. — P. 376–386. — <https://doi.org/10.1016/j.amc.2009.01.009>.
4. Ahrari A., Atai A. A. Grenade Explosion Method — A novel tool for optimization of multimodal functions // Applied Soft Computing Journal. — 2010. — V. 10, No. 4. — P. 1132–1140. — <https://doi.org/10.1016/j.asoc.2009.11.032>.
5. Erol O. K., Eksin I. A new optimization method: Big Bang-Big Crunch // Advances in Engineering Software. — 2006. — V. 37, No. 2. — P. 106–111. — <https://doi.org/10.1016/j.advengsoft.2005.04.005>.
6. Tan Y., Zhu Y. Fireworks Algorithm for Optimization. Lecture Notes in Computer // Science. — 2015. — V. 6145 (December). — P. 355–364. — <https://doi.org/10.1007/978-3-642-13495-1>.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРИ ПРОЕКТИРОВАНИИ МЕХАТРОННЫХ СИСТЕМ КАРЬЕРНЫХ МАШИН

C. С. Малафеев

ООО «Компания «Объединенная Энергия», Москва, Россия

Мехатронные системы представляют собой типичный пример новых технических объектов, объединяющих различные компоненты и функционирующих только при высоком уровне организации процессов управления. Исследование и проектирование таких объектов и комплексов предполагает использование системного подхода и не допускают декомпозиции. Методологическим следствием системного подхода к проектированию мехатронных систем является приоритетное применение компьютерного моделирования [1, 2].

Основными направлениями исследований в области теоретических и прикладных проблем мехатроники и робототехники в настоящее время являются: исследование кинематики, динамики мехатронных и робототехнических систем и их моделирование; сенсорные устройства и информационное обеспечение мехатронных и робототехнических систем; исполнительные элементы, устройства и приводы мехатронных систем; интеллектуализация мехатронных и робототехнических систем; отраслевые мехатронные и робототехнические системы; надежность, качество, стандарты в мехатронике и робототехнике [4, 5, 7].

В настоящей работе представлены результаты разработки и практического использования в Компании «Объединенная Энергия» (г. Москва) методологии моделирования мехатронных систем горных машин при автоматизированном проектировании.

Особенности проектирования мехатронных систем карьерных экскаваторов определяются взаимодействием энергетических и информационных процессов: невозможностью управления без преобразования энергии, наличием энергетических пределов управления. При этом большинство алгоритмов и программ предназначены для решения, как правило, частных задач: моделирования кинематики, динамических процессов, параметрической оптимизации, расчета характеристик, исследования энергетических процессов и др. [2, 3].

Работа горной машины происходит при переменных случайных нагрузках, зависящих от характеристик пород, горно-геологических и климатических условий, а также особенностей работы операторов [4]. Технологическая и эксплуатационная сложность работы машины обусловлена большим количеством переменных, значения которых в той или иной степени определяют эффективность этого процесса, и множеством взаимодействий между ними. Это обстоятельство принципиально усложняет процессы моделирования, проектирования, расчета и выбора компонентов и настройки систем управления.

Проведение исследования и моделирование процессов управления и преобразования энергии в перспективных мехатронных системах горных машин обеспечивает качественно новый подход к определению основных параметров приводных агрегатов. Создание такой методологии позволит на стадии проектирования машины провести оценку и оптимизацию как всей конструкции в целом, так и конкретных ее компонентов, а также выполнить сравнительный анализ различных вариантов.

Опыт проектирования и эксплуатации экскаваторов показал, что выбор параметров рабочего оборудования и систем управления машин на основе анализа их существующих схем с последующей проработкой нескольких вариантов весьма трудоемок и дорог. По результатам проектирования разработчикам обычно неизвестно, насколько принятые параметры отличаются от наиболее выгодных с точки зрения уменьшения массы и равномерности распределения нагрузок на элементы рабочих органов машины. Создание же действующих моделей для проведения сравнительного анализа вариантов проектируемых машин очень малоэффективно с точки зрения затрат времени и средств.

Создание математических моделей сложных мехатронных систем экскаваторов, состоящих из физически разнородных функциональных частей, представляет собой трудоемкую и наукоемкую задачу, для решения которой в условиях жестких ограничений времени необходимо эффективное и максимально полное использование возможностей современных компьютерных средств.

Математическое описание мехатронной системы горной машины включает описание структуры и воздействий на входах структуры (нагрузок). Задачей математического описания структуры мехатронного комплекса одноковшового экскаватора является создание совокупности моделей, обеспечивающих: адекватное отображение реальных физических процессов; моделирование используемых алгоритмов и законов управления движением рабочих органов; представление математического описания в удобной для исследования форме, в том числе, с помощью компьютерного моделирования; возможность идентификации параметров системы с помощью аналитических или экспериментальных методов; вычисление динамических и энергетических характеристик отдельных компонентов и системы в целом; оперативную модификацию структуры системы при изменении технических средств и

алгоритмов управления; возможность проведения вычислительных экспериментов в течение цикла экскавации (имитационного моделирования).

Описание воздействий на входах структуры (нагрузок) составляется на основе экспериментальных данных. Современные технические средства измерений и обработки данных позволяют организовать обратную связь от эксплуатации к проектированию, при этом сбор данных осуществляется средствами информационно-диагностических систем (ИДС). При этом реализуется технология получения проектных данных непосредственно с действующего объекта [5].

Использование средств удаленного мониторинга горных машин обеспечивает простое и эффективное решение задач исследовательского характера. Проведение исследований по такой методике не требует дополнительного оборудования, кроме средств передачи данных, объединяющих машины горного предприятия и специалистов проектной организации на основе единого информационного пространства.

Разработанные математические модели и программное обеспечение в настоящее время используются при проектировании систем управления для карьерных экскаваторов и других горных машин в ООО Компания «Объединенная Энергия» [6].

1. Малафеев С. И., Малафеева А. А. Моделирование и расчет автоматических систем. — Владимир, ПОСАД, 2003. — 200 с.
2. Подураев Ю. В., Кулешов В. С. Принципы построения и современные тенденции развития мехатронных систем // Мехатроника. — 2000. — №1. — С. 5–10.
3. Pelz G. Mechatronic Systems. Modelling and Simulation with HDLs. — Wiley, 2003. — 234 р.
4. Чулков Н. Н. Расчет приводов карьерных машин. — М.: Недра, 1987. — 196 с.
5. Малафеев С. И., Тихонов Ю. В., Сагиров С. Н. Автоматизация исследований объектов в промышленности с использованием средств удаленного мониторинга // Автоматизация в промышленности. — 2015. — №10. — С. 34–37.
6. Малафеев С. И., Серебренников Н. А. Перспективное электротехническое электрооборудование и системы управления для горных машин: опыт Компании «Объединенная Энергия» // Горный информационно-аналитический бюллетень. — 2009. — Отдельный выпуск 8. Электрификация и энергосбережение. — С. 77–92.

ИТЕРАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ ДИНАМИКИ СЛОЖНОЙ СИСТЕМЫ

А. А. Малафеева, С. И. Малафеев

ООО «Компания «Объединенная Энергия», Москва, Россия

Практическая потребность в изучении сложных систем определяет актуальность исследования математического описания процессов эволюции и управления. Для сложных систем изменение параметров движения при наличии нелинейных зависимостей координат системы обусловливают многозначность решений, удовлетворяющих существующим нелинейным зависимостям при новом параметре. Это означает многообразие типов динамики у одной и той же системы. При изменении параметра движение системы может претерпевать смену типов динамики от движения по детерминированной траектории, соответствующей стационарным решениям, затем через последовательность точек бифуркаций к движению по аттрактору — периодическому, квазипериодическому или хаотическому и т. д. [1].

В работе проведен анализ процессов в сложной системе с эволюцией на основе математического описания с использованием полиномиальной модели.

Пусть задана некая полиномиальная модель системы, представляющая собой алгебраическое уравнение относительно переменной состояния. Коэффициенты уравнения определяются параметрами системы. Рассмотрим поведение итерированных голоморфных отображений системы при различных коэффициентах и начальных условиях.

Выбор полиномиальной модели обусловлен тем обстоятельством, что практически любая функция представима степенным рядом.

Определим начальное значение переменной состояния системы. Для этого зафиксируем значение правой части. Определим корни уравнения. Каждый комплексный корень поставим в соответствие начальному состоянию системы z_0 .

Зададим отображение $F(z)$, т. е. правило перехода системы в новое состояние. Итерационный процесс $F_0(F_0 \dots (F(z)))$ порождает множество точек z на комплексной плоскости, изображающее последовательность состояний системы. Структура и вид множеств соответствует различным сценариям эволюции системы. Поведение интегрированных голоморфных отображений характеризует эволюционный процесс [2].

Если S — компактная риманова поверхность, $f: S \rightarrow S$ — непостоянное голоморфное отображение, а $f^{on}: S \rightarrow S$ — его n — кратная итерация, то для любой точки $p_0 \in S$ имеется дихотомия [2]. Если существует окрестность U точки p_0 такая, что последовательность итераций $\{f^{on}\}$, ограниченных на U , образует нормальное семейство отображений из U в S , то p_0 принадлежит множеству Фату f . Если такой окрестности не существует, то p_0 принадлежит множеству Жюлиа J . Точка p_0 принадлежит множеству Жюлиа тогда и только тогда, когда динамика в окрестности этой точки демонстрирует высокую чувствительность к вариациям начальных условий [2].

Рассмотренный подход к моделированию сложных систем позволяет провести анализ неустойчивой динамики, анализировать варианты движения из различных начальных состояний без усреднения параметров [3].

1. Малафеева А. А. Геометрическая модель внешних управлений в сложных системах // Известия РАН. Теория и системы управления. — 2010. — №4. — С. 18–26.
2. Милнор Дж. Голоморфная динамика / Пер. с англ. — Ижевск, 2000. — 320 с.
3. Пайтген Х.-О., Рихтер П.Х. Красота фракталов. Образы комплексных динамических систем / Пер. с англ. — М.: Мир, 1993. — 176 с.

МЕТАЭВРИСТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОПТИМИЗАЦИИ НЕЛИНЕЙНЫХ НЕПРЕРЫВНЫХ ДЕТЕРМИНИРОВАННЫХ СИСТЕМ СОВМЕСТНОГО ОЦЕНИВАНИЯ И УПРАВЛЕНИЯ

А. В. Пантелейев, Л. Г. Даутян

МАИ, Москва, Россия

Постановка задачи. Поведение нелинейной непрерывной детерминированной модели объекта управления описывается уравнением $\dot{x}(t) = f(t, x(t), u(t))$, где t — непрерывное время, $t \in T = [t_0; t_1]$, моменты t_0 начала процесса и t_1 окончания процесса управления считаются заданными; x — вектор состояния системы, $x \in R^n$; u — вектор управления, $u = (u_1, \dots, u_q)^T \in U(t) \subseteq R^q$; $U(t)$ — множество допустимых значений управления, представляющее собой прямое произведение отрезков $[a_j(t), b_j(t)]$, $j = 1, 2, \dots, q$; $f(t, x, u) = (f_1(t, x, u), \dots, f_n(t, x, u))^T$ — непрерывная

вектор-функция. Начальные условия заданы компактным множеством Ω положительной меры с кусочно-гладкой границей: $x(t_0) = x_0 \in \Omega \subset R^n$, где множество Ω характеризует неопределенность задания начальных условий. Предполагается, что при управлении используется информация, поступающая с модели измерительной системы, описываемой соотношением $z(t) = h(t, x(t))$, где $z \in R^m$ — вектор измерений, $h(t, x)$ — непрерывная функция. По поступающей с модели измерительной системы информации можно восстановить вектор состояния, используя нелинейный наблюдатель вида

$$\frac{d\hat{x}(t)}{dt} = f(t, \hat{x}(t), u(t, \hat{x}(t))) + K(t, \hat{x}(t))[z(t) - h(t, \hat{x}(t))], \quad \hat{x}(t_0) = \hat{x}_0,$$

где $\hat{x}(t)$ — оценка вектора состояния, $K(t, \hat{x})$ — неизвестная непрерывная матричная функция размеров $n \times m$, играющая роль управления процессом наблюдения; \hat{x}_0 — вектор оценки начального состояния. Управление моделью объекта, применяемое в каждый момент времени t , имеет вид управления с обратной связью по оценке вектора состояния: $u(t) = u(t, \hat{x}(t))$. Множество допустимых управлений U образуют такие функции $u(t, \hat{x})$, что $\forall t \in T$ управление $u(t) = u(t, \hat{x}(t)) \in U(t)$ кусочно-непрерывно.

Определим функционал качества управления отдельной траекторией

$$I(x_0, d) = \int_{t_0}^{t_1} f^0(t, x(t), u(t, \hat{x}(t))) dt + F(x(t_1)),$$

где $f^0(t, x, u)$, $F(x)$ — заданные непрерывные функции.

Каждому допустимому управлению моделью объекта $u(t, \hat{x}) \in U$, управлению $K(t, \hat{x})$ процессом наблюдения и множеству Ω поставим в соответствие пучок траекторий: $X(t, u(t, \hat{x}), K(t, \hat{x})) = \cup\{x(t, u(t, \hat{x}(t)), K(t, \hat{x}(t)), x(t_0)) | x(t_0) \in \Omega\}$, $t \in T$, т. е. объединение решений уравнения по всем возможным начальным состояниям при наличии измерений и наблюдателя состояния. Качество управления пучком траекторий предлагается оценивать величиной функционала $J[u(t, \hat{x}), K(t, \hat{x})] = \int_{\Omega} I(x_0, d) dx_0 / \text{mes } \Omega$, где $\text{mes } \Omega$ — мера множества начальных состояний Ω [1]. Требуется найти такое управление $u^*(t, \hat{x}) \in U$, $K^*(t, \hat{x})$, что $J[u^*(t, \hat{x}), K^*(t, \hat{x})] = \min_{u(t, \hat{x}) \in U, K(t, \hat{x})} J[u(t, \hat{x}), K(t, \hat{x})]$.

Стратегия решения. Заключается в переходе от поставленной задачи к задаче конечномерной оптимизации, т. е. проблеме поиска наилучших значений неопределенных элементов, образующих структуру управления по оценке вектора состояния. При этом предполагается, что множество начальных состояний Ω представляется собой параллелепипед, определенный прямым произведением отрезков $[\alpha_i; \beta_i]$, $i = 1, \dots, n$, т. е. $\Omega = [\alpha_1; \beta_1] \times \dots \times [\alpha_n; \beta_n]$. Все отрезки $[\alpha_i; \beta_i]$, $i = 1, \dots, n$ с помощью шага Δx_i разбиваются на N_i отрезков, а параллелепипед Ω делится на $N = N_1 \cdot \dots \cdot N_n$ элементарных подмножеств Ω_k , $k = 1, \dots, N$. В каждом элементарном подмножестве Ω_k задается начальное состояние x_0^k (центр параллелепипеда Ω_k). Также известна оценка множества возможных состояний, которая представляется прямым произведением $[x_1, \bar{x}_1] \times \dots \times [x_n, \bar{x}_n]$, где x_i, \bar{x}_i — нижняя и верхняя граница по каждой координате соответственно, определяемые физическим смыслом решаемой задачи. Компоненты закона управления моделью объекта $u(t, \hat{x}) = (u_1(t, \hat{x}), \dots, u_q(t, \hat{x}))^T$ находятся в виде функции насыщения, гарантирующей выполнение ограничений на управление:

$$u_j(t, \hat{x}(t)) = \text{sat}\{g_j(t, \hat{x}_1(t), \dots, \hat{x}_n(t))\}, \quad j = 1, \dots, q,$$

где

$$\text{sat} \{g_j(t, \hat{x}_1(t), \dots, \hat{x}_n(t))\} = \begin{cases} g_j(t, \hat{x}_1(t), \dots, \hat{x}_n(t)), a_j(t) < g_j(t, \hat{x}_1(t), \dots, \hat{x}_n(t)) < b_j(t), \\ a_j(t), g_j(t, \hat{x}_1(t), \dots, \hat{x}_n(t)) \leq a_j(t), \\ b_j(t), g_j(t, \hat{x}_1(t), \dots, \hat{x}_n(t)) \geq b_j(t), \end{cases}$$

а функции $g_j(t, \hat{x}_1, \dots, \hat{x}_n)$ предлагаются искать в следующем виде:

$$g_j(t, \hat{x}_1, \dots, \hat{x}_n) = \sum_{i_0=0}^{L_0-1} \sum_{i_1=0}^{L_1-1} \dots \sum_{i_n=0}^{L_n-1} u_{i_0 i_1 \dots i_n}^j \cdot q(i_0, t) p_1(i_1, \hat{x}_1) \dots p_n(i_n, \hat{x}_n),$$

где $u_{i_0 i_1 \dots i_n}^j$ — неизвестные коэффициенты; L_0, L_1, \dots, L_n — масштабы усечения по времени и координатам оценок вектора состояния, используемым в управлении. Компоненты закона управления процессом наблюдения $K(t, \hat{x})$ находятся в форме

$$k_{ij}(t, \hat{x}_1, \dots, \hat{x}_n) = \sum_{i_0=0}^{L_0-1} \sum_{i_1=0}^{L_1-1} \dots \sum_{i_n=0}^{L_n-1} k_{i_0 i_1 \dots i_n}^{ij} \cdot q(i_0, t) p_1(i_1, \hat{x}_1) \dots p_n(i_n, \hat{x}_n),$$

$$i = 1, \dots, n; \quad j = 1, \dots, m,$$

где $k_{i_0 i_1 \dots i_n}^{ij}$ — неизвестные коэффициенты. В качестве базисных функций $q(i_0, t)$, $p_k(i_k, \hat{x}_k)$, $k = 1, \dots, n$, можно взять, например, полиномы Лежандра или косинусоиды [2]. Стратегия решения задачи заключается в поиске наилучших значений коэффициентов $u_{i_0 i_1 \dots i_n}^j$, $k_{i_0 i_1 \dots i_n}^{ij}$, образующих структуру управления. Для формализации задачи определения коэффициентов предлагается использовать вектор $u = (u_{i_0, i_1, \dots, i_n}^1, \dots, u_{i_0, i_1, \dots, i_n}^q)^T$, а для хранения коэффициентов $k_{i_0 i_1 \dots i_n}^{ij}$ использовать многомерную матрицу соответствующих размеров. Для решения задачи поиска коэффициентов $u_{i_0 i_1 \dots i_n}^j$, $k_{i_0 i_1 \dots i_n}^{ij}$ и, как следствие, управления $u(t, \hat{x}) \in U$, $K(t, \hat{x})$, предлагается применить метод серых волков (GWO) поиска глобального условного экстремума функций многих переменных или любой другой метод из группы метаэвристических [3]. В качестве решения задачи выбираются наилучшие коэффициенты $u_{i_0 i_1 \dots i_n}^j$, $k_{i_0 i_1 \dots i_n}^{ij}$ и определяемые им управления $u*(t, \hat{x}) \in U$, $K*(t, \hat{x})$, которым соответствует наименьшее значение критерия.

1. Пантелейев А. В., Семенов В. В. Синтез оптимальных систем управления при неполной информации. — М.: Изд-во МАИ, 1992.
2. Пантелейев А. В., Рыбаков К. А. Прикладной вероятностный анализ нелинейных систем управления спектральным методом. — М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2010.
3. Пантелейев А. В., Метлицкая Д. В., Алешина Е. А. Методы глобальной оптимизации. Метаэвристические стратегии и алгоритмы. — М.: Вузовская книга, 2013.
4. Mirjalili S., Mirjalili S. M., Lewis A. Grey Wolf Optimizer // Advances in Engineering Software. — 2014. — V. 69. — P. 46–61.

ГИБРИДНЫЙ МЕМЕТИЧЕСКИЙ АЛГОРИТМ СИНТЕЗА СУБОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ НЕЛИНЕЙНЫМИ СТОХАСТИЧЕСКИМИ СИСТЕМАМИ С НЕПОЛНОЙ ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ

А. В. Пантелейев, В. А. Письменная

МАИ, Москва, Россия

Введение. Меметические алгоритмы (МА) представляют собой динамично развивающуюся область эволюционных вычислений. В данный момент термин «меметические алгоритмы» широко используется в качестве обозначения взаимодействия эволюционного или другого подхода, основанного на понятии популяции, и индивидуального обучения особей либо другой локальной процедуры улучшения решения для задач поиска глобального оптимума.

Термин «мем» был введен как «единица передачи культурной информации, распространяется от одной особи к другой посредством имитации, научения и др.» [1]. Термин «меметический алгоритм» был впервые предложен в [2], где МА рассматривался как гибрид генетического алгоритма и процедуры индивидуального обучения для уточнения решения задачи. В рамках решения сложных прикладных задач условной оптимизации меметические алгоритмы широко используются в различных областях и, как правило, показывают гораздо более точные результаты, чем классические эволюционные методы.

В работе рассматривается методика применения модифицированного гибридного меметического алгоритма для решения задачи синтеза оптимального управления нелинейными стохастическими системами с неполной обратной связью.

Постановка задачи. Поведение модели объекта управления описывается стохастическим дифференциальным уравнением Ито

$$dX = f(t, X(t), u(t))dt + \sigma(t, X(t), u(t))dW, \quad X(t_0) = X_0,$$

где $t \in T = [t_0; t_1]$ — непрерывное время; $X = (X^1, X^2)^T \in R^n$ — вектор состояния системы, $X^1 = (X_1, \dots, X_m)^T$, $X^2 = (X_{m+1}, \dots, X_n)^T$, $0 \leq m \leq n$; u — вектор управления, $u = (u_1, \dots, u_q)^T \in U(t) \subseteq R^q$; $U(t)$ — множество допустимых значений управления, представляющее собой прямое произведение отрезков $[a_i(t), b_i(t)]$, $i = 1, 2, \dots, q$; $W(t)$ — k -мерный стандартный винеровский случайный процесс; $\sigma(t, X, u)$ — матричная функция размера $n \times k$.

Начальное состояние $X(t_0) = X_0$ определяется плотностью вероятности $p(t_0, x) = p_0(x) \in R^n$, $\forall x \in R^n$.

Предполагается, что при управлении используется информация о времени t и о части координат вектора состояния X (предполагается, что это первые m координат). Таким образом, используется управление с неполной обратной связью $u(t, x^1)$.

Через $D_m(t_0, p_0(x))$ обозначим множество пар $d_m = (p(t, x), u(t, x^1))$, где $p(t, x) \in C^{1,2}(T \times R^n)$ и удовлетворяет начальному условию, $u(t, x^1) : T \times R^m \rightarrow U(t)$.

На множестве D_m определен функционал качества управления

$$J(d_m) = \int_{t_0}^{t_1} \int_{R^n} f^0(t, p(t, x), u(t, x^1)) dx dt + F(p(t_1, x)),$$

где $f^0(\cdot)$, $F(\cdot)$ — заданные непрерывные функции.

Требуется найти такой элемент $d_m^* = (p^*(t, x), u^*(t, x^1)) \in D_m$, что $J(d_m^*) = \min_{d_m \in D_m} J(d_m)$.

Описание метода. Компоненты закона управления $u(t, x^1) = (u_1(t, x^1), \dots, u_q(t, x^1))^T$ находятся в виде $u_i(t, x^1) = \text{sat}\{g_i(t, x_1, \dots, x_m)\}$, $i = 1, \dots, q$, где

$$\text{sat}\{g_i(t, x_1, \dots, x_m)\} = \begin{cases} g_i(t, x_1, \dots, x_m), & a_i(t) < g_i(t, x_1, \dots, x_m) < b_i(t), \\ a_i(t), & g_i(t, x_1, \dots, x_m) \leq a_i(t), \\ b_i(t), & g_i(t, x_1, \dots, x_m) \geq b_i(t); \end{cases}$$

$$g_i(t, x_1, \dots, x_m) = \sum_{i_0=0}^{L_0-1} \sum_{i_1=0}^{L_1-1} \dots \sum_{i_m=0}^{L_m-1} u_{i_0 i_1 \dots i_m}^i \cdot q(i_0, t) p_1(i_1, x_1) \dots p_m(i_m, x_m),$$

где $u_{i_0 i_1 \dots i_m}^i$ — неизвестные коэффициенты. Для решения задачи поиска наилучших коэффициентов $u_{i_0 i_1 \dots i_m}^i$ применяется модифицированный гибридный меметический алгоритм поиска глобального условного экстремума функций многих переменных.

Разработанный алгоритм включает в себя несколько процедур: генерация начальной популяции, формирование пула, заполнение пула, технология path relinking (данная технология позволяет получить дополнительные точки на основе выбранных ранее перспективных), локальное улучшение точек, обновление пула, добавление лучшей точки пула в лист памяти. Результатом работы алгоритма является лучшая точка из листа памяти, которая выбирается при превышении максимально допустимого количества итераций.

Программное обеспечение. На основе предложенного алгоритма разработано программное обеспечение для поиска оптимального управления непрерывными детерминированными системами. Среда разработки — Microsoft Visual Studio, язык программирования — C#.

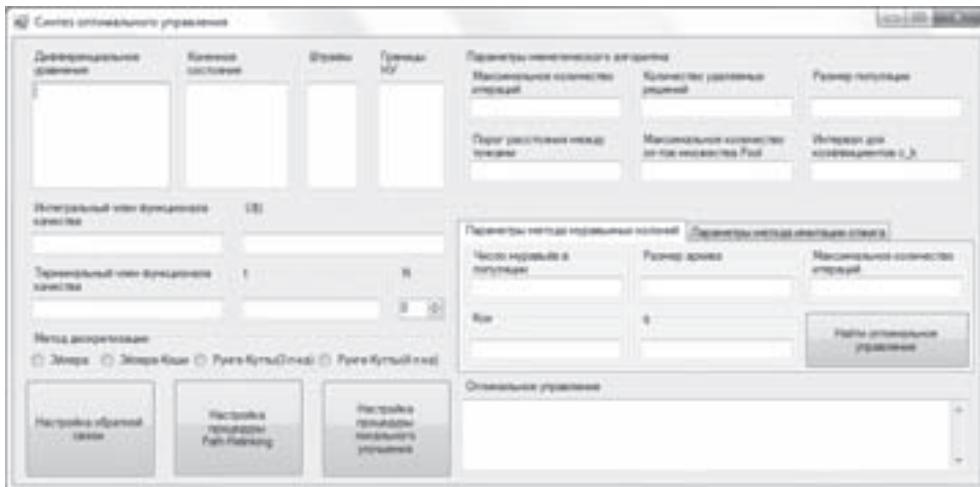


Рис. 1. Программное обеспечение

Заключение. В результате данной работы была подтверждена эффективность разработанного модифицированного гибридного меметического алгоритма и возможность его успешного применения к задаче синтеза оптимального управления нелинейными стохастическими системами с неполной обратной связью.

Разработано алгоритмическое и программное обеспечение для решения задачи синтеза оптимального управления, с помощью которого были решения таких задач

как задача гашения вращательного движения спутника, задача ориентации космического аппарата и другие.

1. Dawkins C. R. The selfish gene — Oxford: Oxford University Press, 1976. — 224 p.
2. Moscato P. On Evolution, Search, Optimization, Genetic Algorithms and Martial Arts: Towards Memetic Algorithms // Caltech Concurrent Computation Program (report 826), 1989.
3. Пантелейев А. В., Бортаковский А. С. Теория управления в примерах и задачах. — М.: Высшая школа, 2003. — 583 с.
4. Пантелейев А. В., Метлицкая Д. В., Алешина Е. А. Методы глобальной оптимизации. Метаэвристические стратегии и алгоритмы. — М.: Вузовская книга, 2013. — 248 с.

МЕТОД СЛУЧАЙНОГО ПОИСКА С ПОСТРОЕНИЕМ ВЗАИМНО ОРТОГОНАЛЬНЫХ НАПРАВЛЕНИЙ В ПРОСТРАНСТВЕ ПАРАМЕТРОВ

А. Л. Пантиюхов

АО «Корпорация «МИТ», Москва, Россия

В статье предлагается модифицированный метод случайного поиска по взаимно ортогональным направлениям в пространстве оптимизируемых параметров

Методы случайного поиска известны давно [1] и получили широкое распространение. Эти методы имеют целый ряд привлекательных сторон: 1) нет никаких требований к виду функции критерия (и ограничений), кроме возможности ее однозначного определения в любой точке рассматриваемой области и существования единственного локального экстремума в данной области; 2) возможность поиска и нахождения оптимальной точки на границе области допустимых значений; 3) возможность преодоления «оврагов» путем случайного перебора возможных направлений движения; 4) устойчивая работа при наличии достаточно большого количества функциональных ограничений; 5) возможность с уменьшением масштаба поиска при приближении к оптимальной точке достичь любой ее малой окрестности; 6) меньшая зависимость времени поиска оптимума от числа оптимизируемых параметров (удачным считается любой шаг, улучшающий значение целевой функции при выполнении ограничений, нет необходимости анализировать изменение целевой функции вдоль каждой координаты, что резко увеличивает время поиска, когда координат много).

В известных методах случайного поиска шаг перехода к следующей точке в пространстве параметров оптимизации определяется одновременным заданием случайных приращений для всех параметров. Задание приращений по координатам в виде нормально распределенных случайных чисел позволяет получить N-мерное сферическое распределение с равновероятными возможными направлениями. Для такого простейшего алгоритма случайного поиска доказана теорема сходимости. На практике часто применяются усовершенствованные алгоритмы с «памятью» (выбором направления движения в зависимости от информации о результатах предыдущих шагов, что целесообразно применять при наличии «оврагов»), с оценкой направлений поиска с точки зрения быстроты улучшения критерия и др.

При поиске оптимума методом случайного поиска на каждом шаге происходит одновременное изменение всех варьируемых переменных

$$x_j^{k+1} = x_j^k + M^{k+1} \cdot m_j \cdot e_j^{k+1}, \quad (1)$$

где $j = 1, 2, \dots, n$; n — количество параметров оптимизации; k — индекс шага поиска; $x^k(x_1^k, x_2^k, \dots, x_n^k)$ — полученные после k -го шага значения параметров оптимизации; $x^{k+1}(x_1^{k+1}, x_2^{k+1}, \dots, x_n^{k+1})$ — точка, исследуемая на улучшение или ухудшение критерия качества; m_j — индивидуальные масштабы изменения переменных; M^{k+1} — масштаб процесса поиска на $(k+1)$ -м шаге, изменяемый в зависимости от успеха или неуспеха на предыдущих шагах; e_j^{k+1} — равномерно распределенные случайные числа; $x^{k+1} - x^k$ — пробное движение (вектор поиска).

Таким образом, начальное распределение поисковых векторов (шагов поиска) обеспечивает одинаковую вероятность перемещения в любом направлении.

В случае удачи в точке x^{k+1} поиск продолжается в том же направлении из точки x^{k+1} с увеличением масштаба поиска, в случае неудачи масштаб поиска уменьшается и направление поиска из точки x^k становится противоположным. При двух подряд неудачах происходит переход к новым направлениям поиска, которые определяются значениями генерируемых датчиком нормально распределенных случайных чисел.

Разработанная модификация алгоритма случайного поиска реализует следующую логику.

Поиск начинается с выбранной в области допустимых значений переменных точки x_0 . Если в полученной точке x_1 удачная попытка, то на направлении $[x_0, x_1]$ определяется положение точки оптимума методом золотого сечения.

После нахождения оптимальной на направлении $[x_0, x_1]$ точки $x_{\text{опт}}^{1-0}$ определяется первый вектор ортонормированного базиса $v_{\text{норм1}}^1$

$$v_{\text{норм1}}^1 = (v_{\text{норм11}}^1, v_{\text{норм12}}^1, \dots, v_{\text{норм1n}}^1); \quad v_{\text{норм1j}}^1 = (x_{\text{оптj}}^{1-0} - x_{0j}) / |x_{\text{оптj}}^{1-0}, x_0|; \quad (2)$$

$|x_{\text{опт}}^{1-0}, x_0| = \sqrt{\sum_{j=1,n} (x_{\text{оптj}}^{1-0} - x_{0j})^2}$ — модуль вектора перемещения из начальной точки в оптимальную на первом удачном направлении движения; $|v_{\text{норм1}}^1| = 1$.

Дальнейший поиск оптимума ведется из полученной точки в направлениях, ортогональных вектору $v_{\text{норм1}}^1$. Каждое генерируемое датчиком направление поиска v представляется в виде

$$v = \alpha_1 \cdot v_{\text{норм1}}^1 + v_2,$$

$$(v_2, v_{\text{норм1}}^1) = 0, \quad v_2 = v - \alpha_1 \cdot v_{\text{норм1}}^1,$$

$$(v_2, v_{\text{норм1}}^1) = (v, v_{\text{норм1}}^1) - \alpha_1 \cdot (v_{\text{норм1}}, v_{\text{норм1}}^1) = 0, \quad \Rightarrow \quad \alpha_1 = (v, v_{\text{норм1}}^1),$$

где (A, B) — скалярное произведение векторов A и B ; v_2 — принадлежит совокупности векторов, образующих гиперплоскость, ортогональную вектору $v_{\text{норм1}}^1$.

После нахождения первого удачного направления из множества векторов v_2 определяется второй вектор ортонормированного базиса удачных перемещений в процессе первого цикла оптимизации $v_{\text{норм1}}^2$

$$v_{\text{норм1j}}^2 = (x_{\text{оптj}}^{2-1} - x_{\text{оптj}}^{1-0}) / |x_{\text{оптj}}^{2-1}, x_{\text{оптj}}^{1-0}|, \quad (3)$$

где $j = 1, 2, \dots, n$; $x_{\text{оптj}}^{2-1}$ — полученная методом «золотого сечения» оптимальная точка на направлении v_2 .

Дальнейший поиск ведется в направлениях, ортогональных $v_{\text{норм1}}^1$ и $v_{\text{норм1}}^2$ и т. д.

То есть, если определены k ($k < n$) векторов ортонормированного базиса, то поиск удачных направлений ведется на множестве

$$v = v^{k+1} + \sum_{i=1,k} \alpha_i \cdot v_{\text{норм1}}^i, \quad i = 1, 2, \dots, k, \quad \alpha_i = (v, v_{\text{норм1}}^i), \quad (4)$$

v^{k+1} — множество векторов, лежащих в плоскости поиска, ортогональной всем к найденным векторам ортонормированного базиса данного цикла поиска.

Каждый цикл поиска заканчивается после нахождения n взаимно ортогональным направлений и фиксации на каждом из них методом «золотого сечения» точки оптимума.

Алгоритм метода предполагает использование памяти с любой глубиной l_p .

Предусмотрена возможность возврата после определенного числа попыток оптимизации к первоначальной величине масштаба поиска M .

Данный метод апробирован на задачах баллистического проектирования изделий ракетной техники и показал преимущество по сравнению с немодифицированными методами [1].

1. Программная реализация алгоритмов нелинейного программирования на Фортране. Начально-технический отчет № 298/335-1576-938н. Предприятие п/я М5539, 1976 г.

ДИСКРЕТНО-НЕПРЕРЫВНЫЕ СИСТЕМЫ С ПРОМЕЖУТОЧНЫМИ КРИТЕРИЯМИ*

И. В. Расина

ИПС РАН, Ярославская обл., Переславский район, с. Веськово, Россия

Модель дискретно-непрерывной системы. Рассматриваются дискретно-непрерывные системы (ДНС) для случая, когда все однородные подсистемы нижнего уровня не только связаны общим функционалом, но имеют и свои собственные цели. Дается модификация достаточных условий оптимальности типа Кротова.

Итак, пусть задана абстрактная дискретная управляемая система [1]:

$$x(k+1) = f(k, x(k), u(k)), \quad k \in \mathbf{K} = \{k_I, k_I + 1, \dots, k_F\}, \quad (1)$$

где k — номер шага (этапа), не обязательно физическое время; x и u — соответственно переменные состояния и управления; f — оператор. Все указанные объекты — произвольной природы для различных k , $\mathbf{U}(k, x)$ — заданное при каждом k и x множество; k_I, k_F — начальный и конечный шаги соответственно. На некотором подмножестве $\mathbf{K}' \subset \mathbf{K}$, $k_F \notin \mathbf{K}'$, действует непрерывная система нижнего уровня

$$\dot{x}^c = \frac{dx^c}{dt} = f^c(z, t, x^c, u^c), \quad t \in \mathbf{T}(z) = [t_I(z), t_F(z)], \quad (2)$$

$$x^c \in \mathbf{X}^c(z, t) \subset \mathbb{R}^{n(k)}, \quad u^c \in \mathbf{U}^c(z, t, x^c) \subset \mathbb{R}^{p(k)}, \quad z = (k, x, u^d),$$

для которой на отрезке $[t_I(z), t_F(z)]$ задана промежуточная цель в виде функционала:

$$I^k = \int_{\mathbf{T}(z(k))} f^k(t, x^c(k, t), u^c(k, t)) dt \rightarrow \inf.$$

Оператор правой части (1) имеет вид $f(k, x, u) = \theta(z, \gamma^c)$, где

$$\gamma^c = (t_I, x_I^c, t_F, x_F^c) \in \Gamma^c(z) = \{\gamma^c : t_I = \tau(z), x_I^c = \xi(z), (t_F, x_F^c) \in \Gamma_F^c(z)\}.$$

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № 15-01-01915А, № 15-01-01923А, № 15-07-09091А).

Здесь $z = (k, x, u^d)$ — совокупность переменных верхнего уровня, играющих на нижнем уровне роль параметров, u^d — переменная управления произвольной природы, $t_I = \tau(z)$, $x_I^c = \xi(z)$ — заданные функции z .

Решением этой двухуровневой системы считается набор $m = (x(k), u(k))$, где при $k \in \mathbf{K}'$: $u(k) = (u^d(k), m^c(k))$, $m^c(k) \in \mathbf{D}^c(z(k))$, (называемый *дискретно-непрерывным процессом*) [2, 3], где $m^c(k)$ — непрерывный процесс $(x^c(k, t), u^c(k, t))$, $t \in \mathbf{T}(z(k))$, а $\mathbf{D}^c(z)$ — множество допустимых процессов m^c , удовлетворяющих указанной дифференциальной системе (2) с дополнительными ограничениями при кусочно-непрерывных $u^c(k, t)$ и кусочно-гладких $x^c(k, t)$ (на каждом дискретном шаге k). Предполагается, что функции f^k обладают всеми необходимыми для существования функционалов I^k свойствами. Совокупность элементов m , удовлетворяющих всем выше перечисленным условиям, обозначим через \mathbf{D} и назовем множеством допустимых дискретно-непрерывных процессов.

Для модели (1), (2) рассматривается задача о поиске минимума на \mathbf{D} функционала $I = F(x(k_F))$ при фиксированных $k_I = 0$, $k_F = K$, (k_I) и дополнительных ограничениях

$$x(k) \in \mathbf{X}(k), \quad x^c \in \mathbf{X}^c(z, t) \quad (3)$$

$\mathbf{X}(k)$, $\mathbf{X}^c(z, t)$ — заданные множества.

Достаточные условия улучшения и оптимальности управления. Введем в рассмотрение новые переменные x^{0k} и преобразуем подзадачу нижнего уровня к виду:

$$\begin{aligned} \dot{x}^c &= \frac{dx^c}{dt} = f^c(z, t, x^c, u^c), \quad \dot{x}^{0k} = f^k(t, x^c(k, t), u^c(k, t)), \\ x^{0k}(t_I(z)) &= 0, \quad I^k = x^{0k}, \quad \tilde{x}^c = (x^c, x^{0k}), \quad \tilde{f}^c = (f^c, f^k). \end{aligned}$$

Достаточные условия оптимальности для такой модели получаются, как и ранее для ДНС [2, 3] по аналогии с условиями Кротова [1] для дискретных и непрерывных систем. Из ограничений множеств \mathbf{D} и \mathbf{D}^c исключаются дискретная цепочка и дифференциальная система и вводятся функционалы $\varphi(k, x)$, $\varphi^c(z, t, x^c, x^{0k})$, где $\varphi^c(z, t, x^c) = \tilde{\varphi}^c(z, t, x^c) - x^{0k}$. Кроме того, рассматривается обобщенный лагранжиан по аналогии с лагранжианами Кротова для дискретных и непрерывных систем:

$$\begin{aligned} L &= G(x(k_F)) - \sum_{\mathbf{K} \setminus \mathbf{K}' \setminus k_F} R(k, x(k), u(k)) + \\ &+ \sum_{\mathbf{K}'} \left(G^c(z(k), \gamma^c(z(k))) - \int_{\mathbf{T}(z(k))} R^c(z(k), t, x^c(k, t), u^c(k, t)) dt \right), \\ G(x) &= F(x) + \varphi(k_F, x) - \varphi(k_I, x(k_I)), \\ R(k, x, u) &= \varphi(k+1, f(k, x, u)) - \varphi(k, x), \\ G^c(z, \gamma^c) &= -\varphi(k+1, \theta(z, \gamma^c)) + \varphi(k, x) + \varphi^c(z, t_F, x_F^c) - \varphi^c(z, t_I, x_I^c), \\ R^c(z, t, x^c, x^{0k}, u^c) &= \varphi_{x^c}^{cT} \tilde{f}^c(z, t, x^c, u^c) + \varphi_t^c(z, t, x^c) = \tilde{\varphi}_{x^c}^{cT} - f^k + \tilde{\varphi}_t^c(z, t, x^c). \\ \mu^c(z, t) &= \sup \{R^c(z, t, x^c, x^{0k}, u^c) : x^c \in \mathbf{X}^c(z, t), u^c \in \mathbf{U}^c(z, t, x^c)\}, \\ l^c(z) &= \inf \{G^c(z, \gamma^c) : \gamma^c \in \Gamma(z), x^c \in \mathbf{X}^c(z, t_F)\}, \\ \mu(k) &= \begin{cases} \sup \{R(k, x, u) : x \in \mathbf{X}(k), u \in \mathbf{U}(k, x)\}, & t \in \mathbf{K} \setminus \mathbf{K}', \\ -\inf \{l^c(z) : x \in \mathbf{X}(k), u^d \in \mathbf{U}^d(k, x)\}, & k \in \mathbf{K}', \end{cases} \\ l &= \inf \{G(x) : x \in \Gamma \cap \mathbf{X}(K)\}. \end{aligned}$$

Здесь $\varphi_{x^c}^c$ — градиент φ^c в пространстве (x^c, x^{0k}) , T — знак транспонирования.

Справедливы следующие утверждения.

Теорема 1. Для любого элемента $m \in \mathbf{D}$ и любых φ, φ^c имеет место оценка

$$I(m) - \inf_{\mathbf{D}} I \leq \Delta = I(m) - l.$$

Пусть имеются два процесса $m^I \in \mathbf{D}$ и $m^{II} \in \mathbf{E}$ и функционалы φ и φ^c , такие, что $L(m^{II}) < L(m^I) = I(m^I)$, и $m^{II} \in \mathbf{D}$. Тогда $I(m^{II}) < I(m^I)$.

Теорема 2. Пусть имеются последовательность дискретно-непрерывных процессов $\{m_s\} \subset \mathbf{D}$ и функционалы φ, φ^c такие, что:

- 1) $\mu^c(z, t)$ — кусочно-непрерывна при каждом z
- 2) $R(k, x_s(k), u_s(k)) \rightarrow \mu(k)$, $k \in \mathbf{K}$,
- 3) $\int_{\mathbf{T}(z_s)} (R^c(z_s, t, \tilde{x}_s^c(t), u_s^c(t^c)) - \mu^c(z_s, t)) dt \rightarrow 0$, $k \in \mathbf{K}'$, $t \in \mathbf{T}(z_s)$;
- 4) $G^c(z_s, \gamma_s^c) - l^c(z_s) \rightarrow 0$, $k \in \mathbf{K}'$;
- 5) $G(x_s(t_F)) \rightarrow l$.

Тогда последовательность $\{m_s\}$ — минимизирующая для I на \mathbf{D} .

Это общие достаточные условия улучшения и оптимальности дискретно-непрерывных процессов с промежуточными условиями, из которых при различных способах задания φ, φ^c могут быть получены конкретные условия.

1. Кротов В. Ф. Гурман В. И. Методы и задачи оптимального управления. — М.: Наука, 1973. — 448 с.
2. Гурман В. И. К теории оптимальных дискретных процессов // АиТ. — 1973. — № 6. — С. 53–58.
3. Гурман В. И., Расина И. В. Дискретно-непрерывные представления импульсных решений управляемых систем // А и Т. — 2012. — № 8. — С. 16–29. Gurman, V.I., Rasina, I.V. Discrete-continuous representations of impulsive processes in the controllable systems (2012) Automation and Remote Control 73(8) Pp. 1290–1300 Cited 5 times.

ПРИБЛИЖЕННОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ НА ОСНОВЕ МАГИСТРАЛЬНЫХ РЕШЕНИЙ*

И. В. Расина¹, И. С. Гусева²

¹ИПС РАН, Ярославская обл., Переславский район, с. Веськово, Россия;

²БГУ, Улан-Удэ, Россия

Предлагается процедура преобразования общей задачи оптимального управления к эквивалентным задачам с линейными управлениями, для которых характерны магистральные решения, получаемые специальными методами теории вырожденных задач, и общая схема поиска приближенно-оптимального управления с использованием этих решений.

Рассматривается обыкновенная дифференциальная управляемая система общего вида

$$\dot{x} = f(t, x, u), \quad t \in \mathbf{T} = [t_I, t_F], \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad u \in \mathbf{U} \subset \mathbb{R}^p \quad (1)$$

при традиционных для работ прикладного направления предположениях и задача оптимального управления в стандартной форме

$$x \in \mathbf{X}(t) \subset \mathbb{R}^n, \quad x(t_I) = x_I, \quad x(t_F) \in \Gamma, \quad I = F(x(t_F)) \rightarrow \inf, \quad (2)$$

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (проекты № №15-01-01915А, 15-07-09091А, 15-01-03680А).

где множества \mathbf{U} и $\mathbf{X}(t)$ замкнутые и ограниченные, функции $f(t, x, u)$ и $F(x)$ непрерывны. Под решением задачи (1), (2) понимается минимизирующая функционал I последовательность m_s допустимых пар функций $m = (x(t), u(t))$, удовлетворяющих (1), где траектории $x(t)$ — кусочно-гладкие, а соответствующие программы управлений $u(t)$ — кусочно-непрерывные. Наряду с исходной системой (1) рассматривается ослабленная система:

$$\dot{x} = g(t, x) + h(t, x)w, \quad w \in \mathbf{W}(t, x) \subset \mathbb{R}^k, \quad k \leq n, \quad (3)$$

правая часть которой представляет собой параметрическое описание выпуклой оболочки множества скоростей (скоростного годографа) системы (1): $\mathbf{V}(t, x) = f(t, x, \mathbf{U})$; $\mathbf{W}(t, x)$ — выпуклое множество в пространстве (w) (в общем случае зависящее от t, x как параметров). Множество решений ослабленной системе шире (не у же), чем множество решений исходной системы.

При перечисленных выше предположениях система (3) эквивалентна исходной (1) в следующем смысле: пусть $x(t)$ — непрерывная траектория системы (3) на ограниченном отрезке \mathbf{T} , тогда существует последовательность $\{x_s(t)\}$ кусочно-гладких траекторий системы (1), сходящаяся на \mathbf{T} равномерно к $x(t)$.

Для модели (3) при естественных предположениях возможно непосредственное преобразование к производной системе ([1], гл. 2):

$$\dot{y} = \eta_x g(t, x) + \eta_t, \quad x \in \mathbf{Q}(t, y) = \{x: y = \eta(t, x)\},$$

и, соответственно исходной задаче — к производной задаче

$$y(t_I) = y_I, \quad y \in \mathbf{Y}(t) \subset \mathbb{R}^{n-k}, \quad y(t_F) = y_F,$$

$$J = F^y(y(t_F)) \rightarrow \inf, \quad F^y(y) = \min_{\mathbf{Q}} F(x(t_F)).$$

Здесь $y = \eta(t, x)$ ($y \in \mathbb{R}^{n-l}$, $l \geq k$) — интеграл (инвариант) предельной системы

$$\frac{dx}{d\tau} = h(t, x)w, \quad w \in \mathbb{R}^k.$$

Пусть z — вектор криволинейных координат на интегральном многообразии. Это означает, что существуют взаимно однозначные отображения $y = \eta(t, x)$, $z = \zeta(t, x)$ и $x = \xi(t, y, z)$ при каждом t . Выполняя переход к новым переменным y, z , систему (3) можно представить в виде [2]:

$$\dot{y} = g^y(t, y, z), \quad (4)$$

$$\dot{z} = g^z(t, y, z) + h^z(t, y, z)w, \quad w \in \mathbb{R}^k. \quad (5)$$

Если исключить уравнение (5), получим непосредственно производную систему. Очевидно, множество решений производной системы получается шире, чем исходной, т. е. любое решение исходной системы (кусочно-гладкое) $x(t)$ удовлетворяет производной, но не наоборот, причем производная система допускает разрывы траектории, как на границах временного интервала, так и внутри него, реализуемые скачком во времени.

В случае неограниченного управления w исходная и производная системы эквивалентны, в том смысле, что любая траектория производной системы в пространстве (t, x) может быть аппроксимирована последовательностью траекторий $x_s(t)$ исходной системы с любой степенью точности при достаточно большом управлении w [1, 3].

