Fouilles de données et Medias sociaux

Master 2 DAC - FDMS

Sylvain Lamprier

UPMC

Classification / Etiquetage dans les Réseaux

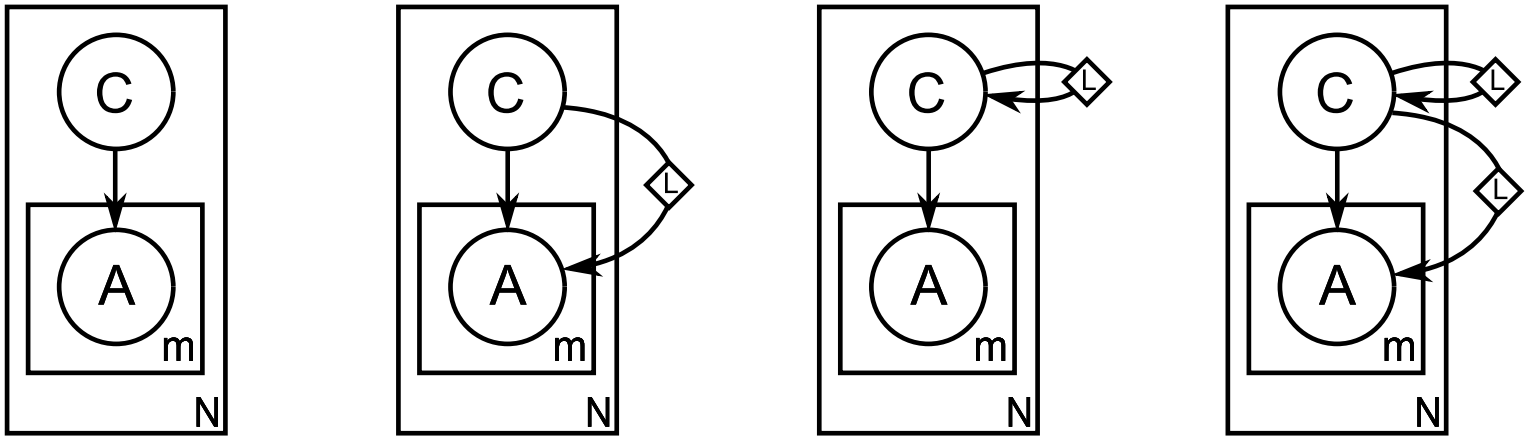
Classification / Etiquetage dans les Réseaux

- Classification classique
  - Hypothèse de données i.i.d.
  - Corrélations entre les labels des objets et leurs attributs observés
- Dans les réseaux:
  - Corrélations entre les labels des objets et leurs attributs observés ;
  - Corrélations entre les labels des objets et les attributs des objets de leur entourage (objets qui leur sont connectés) ;
  - Corrélations entre les labels des objets interconnectés.

  $\Rightarrow$ Abandon de l'hypothèse i.i.d.

Classification / Etiquetage dans les Réseaux

Modèles relationnels et inférence collective :



- De gauche à droite :
  - Modèle intrinsèque : les attributs d'un élément ne dépendent que de sa classe;
  - Modèle relationnel : les attributs d'un élément dépendent de la classe de cet élément et de celles des éléments connectés (distants d'au maximum L liens) ;
  - Modèle collectif : les attributs d'un élément dépendent de sa classe, elle même dépendante des classes des éléments connectés ;
  - Modèle relationnel collectif : les attributs d'un élément dépendent de sa classe et de celles de son entourage, les labels de ces objets étant eux-mêmes interdépendants.

Classification dans les réseaux

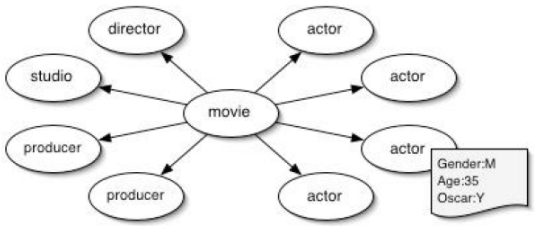
- Modèles relationnels
  - Initialement prévus pour modéliser des objets relationnels

(a)

Receipts >$2mil	Genre	Rating	Length	Release
+	Drama	PG	114m	Dec
+	Comedy	PG13	98m	May
-	Drama	R	169m	Sept
+	Action	R	105m	July
...	...	...	...	...

