



Redes de Decisión

Daniel Otero Fadul

*Departamento de Ciencias
Escuela de Ingeniería y Ciencias*

En este contexto, para tomar una decisión, vamos a seguir el *principio de utilidad máxima*, es decir, vamos a elegir la opción que maximiza la *utilidad esperada*.

Supongamos que tenemos una evidencia e . La probabilidad de obtener un resultado \hat{s} dada la evidencia e se escribe como

$$P(\text{resultado} = \hat{s} | e).$$

Sea $U(a, s)$ la *función de utilidad*, la cual le asigna un número a cada posible combinación de a y s . Entonces, la *utilidad esperada* de una acción a dada cierta evidencia e se define como

$$EU(a|e) = \sum_s P(\text{resultado} = s|e)U(a, s).$$

El principio de máxima utilidad dice que debemos elegir la acción a^* que maximiza $EU(a|e)$:

$$a^* = \operatorname{argmax}_a EU(a|e).$$

Una técnica popular a la hora de tomar decisiones es la **red de decisión**. Este tipo de red combina redes Bayesianas con nodos adicionales para las acciones y las utilidades.

- **Nodos aleatorios** (Óvalos): Estos nodos representan variables aleatorias, así como en el caso de las redes Bayesianas. Cada uno de estos nodos tiene asociada, en general, una distribución de probabilidad condicional la cual está indexada por los estados de sus padres. En las redes de decisión los padres pueden ser nodos aleatorios.
- **Nodos de decisión** (Rectángulos): Estos nodos representan los puntos donde se puede elegir entre varias acciones.
- **Nodos utilitarios** (Diamantes): Estos nodos representan la función de utilidad. Estos nodos tienen como padres nodos de decisión y todas las variables asociadas a los posibles resultados del sistema y que puedan alterar los valores que toma la función de utilidad.

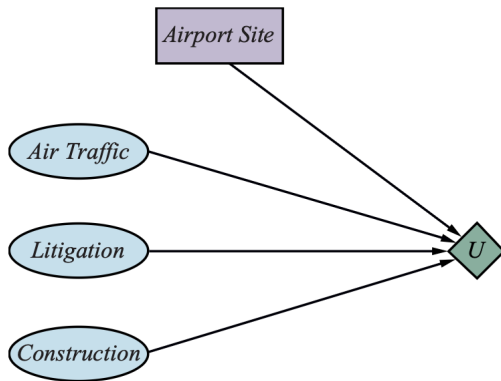


Figura: La red de decisión para elegir un lugar en donde se construirá un aeropuerto. Imagen tomada de [1].

Las acciones que se toman son seleccionadas al evaluar la red de decisión para cada posible opción del nodo de decisión. El algoritmo para evaluar la red es el siguiente:

- Considerar la evidencia del resultado que se está analizando.
- Para cada posible valor del nodo de decisión:
 - ▶ Elegir la acción que se está considerando.
 - ▶ Calcular las probabilidades a posteriori para cada padre del nodo de utilidad utilizando algún algoritmo de inferencia.
 - ▶ Calcular la utilidad resultante de la acción que se está evaluando.
- Obtener la acción con la mayor utilidad.

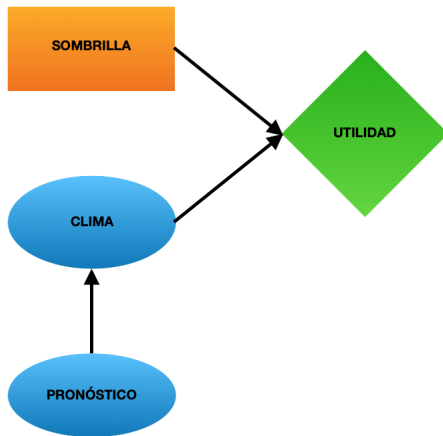


Figura: Red de decisión para decidir si salimos con un paraguas o no.

Tenemos la siguiente tabla para el nodo clima:

	Sol	Lluvia
Bueno	0.65	0.35
Malo	0.3	0.7

Por otro lado, para la función de utilidad tenemos lo siguiente:

Clima	Paraguas	Utilidad
Sol	Llevar	20
Sol	No llevar	100
Lluvia	Llevar	70
Lluvia	No llevar	0

Supongamos que el pronóstico es bueno. Entonces,

$$\begin{aligned} EU(\text{Llevar}|\text{Bueno}) &= \sum_s P(\text{resultado} = s|\text{Bueno})U(\text{Llevar}, s) \\ &= (0.65)(20) + (0.35)(70) \\ &= 37.5. \end{aligned}$$

Por otro lado,

$$\begin{aligned} EU(\text{No llevar}|\text{Bueno}) &= \sum_s P(\text{resultado} = s|\text{Bueno})U(\text{No llevar}, s) \\ &= (0.65)(100) + (0.35)(0) \\ &= 65. \end{aligned}$$

Por lo tanto, la acción que maximiza la utilidad esperada es no llevar paraguas.

- 1 Stuart Russell, Peter Norvig, S. J., *“Artificial Intelligence: A Modern Approach”*, Cuarta Edición, Prentice Hall, 2020.