Производная задача для (4), (5) описывается следующим образом:

$$y(t_I) = y_I, \quad y \in \mathbf{Y}(t) \subset \mathbb{R}^{n-k}, \quad y(t_F) = y_F,$$

$$J = F^y(y(t_F)) \rightarrow \inf, \quad F^y(y) = \min_z F(\xi(t, y, z)).$$

Как видно, эта задача имеет порядок $(n - k)$ и в этом смысле проще исходной.

Траектория решения производной задачи, называемого идеальным магистральным, кусочно-непрерывна в пространстве (t, x) [2]. В [1] показано, что если множество \mathbf{W} не ограничено и предельная система вполне управляема на инварианте, то она может быть аппроксимирована траекториями исходной системы (3) с любой точностью при достаточно большом управлении w .

Как видно, производная задача аналогична исходной и может быть преобразована также к производной задаче следующей ступени и т. д., т. е. такое преобразование рекурсивно, что позволяет многократно понижать порядок производной системы.

При ограниченных управлениях магистральные решения аппроксимируются решениями исходной задачи, как и в предыдущем случае, но не с любой точностью (эта точность может быть ограничена). Для улучшения построенного приближенного магистрального решения строится внешняя оценка допустимой области достижимости [1, 4], что позволяет косвенно учесть отброшенные ограничения на линейные управления путем их замены подходящими фазовыми ограничениями.

В целом, для исследования исходной задачи (1) предлагается следующая многоэтапная схема исследования:

- 1) строится внешняя оценка области в пространстве (t, x) , заполняемой допустимыми траекториями;
- 2) выполняется преобразование исходной задачи к задачам с линейными управлениями;
- 3) выбирается одна из указанных задач и находится ее идеальное магистральное решение;
- 4) производится аппроксимация полученного идеального магистрального решения допустимым решением эквивалентной задачи;
- 5) полученное магистральное решение принимается в качестве начального приближения и уточняется некоторым итерационным методом;
- 6) уточненное решение эквивалентной задачи реализуется как скользящий режим исходной системы общего вида, в частности оказывается ее допустимым решением.

1. Гурман В. И. Принцип расширения в задачах управления. — М.: Наука. Физматлит, 1997. — 288 с.
2. Гурман В. И. Магистральные решения в процедурах поиска оптимальных управлений // Автомат. и телемех. — 2003. — №3. — С. 61–71.
3. Гурман В. И. Об оптимальных процессах с неограниченными производными // Автомат. и телемех. — 1972. — №12. — С. 14–21.
4. Гурман В. И. Вырожденные задачи оптимального управления. — М.: Наука, 1977. — 304 с.

ПРИМЕНЕНИЕ ГИБРИДНОГО МЕТОДА СЛУЧАЙНОГО ПОИСКА В ЗАДАЧАХ ПОИСКА ОПТИМАЛЬНОГО ПРОГРАММНОГО УПРАВЛЕНИЯ

Д. А. Родионова

МАИ, Москва, Россия

Постановка задачи. Поведение нелинейной детерминированной непрерывной модели объекта управления описывается дифференциальным уравнением $\dot{x} = f(t, x(t), u(t))$, где x — вектор состояния системы, $x \in R^n$; u — вектор управления, $u = (u_1, \dots, u_q)^T \in U(t) \subseteq R^q$; $U(t)$ — множество допустимых значений управ-

ления, для каждого значения t представляющее собой прямое произведение отрезков $[a_i(t), b_i(t)]$, $i = 1, 2, \dots, q$; t — непрерывное время, $t \in T = [t_0, t_N]$, начальный t_0 и конечный t_N моменты времени заданы; $f(t, x, u) = (f_1(t, x, u), \dots, f_n(t, x, u))^T$ — непрерывная вектор-функция. Правый конец траектории $x(t_N)$ свободен.

Начальное состояние задано: $x(t_0) = x_0$. Предполагается, что при управлении используется информация только о времени, т. е. система управления является разомкнутой по состоянию и применяется программное управление.

Множество допустимых процессов $D(t_0, x_0)$ — это множество пар $d = (x(t), u(t))$, включающих траекторию $x(t)$ и кусочно-непрерывное допустимое управление $u(t)$, где $u(t) \in U$, удовлетворяющих дифференциальному уравнению и начальному условию.

На множестве $D(t_0, x_0)$ определен функционал качества управления

$$I(d) = \int_{t_0}^{t_N} f^0(t, x(t), u(t)) dt + F(x(t_N)),$$

где $f^0(t, x(t), u(t))$ и $F(x)$ — заданные непрерывные функции. Требуется найти такую пару $d^* = (x^*(t), u^*(t)) \in D(t_0, x_0)$, что $I(d^*) = \max_{d \in D(t_0, x_0)} I(d)$.

Стратегия поиска решения. Для решения задачи поиска оптимального программного управления непрерывной системой предлагается осуществить переход к задаче поиска оптимального программного управления дискретной детерминированной системой, а затем построить решение исходной задачи путем интерполяции значений в узлах сетки.

При этом приближенное решение задачи (управление) ищется в виде кусочно-постоянных вектор-функций, поэтому результатом решения является субоптимальное управление.

Для нахождения оптимального управления предлагается использовать гибридный метод случайного поиска с адаптацией, последовательной редукцией и восстановлением области поиска. Данный метод является модификацией метода случайного поиска с последовательной редукцией области исследования (метода Luus-Jaakola) [1], который, как и другие метаэвристические методы, ранее уже применялся для решения задачи синтеза оптимального управления нелинейными детерминированными системами [2, 3].

В качестве главной стратегии модифицированного метода используются различные процедуры случайного поиска, связанные между собой, как параллельно, так и последовательно. Поэтому метод относится к классу гибридных.

На первом этапе метода применяется процедура аддитивного случайного поиска. Основная идея заключается в существенном увеличении величины шага в случае удачной попытки в случайном направлении из текущей точки. Если число неудачных попыток из точки достигает максимальной величины, то величина шага значительно уменьшается. Целью является интенсивное предварительное исследование множества допустимых решений и нахождение хорошего начального приближения для реализации дальнейших процедур поиска глобального минимума.

На втором этапе применяется процедура поиска наилучшей пробы. Из текущей точки генерируются R пробных точек, из которых выбирается наилучшая. Текущая точка при этом не учитывается. Из найденной наилучшей точки реализуется дальнейший поиск. Поскольку текущая точка исключена из рассмотрения, в этом случае становятся возможными шаги в направлении возрастания функции. Они могут позволить преодолевать локальные минимумы при поиске глобального экстремума. Если из текущей точки поиск в случайных направлениях не удачен, то по

полученным пробным точкам находится статистический антиградиент и делается пробный шаг в этом направлении. Если и он оказывается неудачным, величина шага уменьшается до тех пор, пока не станет меньше заданной величины.

На третьем этапе применяется метод случайного поиска с последовательной редукцией и восстановлением области исследования (метод Luus-Jaakola), который использует идею переменной области поиска новых решений, в процессе работы метода она подвергается редукции (сокращению) и восстановлению (расширению).

Работа метода начинается с выбора начальной точки на множестве допустимых решений D и задания размеров начальной области исследования. При отсутствии какой-либо информации о решаемой задаче начальная точка задается в центре области допустимых решений или в точке, получаемой в результате предыдущих этапов поиска.

На каждой итерации из начальной точки генерируются R дочерних точек в случайных направлениях с учетом характерных размеров множества исследования. Среди дочерних точек и начальной точки выбирается наилучшая, которой соответствует минимальное значение целевой функции. Выбранная точка является начальной точкой для следующей итерации.

В конце каждой итерации сокращается размер области исследования (при помощи параметра редукции γ). После завершения заданного числа итераций завершается «проход» метода и проверяются условия неэффективности поиска.

В начале каждого последующего «прохода» размер области исследования восстанавливается (при помощи параметра восстановления η). Параметры редукции и восстановления подбираются таким образом, что в начале каждого следующего «прохода» размер области исследования меньше, чем в начале предыдущего. Восстановление размера области исследования позволяет улучшить эффективность метода, уменьшая вероятность сходимости к точке локального экстремума. Процесс завершается после реализации заданного числа «проходов».

Использование нескольких стратегий поиска в одном методе позволяет улучшить сходимость и увеличить точность полученного решения.

1. Luus R. Iterative Dynamic Programming. // Chapman & Hall. CRC Press. Boca Raton, London, New York, Washington, D.C. — 2000.
2. Пантелейев А.В., Метлицкая Д.В., Алешина Е.А. Методы глобальной оптимизации. Метавариантные стратегии и алгоритмы. — М.: Вузовская книга, 2013. — 244 с.
3. Пантелейев А.В., Родионова Д.А. Применение метода случайного поиска с последовательной редукцией области исследования в задачах оптимального управления детерминированными системами // Известия института инженерной физики. — 2014. — №3(33). — С. 17–22.

УПРАВЛЕНИЕ ПУЧКОМ ТРАЕКТОРИЙ

Г. В. Сидоренко

БГУ, Иркутск, Россия

Пучки траекторий возникают при исследовании многих задач — как технических, так и экономических, и экологических [1–4]. Порождаются пучки либо неопределенностями, присутствующими в системе, либо параметрами, отвечающими за управление. Часто, тем и другим одновременно. Поэтому задача управления пучком столь же естественна, как и задача управления отдельной изолированной траекторией. Формально, постановки таких задач аналогичны постановкам традиционных задач управления, с той особенностью, что состояние в этих системах в

момент времени t есть сечение пучка траекторий в момент t — множество достижимости. В работе и рассматриваются обобщения достаточных условий кротовского типа [3, 5] для задачи управления пучком траекторий. А именно, рассматривается задача оптимизации, определенности ради, минимизации, функционала:

$$I(u) = \int_{X_D(t,u)} \int_T f(t, x, u) dx dt + \int_{X_D(t_1, u)} g(t, x) dx$$

на решениях управляемого уравнения интегральной воронки [6,7]:

$$\lim_{h \rightarrow 0+} h^{-1} \alpha(X_h(t, u), X(t+h, u)) = 0,$$

$$t \in T = [t_0, t_1], \quad x(t_0) \in X_0, \quad u(t) \in U(t).$$

Функции $f(t, x, u)$, $g(x)$ — непрерывны по своим аргументам. Множества $X_0 \subset R^n$, $U(t) \subset R^m$ компактны, $U(\cdot)$ — непрерывная многозначная функция, $\alpha(\cdot, \cdot)$ — хатодрово расстояние между множествами. Множество

$$X_h(t, u) = \bigcup_{x \in X(t, u)} \{x + hV(t, x, u)\},$$

где $V(t, x, u)$ — правая часть дифференциального включения $\dot{x} \in V(t, x, u)$, порождающего для каждой функции $u(\cdot)$: $u(t) \in U(t)$ пучок траекторий $X(u)$ с начального множества X_0 , $X_D(t, x)$ — множество достижимости управляемого дифференциального включения при $u(\cdot)$: $u(t) \in U(t)$, т. е. сечение интегральной воронки $X(u)$, порожденной параметром $u(\cdot)$. Под решением уравнения интегральной воронки [7] понимаем абсолютно непрерывную многозначную функцию, при почти всех $t \in T$ удовлетворяющую этому уравнению.

Использование уравнения интегральной воронки позволяет компактно и более целостно, чем использование дифференциальных включений, описать динамику пучка траекторий. Состояние — многозначная функция. Уравнение относительно состояния — уравнение интегральной воронки.

Введем конструкции, в терминах которых формулируется основной результат об условиях оптимальности.

Пусть $\varphi: T \times 2^{R^n} \rightarrow R^1$ — некоторая функция множества. Обозначим через Φ — класс функций множества, удовлетворяющих условию:

$$\int_{\tau_1}^{\tau_2} \lim_{h \rightarrow 0+} h^{-1} [\varphi(t+h, X(t+h)) - \varphi(t, X(t))] dt = \varphi(\tau_2, X(\tau_2)) - \varphi(\tau_1, X(\tau_1))$$

для любой абсолютно непрерывной многозначной функции $X(t)$ определенной на T и любых $\tau_1, \tau_2 \in T$. Очевидно, $\Phi \neq \emptyset$. Для $\varphi \in \Phi$ определим следующие функции и функционалы:

$$R(t, X, u, \varphi) = \lim_{h \rightarrow 0+} h^{-1} \left[\varphi(t+h, \bigcup_{x \in X} \{x + hV(t, x, u)\}) - \varphi(t, X) \right] - \int_X f(t, x, u) dx,$$

$$G(X_1, \varphi) = \varphi(t_1, X_1) + \int_{X_1} g(x) dx - \varphi(t_0, X_0),$$

$$\mu(t, \varphi) = \sup_{X \subset X^*} \sup_{u \in U(t)} R(t, X, u, \varphi),$$

$$m(\varphi) = \inf_{X_1 \subset X^*} G(X_1, \varphi),$$

где X^* — некоторое подмножество R^n , содержащее для всех $t \in T$ сечения пучков траекторий при всевозможных реализациях $u(\cdot)$: $u(t) \in U(t)$ при почти всех $t \in T$.

Теорема. Пусть существует последовательность $\{u_s(\cdot), X_s(\cdot)\}$ такая, что $u_s(t) \in U(t)$ при почти всех $t \in T$, $X_s(t_0) = X_0$ и $X_s(t)$ удовлетворяет уравнению интегральной воронки, и последовательность $\{\varphi_s\}$: $\varphi_s \in \Phi$ такие, что:

$$\lim_{s \rightarrow \infty} \int_T (\mu(t, \varphi_s) - R(t, X_s, u_s, \varphi_s)) dt = 0,$$

$$\lim_{s \rightarrow \infty} (G(X_s(t_1), \varphi_s) - m(\varphi_s)) = 0.$$

Тогда последовательность $\{u_s(\cdot), X_s(\cdot)\}$ минимизирует функционал $I(u)$.

Один из ключевых моментов в использовании этой теоремы — указание класса функций множества $\varphi(t, X)$. Из его определения следует, что функция $\varphi(t, X(t))$, как функция действительного аргумента t , должна быть абсолютно непрерывна на отрезке T . Это условие необходимо и достаточно для функций из класса Φ . Оказывается, достаточно широкий класс таких функций дает представление

$$\varphi(t, X) = \int_X r(t, x) dx,$$

где $r(t, \cdot)$ суммируема на X^* для каждого $t \in T$ и существует суммируемая на X^* функция $L(x) \geq 0$, такая, что для любых $a, b \in T$ справедливо неравенство:

$$|r(b, x) - r(a, x)| \leq L(x)|b - a|$$

для почти всех $x \in X^*$.

Заметим, что если $r(t, x) = v(t)w(x)$, то от функции $v(t)$ достаточно потребовать абсолютной непрерывности на отрезке $T = [t_0, t_1]$ для того, чтобы $\varphi(t, X) = \int_X r(t, x) dx \in \Phi$.

Иллюстративный пример показывает работоспособность данной теоремы о достаточных условиях оптимальности в задаче управления пучком траекторий. Отметим, что в качестве множества X^* , используя которое, вычисляются функционалы $\mu(t, \varphi)$, $m(\varphi)$, можно выбирать внешние оценки множества достижимости. Определение таких оценок, даже в нелинейном случае, на основе принципа расширения можно найти в работе [8]. Использование внешних оценок множества достижимости позволяет конструктивизировать применимость теоремы о достаточных условиях оптимальности.

1. Овсянников Д. А. Математические методы управления пучками. — Л.: Изд-во ЛГУ, 1980. — 228 с.
2. Куржанский А. Б. Управление и наблюдение в условиях неопределенности. — М.: Наука, 1977. — 392 с.
3. Гурман В. И. Принцип расширения в задачах управления. — М.: Наука, 1997. — 288 с.
4. Константинов Г. Н. Нормирование воздействий на динамические системы. — Иркутск: Изд-во Иркут. ун-та, 1983. — 188 с.
5. Кротов В. Ф., Гурман В. И. Методы и задачи оптимального управления. — М.: Наука, 1973. — 446 с.
6. Панасюк А. И., Панасюк В. И. Асимптотическая магистральная оптимизация управляемых систем. — Минск: Наука и техника, 1986. — 296 с.
7. Толстоногов А. А. Дифференциальные включения в банаховом пространстве. — Новосибирск: Наука, 1986. — 296 с.
8. Методы решения задач теории управления на основе принципа расширения. — Новосибирск: Наука, 1990. — 190 с.

РАЗРАБОТКА ЧИСЛЕННОГО МЕТОДА ДЛЯ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ С ОБРАТНОЙ СВЯЗЬЮ ДЛЯ НЕПРЕРЫВНОЙ СИСТЕМЫ, АППРОКСИМИРУЕМОЙ ЦЕПЬЮ МАРКОВА

К. В. Степанян, А. К. Попов, Б. М. Миллер, А. Б. Миллер

ИППИ РАН, Москва, Россия

В последние годы довольно интенсивно развиваются методы оптимизации управляемых марковских процессов с непрерывным временем и конечным множеством состояний. Модели на основе таких процессов используются при решении широкого круга задач, например, в системах массового обслуживания, в задачах распределения ресурсов, для анализа систем передачи и управления потоками данных в Интернете.

В работах [1, 2] была рассмотрена задача управления неоднородной марковской цепью, описывающей уровень воды в системе связанных водохранилищ под действием сезонных и климатических факторов (дожди, испарение), сезонных запросов потребителей и возможных контролируемых сбросов воды в сезон дождей. В рассматриваемой постановке несколько водохранилищ объединены в систему, в результате чего допускаются потоки между связанными водохранилищами. Целью управления является приведение системы в желаемое состояние в терминальный момент времени.

В зависимости от имеющихся запасов воды могут вводиться как ограничения на потребление, так и применяться методы ценового регулирования для изменения поведения потребителей и объемов потребления. Таким образом, при разных состояниях система может описываться хоть и схожими, но разными моделями. Каждое водохранилище, независимо от остальных, имеет свои характеристики: текущий уровень воды, количество осадков, потери из-за испарения, а также расход воды потребителями. Соответствующие потоки используются при построении генератора марковской цепи. Очевидно, что уровень воды не может изменяться мгновенно. Следовательно, с точки зрения марковской цепи, возможны переходы только к двум соседним состояниям, а значит, что генератор марковской цепи представляет собой сильно разженную матрицу.

Общий подход к решению такого типа задач основывается на сведении задачи стохастического управления нелинейной нестационарной системой к задаче детерминированного управления с интегральными и терминальными критериями качества. Последняя решается численно с применением метода динамического программирования.

При описании системы водохранилищ количество возможных состояний системы растет мультипликативно, поскольку растет размерность вектора состояния. Вместо матрицы, описывающей одно водохранилище, появляется тензор соответствующего ранга, описывающий систему в целом. Поэтому даже задача автоматизации построения самой системы уравнений является нетривиальной и изложена в работе [3].

Многие из существующих программных средств не справляются с задачей численного интегрирования, поскольку пытаются построить тензор целиком и разместить в памяти, что не является необходимым, поскольку в правую часть входит не сам тензор, а его свертки. Было разработано программное обеспечение [3] для решения описанной задачи, но так как на каждом шаге интегрирования в каждом состоянии для поиска вектора оптимального управления необходимо было выполнять процедуру поиска минимума, то время работы даже на модельном примере [4] оказалось слишком велико для практического применения при реальных данных.

Был найден аналитический ответ, который позволил запрограммировать в виде самостоятельной функции нахождение оптимальных управлений [5], что существенно сократило время вычислений и размер состояний системы перестал быть критическим ресурсом. В результате найдено численное решения системы обыкновенных дифференциальных уравнений, которое дает оптимальное управление исходной стохастической системой.

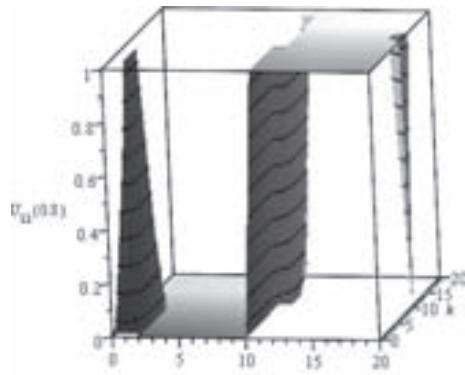


Рис. 1. Интенсивность перекачки из первого водохранилища во второе

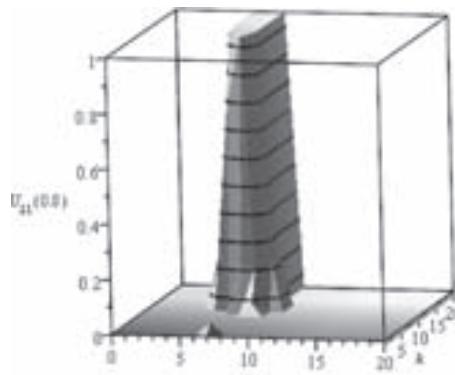


Рис. 2. Интенсивность перекачки из второго водохранилища в первое

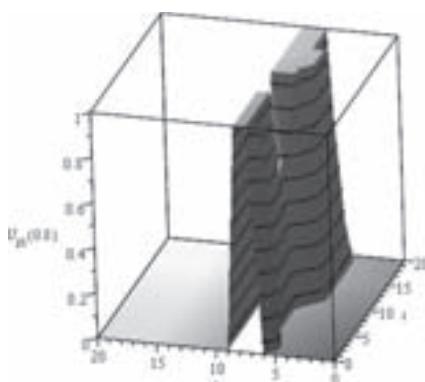


Рис. 3. Интенсивность перекачки из второго водохранилища в третье

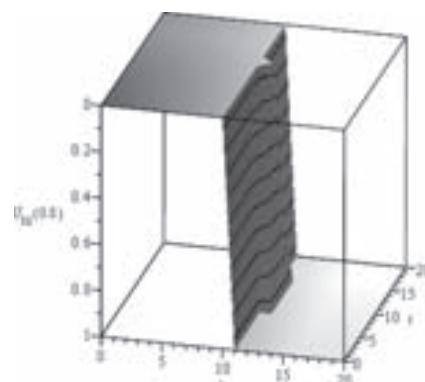


Рис. 4. Интенсивность перекачки из третьего водохранилища во второе

На рис. 1–4 приводятся найденные управления для системы трех связанных водохранилищ [3, 4] с числом состояний $21 \times 21 \times 21$ для фиксированного состояния второго водохранилища $j = 10$ в момент времени $t = 0,8$, $t \in [0, 1]$ в зависимости от состояния двух других водохранилищ ($i = 0, \dots, 20$; $k = 0, \dots, 20$).

1. *Miller B., McInnes D.* Optimal management of a two dam system via stochastic control: Parallel computing approach // 2011 50th IEEE Conference on Decision and Control and European Control Conference (CDC-ECC). — Р. 1417–1423.
2. *Boris M. Miller, Daniel J. McInnes.* Management of dam systems via optimal price control // Proceedings of the International Conference on Computational Science (ICCS 2011). Procedia Computer Science. — 2011. — V. 4. — P. 1373–1382. <http://dx.doi.org/10.1016/j.procs.2011.04.148>.

3. Степанян К. В., Попов А. К. Программная реализация элементов тензорной алгебры для решения задач управления марковскими цепями с конечным множеством состояний // Материалы XIX Международной конференции по Вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2015), 24–31 мая 2015 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2015.
4. Aleksander Miller, Boris Miller, Alexey Popov, Karen Stepanyan. Towards the Development of Numerical Procedure for Control of Connected Markov Chains // Proceedings of 2015 5th Australian Control Conference (AUCC) November 5–6, 2015. Gold Coast, Australia. — P. 336–341.
5. Степанян К. В., Миллер Б. М., Миллер А. Б., Попов А. К. Развитие численного метода оптимального управления связанный марковской цепью // 40-я междисциплинарная школа-конференция «Информационные технологии и системы 2016», 25–30 сентября, Репино, Санкт-Петербург, Россия. — С. 391–397.

УПРАВЛЯЕМЫЕ И НЕУПРАВЛЯЕМЫЕ ПЕРЕЛЕТЫ МЕЖДУ ОКРЕСТНОСТЯМИ КОЛЛИНЕАРНЫХ ТОЧЕК ЛИБРАЦИИ СИСТЕМЫ СОЛНЦЕ–ЗЕМЛЯ*

В. А. Суркова, В. А. Шмыров

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия

Изучение движения в окрестностях коллинеарных точек либрации системы Солнце–Земля является одним из важных элементов при проектировании маневров в околоземном пространстве. Точки либрации L_1 и L_2 или лагранжевые решения, являются модельными понятиями задачи круговой ограниченной трех тел и находятся на линии Солнце–Земля, на расстоянии порядка 1,5 млн км от центра Земли. Точка либрации L_1 ближе к Солнцу от Земли, а L_2 расположена за Землей. Эти частные решения круговой задачи трех тел являются неустойчивыми [1], в отличие от треугольных точек либрации. Однако, факт неустойчивости этих точек можно существенно использовать при маневрировании в околоземном космическом пространстве, при полетах на дистанции порядка нескольких единиц расстояния от Земли до Луны. В круговой задаче трех тел расстояния от центра Земли до этих точек разное. В данной работе для описания движения в околоземном пространстве в качестве математической модели используется модель уравнений Хилла в одной из своих форм [2, 3]. Эта математическая модель является нелинейной аппроксимацией уравнений круговой задачи трех тел. В модели уравнений Хилла коллинеарные точки либрации L_1 и L_2 находятся на одинаковом расстоянии. В частности, это означает, что в этих точках одинаковая энергетическая константа, — гамильтониан неуправляемого движения во вращающейся системе координат. Такую ситуацию удобно использовать при исследовании перелетов между окрестностями L_1 и L_2 . Подобные космические маневры актуальны и уже были реализованы, например, аппаратом GENESIS.

На рис. 1 представлен неуправляемый перелет из окрестности точки либрации L_1 ($x_1 = 1$, $x_2 = 0$) в окрестность точки либрации L_2 ($x_1 = -1$, $x_2 = 0$) в плоскости эклиптики за время порядка 13 месяцев. В случаях, когда, например, требуется реализовать такой перелет за меньшее время, следует рассмотреть задачу управления. В этом случае, в зависимости от постановки, возможно использование как

*Работа выполнена при поддержке гранта СПбГУ 9.37.345.2015.

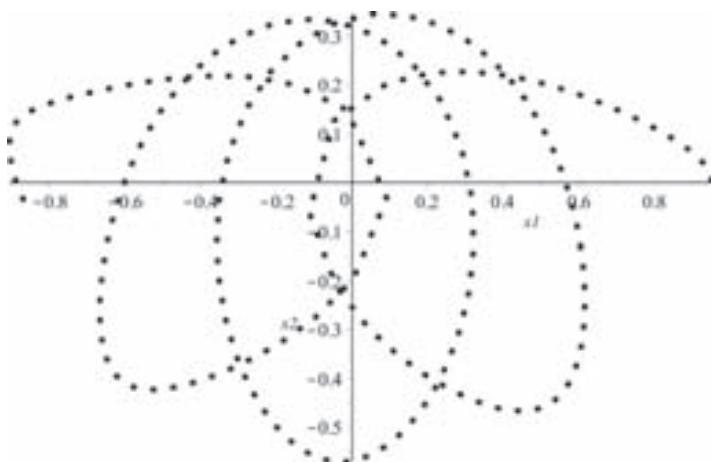


Рис. 1

программных управлений, так и управлений в виде синтеза. Отметим, что за счет упомянутого энергетического свойства точек либрации в рамках уравнений Хилла, при решении задачи управления в окрестности L_2 можно использовать разработанные методы и подходы для управляемого движения в окрестности точки либрации L_1 [2–6]. В работе предлагается закон управления орбитальным движением КА, при котором аппарат остается на изоэнергетической поверхности проходящей через точки L_1 и L_2 .

1. Маркеев А.Д. Точки либрации в небесной механике и космодинамике. — М.: Наука, 1978. — 312 с.
2. Шмыров В.А. Стабилизация управляемого орбитального движения космического аппарата в окрестности коллинеарной точки либрации L_1 // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10: Прикладная математика, информатика, процессы управления. — 2005. — Вып. 2. — С. 193–199.
3. Shmyrov A., Shmyrov V. Controllable orbital motion in a neighborhood of collinear libration point // Applied Mathematical Sciences. — 2014. — V. 8, no. 10. — P. 487–492.
4. Shmyrov A., Shmyrov V. The estimation of controllability area in the problem of controllable movement in a neighborhood of collinear libration point // Seventh Polyakhov's Reading, 2015 International Conference on Mechanics, 2015. art. no. 7106776.
5. Шиманчук Д.В., Шмыров В.А. Проблемы стабилизации орбитального движения космического аппарата в окрестности коллинеарной точки либрации // МОЛОДОЙ УЧЕБНЫЙ. — 2014. — № 3(62). — С. 20–24.
6. Shmyrov A., Shmyrov V. Method of Lyapunov functions for controllable Hamiltonian systems // 2014 20th International Workshop on Beam Dynamics and Optimization, BDO 2014, art. no. 6890078.

ОДИН СПОСОБ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ВЫРОЖДЕННЫХ ЗАДАЧ ОПТИМАЛЬНОГО УПРАВЛЕНИЯ*

О. В. Фесько, И. В. Расина

ИПС РАН, Ярославская обл., Переславский район, с. Веськово, Россия

Рассматривается задача оптимального управления для системы с неограниченным линейным управлением вида

$$\begin{aligned} \dot{x} &= g(x) + h(x, v)u, \quad t \in \mathbf{T} = [t_I, t_F], \quad x \in \mathbb{R}^n, \quad u \in \mathbb{R}, \quad v \in \mathbf{V}, \\ x(t_I) &= x_I, \quad I = F(x(t_F)) \rightarrow \inf, \end{aligned} \quad (1)$$

где $h(x, v)$ — $n \times 1$ -матрица, функции $g(x)$, $h(x, v)$, $F(x)$ предполагаются непрерывными, $x(t)$ — непрерывные, кусочно-гладкие, $u(t)$ — кусочно-непрерывные.

Согласно теории вырожденных задач [1, 2], строится соответствующая предельная система

$$\frac{dx}{d\tau} = h(x, v)u, \quad (2)$$

описывающая асимптотически поведение исходной (1) при больших скоростях. С практической точки зрения ее интегралы удобно представлять в параметрической форме $y = \eta(x, \tau)$. Строится производная система как полная производная $\eta(x, \tau)$ в силу исходной системы (1)

$$\dot{y} = \eta_x g(x), \quad x = \xi(y, \tau, v), \quad (3)$$

где $\xi(y, \tau)$ — обращение $y = \eta(x, \tau)$. Очевидно, она имеет фактически меньший порядок, чем исходная (1) (поскольку параметр τ можно исключить), не зависит от линейного управления u и в то же время эквивалентна исходной в том смысле, что любая ее траектория аппроксимируется по мере последовательностью траекторий исходной.

В системах (1), (2) матричный коэффициент $h(x, v)$ содержит управление v . Если использовать специальный класс программ $v_*(t)$ — кусочно-постоянных, и переходить к традиционной производной системе на интервалах постоянства, то на каждом таком интервале получается семейство производных систем с параметром v из которого можно выбирать конкретную в начальной точке интервала.

Поскольку кусочно-постоянная функция аппроксимирует кусочно-непрерывную с любой точностью с уменьшением интервалов, то в пределе приходим к некоторой управляемой системе, полученной по правилам преобразования для случая линейного «изолированного» управления. При этом на границах участков обеспечивается непрерывность y так, чтобы $y_F(t_k) = y_I(t_{k+1})$. Для этого достаточно положить $\tau(t_k) = 0$ в изолированных точках t_k с учетом свойств отображений $x = \xi(y, \tau, v)$, $y = \eta(x, \tau, v)$.

Таким образом, исходная задача сводится к задаче с тем же функционалом для системы (3), где τ и v играют роль управлений.

Рассмотрим в качестве примера уравнение Шредингера (см., например, [3])

$$\dot{z} = -iH(u, v)z, \quad H = H_0 + \text{diag}\{h_j(v)\}u,$$

*Работа выполнена при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований: проекты 15-01-01915А «Приближенная оптимизация управления на основе магистральных решений», 15-01-01923 А «Конструктивные методы оптимизации управления системами неоднородной структуры».

где i — комплексная единица, H_0 — постоянная действительная симметричная матрица, описывающая взаимодействие спинов, $z(t)$ — комплекснозначная кусочно дифференцируемая n -мерная вектор-функция, $u(t)$, $v(t)$ — кусочно-непрерывные действительные функции, $u \in \mathbb{R}$, $v \in \mathbf{V} \subset \mathbb{R}^p$, \mathbf{V} — компактное множество, $h_j(v)$ — действительные непрерывные функции.

Выписывается соответствующая предельная система $dz/d\tau = \text{diag}\{h_j(v)\}u$. Найдется семейство интегралов $w = \eta(z, \tau, v) = \text{diag}\{e^{ih_j(v)\tau_k}\}z$ предельной системы с параметром v и соответствующее семейство производных систем $\dot{w} = -i \text{diag}\{e^{ih_j(v)\tau}\}H_0 \text{diag}\{e^{-ih_j(v)\tau}\}w$. Начальное состояние на каждом элементарном участке получается при $\tau_l = 0$, поэтому $w_l = z_l$.

Вычисления проводились для случая спиновой цепочки, состоящей из $n = 3$ спинов при

$$H_0 = \begin{pmatrix} -1 & 1 & 0 \\ 1 & -2 & 1 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}, \quad h(v) = \begin{pmatrix} (-v)^2 & 0 & 0 \\ 0 & (1-v)^2 & 0 \\ 0 & 0 & (2-v)^2 \end{pmatrix},$$

$v(t)$ — кусочно-постоянна.

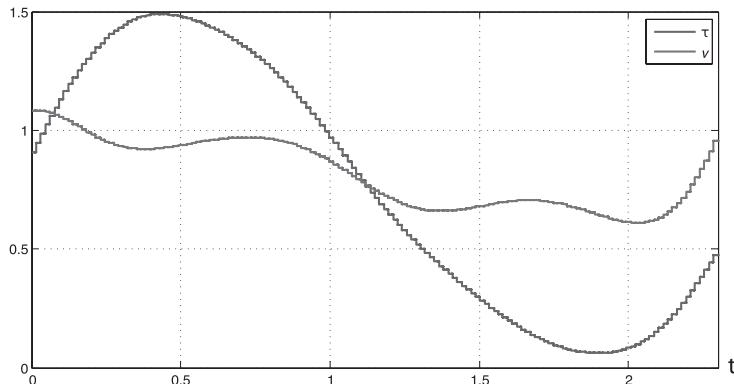


Рис. 1. Оптимальные управления v, τ

Производная система в действительных переменных (с учетом $z^j = y^j + iy^{n+j}$):

$$\begin{aligned} \dot{y}_1 &= \sin((2v-1)\tau)y_2 + \cos((2v-1)\tau)y_5 - y_4, \\ \dot{y}_2 &= -\sin((2v-1)\tau)y_1 + \cos((2v-1)\tau)y_4 + \sin((2v-3)\tau)y_3 + \cos((2v-3)\tau)y_6 - 2y_5, \\ \dot{y}_3 &= -\sin((2v-3)\tau)y_2 + \cos((2v-3)\tau)y_5 - y_6, \\ \dot{y}_4 &= -\cos((2v-1)\tau)y_2 + \sin((2v-1)\tau)y_5 + y_1, \\ \dot{y}_5 &= -\cos((2v-1)\tau)y_1 - \sin((2v-1)\tau)y_4 - \cos((2v-3)\tau)y_3 + \sin((2v-3)\tau)y_6 + 2y_2, \\ \dot{y}_6 &= -\cos((2v-3)\tau)y_2 - \sin((2v-3)\tau)y_5 + y_3, \\ y(0) &= (1, 0, 0, 0, 0, 0)^T, \quad |\tau| \leq 3, |v| \leq 3, \quad t \in [0, t_F], \\ J &= 2 - 2\sqrt{(y_3(t_F))^2 + (y_6(t_F))^2}. \end{aligned} \tag{4}$$

Далее система (4) была дискретизирована и для решения поставленной задачи был использован метод локального улучшения [4]. Вычисления проводились для различных значений t_F с нахождением наименьшего времени перехода в заданное

состояние, т. е. когда целевой функционал обращается в ноль. Графики найденных управлений представлены на рис. 1. Значение функционала $J = 1e - 7$, $t_F = 2,23$.

1. Гурман В. И. Вырожденные задачи оптимального управления. — М.: Наука, 1977.
2. Гурман В. И., Ни М. К. Вырожденные задачи оптимального управления // АиТ. — 2011. — №3–5. — С. 36–50, 57–70, 32–46.
3. Murphy M., Montangero S., Giovannetti V., Calarco T. Communication at the Quantum Speed Limit Along a Spin Chain // Phys. Rev. Lett. — 2010.
4. Гурман В. И., Трушкова Е. А. Приближенные методы оптимизации управляемых процессов // Программные системы: теория и приложения. — 2010. — №4(4). — С. 85–104.

ЗАДАЧА ПРЕСЛЕДОВАНИЯ ЦЕЛИ ГРУППОЙ БЕСПИЛОТНЫХ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ АППАРАТОВ В ВОЗМУЩЕННОЙ СРЕДЕ*

М. В. Хачумов

ИСА ФИЦ ИУ РАН, Москва, Россия

Рассмотрены вопросы траекторного движения группы летательных аппаратов (ЛА) и ее отдельных аппаратов в процессе преследования цели в возмущенной воздушной среде. Задачи группового поведения в сложной обстановке представляют большой научный интерес и рассматривались в работах зарубежных [1, 2] и отечественных исследователей [3, 4], в том числе в работах, автора, например [5, 6]. Для решения задачи преследования-убегания с несколькими преследователями и одним убегающим в воздушном пространстве в настоящей работе использованы имитационные математические модели ЛА и модель ветровых возмущений. Для решения задачи построения управления применяются: принцип максимума Л.С. Понтрягина, геометрический подход и продукционные правила.

Пусть объект c («цель»), преследуется группой ЛА $P = \{p_1, \dots, p_N\}$, $n \geq 2$. Индексами p и c будем помечать отдельные ЛА и цели, соответственно. Объекты p_i и c осуществляют простое движение между соседними точками смены направления с постоянными скоростями v_{pi} , v_c ; углами тангажа θ_{pi}, θ_c и рыскания ψ_{pi}, ψ_c задающими ориентацию. Преследователю p_i в момент времени t известны переменные, описывающие состояние цели $Q_c(t) = (x_c(t), y_c(t), z_c(t), v_c(t), \theta_c(t), \psi_c(t))$. Аналогично, цель имеет полную информацию $Q_{pi}(t)$ о преследователях. Пусть $\forall i, v_{pi} \geq v_c$, $X_i(t)$ и $Y_i(t)$ — координаты ЛА p_i и c , а $d(X_i(t), Y(t))$ — расстояние между ними в момент времени t . Необходимо осуществить сближение группы ЛА с целью и полет рядом с ней в течение заданного времени наблюдения T . Ограничимся наличием у преследователей двух скоростей $v_{pi} = (v_p^{(1)}, v_p^{(2)})$, причем $v_p^{(1)} > v_c$, $v_p^{(2)} = v_c$. В результате ветровой нагрузки возможно существенное отклонение ЛА от своего маршрута.

Задача заключается в построении такого управления $U_{pi}(t) = (v_{pi}(t), \theta_{pi}(t), \psi_{pi}(t))$ для каждого p_i на временном отрезке $[0, T]$, что $\int_{t=0}^T d(X_i(t), Y(t)) dt \rightarrow \min$ при ограничении: $\forall i, d(X_i(t), Y(t)) \geq \varepsilon$, где ε — допустимое значение сближения ЛА с целью.

Рассмотрим движение двух летательных аппаратов (преследователя p и убегающего c) на соответствующих локальных участках между двумя точками смены направления убегающего в идеальных условиях без трения и возмущений.

*Работа выполнена при финансовой поддержке РНФ (грант №16-11-00048).

Поставим задачу построения оптимального управления $U_p(t) = (\theta_p(t), \psi_p(t))$ для перехода системы $x_c(t)$, $y_c(t)$, $z_c(t)$, $x_p(t)$, $y_p(t)$, $z_p(t)$, $\theta_p(t)$, $\psi_p(t)$ из начального состояния в конечное состояние за минимальное время T . При этом $x_c(T) = x_p(T)$, $y_c(T) = y_p(T)$, $z_c(T) = z_p(T)$. В данной задаче параметрами являются: v_p , v_c , θ_c , ψ_c . Обозначим $u_1(t) = \theta_p(t)$, $u_2(t) = \psi_p(t)$.

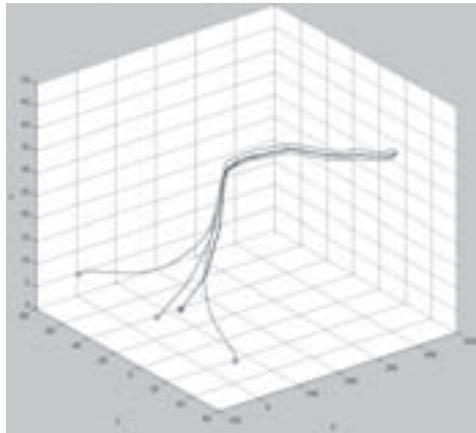


Рис. 1

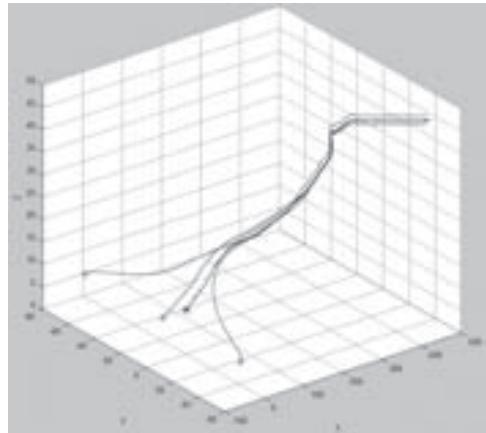


Рис. 2

Дадим математическое описание движения центров масс ЛА в невозмущенной среде

$$\begin{aligned} \dot{x}_p &= v_p \cos u_1 \cos u_2; & \dot{x}_c &= v_c \cos \theta_c \cos \psi_c; & x_c &= x_{c0} + v_c \cos \theta_c \cos \psi_c \cdot t; \\ \dot{y}_p &= v_p \sin u_1; & \dot{y}_c &= v_c \sin \theta_c; & y_c &= y_{c0} + v_c \sin \theta_c \cdot t; \\ \dot{z}_p &= v_p \cos u_1 \sin u_2; & \dot{z}_c &= v_c \cos \theta_c \sin \psi_c; & z_c &= z_{c0} + v_c \cos \theta_c \sin \psi_c \cdot t, \end{aligned}$$

где $x_c(0) = x_{c0}$, $y_c(0) = y_{c0}$, $z_c(0) = z_{c0}$, $x_p(0) = x_{p0}$, $y_p(0) = y_{p0}$, $z_p(0) = z_{p0}$. Введем переменные: $x = x_p - x_c$, $y = y_p - y_c$, $z = z_p - z_c$. Таким образом, получим:

$$\begin{aligned} f_1 &= \dot{x}(t) = \dot{x}_p(t) - \dot{x}_c(t); & f_2 &= \dot{y}(t) = \dot{y}_p(t) - \dot{y}_c(t); & f_3 &= \dot{z}(t) = \dot{z}_p(t) - \dot{z}_c(t); \\ x(0) &= x_0 = x_{p0} - x_{c0}; & y(0) &= y_0 = y_{p0} - y_{c0}; & z(0) &= z_0 = z_{p0} - z_{c0}; \\ x(T) &= 0; & y(T) &= 0; & z(T) &= 0; & J &= T \rightarrow \min. \end{aligned}$$

Будем решать задачу, применив принцип максимума Л. С. Понtryгина. Составим Гамильтониан $H = \psi_1 f_1 + \psi_2 f_2 + \psi_3 f_3$, где ψ_1 , ψ_2 , ψ_3 — функции времени,

$$\begin{aligned} \psi'_1 &= \frac{\partial \psi_1}{\partial t} = -\frac{\partial H}{\partial x} = 0; & \psi_1 &= c_1; & \psi'_2 &= \frac{\partial \psi_2}{\partial t} = -\frac{\partial H}{\partial y} = 0; \\ \psi_2 &= c_2; & \psi'_3 &= \frac{\partial \psi_3}{\partial t} = -\frac{\partial H}{\partial z} = 0; & \psi_3 &= c_3. \end{aligned}$$

Дифференцируя H по u_1 , u_2 , получим оптимальные значения: $u_1 = \theta_p = \text{const}$, $u_2 = \psi_p = \text{const}$, и модель движения преследователя принимает вид:

$$x_p(t) = x_{p0} + v_p \cos u_1 \cos u_2 \cdot t; \quad y_p(t) = y_{p0} + v_p \sin u_1 \cdot t; \quad z_p(t) = z_{p0} + v_p \cos u_1 \sin u_2 \cdot t.$$

С учетом $x_c(T) = x_p(T)$, $y_c(T) = y_p(T)$, $z_c(T) = z_p(T)$ можно найти точку встречи преследователя и убегающего, находящуюся на сфере Аполлония, и соответствующие углы θ_p и ψ_p для преследователя [5]. В случае, когда цель меняет направление движения, применяется стратегия «параллельного сближения».

Система правил, определяющая стратегию поведения участников, и общая схема моделирования процесса преследования цели были рассмотрены в работе [4].

В системе MATLAB Simulink выполнены экспериментальные исследования, моделирующие решение задачи преследования с учетом моделей ЛА [5] и в условиях возмущенной воздушной среды. На рис. 1 и 2 отмечены начальные расположения участников и представлены траектории их движения. Видно, что преследователи (серые кривые) сначала сближаются с целью (темная кривая), а затем следуют за ней.

Рисунки демонстрируют влияние ветровой нагрузки на траекторию движения ЛА. Выполненные эксперименты по моделированию процессов сближения ЛА с целью показали целесообразность применения разработанных стратегий и реализующих их правил, которые задают естественное поведение объектов.

1. Huang Q., Yao J., Li Q., Zhu Y. Cooperative searching strategy for multiple unmanned aerial vehicles based on modified probability map // Communications in Computer and Information Science. — 2016. — V. 644. — P. 279–287.
2. Lin W. Differential games for multi-agent systems under distributed information. — University of Central Florida, 2013. — 117 p.
3. Абросимов В. К. Групповое движение интеллектуальных летательных аппаратов в антагонистической среде. — М.: Наука, 2013. — 168 с.
4. Ефанов В. Н., Мизин С. В., Неретина В. В. Управление полетом БПЛА в строю на основе координации взаимодействия группы летательных аппаратов // Вестник УГАТУ. — 2014. — Т. 18, №1. — С. 114–121.
5. Хачумов М. В. Задачи группового преследования цели в условиях возмущений // Искусственный интеллект и принятие решений. — 2016, №2. — С. 46–54.
6. Абрамов Н. С., Макаров Д. А., Хачумов М. В. Управление пространственным движением летательного аппарата по заданному маршруту // Автоматика и телемеханика. — 2015. — №6. — С. 153–166.

О ЧИСЛЕННОМ ИНТЕГРИРОВАНИИ УРАВНЕНИЙ МЕХАНИКИ С ПОМОЩЬЮ КОНСЕРВАТИВНЫХ МЕТОДОВ*

A. С. Шмыров, В. А. Шмыров

СПбГУ, Санкт-Петербург, Россия

Часто уравнения механических систем с потенциальными силами оказываются гамильтоновыми и позволяют применить специальные, в частности, консервативные методы численного интегрирования. Если при реализации консервативных методов воспользоваться аппаратом производящих функций, то в общем случае возникает проблема разрешимости уравнений, описывающих каноническое отображение. Этую проблему приходится преодолевать с помощью аналитических разложений, что существенно усложняет консервативных метод. Однако для конкретных уравнений механики, таких, например, как задача многих тел в абсолютных координатах [1], эту трудность удается преодолеть и получить явные формулы для итерации в виде канонического отображения [2]. В работе рассматривается задача численного моделирования орбитального движения в окрестности коллинеарной точки либрации задачи трех тел [3, 4]. Показано, что каноническая итерация

*Работа выполнена при поддержке гранта СПбГУ 9.37.345.2015.

может быть получена в явном виде, если производящая функция имеет аналитическое представление в виде аналитического разложения Тейлора второго порядка. Результаты численного моделирования сравниваются с результатами известных стандартных методов.

1. Дубошин Г. Н. Небесная механика. Основные задачи и методы. — М., 1975. — 799 с.
2. Карпасюк И. В., Шмыров А. С. Канонические приближения уравнений движения в гравитационном поле // Вестник Санкт-Петербургского университета. Серия 1. Математика. Механика. Астрономия. — 1998. — №2. — С. 86–93.
3. Шмыров В. А. Стабилизация управляемого орбитального движения космического аппарата в окрестности коллинеарной точки либрации L1 // Вестн. С.-Петерб. ун-та. Сер. 10: Прикладная математика, информатика, процессы управления. — 2005. — Вып. 2. — С. 193–199.
4. Shmyrov A., Shmyrov V. The research of controllable motion by conservative methods // Proceedings of 2016 International Conference «Stability and Oscillations of Non-linear Control Systems» (Pyatnitskiy's Conference), STAB 2016, art. no. 7541224. DOI: 10.1109/STAB.2016.7541224.