Contenu

(b)



Relations

(c)

Receipts >$2mil	Actor Gender	Actor Age	Actor Oscar	Studio Location	...
+	{F,M,F,F}	{29,35, 32,18}	{N,N,N,Y}	{CA}	...
+	{M,M,F}	{31,45, 24}	{N,Y,N}	{NY}	...
-	{F,F}	{52,50}	{N,N}	{CA}	...
+	{M,M,F,F}	{24,27, 18,21}	{N,N,N,N}	{Canada}	...
...	...	...	...	...	...

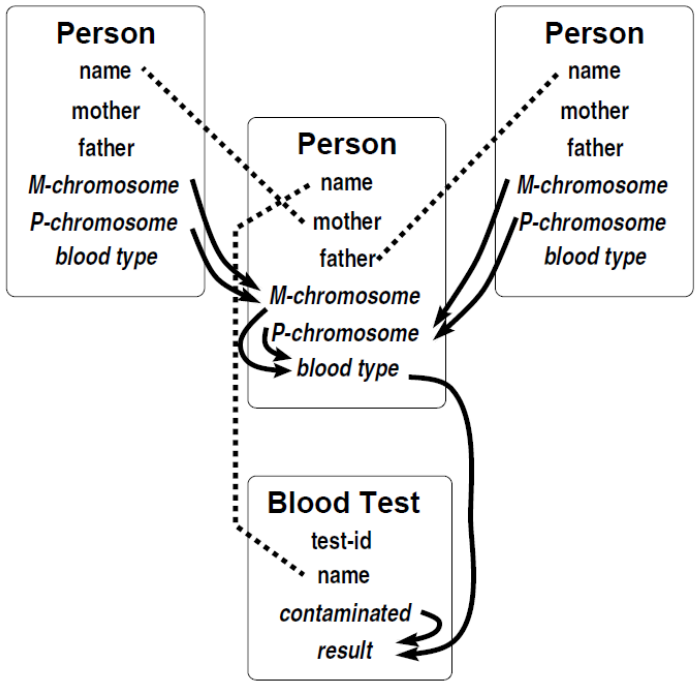
Attributs des relations

⇒ Comment aggréger les attributs relationnels ?
⇒ Comment représenter les dépendences entre les attributs ?

Classification dans les réseaux

- Modèles relationnels
  - Dépendances probabilistes entre attributs d'objets relationnels

  ⇒ Réseau Bayésien

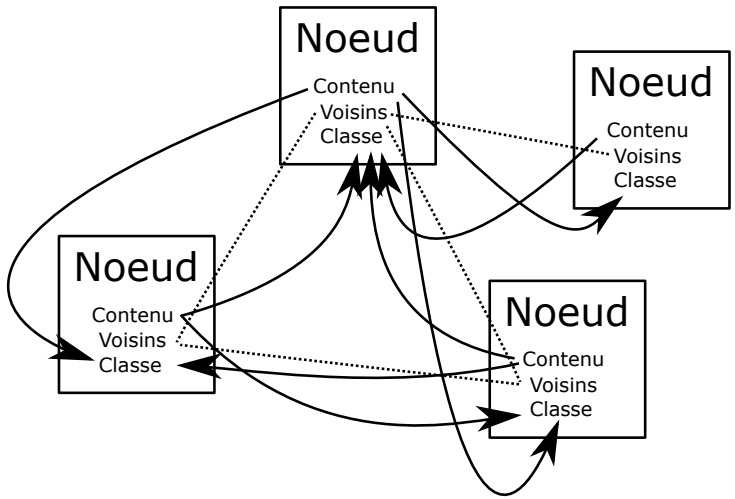


$$P(\mathcal{I} \mid \sigma, \mathcal{S}, \theta_{\mathcal{S}}) = \prod_{X_i} \prod_{A \in \mathcal{A}(X_i)} \prod_{x \in \mathcal{O}^{\sigma}(X_i)} P(\mathcal{I}_{x.a} \mid \mathcal{I}_{\mathbf{Pa}(x.a)})$$