Секция I АЭРОКОСМИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА. ПРОБЛЕМЫ СОЗДАНИЯ И ЭКСПЛУАТАЦИИ АЭРОКОСМИЧЕСКОЙ ТЕХНИКИ

ЭФФЕКТИВНОСТЬ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ВЧ-МОЩНОСТИ В ИОННЫЙ ТОК В ИОННЫХ ДВИГАТЕЛЯХ С ВЫСОКОЧАСТОТНЫМ НАГРЕВОМ ПЛАЗМЫ*

B. K. Абгарян, К. И. Круглов

НИИПМЭ МАИ, Москва, Россия

Высокочастотные ионные двигатели являются одной из разновидностей ионных двигателей, в которых тяга создается потоками ускоренных до больших скоростей (десятки км/с) положительно заряженных ионов. Скорость истечения ионов рабочего газа в таких двигателях намного выше скорости истечения продуктов горения в химических двигателях, что позволяет применять ионные двигатели при решении космических задач, в которых важнее более эффективно использовать топливо, несмотря на увеличение времени выполнения задачи. Ионные двигатели относятся к классу двигателей малой тяги и используются для стабилизации и коррекции орбит искусственных спутников Земли [1, 2].

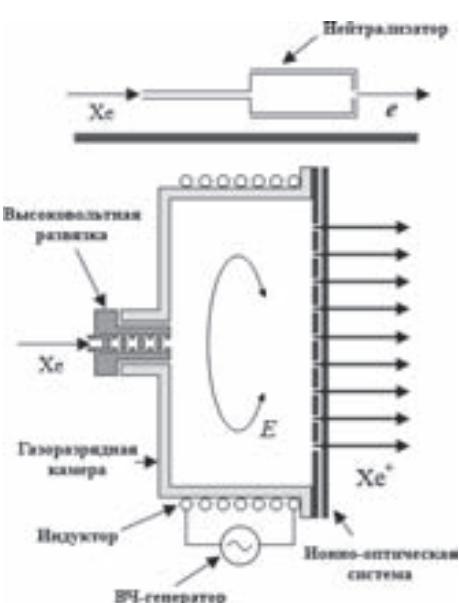


Рис. 1. Схема конструкции высокочастотного источника ионов

мы разряда в высокочастотном источнике ионов используется переменный ток с частотой порядка 1 МГц, генерируемый ВЧ-генератором и подаваемый в индуктор. Подробно физические процессы, протекающие в высокочастотных источниках ионов, описаны в [3]. Схема источника ионов с высокочастотным нагревом плазмы

*Работа выполнена при финансовой поддержке Министерства образования и науки Российской Федерации в рамках государственного задания (проект №9.9055.2017/БЧ).

была предложена Х. Лебом [4]. Двигатели имеют большой ресурс работы и могут работать на атмосферных и агрессивных газах [5, 6].

Характеристикой эффективности использования ВЧ-мощности в двигателе является энергетическая цена ионного тока C_I ,

$$C_I = \frac{W_{\text{ВЧ}}}{I_0}, \quad (1)$$

где $W_{\text{ВЧ}}$ — мощность, подаваемая на индуктор, I_0 — ионный ток из двигателя.

Значения C_I в существующих двигателях начинаются от 310 Вт/А для ВЧ-ионного двигателя RIT-35LP [2] и возрастают до значений 700–800 Вт/А.

При проектировании двигателей важно иметь оценку C_I , которая определяется несколькими параметрами. Основными параметрами являются параметры геометрии ГРК и электронная температура T_e в плазменном разряде.

Цена ионного тока C_I определялась из уравнения баланса мощности суммированием компонент мощности. Принципиально для данной схемы ионного двигателя потери мощности при выпадении компонент плазмы — ионов, электронов и фотонов — на поверхности двигателя, граничащие с плазмой разряда, существенно превалируют над полезной частью мощности, идущей на производство и предварительное ускорение ионного потока.

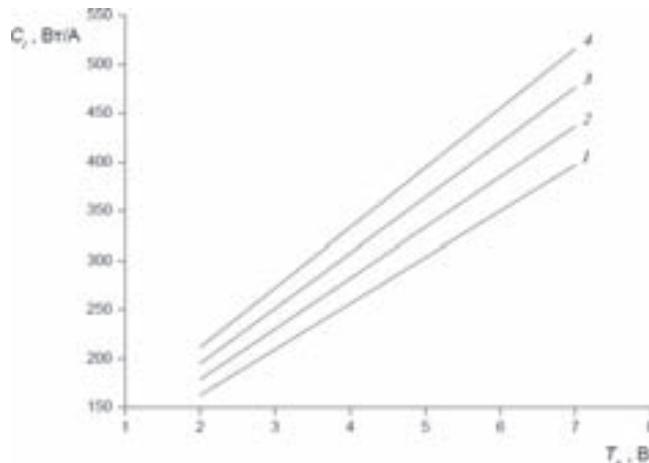


Рис. 2. Зависимость энергетической цены иона C_I от температуры электронов T_e при различных значениях относительной площади ГРК: 1,50 (1); 1,75 (2); 2,00 (3); 2,25 (4)

При прозрачности эмиссионного электрода $\sigma_{\text{ЭЭ}} = 0,5$ (оптимальной и поэтому часто встречающейся в конструкциях различных высокочастотных источников ионов) для цены ионного тока получено следующее оценочное выражение:

$$C_I \cong (18,75T_e + 27,50)(1 + \bar{s}_{\text{ГРК}}), \text{ Вт/А}, \quad (2)$$

где $\bar{s}_{\text{ГРК}} = S_{\text{ГРК}}/S_0$ — относительная площадь поверхности ГРК, S_0 — площадь выходного сечения ионного потока. График зависимости C_I от T_e в диапазоне характерных значений T_e от 2 до 7 эВ для различных значений $\bar{s}_{\text{ГРК}}$ изображен на рис. 2. Для полусферической ГРК, достаточно распространенной среди высокочастотных источников ионов $\bar{s}_{\text{ГРК}} = 2$, график — 3. При характерном для источника ионов значении $T_e = 5$ эВ цена иона для полусферической ГРК получается равной 360 Вт/А, что находится в области удовлетворительных значений C_I .

Полученное выражение для цены иона позволяет рассчитать ожидаемую цену иона в высокочастотном источнике ионов в зависимости от температуры электронов и относительной площади газоразрядной камеры, не рассматривая детально процесс поглощения ВЧ-мощности плазмой высокочастотного индуктивного разряда.

1. *Killing R., Bassner H., Leiter H., Kukies R.* RITA Ion Propulsion for Artemis // AIAA-2001-3490, 2001.
2. *Groh K. H. and Loeb H. W.* State-of-the-Art of Radio-Frequency Ion Thrusters // Journal of Propulsion and Power. — 1991. — V. 7, No. 4. — P. 573.
3. *Loeb H. W., Freisinger J., Groh K. H.* Feasibility Study of Large-Scale RF-Ion Thrusters // Proceed. 41st Intrern. Astronaut. Congr. Dresden (Germany), October 6–12, 1990. — P. IAF-90-231.
4. *Loeb H.* Radio frequency ion beam source, Pat. US5036252, Int. Cl. H01J 27/16, filed 1989.
5. *J. Freisinger H. W., Loeb M. Bisten, J. Freisinger, H. Löb et al.* Performance of the RF-Ion Sources RIM for Reactive and Nonreactive Gases // Rev. Sci. Instrum. — April 1992. — V. 63, Iss. 4. — P. 2390.
6. *Абгалян В. К., Леб Х.В., Обухов В. А., Шкарбан И. И.* Высокочастотные источники ионов инертных и химически активных газов // Поверхность. Рентген., синхротр. и нейтрон. исслед. — 2012. — № 8. — С. 70.

ДИНАМИЧЕСКИ ПОДОБНАЯ АЭРОДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ НА ТРЕХСТЕПЕННОМ ШАРНИРЕ ДЛЯ ИССЛЕДОВАНИЯ ДИНАМИКИ ПОЛЕТА НА БОЛЬШИХ УГЛАХ АТАКИ

**Н. Б. Акимов, И. В. Григорьев, А. Д. Громышков, А. А. Копылов,
А. В. Левицкий, Д. С. Руденко, А. О. Шардин, А. А. Юстус**

ЦАГИ, Жуковский, Московская обл., Россия

К современным самолетам предъявляются высокие требования по устойчивости и управляемости на больших углах атаки. Такие режимы полета самолета близки к предельным, для них характерно снижение характеристик устойчивости и управляемости, из-за срывов потока на планере

При исследовании динамики полета на больших углах атаки возникают нелинейные задачи динамического воздействия отрывного обтекания модели с ее неустановившимся движением. Для решения данных проблем предлагается проводить исследования в АДТ на динамически подобных дистанционно управляемых моделях с использованием шарнира с несколькими угловыми степенями свободы. При таком закреплении можно не только исследовать динамику возмущенного движения на больших углах атаки, но и при оснащении модели адекватной системой управления непосредственно отрабатывать алгоритмы и программы управления по предотвращению сваливания самолета, подавление вредных автоколебаний в продольном и боковом каналах.

Точность эксперимента возрастает с увеличением масштаба модели.

В этой связи рассматриваемая модель имеет достаточно большие размеры: размах крыла — 2385 мм, длина фюзеляжа — 2880 мм. Масса модели составляет 230 кг.

Модель устанавливается на трехступенчатый шарнир, расположенный в рабочей части трубы, который обеспечивает свободное вращение модели вокруг трех осей. Для управления моделью во время испытаний, оператор отклоняет рулевые поверхности модели при помощи системы дистанционного управления.

Модель спроектирована в масштабе М 1:5 с учетом соблюдения аэродинамического подобия моделируемому самолету. Для этого значения моментов инерции модели не отличаются больше чем на 5% от самолетных с учетом масштабного фактора, центр масс модели совмещается с центром вращения шарнира и соответствует положению центра масс натурного самолета. Отклонение рулевых поверхностей осуществляется сервоприводами. Рулевые поверхности соединены с сервоприводами посредством трансмиссии.

1. Евдокимов Ю.Ю., Трифонов И.В., Усов А.В., Ходунов С.В. Проектирование и изготовление динамически подобной модели самолета с дистанционно программируемой системой управления и сервоприводами отклоняемых аэродинамических поверхностей для испытаний в шарнирном подвесе // Материалы XXV научно-технической конференции по аэродинамики. ЦАГИ, 2014. — С. 120.
2. Громышков А.Д., Юстус А.А. Разработка конструкции трехступенчатого стенда для исследования устойчивости и управляемости крупномасштабной динамически подобной аэродинамической модели в Т-104 ЦАГИ // Материалы XXV научно-технической конференции по аэродинамики. — ЦАГИ, 2014. — С. 108.
3. Шардин А.О., Копылов А.А., Севостьянов С.Я., Громышков А.Д., Юстус А.А., Григорьев И.В., Жирихин К.В., Левицкий А.В., Руденко Д.С. Проектирование и изготовление крупномасштабных моделей самолетов для исследования аэродинамических характеристик в аэродинамической трубе на примере типовой модели пассажирского самолета // Известия Самарского научного центра Российской академии наук. — 2016. — Т. 18, №3. — С. 378–381.
4. Левицкий А.В., Севостьянов С.Я. Стенд-имитатор дистанционного управления отклоняемыми поверхностями аэродинамической модели // Разработка аэродинамических моделей со средствами дистанционного управления в трубном эксперименте и совершенствование технологии изготовления модельных конструктивных элементов с малой жесткостью в режиме высокоскоростного фрезерования с применением динамических опор и средств гашения вибраций. — М.: Изд-во ЦАГИ, 2013. — Вып. 2719. — С. 19–23.

АНАЛИЗ ПРИЧИН И ПОСЛЕДСТВИЙ НЕШТАТНЫХ И АВАРИЙНЫХ СИТУАЦИЙ, ТРЕБУЮЩИХ ЭКСТРЕННОЙ ЭВАКУАЦИИ ЭКИПАЖА ОРБИТАЛЬНОЙ СТАНЦИИ*

В. Н. Бакулин¹, Н. В. Богомолов², А. С. Анфалов², С. В. Борзых²

¹*ИПриМ РАН, Москва, Россия;* ²*РКК «Энергия», Королев, Московская обл., Россия*

Обеспечение безопасности функционирования пилотируемых космических кораблей является одной из ключевых задач, решаемых при их разработке и эксплуатации [1–4]. Ввиду существенного усложнения конфигурации Международной космической станции (МКС), дооснащения ее в будущем новыми модулями, прогнозируемого появления в конфигурациях МКС новых российских и иностранных кораблей эта задача приобретает особую актуальность в случае экстренного отделения кораблей от орбитальной станции в нештатных и аварийных ситуациях. Для ее решения разрабатываются методы комплексного анализа, включая анализ причин и последствий нештатных и аварийных ситуаций [5, 6], на основании которого и принимается (либо не принимается) решение об экстренной эвакуации экипажа.

*Работа выполняется частично при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант №17-08-01410-а).

В экстренной эвакуации экипажа нет необходимости, если возникшая нештатная ситуация устранима. В данном случае принимаются неотложные меры по прекращению ее развития и ликвидации ее причины. При неустранимых нештатных ситуациях или при возникновении угрозы жизни космонавтов используются средства экстренного спуска (применительно к МКС — два корабля серии «Союз», пристыкованных к портам станции).

Фактором риска для системы управления станцией является разгерметизация, при этом степень риска определяется темпом спада давления. Так, при ошибке управления маневром корабля «Прогресс-М34» вблизи станции «Мир» произошел ряд его столкновений со станцией, в результате чего образовалась микротрецина в модуле «Спектр». Были предприняты меры по изоляции поврежденного модуля, что позволило продолжить выполнение программы полета.

Существенную опасность представляют метеориты и фрагменты космического мусора. Для защиты от них используются специальные экраны. С целью уклонения от крупных фрагментов станцией выполняется специальный маневр, что влечет за собой дополнительные затраты топлива и корректировку текущей программы полета.

Следствием пробоя станции является истечение газа из герметичного объема, что при определенном размере отверстия может привести к достаточно резкому падению давления внутри станции с угрозой жизни экипажу. Кроме того, истекающая струя создает врачающий момент. Величина и направление угловой скорости зависит от места пробоя, размеров отверстия, направления истечения струи, при этом в ряде ситуаций полученная угловая скорость может превышать возможности системы управления станции. Анализ такого рода, позволивший разработать специальный, отличный от штатного, алгоритм экстренного покидания станции, выполнен в [7].

Хотя станция снабжена средствами пожаротушения и средствами индивидуальной защиты экипажа, пожар либо возникшая токсическая опасность могут стать причиной принятия решения об экстренной эвакуации.

Предметом анализа факторов риска является также исследование причин и возможных последствий ошибок наземных операторов в центре управления полетом. Оно состоит из нескольких этапов — регистрации ошибок, систематизации замечаний, анализа данных об ошибках, применения полученной информации [5, 6, 8]. Ошибки операторов при реализации таких сложных динамических операций, как подъем и коррекция орбиты, могут вызвать потенциально опасные последствия и привести к необходимости экстренной эвакуации экипажа.

Фактором, который может привести к необходимости досрочного спуска, может быть здоровье членов экипажа [9]. Имел место прецедент (заболевание космонавта с невозможностью излечения на станции), приведший к досрочному возвращению экипажа.

Задача экстренного прекращения полета при осуществлении пилотируемой миссии возникает и в случае выявления отказов на борту пилотируемого корабля, следствием которых будет полная потеря его работоспособности по истечении некоторого времени. В данной ситуации решение о срочном спуске принимается, если необходимое время на подготовку корабля к спуску и выполнение спусковых операций по соответствующему алгоритму не превышает располагаемого времени до выхода корабля из строя.

Необходимо отметить, что сценарии действий экипажа при возникновении тех или иных нештатных и аварийных ситуаций на орбитальной станции при различных темпах и характеристиках их развития прорабатываются заранее с использованием

математических подходов (построение деревьев последствий, методов статистики и др.) [5, 6]. По мере накопления опыта перечни нештатных ситуаций расширяются и дополняются, заблаговременно разрабатываются способы их оперативного выявления и устранения.

1. Бакулин В. Н., Борзых С. В., Воронин В. В. Математическое моделирование процесса посадки космического аппарата на участке его контакта с поверхностью // Вестник Московского авиационного института. — 2011. — Т. 18, №4. — С. 38–46.
2. Бакулин В. Н., Борзых С. В., Воронин В. В., Кокушкин В. В. Динамика процесса посадки космического аппарата с рычажно-тросовым посадочным устройством. // Вестник Московского авиационного института. — 2012. — Т. 19, №5. — С. 45–50.
3. Бакулин В. Н., Борзых С. В., Воронин В. В., Кокушкин В. В. Исследование влияния свойств грунта посадочной поверхности на устойчивость процесса посадки космического аппарата с механическим посадочным устройством // Вестник Московского авиационного института. — 2014. — Т. 21, №1. — С. 25–32.
4. Бакулин В. Н., Борзых С. В., Воронин В. В. Динамика посадки космического аппарата при отказе элементов его посадочного устройства // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. — Казань: КАИ, 2016. — №3.
5. Любинский В. Е., Соловьев В. А. Обеспечение безопасности экипажей космических аппаратов при управлении их полетом // Космонавтика и ракетостроение. — 2015. — №1. — С. 195–201.
6. Матюшин М. М. Методы анализа эксплуатационного риска при управлении российским сегментом Международной космической станции // Космонавтика и ракетостроение. — 2006. — №4. — С. 113–119.
7. Анфалов А. С., Борзых С. В., Петров Н. К., Хомяков М. К., Кокушкин В. В. Анализ отделения кораблей-спасателей от нестабилизированной Международной космической станции // Космонавтика и ракетостроение. — 2008. — №4. — С. 33–39.
8. Береговой Г. Т., Тищенко А. А., Шибанов Г. П., Ярополов В. И. Безопасность космических полетов. — М.: Машиностроение, 1977. — 262 с.
9. Рабинович Б. А. Безопасность человека при ускорениях. — М.: Книга и бизнес, 2007. — 208 с.

АЭРОУПРУГАЯ УСТОЙЧИВОСТЬ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ПРИ ДВУХСТОРОННЕМ ОБТЕКАНИИ

В. Н. Бакулин¹, М. А. Боков², А. Я. Недбай²

¹ИПриМ РАН, Москва, Россия; ²АО «Корпорация «МИТ», Москва, Россия

Динамическая устойчивость цилиндрической оболочки, подкрепленной продольными ребрами и пустотелым цилиндром, при действии осевых сил рассмотрена в [1]. Вопросы взаимодействия цилиндрических оболочек со сверхзвуковым потоком газа изучены достаточно широко [2, ,3]. Однако, поведение оболочек при обтекании комбинированными потоками газов оказалась практически не изученной [4]. В статье исследуется аэроупругая устойчивость оболочки при обтекании внешней поверхности сверхзвуковым и внутренней поверхности дозвуковым потоками газов. При этом внутренний поток является двухфазным, состоящим из участков воздуха и смеси воздуха и газа. Такая картина возникает, например, в камере сгорания прямоточного двигателя, установленного на летательном аппарате. Движение оболочки, шарнирно опертой по торцам, описывается уравнениями теории ортотропных оболочек. Конструкционное демпфирование учитывается согласно гипотезе Фойгта.

Введем безразмерную систему цилиндрических координат, в которой линейные координаты отнесены к радиусу R срединной поверхности оболочки. Тогда уравнение движения оболочки можно представить в виде [5]

$$\left\{ \left(1 + \varepsilon \frac{\partial}{\partial t} \right) \left(a_3 \nabla^8 + a_1 a_4 \frac{\partial^4}{\partial \alpha^4} \right) + a_5 \nabla^4 \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + a_7 \nabla^4 \frac{\partial^2}{\partial t^2} + \nabla^4 \left(\frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + 1 \right) \sum_{j=1}^2 a_8^{(j)} \varphi_j(\alpha) + a_9 \nabla^4 \frac{\partial}{\partial \alpha} + a_{10} \nabla^4 \frac{\partial}{\partial t} \right\} w + B \nabla^4 \sum_{j=1}^2 Q_j(\alpha, \beta, t) \varphi_j(\alpha) = 0, \quad (1)$$

где $\varphi_1(\alpha) = \sigma_0(0) - \sigma_0(\alpha - \alpha_1)$; $\varphi_2(\alpha) = \sigma_0(\alpha - \alpha_1) - \sigma_0(\alpha - \alpha_0)$; ∇^8 , ∇^4 — дифференциальные операторы; a_r — коэффициенты, характеризующие свойства оболочки; α , β — безразмерные координаты вдоль образующей и в окружном направлении; w — перемещение оболочки по нормали; ε — коэффициент конструкционного демпфирования; χ_0 , P_0 , ρ_0 — показатель политропы, давление и плотность воздуха на расчетной высоте; P_1 , P_2 — давление внутри оболочки на первом и втором участках соответственно; M_0 — число Маха для внешнего потока; α_1 — координата подачи газа; Q_1 , Q_2 — составляющие аэродинамического давления внутреннего потока на первом и втором участках соответственно; $\sigma_0(0)$ — единичная функция, равная единице при $\alpha > 0$ и нулю при $\alpha < 0$.

Для определения внутреннего аэродинамического давления Q_j воспользуемся уравнением возмущенных скоростей

$$\frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2} + \frac{1}{z} \frac{\partial \varphi}{\partial z} + (1 - M_j^2) \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \alpha^2} + \frac{1}{z} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \beta^2} - \frac{2M_j R}{C_j} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial \alpha \partial t} - \frac{R^2}{C_j^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = 0, \quad (2)$$

где $M_j = V_j/C_j$; $C_j = \sqrt{\chi_j P_j / \rho_j}$; z — безразмерная координата по радиусу; φ — потенциал скоростей; M_j , C_j — число Маха и скорость звука внутреннего невозмущенного потока на j -м участке; χ_j , ρ_j , V_j — показатель политропы, плотность и скорость внутреннего потока; $j = 1, 2$.

На внутренней поверхности должно выполняться условие непроницаемости

$$\frac{\partial \varphi}{\partial z} = U_j(\alpha, t); \quad U_j(\alpha, \beta) = V_j \frac{\partial w}{\partial \alpha} + R \frac{\partial w}{\partial t} \quad \text{при } z = 1. \quad (3)$$

Решение уравнений (1), (2) будем искать в виде

$$\{\varphi, w\} = \{f(\alpha, z), w(\alpha)\} \cos n \beta e^{St}, \quad (4)$$

где n — число волн в окружном направлении; S — комплексная частота.

Подставим (4) в (2) и применим к полученному уравнению преобразование Лапласа. Тогда, учитывая, что $f = \partial f / \partial z = 0$ при $\alpha < 0$, получим уравнение Бесселя

$$\frac{d^2 f^*}{d\xi^2} + \frac{1}{\xi} \frac{df^*}{d\xi} - \left(\frac{n^2}{\xi^2} + 1 \right) f^* = 0, \quad (5)$$

где $\xi = \sqrt{|\lambda|} z$; $\lambda_j = 2M_j R S q / C_j + R^2 S^2 / C_j^2 - (1 - M_j^2) q^2$; q — параметр преобразования.

Решением уравнения (5) будет: $f^* = D_1 I_n(\xi) + D_2 K_n(\xi)$, где $I_n(\xi)$, $K_n(\xi)$ — модифицированные функции Бесселя. Учитывая ограниченность функции f^* при $z = 0$ следует $D_2 = 0$. Используя граничное условие (3), получим

$$f_j^* = \frac{I_n(\sqrt{\lambda_j}) U^*(q)}{\sqrt{\lambda_j} I'_n(\sqrt{\lambda_j})} \approx \frac{[4(n+1) + \lambda_j] U^*(q)}{4n(n+1) + (n+2)\lambda_j}, \quad (6)$$

где $U^*(q)$ — преобразование Лапласа для функции $U(\alpha)$.

Применяя к (6) обобщенную формулу разложения Хевисайда, получим

$$f_j(\alpha, 1) = -\frac{4(n+1)}{(1-M_j^2)(n+2)\sqrt{b_{1j}^2 + 4b_{2j}}}\int_0^\alpha U(x)[e^{q_{1j}(\alpha-x)} - e^{q_{2j}(\alpha-x)}]dx, \quad (7)$$

где q_{1j} , q_{2j} — корни уравнения $\lambda_j = 0$;

$$q_{1j} = \frac{b_{1j}}{2} + \sqrt{\frac{b_{1j}^2}{4} + b_{2j}}; \quad q_{2j} = \frac{b_{1j}}{2} - \sqrt{\frac{b_{1j}^2}{4} + b_{2j}}; \quad b_{1j} = \frac{2M_j RS}{C_j(1-M_j^2)}; \quad b_{2j} = \frac{R^2 S^2}{C_j^2(1-M_j^2)}.$$

Так как первая функция в квадратных скобках (7) стремится к бесконечности при увеличении S , то в дальнейшем решении она не учитывается.

Подставляя (4) с учетом (7) в уравнение (1), получим

$$\left\{ (1+\varepsilon S) \left(a_3 \nabla_n^8 + a_1 a_4 \frac{d^4}{d\alpha^4} \right) + \right. \\ \left. + \left[a_5 \frac{d^2}{d\alpha^2} + a_9 \frac{d}{d\alpha} + a_7 S^2 + a_{10} S + (n^2 - 1) \sum_{j=1}^2 a_8^{(j)} \varphi_j(\alpha) \right] \nabla_n^4 \right\} W(\alpha) + \\ + \nabla_n^4 \sum_{j=1}^2 \left\{ B_j \left(RS + V_j \frac{d}{d\alpha} \right) \int_0^\alpha \left[RSW(x) + V_j \frac{dW(x)}{dx} \right] 1 e^{q_{2j}(\alpha-x)} dx \right\} \varphi_j(\alpha) = 0, \quad (8)$$

где $B_j = \frac{4B\rho_j(n+1)}{R(1-M_j^2)(n+2)\sqrt{b_{1j}^2 + 4b_{2j}}}$; ∇_n^8 , ∇_n^4 — дифференциальные операторы.

Решение уравнения (8) будем искать в виде

$$W(\alpha) = \sum_{m=1}^{\infty} A_m \sin \gamma_m \alpha, \quad \text{где} \quad \gamma_m = \frac{m\pi}{\alpha_0}. \quad (9)$$

Подставляя (9) в (8) и применяя метод Бубнова–Галеркина, получим бесконечную систему алгебраических уравнений:

$$(a_7 S^2 + \psi_{1k} S + \psi_{2k}) A_k + \sum_{m=1}^{\infty} \varphi_{mk} A_m = 0 \quad (k = 1, 2, \dots). \quad (10)$$

Приравнивая к нулю определитель матрицы усеченной системы (10), получим характеристическое уравнение. Характеристическое уравнение представляется в явном виде путем аппроксимации полиномом Лагранжа. Получены зависимости критической скорости от давления и плотности газа.

1. Бакулин В. Н., Волков Е. Н., Недбай А. Я. Динамическая устойчивость цилиндрической оболочки, подкрепленной продольными ребрами и пустотелым цилиндром, при действиях осевых сил // Инженерно-физический журнал. — 2016. — Т. 89, № 3.
2. Алгазин С. Д., Кийко И. А. Флэттер пластины и оболочек. — М.: Наука, 2006. — 247 с.
3. Бакулин В. Н., Волков Е. Н., Е. В. Данилкин А. Я. Недбай Об устойчивости цилиндрической оболочки с кусочно-непрерывным заполнителем в сверхзвуковом потоке газа // Материалы XIX Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам, 22–31 мая 2015 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2015. — С. 680–682.

4. Данилкин Е. В., Волков Е. Н., Петрусов В. И., Анакидзе Ю. В., Недбай А. Я. Устойчивость камеры дожигания в двухсоставном потоке газа // Вопросы оборонной техники. — 2015. — Сеп. 15, вып. 3. — С. 3–8.
5. Бакулин В. Н., Волков Е. Н., Недбай А. Я. Флаттер слоистой цилиндрической оболочки, подкрепленной кольцевыми ребрами и нагруженной осевыми силами // ДАН. — 2015. — Т. 463, № 4. — С. 414–417.

РАЗРАБОТКА ПОДХОДА К РАСЧЕТУ ПРОЦЕССА ДИНАМИКИ МЯГКОЙ ПОСАДКИ ЛУННОГО ВЗЛЕТНО-ПОСАДОЧНОГО МОДУЛЯ*

В. Н. Бакулин¹, С. В. Борзых², В. В. Воронин², Ю. Н. Щиблев²

¹ИПриМ РАН, Москва, Россия; ²РКК «Энергия», Королев, Московская обл., Россия

Освоение Луны является одной из приоритетных комплексных задач Федеральной космической программы России на 2015–2025 гг. В связи с этим исследования, направленные на реализацию полетов к Луне, приобретают особую актуальность. Конечным этапом перелета к Луне является спуск [1] и мягкая посадка взлетно-посадочного модуля с дальнейшим развертыванием программы исследований. Поэтому к процессу мягкой посадки предъявляются специфические требования: коначное положение посадочного модуля должно обеспечить экипажу возможность открытия люков и выхода на поверхность Луны, скатывание лунохода (в случае автоматической миссии) [2, 3]. Особенностью движения модуля на поверхности планеты от момента первого контакта до полной остановки является то, что во время движения по поверхности в течение нескольких секунд происходит рассеяние значительной кинетической энергии, которой обладает модуль в момент контакта. Гашение энергии происходит за счет работы амортизаторов посадочного устройства, которым снабжен посадочный модуль. Возникающие при этом чрезвычайно высокие динамические нагрузки могут привести к выходу из строя приборов и аппаратуры, а также нанести вред здоровью экипажа, поэтому важнейшим требованием является ограничение этих нагрузок. В связи с этим определение этих нагрузок, в том числе и в случае частичных отказов элементов посадочного устройства, является одной из основных целей моделирования динамики процесса посадки. Таким образом, динамическая модель процесса посадки должна позволить оценить как кинематику процесса (ориентацию аппарата относительно посадочной поверхности), так и силовые факторы, действующие на модуль и элементы его посадочного устройства [3, 4].

С этой точки зрения представляется рациональной разработка подхода к созданию динамической модели процесса посадки, при котором корпус посадочного модуля и элементы его посадочного устройства рассматриваются как система тел со специфическими внутренними связями, отражающими конструктивные особенности посадочного устройства. Конструкция посадочного устройства лунного взлетно-посадочного модуля (рис. 1) отличается от посадочных устройств как автоматических межпланетных станций серии «Венера» [7], так и посадочного устройства российского транспортного пилотируемого корабля «Федерация» [3, 4].

В связи с этим задача разработки динамической модели процесса посадки лунного взлетно-посадочного модуля является новой и актуальной. Предлагается

*Работа выполняется при финансовой поддержке Российского фонда фундаментальных исследований (грант № 17-08-01410-а).

подход, при котором каждое тело (модуль и элементы посадочного устройства) освобождается от связей с другими телами и условно рассматриваются как свободные, а их взаимодействие учитывается в виде сил и моментов реакций связей, в зависимости от того, какая степень свободы — линейное или угловое перемещение — запрещается данной конкретной связью [3–6]. В рамках такого подхода возможна разработка эффективного алгоритма процедуры совместного решения кинематических и динамических уравнений движения.

Особенностью посадки на Луну является существенно отличающаяся от земной гравитация, а также неопределенный характер грунта в месте посадки. В то же время анализ динамики процесса посадки пилотируемого корабля «Федерация» показывает, что именно свойства грунта в значительной мере определяют величину ударных динамических нагрузок при контакте с поверхностью. На величину нагрузок также влияют локальные неровности посадочной поверхности [8]. Таким образом, практический анализ динамики мягкой посадки взлетно-посадочного модуля включает расчеты в пространстве большого числа параметров в широком диапазоне механических свойств грунта, начальных кинематических параметров модуля (линейных и угловых скоростей в момент первого касания), ориентации аппарата относительно посадочной плоскости, учета разброса массовых и инерционных характеристик самого модуля и т. д.

Практическим результатом расчетов динамики мягкой посадки является оптимизационный выбор типа и характеристик (геометрических и энергетических) амортизаторов посадочного устройства, при которых выполняются указанные выше требования к процессу посадки взлетно-посадочного модуля.

1. Новоселов А. С. Разработка и исследование алгоритмов управляемого движения космического аппарата при спуске на поверхность Луны // Лесной вестник. — 2015. — № 3. — С. 101–108.
2. Баженов В. И., Осин М. И. Посадка космических аппаратов на планеты. — М.: Машиностроение, 1978.
3. Бакулин В. Н., Борзых С. В., Воронин В. В. Математическое моделирование процесса посадки космического аппарата на участке его контакта с поверхностью // Вестник Московского авиационного института. — 2011. — Т. 18, № 4. — С. 38–46.
4. Бакулин В. Н., Борзых С. В., Воронин В. В., Кокушкин В. В. Динамика процесса посадки космического аппарата с рычажно-тросовым посадочным устройством // Вестник Московского авиационного института. — 2012. — Т. 19, № 5. — С. 45–50.
5. Бакулин В. Н., Борзых С. В., Воронин В. В., Кокушкин В. В. Исследование влияния свойств грунта посадочной поверхности на устойчивость процесса посадки космического аппарата с механическим посадочным устройством // Вестник Московского авиационного института. — 2014. — Т. 21, № 1. — С. 25–32.
6. Бакулин В. Н., Борзых С. В., Воронин В. В. Динамика посадки космического аппарата при отказе элементов его посадочного устройства // Известия высших учебных заведений. Авиационная техника. — Казань: КАИ, 2016. — № 3.
7. Буслاءев С. П. Моделирование посадки космических аппаратов на грунты Венеры и Фобоса // Полет. — 2011. — № 1. — С. 35–40.



Рис. 1. Лунный взлетно-посадочный модуль

8. Борзых С.В., Башкатов А.А., Щиблев Ю.Н. Особенности приземления возвращаемого аппарата с посадочным устройством на поверхность с локальными неровностями // Сборник тезисов всероссийской научно-технической конференции «Механика и математическое моделирование в технике». Москва, 17–19 мая 2016 г. — М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2016. — С. 117–120.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ РАСЧЕТА ЛАМИНАРНОГО ДВИЖЕНИЯ БИНАРНОЙ СМЕСИ СОВЕРШЕННЫХ ГАЗОВ В ПЛОСКОМ УЗКОМ КАНАЛЕ С УЧЕТОМ ОБЪЕМНОЙ ВЯЗКОСТИ

B. H. Бакулин, B. B. Попов

ИПриМ РАН, Москва, Россия

Рассмотрим установившееся ламинарное плоское движение бинарной смеси совершенных газов с учетом объемной вязкости ς . Имеем систему уравнений [1, 2] в векторном и координатном виде, соответственно

а) уравнения неразрывности для смеси в целом

$$\begin{aligned} \operatorname{div}(\rho \bar{u}) &= 0, \\ \frac{\partial}{\partial x}(\rho u_x) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho u_y) &= 0; \end{aligned} \quad (1)$$

б) закон сохранения импульса для смеси в целом

$$\begin{aligned} \rho(\bar{u} \cdot \nabla)\bar{u} &= -\nabla p + \eta \Delta \bar{u} + (\varsigma + \frac{\eta}{3}) \operatorname{grad}(\operatorname{div} \bar{u}), \\ \rho u_x \frac{\partial u_x}{\partial x} + \rho u_y \frac{\partial u_x}{\partial y} &= -\frac{\partial p}{\partial x} + \eta \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial y^2} \right) + \left(\varsigma + \frac{1}{3} \eta \right) \frac{\partial}{\partial x} \left(\frac{\partial u_x}{\partial x} + \frac{\partial u_x}{\partial y} \right), \end{aligned} \quad (2)$$

$$\rho u_x \frac{\partial u_y}{\partial x} + \rho u_y \frac{\partial u_y}{\partial y} = -\frac{\partial p}{\partial y} + \eta \left(\frac{\partial^2 u_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_y}{\partial y^2} \right) + \left(\varsigma + \frac{1}{3} \eta \right) \frac{\partial}{\partial y} \left(\frac{\partial u_y}{\partial x} + \frac{\partial u_y}{\partial y} \right); \quad (3)$$

в) уравнения неразрывности для i -го компонента смеси без учета эффектов термо- и бародиффузии

$$\begin{aligned} \rho \bar{u} \nabla C &= \operatorname{div}(\rho D \nabla C), \\ \rho u_x \frac{\partial C_i}{\partial x} + \rho u_y \frac{\partial C_i}{\partial y} &= \frac{\partial}{\partial x}(\rho D_i^* \frac{\partial C_i}{\partial x}) + \frac{\partial}{\partial y}(\rho D_i^* \frac{\partial C_i}{\partial y}), \quad i = \overline{1, 2}. \end{aligned} \quad (4)$$

Дополним систему уравнений (1)–(4) уравнениями для i -й компоненты смеси [3].

Закон сохранения импульса для i -й компоненты смеси в случае слоистого движения смеси

$$\eta_i \frac{\partial^2 u_{xi}}{\partial y^2} + d(u_{xj} - ux_i) = \frac{\partial p_i}{\partial x}, \quad i \neq j. \quad (5)$$

Здесь $u_x(x, y)$, $u_y(x, y)$ — компоненты средней массовой скорости смеси; $\rho(x, y) = \sum_{i=1}^2 \rho_i(x, y)$ — плотность смеси; $p(x, y) = \sum_{i=1}^2 p_i(x, y)$ — полное статическое давление смеси; $C_i = \rho_i / \rho$ — массовая доля i -го компонента смеси, соответственно; $p_i = n_i k T$ — парциальное давление; k , T , n_i — постоянная Больцмана, температура смеси, число частиц в единице объема, соответственно.

Эффективный коэффициент диффузии для бинарной смеси будем вычислять, используя полуэмпирическую формулу Уилки [2]

$$D_i^* = \frac{1 - x_i}{x_j} D_{ij}, \quad i \neq j,$$

где $x_k = n_k/n$ — относительная концентрация k -й компоненты и поскольку $\sum_{i=1}^2 x_i = 1$, то для бинарной смеси [3]

$$D_i^* = D_{ij} = \frac{3}{16} \frac{m_i m_j}{(m_i + m_j) n \sigma_{ij}^2} \frac{kT}{\Omega_{ij}^{(1,1)}(T_{ij}^*)}, \quad (6)$$

где D_{ij} — коэффициент бинарной диффузии, $\sigma_{ij} = (\sigma_i + \sigma_j)/2$ — эффективный диаметр молекулы σ_i — диаметр i -й молекулы, $\Omega_{ij}^{(1,1)}(T_{ij}^*)$ — интеграл соударений для переноса массы, выражющий меру отклонения от модели молекул как твердых шаров, в которой $\Omega_{ij}^{(1,1)} = 1$. Заметим, что уравнение (4) записывается относительно одной компоненты смеси тогда, как другая вычисляется из соотношения: $\sum_{i=1}^2 C_i = 1$. В уравнении (5) $u_i(x, y)$ — диффузионные скорости i -го компонента смеси, η_i — коэффициент динамической вязкости i -го компонента, а коэффициент d вычисляется из соотношения [3]

$$d = \frac{16}{3} \frac{\rho_i \rho_j}{m_i + m_j} \Omega_{ij}^{(1,1)}. \quad (7)$$

В вышеприведенных уравнениях коэффициенты динамической и объемной вязкости η , ς не зависят от термодинамического состояния и являются константами. Теоретические формулы для расчета коэффициента динамической вязкости газовых смесей имеются в [4, 5], а объемная вязкость смеси определяется экспериментально на основе акустических измерений по поглощению звуковых волн [6]. Система уравнений (1)–(6) становится замкнутой при учете уравнения состояния совершенного газа $p = \rho RT$ [7].

1. Ландау Л. Д., Либшиц Е. М. Гидродинамика. Теоретическая физика. Т. 6. — М.: Наука, 1986. — 733 с.
2. Каторгин Б. И., Степанов А. А., В. А. Щеглов В. А. Основы кинетики, газодинамики и оптики неравновесных сред. Т. 2. — М.: Изд-МАИ, 2002. — 661 с.
3. Струминский В. В. Влияние диффузионной скорости на течение газовых смесей // ПММ. — 1974. — Т. 38, вып. 2. — С. 205–210.
4. Рид Р., Праусниц Дж., Шервуд Т. Свойства газов и жидкостей. — Л.: Химия, 1982.
5. Жданов В. А., Алиевский М. А. Процессы переноса и релаксации в молекулярных газах. — М.: Наука, 1989.
6. Красильников В. А., Крылов В. В. Введение в физическую акустику. — М.: Наука, 1984. — 400 с.
7. Бакулин В. Н., Попов В. В. Течение вязкого газа в плоском узком канале с проницаемой пористой стенкой // Материалы XIX Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам, 22–31 мая 2015 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2015. — С. 375–377.

ОСОБЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ ВИХРЕВОГО СЛЕДА ЗА САМОЛЕТОМ НА РЕЖИМАХ ПОСАДКИ*

Н. А. Баранов¹, А. В. Родыгин²

¹ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН, Москва, Россия;

²ОАО «Бортовые аэронавигационные системы», Москва, Россия

По статистическим данным, представленным в базе данных NTSB, около 60% авиационных происшествий, связанных с попаданием в вихревой след, прихо-

*Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ (проект №16-07-01072).

дится на фазу захода на посадку и посадку самолета. Более того от 40 до 70% (в зависимости от степени тяжести события) происходят на высотах менее 100 м [1]. Эти данные свидетельствуют об актуальности исследований особенностей формирования и развития вихревого следа за самолетом на режимах посадки.

В данной работе рассматриваются результаты численного моделирования динамики развития вихревого следа за самолетом типа А-380 при полете на высотах менее размаха крыла. Основное внимание в ходе моделирования уделялось анализу влияния отклонения механизации крыла самолета за самолетом и подстилающей поверхности на эволюцию структуры вихревого следа.

Расчет внешнего обтекания самолета осуществлялся на основе численного решения системы уравнений Навье–Стокса со стандартной $k-\varepsilon$ -моделью турбулентности в трехмерной постановке.

В качестве некоторых иллюстраций полученных результатов представлены распределения скоростей воздушного потока в вертикальных сечениях, ортогональных направлению полета самолета.

На рис. 1 и 2 представлены результаты расчета вихревого следа самолета при полете на высотах более размаха крыла без отклонения и с отклонением (на 45°)



a) $X = 100$ м



б) $X = 1000$ м

Рис. 1. Поле скоростей в сечениях на удалении X от самолета (закрылки 0°)



a) $X = 100$ м



б) $X = 1000$ м

Рис. 2. Поле скоростей в сечениях на удалении X от самолета (закрылки 45°)

закрылков, а на рис. 3 и 4 — при полете на высотах, равных половине и четверти размаха крыла самолета с отклоненными на 45° закрылками.

Моделирование проводилось для случая отсутствия бокового ветра. Параметры движения самолета (за исключением высоты полета) оставались идентичными для всех расчетных случаев.



Рис. 3. Поле скоростей в сечениях на удалении X от самолета (высота $L/2$, закрылки 45°)

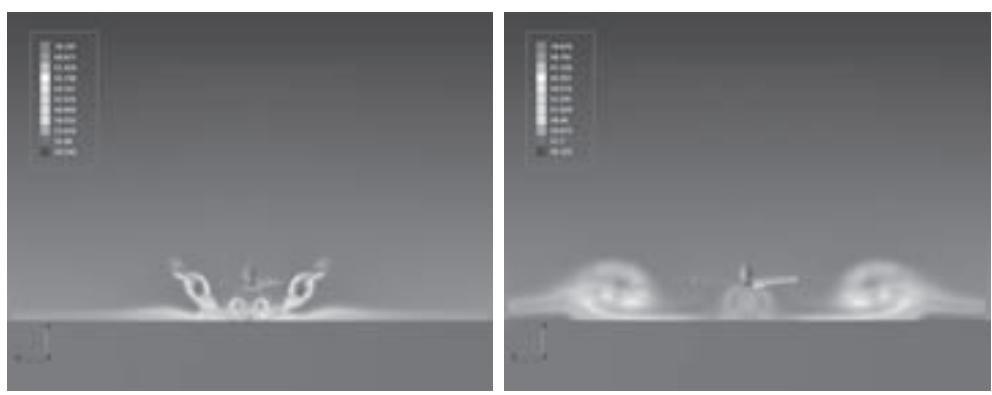


Рис. 4. Поле скоростей в сечениях на удалении X от самолета (высота $L/4$, закрылки 45°)

Представленные результаты наглядно показывают, что на начальных этапах за крылом самолета типа А-380 формируется многовихревая структура течения независимо от отклонения механизации крыла.

В случае полетной конфигурации самолета формируются концевые вихри и вихри, обусловленные формой крыла самолета А-380 (рис. 1, *a*). При отклонении механизации за счет формирования на верхней поверхности крыла отрывной области формируются концевые вихри, вихри на внешней стороне закрылка и вихри на внутренней стороне закрылка (рис. 2, *a*). Однако в процессе эволюции за счет объединения областей завихренности система вихрей трансформируется к двухвихревой структуре примерно на расстоянии 10–12 размахов крыла (рис. 1, *б*, рис. 2, *б*).

При уменьшении высоты полета самолета эволюция вихревого следа за самолетом изменяется уже на начальном участке (рис. 3, *a*, рис. 4, *a*): происходит интенсивное взаимодействие вихревого следа с пограничным слоем подстилающей поверхности.

Отрыв пограничного слоя земли минимизирует боковые перемещения вихревых жгутов, но тем не менее даже в этих условиях формируется двухвихревая структура (рис. 3, *b*, рис. 4, *b*).

1. Flight Safety Digest. — March–April 2002. — V. 21, No. 3–4. — p. 1.

ОЦЕНКА РИСКА ОБЛЕДЕНЕНИЯ ВОЗДУШНЫХ СУДОВ ПО ДАННЫМ ТЕМПЕРАТУРНОГО ЗОНДИРОВАНИЯ АТМОСФЕРЫ*

Н. А. Баранов, Л. И. Турчак

ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН, Москва, Россия

Одной из существенных проблем обеспечения безопасности полетов остается проблема обледенения самолетов. Прогнозирование условий обледенения на основе численных моделей далеко не всегда является эффективным, что обусловлено расхождением в прогнозных значениях вертикального распределения метеорологических параметром приземного слоя атмосферы с фактически наблюдаемым (рис. 1). Прогнозирование условий обледенения основано на оценке критериальных соотношений для характеристик температуры и влажности атмосферы, например [1]: $-16^{\circ}\text{C} \leq T \leq 0^{\circ}\text{C}$ и $RH \geq 63\%$. Другой широко используемый критерий обледенения основан на формуле Годске [2]: $T \leq -8(T - T_d)$, где T_d — температура точки росы.

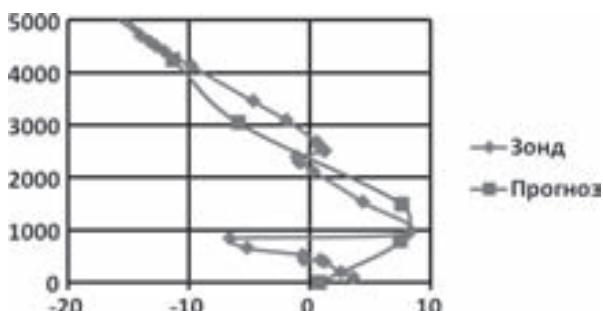


Рис. 1. Сравнение данных аэрологического зондирования и прогнозирования профиля температуры по модели GFS (13.12.2016, GPS: 45°15'36.0"N 9°10'12.0"E)

Таким образом, важной характеристикой, определяющей риск обледенения воздушных судов, является профиль температуры, измерение которого в режиме real-time обеспечивается применением температурного метеорологического температурного профилемера МТР-5 (НПО «АТЕХ») [3].

Другим критериальным параметром является влажность воздуха, однако возможности ее дистанционного измерения в режиме реального времени крайне ограничены. Анализ профилей характеристик влажности, обобщающий исследования

*Работа выполнена при частичной поддержке РФФИ, проект №16-07-01072.

Хргиана [4] и выполненный Е. В. Макаренковым по базе данных аэрологического зондирования по более чем ста станциям мира за период 2016 г., показал, что профиль влагосодержания водяного пара хорошо описывается экспоненциальной зависимостью (рис. 2) вида

$$r(h) \approx r_0 \exp(-(ah + bh^2)), \quad (1)$$

причем коэффициенты имеют порядок $a \sim 10^{-4}$, $b \sim 10^{-8}$. Приземное значение влагосодержания r_0 вычисляется по данным об относительной влажности f и температуре воздуха T_0 :

$$r_0 = \frac{R_d}{R_w} \frac{E_w(T_0, f)}{p_0 - E_w(T_0, f)},$$

где R_d , R_w — удельные газовые постоянные сухого воздуха и водяного пара соответственно, $E_w(T_0, f)$ — парциальное давление водяного пара.