Classification dans les réseaux

- Modèles relationnels: application aux réseaux
  - Dépendances probabilistes entre noeuds

  ⇒ Réseau Bayésien



Classification dans les réseaux: Modèles relationnels

- Modèle relationnel probabiliste (PRM) pour la classification dans les réseaux [McDowell & Aha, 2013]
  - Extension de Naive Bayes aux objets relationnels
  - Hypothèse d'indépendence des attributs $\vec{x}_i$ de i et de ceux de son voisinage $X_{\mathcal{N}_i}$ conditionnellement à sa classe y_i:

$$
\begin{aligned}
p(y_i|\vec{x_i}, X_{\mathcal{N}_i}) &= p(y_i)\frac{p(\vec{x_i}, X_{\mathcal{N}_i}|y_i)}{p(\vec{x_i}, X_{\mathcal{N}_i})} \\
&= p(y_i)\frac{p(\vec{x_i}|y_i)}{p(\vec{x_i}, X_{\mathcal{N}_i})} \prod_{v_j \in \mathcal{N}_i} p(\vec{x_j}|y_i) \\
&\propto p(y_i)p(\vec{x_i}|y_i) \prod_{v_j \in \mathcal{N}_i} p(\vec{x_j}|y_i)
\end{aligned}
$$

Classification dans les réseaux: Modèles relationnels

- Modèle relationnel probabiliste (PRM) pour la classification dans les réseaux [McDowell & Aha, 2013]
  - Extension de Naive Bayes aux objets relationnels
  - Hypothèse d'indépendence des attributs $\vec{x}_i$ de i et de ceux de son voisinage $X_{\mathcal{N}_i}$ conditionnellement à sa classe y_i:

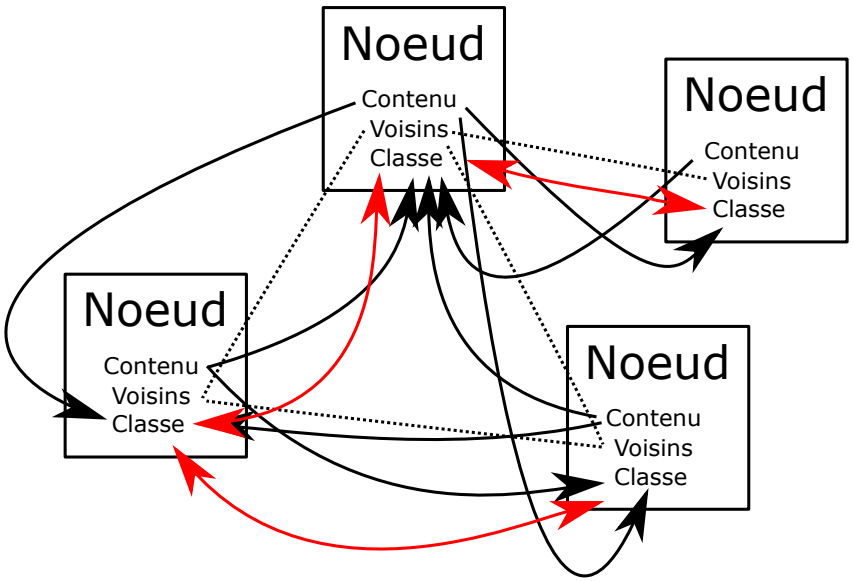
$$
\begin{aligned}
p(y_i|\vec{x_i}, X_{\mathcal{N}_i}) &= p(y_i)\frac{p(\vec{x_i}, X_{\mathcal{N}_i}|y_i)}{p(\vec{x_i}, X_{\mathcal{N}_i})} \\
&= p(y_i)\frac{p(\vec{x_i}|y_i)}{p(\vec{x_i}, X_{\mathcal{N}_i})} \prod_{v_j \in \mathcal{N}_i} p(\vec{x_j}|y_i) \\
&\propto p(y_i)p(\vec{x_i}|y_i) \prod_{v_j \in \mathcal{N}_i} p(\vec{x_j}|y_i)
\end{aligned}
$$

$\Rightarrow$ Mais si les attributs ne sont pas indépendants ?

Classification dans les réseaux

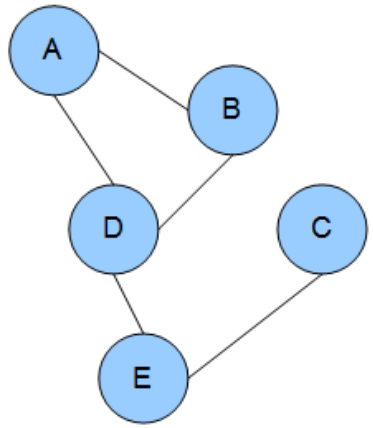
Dans les réseaux sociaux

⇒ Et si les classes des noeuds connectés ne sont pas indépendantes ?



Classification dans les réseaux: Modèles relationnels

- Représentation de dépendances non-dirigées



- Modèles graphiques :
  - Réseaux de Markov relationnels (Relational Markov Random Fields)
    - Probabilité d'une instanciation X:

$$P(X = x) = \frac{1}{Z} \prod_k \phi_k(x_k)$$

Avec trois cliques ABD, DE et EC de potentiel ϕ

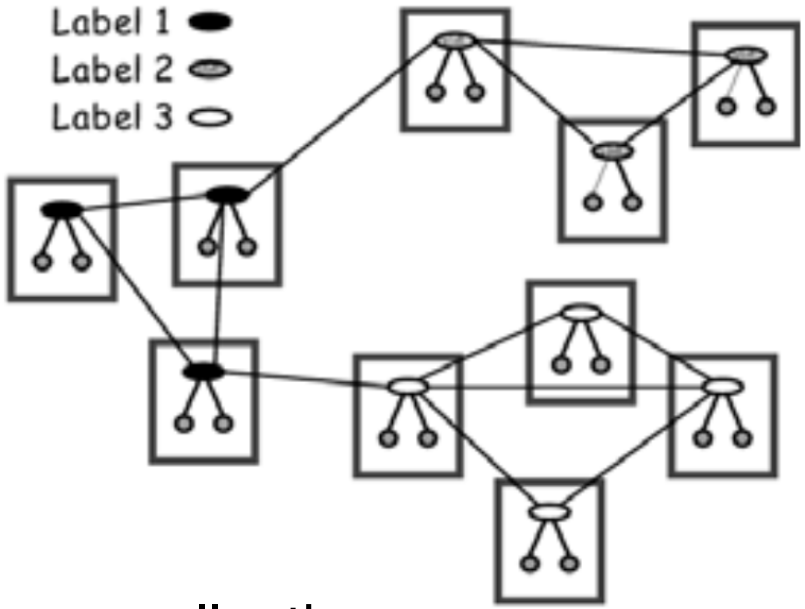
  - Réseaux de dépendance relationnels
    - Probabilité d'une instanciation X:

$$P(X = x) = P(A = x_A | x_B, x_D) \times P(B = x_B | x_A, x_D)$$
$$\times P(C = x_C | x_E) \times P(D = x_D | x_A, x_B, x_E) \times P(x_E | x_D, x_C)$$