Профиль относительной влажности определяется тогда по формуле

$$f(h) = \frac{R_w}{R_d} \frac{r(h)p(h)}{E_w(T(h), 1)},$$

где $E_w(T(h), 1)$ — давление насыщенного водяного пара при температуре $T(h)$, а $p(h)$ — давление на высоте h .

Представленные соотношения позволяют оценивать условия возможного обледенения, однако остается открытым вопрос о интенсивности возможного обледенения.

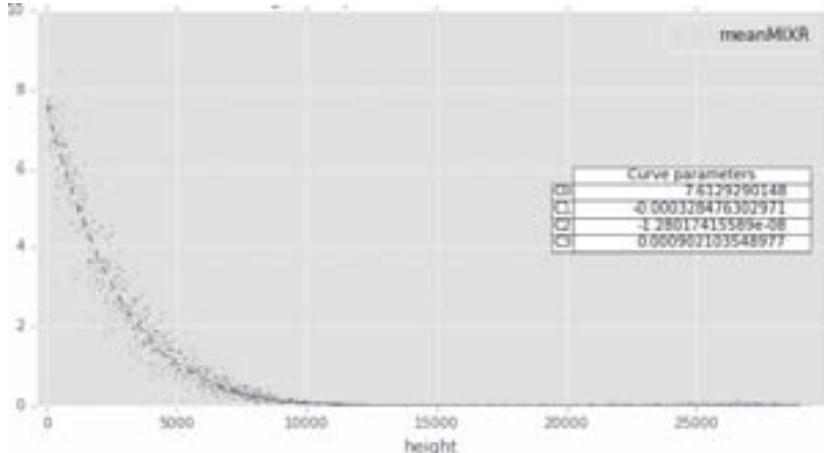


Рис. 2. Экспоненциальная аппроксимация профиля влагосодержания

Для оценки интенсивности обледенения могут быть использованы следующие соображения. Содержание капельной воды в облачном слое оценивается по формуле [5]

$$LWC(h) = \frac{216.7}{T(h)} \left(\frac{p(h)}{p(h_{cloud})} E_w(T(h_{cloud}), 1) - E_w(T(h), 1) \right),$$

где h_{cloud} — высота нижней границы облаков, которая может быть измерена с использованием измерителей высоты нижней границы облаков либо оценена по известным формулам Ферреля, Ипполитова, Лайтхмана либо Селезневой [2].

В случае, если имеется потенциальная возможность получения от лазерного измерителя высоты нижней границы облаков профиля коэффициента экстинкции, то влагодержание можно оценивать с использованием зависимостей вида [6]

$$\beta_{ext,water}(h) = 144,7LWC(h)^{0,88}, \quad \beta_{ext,ice}(h) = 1163,9LWC(h)^{1,0}.$$

При известном значении содержания капельной воды в облачном слое интенсивность обледенения оценивается по формуле вида

$$I_{icing}(h) = 0,01V \cdot LWC(h),$$

где V — скорость полета воздушного судна.

1. Шакина Н. П., Скриптунова Е. Н., Иванова А. Р., Горлач И. А. О результатах испытания метода прогноза зон возможного обледенения воздушных судов // Информационный сборник №. 37. Результаты испытания новых и усовершенствованных технологий, моделей и методов гидрометеорологических прогнозов. — М.-Обнинск: ИГ-СОЦИН, 2010. — С. 142–153.
2. Богаткин О. Г. Основы авиационной метеорологии. — СПб.: Изд-во РГГМУ, 2009.
3. Зуев В. В., Нахтигалова Д. П., Шелехов А. П., Шелехова Е. А., Павлинский А. В., Баранов Н. А., Кижнер Л. И. Применение метеорологического температурного профилемера MTP-5РЕ в аэропорту для определения пространственных зон возможного обледенения воздушного судна // Оптика атмосферы и океана. — 2015. — Т. 28, № 11. — С. 1029–1034.
4. Хргиан А. Х. Физика атмосферы. — Л.: Гидрометиздат, 1978.
5. Hoffmann H. -E., Roth R. Cloudphysical Parameters in Dependence on Height Above Cloud Base in Different Clouds // Meteorol. Atmos. Phys. — 1989. — V. 41. — P. 247–254.
6. Stoelinga M. T., Warner T. T. Nonhydrostatic, Mesobeta-scale model simulations of cloud ceiling and visibility for an east coast winter precipitation event // J. Appl. Meteor. — 1999. — V. 38. — P. 385–404.
7. Расследование авиационных происшествий и инцидентов, связанных с метеорологическим и факторами. Методическое пособие // Приказ Росгидромета от 06.07.009 г. №170.

РАСЧЕТ ПАРАМЕТРОВ СОСТОЯНИЯ РАБОЧЕГО ТЕЛА В ЦИЛИНДРЕ АВТОМОБИЛЬНОГО ДИЗЕЛЯ ДЛЯ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ ТЕПЛОВОГО И МЕХАНИЧЕСКОГО НАГРУЖЕНИЯ

Ф. Б. Барченко¹, В. Н. Бакулин²

¹*МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия;* ²*ИПРИМ РАН, Москва, Россия*

Актуальными являются проблемы исследования процессов в двигателях и компрессорах [1, 2]. Вопросам численного моделирования посвящены работы [3, 4]. Надежность и ресурс цилиндро-поршневой группы двигателей внутреннего сгорания определяет механическая и тепловая нагруженность. Автомобильные двигатели 90% своего срока службы работают на неустановившихся режимах. Поэтому для корректного расчета надежности и ресурса необходимо определять граничные условия теплообмена и механической нагрузки в нестационарных условиях работы двигателя. В настоящее время методы расчета граничных условий теплового и механического нагружения разработаны и апробированы для стационарных условий. В работах [5–8] приведен метод расчета таких граничных условий применительно к нестационарным условиям работы двигателя. Расчет граничных условий со стороны системы охлаждения связан с температурой поверхности омываемой детали,

а параметры теплообмена в цилиндре двигателя требуют определения давления и температуры газа в цилиндре двигателя.

Математическая модель многоцилиндрового двигателя включает расчет рабочего процесса в каждом цилиндре на основе термодинамической модели [6]:

$$\begin{aligned} C_v G \frac{dT}{dt} &= C_{p.IN} T_{IN} \frac{dG_{IN}}{dt} + C_{p.EX} T_{EX} \frac{dG_{EX}}{dt} + \alpha_w (T - T_w) A_w + \\ &\quad + Hu q_c \frac{dx}{dt} - C_v T \frac{dG}{dt} - \frac{GRT}{V} \frac{dV}{dt}; \\ \frac{dG}{dt} &= \sum_{i=1}^n \left[\frac{dG_{IN}}{dt} \right]_i + \sum_{j=1}^m \left[\frac{dG_{EX}}{dt} \right]_i; \quad pV = GRT, \end{aligned}$$

где C_v — изохорная теплоемкость, Дж/(кг · К); G — масса газа в цилиндре, кг; T — температура газа в цилиндре, К; $C_{p.IN}$ — изобарная теплоемкость газа, прошедшего через впускные органы, Дж/(кг · К); T_{IN} — температура газа, прошедшего через впускные органы, К; dG_{IN}/dt — расход газа через впускные органы, кг/с; $C_{p.EX}$ — изобарная теплоемкость газа, прошедшего через выпускные органы, Дж/(кг · К); T_{EX} — температура газа, прошедшего через выпускные органы, К; dG_{EX}/dt — расход газа через выпускные органы, кг/с; α_w — коэффициент теплоотдачи, Вт/(м² · К); T_w — температура (эквивалентная) стенок цилиндра, К; A_w — площадь теплообмена, м²; Hu — низшая теплота сгорания топлива, Дж/кг; q_c — цикловая подача топлива, кг; dx/dt — скорость тепловыделения, с⁻¹; dG/dt — изменение массы газа в цилиндре, кг/с; R — газовая постоянная, Дж/(кг · К); V — текущий объем цилиндра, м³; dV/dt — скорость изменения объема цилиндра, м³/с; i — номер впускного органа цилиндра; n — количество впускных органов цилиндра; j — номер выпускного органа; m — количество выпускных органов цилиндра; p — давление газа в цилиндре, Па.

Для двигателей с изобарными системами наддува применима модель расчета параметров во впускной и выпускной системах на основании термодинамической модели [6]. Систему дифференциальных уравнений для определения параметров состояния газа во впускной системе можно представить в следующем виде:

$$\begin{aligned} C_{v.s} G_s \frac{dT_s}{dt} &= - \sum_{ic=1}^{nc} \left[C_{p.IN} T_{IN} \frac{dG_{IN}}{dt} \right]_{ic} + C_{p.K} T_K \frac{dG_K}{dt} + C_{p.EGR} T_{EGR} \frac{dG_{EGR}}{dt} + \\ &\quad + C_{p.nK} T_{nK} \frac{dG_{nK}}{dt} + \alpha_{ws} (T_s - T_{ws}) A_{ws} - C_{v.s} T_s \frac{dG_s}{dt}; \\ \frac{dG_s}{dt} &= \sum_{ic=1}^{nc} \left\{ \sum_{i=1}^n \left[\frac{dG_{IN}}{dt} \right]_i \right\}_{ic} + \frac{dG_{EGR}}{dt} + \frac{dG_{nK}}{dt} + \frac{dG_K}{dt}; \quad p_s V_s = G_s R_s T_s, \end{aligned}$$

где $C_{v.s}$ — кажущаяся теплоемкость газа во впусканом коллекторе, Дж/(кг · К); G_s — масса газа во впусканом коллекторе, кг; T_s — температура газа во впусканом коллекторе, К; ic — номер цилиндра; nc — количество цилиндров; $C_{p.K}$ — изобарная теплоемкость газа после компрессора, Дж/(кг · К); T_K — температура газа после компрессора, К; dG_K/dt — расход газа через компрессора, кг/с; $C_{p.EGR}$ — изобарная теплоемкость газа, прошедшего через систему рециркуляции, Дж/(кг · К); T_{EGR} — температура газа, прошедшего систему рециркуляции, К; dG_{EGR}/dt — расход газа, прошедшего через систему рециркуляции, кг/с; $C_{p.nK}$ — изобарная теплоемкость газа, прошедшего через перепускной клапан компрессора, Дж/(кг · К); T_{nK} — температура газа, прошедшего через перепускной клапан компрессора, К; dG_{nK}/dt — расход газа через клапан сброса избыточного давления, кг/с; α_{ws} — коэффициент теплоотдачи во впусканой системе, Вт/(м² · К); T_{ws} — температура (эквивалентная)

стенок впускного коллектора, К; A_{ws} — площадь теплообмена во впусканом коллекторе, м²; p_s — давление во впусканом коллекторе, Па; V_s — объем впусканого коллектора, м³; R_s — газовая постоянная во впусканом коллекторе, Дж/(кг · К).

Система дифференциальных уравнений выпускного коллектора аналогична приведенной для впусканого коллектора. Разработанная математическая модель позволяет рассчитывать параметры состояния рабочего тела во всех цилиндрах двигателя, что дает возможность вычислить граничные условия для расчета теплового состояния цилиндро-поршневой группы. Такой подход позволяет перейти к обоснованному расчету усталостной прочности указанных деталей двигателей.

1. Гришин Ю. А., Бакулин В. Н., Зенкин В. А. Численное моделирование продувки впусканых окон двухтактных двигателей // Вестник МАИ. — 2013. — Т. 19, №6.
2. Гришин Ю. А., Бакулин В. Н. Численное исследование течения в центробежном компрессоре // Инженерно-физический журнал. — 2015. — Т. 88, №5. — С. 1232–1236.
3. Бакулин В.Н., Мартыненко С.И. Универсальная многосеточная технология для решения задач механики сплошной среды // Вестник МАИ. — 2009. — Т. 16, №2. — С. 171–175.
4. Гришин Ю.А., Бакулин В.Н. Новые расчетные схемы на базе метода крупных частиц для моделирования газодинамических задач // ДАН. — 2015. — Т. 465, №5. — С. 545–548.
5. Барченко Ф. Б., Бакулин Д. В. Особенности численного моделирования работы многоцилиндрового двигателя // Материалы XIX Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам, 22–31 мая 2015 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2015. — С. 40–41.
6. Барченко Ф. Б., Сячинов А. В., Шишико И. Д. Моделирование работы двигателя при движении колесного транспортного средства по ездовому циклу // Известия высших учебных заведений. Машиностроение. — 2015. — №6(663). — С. 9–19.
7. Барченко Ф. Б., Бакулин В. Н. Граничные условия теплового нагружения цилиндро-поршневой группы двигателя // Материалы XI Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2016), 25–31 мая 2016 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2016. — С. 489–491.
8. Барченко Ф. Б., Бакулин В. Н. Расчет граничных условий теплового нагружения цилиндро-поршневой группы двигателя автомобиля // Инженерно-физический журнал. — 2017. — Т. 90, №3. — С. 821–828.

ПОЛУЧЕНИЕ ДОПОЛНИТЕЛЬНОЙ ИНФОРМАЦИИ О НЕСТАЦИОНАРНЫХ ПРОЦЕССАХ В БАЛЛИСТИЧЕСКИХ ОПЫТАХ ДЛЯ ВЕРИФИКАЦИИ РАСЧЕТНЫХ МОДЕЛЕЙ*

**Д. В. Гелин, Н. Д. Гелин, Д. А. Лысов, В. А. Марков, И. В. Марков,
В. В. Селиванов, М. М. Сотская, М. Ю. Сотский**

МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия

Известно, что традиционно используемые баллистические установки основаны на преобразовании энергии сжатых газов, энергии электромагнитного или электростатического взаимодействия, высокоэнергетических материалов. Применение же традиционных установок сопряжено с необходимостью содержания специализированного квалифицированного и аттестованного персонала. Требуются также помещения и инфраструктура для обслуживания установок соответствующего вида, их ответственной эксплуатации и обеспечения контроля их эксплуатации. Во

*Работа поддержана грантами РФФИ (проекты 15-08-07869-а и 15-08-08319-а) и выполнена с использованием оборудования ГЗ 3.6196 и ГЗ 3.6257.

многих научных коллективах проводятся исследования в направлении создания безопасного лабораторного стенда для метания тел и информативного исследования баллистических закономерностей и особенностей процесса метания, например [1].

В результате выполненных работ создана безопасная исследовательская пусковая установка, которая повышает информативность единичного опыта. Действие установки основано на преобразовании энергии рабочего газа — смеси кислорода и водорода. Смесь образуется в результате электролиза воды и заполняет управляющую полость, выполненную в виде эластичной разрушающей оболочки (рис. 1) требуемого объема.

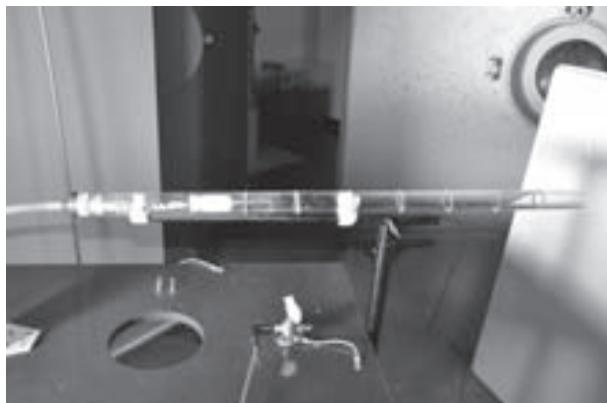


Рис. 1. Общий вид пусковой части установки с метаемым телом внутри

Применение установки позволяет обслуживающему персоналу оперативно, экономично и безопасно придавать требуемую скорость перемещения исследуемым метаемым объектам. Реализованные варианты практического применения разработанного устройства (рис. 2) представлены в лабораторном практикуме кафедры «Высокоточные летательные аппараты» НУК СМ МГТУ им. Н. Э. Баумана [3]. На рис. 3 представлены отдельные кадры высокоскоростной съемки нестационарного колебательного процесса горения смеси в двухобъемной управляющей полости. Камера Phantom v1210, скорость съемки 130000 кадров/с. Время экспозиции 1 мкс.

Представленные экспериментальные данные иллюстрируют возможности устройства для применения в исследовании вопросов внутренней и внешней баллистики, механики и горения газов. Повышается эффективность выполнения исследовательских заданий в области фундаментальных и прикладных исследований физики быстропротекающих ударных процессов. В работе продемонстрирована возможность повышения информативности и безопасности при эксплуатации разгонных устройств в условиях университетской лаборатории. С использованием предложенного устройства повышается также оперативность и экономичность при проведении серии опытов. Применение представленного пускового устройства актуально для решения задач верификации расчетных методик [4] при моделировании процессов механики газов, горения и процессов взаимодействия ударников с прочной средой. Разработаны материалы и рекомендации по изготовлению и эксплуатации устройств в научных и учебных подразделениях, осуществляющих физическое и математическое моделирование нестационарных газовых и ударных процессов.

1. Мешков Е. Е., Красовский Г. Б. Способ лабораторного моделирования задач газодинамики и устройство для его осуществления (варианты) // Патент РФ №2393546 Опубл. 27.06.2010. Бюл. №18.



Рис. 2. Процесс метания

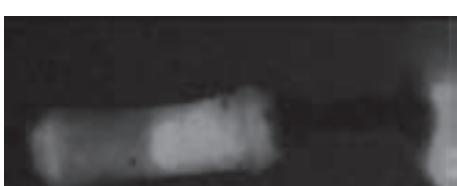


Рис. 3. Процесс горения рабочего газа

2. Изучение движения тела, брошенного под углом к горизонту / Гелин Д. В., Лысов Д. А., Марков В. А. // Методические указания к выполнению лабораторной работы. 2016. 12 с.
3. Быков И. В. Численное моделирование внутрикамерных процессов в баллистических установках с присоединенным зарядом // Материалы XI Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2016), 25–31 мая 2016 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2016. — С. 67–69.

ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ЭМПИРИКО МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПРИ ОПРЕДЕЛЕНИИ МЕСТОПОЛОЖЕНИЯ ДАТЧИКОВ СИСТЕМЫ ВОЗДУШНЫХ СИГНАЛОВ

H. A. Зленко

ЦАГИ, Жуковский, Московская обл., Россия

Рассматривается задача выбора на поверхности носовой части самолета областей, приемлемых для размещения датчиков системы воздушных сигналов (СВС). Для решения этой задачи создается эмпирико-математическая модель (ЭММ) локальных полей газодинамических параметров, являющаяся основой для формирования полей частных производных газодинамических параметров по параметрам набегающего потока. Допустимая область для установки датчиков СВС определяется по результатам совместного анализа этих вновь сформированных полей и решения для всех узлов расчетной сетки оптимизационных задач поиска в области допустимых режимов полета максимального значения каждой из частных производных.

Датчики системы воздушных сигналов традиционно располагаются в носовой части самолета, где менее всего заметно влияние крыла, мотогондолы и режима работы двигателя на значения газодинамических параметров потока. Границы области Ω для размещения датчиков СВС определяются как конструктивными ограничениями, так и функциональными. Конструктивные ограничения

$$L_{\min} \leq x \leq L_{\max} \quad (1)$$

задают расположение предельных границ подобласти ω_0 по оси X (рис. 1).

Функциональные ограничения определяют границы, внутри которых для любого режима полета при изменении параметров набегающего потока скорость изменения выбранных газодинамических параметров не превышает нормативных уровней. Другими словами, если для p_j -го газодинамического параметра, значения которого определяются вектором факторов \vec{X} размерности m , задать подобласти как множество точек, удовлетворяющих условию

$$\max \left(\left| \frac{\partial p_j(\vec{X})}{\partial x^{(i)}} \right| \right) \leq dx_j^{(i)}, \quad j = 1 \dots N_Y, \quad i = 1 \dots m, \quad (2)$$

где $x^{(i)}$ — i -й компонент вектора факторов \vec{X} размерности m , $dx_j^{(i)}$ — нормативные уровни для максимума модуля частных производных, N_Y — размерность вектора откликов. Тогда приемлемая для расположения датчиков СВС область Ω определяется как пересечение подобластей, задаваемых конструктивными (1) и функциональными (2) ограничениями:

$$\Omega = \omega_0 \cap \omega_1^{(i)} \cap \omega_2^{(i)} \cap \dots \cap \omega_{N_Y}^{(i)}, \quad i = 1 \dots m. \quad (3)$$

Требуется опираясь на результаты параметрических расчетов обтекания самолета с учетом режима работы двигателя выделить на поверхности носовой части соответствующие соотношению (3) границы области Ω .



Рис. 1

Для носовой части самолета, где предусматривается расположение датчиков СВС, на основании алгоритмов, предложенных в [1], создана ЭММ локальных полей газодинамических параметров. В качестве факторов ЭММ выбраны только параметры набегающего потока, так как режим работы двигателя не влияет на характер обтекания носовой части самолета. Способ задания вида эмпирико-математической модели обеспечил возможность автоматического дифференцирования ЭММ и создания полей частных производных газодинамических параметров, что существенно повысило информативность численного эксперимента. Дополнительно (после решения оптимизационной задачи) создавались поля максимально возможных значений частных производных в области допустимых режимов полета. Анализ этих полей позволил выделить для каждого газодинамического параметра границы подобластей (рис. 2), внутри которых максимально возможные величины соответствующих частных производных не превышают нормативных значений.

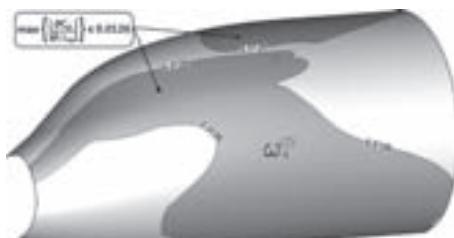


Рис. 2



Рис. 3

Предложен алгоритм, позволяющий для разных газодинамических параметров определить пересечение подобластей допустимых значений частных производных и, следовательно, выделить приемлемую для расположения датчиков СВС область Ω . Для наглядности и подтверждения правильности предложенного алгоритма определения области пересечения двух подобластей на рис. 3 область пересечения подобластей $\omega_4^{(2)}$ и $\omega_5^{(2)}$ затонирована, а границы этих подобластей отмечены штрихпунктирной и штриховой линиями.

В заключение следует отметить, что без эмпирико-математической модели полей газодинамических параметров задача о выборе области возможного расположения датчиков не решается. Это связано с тем, что невозможно, опираясь только на CFD-методы создать для каждого из газодинамических параметров поля максимально возможных значений всех частных производных.

1. Зленко Н. А. Использование методов регрессионного анализа при создании имитационной модели локальных полей // Техника воздушного флота. — 2009. — Т. LXXXIII, №1 (694). — С. 10–21.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НЕРАСЧЕТНОЙ СВЕРХЗВУКОВОЙ СТРУИ С ПЛОСКОЙ ПРЕГРАДОЙ ПЕРПЕНДИКУЛЯРНОЙ ЕЕ ОСИ*

A. M. Кагенов, A. A. Глазунов, K. B. Костюшин, I. B. Еремин

ТГУ, Томск, Россия

В настоящее время в организациях и институтах, занимающихся проектированием элементов изделий ракетно-космической техники, проводятся экспериментальные и теоретические исследования физических процессов протекающих при старте, спуске ракет и посадке космических аппаратов. Большое внимание уделяется взаимодействию сверхзвуковых струй с преградами. Значительную роль играет при этом математическое моделирование с использованием современных вычислительных средств и численных методов.

На настоящий момент накоплено большое количество знаний в этой области. Однако ранее не проводилось подробных трехмерных численных исследований взаимодействия многоблочных струй с преградами в условиях других планет и спутников. С этой целью разработан вычислительный комплекс, основанный на базе исходного кода программы OpenFOAM. Математическая модель состоит из осредненных уравнений Навье–Стокса по Рейнольдсу совместно с уравнениями двухпараметрической модели турбулентности SST $k-\omega$ для вязкого идеального газа [1–3]. Интегрирование дифференциальных уравнений в частных производных проводится методом контрольных объемов. Потоки через грани находятся из приближенного решения задачи Римана по схеме HLLC с использованием разностной схемы MUSCL типа TVD второго порядка точности [4]. СЛАУ разрешается методом Гаусса. Дискретизация по времени осуществляется с применением четырехшагового метода Рунге–Кутта второго порядка точности с коэффициентами: $\alpha_1 = 0,11$, $\alpha_2 = 0,2766$, $\alpha_3 = 0,5$, $\alpha_4 = 1$ [5]. Численные исследования выполнены с использованием суперкомпьютера Томского государственного университета СКИФ Cyberia.

Разработанный вычислительный комплекс протестирован путем сравнения результатов численных расчетов с теоретическими и экспериментальными данными [6–8]. На рисунках 1 и 2 представлены результаты численных исследований при стационарном взаимодействии нерасчетной струи с плоской преградой при степенях нерасчетности $n = 0,46$ и $n = 1,8$ в сравнении с результатами работ [6, 7]. Здесь и далее точки соответствуют экспериментальным данным [6–8], пунктирная линия численным расчетам работы [7], а непрерывная линия результатам расчетов с применением вычислительного комплекса. Сравнение при $n = 3,06$ с экспериментом [6] в случае нестационарного взаимодействия одиночной струи с преградой представлено на рис. 3. Получено хорошее совпадение в области торможения струи с экспериментальными [6] и численными данными [7] и удовлетворительное совпадение в периферийной области с численными данными [7] при $n = 0,46$. Данное различие с результатами расчетов [7] объясняется учетом вязкости в используемой математической модели. На рис. 4 приведено сравнение с экспериментальными данными [8] стационарного взаимодействия одиночной струи с преградой при $n = 1,36$. Получено хорошее согласование результатов в области торможения сверхзвуковой струи и за тройной конфигурацией ударных волн.

*Работа выполнена при финансовой поддержке Минобрнауки РФ в рамках государственного задания, проект №9.9063.2017/БЧ.

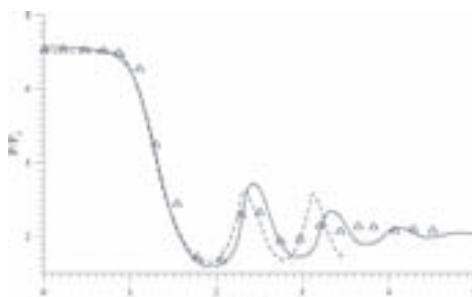


Рис. 1. Распределение безразмерного давления по поверхности преграды при $n = 0,46$

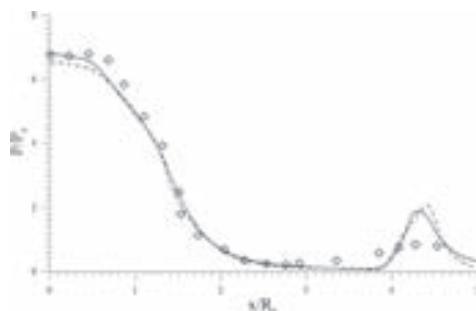


Рис. 2. Распределение безразмерного давления по поверхности преграды при $n = 1,8$

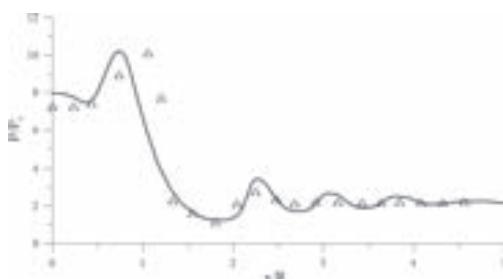


Рис. 3. Распределение безразмерного давления по поверхности преграды при $n = 3,06$

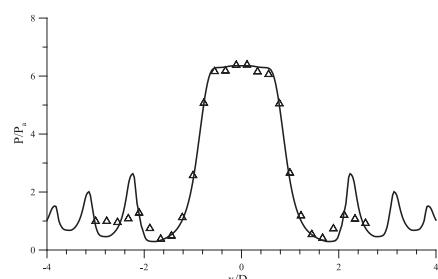


Рис. 4. Распределение безразмерного давления по поверхности преграды при $n = 1,36$

Результаты тестирования показывают, что разработанный вычислительный комплекс применим для решения задач течения газа в соплах и струях и их взаимодействии с преградами, в том числе при расчете взаимодействия многоблочных струй с преградами в условиях других планет и спутников. Реализуемая в вычислительном комплексе физико-математическая модель и используемые численные схемы гарантируют достоверность получаемых результатов расчетов.

- Лойцянский Л. Г. Механика жидкости и газа. — М.: Дрофа, 2003. — 840 с.
- Дулов В. Г. Газодинамика процессов истечения. — Новосибирск: Наука, 1984. — 226 с.
- Menter F. R. Two-equation eddy-viscosity turbulence models for engineering applications // AIAA Journal. — 1994. — V. 32, No. 8. — P. 1598–1605.
- Toro E. F. Riemann solvers and numerical methods for fluid dynamics. — Berlin: Springer-Verlag, 2009. — 724 p.
- Lallemand M. -H., Steve H., Dervieux A. Unstructured multigriding by volume agglomeration: Current status. Computers and Fluids. — 1992. — V. 21, I. 3. — P. 397–433.
- Мельникова М. Ф., Несторов Ю. Н. Воздействие сверхзвуковой нерасчетной струи на плоскую преграду, перпендикулярную оси струи // Ученые записки ЦАГИ. — 1971. — Т. II, №5. — С. 105–108.
- Дубинская Н. В., Иванов М. Я. К расчету взаимодействия сверхзвуковой струи идеального газа с плоской преградой, перпендикулярной ее оси // Ученые записки ЦАГИ. — 1975. — Т. VI, №5. — С. 38–44.
- Kundasev S. G., Kiselev N. P., Zapryagaev V. I. Experimental investigation of the flow structure of the supersonic jet impinging on an inclined flat obstacle // 18th International Conference on the Methods of Aerophysical Research (ICMAR2016) (Russia, Perm, 27 Jun. – 3 Jul., 2016): AIP Conference Proceedings. — V. 1770. — S. 1., 2016. — No. 030031. — DOI: 10.1063/1.4963973.

РАЗРАБОТКА ЧИСЛЕННОЙ МЕТОДИКИ ОЦЕНКИ ХАРАКТЕРИСТИК АКУСТИЧЕСКИХ РЕЗОНАНСНЫХ ПРОЦЕССОВ В ПРОТОЧНОЙ ЧАСТИ ГАЗОТУРБИННОГО ДВИГАТЕЛЯ

Р. Н. Колегов^{1,3}, Т. П. Любимова^{2,3}, А. А. Синер^{1,2}

¹АО «ОДК-Авиадвигатель», Пермь, Россия; ²ПГНИУ, Пермь, Россия;

³ИМСС УрО РАН, Пермь, Россия

Проектируемые в настоящее время газотурбинные двигатели работают в условиях существенных нестационарных нагрузок, вызванных взаимодействием деталей с газовым потоком. Одним из видов нагружения является аэроакустическое. В случае наличия открытой границы (вход или выход из двигателя), акустические волны могут свободно покидать проточную часть, что препятствует накоплению энергии колебаний внутри узла двигателя. Однако, в конструкции двигателя существуют области с существенным отражением звуковых волн, такие как камера сгорания и различные глухие технологические полости, соединенные с основной проточной частью. Нагрузки, возникающие вследствие акустического резонанса в таких областях, могут приводить к поломкам основных деталей ГТД. Устранить причины подобных поломок обычно становится возможным только после испытаний или в ходе эксплуатации двигателя, что приводит к существенным затратам на доработку и устранение дефектов, снижению экономической эффективности предприятия. Единственная возможность снизить подобные расходы предприятия — научиться моделировать сложные аэроакустические процессы, происходящие внутри двигателя. Разработка численных методов оценки подобных нагрузок представляет важную и сложную задачу. Экспериментальное исследование подобных процессов затруднено, поскольку существенные акустические нагрузки возникают в очень узком диапазоне режимов или при специальном сочетании факторов, которые необходимо знать еще до проведения эксперимента. Кроме того, размещение датчика пульсаций или микрофона внутри проточной части ГТД часто затруднено в связи с существенными температурами и наличием нестационарных газодинамических нагрузок. Таким образом, наиболее перспективным методом исследования подобных процессов представляется математическое моделирование.

В работе проведены расчеты резонансных частот воздушного объема прямоугольной формы с жесткими стенками. Выполнены нестационарные газодинамические расчеты пульсаций давления и скорости в прямоугольной каверне, присоединенной к проточной части с газовым потоком, имеющим заданную толщину пограничного слоя вблизи стенки. Определены спектры пульсаций давления и скорости в горле каверны.

ФЛАТТЕР ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКИ ПЕРЕМЕННОЙ ДЛИНЫ

М. А. Конопельчев, В. П. Георгиевский, Е. Н. Волков, А. Я. Недбай

АО «Корпорация «МИТ», Москва, Россия

Работ, посвященных флаттеру цилиндрических оболочек, опубликовано к настоящему времени достаточно много [1]. Однако исследования по устойчивости в сверхзвуковом потоке газа оболочек переменной длины отсутствуют. Между тем в работе [2] показано, что в мемbrane переменной длины, обтекаемой сверхзвуковым

потоком газа, через определенное время при некоторой скорости изменения длины образуется флаттер, хотя в мембране постоянной длины такой процесс отсутствует [3]. Подобная картина возникает, например, в твердотопливном двигателе торцевого горения, заряд которого расположен между двумя коаксиальными оболочками корпуса.

В данной работе исследуется устойчивость центрального газохода переменной длины, обтекаемого по внутренней поверхности сверхзвуковым потоком газа. Внешняя поверхность газохода нагружена избыточным давлением, а на торцы действует осевая сжимающая сила. Движение газохода, шарнирно опертого по фиксированному и движущемуся торцам, описывается уравнениями теории ортотропных оболочек. Тангенциальной и осевой составляющими инерционных сил пренебрегаем ввиду их малости. Конструкционное демпфирование учитываем согласно гипотезе Рэлея.

Введем безразмерную систему цилиндрических координат, в которой линейные координаты отнесены к радиусу срединной поверхности оболочки, а переменная осевая координата α связана со статической x соотношением $\alpha = (x - vt)/R$. Тогда уравнение движения оболочки можно представить в виде [4]

$$\left[a_3 \nabla_\alpha^8 + a_1 a_4 \frac{\partial^4}{\partial \alpha^4} + a_7 \nabla_\alpha^4 \frac{\partial^2}{\partial t^2} + a_8 \nabla_\alpha^4 \left(\frac{\partial^2}{\partial \beta^2} + 1 \right) + \nabla_\alpha^4 \left(a_5 + \frac{a_7 v^2}{R^2} \right) \frac{\partial^2}{\partial \alpha^2} + \right. \\ \left. + 2 \nabla_\alpha^4 \frac{4 a_7 v}{R} \frac{\partial^2}{\partial \alpha \partial t} + \nabla_\alpha^4 \left(a_9 + \frac{a_{10} v}{R} \right) \frac{\partial}{\partial \alpha} + a_{10} \nabla_\alpha^4 \frac{\partial}{\partial t} \right] w = 0, \quad (1)$$

где ∇_α^8 , ∇_α^4 — дифференциальные операторы; w — радиальное перемещение оболочки; v — скорость горения топлива; R — радиус срединной поверхности оболочки;

$$a_1 = \frac{G_{\alpha\beta}(1 - \nu_\alpha \nu_\beta)}{E_\alpha}; \quad a_2 = a_1 + \nu_\beta; \quad a_3 = \frac{h^2}{12R^2}; \quad a_4 = \frac{E_\beta}{E_\alpha}; \quad a_5 = \frac{BN_\alpha}{2\pi R^3}; \\ a_6 = a_2 + a_1; \quad a_7 = B\rho h; \quad a_8 = \frac{Bp_1}{R}; \quad a_9 = \frac{B\kappa_0 p_0 M}{R}; \quad a_{10} = \frac{B\kappa_0 p_0}{C_0} + \varepsilon; \\ B = \frac{R^2(1 - \nu_\alpha \nu_\beta)}{E_\alpha h}; \quad M = \frac{V}{C_0}; \quad C_0 = \sqrt{\frac{\kappa_0 p_0}{\rho_0}};$$

h — толщина оболочки; E_α , E_β , $G_{\alpha\beta}$ — осевой и окружной модули упругости и модуль сдвига; ν_α , ν_β — коэффициенты Пуассона; ρ — плотность материала оболочки; ε — коэффициент конструкционного демпфирования; κ_0 , p_0 , ρ_0 — показатель полиропы, давление и плотность газа невозмущенного потока; p_1 — перепад давления между внешней и внутренней поверхностями газохода; M — число Маха; C_0 — скорость звука в газе; N_α — начальная осевая сила.

Решение уравнения (1) будем искать в виде

$$w = \cos n\beta \sum_{m=1}^{\infty} A_m \sin \gamma_m \alpha e^{st}, \quad (2)$$

где n — количество волн в окружном направлении; m — количество волн в осевом направлении; A_m — постоянные коэффициенты; $\gamma_m = m\pi/\alpha_0$; $\alpha_0 = L/R$; L — длина оболочки; s — комплексная частота колебаний.

Подставляя (2) в (1) и используя метод Бубнова–Галеркина, получим бесконечную систему алгебраических уравнений

$$(a_7S^2 + a_{10}S + \psi_k)A_k + a_{11} \sum_{m=1}^{\infty} \varphi_{mk} A_m = 0 \quad (k = 1, 2, \dots), \quad (3)$$

где

$$\begin{aligned} a_{11} &= v(2a_7S + a_{10})/R + a_9; \quad \theta = k\pi/\alpha_0; \\ \psi_k &= (a_3\nabla_k^8 + a_1a_4\theta_k^4)/\nabla_k^4 + a_8(1 - n^2) - \theta^2(a_5 + a_7v^2/R^2); \\ \nabla_k^4 &= a_1\theta_k^4 + (a_4 - a_6\nu_\beta)\theta_k^2n^2 + a_1a_4n^4; \\ \nabla_k^8 &= a_1\theta_k^8 + [a_4 + a_6(2a_1 - \nu_\beta)]\theta_k^6n^2 + \\ &+ \{a_1a_4 + 2[a_6(a_4 - a_6\nu_\beta) + a_1a_4](n^2 - 1)n^2\}\theta_k^4 + \\ &+ a_4[(a_4 - a_6\nu_\beta)(1 - n^2)^2 + 2a_1a_6n^4]\theta^2n^2 + a_1a_4^2(1 - n^2)^2n^4; \\ \varphi_{mk} &= \begin{cases} \frac{4mk}{\alpha_0(k^2 - m^2)}, & \text{если } (k \pm m) \text{ — нечетное число;} \\ 0, & \text{если } (k \pm m) \text{ — четное число.} \end{cases} \end{aligned}$$

Редуцируя систему (3) и приравнивая к нулю определитель полученной матрицы, приходим к искомому характеристическому уравнению. Решение этого уравнения представляет значительные трудности, так как комплексная частота входит в коэффициенты в неявном виде. Поэтому для определения критической скорости воспользуемся следующим методом [5].

Представим характеристическое уравнение $P(s)$ в явном виде относительно показателя s , аппроксимируя его при помощи полинома Лагранжа

$$P(s) = \sum_{j=0}^{2r} b_j s^{2r-j} = 0, \quad (4)$$

где b_j — неизвестные постоянные коэффициенты.

Коэффициенты b_j найдем из системы уравнений

$$\sum_{j=0}^{2r} b_j s^{2r-j} = P(s_i) \quad (i = 0, 1, 2, \dots, 2r),$$

задавая s_i и вычисляя значение определителя характеристического уравнения.

Невозмущенное состояние оболочки в потоке газа будет устойчиво, если все характеристические показатели лежат в левой полуплоскости комплексного пространства, т. е. $\operatorname{Re} s_i < 0$. Необходимым и достаточным условием отрицательности действительных частей показателя s является положительность определителя Гурвица и его главных миноров, составленных из коэффициентов полинома (4)

$$D_j(M) = \begin{vmatrix} b_1 & b_0 & 0 & 0 & 0 & . & . & . & 0 & 0 \\ b_3 & b_2 & b_1 & b_0 & 0 & . & . & . & 0 & 0 \\ . & . & . & . & . & . & . & . & . & . \\ 0 & 0 & . & . & . & 0 & b_j & b_{j-1} & b_{j-2} & \\ 0 & 0 & . & . & . & 0 & 0 & 0 & 0 & b_j \end{vmatrix} > 0 \quad (j = 1, 2, \dots, 2k).$$

Критическое значение M , соответствующее флаттеру, определяется выражением $D_{2k-1}(M) = 0$. При заданной скорости обтекания определяется время возникно-

вения флаттера. Получены значения критической скорости обтекания от скорости и времени изменения длины оболочки.

1. Алтазин С.Д., Кийко И.А. Флаттер пластин и оболочек. — М.: Наука, 2006. — 247 с.
2. Мовсисян Л.А. О флаттере пластиинки переменной длины // Прикладная механика. — 1967. — Т. 3, №8. — С. 65–69.
3. Болотин В.В. Неконсервативные задачи теории упругой устойчивости. — М.: Физматлит, 1961. — 339 с.
4. Соломонов Ю.С., Георгиевский В.П., Недбай А.Я., Андрюшин В.А. Прикладные задачи механики композитных цилиндрических оболочек. — М.: ФИЗМАТЛИТ, 2014. — 408 с.
5. Москвин В.Г. Устойчивость круговой цилиндрической оболочки из линейного вязкоупругого материала в сверхзвуковом потоке газа // Труды 8-й всесоюзн. конф. по теории оболочек и пластин. — М.: Наука, 1962. — С. 527–531.

ЧИСЛЕННО-АНАЛИТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДВИЖЕНИЯ ПОЛЮСА ЗЕМЛИ

C. С. Крылов, В. В. Перепёлкин, А. С. Филиппова

МАИ, Москва, Россия

В основе многих астрометрических исследований лежит динамическая теория вращения Земли относительно центра масс. Существующие системы координатно-временного и навигационного обеспечения должны обеспечивать решение задач динамики полета, навигационного обеспечения управления полетом космического аппарата с требуемыми точностными характеристиками. Эта прикладная задача непосредственно связана с фундаментальной проблемой определения параметров вращения Земли, т. е. с задачей построения моделей прогноза колебаний полюса и вариаций скорости осевого вращения Земли как на длительном, так и на относительно коротком интервалах времени.

Траектория движения полюса по земной поверхности складывается из двух периодических движений — чандлеровского (по имени американского астронома С. Чандлера, впервые обнаружившего этот период) со средним периодом 433 суток и годичного с периодом 365 суток. В общепринятых моделях движения полюса и период, и амплитуда обоих колебаний являются постоянными, тогда как и то и другое подвержено существенным изменениям.

В данной работе показано, что значительный вклад в переменность основных компонент колебаний полюса вносит возмущение прецессионного движения орбиты Луны с периодом 18,61 лет. Проведен анализ этого возмущения с помощью вейвлет- и фурье-преобразований. Показано совпадение фаз колебания возмущенного движения полюса с движением узлов орбиты Луны.

Используя найденные структурные свойства колебаний предложена уточненная численно-аналитическая модель движения земного полюса. В ранее использованной двухчастотной модели движения полюса учитывались две составляющие — чандлеровская и годичная, а их период, и амплитуда принимались квазипостоянными — определяемыми на основе обработки высокоточных данных наблюдений. В действительности параметры модели являются переменными. Для уточнения модели получены новые опорные функции, учитывающие прецессионное движение лунной орбиты. Приведены оценки и графические результаты модельных расчетов в сравнении с данными наблюдений и измерений Международной службы вращения Земли. Показано, что уточненная модель более точно описывает движение земного полюса и дает существенный вклад в модель прогноза координат спутников.

ОЦЕНКА ВЛИЯНИЯ ВРЕМЕНИ ГОДА И КООРДИНАТЫ ТОЧКИ ПУСКА НА ЛЕТАТЕЛЬНЫЙ АППАРАТ, ДВИГАЮЩИЙСЯ ПО БАЛЛИСТИЧЕСКОЙ ТРАЕКТОРИИ

Г. С. Макеич¹, И. А. Крюков²

¹*АО «КТРВ», Королев, Московская обл., Россия;* ²*ИПМех РАН, Москва, Россия*

Как правило, при первичных расчетах динамики движения летательных аппаратов (ЛА) используют модель стандартной атмосферы. Однако, прежде чем приступить к летным испытаниям или эксплуатации изделия, необходимо проводить расчеты с учетом изменений параметров атмосферы, таких как температура, давление и плотность воздуха в зависимости от месяца, координат точки пуска, а также высоты полета. Данные отклонения оказывают влияние как на аэродинамические характеристики летательного аппарата, так и на тяговые характеристики двигателей, а зональная и меридиональная составляющие скорости ветра могут значительно влиять на координаты точки падения в зависимости от направления пуска.

Глобальная справочная модель атмосферы на высотах от 0 до 100 км, которая формировалась путем обработки результатов многолетнего аэрологического и приземного зондирования, а также спутниковых данных, представляет собой массивы коэффициентов аппроксимации, позволяющие осуществлять расчет средних месячных метеопараметров в зависимости от широты, долготы, месяца и высоты полета.

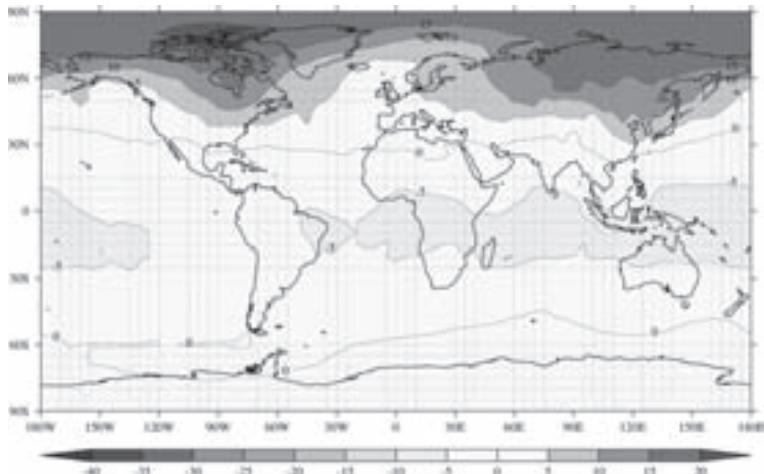


Рис. 1. Зависимость плотности от широты и долготы

В работе рассматривается влияние среднемесечных отклонений параметров атмосферы от стандартной на ЛА, двигающийся по баллистической траектории. ЛА представляет собой неуправляемый объект характерного для баллистических ракет вида с хвостовыми стабилизаторами.

Для оценки влияния отклонений параметров атмосферы разработана модель пространственного движения объекта как материальной точки в сферических осях координат. В уравнениях движения летательного аппарата учитывается кривизна Земли; ее представление в виде эллипсоида Красовского с учетом отклонения вектора гравитационного ускорения от радиус-вектора в сторону экватора; цен-

тробежная сила, связанная с вращением Земли; сила Кориолиса, а также влияние ветра на скорость движения объекта.



Рис. 2. Общий вид рассматриваемого летательного аппарата

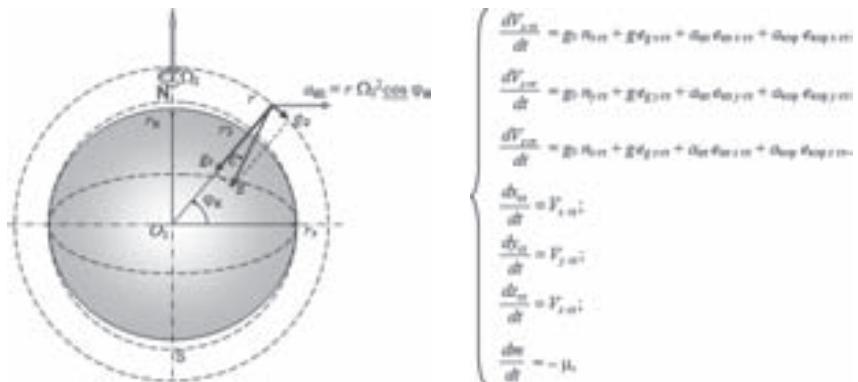


Рис. 3. Эллипсоид Красовского, гравитационное поле Земли и уравнения движения в старовой системе координат

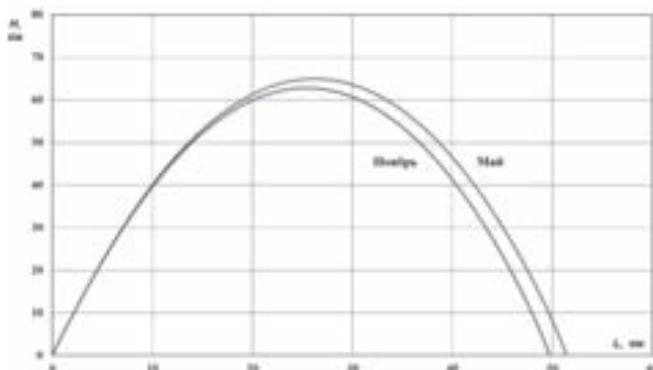


Рис. 4. Влияние времени года на дальность полета ЛА без учета ветра

Моделирование движения производилось для одних и тех же начальных условий, при различных месяцах и широтах пуска. Чтобы понять какой из параметров оказывает наибольшее влияние на координаты точки приземления, отклонения

параметров атмосферы (давление, плотность) и зональной и меридиональной составляющих скоростей рассматривались как совместно, так и по отдельности.