Inférence Collective

Classification dans les réseaux: Inférence Collective

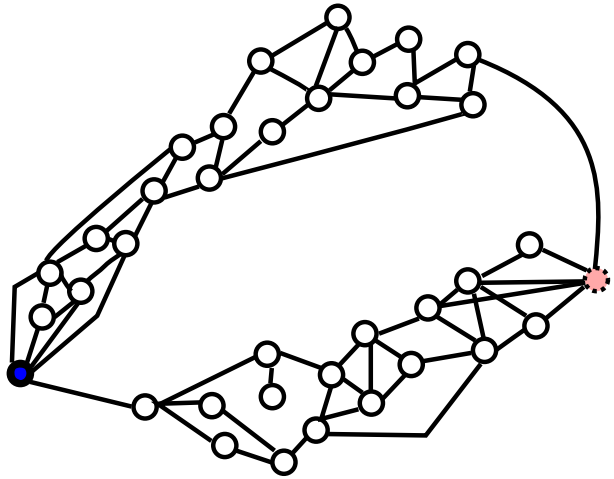
- Inférence Collective [Sen et al., 2008]
  - Processus itératif d'étiquetage de graphe
  - Dépendence entre les labels
  - Modèles transductifs généralement



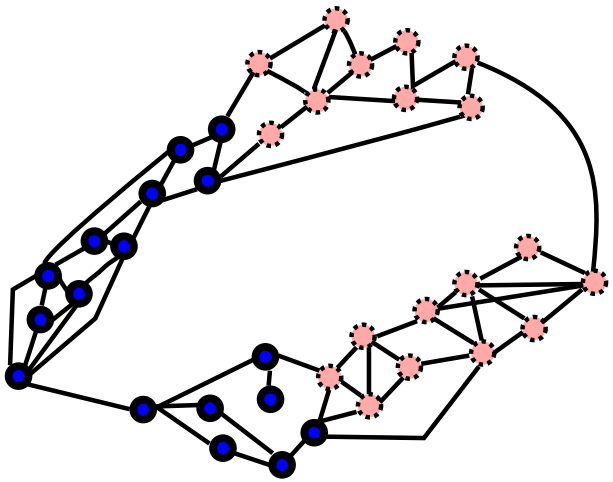
- Modèles d'inférence collective :
  - Iterative Classification (ICA)
  - Gibbs sampling
  - Loopy belief propagation
  - Modèle de Propagation de labels régularisé

Classification dans les Réseaux: Inférence collective

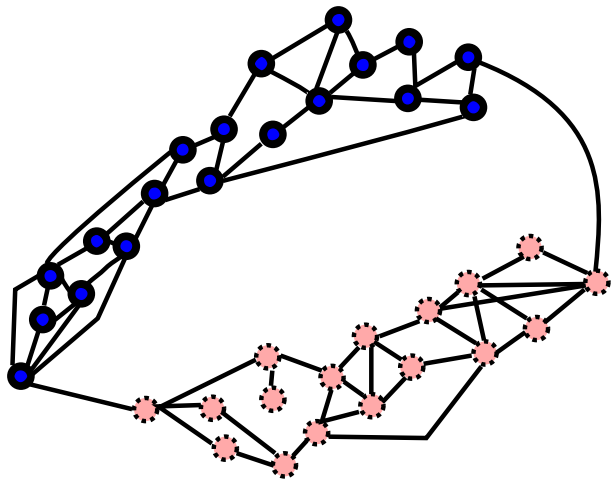
Graphe partiellement étiqueté
(deux étiquettes)