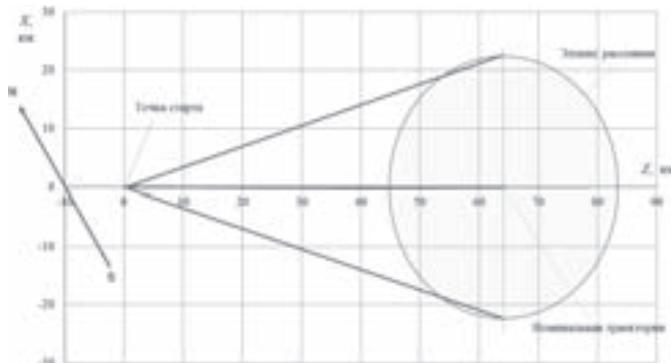


Рис. 5. Влияние времени года, широты пуска и учета сезонного ветра на место приземления баллистического ЛА

Результаты моделирования демонстрируют необходимость учета времени года, так как среднемесячные отклонения параметров атмосферы и, особенно, наличие зональных и меридиональных составляющих ветра оказывают существенное влияние на точку приземления летательного аппарата баллистического типа.

1. Бочкарев А. Ф., Андреевский В. В. Аэромеханика самолета: Динамика полета. — М.: Машиностроение, 1985. — 360 с.
2. Глобальная справочная модель атмосферы на высотах от 0 до 100 километров для баллистического обеспечения ракетно-космической практики: отчет / Госкорпорация «Роскосмос». — М., 2016. — 98 с.

ДИНАМИКА НЕЖЕСТКОГО КА В РЕЖИМЕ ОРИЕНТАЦИИ

Ю. Г. Марков, Вей Ян Сое

МАИ, Москва, Россия

Важное прикладное значение имеют задачи, связанные с режимами ориентации космического аппарата (КА). К ним можно отнести: гашение начальных угловых скоростей, например, возникающих после отделения КА от ракеты-носителя; закрутку спутника до определенной угловой скорости, программные повороты, требующие закрутки, после которой необходимо осуществить гашение развитой угловой скорости, происходящие по схеме поиска ориентиров (сначала разгон до угловой скорости поиска, а затем гашение после появления сигнала, вызванного ориентиром), процесс приведения ориентации к заданной с момента появления нужных сигналов с датчиков ориентации (после прекращения поиска ориентиров).

Известно [1], что реальные КА и установленные на них системы ориентации значительно отличаются от идеальных моделей. Реальный КА не является абсолютно жестким, а представляет собой вязкоупругую конструкцию с большим числом внутренних степеней свободы. Упругие колебания системы как целого могут существенным образом сказаться на процессе управления ориентацией, в частности, поперечные упругие колебания корпуса приводят к соответствующим поворотом площадок, на которых установлены датчики угловых поворотов корпуса

КА и датчики угловых скоростей. В докладе исследуются вращательные движения космического аппарата с упругими и диссипативными элементами как целого относительно центра масс с учетом органов системы управления, выполненных в виде двухстепенных гиростабилизаторов, в режиме процесса ориентации [2, 3]. Изучены колебательные процессы, связанные с ориентацией КА, когда члены, обусловленные упругими колебаниями конструкции, сопоставимы с гироскопическими членами. Уравнения движения КА получены на основе динамических уравнений Эйлера и дополнены уравнениями упругих колебаний.

Система уравнений должна включать в себя наряду с уравнениями движения спутника как целого относительно центра масс также и уравнения, описывающие упругие колебания в системе. В данной постановке задачи существенную роль играют собственные формы, описывающие продольно-поперечные деформации и деформации изгибного типа. Динамика собственных форм колебаний упругой части при наличии вращательных и центробежных сил инерции описывается счет-номерной системой обыкновенных дифференциальных уравнений в нормальных координатах (модальный подход). Показано, что по окончании процесса закрутки КА отклонение фактической угловой скорости отличается от расчетной, и для нее получены аналитические выражения.

1. Раушенбах Б. В., Токарь Е. Н. Управление ориентацией космических аппаратов. — М.: Наука, 1974.
2. Марков Ю. Г., Миняев И. С. К динамике космического аппарата с упругими колеблющимися массами // Космические исследования. — 1991. — Т. 29, вып. 5. — С. 685–694.
3. Акуленко Л. Д., Крылов С. С., Марков Ю. Г., Тун Тун Вин, Филиппова А. С. Динамика космического аппарата с упругими и диссипативными элементами в режиме ориентации // Известия РАН. Теория и системы управления. — 2014. — № 5. — С. 106–115.

УПАКОВКА, РАЗВЕРТЫВАНИЕ ВНУТРЕННИМ ДАВЛЕНИЕМ И ОТВЕРЖДЕНИЕ В УСЛОВИЯХ КОСМОСА КРУПНОГАБАРИТНЫХ ОБОЛОЧЕЧНЫХ КОНСТРУКЦИЙ*

В. М. Пестренин¹, И. В. Пестренина¹, С. В. Русаков¹, А. В. Кондюрин²

¹ПГНИУ, Пермь, Россия;

²Сиднейский университет (University of Sydney), Сидней, Австралия

Введение. Большая роль в освоении космического пространства предсказывается крупногабаритным пневматическим конструкциям, так как они могут доставляться на орбиту в упакованном виде и развертываться там путем нагружения внутренним давлением. Прогнозируется использование таких конструкций в качестве рефлекторов космических телескопов и антенн, зеркальных и линзовых концентраторов солнечного излучения, модулей жизнеобеспечения космических экипажей и т. п. Ранее авторами было показано, что крупногабаритные оболочечные конструкции, изготовленные из композитных материалов, сопротивляющихся изгибу, могут развертываться как пневматические, поскольку давление их развертывания незначительно превосходит давление развертывания оболочек из мягких материалов. Данное обстоятельство расширяет множество материалов, пригодных для изготовления крупногабаритных пневматических конструкций космического

*Работа выполнена при поддержке гранта №15-01-07946.

назначения, и обуславливает исследование новых задач механики деформированного твердого тела (МДТТ). В частности, это задачи упаковки крупногабаритных конструкций, их развертывание посредством внутреннего давления и отверждение под действием солнечного излучения (в случае, если материал конструкции при вывиде ее на орбиту оказывается недоотверженным).

Упаковка крупногабаритных оболочечных конструкций в предлагаемой работе осуществляется при следующих допущениях: оболочка изготовлена из составных элементов, срединная поверхность которых имеет развертку; составные элементы конструкции скреплены (сшиты) между собой швом, не воспринимающим со- противление повороту вокруг касательной к линии шва. Эти условия позволяют обеспечить конструкции в упакованном виде естественное (не напряженное и не деформированное) состояние. В докладе приводятся примеры упаковок крупногабаритных оболочечных конструкций: гофра (составные элементы — плоские кольца), цилиндр и конус (составные элементы — трапеции). В упакованном виде конструкции складываются подобно меху гармони (рис. 1).

Развертывание осуществляется в условиях космоса, гравитационные силы уравновешиваются силами инерции, внешнее давление отсутствует.



Рис. 1. Оригами цилиндрической оболочки в сложенном виде

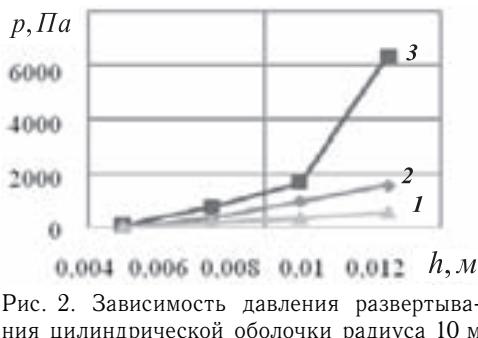


Рис. 2. Зависимость давления развертывания цилиндрической оболочки радиуса 10 м из слоистого углепластика от толщины и строения пакета: упаковка слоев: 1 — $\pm\pi/4$; 2 — $\pm\pi/6$; 3 — $0, \pi/2$

Нагружение внутренним давлением осуществляется квазистатически. Задача МДТТ описывается уравнениями геометрически нелинейной теории оболочек. Решение строится с помощью инженерного пакета ANSYS. Формулируются критерии окончания развертывания, изучается необходимое для приведения оболочки в состояние эксплуатации внутреннее давление в зависимости от структуры материала и строения композитного пакета (рис. 2).

С использованием первого закона термодинамики и уравнения Клапейрона–Менделеева строится итерационная процедура для отслеживания термодинамических параметров состояния газа внутри оболочки в процессе ее раздувания. Результаты вычислений представлены на рис. 3.

Видно, что на начальном этапе температура газа резко падает: для воздуха на 50, а для гелия — на 80 градусов. Затем идет медленный подъем температуры газа. К концу процесса нагнетания газа его температура стремится к температуре вдувания.

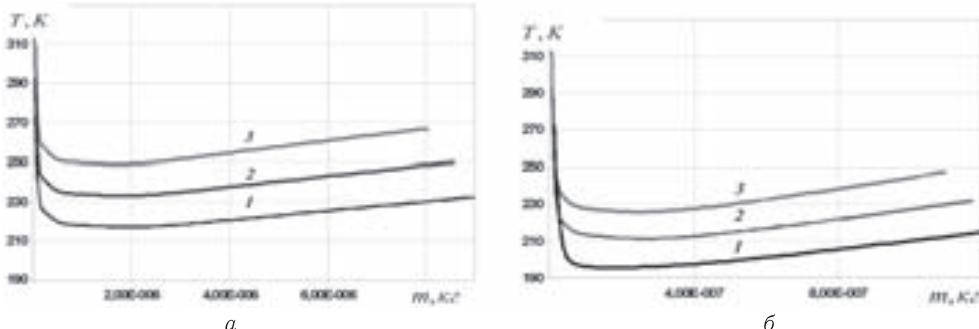


Рис. 3. Зависимость изменения температуры газа в начале процесса нагнетания его в цилиндрическую оболочку: *a* — воздух; *б* — гелий. Начальная температура и температура добавляемого газа одинакова: *I* — 273 К; *II* — 293 К; *III* — 303 К

Отверждение крупногабаритной конструкции на околоземной орбите под действием солнечного излучения изучается на примере цилиндрической оболочки с полусферическими днищами, изготовленной из слоистого углепластикового препрега СЕ 8201-200-45S. Степень отверждения препрега η описывается кинетическим уравнением

$$\frac{d\eta}{dt} = f(\eta) \exp\left\{-\frac{A}{T}\right\}, \quad f(\eta) = B(1 - \eta)^\alpha. \quad (1)$$

Параметры A , B , α в этом уравнении определяются путем аппроксимации опытных данных, предоставляемых производителем препрега. Процесс отверждения описывается в соответствии с уравнением (1) в каждом конечном элементе оболочки на каждом шаге решения нестационарной задачи теплопроводности. При этом учитываются следующие факторы: энергия солнечного излучения, излучение тепловой энергии с внешней поверхности вовне и переизлучение между внутренними поверхностями оболочки по закону Стефана–Больцмана, обмен тепловой энергией оболочки с содержащимся внутри нее газом по закону Фурье.

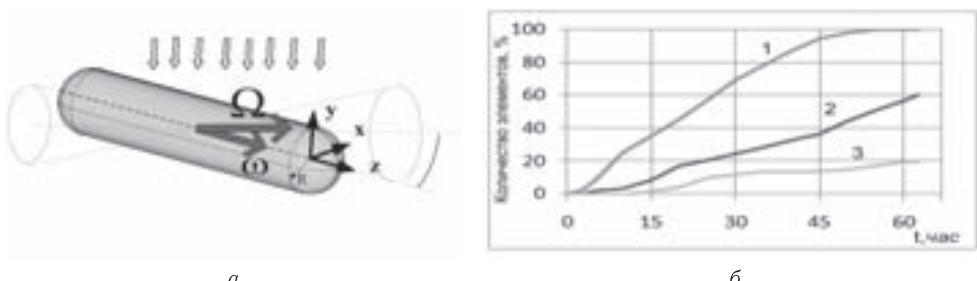


Рис. 4. Схема принудительного движения оболочки на орбите (*а*); количество элементов, отвержденных со степенью η в зависимости от времени (*б*): *1* — $\eta > 20\%$; *2* — $\eta > 40\%$; *3* — $\eta > 60\%$

В результате исследования выявлено, что отверждение оболочки, находящейся на орбите и не подвергаемой принудительному движению относительно собственных главных осей инерции, невозможно; однако, с применением принудительного движения возможно полное отверждение оболочки за счет энергии солнечного излучения. На рис. 4, *а* приведен вариант движения оболочки по солнечно-синхронной орбите с принудительным вращением вокруг двух осей и, отвечающий

такому движению, процесс отверждения ее материала. Видно, что через 50 ч после развертывания все элементы оболочки подвергаются отверждению со степенью не менее 20 %.

МОДЕЛИ ФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ В ЭЛЕКТРОДИНАМИЧЕСКОЙ ЗАЩИТЕ

A. Ф. Пискунов, И. В. Кравченко, М. Н. Булаева

НИИПМЭ МАИ, Москва, Россия

В работе рассмотрены основные положения в моделях физических процессов в устройствах воздействия на высокоскоростные проникающие элементы.

Развита модель деформационной неустойчивости на контактной поверхности с формированием импульса торможения, передаваемого внедряющейся струе. Показано, что уменьшение глубины внедрения кумулятивной струи в преграду можно описать известным уравнением А. М. Лаврентьева [1] с введением эффективной прочности преграды, определяемой величиной разрядного тока. Представленная физическая модель электродинамической защиты описывает картину разрушения струи у контактной поверхности, наблюдаемую на рентгенограммах струи при проtekании тока.

Показана связь процессов деформации на контактной поверхности с деформацией проникающей струи. Развитие процессов неустойчивости в струе связано с механизмом растяжения силовых линий магнитного поля, приводящая к уменьшению кинетической энергии струи. В проникающей струе формируется неоднородный профиль скорости, что приводит к уменьшению скорости импульса деформации и его осевого размера.

Разработана модель формирования импульса деформации в объеме внедряющейся струи. Проведена оценка параметров импульса деформации, времени развития нестационарных процессов на контактной поверхности и внедряющейся струе.

1. Лаврентьев М. А., Шабат Б. В. Проблемы гидродинамики и их математические модели. — 2-е изд. — М.: Наука, 1977. — 416 с.

ЭКСПЕРТНАЯ СИСТЕМА ПОДДЕРЖКИ ПРИНЯТИЯ ПРОЕКТНЫХ РЕШЕНИЙ ПРИ РАЗРАБОТКЕ АВИАЦИОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ ИЗ ПКМ НА ОСНОВЕ ВЕРОЯТНОСТНОГО ПОДХОДА

Д. В. Прилуцкий

МАИ, Москва, Россия

Цель работы. Целью работы является построение и отработка программной платформы, являющейся цифровым воплощением экспертной системы принятия проектных решений при разработке авиационных конструкций из ПКМ на основе вероятностного подхода, а также реализация на базе этой платформы комплекса всесторонней оценки экономической эффективности изделия для оптимизации параметров и сравнения различных вариантов его исполнений. Комплекс является частным вариантом реализации системы и предназначен для использования лицом, принимающим решение о выборе типовой конструкции агрегата на стадии эскизно-

го проекта. Комплекс представляет собой инструмент оценки заданной конструкции на основании существующих и перспективных композиционных материалов, технологических процессов, технологий ремонта и осмотра воздушного судна, критериев безопасности и других факторов, влияющих на стоимость производства и эксплуатации агрегата.

Актуальность. Актуальность разработки данного программного комплекса диктуется жесткими конкурентными условиями на рынке гражданской авиации. Для достижения конкурентного преимущества необходимы инструменты для оперативного проведения всестороннего анализа и получения сравнительных отчетов для:

- агрегатов, находящихся в текущей эксплуатации, с целью оценки эффективности существующей конструкции и рассмотрения возможной замены на более оптимальную;
- изделий, для которых стадия рабочего проектирования завершена и готовится серийное производство, с аналогичной целью;
- агрегатов для перспективных программ с целью выбора оптимальной конструкции с учетом ведущихся научных исследований и экспериментов.

Под данные условия подходят программы SSJ-100, МС-21, ШФДМС и др.

Научная новизна. Практика показала, что применяемые на сегодняшний день способы проектирования конструкций из ПКМ во многих случаях не позволяют получить существенного весового выигрыша. Причиной этого является рациональный консерватизм инженеров, которые опасаются внедрения радикальных решений. Научной новизной данной работы является смена традиционного подхода анализа конструкций, основанного на коэффициентах запаса прочности, на вероятностный подход. Такой подход позволяет более точно учесть разброс значений, присущий большинству исходных параметров ПКМ.

Практическая ценность. Применение системы принятия проектных решений при разработке авиационных конструкций из ПКМ на основе вероятностного подхода позволит повысить обоснованность выбора конкретной конструкции композитного агрегата и значительно сократить время анализа, предшествующего принятию решения, а также оптимизировать параметры агрегата с целью повышения экономической эффективности в течение жизненного цикла изделия в условиях эксплуатации в парке ВС авиакомпаний. Система также обеспечит возможность оценки чувствительности эффективности конструкции к рассматриваемым входным параметрам (свойства материалов, качество производства, технологии проведения осмотра и т. д.) для повышения эффективности принятия решений в области финансирования перспективных экспериментальных проектов и фундаментальных исследований.

ИССЛЕДОВАНИЯ И РАЗРАБОТКИ В ОБЛАСТИ ЛЕТАТЕЛЬНЫХ МИКРОАППАРАТОВ (2000–2010 гг.)

E. I. Соколов

СПбПУ, Санкт-Петербург, Россия

В последние годы резко возрос интерес к беспилотным летательным аппаратам (БПЛА) с характерным размером менее полуметра, часто называемым микро — БПЛА (МЛА). Типичные характеристики МЛА: время полета — около 0.5 часа; практический потолок — до 100 м; масса — 10–400 г; характерный размер — от

2 до 50 см; максимальная скорость полета — около 20 м/с. МЛА должен иметь возможность скоростного «броска» к цели на скорости до 60 км/час при встречном ветре до 40 км/ч, быстрого возврата к точке запуска на скорости до 60 км/ч; барражирования, спусков и подъемов над целью с совершением маневра с минимальным радиусом разворота. Характерное для МЛА число Рейнольдса Re , рассчитанное по корневой хорде крыла лежит в диапазоне $\sim 10^3\text{--}10^5$.

Различают три типа МЛА: самолеты, вертолеты и машины. Настоящий доклад посвящен исследованиям и разработкам МЛА самолетного типа. Он состоит из двух частей.

В первой части кратко излагается история развития аэродинамики малых чисел Re . Многие годы исследования в этой области были востребованы авиамоделизмом [1–3]. Особый вклад в аэродинамику малых чисел Re внесла работа [4], удостоенная премии им. Людвига Прандтля в 1954 г. Стремительное развитие электроники во второй половине XX в. сделало возможным использование МЛА, соизмеримых с авиамоделями, для военных и гражданских целей. Впервые на это обратили внимание в конце 70-х, а в 1993 г. американской корпорацией RAND выполнено первое технико-экономическое обоснование ЛМА размером порядка двух десятков сантиметров. В 1996 г. управление перспективных исследований Министерства обороны США (DARPA) финансировало изучение проблем создания ЛМА в размере 35 млн. долларов. К исследованиям в области ЛМА были также привлечены несколько университетов США.

Начиная с 1985 г. в университете Нотр-Дам (США) проводились научные конференции по проблемам аэродинамики малых чисел Рейнольдса, в 2001 г. первая подобная конференция прошла во Франции. В 2003 г. в ФРГ состоялась практически первая международная конференция по проблемам создания МЛА «Micro Air Vehicles — Unmet Technology Requirements». Состав ее участников: ФРГ — 20 человек, США — 18; Англия — 14; Сингапур — 5; Франция — 4; Австралия, Бельгия, Италия, ЮАР — по 2 человека; Индия, Испания, Канада, Россия, Польша, Швеция — по одному. Видно, что проблемы создания МЛА привлекли не только традиционные «авиационные державы». С тех пор национальные и международные конференции по проблемам МЛА проводятся регулярно. В марте 2009 г. вышел в свет первый номер издания «International Journal of Micro Air Vehicles». Результаты многолетних исследований и разработок в области МЛА обобщены в монографиях [5, 6]. В 2010 г. вышла в свет российская монография по проблемам МЛА [7].

С использованием материалов международных конференций и рабочих встреч по МЛА (2003–2010 гг.) в докладе проводится анализ основных направлений развития всего комплекса научных и технических задач, связанных с созданием и использованием МЛА. Основные проблемы, обсуждаемые на конференциях:

- аэродинамика малых скоростей;
- использование в ЛМА принципов машущего полета птиц и насекомых;
- координация действий ЛМА при полете в «стое»;
- распознавание образов и другие проблемы технического зрения;
- уклонение от препятствий;
- полет в городских каньонах и замкнутом пространстве;
- взаимодействие между ЛМА и наземными безэкипажными комплексами;
- ЛМА с изменяемой конфигурацией;
- малогабаритные двигатели и источники энергии;
- методика разработки и летных испытаний ЛМА, и др.

Начиная европейской конференции по МЛА 2004 г. (Брауншвейг, ФРГ) конференции сопровождаются соревнованиями МЛА. Представление о разнообразии



Рис. 1

технических решений дает рис. 1, где представлен фрагмент экспозиции МЛА, участвовавших в соревнованиях в рамках первой Американо-Европейской конференции по МЛА (2005 г.).

Во второй части доклада подробно описываются микросамолеты, созданные в Санкт-Петербургском Политехническом университете. Микросамолет «Стриж» (рис. 2) оснащенный двигателем внутреннего сгорания собственной разработки, принимал участие в соревнованиях в рамках первой Американо-Европейской конференции по МЛА (2005 г.). Его логическим развитием является микросамолет «Чибис» (рис. 3), демонстрированный на выставке «БПЛА в интересах топливно-энергетического комплекса» (Москва, 2007 г.). Он оснащен электродвигателем и запускается с помощью специально разработанной пневматической катапульты. Масса его полезного груза — до 200 г, достигнутая продолжительность полета — 40 мин.



Рис. 2. Микросамолет «Стриж»



Рис. 3. Микросамолет «Чибис»

В докладе приводятся результаты расчета основных характеристик этих МЛА, подробно описываются особенности аэродинамической схемы и конструкции, отличающие их от других известных МЛА, демонстрируются фильмы, снятые на их летных испытаниях.

1. Ковалев А. П. Аэродинамические исследования летающих моделей. 1938.
2. Schmitz F. W. Aerodynamik der Flugmodels. Tragflüelmessungen. 1942.
3. Миклашевский Г. В. Летающие модели. Оборонгиз, 1946.
4. Schmitz F. W. Zur Aerodynamik der Kleinen Reynolds — Zahlen. Jahrbuch der Wissenschaften für Luftfahrt WGL, 1953 (русский перевод «Аэродинамика малых скоростей». Изд. — во ДОСААФ, 1963)
5. Fixed and Flapping Wing Aerodynamics for Micro Air Vehicle Applications / Ed. by Thomas Mueller // Progress in Astronautics and Aeronautics. — 2002. — V. 195.
6. Mueller T., Kellogg J., Ifju P., Shkaraev S. Introduction to the Design of Fixed — Wing Micro Air Vehicles // AIAA Education Series. — 2007.
7. Брусов В. С., Петручик В. П., Морозов Н. И. Аэродинамика и динамика полета малоразмерных беспилотных летательных аппаратов. — М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2010.

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ И КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ВЫСОКОТЕМПЕРАТУРНЫХ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ СВОЙСТВ РЕЗИНОПОДОБНЫХ ТЕПЛОЗАЩИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ

В. Л. Страхов¹, Ю. М. Атаманов¹, И. А. Кузьмин¹, В. Н. Бакулин²

¹ЦНИИСМ, Хотьково, Московская обл., Россия; ²ИПриМ РАН, Москва, Россия

В состав резиноподобных теплозащитных материалов, широко применяемых для внутренней теплозащиты камер сгорания современных изделий, работающих при высоких температурах, наряду с каучуком входят наполнители в виде порошка диоксида кремния (белой сажи), технического углерода, органических и углеродных волокон [1]. При работе камеры сгорания теплозащита такого типа испытывает термическое разложение (пиролиз), сопровождающееся поглощением теплоты, выделением газообразных продуктов, а также усадкой или вслучиванием (в зависимости от давления). Под рабочей поверхностью теплозащитного покрытия (ТЗП) образуется пористый обугленный слой (ОС), каркас которого в общем случае состоит из пиролитического углерода и перечисленных наполнителей. В результате химического взаимодействия углерода ОС с активными компонентами продуктов

сгорания ($O, O_2, CO_2, H_2O, N, N_2$) происходит химико-механический унос массы теплозащиты. Кроме того, при повышенных температурах возможно испарение, вначале минеральных наполнителей, а затем (при сверх высоких температурах) и углерода.

Разработана математическая модель, алгоритм и компьютерная программа расчета высокотемпературных теплофизических свойств резиноподобных теплозащитных материалов. Определяемые в соответствии с моделью теплофизические характеристики пористого подповерхностного слоя разлагающейся при нагреве теплозащиты используются при решении уравнения нестационарной теплопроводности в ТЗП.

В модель введены формулы для теплофизических характеристик, позволяющие учитывать в явной форме изменение состава и структуры каркаса пористого ТЗМ в процессе нагрева в рабочем диапазоне температур. Предполагалось, что теплозащитный материал в общем случае представляет собой четырехкомпонентную систему, состоящую из полимерной матрицы, разлагающейся при нагреве с выделением конденсированного углерода, дисперсных включений частиц диоксида кремния, технического углерода и углеродных волокон.

Для приведения четырехкомпонентной структуры к двухкомпонентным структурам использован способ, согласно которому последовательно рассматриваются составленные из перечисленных выше компонентов двухкомпонентные системы.

В результате анализа литературы по теории теплопереноса в неоднородных средах были подобраны наиболее подходящие к рассматриваемому случаю формулы для эффективных теплофизических характеристик каркаса пористого ТЗМ каждой из двухкомпонентных систем:

$$\lambda'_i = \lambda'_{i-1} \left(1 + \frac{\varphi_{i+1}}{(1 - \varphi\varphi_{i+1})/k_h + 1/(\lambda_{i+1}/\lambda_i - 1)} \right), \quad (1)$$

$$c'_i = c'_{i-1}(1 - \mu_{i+1}) + c_{i+1}\mu_{i+1}, \quad (2)$$

$$\rho'_i = 1 / \left(\frac{1 - \mu_{i+1}}{\rho'_{i-1}} + \frac{\mu_{i+1}}{\rho_{i+1}} \right), \quad (3)$$

где λ, c, ρ — теплопроводность, теплоемкость и плотность; k_h — коэффициент формы наполнителя (для сферы $k_h = 3$, для цилиндра $k_h = 2$); μ — массовая доля компонента; $\varphi_i = \mu_i \rho_o / \rho_i$ — объемная доля компонента; ρ_o — объемная плотность ТЗМ; индексы: $i = 1, 2, 3$ — номер системы и компонента.

Формулы (1)–(3) универсальны по отношению к различным типам резиноподобных ТЗМ, в том числе для материалов, в которых отсутствуют какие-либо из перечисленных наполнителей.

В процессе высокотемпературного нагрева состав каркаса изменяется следующим образом:

- в зоне неразложившегося материала при $T \leq T_{hp}$ — из связующего (каучука со смолой, технологическими, вулканизирующими добавками, органических волокон) и дисперсных включений частиц диоксида кремния, технического углерода и углеродных волокон;

- в зоне пиролиза при $T_{hp} \leq T \leq T_{kp}$ — из разлагающегося при нагреве связующего, конденсированного углерода (продукта пиролиза связующего), диоксида кремния, технического углерода и углеродных волокон, входящих в состав неразлагающегося наполнителя;

- в обугленном слое при $T_{kp} \leq T \leq 3100$ К — из конденсированного углерода, диоксида кремния, технического углерода и углеродных волокон;

— в углеродном слое при $T \geq 3100$ К — из конденсированного углерода, технического углерода и углеродных волокон.

Значения массовых долей перечисленных основных компонентов в составе материала определяются в процессе оптимизации рецептуры ТЗМ с учетом технологических ограничений.

Для определения равновесного состава продуктов пиролиза по заданному элементному составу полимерной части ТЗМ в модель введены известные соотношения материального баланса и формулы для констант скоростей химических реакций. На этой основе разработан алгоритм термодинамического расчета. Для проведения численных расчетов использована компьютерная программа, широко применяемая в отрасли при расчетах равновесного состава и термодинамических характеристик продуктов сгорания твердых ракетных топлив.

В качестве исходных данных используются:

— теплопроводность, теплоемкость и плотность исходного материала, которые определяются экспериментально на существующем лабораторном оборудовании;

— значения степени завершенности процесса термического разложения и коксового числа ТЗМ, определяемые экспериментально методом термогравиметрии;

— теплопроводность, теплоемкость и плотность минерального наполнителя, конденсированного (аморфного) углерода и материала углеродных волокон, а также газов пиролиза, которые принимаются по литературным данным.

В соответствии с разработанным алгоритмом создан программный модуль, который вошел в состав программного комплекса — системы компьютерного моделирования работы внутренней теплозащиты.

Проведены численные исследования для типичного резиноподобного теплозащитного материала на основе этиленпропиленового каучука с наполнителем из диоксида кремния.

1. Страхов В. Л., Кузьмин И. А., Бакулин В. Н. Модель высокотемпературных теплофизических свойств резиноподобных теплозащитных материалов // Материалы XI Международной конференции по неравновесным процессам в соплах и струях (NPNJ'2016), 25–31 мая 2016 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2016. — С. 531–534.

СРАВНЕНИЕ ТРАДИЦИОННОГО ПОДХОДА К ПРОЕКТИРОВАНИЮ ПОДПОРНОЙ БАЛКИ С ПОДХОДОМ, ОСНОВАННОМ НА ТОПОЛОГИЧЕСКОЙ ОПТИМИЗАЦИИ

C. A. Туктаров, B. M. Уськов, B. B. Чедрик

ЦАГИ, Жуковский, Московская обл., Россия

Важнейшую роль при расчетно-экспериментальных исследованиях играет валидация методов и математических моделей на основе эксперимента. Она особенно актуальна при разработке новых подходов к проектированию конструкций летательных аппаратов. Одним из таких подходов являются разработанные в ЦАГИ методы и алгоритмы оптимизации топологии конструкции с целью синтеза ее конструктивно-силовой схемы. Они построены на основе критериев оптимальности, вытекающих из постановки задачи оптимизации. В данной работе рассматривается задача минимизации потенциальной энергии деформации (податливости) при заданном объеме материала, рассматриваемая авторами в статьях [1, 2]. Построенные

алгоритмы позволяют получать оптимальные решения, определяющие конструктивно-силовую схему для заданной нагрузки.

Однако, в настоящее время не имеется достаточного экспериментального подтверждения достоверности получаемых оптимальных решений. Поэтому в данной работе делается попытка построения простого демонстратора, позволяющего оценить эффективность методов топологической оптимизации к нахождению конструктивных решений по отношению к решениям, получаемым на основе традиционного подхода к проектированию. Рассматривается пример проектирования подпорной балки, известной в технической литературе как балка MBB, так как аналогичная ей применялась в самолетах немецкой авиационной компании MBB. Нагрузка и граничные условия представлены на рис. 1.

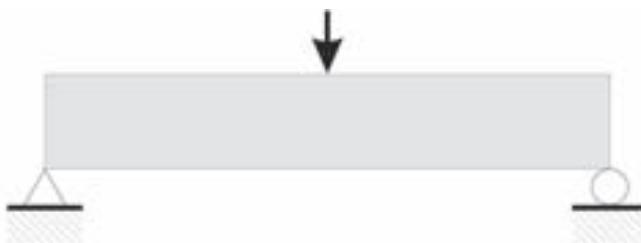


Рис. 1. Схема нагружения и граничных условий

Традиционный подход состоял в проектировании балки с сечением в виде двутавра с переменной шириной полки. Толщина стенки выбиралась из условия обеспечения допускаемых касательных напряжений при действии максимальной поперечной силы. Толщина поясов считалась постоянной вдоль размаха балки, а их ширина определялась из условия обеспечения допускаемых нормальных напряжений от изгиба. В таком предположении ширина поясов для половины балки вычисляется по формуле:

$$b_n = \frac{\frac{PH}{2[\sigma]}x - \frac{h^3\delta_{ct}}{6}}{\delta_n(H - \delta_n)^2}, \quad \text{если } b_n > \delta_{ct},$$

$$b_n = \delta_{ct}, \quad \text{если } b_n \leq \delta_{ct}.$$

Здесь b_n и δ_n — соответственно ширина и толщина поясов, δ_{ct} — толщина стенки, H — высота двутавра, h — высота стенки, P — поперечная сила, $[\sigma]$ — допускаемое напряжение. Полученная конструкция с использованием такого метода является равнопрочной за исключением зон, где имеется конструктивно-технологическое ограничение.

Полученный вес конструкции по традиционному подходу использовался в качестве ограничения для проектирования конструкции на основе топологической оптимизации. Исходной моделью для топологической оптимизации являлся параллелепипед с максимальными размерами высоты и ширины двутавра. Этот параллелепипед был разбит на большое количество конечных элементов в виде кубиков.

На рис. 2 показаны как традиционное решение (слева), так и решение с оптимальной топологией, имеющее четыре полости и переменную ширину поясов и переменные толщины стенки и поясов. Последняя конструкция обладает большей жесткостью при той же массе, что и традиционная.



Рис. 2. Традиционная (слева) и оптимальная по топологии (справа) конструкции подпорной балки

Проведен анализ напряженно-деформированного состояния двух моделей, на основе которого определяются места установки тензодатчиков для измерения напряжений, способы приложения нагрузки и адекватного формирования граничных условий. Определен способ измерения перемещений конструкции при деформировании. Сформировано техническое задание на изготовление полученных конструктивных элементов на основе аддитивных технологий, а также описан порядок проведения статических испытаний.

- Сысоева В. В., Чедрик В. В. Алгоритмы оптимизации топологии силовых конструкций // Ученые записки ЦАГИ. – 2011. – Т. XLII, №2. – С. 91–102.
- Uskov V.M., Balunov K.A. Method for topology optimization with clear boundary shape of structure // In: OPT-i 2014 – 1st International Conference on Engineering and Applied Sciences Optimization, Proceedings 1. – Kos, Greece, June 4–6, 2014. – P. 1324–1331.

АНАЛИЗ ВЛИЯНИЯ ДЕГРАДАЦИИ СВОЙСТВ РЕМОНТНОЙ ЗАПЛАТЫ НА РАЗВИТИЕ ЭКСПЛУАТАЦИОННЫХ ПОВРЕЖДЕНИЙ АВИАЦИОННЫХ КОНСТРУКЦИЙ

A. A. Федотов, A. B. Ципенко

МАИ, Москва, Россия

Полимерные композиционные материалы (ПКМ) в настоящее время находят разнообразное применение при создании авиационных конструкций. Наряду с этим, композитные материалы (угле-, стеклопластики, гибридные металл-полимерные материалы) могут применяться и для обеспечения эксплуатации и ремонта поврежденных авиационных конструкций. При рассмотрении существующих технологий ремонта композитных конструкций можно выделить технологию kleевых ремонтов, демонстрирующую высокую эффективность по сравнению с традиционными технологиями установки ремонтных и усиливающих заплат. Клеевые ремонты с применением композитных заплат могут с успехом применяться и для ремонта металлических конструкций [1, 2]. Работая совместно с отремонтированным элементом, ремонтная заплата подвергается тем же нагружающим факторам и, следовательно, будет также демонстрировать картину усталостной деградации свойств.

Проектировочный расчет kleевого ремонтного соединения целесообразно выполнять, применяя вычислительный комплекс, прогнозирующий напряженно-деформированное состояние (НДС) системы «конструкция–клей–заплата» и учитывающий скорость роста повреждения при изменении свойств материалов. В то же

время использование универсальных многофункциональных программных продуктов конечно-элементного моделирования зачастую избыточно при оценке и оптимизации вариантов kleевых соединений и ремонтных заплат. Для поэтапного определения параметров ремонтного соединения и анализа их взаимосвязей на этапе проектирования построен аналитический расчетный комплекс. На первом этапе работы расчетного комплекса строится НДС соединения без учета повреждения (применяется метод собственных значений деформаций и кривизны, основанный на теории эллиптических включений Эшельби [3, 4]), на втором этапе на втором этапе в расчет включается повреждение со своими геометрическими параметрами и производится вычисление коэффициентов интенсивности напряжений в ключевых местах соединения, на третьем этапе определяется скорость развития повреждения в ремонтном соединении с учетом изменения свойств материала под действием циклической нагрузки.

Для расчета скорости развития повреждения конструкции и проектирования ремонтных операций в аналитический расчетный комплекс необходимо включить надежную модель разрушения композитных материалов и методику определения их усталостной долговечности. Однако попытки получить обобщенную теорию деградации свойств и разрушения ПКМ привели лишь к возникновению множества расчетных моделей, зависящих от параметров, определяемых опытным путем [5]. Для получения информации, пригодной к использованию в процессе проектирования, требуется проведение серии экспериментов с образцами требуемой структуры из интересующего материала, произведенного по выбранной технологии [6]. Усталостные испытания, проведенные в целях получения данных по деградации механических свойств углепластиковых образцов, показали значительное снижение модуля упругости образца, имитирующего ремонтную заплату, при циклическом нагружении при различных значениях температуры. Зависимости, аппроксимирующие экспериментальные данные, были включены в расчет развития повреждений. Анализ результатов вычисления скорости роста повреждения говорит о необходимости обязательного учета деградации модуля упругости ремонтной заплаты при использовании ПКМ в качестве ремонтного материала.

Результаты расчета kleевого ремонтного соединения позволяют делать выводы об эффективности выбранных схем ремонта и устранять из дальнейшего рассмотрения неудовлетворительные варианты. Учет изменения свойств жесткости материала ремонтной заплаты дает возможность определять критические для проектирования соединения расчетные случаи и назначать более актуальные интервалы осмотра места ремонта в ходе дальнейшей эксплуатации отремонтированной конструкции.

1. Baker A. A., Rose L. R. F. and Jones R. (eds.) *Advances in the Bonded Composite Repairs of Metallic Aircraft Structure*. — Elsevier Science Ltd., 2002.
2. Baker A. A. *Repair of metallic airframe components using fibre-reinforced polymer (FRP) composites. Rehabilitation of Metallic Civil Infrastructure Using Fiber Reinforced Polymer (FRP) Composites*. Woodhead Publishing Ltd., 2014.
3. Eshelby J. D. The determination of the elastic field of an ellipsoidal inclusion and related problems. Proceeding of Royal Society (London) A241, 1957.
4. Beom H. G. Analysis of a plate containing an elliptic inclusion with eigencurvatures // Archive of Applied Mechanics. — 1998. — V. 68.
5. Степнов М. Н., Чернышев С. Л., Ковалев И. Е., Зимин А. В. Характеристики сопротивления усталости. Расчетные методы оценки. — М.: Технология машиностроения, 2010.
6. Семин М. И., Стреляев Д. В. Расчеты соединений элементов конструкций из композиционных материалов на прочность и долговечность. — М.: ЛАТМЭС, 1996.

МЕТОДИКА ОЦЕНКИ ПОТРЕБНОЙ МАССЫ ТОПЛИВА ЭНЕРГЕТИЧЕСКОЙ УСТАНОВКИ СТУПЕНИ ТОЧНОГО ВЫВЕДЕНИЯ КОСМИЧЕСКИХ АППАРАТОВ

A. B. Фомичев, Е. А. Ерошкевич

MГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия

В докладе представлена методика оценки потребной массы топлива энергетической установки точного выведения. Целью методики является определение массы заряда твердого ракетного топлива энергетической установки точного выведения, необходимой для компенсации промаха по скорости и угловому положению, накапливаемого носителем при выведении космического аппарата на орбиту. Данная методика представляет собой многократный численный расчет траектории полета изделия, причем, начальные и граничные параметры расчета задаются в виде случайных величин с нормальным распределением в пределах своих полей допусков, с последующей оценкой поля промаха носителя и массы топлива ступени точного выведения, соответствующей данному промаху.

Исходные данные

Параметры изделия:

- масса всего изделия M_0 и его отделяемых в процессе полета элементов m_j , а также масса выводимого на орбиту апогейной ступени $M_{\text{АП}}$ и его инерционные характеристики I_X, I_Y, I_Z ;
- масса топлива каждой ступени ω_n ;
- геометрические характеристики каждой ступени (L_n, d_n) и характерный размер апогейной ступени $r_{\text{АП}}$;
- коэффициент формы изделия (i);
- удельный импульс топлива энергетической установки каждой ступени I_n , в том числе ступени точного выведения I_{TB} ;
- схема действия изделия в полете.

Параметры рассеивания

Параметры, приведенные выше, задаются в виде случайных величин с нормальным законом распределения и предельными отклонениями H_j с вероятностью $P = 0,997$. Таким образом, каждый параметр изделия характеризуется значением его среднеквадратичного отклонения (СКО) $\sigma_j = H_j/3$, и математическим ожиданием (своим номинальным значением). Совокупность разбросов всех рассматриваемых параметров обуславливает кинематический промах ракеты-носителя ΔV .

Параметры численного эксперимента:

- шаг интегрирования D ;
- количество экспериментов N .

Математическая модель. Для построения номинальной траектории методом Рунге–Кутты 4-го порядка решается прямая задача внешней баллистики (1) с начальными условиями (2), предполагающими вертикальный старт изделия.

Численный эксперимент проводится путем многократного решения системы дифференциальных уравнений движения изделия с характеристиками, заданными в исходных данных, с учетом их случайного характера:

$$\begin{cases} \frac{dV}{dt} = P_i H(t) - g(r - R_3) \cos(\pi/2 - \theta) - I_x i_{43} C_{x43}(M) \Pi(r - R_3) M^2, \\ \frac{d\theta}{dt} = -g(r - R_3) \frac{\cos(\theta)}{V} + f(\theta), \\ \frac{dr}{dt} = V \sin(\theta), \quad \frac{d\alpha}{dt} = -V \cos(\theta), \quad \frac{dM}{dt} = -G_i. \end{cases} \quad (1)$$

При $t = 0$:

$$\begin{cases} V = V_0, \\ \theta = \pi/2, \\ r = R_3, \\ \alpha = \pi/2, \\ M = M_0 \end{cases} \quad (2)$$

где $I_X = \frac{kp_{0N}\pi d^2}{8M_0}$, $M = \frac{V}{a}$ (число Maxa), $\Pi(r - R_3) = \frac{p(r - R_3)}{p_{0N}}$, k — показатель адиабаты воздуха; R_3 — радиус Земли; r — расстояние от центра Земли до центра масс ракеты; α — угол между прямой «центр Земли — центр масс ракеты» и прямой «центр Земли — точка старта» (угол места); p_{0N} — атмосферное давление у поверхности Земли; i_{43} — коэффициент формы обтекателя; a — скорость звука; $C_{x43}(M)$ — закон изменения коэффициента лобового сопротивления; V — скорость полета; θ — угол наклона касательной к траектории в текущей ее точке к местному горизонту (угол тангажа); $f(\theta)$ — закон управления углом тангажа; $p(r - R_3)$ — атмосферное давление на высоте; R — газовая постоянная воздуха; P_i — тяга двигателя i -й ступени; G_i — расход топлива i -й ступени, $H(t) = \begin{cases} 1, & \text{если } t \leq t_{An}, \\ 0, & \text{если } t > t_{An} \end{cases}$ — функция Хевисайда, где t_{An} — время полета на активном участке траектории n -й ступени.

Результаты численного эксперимента. В результате многократного решения системы уравнений движения изделия вычисляются значения среднеквадратичного отклонения исследуемых параметров (в данном случае — скорости σ_V и углового положения в плоскости тангажа σ_θ) и значения промаха носителя по этим параметрам (3) и (4):

$$\Delta\theta = 3\sigma_\theta, \quad (3)$$

$$\Delta V = 3\sigma_V. \quad (4)$$

Расчет массы топлива энергетической установки точного выведения, требуемой для компенсации промаха по скорости и по угловому положению, проводится в соответствии с (5) и (6)

$$\omega_{\Delta V} = \frac{\Delta VM_{\text{AP}}}{t_{\text{TB}}}, \quad (5)$$

$$\omega_{\Delta\theta} = \frac{4J_z \frac{\Delta\theta}{t_{\text{BPRAP}}}}{I_{\text{TB}}}, \quad (6)$$

где t_{BPR} — время разворота апогейной ступени.

Таким образом, масса топлива энергетической установки точного выведения может быть оценена в соответствии с (7):

$$\omega_{\text{TB}} = (\omega_{\Delta\theta} + \omega_{\Delta V})k_3, \quad (7)$$

где $k_3 = 1,05 \dots 1,25$ — коэффициент запаса, значение которого выбирается на основании числа параметров изделия, отклонение которых учитывается в приведенных расчетах, чувствительности основных параметров траектории на к данным параметрам изделия, а также на основании числа исследуемых параметров (например, в данном случае исследовались отклонения параметров θ и V).

ВЕРОЯТНОСТНЫЙ МЕТОД ОБОСНОВАНИЯ УРОВНЯ НЕОПРЕДЕЛЕННОСТЕЙ ПО ЗАДАННОЙ ВЕРОЯТНОСТИ РАЗРУШЕНИЯ И КОЭФФИЦИЕНТУ БЕЗОПАСНОСТИ

B. B. Чедрик

ЦАГИ, Жуковский, Московская обл., Россия

На протяжении всей истории авиастроения обеспечение безопасности летательных аппаратов является приоритетным направлением при проектировании авиационных конструкций. При рассмотрении вопросов проектирования по условиям прочности и аэроупругости для этого вводится коэффициент безопасности, от которого зависит как прочность силовых элементов, так и весовое совершенство конструкции. Введение коэффициентов безопасности обусловлено необходимостью учитывать различного рода неопределенности в параметрах, определяющих:

- условия эксплуатации;
- производственные несовершенства при изготовлении конструкции;
- разбросы прочностных и жесткостных характеристик материалов;
- характер разрушения отдельных элементов и конструкции в целом.

Такие параметры влияют на прочность и жесткость конструкции и имеют естественный разброс от номинальных значений, которые закладываются при проектировании конструкции.

В задаче обеспечения прочности конструкции сопоставляются характеристики прочности, соответствующие внешним условиям нагружения и допускаемыми прочностными свойствами материалов, из которых изготовлена конструкция. Ее решение может быть выполнено как в вероятностной, так и в детерминистической постановке. Детерминистический подход принят в качестве основного метода в расчетах прочности. В нем предполагается применение коэффициента безопасности, выбранного на основании многолетнего опыта. Стоит отметить, что понятие коэффициента безопасности тесно связано с надежностью конструкции [1, 2], определяемой вероятностью разрушения. Определяющими факторами, связывающими коэффициент безопасности и надежность конструкции, являются различного рода неопределенности. Они могут быть наиболее правильно учтены в процедурах анализа прочности с применением вероятностного подхода.

В работе предлагается вероятностный метод для решения задачи о допустимом уровне неопределенностей в конструкции и условиях нагружения для заданных значений вероятности разрушения и коэффициента безопасности. В нем делается количественная оценка вероятности разрушения крыла по критериям прочности и флаттера с применением метода Монте-Карло. Учитывается разброс таких параметров, как толщины обшивок, стенок лонжеронов и нервюр, площади сечений стрингеров, упругие характеристики материала, а также параметры, определяющие условия нагружения (скорость, высота, перегрузка). Используется нормальный закон распределения варьируемых параметров с одинаковым относительным среднеквадратичным отклонением, выраженным в процентах по отношению к номинальной величине. Строится зависимость вероятности разрушения от величины относительного среднеквадратичного отклонения, определяющего уровень неопределенности. Это позволяет провести оценку допустимого уровня разброса параметров для установленного коэффициента безопасности и вероятности разрушения конструкции.

На примере крыла среднемагистрального самолета проведен вероятностный анализ по условиям статической прочности. Рассматривалась корневая зона крыла, где эквивалентные напряжения имеют высокие значения при экстремальных экс-

плутационных нагрузках. Расчеты напряжений проводились путем варьирования параметров, таких как толщины обшивок, стенок лонжеронов и нервюр, площади сечений стрингеров. Также задавался диапазон изменения модуля упругости материала. Вероятность разрушения по условиям прочности определялась отношением количества разрушенных конструкций к общему количеству проводимых расчетов.

В работе также рассмотрен вопрос о влиянии величины неопределенности на скорость флаттера на примере модели крыла ближнемагистрального самолета [3]. В вероятностной постановке разрушение конструкции от флаттера определяется как событие, когда случайная скорость самолета превышает случайную скорость флаттера. Для оценки вероятности разрушения по условиям аэроупругости необходимо знать функции распределения скорости полета и скорости флаттера. Разброс скорости полета, в основном, определяется человеческим фактором и/или погрешностью приборов. Однако, разброс скорости флаттера обусловлен многими причинами, связанными с выше указанными неопределенностями. Важно понимать, разброс каких параметров из всей совокупности неопределенностей является наиболее критичным к изменению скорости флаттера, а также в каких зонах конструкции разброс параметров сильно влияет на скорость флаттера. Для этого был проделан анализ чувствительности к неопределенностям в жесткостных характеристиках. Полученные значения градиентов скорости флаттера по варьируемым параметрам были использованы для построения зависимости случайной скорости флаттера от одного параметра, который представляет собой нормированный разброс всех рассматриваемых параметров.

Описанная процедура позволяет отбросить большую часть сложных расчетов флаттера, когда из полученной зависимости видно отсутствие флаттера в диапазоне эксплуатации самолета. Оценка вероятности разрушения по такому методу позволяет сократить количество расчетов более чем на порядок.

Применение разработанного вероятностного метода позволяет инженерам-проектировщикам создавать конструкции более надежные с точки зрения прочности и аэроупругости, а также дает возможность сделать оценку необходимого уровня качества применяемых материалов и технологии изготовления. Представленный метод вероятностного анализа является эффективным для оценки величин разбросов по характеристикам материалов, параметрам авиационной конструкции и условий ее нагружения для удовлетворения необходимого уровня безопасности по условиям прочности и аэроупругости. Метод позволяет значительно сократить вычислительные затраты при вероятностном анализе конструкции.

1. Elishakoff I. Safety Factors and Reliability: Friends or Foes? — Springer, 2004.
2. Селихов А. Ф., Чижов В. М. Вероятностные методы в расчетах прочности самолета. — М.: Машиностроение, 1987.
3. Чедрик В. В. Вероятностная оценка влияние разброса различных параметров на характеристики флаттера // Труды 58 научной конференции МФТИ. — 2015.

СРАВНИТЕЛЬНЫЙ АНАЛИЗ ЭФФЕКТИВНОСТИ ДВИГАТЕЛЬНЫХ УСТАНОВОК НАНОСПУТНИКОВ ДЛЯ РАЗЛИЧНЫХ РАБОЧИХ ТЕЛ

C. A. Шустов

СГАУ, Самара, Россия

Излагаются результаты анализа эффективности двигательных установок (ДУ) наноспутников, использующих в качестве исполнительных органов ракетные двигатели малой тяги (РДМТ) на твердых, жидкых и газообразных компонентах топ-

лива. Анализ проводится для двух вариантов использования ДУ — в качестве разгонного блока (РБ) и применительно к задачам стабилизации и ориентации наноспутника относительно его центра массы.

С точки зрения динамики полета, основной энергетической характеристикой ДУ наноспутника как космического аппарата является величина суммарного импульса тяги, которая определяется следующим образом [1]:

$$J_{\Sigma} = J_{y,p}^d \cdot m_{\Sigma} [\text{Н} \cdot \text{с}], \quad (1)$$

где $J_{y,p}^d$ — действительный удельный импульс тяги РДМТ в пустоте с учетом потерь; m_{Σ} — суммарный запас рабочего тела на борту космического аппарата. Основными факторами, вызывающими снижение величины удельного импульса тяги РДМТ являются:

- вязкость и связанные с ней потери из-за трения;
- потери из-за химическая неравновесности;
- не одномерный характер течения в сверхзвуковой части сопла и связанные с этим потери из-за рассеяния.

Для численного определения величины удельного импульса тяги с учетом перечисленных потерь использовалась методика термогазодинамического расчета [2].

Таблица 1
Результаты расчета для единичного блока наноспутника

№	Название параметра	ГРДМТ (рабочее тело газообразный азот)	ГРДМТ (сжиженный газ бутан)	ЖРДМТ	РДТТ
1	2	3	4	5	6
1	Масса рабочего тела m_{Σ} , кг	0,3 (при давлении 30 МПа)	0,43	0,5	1,25
2	Удельный импульс тяги в пустоте $J_{y,p}^d$, м/с	от 630 до 710	от 500 до 570	2400	2400
3	Суммарный импульс тяги J_{Σ} , Н · с	от 190 до 215	от 215 до 245	1200	3000

Примечание: более низкие значения величин $J_{y,p}^d$ и J_{Σ} для ГРДМТ на газообразном рабочем теле (столбец 3) соответствуют их использованию в ДУ для ориентации и стабилизации наноспутников, а более высокие значения — для их использования в ДУ РБ наноспутников.

В качестве базового рассматривался единичный модуль наноспутника с размерами $10 \times 10 \times 10$ см. В качестве исполнительных органов ДУ рассматривались РДМТ на твердом (РДТТ), жидким (ЖРДМТ) и газообразном (ГРДМТ) топливом. Для каждого из этих трех вариантов топлива определялась предельно-достижимая величина удельного импульса тяги с учетом потерь, а далее по величине удельного импульса тяги и запасу топлива в соответствии с (1) определялась величина суммарного импульса тяги J_{Σ} . Результаты расчетов, приведенные в табл. 1, позволяют сделать следующие выводы:

- наибольший суммарный импульс порядка 3000 Н · с для единичного модуля наноспутника обеспечивает использование РДМТ на твердом топливе (РДТТ); с учетом одноразовости включения эти РДТТ наиболее целесообразно использовать в составе ДУ разгонных блоков наноспутников;
- ДУ с ЖРДМТ и ГРДМТ могут быть использованы как для разгонных блоков наноспутников, так и в задачах стабилизации и ориентации наноспутников,

поскольку эти РДМТ могут работать как в непрерывных, так и в импульсных режимах включений;

— ДУ с использованием ЖРДМТ обеспечивают величину суммарного импульса около 1200 Н · с, значительно уступая по этому показателю РДТТ, но заметно превосходя ГРДМТ; однако значительные сложности конструктивно-технологического характера создания ДУ с ЖРДМТ в габаритах порядка $10 \times 10 \times 10$ см и связанная с этим высокая стоимость приводят к тому, что практическая реализация ДУ с ЖРДМТ для наноспутников в настоящее время является весьма проблематичной;

— ДУ для наноспутников с использованием ГРДМТ обеспечивают величину суммарного импульса в диапазоне от 190 до 245 Н · с, значительно уступая как РДТТ, так и ЖРДМТ; однако основным их преимуществом является относительная простота, надежность и более низкая стоимость.

1. Раушенбах Б. В., Токарь Е. Н. Управление ориентацией космических аппаратов. — М.: Наука. Гл. ред. физ.-мат. лит-ры, 1974. — 398 с.
2. Шустов С. А. О газодинамическом расчете сопел микrorакетных двигателей для управления малыми космическими аппаратами // Материалы XVI Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам, 25–31 мая 2009 г., г. Алушта. — М.: Изд-во МАИ. — 2009. — С. 770–771.

Секция J КОМПЬЮТЕРНОЕ ОБУЧЕНИЕ.
СОВРЕМЕННЫЕ КОМПЬЮТЕРНЫЕ ТЕХНОЛОГИИ
И ПОДГОТОВКА СПЕЦИАЛИСТОВ
ДЛЯ РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКОЙ ОТРАСЛИ

**ПРОЕКТИРОВАНИЕ ИНТЕРФЕЙСА ПОЛЬЗОВАТЕЛЯ
ДЛЯ АВТОМАТИЗАЦИИ РАСЧЕТОВ
В ПАКЕТЕ ПЕРВОПРИНЦИПНОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ VASP**

Я. А. Алейников

МАИ, Москва, Россия

Современные возможности компьютерного моделирования научных задач значительно облегчают работу специалистам, например, для задач моделирования структуры вещества широко используется программный пакет VASP [1]. The Vienna Ab initio Simulation Package (VASP) — это программный продукт для моделирования материалов на атомарном уровне используя методы квантовой механики. Для освоения VASP от исследователя требуется не только знания предметной области, но и достаточно высокий уровень технической грамотности, опыт работы с командной строкой Linux, подготовки файлов специфических форматов, знания и навыки использования команд вычислительного кластера. Кроме временных затрат на обучение (от нескольких недель), такой способ работы снижает общую скорость технической подготовки вычислительного эксперимента, увеличивает вероятность ошибки (несогласованных параметров во входных файлах).

Одним из возможных путей решения данной задачи является предоставление специалисту интуитивно понятного графического интерфейса пользователя. Самой высокоуровневой частью любого средства является общий пользовательский интерфейс, с которого начинается любой тип работы с расчетами. В рамках настоящей работы проводится анализ существующих решений и разработка пользовательского интерфейса для наиболее востребованной функциональности.

На данный момент разработаны и разрабатываются средства визуализации, которые являются либо коммерческими, либо предоставляются бесплатно [2]. К сожалению, бесплатные средства обладают недостаточно широким функционалом, в то время как использование коммерческих программ требует материальных вложений. При проведении оценки полезности коммерческих программ анализируются их основные преимущества: хорошо спроектированный интерфейс и возможность работы с базами данных. У средств, предоставляемых бесплатно, основным преимуществом является доступность и то, что большинство из них содержит визуализацию, иногда и 3D, выходных файлов VASP. В сотрудничестве с экспертами в предметной области, в ходе данной работы, выделяются базовые требования к разрабатываемому инструменту и, что важно, определяются требования конечного пользователя для облегчения работы с инструментом. Пользователем данного инструмента будет являться исследователь — специалист по моделированию материалов, хорошо знающий предметную область, но не знакомый с VASP в техническом плане. При таком определении, на первое место, в плане разработки интерфейса,

ставится понятность и простота работы с базовым функционалом предоставляемым VASP. Проводится доработка разработанного модуля интеграции, на данный момент, позволяющего ввести подмножество входных параметров, запустить VASP, дождаться окончания выполнения вычислений и получить результаты, после чего вывести их на текстовом, не слишком понятном, виде.



Рис. 1. Интерфейс модуля интеграции

Существующая платформа реализована с помощью стека технологий Microsoft.NET Framework 4.5, Windows Presentation Foundation, Autofac, RestSharp, ASP.NET Web Api, ASP.NET MVC, MS SQL Server 2008. С их помощью происходит взаимодействие между такими логическими частями программы как Windows клиент, Web сервер и база данных. На данном этапе интерфейс реализует основную функциональность при проведении вычислительного эксперимента: работа с базой данных, нативная подготовка этих данных, проведение расчета с последующим отображением и хранением результатов. Интерфейс с VASP единообразно интегрируется с другими расчетными модулями.

Доработка предполагает создание визуализации результатов работы с использованием технологии WPF [3] в Windows клиенте; извлечение вычисленных параметров материала; сохранение параметров и результатов расчета в базу данных, импорт и экспорт в широко используемый формат CIF [4].

Данный инструмент позволит пользователю работать с таким пакетом как VASP, используя интуитивно понятный инструмент.

1. <https://www.vasp.at>.
2. <https://www.vasp.at/index.php/resources>.
3. [https://msdn.microsoft.com/en-us/library/ms754130\(v=vs.100\).aspx](https://msdn.microsoft.com/en-us/library/ms754130(v=vs.100).aspx).
4. <http://www.iucr.org/resources/cif>.
5. Абгарян К. К., Сечевых П. А., Гаврилов Е. С. Объектно-реляционный подход к разработке системы компьютерного моделирования многомасштабной схемы расчета многослойных полупроводниковыхnanoструктур // Программная инженерия. — 2015. — №8. — С. 9–17.
6. Абгарян К. К., Гаврилов Е. С., Марасанов А. М. Информационная поддержка задач компьютерного моделирования высокоскоростного взаимодействия твердых тел // International Journal of Open Information Technologies. — 2014. — V. 2, No. 12.
7. Мэтью Мак-Дональд. WPF 4.5: Windows Presentation Foundation в .NET 4.5 с примерами на C# 5.0 для профессионалов. — М.: ВИЛЬЯМС, 2013. — 1024 с.

РАЗЛИЧИЯ В СУБЪЕКТИВНЫХ КОМПОНЕНТАХ ПРОФЕССИОНАЛЬНОЙ КУЛЬТУРЫ У СТУДЕНТОВ ТЕХНИЧЕСКИХ ВУЗОВ

Т. А. Булавкина¹, Г. А. Неклюдова²

¹БГИТА, Брянск, Россия; ²БГТУ, Брянск, Россия

Информация является для студента значимой, если она проходит через осмысление личностью и превращает ее (личность) из пассивного потребителя сообщаемых знаний в творца собственной культуры (профессиональной, общей, физической и т. д.). С этой точки зрения важно то, какую информацию студент воспринимает как значимую, насколько она способствует его развитию и становлению. Массовый выпуск профессионалов современной высшей технической школой не предполагает жесткого соответствия способностей личности (физических, психологических, психофизиологических и других) требованиям профессии. В связи с этим возникает вопрос, какой уровень развития профессиональной культуры необходим и достаточен для успешности образовательного процесса в техническом вузе.

Образование, как отмечает А. Г. Асмолов [1], может стать проводником культуры полезности и «формовать» личность, либо пытаться организовать жизнь так, чтобы помочь каждому человеку найти себя и обеспечить развитие общества. Предполагается, что профессиональная культура как социальное понятие (стереотипы, общественные нормы, идеалы, ценности, традиции) релевантна по отношению ко всем студентам высшей технической школы. Каждая же личность обладает этой культурой в разной мере, что влияет на достаточно широкий спектр составляющих жизни личности в период получения высшего образования: отношение к учебе, вузу, проведение свободного времени, образ жизни, круг общения, работоспособность, интересы, внешний облик, модные пристрастия и т. д.

Выделяется целый ряд объективных компонентов профессиональной культуры личности: знания, умения, навыки, подготовленность, работоспособность, реальная или декларируемая включенность в деятельность, насыщенность, или интенсивность этой деятельности.

К субъективным элементам профессиональной культуры можно отнести нормы личности, ценности, потребности, мотивы, установки, интересы, традиции и т. д. Как объективные, так и субъективные элементы культуры личности обладают культурной вариабельностью, но для психологического анализа поведения личности в рамках профессиональной культуры в большей степени важны субъективные компоненты.

Концептуализация субъективного компонента профессиональной культуры личности позволяет измерить ее. В настоящем исследовании акцентируется внимание на определении когнитивного компонента социокультурного опыта личности в профессиональной (и образовательной) области (в отличие от большинства исследований, выделяющих в качестве когнитивного компонента — знания). Приобщение к профессиональной культуре для личности означает не только освоение, усвоение, присвоение достижений культуры, но и умение их использовать в жизни и деятельности, что предполагает их некую личностную значимость в жизни студента.

В организации данного исследования применялся метод репертуарных решеток [2, 3]. С целью выявления отличий комплекса bipolarных конструктов у студентов Брянского государственного технического университета (БГТУ) и Брянского государственного инженерно-технологического университета (БГИТУ) и исследования структуры восприятия ими окружающей действительности с акцентом на профессионально-образовательный компонент и учебно-профессиональную деятель-

ность, был использован разведочный метод: анализ соответствий (correspondence analysis). С помощью метода репертуарных решеток были обследованы студенты (мужского пола) 1–2 курсов обоих вузов: студентов БГИТУ 118 человек в 2013–2014 году, 56 человек в 2015–2016 учебном году, а также 29 студентов БГТУ. Было получено 4060 высказываний (конструктов), которые подверглись статистической обработке. Частотная таблица сопряженности обрабатывалась с помощью многомерного статистического шкалирования (пакет STATISTICA).

Анализ соответствий позволяет сгруппировать категории студентов и категории восприятия ими действительности (конструкты) [4].

Оказалось, что студенты БГИТУ в большей степени ориентированы на материальный успех, получение работы в будущем, профессионализм, в то время как студентам БГТУ интересны знания, которые они получают, расширение кругозора, хорошая успеваемость, уровень интеллекта и эмоциональное отношение к работе («любить свою работу»), трудолюбие.

Не наблюдается корреляционной связи у студентов обоих вузов с ценностями студенческой жизни, занятиями наукой, интересом к конкретным учебным предметам.

Таким образом, можно предположить, что различная образовательная среда оказывает влияние на учебные и профессиональные предпочтения студентов, тем самым формируя компоненты их профессиональной культуры.

1. Асмолов А. Г. Практическая психология как фактор конструирования образовательного пространства личности // Психология с человеческим лицом: гуманистическая перспектива в постсоветской психологии / Под ред. Д. А. Леонтьева, В. Г. Щур. — М.: Смысл, 1997. — С. 239–248.
2. Булавкина Т. А., Неклюдова Г. А. Ценностно-когнитивные предпосылки становления физической культуры личности студентов технического вуза в процессе профессионального образования // Вестник Брянского государственного технического университета. — 2015. — №3 (47 июнь–сентябрь). — С. 211–218.
3. Булавкина Т. А., Неклюдова Г. А. Модель сензитивности к образовательному процессу студентов технических вузов // Материалы XXII международного симпозиума «Динамические и технологические проблемы механики конструкций и сплошных сред» имени А. Г. Горшкова (Вятчи, 15–19 февраля 2016 г.). Т. 1. — М.: ООО «ТР-принт», 2016. — С. 59–61.
4. Неклюдова Г. А., Булавкина Т. А., Кузебо Г. И. Физическая культура студентов технических вузов как когнитивный конструкт [Текст] + [Электронный ресурс]: монография. — Брянск: БГТУ, 2016. — 188 с.

ПРИМЕНЕНИЕ СИСТЕМЫ WEKA ПРИ ПРОВЕДЕНИИ РАСЧЕТНО-ПРАКТИЧЕСКИХ РАБОТ ПОИСКА АССОЦИАТИВНЫХ ПРАВИЛ

B. И. Виноградов, B. И. Круглов

МАИ, Москва, Россия

В качестве лабораторного практикума была выбрана система «Weka», в которой стало возможно преобразовывать исходные данные в конечный продукт — набор правил и алгоритмов для оптимизации всех сфер бизнеса: будь-то маленький интернет-магазин, либо же целая сеть магазинов. Благодаря своей простоте и вычислительной мощности обработка массива информации будет завершена в кратчайшие сроки.

Как говорится: «Лучше один раз увидеть, чем сто раз услышать»... Однако же здесь: «Лучше один раз проделать самому, чем сто раз увидеть, как это делается».

В системе доступны популярные алгоритмы обработки данных: Apriori и FPGrowth. Для начала разберемся с первым алгоритмом.

Алгоритм Apriori использует свойство анти-монотонности (служит для снижения размерности пространства поиска). Без него нахождение многоэлементных наборов стало бы затруднительно, а все из-за экспоненциального роста вычислений.

Свойство анти-монотонности гласит: любой k -элементный набор будет часто встречающимся тогда и только тогда, когда все его $(k - 1)$ -элементные подмножества будут часто встречающимися.

На рис. 1 изображен набор данных транзакций покупателей в продуктовом магазине. Tid, Транзакция. Tid — уникальный номер каждой транзакции. Транзакция — набор элементов, числящихся в одной покупке.

Часто встречающиеся наборы товаров				
Tid	Приобретенные покупки	→	Tid	Приобретенные покупки
100	Хлеб, молоко, печенье		100	a, b, c
200	Молоко, сметана		200	b, d
300	Молоко, хлеб, сметана, печенье		300	b, a, d, c
400	Колбаса, сметана		400	a, d
500	Хлеб, молоко, печенье, сметана		500	a, b, c, d
600	Конфеты		600	f

Рис. 1. Набор данных

В первую очередь выявим часто встречающиеся шаблоны.

Присваиваем всем элементам базы транзакций сокращенные имена (Хлеб = a...), для того, чтобы в дальнейшем было удобно использовать их.

Поддержка(Support) и Достоверность(Confidence). Поддержкой называют процент содержащих определенный набор данных из всей базы транзакций. Достоверность правила показывает, какова вероятность того, что из А следует В.

Транзакция под №100 встречается в нашей базе 3 раза, соответственно поддержка данного набора равна 3

$$\text{Sup}(abc=3).$$

$$\text{Sup}(abc)=(3/6)*100\% = 50\%$$

Число транзакций, содержащих сметану, равно четырем, число транзакций, содержащих молоко, равно четырем, достоверность правила равна 1.

$$\text{Conf}(a \rightarrow b) = (4/6) : (4/6) * 100\%, \text{ т. е. } 100\%.$$

Это означает, что владельцем магазинов следует предлагать к сметане, молоко. Так они существенно увеличивают свои продажи.

Наиболее эффективным методом поиска ассоциативных правил все же является алгоритм FPGrowth, который существенно сокращает время работы алгоритма благодаря представления базы в виде дерева популярных предметных наборов.

На рис. 2 изображен график зависимости двух алгоритмов: FPG и Apriori. Существенную скорость алгоритму придает то, что число сканирования БД не превышает 2 в то время, как алгоритм Apriori будет анализировать базу вновь и вновь, пока не проанализирует все его элементы.

При сравнении двух алгоритмов было выявлено, что с увеличением числа транзакций временные затраты для алгоритма FPG существенно ниже, чем для Apriori.

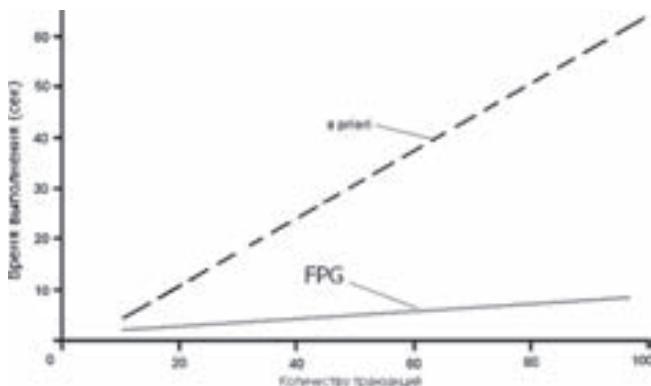


Рис. 2. Сравнение алгоритмов FPG и Apriori

Выше был разобран пример, отрывок из базы транзакций, выбранный нами для разбора концептуальной основы алгоритма Apriori и FPG. Когда суммарный объем транзакций достигает хотя бы ста единиц, расчет вручную потребует уйму времени и сил. Как раз для таких целей и служит программа «Weka».

ПРИМЕНЕНИЕ СРЕДЫ MICROSOFT AZURE ДЛЯ ВЫПОЛНЕНИЯ ЗАДАНИЙ ЛАБОРАТОРНОГО ПРАКТИКУМА ПО ИЗУЧЕНИЮ МЕТОДОВ DATA MINING

В. И. Виноградов, А. Г. Смышиляева

МАИ, Москва, Россия

Для закрепления теоретических знаний по изучению методов Data Mining наиболее полезным является проведение лабораторного практикума по самостоятельному выполнению студентами задач прогнозной аналитики при помощи облачного сервиса Azure Machine Learning.

Методы Data Mining разделяют на обучение с учителем и обучение без учителя.

Алгоритмы обучения с учителем делают прогнозы на основе набора примеров. Каждый пример, используемый для обучения, получает свою отличительную метку значения. Алгоритм обучения с учителем ищет закономерности в этих метках значений. Алгоритм может использовать любую важную информацию и каждый алгоритм ищет разные виды закономерностей. После того как алгоритм находит подходящую закономерность, с ее помощью он делает прогнозы по неразмеченным тестовым данным. Это популярный и полезный тип машинного обучения. В службах машинного обучения Azure представлено несколько конкретных видов машинного обучения с учителем: классификация, регрессия и выявление аномалий.

- Классификация. Данные используются для прогнозирования категории. В этом случае происходит назначение изображения, например «кот» или «собака».

Если есть только два варианта выбора — двухклассовая классификация. Если категорий больше — многоклассовая классификация.

- Регрессия. Используется в случае, когда прогнозируется значение.
- Фильтрация выбросов. Иногда нужно определить необычные точки данных.

При фильтрации выбросов изучается нормальная активность (с помощью архива допустимых транзакций) и находятся все операции с заметными отличиями.

В рамках обучения без учителя у объектов данных нет меток. Вместо этого алгоритм обучения без учителя должен организовать данные или описать их структуру. Для этого их можно сгруппировать в кластеры, чтобы они стали более структурированными. Студентам для того, чтобы выполнять задачи аналитики с прогнозированием с помощью Azure Machine Learning достаточно выполнить следующие шаги:

1. Посетить <http://azure.microsoft.com>, податься и создать рабочую область в *New/Data Services/Machine Learning*.
2. Загрузить данные.
3. Построить и валидировать модель.
4. Создать веб-сервис, который использует построенную модель анализа для выполнения быстрых предсказаний в реальном времени.

Сервис Azure ML представлен двумя компонентами: *Экспериментами* и *Веб-Сервисами* и одним инструментом разработки *ML Studio*. В рабочем окружении *workspaces* с учетной записью Microsoft (Live ID) преподаватель может проверить работу.

Эксперименты — потоковые конфигурации (*data-flow*) того, что необходимо сделать с информацией и моделями. В разделе *New Experiments* студенты найдут многочисленные примеры машинного обучения, также, нажав на *View in Gallery*, откроется подробное описание эксперимента.

Машинное Обучение включает следующие этапы: Инициализация (определение) модели, Обучение (*Train*) модели некоторыми данными, Проверка (*Evaluate*) производительности модели и ее валидности и Оценка (*Score*) модели, т. е. проведение предсказаний на ее базе.

В Azure ML можно применять полезные *Статистические* функции в своих экспериментах, включая общие элементарные, например, вычисление отклонений. В конце можно визуализировать (*Visualise*).

Пример того, как Azure ML привносит внешнее исследование в ваши эксперименты можно найти в секции задачи *Text Analytics*. Задача *Named Entity Recognition* позволит обработать входной текст (называемый *историями*, например, почтовые адреса, типизированные описания ситуаций или твиты) и извлечь из них именованные термины (*named terms*), автоматически классифицировать их как *Люди*, *Места* или *Организации*.

Для проведения практических работ помимо теоретического материала необходимо предоставить студентам:

- возможность ознакомиться с примерами решения задачи (экспериментов), которые можно найти в самой среде MS Azure ML Studio, выбрав *Experiments/Samples* или на *Cortana Intelligence Gallery*;
- набор вариантов исходных данных для проведения самостоятельной работы в виде таблица объект-признак, т. е. набор объектов T_i , характеризующийся набором из M признаков, для каждого студента. Такие наборы можно найти в самой среде MS Azure ML Studio, выбрав *Datasets/Samples*, или на *UCI Machine Learning Repository*.

ПРИМЕНЕНИЕ КОМПЕТЕНТНОСТНОГО ПОДХОДА ПРИ ФОРМИРОВАНИИ БИЛЕТОВ ЗАКЛЮЧИТЕЛЬНОЙ АТТЕСТАЦИИ ПО ДИСЦИПЛИНАМ МАТЕМАТИЧЕСКОГО ЦИКЛА

T. B. Волкова, B. L. Шубин

МАИ, Москва, Россия

В новых государственных образовательных стандартах, разработанных на основе компетентностного подхода, определяется перечень компетенций, которыми должен обладать молодой специалист. Под компетентностью понимается способность применять знания и умения для успешной деятельности в определенной области. Это позволяет сформировать перечень учебных дисциплин, которые обеспечивают эти компетенции, а затем определить критерии и методики, позволяющие объективно определять уровень соответствия подготовки выпускника требованиям заданных компетенций. Перечень изучаемых дисциплин, последовательность их изучения может варьироваться, но компетенции, которые заложены в стандарт, должны быть выполнены обязательно [1].

При подготовке к проведению заключительного тестирования (аттестации) по различным дисциплинам большое количество времени преподавателем тратится на подготовку экзаменационных билетов. На кафедре «Математическая кибернетика» МАИ разработана система автоматического формирования билетов по математическим дисциплинам [2]. В настоящее время согласно компетентностному подходу каждый билет должен проверять не только сложившуюся систему знаний и умений студента, но и набор заявленных ключевых компетенций.

В настоящее время можно утверждать, что не существует никакой методологической модели измерения компетенций. Естественно, что в связи с этим возникает проблема оценки качества образования. Для прикладных задач, решаемых в профессиональном образовании, связанных, прежде всего, с разработкой учебно-методических материалов, возникает необходимость создания системы для формирования и анализа фонда комплексных контрольных материалов по оценке уровня соответствия профессиональным компетенциям при проведении заключительного тестирования (экзамена или зачета) по дисциплинам математического цикла. Предполагаемая задача преследует цели:

- 1) сформировать критерии соответствия билетов профессиональным компетенциям;
- 2) разработать количественные оценки соответствия заданных компетенций каждому экзаменационному билету.

Критерии соответствия профессиональным компетенциям берутся из учебного плана — нормативного документа, в котором определяется круг основных знаний, навыков и умений, подлежащих усвоению по каждому отдельно взятому учебному предмету, а также компетенции и результаты обучения студента, формируемые в результате освоения дисциплины.

Необходимым условием успешной разработки и реализации компетентностных учебно-методических комплексов и их оценки является вовлечение и обеспечение влияния экспертов на их составление. Это позволяет корректировать и видоизменять учебные модули, ориентировать их на более полное и качественное освоение компетенций, необходимых студенту. Предполагаемая оценка соответствия билета требуемым компетенциям состоит из нескольких этапов:

- 1) экспертом проводится количественная оценка соответствия заданным компетенциям вопросов экзаменационной программы: каждому вопросу приписывается мера соответствия (балл), например, от 0 до 10;

2) полученные оценки по каждой задаче и каждому вопросу обрабатываются согласно выбранному алгоритму;

3) формируется структура билета;

4) определяется допустимый диапазон оценки компетенций для билета. В случае, если оценка в диапазон не попадает, билет автоматически формируется заново.

В случае участия в опросе нескольких экспертов расхождения в их оценках неизбежны, однако величина этого расхождения имеет важное значение. Групповая оценка может считаться достаточно надежной только при условии хорошей согласованности ответов отдельных специалистов.

Слабая согласованность обычно является следствием следующих причин: в рассматриваемой группе экспертов действительно отсутствует общность мнений или внутри группы существуют коалиции с высокой согласованностью мнений, однако, обобщенные мнения коалиций противоположны.

В случае сильной согласованности также не всегда можно считать оценки объективными, поскольку может оказаться, что все члены экспертной группы условились придерживаться одинаковых взглядов.

Для анализа разброса и согласованности оценок применяются статистические характеристики — меры разброса или статистическая вариация. Одной из таких характеристик является коэффициент конкордации Кенделла, который используется для измерения статистической связи между несколькими выборками. Такие задачи возникают, например, при анализе экспертных оценок: несколько экспертов ранжируют одних и тех же испытуемых по определенному качеству, а психологу для проведения углубленного анализа ситуации и принятия решения требуется определить степень согласованности мнений группы экспертов [3].

Расчет проводится поочередно для каждого билета в наборе. Коэффициент конкордации K принимает значения от 0 до 1. Он равен 1 при максимальной согласованности и равен 0 при максимальной несогласованности экспертов, расчет происходит на основе оценок экспертов соответствия билета требуемым компетенциям.

Для этого составляется матрица соответствия, в которой баллы экспертов соотносятся с номером материала билета, и рассчитывается ранг каждой компетенции относительно других оценок. Формирование рангов производится без изменения мнений, т. е. между ранговыми номерами сохраняются соответствующие соотношения (больше, меньше или равно). Далее по формуле оценивается сумма квадратов отклонений рангов от среднего и вычисляется коэффициент конкордации. Вычисляется среднее значение коэффициентов всех составляющих билета и принимается обоснованное решение о соответствии билета из фонда измерительных материалов требуемым компетенциям.

В результате проделанной работы создана система формирования экзаменационных билетов с учетом компетентностного подхода, а также разработаны методики определения меры соответствия фонда измерительных материалов требуемым компетенциям.

1. Новые образовательные технологии в инженерии / Под ред. А. Н. Геращенко, М. Ю. Куприкова, А. Ю. Сидорова. — М.: Изд-во МАИ-ПРИНТ, 2012.
2. Шубин В. Л. Интеллектуальная система формирования экзаменационных билетов для проведения аттестации студентов по математическим дисциплинам // Научный альманах. Вып. 21: Материалы XII научно-практической конференции молодых ученых и студентов «Инновации в экономике и менеджменте аэрокосмической промышленности». — М.: Изд-во «Доброе слово», 2016.
3. Ларичев О. И. Теория и методы принятия решений. — 3-е изд. — М.: Логос, 2006.

О ВНЕСЕНИИ ИЗМЕНЕНИЙ В ТИПОВЫЕ УЧЕБНО-МЕТОДИЧЕСКИЕ РАЗРАБОТКИ ПРИ ПОДГОТОВКЕ СПЕЦИАЛИСТОВ ДЛЯ РАКЕТНО-КОСМИЧЕСКОЙ ОТРАСЛИ

A. Ю. Гаврилова, М. Е. Кули-заде, Е. П. Скороход

МАИ, Москва, Россия

Профессиональная подготовка специалистов для ракетно-космической отрасли предопределяет их высококвалифицированный уровень. Знания, полученные специалистом подобного уровня в стенах родного вуза, нужны ему долго, на протяжении всей трудовой деятельности. Поэтому и процесс получения этих знаний должен быть основательным и неспешным.

Ранее [1, 2] авторами неоднократно подчеркивалось, что значительное уменьшение количества часов в учебном процессе, в частности на базовую дисциплину — физику, приводит к плачевным результатам (нетрудоспособным инженерам), что, в свою очередь, не решает задач, поставленных в отрасли. Второй отрицательный момент — компьютерное тестирование, активно развивающееся для сдачи работ и экзаменов по физике. Последнее заставляет предпринимать активные шаги в пересмотре таких методик в физике, науке, которая одна из немногих способствует выработки системного мышления у молодежи.

Рыночные отношения и, в связи с этим, культивирование потребительского общества вторгаются во все сферы нашей жизни и деятельности, меняя структуру личности. В нашем случае это оказывается в нежелании долго и кропотливо решать задачи, в неумении сосредоточенно внимать доказательное изложение (зачем все это делать, когда к готовому ответу приводит простое нажатие кнопки).

К сожалению, сегодняшняя школа не учит устно излагать материал и тем самым искаивает основные принципы обучения, в процессе которого необходимо участие всех органов чувств: зрения, слуха, моторики рук (письмо), говорения (рассказ выученного).

В связи с нехваткой часов катастрофически сократилось общение преподавателя и студента, и ушла в небытие проверка самостоятельной работы студентов.

В МАИ физика изучается в течение трех или двух семестров. Часы на аудиторные занятия и СРС приведены в табл. 1. Откуда взять преподавателю часы на проведение устных зачетов в течение семестра? Ответ: по-новому организовать проведение лекций — уменьшить количество лекционных часов, а также заменить часть лекций видеолекциями, т. е. проходящими в отсутствии «живого» лектора. В семестре 16–17 недель. Разобъем их на четыре блока. В каждом блоке четыре лекционных пары, из которых первое занятие — обзорная (установочная) лекция; две последующие (2-я и 3-я) — видеолекции с привлечением демонстраций в сопровождении лаборанта; 4-я — контрольный устный опрос каждого студента совместно преподавателями семинаров. Часть материала, который излагается сейчас на лекциях, разбирается студентом самостоятельно по учебным пособиям (например, вывод отдельных формул).

Следует отметить, что такая форма контроля как электронное тестирование не позволяет понять, что студент усвоил, а что не усвоил в процессе обучения.

В связи с вышеизложенными предложениями актуальным является разработка и издание электронных пособий и видеозаписей лекций, включающих демонстрации физических опытов.

Нами создано электронное пособие «Физика для информатиков» [3–6], которое предназначено для студентов, изучающих курс физики в течение двух семестров. Его построение отличается от традиционного курса общей физики, продиктовано

Таблица 1

Семестр (число З.Е.)	Лекции, ч	Практические занятия, ч	Лабораторные работы, ч	Всего ауди- торных часов, ч	CPC, ч
Трехсеместровый курс					
1(4)	36	24	12	72	36
2(4)	34	22	12	68	40
3(3)	36	10	8	54	18
Двухсеместровый курс					
1(4)	36	20	16	72	36
2(4)	34	18	16	68	40

последовательностью изложения математических дисциплин: дифференциальное и интегральное исчисление, векторный анализ, теория вероятности и статистические распределения. В соответствие с этим излагаются и разделы физики: основы механики, теория поля и электричество, колебания и волны, термодинамика и статистические распределения, квантовая механика, лазеры, элементы теории твердого тела и ядерной физики. Пособие обязательно сопровождается приложением по математике, где собраны основные положения используемых математических понятий.

Новый подход требует обсуждений и уточнений.

1. Кули-заде М.Е., Скороход Е.П. Использование компьютерных технологий в дипломных проектах выпускников кафедры общей физики МАИ // Материалы XVIII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2013), 22–31 мая 2013 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2013. — С. 840–842.
2. Кули-заде М.Е., Скороход Е.П. Использование электронных методических пособий в процессе обучения физике в МАИ // Материалы XIX Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2015), 24–31 мая 2015 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2015.
3. Гавrilova А.Ю., Кули-заде М.Е., Скороход Е.П., Ципенко А.В. Динамика поступательного и вращательного движения. Физика для информатиков (учебное пособие). Электр. издание. Информрегистр. МАИ. 2016. 1 CD.
4. Гавrilova А.Ю., Кули-заде М.Е., Скороход Е.П., Ципенко А.В. Электромагнитные явления. Физика для информатиков (учебное пособие). Электр. издание. Информрегистр. МАИ. 2016. 1 CD.
5. Гавrilova А.Ю., Кули-заде М.Е., Скороход Е.П., Ципенко А.В. Колебания и волны. Физика для информатиков (учебное пособие). Электр. издание. Информрегистр. МАИ. 2016. 1 CD.
6. Гавrilova А.Ю., Кули-заде М.Е., Скороход Е.П. Основы волновой механики и теории лазеров (учебное пособие). Информрегистр. Электр. издание. Информрегистр. МАИ. 2015. 1 CD.

ОСОБЕННОСТИ РЕШЕНИЯ УРАВНЕНИЙ В ЧАСТНЫХ ПРОИЗВОДНЫХ В СРЕДЕ ЭЛЕКТРОННЫХ ТАБЛИЦ

O. Л. Демидова, Н. Л. Малинина

МАИ, Москва, Россия

Для численного решения обыкновенных дифференциальных уравнений разработано достаточное количество маршевых явных и неявных, одношаговых и многошаговых методов различных порядков, которые позволяют эффективно строить

расчетные схемы в среде электронных таблиц. Простота решений в рамках простой таблицы, без привлечения программного кода, возможность графического сопровождения решения, позволяет студентам технических специальностей разобраться в особенностях расчетных схем.

Решение линейных дифференциальных уравнений в частных производных всегда включались только в курсовые или расчетно-графические работы в силу определенного физического смысла самих уравнений, несмотря на большие вычислительные сложности вычислительных процедур. Имеет смысл абстрагироваться от смысловой и физической нагрузок, которые возлагаются на построенные уравнения. В этих случаях приходится работать только с хорошо классифицированными модельными видами уравнений. Проблема решения переходит в плоскость выбора конкретной схемы, а именно, алгоритма расчета параметров. При этом плоские задачи математической физики можно анализировать в рамках практических занятий или лабораторных работ, где алгоритмы удобно иллюстрировать в электронных таблицах, которые в дальнейшем могут послужить источником контрольных расчетов в тех случаях, когда придется выполнять отладку разрабатываемых программных продуктов.

Для решения уравнений параболического и гиперболического типов с линейными коэффициентами и с любыми начальными и краевыми условиями чаще всего применяется метод конечных элементов, который приводит к маршевой схеме интегрирования. При этом для явных конечно-разностных схем таблицы расчетов выглядят достаточно просто, поскольку на каждом вычислительном шаге используются предыдущие значения. Для неявных конечно-разностных схем чаще всего применяют метод прогонки. При этом можно маршевая схема включает последовательный пересчет прогоночных коэффициентов. В случае, если коэффициенты уравнений не зависят от маршевой координаты, целесообразно пересчитывать только правые части уравнений, что приводит к уменьшению размера таблицы и улучшает визуализацию расчета.

Итак, исследование уравнений в частных производных в среде электронных таблиц вполне можно включать в практические занятия с целью выработки навыков их расчета у студентов технических специальностей.

ОБРАБОТКА И АППРОКСИМАЦИЯ ИСХОДНЫХ ДАННЫХ ИМИТАЦИОННОЙ МОДЕЛИ АНАЛИЗА ЛОГИСТИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ

B. V. Киндинова, Е. О. Кринецкий, Е. В. Кузнецова

МАИ, Москва, Россия

Исследуется эффективность функционирования объекта складской логистики на примере склада авиазапчастей. В качестве показателей эффективности рассматриваются показатели, принятые в теории массового обслуживания, характеризующие производительность и загрузку объекта. Для решения проблемы разработана имитационная система на основе интегрированного применения концептуального, аналитического и имитационного методов [1]. Имитационная Модель анализа проблемы (МодельАП) является важной составляющей имитационной системы.

МодельАП имитирует на детальном уровне функционирование зоны приемки с использованием гибридного подхода, сочетающего дискретно-событийное, агентное моделирование и объектно-ориентированное программирование. МодельАП разработана в среде Anylogic, дополненной программно-инструментальными средствами

процессного моделирования. Модель АП включает две составляющих: модель входного потока и модель операционных процессов.

Модель операционных процессов реализована с использованием дискретно-событийного и объектно-ориентированного подходов [2]. Модель входного потока реализована с использованием агентного подхода, позволившего адекватно представить неординарный неоднородный поток, учесть способ доставки, приоритетность груза, вид упаковки, технологию обработки, сопроводительную документацию. Грузопоток в процессе обработки на разных стадиях этапа приемки претерпевает «расщепление» от более крупных групп деталей (минимальных неделимых элементов) к более мелким и представляется цепочкой объектов Грузовик → Поставка → Документация → Паллета → Коробка → Деталь. Каждый объект реализуется соответствующим классом-агентом, который описывается диаграммой поведения и соответствующим множеством параметров. Модель совместима с WMS и работает на ее базе данных (БД).

Данные БД являются первичными, полученными в результате наблюдений за работой объекта складской логистики. Применение таких данных в модели позволяет максимально приблизить имитацию к наблюдаемому процессу. Однако при этом возникают следующие проблемы [3]: не гарантируется типичность наблюдаемых данных; длительность моделируемого процесса ограничивается длительностью наблюдаемого периода; модель лишается прогностической силы, поскольку данные, необходимые для накопления статистики, могут отсутствовать. Возникает проблема генерации исходных данных как случайных величин, задаваемых своими функциями распределения таким образом, чтобы искомая функция распределения: находилась в удовлетворительном соответствии с наблюдаемыми данными; была по возможности обоснована и опиралась на вероятностные схемы, отражающие существование процесса; и задавалась наиболее простым уравнением. Проблема решается в два этапа: на первом этапе строится описание вероятностных аспектов моделируемой ситуации, на втором воспроизводится ее статистический аналог. Первый этап обычно решается по следующей схеме:

- построение статистического ряда;
- расчет моментов статистического распределения;
- выбор типа статистического распределения;
- определение его параметров;
- проверка согласия полученного распределения с опытными данными.



Рис. 1. Представление БД на основе WMS

В работе рассматриваются особенности применения этой схемы к потоку сложной структуры, который был разработан в МоделиАП.

На предварительном этапе разработано внешнее представление данных на основе БД WMS и соответствующее принятым в имитационной системе ограничениям (рис. 1).

Выделены наиболее значимые с точки зрения процесса обработки компоненты наблюдаемого многомерного вектора измерений и этапы «расщепления» данных. Соответственно откорректированы этапы традиционной схемы аппроксимации. Разработаны алгоритмы и ПО, позволившее подобрать адекватную функцию распределения.

Второй этап в *МоделиАП* решается с использованием датчиков случайных величин из коллекции пакета AnyLogic.

1. Киндинова В. В., Кринецкий Е. О., Кузнецова Е. В. Сопоставление аналитического и имитационного моделирования процессов складской логистики // ИММОД2015: Труды конференции. — Т. 2. — С. 145–150.
2. Киндинова В. В. Имитация, анализ и реинжиниринг операционных процессов складского комплекса авиаизделий // Вестник МАИ. — 2012. — Т. 19, № 3. — С. 212–220.
3. Рыжиков Ю. И. Имитационное моделирование. Теория и технологии. — М.: Альтекс-А, 2004. — 344 с.

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ПРЕПОДАВАНИЯ ДИСКРЕТНО-СОБЫТИЙНОГО ИМИТАЦИОННОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

В. В. Киндинова, Е. О. Кринецкий, Е. В. Кузнецова

МАИ, Москва, Россия

На протяжении ряда лет на факультете Прикладной математики и физики МАИ преподается дисциплина «Имитационное моделирование» (ИМ). Программа и изучаемые аспекты дисциплины обсуждались на предыдущих конференциях [1]. Курс неоднократно видоизменялся. В настоящее время дисциплина изучается в течение одного семестра на первом курсе магистратуры в учебной группе кафедры Вычислительной математики и программирования. Программа включает изучение трех подходов к имитации: системной динамики, дискретно-событийного и агентного моделирования; предполагает освоение двух программных сред: специализированной среды системно-динамического подхода Ithink и среды AnyLogic, реализующей все три подхода к имитации. Практический курс включает задачи экономического, социального, технического характера, задачи управления и оптимизации.

Анализируя текущее состояние и тенденции развития ИМ, специалисты отмечают, что дискретно-событийный подход остается наиболее распространенным в мире, поэтому ему в учебном процессе уделяется достаточно большое внимание.

Одним из вопросов обучения является оценка качества разрабатываемых имитационных моделей. Качество моделей характеризуется свойствами: адекватностью, эффективностью машинной реализации, идентифицируемостью, устойчивостью, управляемостью и т. д.

В работе отмечаются наиболее частые недостатки разрабатываемых дискретно-событийных моделей, такие как: неоправданное применение ИМ и получение трибуальных результатов; неадекватность моделей; необоснованное применение простейших вероятностных характеристик для описания входных данных и параметров модели и т. п. Подобные ошибки являются следствием поверхностного обучения и свойственны «компьютерной молодежи, натасканной на технологии, но не

осознающей базовых идей» [2]. Для преодоления указанных недостатков в работе предлагается сосредоточиться на теоретических аспектах дискретно-событийного моделирования, коими являются теория вероятностей, математическая статистика и теория массового обслуживания (ТМО).

Теория вероятностей и математическая статистика, лежащие в основе анализа экспериментальных данных, позволяют решить задачу идентификации или определить значение рабочих параметров модели по наблюдениям реальной системы. С этой целью по выборке результатов измерений рассчитывают моменты статистического распределения, выбирают по вероятностным схемам вид функции распределения, наиболее правильно отражающий существование моделируемого явления, рассчитывают параметры функции распределения, проверяют согласие полученного распределения с опытными данными, генерируют адекватные данные.

ТМО можно считать теоретической основой ИМ, поскольку обе дисциплины имеют общий объект исследования — системы и сети с очередями, используют общую терминологию для описания процесса, одинаковые показатели функционирования, классификацию систем, критерии загрузки систем и т. д.

Ниже приведены некоторые выводы из ТМО, которые специалисты рекомендуют учитывать при построении имитационных моделей [2–4]ю

1. Аналитические модели ТМО устанавливают зависимость между условиями операций, элементами решений и показателями эффективности. Аналитическое решение предпочтительнее имитационного, но построить аналитические модели удается не всегда и при значительных допущениях о характере процесса. Тем не менее, современное состояние ТМО позволяет решить аналитически широкий круг задач (многоканальных, с немарковскими входящим потоком и потоком обслуживания, с приоритетом, расчета сетей).

2. При сохранении средних любое увеличение неопределенности (дисперсия интервалов между заявками, длительности обслуживания, объема пачки) ухудшает характеристики обслуживания, особенно для сильно загруженных систем.

3. Для существования стационарного режима коэффициент загрузки ρ системы и каждого узла сети должен быть строго меньше единицы. Производительность или пропускная способность системы или узла сети ограничена суммарным быстродействием каналов.

4. Влияние высших моментов на показатели обслуживания увеличивается с ростом коэффициента загрузки и быстро убывает с числом учтенных моментов.

5. Дробление суммарной производительности многоканальных систем приводит к уменьшению среднего времени ожидания заявки, но увеличивает среднее время пребывания. При пропорциональном увеличении интенсивностей входящего потока и обслуживания среднее время ожидания и пребывания в системе уменьшается во столько же раз.

6. Введение приоритетов перераспределяет ресурс системы в пользу более приоритетных заявок за счет менее приоритетных, причем относительный выигрыш для времени ожидания для более приоритетных существенно превосходит проигрыш для менее приоритетных.

7. Методы ИМ:

- имеют ограниченную точность;
- требуют большого числа испытаний для определения вероятностей редких событий и расчета сильно загруженных систем (в системах $M/M/1$ с ростом коэффициента загрузки ρ быстро растет дисперсия времени ожидания);
- практически не пригодны для оптимизации систем и сетей (малые изменения целевой функции маскируются статистическими флуктуациями);

— их результаты труднее осмыслить, чем аналитические.

8. Методы ТМО неизбежно требуют допущений, ими неудобно решать задачи многоресурсные, с расщеплением и слиянием заявок, с циклическими временными режимами и т. п.

Смещение интересов учащихся от компьютерных технологий ИМ «в сторону численных методов ТМО» [2] позволит повысить качество их подготовки, обогатит их знаниями, в меньшей степени подверженными влиянию времени.