Graphe étiqueté
sans prise en compte de la structure



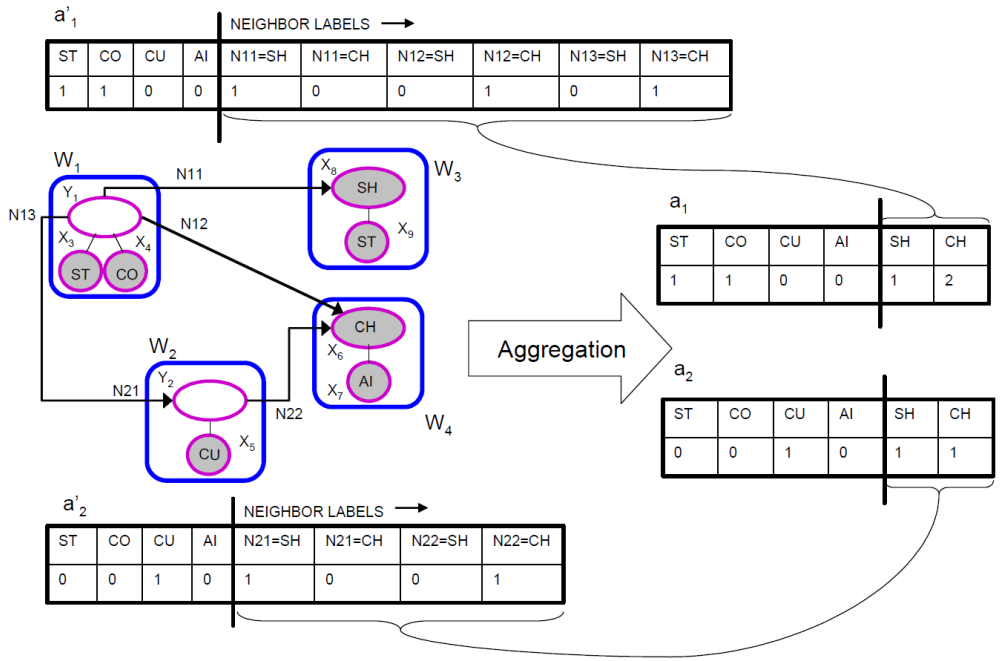
Graphe étiqueté
avec prise en compte de la structure



Inférence Collective:ICA

Inférence Collective: ICA

- Iterative Classification
  - Aggrège les labels des noeuds connectés
    - Différents types d'aggrégation: Mode, Count, Proportion, etc...



- Apprend un classifieur selon les labels connus
- Etiquetage des noeuds *i* selon leurs attributs et leur voisinage $\mathcal{N}_i$