1. Кузнецова Е. В., Шебеко Ю. А. О преподавании имитационного моделирования студентам факультета прикладной математики и физики МАИ, специализирующимся в области информационных технологий // Материалы XIX Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСПС'2015), 24–31 мая 2015 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2015.
2. Вентцель Е. С. Исследование операций. Задачи, принципы, методология: Уч. пособие для вузов. — М.: Дрофа, 2004.
3. Рыжиков Ю. И. Имитационное моделирование и теория очередей // ИММОД-2007.
4. Рыжиков Ю. И. Имитационное моделирование, Теория и технологии. — М: Альтекс-А, 2004.

ОБ ОСОБЕННОСТИ ПРЕПОДАВАНИЯ ДИСЦИПЛИНЫ «ЧИСЛЕННЫЕ МЕТОДЫ» ДЛЯ СТУДЕНТОВ АЭРОКОСМИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ

O. E. Кринецкий

МАИ, Москва, Россия

Современная авиационно-космическая отрасль России испытывает острый дефицит в высококлассных специалистах, особенно вследствие разрушительных реформ 1990-х. В работе рассматриваются вопросы повышения качества профессиональной подготовки студентов аэрокосмических специальностей, и в частности, вопросы методики преподавания дисциплины «Численные методы» на инженерных факультетах.

Существующая методика преподавания дисциплины «Численные методы» традиционно является отвлеченной и преподносится как раздел дискретной математики, посвященный численным методам решения классических математических задач. Она предполагает знакомство студентов с методами решения линейных и нелинейных алгебраических уравнений и систем уравнений; с методами решения задач интерполяции и аппроксимации массивов числовых данных; с методами численного дифференцирования и интегрирования. Дисциплина предполагает знакомство с численными методами решения обыкновенных дифференциальных уравнений (ОДУ) как для задач Коши, так и для краевых задач и т. д.

Такая методика наиболее адекватна при обучении студентов математических специальностей, однако не является актуальной для студентов инженерных направлений.

В работе предлагается существующую методику обучения дисциплине «Численные методы» сделать более гибкой и привести в соответствие современным требованиям к уровню подготовки специалистов в свете задач, которые стоят перед аэрокосмической отраслью.

Во-первых, это увязывание дисциплины со специализацией учащихся. Предлагается обсуждение математических методов предварять экскурсом в соответствующую область инженерных задач, уделять внимание процессу формализации инженерных задач и процессу постановки тех математических задач, которые при

этом возникают. И только потом переходить к численным методам решения поставленных задач.

Во-вторых, расширение дисциплины методами статистического моделирования типа метода Монте-Карло, метода «блуждающего пьяницы» и т. п.

В-третьих, не ограничивать курс одномерными задачами, но показать возможность их обобщения для двумерных и трехмерных аналогов.

В-четвертых, необходимо преподавание численных методов увязывать с технологией их решения на современной вычислительной технике с использованием современных программных и вычислительных возможностей. В этом плане необходимо уделять внимание, хотя бы в виде обзора, качеству программных продуктов с точки зрения:

- численной устойчивости алгоритмов;
- архитектуры программных комплексов;
- использования ресурсов (процессорного времени и памяти);
- возможности распараллеливания вычислений т. п.

И, наконец, знакомить студентов с прикладными пакетами численных методов.

Изменение учебной программы в предлагаемых направлениях позволит не просто расширить кругозор и профессиональные возможности учащихся, но и повысят их мотивацию к дальнейшей работе в отрасли.

ТЕХНОЛОГИЯ КОНТРОЛЯ ЗНАНИЙ СТУДЕНТОВ ПО ДИСЦИПЛИНАМ ПРОГРАММИРОВАНИЯ

В. Н. Лукин¹, Л. Н. Чернышов²

¹МАИ, Москва, Россия;

²Финансовый университет при Правительстве РФ, Москва, Россия

Использование программных средств для проверки знаний студентов стало неотъемлемой частью учебного процесса. Их применение оправдано в условиях возрастающей нагрузки преподавателей и требований проведения промежуточных аттестаций. Однако широко используемая в этом случае закрытая форма тестовых заданий с вариантами ответов крайне неэффективна.

Среди всех типов тестовых заданий для дисциплин программирования более эффективными представляются вопросы с открытым ответом. Но автоматическая оценка таких ответов связана с существенными сложностями, особенно если ответ представлен текстом на естественном языке [1]. Задача упрощается, если ответ может быть формализован, что характерно для дисциплин программирования. В этом случае он нередко содержит фрагменты программ на языках программирования, SQL-запрос к базе данных, цепочку вывода в грамматике или последовательность состояний конечного автомата. Для каждого из этих типов ответов относительно просто разработать механизм проверки правильности и, соответственно, оценивания. Так, для ответа, представленного программой на языке программирования, правильность проверяется путем интерпретации, SQL-запрос может быть проверен выполнением в среде СУБД и т. п. [2].

Заметим, если обычное компьютерное тестирование нередко вызывает негативные психологические реакции на представление тестов, оказывает воздействие интерфейса тестирующей системы на результаты тестирования, то для компьютерных дисциплин задание в открытой форме напоминает обычные контрольные или лабораторные работы в миниатюре.

Важное требование к автоматизированному тестированию — большое количество тестовых заданий и их регулярное обновление. Оно частично удовлетворяется, если задания генерировать автоматически [3, 4]. Конечно, задача генерации тем проще, чем в большей степени вопросы и ответы допускают формализацию. Один из подходов — параметризация вопросов и ответов. Другой способ — случайный подбор подходящего объекта, например, КС-грамматики [5].

У авторов накопился достаточный опыт в разработке различных программных средств автоматизации тестирования, что позволило спроектировать программный комплекс, имеющий унифицированную архитектуру. В него входят как модули, общие для разных систем, так и модули поддержки отдельных дисциплин, таких как Программирование, Базы данных, Операционные системы, Теория формальных языков и автоматов.

Для подготовки базы тестовых заданий (БТЗ) по некоторой дисциплине необходимо:

- определить предметную область для формирования БТЗ;
 - определить информационные потребности и ограничения;
 - спроектировать и реализовать (или использовать существующий) модуль обработки ответов;
 - исходя из сложности курса, определить множество заданий;
 - подготовить тестовые задания загрузить их в репозиторий;
 - проверить задания на тестовых вариантах;
 - зарегистрировать БТЗ в подсистеме контроля.
- При проведении контрольного мероприятия:
- студент регистрируется в системе;
 - самостоятельно (случайным образом) или по указанию преподавателя выбирает одно или несколько заданий;
 - решает задачу и вносит текст ответа в систему;
 - совместно с преподавателем визуально сравнивает результат и правильный ответ (или это делает только преподаватель, или только система);
 - по результату сравнения преподаватель выставляет оценку, учитывая баллы, поставленные системой.

Второй способ накопления тестовых заданий — объединение усилий преподавателей разных вузов. Для этого в программный комплекс входит web-приложение, в котором каждый участник дает ответы как на свои вопросы, так и на вопросы других. Кроме того, преподаватель может добавить новую тему и вопросы по ней, возможно, с ответами. Таким образом формируется база тестовых заданий, где на один и тот же вопрос возможно несколько ответов. Для полноты оценки качества тестовых зданий ответы студентов также сохраняются.

На первом этапе использования такой схемы преподаватель визуально может просматривать ответы студента и «правильные» ответы преподавателей, на основании чего выставлять оценки. В дальнейшем эти наборы ответов с оценками послужат основой для автоматизации оценивания.

1. Мишунин О.Б., Савинов А.П., Фирстов Д.И. Проблемы, возникающие в интеллектуальных обучающих системах при оценке ответов на естественном языке // Современные проблемы науки и образования. — 2015. — №2-2.
2. Лукин В.Н., Чернышов Л.Н., Хиль В.Н. Распределенная система автоматизированного тестирования // 9 конференция «СПО в высшей школе»: Тезисы докладов. Переяславль, 25–26 января 2014 г. — М.: Альт Линукс, 2014.
3. Братчиков И.Л. Генерация тестовых заданий в экспертно-обучающих системах // Журнал «Вестник РУДН» с. «Информатизация образования». — 2012. — №2.

4. Махлай В. С., Чернышов Л. Н. Web-приложение для проведения контрольных и практических работ по программированию с автоматической генерацией заданий // Десятая конференция «СПО в высшей школе»: Тезисы докладов. Переяславль, 24–25 января 2015 г. — М.: Альт Линукс, 2015. — 100 с.
5. Чернышов Л. Н. Программа-тренажер по теории формальных языков и конечных автоматов // Материалы XVIII Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам (ВМСППС'2013), 22–31 мая 2013 г., Алушта. — М.: Изд-во МАИ, 2013. — С. 862–863.

РАЗРАБОТКА СИСТЕМЫ ХРАНЕНИЯ И ОБРАБОТКИ ДАННЫХ О РАСПИСАНИИ ЗАНЯТИЙ

И. О. Новиков

МАИ, Москва, Россия

До недавнего времени удаленно ознакомиться с расписанием занятий в МАИ можно было при помощи jpg-файла, скачанного с официального сайта института. Такой способ оформления делал просмотр расписания неудобным, и в этом году появилась возможность просмотра расписания на сайте уже в электронном виде.

Тем не менее, существующая тенденция увеличения количества переносов занятий на другую дату или время приводит к проблеме своевременного отслеживания изменений в расписании занятий. Разработанная система хранения и обработки данных о расписании занятий призвана решить приведенную выше проблему.

Решить вопрос удобного просмотра расписания и отслеживания последних изменений в нем предлагается с помощью мобильного приложения. При подключении к сети приложение проверит актуальность расписания и при наличии обновлений загрузит на девайс пользователя новую версию.

Система разработана в соответствии с трехуровневой клиент-серверной архитектурой и состоит из мобильного приложения на платформе Android, веб-сервиса и базы данных. Мобильное приложение представляет собой уровень клиента. Оно не имеет прямых связей с базой данных по соображениям безопасности и масштабируемости. Взаимодействие мобильного приложения с базой данных осуществляется с помощью связующего уровня — сервера приложений. Уровень данных, обеспечивающий их хранение, реализуется средствами системы управления базами данных; подключение к этому компоненту обеспечивается только с уровня сервера приложений.

В системе реализуется разделение прав доступа (рядовые пользователи и администраторы). Рядовые пользователи могут только просматривать расписание выбранной группы или преподавателя, а все изменения, вносимые ими, локальны и хранятся на их мобильном устройстве в компактной встраиваемой реляционной базе данных SQLite. Администраторы могут изменять удаленную базу данных с расписанием с помощью мобильного приложения. С целью недопущения редактирования удаленной базы данных случайными пользователями администраторам необходимо авторизоваться в системе при помощи выданных заранее логинов и паролей.

В дальнейшей перспективе планируется реализация мобильного клиента на платформе iOS и внедрение в приложение дополнительной функциональности — будет введена возможность просмотра информации о загруженности аудиторий,

импорта и экспорта расписания занятий в форматы xml, xsl и др., кроме того, появление в институте базы данных с расписанием делает потенциально возможной загрузку из нее первичных данных в начале каждого семестра.

ОБ ОПЫТЕ ДОКУМЕНТИРОВАНИЯ ПРОЦЕССА ОЧНОГО ОБУЧЕНИЯ ПРИ ПОМОЩИ МОБИЛЬНОГО ПРИЛОЖЕНИЯ

Д. Е. Пивоваров

МАИ, Москва, Россия

В настоящее время система образования нашей страны претерпевает значительные изменения. Они касаются как самой структуры средней и высшей школы, так и активного внедрения информационных технологий в учебный процесс. Для информатизации учебного процесса на основе нормативных актов создаются стандарты образования, которые должна соблюдать современная школа. Согласно последним положениям процесс обучения в начальной и средней школе сопровождается ведение электронного журнала и электронного дневника. Для реализации подобного требования школы обращаются к готовым системам, созданным государственными и коммерческими структурами или решают этот вопрос собственными силами с привлечением материальных средств образовательного учреждения.

Высшая школа не обременена подобными стандартами, однако учет посещаемости и успеваемости, основных характеристик работы студента, должен проводиться объективно со всей строгостью. Помимо этого должен быть контроль подачи и освоения материала, что позволит корректировать изменение учебных планов и дисциплин в свете перехода от специалитета к бакалавриату и магистратуре. Решение обозначенных задач составляет суть документирования процесса обучения в очной форме. На сегодняшний день учебный процесс отражается в журнале группы, который представляет собой присутственный лист, в учетных карточках, куда вносятся оценки, полученные за контрольные работы, и экзаменационных ведомостях. При этом для объективной оценки знаний экзаменатору не хватает времени и информации об успеваемости студента на протяжении всего семестра. Именно для этих целей с недавнего времени в учетные карточки добавлены дополнительные графы, которые тем не менее отражают лишь средние характеристики успеваемости студентов.

Для решения задачи документирования нет ни программных средств, ни материальной базы всилю особенностей учебного процесса в вузе. Аудитории не могут быть снабжены рабочими станциями, а у преподавателя просто нет времени сидеть за ним и вносить требуемую информацию, так как большую часть времени он находится у доски. Таким образом, автором была поставлена задача создания системы документирования учебного процесса на основе имеющихся у каждого преподавателя вычислительных мощностей, к числу которых можно отнести мобильные устройства.

В настоящем докладе описан опыт ведения учебного процесса с использованием мобильного приложения. Автором предложена и реализована программа учета посещаемости, успеваемости и подачи материала, которая может быть запущена на мобильном устройстве. При этом на первое место выходят облачные технологии, позволяющие обращаться к единой базе данных независимо от местонахождения пользователя. Для этого привлечены технологии web-программирования с использованием традиционных подходов на основе HTML, CSS, PHP, JavaScript и Ajax.

В работе дается описание процесса обучения на примере ведения практических занятий по математическим дисциплинам. Указываются сильные и слабые стороны разработанного подхода. Обсуждается его техническая реализация. Даются рекомендации по его модернизации и перспективе внедрения на базе кафедры, факультета и вуза.

АНАЛИЗ ТЕНДЕНЦИЙ РАЗВИТИЯ ИНЖЕНЕРНОГО ОБРАЗОВАНИЯ В СТРАНАХ С ВЫСОКИМ УРОВНЕМ ИННОВАЦИОННОГО И ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО РАЗВИТИЯ

К. С. Самсонов, А. В. Севрюкова, А. Л. Галиновский, М. И. Абашин

МГТУ им. Н. Э. Баумана, Москва, Россия

Целью исследования являлось формирование представлений о тенденциях развития инженерии и технического образования в мире на основе учета опыта стран, имеющих высокий уровень инженерного образования, инновационного и технологического развития.

На первом этапе исследования в результате анализа и статистической обработки информационных данных был сформирован обобщенный перечень зарубежных государств, представленных в топ-20 ведущих рейтингов инновационного и технологического развития стран мира и в топ-50 ведущих мировых рейтингов университетов, с высоким уровнем инженерного образования, инновационного и технологического развития.

Сформированный по формальным признакам перечень стран принятых для рассмотрения целесообразно дополнить такими странами как: Дания, Ирландия, Финляндия и Южная Корея. Причины этого связаны с тем, что за последние 25–30 лет эти страны показали высокую динамику роста различных показателей, используемых в рассматриваемых рейтингах [1]. Необходимо разобраться, в чем причины этого успеха, поскольку в настоящее время Российской Федерации занимает во многом те же позиции, которые занимали эти страны четверть века назад.

Практический интерес представляет перечень факторов, которые играют важную роль в развитии научно-технической сферы:

- восприимчивость инноваций и готовность их внедрять на практике;
- развитие своих территорий с позиций закрепления за ними статуса центров инновационного развития;
- формирование рынка интеллектуальной продукции и закрепление за ними соответствующих сегментов рынка;

— вовлечение высокотехнологичных предприятий в международное сотрудничество с помощью различных механизмов, таких как аутсорсинг, инвестирование, маркетинговые исследования, привлечение высококвалифицированных кадров из-за рубежа;

— успешная реализация антикризисных программ и выработка правительствами этих стран направлений развития с учетом сложных экономических условий.

Вполне очевидно, что эти факторы имеют тесную взаимосвязь с системой подготовки кадров. Отмечается достаточно тесная взаимосвязь в позициях, занимаемых в рейтингах научно-технического развития и рейтингах университетов стран. Другими словами точки роста техники и технологий стимулируют развитие соответствующих направлений подготовки кадров и инженерного образования в целом. Университеты, по сути, обслуживают этот сектор экономики, формируя интеллек-

туальную собственность, подготавливая и повышая квалификацию кадров, разрабатывая новые технологии, управленческие решения и др. Уровень инновационного и технологического развития определяет и формирует уровень инженерного образования.

В настоящий момент областями знаний, имеющих наибольший уровень инновационной привлекательности, являются: информационно-коммуникационные технологии, микро и наноэлектроника, фотоника; нанотехнологии; новые материалы; биотехнологии; эффективные процессы производства; космос. В то же время отмечаются направления, где требуется повышение результативности исследований и инноваций: здравоохранение, демографические изменения и благополучие, безопасность продуктов питания, сельское хозяйство, эко-системы и био-экономика; изменение климата; влияние климата и рациональное использование ресурсов.

Государственное стимулирование инноваций возлагается на деятельность специализированного органа — Комиссии по технологии и инновациям, которая поддерживает: проектное финансирование, создание новых предприятий, содействие трансферту знаний и технологий между наукой и промышленностью. Основополагающим нормативно-правовым документом, регулирующим планирование и проведение мероприятий по поддержке исследований и инноваций в Швейцарской Конфедерации, является Федеральный закон «О поддержке исследований и инноваций» от 1983 г. Последняя редакция была проведена в 2012 г. Основными положениями Закона являются:

- содействие научным исследованиям и инновациям;
- поддержка оценки и внедрения результатов исследований на практике;
- контроль и регулирование сотрудничества между уполномоченными органами в области исследований;
- эффективное использование федеральных финансовых средств, выделяемых на поддержку исследований и инноваций.

Стратегия развития США «third offset» («третий противовес»), принятая в 2016 г. нацелена на разработку новых технологий, тактических приемов и организационной структуры высоконаукоемких производств и призвана ликвидировать преимущества других стран и обеспечить значительный отрыв от конкурентов.

В заключение следует отметить, что во многом подходы стран-лидеров и их государственная политика в части поддержки высокотехнологичных отраслей промышленности имеет достаточное количество общих черт. Главным объединяющим фактором является необходимость поддержки наукоемких отраслей промышленности и внедрения инноваций. Сосредоточение усилий по развитию, внедрению и продвижению инновационных продуктов, услуг, а также методов управления, контроля, обеспечения производства позволяет достичь высоких результатов технико-экономического развития, обеспечивая значительные конкурентные преимущества в соответствующих сегментах экономики и социальной сферы. Перспективами проведения исследований является формирование перечней общих и отличающихся направлений государственной поддержки науки и технологий в рассмотренных странах. Самостоятельное значение имеют исследования, связанные с изучением приоритетов технических университетов в части организации и контроля результатов образовательного процесса.

1. Приоритеты инновационного общества: зарубежный опыт. Аналитический обзор по опыту становления инновационного общества: Канада, Ирландия, Финляндия, Южная Корея. Аналитический обзор. Информационно-методический бюллетень Выпуск 2 // Тверской ИнноЦентр. 2011. URL: <http://www.innocentre.tversu.ru/izd-ts-4.html> (дата обращения: 20.01.2017).

2. OECD (2010), OECD Science, Technology and Industry Outlook, OECD Publishing. URL: http://dx.doi.org/10.1787/sti_outlook-2010-en (дата обращения: 11.01.2017) DOI: 10.1787/sti_outlook-2010-en.
3. Абашин М. И., Галиновский А. Л., Зосимов М. В., Моисеев В. А. Анализ тенденций развития инженерного образования в странах, имеющих высокий уровень инновационного и технологического развития // Вестник Костромского государственного университета им. Н. А. Некрасова. Серия: Педагогика. Психология. Социальная работа. Ювенология. Социокинетика. — 2016. — №3. — С. 22–28.

УПРАВЛЕНИЕ ПРЕДМЕТНЫМ ОБУЧЕНИЕМ НА ОСНОВЕ МОДУЛЬНО-КОМПЕТЕНТНОСТНОГО ПОДХОДА

И. Д. Столбова

ПНИПУ, Пермь, Россия

Под технологизацией образовательного процесса понимается использование способов организации подготовки обучаемых, которые гарантируют достижение заявленных целей. В рамках ФГОС ВО целями обучения является набор заявленных компетенций выпускников. При сохранившейся дисциплинарной структуре образовательной программы необходимо определить целесообразность изучения предметной области и предусмотреть разные уровни ее освоения, учитывающие различие внешних требований и индивидуальные возможности и потребности обучаемых. С целью технологизации разрабатываются процедуры: построение иерархии целей обучения; соответствующее структурирование учебного материала; его дозирование в процессе обучения — порционное освоение с целью контроля и коррекции достигаемых результатов; выбор разнообразных и адекватных условиям обучения способов представления учебной информации, технологий обучения и контроля; циклическое управление образовательным процессом и, в конечном результате, — достижение поставленных целей [1].

В настоящее время в структуре программ обучения широко используется модульный принцип, позволяющий создавать гибкие образовательные структуры, как по содержанию, так и по организации обучения [2]. Модульное обучение является высокотехнологичным, поскольку отличается следующими качествами:

- подбором содержания в соответствии с поставленной целью;
- структуризацией содержания обучения;
- большой долей самостоятельности студентов и осознанием обучаемыми осваиваемой программы на основе построения собственной образовательной траектории;
- замкнутым типом управления на основе механизма обратной связи;
- эффективным контролем достижений студентов и дифференциацией получаемых результатов обучения.

Предполагается, что именно модульная структура является той технологической «оснасткой», которая позволяет осуществить переход от целей образования (компетенций) к результирующему процессу обучения студентов в вузе (подготовке специалистов, компетентных в своей профессиональной области), т. е. образовательные модули — это средства достижения требуемого качества образования — сформированности у выпускников заявленного набора компетенций [1].

Одной из основных задач проектирования предметной подготовки является разработка структуры учебных модулей и определение их содержания, обеспечивающего формирование компетентностной модели предметной подготовки (КМПП). При модульном построении предметной области реализуется принцип индивидуа-

лизации обучения, являющегося сутью компетентностного подхода [3]. Вследствие этого КМПП должна предполагать вариативность изучения дисциплины путем предложения ранжированного набора из N предметных компетенстных моделей ПКМ i ($i = 1, \dots, N$), обеспечивающих формирование предметных компетенций на различных уровнях и дифференцированное освоение содержания предметной области. ПКМ представляет собой перечень предметных компетенций как целевых установок изучения дисциплины, а также описание планируемых поэтапных результатов обучения в виде компонентов знаний, умений и владений, которые следует контролировать по мере прохождения учебного процесса для успешного продвижения к поставленным целям (предметным компетенциям). Последовательность из K учебных модулей с заданной глубиной освоения каждого, ведущая к определенной ПКМ i ($i = 1, \dots, K$), образует образовательный маршрут. Образовательные маршруты отличаются как набором учебных модулей, так и глубиной их освоения. Вводимая глубина освоения модуля позволяет предусмотреть различные варианты освоения предметной области в виде целого спектра возможных ПКМ, формируемых у студентов в процессе предметной подготовки.

Таким образом, компетентностная модель предметной подготовки, учитывающая различные возможные варианты ее освоения, представляется в виде набора запланированных ПКМ и соответствующих им образовательных маршрутов. При этом отдельный студент, осваивающий предметную подготовку по указанному маршруту, вправе выбрать свою образовательную траекторию, учитывающую первоначальную подготовку и выход на запланированную ПКМ.

Для реализации многовариантного проекта управления предметной подготовки с различными целевыми установками и возможностями промежуточного изменения индивидуального образовательного маршрута проводится сетевое моделирование. Строится сетевой график, содержащий все возможные варианты целевых установок освоения предметной области ПКМ i ($i = 1, \dots, N$), а также образовательные маршруты, состоящие из наборов модулей с различным уровнем освоения. Узлами графа являются текущие результаты освоения очередного модуля.

В процессе реализации предметного обучения и гарантии качества подготовленности контингента обучаемых необходим сквозной мониторинг достигаемых образовательных результатов на всех этапах учебного процесса, включая предварительную оценку уровня развития студентов, организации текущего, модульного и итогового видов контроля [4]. Предварительная процедура контроля позволяет студентам совместно с преподавателем осуществить выбор возможной индивидуальной траектории обучения и плановый уровень освоения предметных компетенций. По результатам проводимых процедур контроля (или самоконтроля) принимаются управленические решения (совместно студентом и преподавателем), учитывающие индивидуальные достижения студентов и их личностные особенности. При этом корректируются образовательные маршруты обучения и применяемые образовательные технологии, вследствие чего повышаются или понижаются первоначально поставленные цели (уровни обученности) предметного обучения.

1. Столбова И. Д., Александрова Е. П., Крайнова М. Н. Модульная технология управления предметной подготовкой студентов // Университетское управление: практика и анализ. — 2012. — №5(81). — С. 88–95.
2. Описание модульной технологии URL: <http://www.ekrupoderova.narod.ru/osnovy.htm>.
3. Столбова И. Д. Управление компетенциями на основе индивидуализации образовательного процесса // Russian Journal of Management. — 2016. — Т. 4, №3. — С. 291–298.
4. Столбова И. Д., Данилов А. Н. Инструментарий оценивания результатов образования при компетентностном подходе // Стандарты и мониторинг в образовании. — 2012. — №4. — С. 24–30.

ДОКТОР ТЕХНИЧЕСКИХ НАУК, ПРОФЕССОР Л. П. ФЕЛЬДМАН (1923–2017)

Лев Петрович Фельдман, профессор кафедры прикладной математики и информатики Донецкого национального технического университета (ДонНТУ), доктор технических наук, известный ученый в области высокопроизводительных вычислений и математического моделирования. Начиная с 1999 г. Л. П. Фельдман участвовал в работе конференций, выступая с докладами, а с 2003 г. он являлся членом Оргкомитета нашей конференции от Украины.

Награды. Медали за участие в Великой Отечественной Войне, Лауреат Государственной премии в области науки и техники Украины.

Биография. Родился 5 ноября 1923 г. в городе Керенске Пензенской области. В 1941 г. закончил с отличием среднюю школу. Фронтовик. В июле 1941 г. добровольцем вступил в ряды Советской Армии и всю войну прошел в войсках противовоздушной обороны фронта.

В 1951 г. Лев Петрович Фельдман закончил с отличием механико-математический факультет Московского Государственного университета по специальности «Механика».

До 1963 г. Л. П. Фельдман работал в Новочеркасском политехническом институте, где прошел путь от ассистента до доцента кафедры теоретической механики.

В 1963 г. он перешел в Донецкий политехнический институт доцентом кафедры «Автоматика и телемеханика», где организовал и возглавил группу преподавателей, занимавшихся вычислительной техникой. За короткий период эта группа переросла в кафедру вычислительной техники, организатором и первым заведующим которой был Лев Петрович. В 1974 г. Л. П. Фельдман успешно защитил диссертацию на соискание ученой степени доктора технических наук «Исследование динамики и синтез систем автоматического управления проветриванием угольных шахт». В 1977 г. ему было присвоено ученое звание профессора. С 1978 по 1993 гг. Л. П. Фельдман заведовал кафедрой прикладной математики и информатики.

Характерной особенностью Л. П. Фельдмана и как руководителя кафедры, и как лидера научного направления, является постоянный настрой на смелое созидание: неутомимая постановка новых курсов с учетом последних достижений теории и практики, постоянная модификация учебных планов и программ в соответствии с быстрым развитием компьютерных наук и технологий, тесное кооперирование с родственными кафедрами других институтов страны, творческие связи с НИИ, КБ, промышленностью, приданье главенствующей роли научной работе сотрудников кафедры, как основы высококачественного учебного процесса. Приняв в 1963 г. участие в отраслевой программе по разработке системы контроля и управления проветриванием шахт, Л. П. Фельдман сформулировал и возглавил научное направление «Математическое моделирование аэрогазодинамических процессов, разработка алгоритмов и структур оптимального управления проветриванием шахт».



Фундаментальной основой этого направления явилось разработанное Л. П. Фельдманом математическое описание аэрогазодинамических процессов в выработанных пространствах, схемах проветривания выемочных участков и в шахтных вентиляционных сетях. В короткий срок эти работы Л. П. Фельдмана нашли признание ведущих специалистов, занимавшихся проблемой повышения безопасности и автоматизацией процессов проветривания в угольных шахтах.

Лев Петрович стоял также у истоков многих работ по аналогово-цифровому моделированию сложных динамических систем оборонного назначения, проводимых ДПИ по заказам НИИ прикладной гидродинамики, КБ точного машиностроения, ММЗ им. Микояна, НИИ BBC и др.

Особое место среди научных интересов Л. П. Фельдмана с середины 1980-х годов занимала теория вычислительных систем. Основные результаты в этом направлении заключаются в разработке аналитических моделей, описывающих функционирование современных мультипроцессорных вычислительных систем различной структуры. Аналитические методы исследования, базирующиеся на теории стохастических процессов Маркова, и разработанные им аналитические модели параллельных вычислительных архитектур представляют наиболее точный и удобный способ получения показателей качества и повышения эффективности функционирования вычислительных систем.

С 1992 г. Л. П. Фельдман в тесном содружестве с институтом параллельных систем Штуттгартского университета, институтом информатики Лейпцигского университета, институтом моделирования и графики Магдебургского университета (Германия) активно работал над проблемой «Разработка массивно параллельной моделирующей среды для динамических систем с сосредоточенными и распределенными параметрами», характеризующейся актуальностью мирового уровня.

Лев Петрович является автором нескольких книг, многочисленных научных статей в ведущих научных журналах, им выпущен ряд учебных пособий и учебник. Под его руководством защищен ряд кандидатских и докторских диссертаций.

СПИСОК ОРГАНИЗАЦИЙ

- Kingston University, London, United Kingdom
Universite Paris-Est, Champs-sur-Marne, France
АО «Государственный ракетный центр имени академика В. П. Макеева» (АО «ГРЦ Макеева»), Челябинская обл., Миасс, Россия
АО «Информационные спутниковые системы» им. акад. М. Ф. Решетнева» (АО «ИСС»), Железногорск, Россия
АО «Корпорация «Московский институт теплотехники» (АО «Корпорация «МИТ»), Москва, Россия
АО «Корпорация «Тактическое ракетное вооружение» (АО «КТРВ»), Королев, Московская обл., Россия
АО «ОДК-Авиадвигатель», Пермь, Россия
АО «Опытное конструкторское бюро машиностроения им. И. И. Африканова» (АО «ОКБМ Африкантов»), Нижний Новгород, Россия
Байкальский государственный университет (БГУ), Иркутск, Россия
Балтийский государственный технический университет «ВОЕНМЕХ» им. Д. Ф. Устинова (БГТУ «Военмех»), Санкт-Петербург, Россия
Брянская государственная инженерно-технологическая академия (БГИТА), Брянск, Россия
Брянский государственный технический университет (БГТУ), Брянск, Россия
Бухарский инженерно-технологический институт (БухИТИ), Бухара, Узбекистан
Владивостокский государственный университет экономики и сервиса (ВГУЭС), Владивосток, Россия
Военно-космическая академия им. А. Ф. Можайского (ВКА им. А. Ф. Можайского), Санкт-Петербург, Россия
Волгоградский государственный технический университет (ВолгГТУ), Волгоград, Россия
Всероссийский научно-исследовательский институт автоматики им. Н. Л. Духова (ВНИИА им. Н. Л. Духова), Москва, Россия
Вычислительный центр Дальневосточного отделения Российской академии наук (ВЦ ДВО РАН), Хабаровск, Россия
Вычислительный центр им. А. А. Дородницына Российской академии наук Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук (ВЦ РАН ФИЦ ИУ РАН), Москва, Россия
Госкорпорация «Росатом», Москва, Россия
ГосНИИимаш, Нижегородская обл., Дзержинск, Россия
Государственный казенный научно-испытательный полигон авиационных систем (ГКНИПАС), п. Белозерский, Московская обл., Россия
Государственный университет управления (ГУУ), Москва, Россия
Дальневосточный государственный университет путей сообщения (ДВГУПС), Хабаровск, Россия
Дальневосточный федеральный университет (ДВФУ), Владивосток, Россия
Донецкий национальный технический университет (ДонНТУ), Донецк, Украина
Донской государственный технический университет (ДГТУ), Ростов-на-Дону, Россия

- Институт автоматизации проектирования Российской академии наук (ИАП РАН), Москва, Россия
- Институт автоматики и процессов управления Дальневосточного отделения Российской академии наук (ИАПУ ДВО РАН), Владивосток, Россия
- Институт вычислительной математики и математической геофизики Сибирского отделения Российской академии наук (ИВМиМГ СО РАН), Новосибирск, Россия
- Институт вычислительных технологий Сибирского отделения Российской академии наук (ИВТ СО РАН), Новосибирск, Россия
- Институт геохимии и аналитической химии им. В.И. Вернадского Российской академии наук (ГЕОХИ РАН), Москва, Россия
- Институт гидродинамики им. М. А. Лаврентьева Сибирского отделения Российской академии наук (ИГиЛ СО РАН), Новосибирск, Россия
- Институт горного дела им. Н. А. Чинакала Сибирского отделения Российской академии наук (ИГД СО РАН), Новосибирск, Россия
- Институт динамики систем и теории управления Сибирского отделения Российской академии наук (ИДСТУ СО РАН), Иркутск, Россия
- Институт кибернетики Томского политехнического университета (ИК ТПУ), Томск, Россия
- Институт математики и информатики Северо-Восточного Федерального университета им. М. К. Аммосова (ИМИ СВФУ), Якутск, Россия
- Институт машиноведения и металлургии Дальневосточного отделения Российской академии наук (ИМиМ ДВО РАН), Комсомольск-на-Амуре, Россия
- Институт машиноведения им. А. А. Благонравова Российской академии наук (ИМАШ РАН), Москва, Россия
- Институт машиноведения Уральского отделения Российской академии наук (ИМаш УрО РАН), Екатеринбург, Россия
- Институт механики и машиностроения Казанского научного центра Российской академии наук (ИММ КазНЦ РАН), Казань, Россия
- Институт механики им. Р. Р. Мавлютова Уфимского научного центра Российской академии наук (ИМех УНЦ РАН), Уфа, Россия
- Институт механики сплошных сред Уральского отделения Российской академии наук (ИМСС УрО РАН), Пермь, Россия
- Институт прикладной математики им. М. В. Келдыша Российской академии наук (ИПМ им. М. В. Келдыша), Москва, Россия
- Институт прикладной механики Российской академии наук (ИПриМ РАН), Москва, Россия
- Институт прикладных проблем механики и математики им. Я. С. Подстрягача Национальной академии наук Украины (ИППМ НАНУ), Львов, Украина
- Институт проблем безопасного развития атомной энергетики Российской академии наук (ИБРАЭ РАН), Москва, Россия
- Институт проблем механики им. А. Ю. Ишлинского Российской академии наук (ИПМех РАН), Москва, Россия
- Институт проблем нефти и газа Сибирского отделения Российской академии наук (ИПНГ СО РАН), Якутск, Россия
- Институт проблем передачи информации им. А. А. Харкевича Российской академии наук (ИППИ РАН), Москва, Россия
- Институт проблем химической физики Российской академии наук (ИПХФ РАН), Черноголовка, Московская обл., Россия
- Институт программных систем им. А. К. Айламазяна Российской академии наук (ИПС РАН), Ярославская обл., Переславский район, с. Веськово, Россия

- Институт системного анализа Федерального исследовательского центра «Информатика и управление» Российской академии наук (ИСА ФИЦ ИУ РАН), Москва, Россия
- Институт теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича Сибирского отделения Российской академии наук (ИТПМ СО РАН), Новосибирск, Россия
- Институт физики прочности и материаловедения Сибирского отделения Российской академии наук (ИФПМ СО РАН), Томск, Россия
- Институт химической кинетики и горения Сибирского отделения Российской академии наук (ИХКГ СО РАН), Новосибирск, Россия
- Казанский научный центр Российской академии наук (КазНЦ РАН), Казань, Россия
- Казанский национальный исследовательский технический университет им. А.Н. Туполева — КАИ (КНИТУ–КАИ), Казань, Россия
- Казанский национальный исследовательский технологический университет (КНИТУ), Казань, Россия
- Казанский (Приволжский) федеральный университет (К(П)ФУ), Казань, Россия
- Казанское отделение Межведомственного суперкомпьютерного центра Российской академии наук — филиал Федерального государственного учреждения «Федеральный научный центр Научно-исследовательский институт системных исследований Российской академии наук» (КазО МСЦ РАН — филиал ФГУ ФНЦ НИИСИ РАН), Казань, Россия
- Комсомольский-на-Амуре государственный технический университет (КнАГТУ), Комсомольск-на-Амуре, Россия
- Крыловский государственный научный центр (КГНЦ), Санкт-Петербург, Россия
- Кубанский государственный университет (КубГУ), Краснодар, Россия
- Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет) (МАИ), Москва, Россия
- Московский автомобильно-дорожный государственный технический университет (МАДИ), Москва, Россия
- Московский городской психолого-педагогический университет (МГППУ), Москва, Россия
- Московский государственный технический университет им. Н. Э. Баумана (МГТУ им. Н. Э. Баумана), Москва, Россия
- Московский государственный университет им. М. В. Ломоносова (МГУ им. М. В. Ломоносова), Москва, Россия
- Московский государственный университет тонких химических технологий им. М. В. Ломоносова (МИТХТ им. М. В. Ломоносова), Москва, Россия
- Московский физико-технический институт (государственный университет) (МФТИ), Долгопрудный, Московская обл., Россия
- Научно-исследовательский институт механики Московского государственного университета им. М. В. Ломоносова (НИИМ МГУ им. М. В. Ломоносова), Москва, Россия
- Научно-исследовательский институт механики Нижегородского государственного университета им. Н. И. Лобачевского (НИИМ ННГУ), Нижний Новгород, Россия
- Научно-исследовательский институт Парашютостроения (НИИ Парашютостроения), Москва, Россия
- Научно-исследовательский институт прикладной математики и механики Томского государственного университета (НИИПММ ТГУ), Томск, Россия
- Научно-исследовательский институт прикладной механики и электродинамики Московского авиационного института (национального исследовательского университета) (НИИПМЭ МАИ), Москва, Россия
- Национальный исследовательский Московский государственный строительный университет (НИУ МГСУ), Москва, Россия

- Национальный исследовательский Саратовский государственный университет им. Н.Г. Чернышевского (СГУ), Саратов, Россия
- Национальный исследовательский Томский государственный университет (ТГУ), Томск, Россия
- Национальный исследовательский Томский политехнический университет (ТПУ), Томск, Россия
- Национальный исследовательский центр «Курчатовский институт» (НИЦ «Курчатовский институт»), Москва, Россия
- Нижегородский государственный университет им. Н.И. Лобачевского (ННГУ), Нижний Новгород, Россия
- НИИ кардиологии им. А.Л. Мясникова, Москва, Россия
- НИИ НПО «Луч», Подольск, Московская обл., Россия
- Новосибирский государственный университет (НГУ), Новосибирск, Россия
- Новосибирский государственный университет экономики и управления (НГУЭУ), Новосибирск, Россия
- ОАО «Бортовые аэронавигационные системы», Москва, Россия
- ОАО «Тяжмаш», Сызрань, Россия
- Объединенный институт высоких температур Российской академии наук (ОИВТ РАН), Москва, Россия
- ООО "Компания «Объединенная Энергия»", Москва, Россия
- ООО «ЛОКиП», Москва, Россия
- ООО «Параллелз Рисерч», Москва, Россия
- ООО Судостроительная компания «Аэроход» (ООО СК «Аэроход»), Нижний Новгород, Россия
- ООО «ТГР Инжениринг», Санкт-Петербург, Россия
- ООО «ЭКОГИБЕНТ», Москва, Россия
- Орловский государственный университет имени И. С. Тургенева (ОГУ им. И. С. Тургенева), Орел, Россия
- ПАО «Татнефть», Альметьевск, Россия
- Пермский государственный национальный исследовательский университет (ПГНИУ), Пермь, Россия
- Пермский национальный исследовательский политехнический университет (ПНИПУ), Пермь, Россия
- Петербургский государственный университет путей сообщения Императора Александра I (ПГУПС), Санкт-Петербург, Россия
- Петрозаводский государственный университет (ПетрГУ), Петрозаводск, Россия
- Ракетно-космическая корпорация «Энергия» им. С. П. Королева (РКК «Энергия»), Королев, Московская обл., Россия
- Российский государственный гидрометеорологический университет (РГГМУ), Санкт-Петербург, Россия
- Российский университет дружбы народов (РУДН), Москва, Россия
- Самарский государственный аэрокосмический университет им. акад. С. П. Королева (национальный исследовательский университет) (СГАУ), Самара, Россия
- Самарский национальный исследовательский университет имени академика С. П. Королева (СамГУ), Самара, Россия
- Санкт-Петербургский Военно-морской политехнический институт ВУНЦ ВМФ ВМА (СПб ВМПИ ВУНЦ ВМФ ВМА), Санкт-Петербург, Россия

- Санкт-Петербургский государственный морской технический университет (СПбГМТУ),
Санкт-Петербург, Россия
- Санкт-Петербургский государственный университет (СПбГУ), Санкт-Петербург, Россия
- Санкт-Петербургский национальный исследовательский университет информационных технологий, механики и оптики (Университет ИТМО), Санкт-Петербург, Россия
- Санкт-Петербургский политехнический университет Петра Великого (СПбПУ), Санкт-Петербург, Россия
- Саратовский государственный технический университет имени Гагарина Ю. А. (СГТУ имени Гагарина Ю. А.), Саратов, Россия
- Сибирский федеральный университет (СФУ), Красноярск, Россия
- Сиднейский университет (University of Sydney), Сидней, Австралия
- Снежинский физико-технический институт НИЯУ МИФИ (СФТИ НИЯУ МИФИ), Челябинская обл., Снежинск, Россия
- Сургутский государственный университет (СурГУ), Сургут, Россия
- Ташкентский химико-технологический институт (ТХТИ), Ташкент, Узбекистан
- Технологический университет, Московская обл., Королев, Россия
- Томский государственный архитектурно-строительный университет (ТГАСУ), Томск, Россия
- Тюменский государственный университет (ТюмГУ), Тюмень, Россия
- Тюменский индустриальный университет (ТИУ), Тюмень, Россия
- Тюменский филиал Института теоретической и прикладной механики им. С. А. Христиановича Сибирского отделения Российской академии наук (ТюмФ ИТПМ СО РАН), Тюмень, Россия
- Уральский государственный университет путей сообщения (УрГУПС), Екатеринбург, Россия
- Уральский федеральный университет имени первого Президента России Б.Н. Ельцина (УрФУ), Екатеринбург, Россия
- Федеральное казенное предприятие «Научно-испытательный центр ракетно-космической промышленности» (ФКП «НИЦ РКП»), г. Пересвет, Московская обл., Россия
- Финансовый университет при Правительстве Российской Федерации, Москва, Россия
- Центральное конструкторское бюро морское техники «Рубин» (АО ЦКБ МТ «Рубин»), Санкт-Петербург, Россия
- Центральный аэрогидродинамический институт им. Н. Е. Жуковского (ЦАГИ), Жуковский, Московская обл., Россия
- Центральный институт авиационного моторостроения им. П.И. Баранова (ЦИАМ), Москва, Россия
- Центральный научно-исследовательский институт машиностроения (ЦНИИМаш), Королев, Московская обл., Россия
- Центральный научно-исследовательский институт специального машиностроения (ЦНИИСМ), Хотьково, Московская обл., Россия
- Чувашский государственный университет им. И. Н. Ульянова (ЧГУ им. И. Н. Ульянова), Чебоксары, Россия
- Южно-Уральский государственный университет (национальный исследовательский университет) (ЮУрГУ (НИУ)), Челябинск, Россия
- Южно-Уральский научный центр (Ю-У НЦ), Челябинская обл., Миасс, Россия
- Южный научный центр Российской академии наук (ЮНЦ РАН), Ростов-на-Дону, Россия

АДРЕСНАЯ КНИГА

Абгарян Вартан Карленович
Абгарян Каринэ Карленовна
Абрехманова Алиса Ильгамовна
Абрешитов Алексей Алланович
Абдубакова Лилия Варисовна
Абросимов Николай Анатольевич
Абузяров Мустафа Хасьянович
Авдеев Николай Владимирович
Айзикович Сергей Михайлович
Аксенова Ольга Анатольевна
Алейников Ярослав Алексеевич
Александрина Марина Георгиевна
Алексеев Алексей Кириллович
Алексин Владимир Адамович
Амелиошкин Иван Алексеевич
Андреев Виктор Андреевич
Андрушенко Виктор Анатольевич
Аносова Наталья Павловна
Аntonovskij Иван Владимирович
Антухов Илья Владимирович
Архипов Владимир Афанасьевич
Аульченко Сергей Михайлович
Афанасьева Мария Николаевна
Ахмедов Максуд Шарипович

Бабаков Александр Владимирович
Бабешко Владимир Андреевич
Бабешко Ольга Мефодиевна
Бабинцев Павел Валерьевич
Бадриев Ильдар Бурханович
Баженов Валентин Георгиевич
Байков Станислав Викторович
Бакулин Владимир Николаевич
Балута Виктор Иванович
Баранникова Дарья Дмитриевна
Баранов Николай Алексеевич
Бартоломей Мария Леонидовна
Барченко Филипп Борисович
Басалаев Артем Викторович
Баутин Сергей Петрович
Бедарев Игорь Александрович
Безуглова Екатерина Юрьевна
Белашова Ирина Станиславовна
Белов Николай Николаевич
Бильченко Григорий Григорьевич

vka.mai@mail.ru
kristal83@mail.ru
A061093@mail.ru
abdary@mail.ru
ablili@mail.ru
abrosimov@mech.unn.ru
abouziar@mech.unn.ru
nfyrjdfnsq6@mail.ru
saizikovich@gmail.com
olga.a.aksenova@gmail.com
aleinikov_yar@mail.ru
margeo@mail.ru
aleksey.k.alekseev@gmail.com
aleksin@ipmnet.ru
Amelyushkin_Ivan@mail.ru
victor.andreev2014@gmail.com
andrusviktor@ya.ru
natalia.anosova@gmail.com
antonovskij@mail.ru
cryogen204@mail.ru
leva@niipmm.tsu.ru
aulchsm@mail.ru
mary.mai.8@yandex.ru
lazizbek.axmedov.2011@mail.ru

babakov@icad.org.ru
babeshko41@mail.ru
babeshko49@mail.ru
maskot.g@gmail.com
ildar.badriev1@mail.ru
bazhenov@mech.unn.ru
nparanoid@gmail.com
vbak@yandex.ru
Vbaluta@keldysh.ru
lusy_and_jam@mail.ru
Baranov@ccas.ru
mbartolomey@mail.ru
barchenco@mail.ru
artem.v.basalaev@gmail.com
sbautin@usurt.ru
bedarev@itam.nsc.ru
ekaterinanavalikhina@yandex.ru
irina455@inbox.ru
n.n.belov@mail.ru
ggbil2@gmail.com

Бильченко Григорий Григорьевич (ст.)	ggbil140@gmail.com
Бильченко Наталья Григорьевна	bilchnat@gmail.com
Бирюков Василий Иванович	aviatex@mail.ru
Бишаев Александр Михайлович	bishaev@bk.ru
Благовещенская Екатерина Анатольевна	kblag2002@yahoo.com
Бобылев Александр Александрович	abobylov@gmail.com
Боков Михаил Алексеевич	mikeru06@gmail.com
Болтаев Зафар Итиёрович	lazizbek.akhmedov.2011@mail.ru
Бондаренко Анна Викторовна	ktei@pstu.ru
Боровская Ольга Дмитриевна	borovskayaod44@mail.ru
Бочарников Владимир Максимович	vova.m.bocha@gmail.com
Бошенятов Борис Владимирович	bosbosh@mail.ru
Бугай Ирина Владимировна	irbugay@yandex.ru
Будкина Елена Михайловна	emb0909@rambler.ru
Булавский Петр Евгеньевич	bulavskiy@pgups.ru
Бураго Николай Георгиевич	buragong@yandex.ru
Быков Леонид Владимирович	bykov@mai.ru
Быков Никита Валерьевич	nik.bkv@gmail.com
Валиев Хаммат Хафизович	hhylv@mail.ru
Васильев Александр Николаевич	a.n.vasilyev@gmail.com
Веденяпин Виктор Валентинович	vicveden@yahoo.com
Венедиктов Владимир Сергеевич	vovaninsert@rambler.ru
Виноградов Владимир Иванович	vvinogradov@inbox.ru
Виноградов Юрий Иванович	yuvino@rambler.ru
Виноходов Темир Васильевич	temir99@protonmail.com
Власова Наталья Сергеевна	n.s.vlasova@gmail.com
Волков Роман Евстафьевич	email@romanvolkov.ru
Волкова Татьяна Борисовна	tbvolkova@mail.ru
Волочкова Анна Александровна	annvolochkova@gmail.com
Воротилин Владимир Павлович	VPVorotilin@yandex.ru
Вуцин Леонид Игоревич	vucleonid@mail.ru
Гаврилов Евгений Сергеевич	eugavrilov@gmail.com
Гаврилова Анна Юрьевна	gavrilovaann@mail.ru
Галимзянов Ильдар Илшатович	lilup@bk.ru
Галимзянова Ксения Наильевна	gal-ksyusha@ya.ru
Галютина Оксана Александровна	agafox71@gmail.com
Гапонов Сергей Александрович	gaponov@itam.nsc.ru
Гарбарук Виктор Владимирович	vmkaf@pgups.ru
Гарибян Борис Александрович	bagarib@yandex.ru
Гаспарян Мовсес Манвелович	mouses.gasparyan@gmail.com
Гафиев Рамиль Накипович	gafiyatov@mail.ru
Гембаржевский Геннадий Владимирович	gvgemb@ipmnet.ru
Герасимов Александр Владимирович	ger@niipmm.tsu.ru
Гидаспов Владимир Юрьевич	gidaspov@mai.ru
Гилев Валерий Григорьевич	gvg@psu.ru
Голденко Наталья Александровна	goldenkona@tsniiimash.ru
Голуб Виктор Владимирович	golub@ihed.ras.ru
Гончаров Александр Афанасьевич	goncharov_7148@mail.ru
Гончаров Антон Александрович	goncharov_a_a@mail.ru