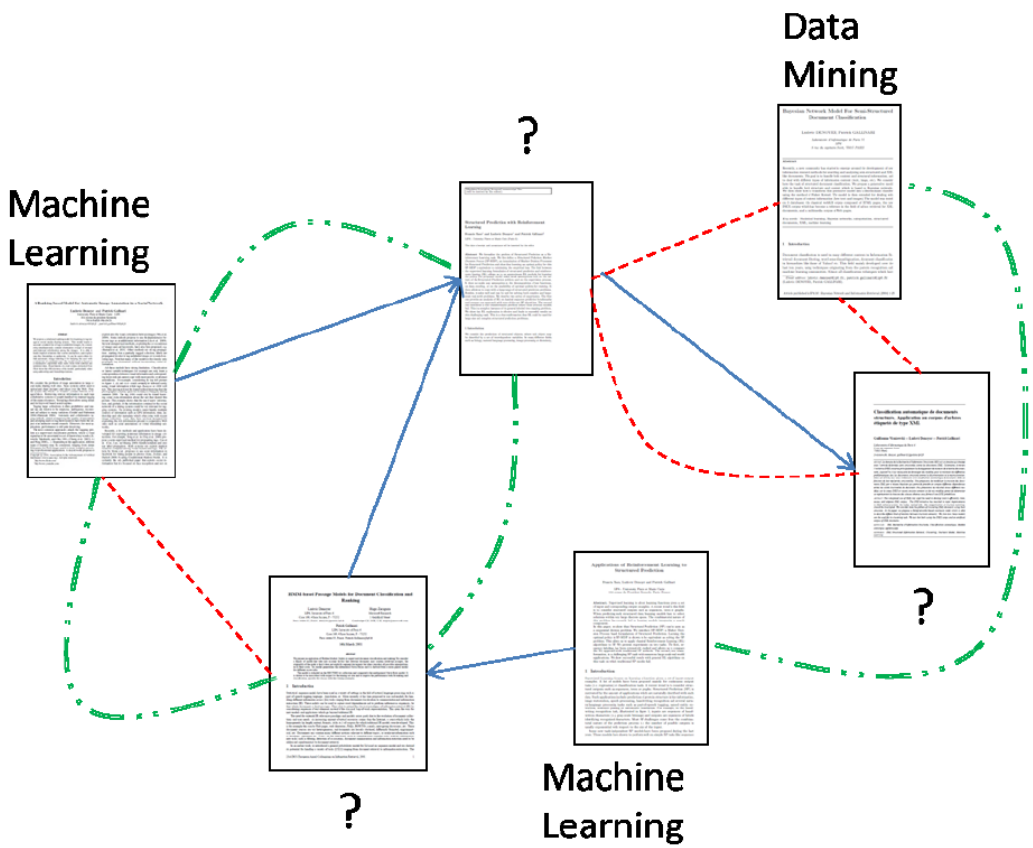
Inférence Collective: ICA

Algorithm 1 Iterative Classification Algorithm (ICA)

for each node $Y_i \in \mathcal{Y}$ **do** // bootstrapping
  // compute label using only observed nodes in $\mathcal{N}_i$
  compute $\vec{a}_i$ using only $\mathcal{X} \cap \mathcal{N}_i$
  $y_i \leftarrow f(\vec{a}_i)$
end for
repeat // iterative classification
  generate ordering $\mathcal{O}$ over nodes in $\mathcal{Y}$
  for each node $Y_i \in \mathcal{O}$ **do**
    // compute new estimate of y_i
    compute $\vec{a}_i$ using current assignments to $\mathcal{N}_i$
    $y_i \leftarrow f(\vec{a}_i)$
  end for
until all class labels have stabilized or a threshold number of iterations have elapsed

Inférence Collective: ICA multi-relations

Cas Multi-Relations



Inférence Collective: ICA multi-labels multi-relations

IMMCA [Peters et al., 2012] = Iterative Multi-Labels Multi-Relational Classification