Гороженинова Татьяна Николаевна
 Горохов Василий Андреевич
 Горшков Александр Анатольевич
 Горячева Ирина Георгиевна
 Градов Владимир Михайлович
 Гревцев Александр Владимирович
 Григорьев Александр Сергеевич
 Грицевич Мария Игоревна
 Гришин Юрий Аркадьевич
 Грудницкий Виктор Георгиевич
 Губайдуллин Дамир Анварович
 Гузенко Андрей Александрович
 Гурина Татьяна Алексеевна
 Гусев Евгений Леонидович
 Гусева Ирина Сергеевна

Давтян Левон Григорович
 Демидова Ольга Львовна
 Денисевич Денис Сергеевич
 Денисов Олег Владимирович
 Дзама Дмитрий Владимирович
 Дмитриев Владимир Георгиевич
 Добролюбов Алексей Николаевич
 Дудко Ольга Владимировна
 Дьяченко Наталия Владимировна
 Дюкина Надежда Сергеевна
 Дядюкина Анастасия Дмитриевна

Евдокимова Ольга Владимировна
 Евтух Елена Сергеевна
 Егорова Мария Сергеевна
 Егорян Армен Джиганович
 Ежов Алексей Дмитриевич
 Елесин Александр Владимирович
 Еремина Галина Максимовна
 Ершова Алена Юрьевна

Зайцев Виталий Николаевич
 Зайцев Никита Андреевич
 Замураев Владимир Павлович
 Зараневич Илья Андреевич
 Зароднюк Максим Сергеевич
 Зароднюк Татьяна Сергеевна
 Засухин Сергей Владимирович
 Засухина Елена Семеновна
 Захаров Андрей Алексеевич
 Захарова Алёна Александровна
 Звегинцев Валерий Иванович
 Зленко Николай Алексеевич
 Золотаревич Валерий Павлович
 Золоторев Николай Николаевич

gorogeninova@gmail.com
 vas-gor@rambler.ru
 ag60341@gmail.com
 goryache@ipmnet.ru
 gradov@bmstu.ru
 alex.grevtsev@gmail.com
 grigoriev@ispms.ru
 gritsevich@list.ru
 grishin.bmstu@mail.ru
 vgrudnitsky@gmail.com
 gubaidullin@imm.knc.ru
 a_guzenko_89@mail.ru
 gurina_mai@mail.ru
 elgusev@mail.ru
 ig_19@mail.ru

davtyanlevong@gmail.com
 demis806@gmail.com
 sopromat@vstu.ru
 dorvgm@gmail.com
 diman_sw@mail.ru
 zhavor71@mail.ru
 alexdобр-spb@ya.ru
 dudko@iacp.dvo.ru
 NAT230209@yandex.ru
 ndyukina@inbox.ru
 Nahinya@yandex.ru

evdokimova.olga@mail.ru
 galinanekludova@yandex.ru
 egorova.maria.serg@gmail.com
 arche_hl@mail.ru
 ezzhov@gmail.com
 elesin@mech.unn.ru
 anikeeva@ispms.tsc.ru
 Yershova_A@mail.ru

vnzaicev@mail.ru
 nikich911@gmail.com
 zamuraev@itam.nsc.ru
 zarankovich@yandex.ru
 max@isem.irk.ru
 tzarodnyuk@gmail.com
 s.zasukhin@yandex.ru
 zasuhina@ccas.ru
 azaharov@bmstu.ru
 zaa@tpu.ru
 zvegin@itam.nsc.ru
 nikolay.zlenko@tsagi.ru
 zolotarevich@yandex.ru
 nikzolotorev@mail.ru

Зольников Константин Петрович	kost@ispms.tsc.ru
Зубарев Вячеслав Михайлович	zubarev@ipmnet.ru
Зуев Денис Владимирович	zuevdv@gmail.com
Зуев Юрий Владимирович	yuri_zuev@bk.ru
Иванов Виталий Александрович	2svr@mail.ru
Иванов Игорь Эдуардович	ivanovmai@gmail.com
Игошин Дмитрий Евгеньевич	igoshinde@gmail.com
Истомин Евгений Андреевич	eistomin@inbox.ru
Каверзнова Татьяна Тимофеевна	kaverztt@mail.ru
Каганович Борис Моисеевич	thermo@isem.irk.ru
Кагенов Ануар Магжанович	anuar@ftf.tsu.ru
Казённов Иван Сергеевич	heavigot@mail.ru
Казаков Алексей Владимирович	ktei@pstu.ru
Казакова Анастасия Олеговна	kazakova_anastasia@bk.ru
Каинг Муат	myatkhaing.51@gmail.com
Калинина Анна Павловна	kalinina@itam.nsc.ru
Калинина Мария Владимировна	moty-92@mail.ru
Каманцев Иван Сергеевич	ks@imach.uran.ru
Каменских Анна Александровна	anna_kamenskih@mail.ru
Капицин Даниил Романович	kapitsin.dan@gmail.com
Капцов Александр Викторович	kaptssov@ipmnet.ru
Карпенко Антон Геннадьевич	aspera.2003.ru@mail.ru
Кашеваров Алексей Васильевич	a.v.kash@yandex.ru
Киченко Александр Александрович	kichenko.alex@inbox.ru
Клёнов Евгений Александрович	eaklenov@gmail.com
Клочкова Людмила Викторовна	klud@imamod.ru
Кожина Галина Викторовна	gkozhina@bk.ru
Козин Алексей Владимирович	nti@okbm.nnov.ru
Колегов Руслан Николаевич	kolegov@avid.ru
Колесник Сергей Александрович	sergey@oviont.com
Комраков Алексей Владимирович	axximular@list.ru
Кондюрин Алексей Викторович	kondyurin@bk.ru
Конопельчев Михаил Александрович	konopelchevm@gmail.com
Коротаева Татьяна Александровна	korta@itam.nsc.ru
Корчуганов Александр Вячеславович	avkor@ispms.ru
Косарева Алёна Александровна	kos-hellen@yandex.ru
Костюшин Кирилл Владимирович	kostushink@niipmm.tsu.ru
Котельников Михаил Вадимович	mvk_home@mail.ru
Котов Михаил Алтаевич	ma_kotov@mail.ru
Кочетков Анатолий Васильевич	kochetkov@mech.unn.ru
Кравцов Яков Исаакович	kravtsov_1934@mail.ru
Кравченко Ирина Васильевна	irina_kravch@mail.ru
Краснослободцев Александр Васильевич	avkras@yandex.ru
Краснослободцева Татьяна Петровна	tatkrasn@yandex.ru
Кринецкий Олег Евгеньевич	cmmass@mail.ru
Круглов Кирилл Игоревич	k.kruglov.mai@ya.ru
Крутова Ирина Юрьевна	IYKrutova@mephi.ru
Крыжевич Дмитрий Сергеевич	kryzhev@ispms.ru
Крылова Екатерина Юрьевна	kat.krylova@bk.ru

Крюков Виктор Георгиевич
 Крюков Игорь Анатольевич
 Крючков Александр Юрьевич
 Кузнецов Гений Владимирович
 Кузнецов Евгений Борисович
 Кузнецов Сергей Петрович
 Кузнецова Елена Владимировна
 Кукуджанов Константин Владимирович
 Кули-заде Марина Евгеньевна
 Кургузов Владимир Дмитриевич
 Курочкин Илья Ильич
 Кутыш Иван Иванович
 Кухтичев Антон Алексеевич

vkrioukov@mail.ru
 kryukov@ipmnet.ru
 alex9x99@yandex.ru
 kuznetsovvgv@tpu.ru
 kuznetsov@mai.ru
 Kuznetso.Serezha@yandex.ru
 cmmass@mail.ru
 kconstantin@mail.ru
 kuli_marina@mail.ru
 kurguzov@hydro.nsc.ru
 qurochkin@gmail.com
 ecogibent@mail.ru
 a.kukhtichev@mail.ru

Лаврук Сергей Андреевич
 Лазарева Регина Геннадьевна
 Лалин Владимир Владимирович
 Лапшин Денис Александрович
 Левин Юрий Константинович
 Левицкий Александр Вячеславович
 Лемза Александр Олегович
 Леонов Сергей Сергеевич
 Лепешинский Игорь Александрович
 Лепихов Андрей Валерьевич
 Лесникова Юлия Игоревна
 Леушка Марина Александровна
 Линник Елена Юрьевна
 Липницкий Юрий Михайлович
 Лукин Владимир Николаевич
 Ляпин Александр Андреевич

lavruks@mail.ru
 regina.lazareva@gmail.com
 vllalin@yandex.ru
 nti@okbm.nnov.ru
 iam-ras@mail.ru
 alexandr.levitsky@tsagi.ru
 alsu-24@yandex.ru
 powerandglory@yandex.ru
 igorlepesh@yandex.ru
 avlepikhov@yandex.ru
 ulesig@gmail.com
 marina-leushka@mail.ru
 ElenkaLinnik@gmail.com
 lipniju42@mail.ru
 lukinvn@list.ru
 lyapin-sasha@mail.ru

Максимов Федор Александрович
 Маламанов Степан Юрьевич
 Малафеев Сергей Иванович
 Малафеев Сергей Сергеевич
 Малафеева Алевтина Анатольевна
 Малинкин Максим Александрович
 Мансуров Альфер Саматович
 Маняк Иван Сергеевич
 Марков Андрей Алексеевич
 Маров Михаил Яковлевич
 Мартиросов Михаил Иванович
 Марфин Евгений Александрович
 Марышев Борис Сергеевич
 Маслов Евгений Анатольевич
 Мельман Сергей Владимирович
 Меркулов Глеб Алексеевич
 Меснянкин Сергей Юрьевич
 Миллер Александр Борисович
 Миллер Борис Михайлович
 Михайлова Татьяна Васильевна

f_a_maximov@mail.ru
 stevmal@mail.ru
 sim_vl@nm.ru
 cepg87@gmail.com
 amalafeeva@rambler.ru
 malinkinm@inbox.ru
 alfer.mansurov@gmail.com
 Ivan.manyak.89@mail.ru
 a_a_markov@mail.ru
 marovmail@yandex.ru
 Yershova_A@mail.ru
 marfin_ea@mail.ru
 bmaryshev@mail.ru
 maslov_eugene@mail.ru
 melman@dvo.ru
 merkulov.gleb@yandex.ru
 heat204@mai.ru
 amiller@iitp.ru
 bmiller@iitp.ru
 tanyatv1275@mail.ru

Михалин Вячеслав Алексеевич	slavamix@list.ru
Мишенов Владимир Владимирович	vladimir@player701.ru
Модин Иван Александрович	mianet@mail.ru
Мокин Юрий Александрович	src@makeyev.ru
Моллесон Галина Васильевна	molleson@yandex.ru
Молчанов Александр Михайлович	alexmol_2000@mail.ru
Морозов Илья Андреевич	morozoov7@gmail.com
Мурашкин Илья Владимирович	murashkin@inbox.ru
Муслаев Илья Александрович	muslay92@gmail.com
Нагнибеда Екатерина Алексеевна	e_nagnibeda@mail.ru
Надирадзе Андрей Борисович	nadiradze@mai.ru
Назаров Владислав Сергеевич	naz.vladislav@yandex.ru
Назарова Ирина Акоповна	ianazard@gmail.com
Назарова Лариса Алексеевна	lanazarova@ngs.ru
Нахатакян Давид Филаретович	lightcrawler@yandex.ru
Небаба Степан Геннадьевич	stepan-lfx@mail.ru
Неклюдова Галина Александровна	galinanekludova@yandex.ru
Несмелова Анастасия Сергеевна	nastia201193@mail.ru
Нечаев Юрий Иванович	petr_oleg@mail.ru
Никитин Илья Константинович	nikitin.i@tvzavr.ru
Никитин Илья Степанович	i_nikitin@list.ru
Никифоров Анатолий Анатольевич	anikiforov1@yandex.ru
Новиков Илья Олегович	il1994novikov@yandex.ru
Новосельцева Надежда Александровна	knadya2004@mail.ru
Носырев Денис Алексеевич	ri492@yandex.ru
Нуриев Артем Наилевич	nuriev_an@mail.ru
Обухов Александр Геннадьевич	aobukhov@tsogu.ru
Орлов Максим Юрьевич	orloff_m@mail.ru
Осипов Александр Леонидович	alosip@mail.ru
Острик Афанасий Викторович	ostrik@ficip.ac.ru
Паймушин Виталий Николаевич	vpajmushin@mail.ru
Панасенко Александр Викторович	akpanas@mail.ru
Пантелеев Андрей Владимирович	avpantelev@inbox.ru
Пантихов Александр Леонидович	alexander.pantyukhov@gmail.com
Панченко Галина Леонидовна	panchenko.21@yandex.ru
Папина Ксения Васильевна	papakurt@mail.ru
Папкова Ирина Владиславовна	ikravzova@mail.ru
Пеплин Федор Сергеевич	f-peplin@yandex.ru
Перепёлкин Вадим Владимирович	vadimkin1@yandex.ru
Перепечко Сергей Николаевич	persn@newmail.ru
Першин Антон Юрьевич	tony.pershin@gmail.com
Пестренин Валерий Михайлович	PestreninVM@mail.ru
Пестренина Ирина Владимировна	IPestrenina@gmail.com
Петренко Ангелина Дмитриевна	angelina_petreenko@mail.ru
Петров Олег Николаевич	petr_oleg@mail.ru
Пивоваров Дмитрий Евгеньевич	pivovarov@mail.ru
Пинчуков Владимир Иванович	pinchvi@ict.nsc.ru
Письменная Виктория Александровна	wildangel90@yandex.ru

Платонов Иван Михайлович	platonov@mai.ru
Платонов Михаил Александрович	misiposhta@mail.ru
Подрыга Виктория Олеговна	pvictoria@list.ru
Пономарев Анатолий Петрович	APON76@mail.ru
Попов Алексей Константинович	ap@iitp.ru
Попов Владимир Васильевич	popov@iam.ras.ru
Поповкин Александр Викторович	popovkin.ya@yandex.ru
Потапов Игорь Иванович	potapovii@rambler.ru
Прилуцкий Дмитрий Владимирович	12.dp@mail.ru
Прозорова Эвелина Владимировна	e.prozorova@spbu.ru
Прокопцов Иван Сергеевич	nti@okbm.nnov.ru
Пыхтин Александр Вячеславович	pykhtin-av@yandex.ru
Радченко Андрей Васильевич	andrey-radchenko@live.ru
Расина Ирина Викторовна	irinarasina@gmail.com
Ревизников Дмитрий Леонидович	reviznikov@inbox.ru
Решетников Вячеслав Анатольевич	vresh031152@mail.ru
Решетникова Ольга Владимировна	ov13r@yandex.ru
Родионова Дарья Андреевна	d.arya.rodionova@yandex.ru
Родыгин Александр Валентинович	a-rodygin@yandex.ru
Рожков Алексей Николаевич	rozhkov@ipmnet.ru
Рошин Владимир Владимирович	dr.vv-2015@yandex.ru
Рулева Лариса Борисовна	ruleva@ipmnet.ru
Русаков Сергей Владимирович	rusakov@psu.ru
Рыбаков Константин Александрович	rkoftice@mail.ru
Рыбалко Алексей Алексеевич	aar@mai.ru
Рябинин Анатолий Николаевич	a.ryabinin@spbu.ru
Савельев Александр Дмитриевич	savel-cc09@yandex.ru
Савкина Надежда Валерьевна	savkina@ftf.tsu.ru
Садин Дмитрий Викторович	sadin@yandex.ru
Салиенко Александр Евгеньевич	sa_cae@yahoo.com
Салтыкова Ольга Александровна	olga_a_saltykova@mail.ru
Самсонов Кирилл Сергеевич	sams1@bk.ru
Сапелкин Арсений Сергеевич	asapelkin@bmstu.ru
Сафаров Исмоил Ибрагимович	safarov54@mail.ru
Свешников Дмитрий Николаевич	nti@okbm.nnov.ru
Северина Наталья Сергеевна	severina@mai.ru
Севрюкова Александра Владимировна	alexandra.sevryukova@gmail.com
Семенов Александр Сергеевич	semenov_alex@yahoo.com
Семенов Олег Юрьевич	phys7sou@mail.ru
Сергеева Анастасия Андреевна	nastya.sergeeva.91@gmail.com
Серебрякова Ирина Евгеньевна	iri.serebry@yandex.ru
Сидоренко Геннадий Васильевич	gennadijsidorenko@yandex.ru
Сидху Джунior Саржит Сингх	sarjit.sidhu@gmail.com
Сколис Ксения Владимировна	k_skolis@mail.ru
Скороход Елена Пантелеимоновна	e.p.skorohod@mail.ru
Слободкина Франческа Александровна	faslobod@gmail.com
Сметанин Борис Николаевич	bnsmet@iitp.ru
Смолин Алексей Юрьевич	asmolin@ispms.tsc.ru
Собачкина Наталья Леонидовна	sobachkinanat@mail.ru

Соколов Александр Павлович
Соколов Евгений Иванович
Соловьев Сергей Александрович
Солодовников Сергей Иванович
Сороковикова Ольга Спартаковна
Сотский Михаил Юрьевич
Стасенко Альберт Леонидович
Степанян Карен Вартанович
Столбов Олег Валерьевич
Столбова Ирина Дмитриевна
Столбова Ольга Серафимовна
Суркова Валерия Андреевна
Суров Виктор Сергеевич
Сухоруков Андрей Львович
Сызранова Нина Геннадьевна

alsokolo@bmstu.ru
falcon_falcon@list.ru
nti@okbm.nnov.ru
sis63@mail.ru
olga_sorokov@mail.ru
msotsky.bmstu@mail.ru
stasenko@serpantin.ru
KVStepanyan@iitp.ru
sov@icmm.ru
stolbova.irina@gmail.com
sos@icmm.ru
faustus.klod@inbox.ru
svs@csu.ru
su_andr@yahoo.com
nina-syzranova@ya.ru

Тарасов Георгий Витальевич
Тархов Дмитрий Альбертович
Терегулова Евгения Александровна
Теренин Алексей Сергеевич
Терентьев Алексей Григорьевич
Терехова Наталья Михайловна
Терешин Валерий Алексеевич
Терпогосова Белла Кареновна
Тихонова Анастасия Борисовна
Ткачева Анастасия Валерьевна
Ткаченко Людмила Александровна
Товарнов Михаил Степанович
Толстых Андрей Игоревич
Труфанов Александр Николаевич
Трушина Вероника Павловна
Туктаров Сергей Александрович
Турчак Леонид Иванович
Тырнов Петр Александрович
Тырымов Александр Александрович

george@dvo.ru
dtarkhov@gmail.com
teregulova@inbox.ru
a.s.terenin@mail.ru
agterent@rambler.ru
terekh@itam.nsc.ru
terva@mail.ru
tbktbktbk1@gmail.com
nastenkatih@mail.ru
4nansi4@mail.ru
luda_tkachenko@inbox.ru
mtovarnov@mail.ru
aitol123@yandex.ru
ant@pstu.ru
veronika07-92@mail.ru
imperio1986@mail.ru
l.turchak@yandex.ru
petrtyrnov@gmail.com
tyrymov2010@yandex.ru

Фарапонов Валерий Владимирович
Фахрутдинова Ирина Тагировна
Федоров Юрий Валентинович
Федорова Татьяна Георгиевна
Федотов Алексей Александрович
Федюшкин Алексей Иванович
Фесько Олеся Владимирович
Филиппова Александра Сергеевна
Фомичев Александр Викторович
Фролко Павел Александрович
Фрумен Александр Исаакович

fff@ftf.tsu.ru
tagirina@mail.ru
kopperfildd@yandex.ru
tanusha2884@mail.ru
alexey.a.fedotov@inbox.ru
fai@ipmnet.ru
oles.fesko@hotmail.com
vadimkin1@yandex.ru
Sanchez235@mail.ru
sstifler@yandex.ru
grossfrum@post.ru

Хабибуллин Марат Варисович
Хакимов Аким Гайфуллинович
Халидов Искандер Анасович

lenmar07@rambler.ru
hakimov@anrb.ru
iskander.khalidov@gmail.com

Хатунцева Ольга Николаевна
Хачумов Михаил Вячеславович
Хмель Татьяна Алексеевна
Хромова Надежда Александровна

ol-khatun@yandex.ru
khmike@inbox.ru
khmel@itam.nsc.ru
n.a.khromova@utmn.ru

Цаплин Сергей Васильевич
Цветков Григорий Александрович
Ципенко Антон Владимирович
Цыпкин Георгий Геннадьевич

tsaplin@samsu.ru
tsgr@inbox.ru
tsipenko_av@mail.ru
tsyplkin@ipmnet.ru

Чачков Денис Владимирович
Чебакова Биолетта Юрьевна
Чедрик Вячеслав Васильевич
Чеканин Валерий Васильевич
Чекмарев Дмитрий Тимофеевич
Чернышев Игорь Александрович
Чернышов Лев Николаевич
Чупашев Андрей Владимирович

de2005c@gmail.com
vchebakova@mail.ru
vchedrik@inbox.ru
v.chekanin74@yandex.ru
4ekm@mm.unn.ru
kirpichok@ya.ru
levchern@gmail.com
ChupashevAV@Gmail.com

Шангареева Алина Ильгизаровна
Шеховцов Валентин Валерьевич
Широбоков Дмитрий Алексеевич
Шифрин Ефим Ильич
Шкляр Алексей Викторович
Шмыров Александр Сергеевич
Шмыров Василий Александрович
Шустов Станислав Алексеевич

linka390@mail.ru
shehovcov2010@yandex.ru
shibo2506@yandex.ru
shifrin@ipmnet.ru
shklyarov@tpu.ru
a.shmyrov@spbu.ru
v.shmyrov@spbu.ru
shustov.st@yandex.ru

Щербаков Дмитрий Валерьевич
Щербатюк Галина Анатольевна
Щетинин Виталий Николаевич

dmitrii.shcherbakov@phystech.edu
scherbatyukga@gmail.ru
sch_vitaliy@mail.ru

Югов Николай Васильевич
Югов Николай Тихонович
Юлмухаметов Артур Ахмарович
Юров Игорь Борисович

fedor_n47@mail.ru
n.t.yugov@mail.ru
artyr_yulmuhametov@mail.ru
yurov@mai.ru

Ягодников Дмитрий Алексеевич
Яковенко Сергей Николаевич
Яковлева Татьяна Владимировна
Якушина Светлана Ивановна
Якшин Сергей Владимирович
Янышев Дмитрий Сергеевич
Яцухно Дмитрий Сергеевич

daj@bmstu.ru
yakovenk@itam.nsc.ru
tanyusha.yakovleva@gmail.com
Jakushina_svetlana@rambler.ru
s.yakshin@isem.irk.ru
dyanishev@gmai.com
yatsukhno-ds@rambler.ru

АВТОРСКИЙ УКАЗАТЕЛЬ

Kurochkin I. I. 23

Prit A. I. 23

Абашев В. М. 351

Абашин М. И. 789

Абгарян В. К. 718

Абгарян К. К. 25, 27, 125

Абгарян М. В. 389

Абдрахманова А. И. 166, 168

Абршатитов А. А. 353, 510

Абдубакова Л. В. 397

Абдуллин А. Л. 483

Абросимов Н. А. 169, 170

Абузяров К. М. 172

Абузяров М. Х. 172

Авдеев Н. В. 127

Аверина Т. А. 28

Аджиев С. З. 173

Айзикович С. М. 174

Акимов Н. Б. 720

Аксенова О. А. 355

Алейников Я. А. 769

Алексанин А. И. 594

Алексанина М. Г. 594

Алексеев А. К. 357

Алексеев М. В. 359

Алексеев М. М. 359

Алексин В. А. 31

Амелиушкин И. А. 361

Андреев В. А. 364

Андрущенко В. А. 365, 552

Аникин А. С. 680

Аносова Н. П. 129

Антонов Ю. В. 587

Антоновский И. В. 497

Антюхов И. В. 367

Анфалов А. С. 721

Архипов В. А. 612

Архипов И. Н. 192

Асфандияров Д. Г. 65

Атаманов Ю. М. 757

Аульченко С. М. 369, 371

Аунг Чжо Тжу 349

Афанасьева В. И. 521

Афанасьева М. Н. 33

Афанасьева С. А. 334, 340

Ахмедов М. Ш. 309

Бабайлов А. А. 57

Бабаков А. В. 372

Бабешко В. А. 175

Бабешко О. М. 177

Бабинцев П. В. 35

Багаутдинова Л. Н. 399

Бадриев И. Б. 613

Бажанов Д. И. 25

Баженов В. Г. 180, 182, 184, 186

Базилевский А. В. 374

Байков С. В. 38

Бакулин В. Н. 187, 189, 224, 299, 421, 423,
426, 615, 667, 721, 723, 726, 728, 734, 757

Балашов С. В. 377

Балута В. И. 40

Баранникова Д. Д. 379

Баранов Н. А. 561, 729, 732

Баранова М. С. 180, 182

Бартоломей М. Л. 190

Барченко Ф. Б. 734

Басалаев А. В. 42

Батуев С. П. 304

Баутин С. П. 380

Бедарев И. А. 44

Безуглова Е. Ю. 382

Белашова И. С. 199, 617

Белов Н. Н. 192, 194, 334, 340

Беляев Д. И. 284

Бильченко Г. Г. 384, 386

Бильченко Г. Г. (ст) 196

Бильченко Н. Г. 384, 386

Бирюков В. И. 46

Бишаев А. М. 389

Благовещенская Е. А. 131

Благодатских Д. В. 65, 118, 655

Бляхарский Я. С. 377

Бобылев А. А. 199

Богомолов Г. Н. 294

Богомолов Н. В. 721

Боков М. А. 723

Болгов И. П. 162

- Болтаев З. И. 312
 Болычев С. А. 662
 Большухин М. А. 200
 Бондарев А. Е. 357
 Бондаренко А. В. 392
 Борзых С. В. 721, 726
 Борина А. П. 133
 Боровская О. Д. 135
 Бочарников В. М. 394
 Бошенятов Б. В. 620
 Брагов А. М. 206
 Брызгин А. И. 127
 Бугай И. В. 299
 Будкина Е. М. 47
 Будников А. В. 49
 Булавкина Т. А. 771
 Булавский П. Е. 131
 Булаева М. Н. 753
 Булатов Р. И. 399
 Бураго Н. Г. 201, 395, 621
 Буркин В. В. 340
 Быков Л. В. 236, 515, 529
 Быков Н. В. 50, 116, 203, 327
- Валиев Х. Х.** 637, 667
Валишин А. А. 617
Вандамм М. 292
Варшавчик Е. А. 162
Васильев А. Н. 135
Васильев А. С. 174
Веденяпин В. В. 173
Вей Ян Сое 749
Венедиктов В. С. 596
Вецель С. С. 271
Виленский О. Ю. 206
Винников В. В. 52
Виноградов В. И. 772, 774
Виноградов Ю. И. 208
Виноходов Т. В. 137
Владимиров А. П. 598
Власова Н. С. 327
Войтков И. С. 624
Волков В. А. 544
Волков Е. Н. 743
Волков К. Н. 464
Волков Р. Е. 397
Волкова Т. Б. 776
Володин В. В. 394, 399
Волокитин О. Г. 582
Волочкова А. А. 53
Воронин В. В. 726
- Воротилин В. П. 626
 Вуцин Л. И. 209
 Высокоморная О. В. 624
- Гаддрахманова Э. Р.** 521
Гаврилов Е. С. 125
Гаврилова А. Ю. 778
Гайсин Аз. Ф. 564
Гайсин Ал. Ф. 499
Гайсин Ф. М. 399, 499, 564
Галимзянов И. И. 399
Галимзянова К. Н. 210
Галиновский А. Л. 789
Галютин В. Б. 140
Галютина О. А. 140
Ганиев Р. Ф. 401
Ганиев Ю. Х. 403
Гапонов С. А. 406, 408
Гарбарук В. В. 131
Гарибян Б. А. 55
Гарибуллин И. Р. 166
Гаспарян М. М. 57
Гафиятов Р. Н. 433
Гелин Д. В. 736
Гелин Н. Д. 736
Гембаржевский Г. В. 411
Георгиевский В. П. 321, 743
Герасимов А. В. 212
Гидаспов В. Ю. 90, 414, 416, 418
Гилев В. Г. 59
Гладковский С. В. 598
Гладской И. Б. 177
Глазова Е. Г. 172
Глазунов А. А. 74, 741
Говорун А. А. 57
Годенко А. Е. 214
Голденко Н. А. 203
Голуб В. В. 394, 399
Гоник Е. Г. 332
Гончаров А. А. 214
Гончаров А.н. А. 214
Горбушина Н. А. 403
Горкунов Э. С. 598
Горнов А. Ю. 680
Гороженинова Т. Н. 669
Горохов В. А. 217
Горшков А. А. 617
Горшкова Е. М. 175, 177
Горячева И. Г. 219
Градов В. М. 419
Гревцев А. В. 25

- Григорьев А. С. 220
Григорьев И. В. 720
Грицевич М. И. 52
Гришин Ю. А. 421, 423, 426, 428
Гришина В. Г. 585
Громышков А. Д. 720
Грудницкий В. Г. 61
Губайдуллин Д. А. 431, 433, 435, 437, 439,
 441
Гуверньюк С. В. 443
Гузенко А. А. 497
Гурина Т. А. 628
Гусев Е. Л. 222, 224
Гусева И. С. 701
Гуськов Д. В. 637
- Давтян Л. Г. 692
Демарева А. В. 184, 209
Демидова О. Л. 779
Денисевич Д. С. 226
Денисов О. В. 151
Дерябин С. Л. 380
Дзама Д. В. 65, 118, 655
Димитриенко Ю. И. 142
Дмитриев В. Г. 228
Добролюбов А. Н. 649
Додулад О. И. 585
Дорофеева В. А. 85
Друкаренко Н. А. 598
Дударев Е. Ф. 334
Дудко О. В. 229
Дьяченко Н. В. 445
Дьячков С. А. 67
Дьячковский А. С. 340
Дюкина Н. С. 180, 186
Дядюкина А. Д. 671
- Евдокимова О. В. 231
Евтух Е. С. 234
Егоров А. Г. 523
Егорова М. С. 67
Егорян А. Д. 447
Ежов А. Д. 236
Елесин А. В. 169
Елецкий Ю. Б. 175
Емельянов В. Н. 464
Ерёмин И. Н. 351
Ереев М. Н. 200
Еремин В. В. 403
Еремин И. В. 74, 741
Еремина Г. М. 238, 651
- Ерофеев Н. П. 343
Ерошевич Е. А. 763
Ершова А. Ю. 240
- Ж**аворонок С. И. 228
Жарова И. К. 469
Жаховский В. В. 67
Желаев И. А. 419
Желтухин В. С. 630
Животов Н. П. 351
Журавлев А. А. 27
Журавлев А. Б. 673
- З**адворкин С. М. 598
Зайцев В. Н. 242
Зайцев Н. А. 144
Зайцева О. Н. 521
Замащиков В. В. 596
Замураев В. П. 351, 449, 451
Заракевич Е. А. 497
Заракевич И. А. 492
Зарипов Р. Г. 435
Зароднюк М. С. 71
Зароднюк Т. С. 680
Засухин С. В. 682
Засухина Е. С. 682
Захаров А. А. 57, 142
Захарова А. А. 609
Захарова О. С. 97
Звегинцев В. И. 369
Зенкин В. А. 426
Зленко Н. А. 739
Золотаревич В. П. 69
Золоторёв Н. Н. 612
Зольников К. П. 245, 257, 262
Зубарев В. М. 453
Зуев Д. В. 131
Зуев Ю. В. 455
- И**ванов В. А. 685
Иванов И. Э. 457, 485, 487, 533, 557
Игошин Д. Е. 632
Илларионова Л. А. 228
Ирошников Н. Г. 673
Исмагилов Д. Р. 460
Истомин И. А. 497
Исхакова Р. Л. 483
Ищенко А. Н. 340
- К**аверзнева Т. Т. 137, 162
Каверинский А. Ю. 462

- Каганович Б. М. 71
Кагенов А. М. 74, 741
Казённов И. С. 492
Казаков А. В. 392
Казаков М. Н. 403
Казакова А. О. 324
Казанцева В. В. 173
Казачинский А. О. 463
Каинг М. 246
Калинин М. В. 57
Калинина А. П. 351, 449, 451
Калинина М. В. 146
Камалутдинов А. М. 523
Каманцев И. С. 598
Каменских А. А. 248
Капицин Д. Р. 137
Каплиенко А. В. 200
Капустин С. А. 217
Капцов А. В. 251
Карачанская Е. В. 28
Карнет Ю. Н. 637, 667
Карпенко А. Г. 464
Картаев Е. В. 371
Карташов Э. М. 617
Карцева Е. Ю. 466
Каспаров Ю. А. 162
Кашеваров А. В. 468
Квасов И. Е. 585
Кибец А. И. 180, 184, 186, 209
Киндинова В. В. 780, 782
Киченко А. А. 669, 671
Клёнов Е. А. 148
Клосс Ю. Ю. 57
Клочкова Л. В. 635
Ковеня В. М. 35
Ковтюнок Л. В. 210, 253, 255
Кожина Г. В. 675
Козин А. В. 200
Козлов Е. А. 469
Козловский В. А. 403
Колегов Р. Н. 743
Колесник С. А. 73
Колесова С. А. 162
Колосова Ю. Р. 74
Комраков А. В. 475
Кондюрин А. В. 750
Кононов Д. С. 414
Конопельчев М. А. 321, 743
Константинов А. Ю. 206, 290
Копаница Д. Г. 192
Копылов А. А. 720
Корнев Ю. В. 637
Коробков С. С. 419
Коротаева Т. А. 470
Корчуганов А. В. 245, 257, 262
Косарева А. А. 472
Костин Г. Ф. 460
Костюшин К. В. 74, 741
Котельников М. В. 475, 476
Котов В. Л. 290
Котов М. А. 477
Кочетков А. В. 172, 259
Кошоридзе С. И. 479
Кравцов Я. И. 353
Кравченко И. В. 753
Краснослободцев А. В. 481
Краснослободцева Т. П. 481
Кринецкий Е. О. 780, 782
Кринецкий О. Е. 784
Круглов В. И. 772
Круглов К. И. 718
Крутова И. Ю. 380, 463
Крутова К. А. 261
Крыжевич Д. С. 245, 257, 262
Крылов А. Н. 104
Крылов С. В. 172
Крылов С. С. 746
Крылова Е. Ю. 264, 266
Крысько А. В. 268, 343
Крысько В. А. 268, 271
Крысько В. А. (мл.) 345
Крюков В. Г. 483, 639
Крюков И. А. 485, 487, 557, 747
Крючков А. Ю. 687
Кузенов В. В. 76
Кузнецов Г. В. 624
Кузнецов Е. Б. 33, 47, 273, 276
Кузнецов С. П. 277
Кузнецова Е. В. 780, 782
Кузьмин И. А. 757
Кукуджанов К. В. 280
Кули-заде М. Е. 778
Купреев В. А. 685
Кургузов В. Д. 282
Курочкин И. И. 23
Кутыш А. И. 490
Кутыш Д. И. 490
Кутыш И. И. 78, 490
Кухтенкова А. А. 617
Кухтичев А. А. 150
Кучеров Н. А. 495
Кушнир Г. А. 46

- Лаврук С. А. 565
Лазарева Р. Г. 151
Лалин В. В. 284
Лалина И. И. 284
Лапшин Д. А. 206
Ларина Е. В. 485, 487
Левин Ю. К. 479
Левицкий А. В. 720
Леднев А. К. 411
Лемза А. О. 253
Леонов С. С. 273
Леонтьев Н. В. 259
Лепешинский И. А. 492, 495, 497
Лепихов А. В. 460
Лесникова Ю. И. 285, 287
Леушка М. А. 499
Линник Е. Ю. 290
Липницкий Ю. М. 403
Лисенко А. В. 42
Лихачёва Е. С. 403
Ломовской В. А. 617
Луканина Д. Т. 499
Лукашенко В. Т. 500
Лукин В. Н. 785
Лысов Д. А. 736
Любимов Д. Ю. 585
Любимова Т. П. 743
Ляпин А. А. 154
- Макеич Г. С.** 747
Максимов Ф. А. 443, 500, 503
Маламанов С. Ю. 505
Малафеев С. И. 691
Малафеев С. С. 689
Малафеева А. А. 691
Малинина Н. Л. 779
Малинкин М. А. 110
Малыгин М. Г. 206
Мансуров А. С. 81
Маняк И. С. 83
Марков А. А. 508
Марков В. А. 736
Марков И. В. 736
Марков Ю. Г. 749
Маров М. Я. 85
Мартиросов М. И. 240, 349
Мартынов Д. В. 585
Марфин Е. А. 353, 510
Марышев Б. С. 641
Маслов Е. А. 469, 612
Маштаков А. П. 83
- Мельман С. В. 87
Меркулов Г. А. 55
Меснянкин С. Ю. 236
Миллер А. Б. 607, 708
Миллер Б. М. 607, 708
Михайлов Д. О. 42
Михайлова Т. В. 120
Михалин В. А. 403
Мишонов В. В. 156
Модин И. А. 259
Мокин Ю. А. 513
Моллесон Г. В. 468
Молчанов А. М. 515
Молчанов Д. Б. 208
Морозов А. Ю. 90
Морозов И. А. 475
Москаленко О. А. 416
Мурашкин И. В. 365
Муслаев И. А. 475
Мухин А. С. 177, 231
- Нагнибада Е. А.** 472, 517
Нагорных Е. В. 182
Надирадзе А. Б. 377, 519
Назаров В. С. 457
Назаров Л. А. 292
Назарова И. А. 120
Назарова Л. А. 292
Нахатакян Д. Ф. 475
Небаба С. Г. 600
Недбай А. Я. 321, 723, 743
Неклюдова Г. А. 234, 771
Несмелова А. С. 53
Нечаев Ю. И. 40, 92, 95
Никитин А. Д. 201
Никитин И. К. 602
Никитин И. С. 201, 395, 621, 673
Никифоров А. А. 437
Новиков И. О. 787
Новосельцева Н. А. 170
Носырев Д. А. 605
Нуридинов Б. З. 314
Нуриев А. Н. 97, 521, 523
- Обухов А. Г.** 379, 380, 397
Опрышко О. В. 463
Орлов М. Ю. 294
Орлов Ю. Н. 635
Орлова Ю. Н. 294
Осетров Д. Л. 182
Осипенко К. Ю. 411

- Осипов А. Л. 157
 Осипов В. П. 40
 Остапенко Н. А. 503
 Остапов Е. Л. 42
 Острик А. В. 296, 299
 Отажонова Н. Б. 316
- П**аймушин В. Н. 643
 Панасенко А. В. 466
 Панасенко К. А. 466
 Панов В. А. 200, 301
 Пантелеев А. В. 692, 695
 Пантихов А. Л. 605, 697
 Панченко Г. Л. 210, 255
 Папина К. В. 517
 Папкова И. В. 268
 Папырин П. В. 587
 Паршиков А. Н. 67
 Патрушев В. Л. 301
 Патрушев Д. Н. 49
 Пахомов В. А. 200
 Пашков С. В. 212
 Пеплин Ф. С. 123
 Перейра Ж.-М. 292
 Перепёлкин В. В. 746
 Перепечко С. Н. 99
 Першин А. Ю. 653
 Пестренин В. М. 750
 Пестренина И. В. 750
 Петренко А. Д. 76
 Петров А. Г. 525
 Петров М. В. 332
 Петров О. Н. 102
 Пивоваров Д. Е. 788
 Пинчуков В. И. 526
 Писарев А. Ю. 114
 Пискунов А. Ф. 753
 Письменная В. А. 695
 Платонов И. М. 529
 Платонов М. А. 476
 Плужник А. В. 231
 Подрыга В. О. 645
 Поляков С. В. 645
 Пономарев А. П. 531
 Попов А. К. 607, 675, 708
 Попов В. В. 615, 667, 728
 Поповкин А. В. 150
 Потамов Д. О. 301
 Потапов А. П. 42
 Потапов И. И. 525, 533
 Преснечикова В. Ю. 347
- Прилуцкий Д. В. 753
 Прозорова Э. В. 647
 Прокопцов И. С. 104
 Прун А. И. 23
 Псахье С. Г. 220
 Пыхтин А. В. 303
 Пьянков К. С. 447
- Р**абинский Л. Н. 228, 349
 Раджабов О. И. 316
 Радченко А. В. 304
 Радченко П. А. 304
 Расина И. В. 699, 701, 712
 Ревенко В. П. 189
 Ревизников Д. Л. 27, 90, 401, 533, 677
 Решетников В. А. 497
 Решетникова О. В. 533
 Роговой А. А. 305
 Рогожкин С. А. 104
 Рогоза А. Н. 677
 Родионова Д. А. 703
 Родыгин А. В. 729
 Рожков А. Н. 374, 572
 Ромашин С. Н. 347
 Рощин В. В. 307
 Руденко Д. С. 720
 Руслева Л. Б. 477
 Русаков С. В. 59, 750
 Русол А. В. 85
 Ручинский В. С. 685
 Рыбаков К. А. 28
 Рыбалко А. А. 159
 Рыков В. А. 389
 Рышков А. В. 192
 Рябинин А. Н. 536
 Рябкова Н. А. 392
 Рябченков В. В. 42
 Рябых В. Ю. 466
- С**авельев А. Д. 538
 Савкина Н. В. 469
 Садин Д. В. 540, 649
 Садовский В. В. 261
 Сакмаров А. В. 42
 Салиенко А. Е. 69
 Салтыкова О. А. 271
 Самсонов Е. В. 359
 Самсонов К. С. 789
 Сапелкин А. С. 108, 318, 653
 Сафаров И. И. 309, 312, 314, 316
 Сафиуллин И. И. 483

- Свешников Д. Н. 49
Северина Н. С. 418
Севрюкова А. В. 789
Седова Ю. С. 162
Селезнев Н. М. 174
Селиванов В. В. 736
Селин И. А. 73
Семенов А. С. 161
Семенов В. В. 544
Семенов В. Н. 655
Семенов О. Ю. 359
Семенов П. Е. 637
Семенчукова В. С. 428
Сергеева А. А. 543
Серебрякова И. Е. 106
Сечевых П. А. 125
Сидельников Р. В. 543
Сидоренко Г. В. 705
Сидху Джуниор С. С. 544
Синер А. А. 743
Сколис К. В. 135
Скоморохов Н. В. 466
Скороход Е. П. 778
Сластущенский Ю. В. 677
Слитков М. Н. 110
Слободкина Ф. А. 546
Сметанин Б. Н. 675
Смолин А. Ю. 238, 651
Смышляева А. Г. 774
Снегирева Н. С. 667
Собачкина Н. Л. 547
Соколов А. П. 108, 318, 653, 665
Соколов Е. И. 754
Солдаткин М. А. 35
Соловьев П. С. 630
Соловьев С. А. 301
Солодовников С. И. 477
Соломонов Ю. С. 321
Сороковикова О. С. 65, 118, 655
Сотская М. М. 736
Сотский М. Ю. 736
Спирин С. В. 261
Способин А. В. 533
Стасенко А. Л. 361, 468
Степаненко Е. Н. 549
Степанова Н. О. 231
Степанян К. В. 607, 708
Столбов О. В. 323
Столбова И. Д. 791
Столбова О. С. 305
Страхов В. Л. 110, 757
Стрижак П. А. 624
Строилов А. В. 403
Султанов Л. У. 166, 168
Суркова В. А. 710
Суров В. С. 549
Сухарев Т. Ю. 401
Сухов А. В. 587
Сухоруков А. Л. 462
Сызранова Н. Г. 552
Табаченко А. Н. 334
Тарасов Г. В. 112
Тархов Д. А. 135, 137, 162
Терегулова Е. А. 439
Теренин А. С. 276
Терентьев А. Г. 324
Терехова Н. М. 406, 408, 555
Терешин В. А. 133, 137
Терпогосова Б. К. 114
Тимохин М. Ю. 557
Титов С. А. 637
Тихонова А. Б. 164
Тишкун В. Ф. 635
Ткачева А. В. 246
Ткаченко Л. А. 435
Товарнов М. С. 50, 116, 203, 327
Толстых А. И. 559
Третьяков П. К. 351, 596
Труфанов А. Н. 285, 287
Труфанов Н. А. 248, 287
Труфанова Н. М. 382, 392
Трушина В. П. 157
Туктаров С. А. 759
Туманин А. В. 123
Тупикин А. В. 351, 596
Турчак Л. И. 52, 561, 732
Тырнов П. А. 53
Тырымов А. А. 329
Уафа Г. Н. 177
Уафа С. Б. 175, 231
Украинский Л. Е. 401, 677
Умаров А. О. 314
Усанина А. С. 612
Усейнов Э. С. 192
Устинов Г. А. 118, 655
Уськов В. М. 759
Фадеев И. Д. 104
Фарапонов В. В. 469
Фахрутдинова И. Т. 564

- Федоренко А. Г. 231
 Федоров А. В. 44, 565
 Федоров Ю. В. 441
 Федорова М. Б. 57
 Федорова Т. Г. 332
 Федотов А. А. 761
 Федюшкин А. И. 567, 570, 572
 Фельдман Л. П. 120
 Фесько О. В. 712
 Филиппова А. С. 746
 Финкельштейн Е. А. 680
 Фомин Е. В. 594
 Фомичев А. В. 763
 Фомичев В. П. 470
 Формалев В. Ф. 73
 Фроленкова Л. Ю. 347
 Фролко П. А. 574
 Фрумен А. И. 69
- Х**абиуллин М. В. 334
 Хакимов А. Г. 336
 Халидов И. А. 355
 Халиуллин А. Ф. 639
 Халиуллин Ф. Х. 639
 Хатунцева О. Н. 576
 Хафуз Т. А. 177
 Хачумов М. В. 714
 Хмель Т. А. 565, 657, 659
 Христенко Ю. Ф. 212
 Хромова Н. А. 632
- Ц**аплин С. В. 662
 Цветков Г. А. 579
 Ципенко А. В. 761
 Цыпкин Г. Г. 580
- Ч**ачков Д. В. 353
 Чебакова Ю. В. 630
 Чедрик В. В. 759, 765
 Чеканин В. В. 338
 Чекмарев Д. Т. 123, 261
 Черных В. Д. 224
 Чернышев И. А. 462
 Чернышов Л. Н. 785
 Чупашев А. В. 340
 Чурилов Ю. А. 217
- Ш**абалов Р. В. 667
 Шабаров В. В. 123
- Шайхатаров О. К. 42
 Шакиров Н. И. 564
 Шангараева А. И. 663
 Шардаков И. Н. 190
 Шардин А. О. 720
 Шашкин А. П. 470
 Шепелев С. Ф. 206
 Шестопалов В. Л. 175
 Шеховцов В. В. 582
 Шилько Е. В. 220, 651
 Широбоков Д. А. 559
 Шифрин Е. И. 251
 Шкляр А. В. 609
 Шмыров А. С. 716
 Шмыров В. А. 710, 716
 Шоркин В. С. 347
 Штуркин Г. С. 175
 Шубин В. Л. 776
 Шувалов П. В. 585
 Шувариков В. А. 74
 Шумаев В. В. 574
 Шустов С. А. 766
 Шушкина Ю. А. 209
- Щ**ербаков Д. В. 585
 Щербатюк Г. А. 246
 Щербинин А. Г. 81
 Щетинин В. Н. 108, 318, 653, 665
 Щиблев Ю. Н. 726
- Ю**гов А. А. 192, 194
 Югов Н. В. 69
 Югов Н. Т. 192, 194, 340
 Юлмухаметов А. А. 336
 Юмашев О. Б. 637, 667
 Юров И. Б. 150
 Юстус А. А. 720
- Я**годников Д. А. 587
 Ядрёнкин М. А. 470
 Яковенко С. Н. 588
 Яковleva T. B. 264, 266, 343, 345
 Якушев В. Л. 201, 395, 673
 Якушина С. И. 347
 Якшин С. В. 71
 Янг Найнт Мин 349
 Янышев Д. С. 515, 529
 Яцухно Д. С. 591