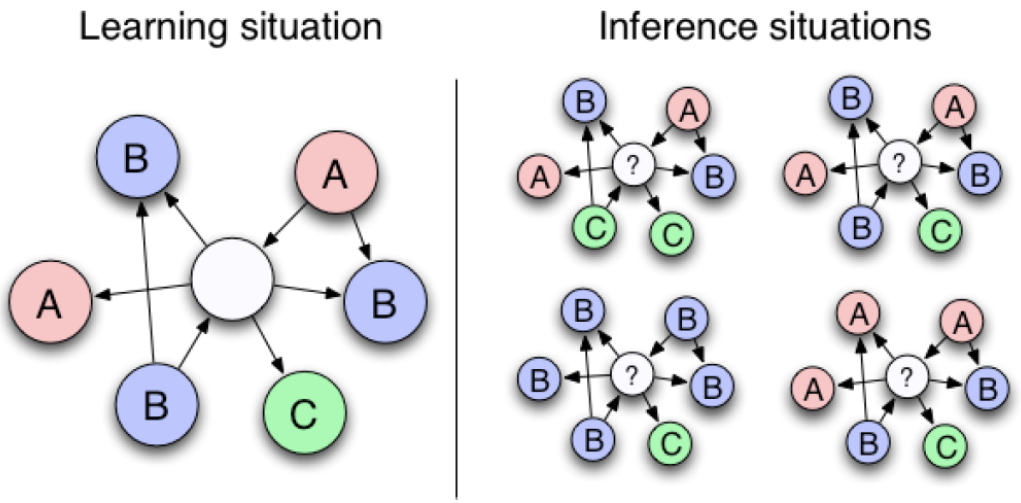
Algorithm 1 IMMCA Inference algorithm

procedure INFERENCE($\mathcal{G}, \mathcal{L}$)
  for all $n_i \in \mathcal{N}_u, l \in \mathcal{L}$ **do** ▷ Intialization
    $y_i^{l,(t)} \leftarrow random$
  end for
  $t \leftarrow 1$
  while $t \leq maxt$ **do** ▷ maxt iterations
    Choose $n_i \in \mathcal{N}_u$ at random
    for all $l \in \mathcal{L}$ **do** ▷ Compute scores for all labels
      $y_i^{l,(t)} \leftarrow f_\theta(n_i, l, \mathcal{S}^{(t-1)}(n_i))$
    end for
    for all $n_j \neq n_i, l \in \mathcal{L}$ **do**
      $y_j^{l,(t)} \leftarrow y_j^{l,(t-1)}$
    end for
    $t \leftarrow t + 1$
  end while
  return $\{y_i^{l,(maxt)}\}_{n_i \in \mathcal{N}}$
end procedure

Avec $S^{(t)}(n_i)$ l'ensemble des scores pour chaque label dans le voisinage de n_i au temps t.

Inférence Collective: ICA

- Inférence collective par ICA
  - Étiquetage du graphe avec prise en compte locale de dépendances connues
  - Basé sur un modèle de dépendances *f* entre éléments connectés
- Comment apprendre le modèle de dépendances?
  - Apprentissage a priori
    - Modèle fixe
    - Requiert une large part de labels connus
    - Biais d'apprentissage: pas représentatif des situations d'inférence



Inférence Collective: ICA

- Inférence collective par ICA
  - Étiquetage du graphe avec prise en compte locale de dépendances connues
  - Basé sur un modèle de dépendances *f* entre éléments connectés
- Comment apprendre le modèle de dépendances?
  - Apprentissage itératif ?
    - Prise en compte des étiquettes inférées

    ⇒ Propagation des connaissances

    ⇒ Réduction du biais d'apprentissage: situations en apprentissage et en inférence mieux connectées
    - .. Mais risque de divergence

Inférence Collective: ICA

Simulated ICA Learning algorithm [Maes et al., 2009]

Input: A labeled graph (G, Y)
Input: A learning algorithm $\mathcal{A}$
Output: A classifier f

repeat
  `// Bootstrapping`
  foreach $x_i \in X$ **do**
    compute $\vec{a}_i$ using current assignments to $\mathcal{N}_i$
    $y_i \leftarrow f(\vec{a}_i)$
  end
  `// Iterative Classification`
  repeat
    Generate ordering $\mathcal{O}$ over nodes of G.
    foreach $i \in \mathcal{O}$ **do**
      compute $\vec{a}_i$ using current assignments to $\mathcal{N}_i$
      $y_i \leftarrow f(\vec{a}_i)$
      submit training example $(\vec{a}_i, y_i)$ to $\mathcal{A}$
    end
  until *iterative classification terminates*
until *learning has converged or a threshold number of iterations have elapsed*
return the classifier trained by $\mathcal{A}$

Inférence Collective: Gibbs Sampling

Inférence Collective: Gibbs Sampling

- Gibbs Sampling
  - Processus d'échantillonnage itératif permettant de tirer aléatoirement un élément de Ω selon une loi jointe multivariée π
  - Couramment utilisé lorsqu'un tirage direct est trop complexe
  - Idée : Il est plus simple d'échantillonner à partir d'une distribution conditionnelle que considérer l'integration de la loi jointe

$$p(x_j|x_1,\ldots,x_{j-1},x_{j+1},\ldots,x_n) = \frac{p(x_1,\ldots,x_n)}{p(x_1,\ldots,x_{j-1},x_{j+1},\ldots,x_n)} \propto p(x_1,\ldots,x_n)$$

$\Rightarrow$ A partir d'un état courant, $\vec{x}$:

1. On choisit une variable x_j aléatoirement
2. On tire une nouvelle valeur v pour x_j proportionnellement à la propabilité conditionnelle : $p(x_i = v|x_1,\ldots,x_{j-1},x_{j+1},\ldots,x_n)$

Inférence Collective: Gibbs Sampling

Application à un réseau de dépendances locales

- Estimation de probabilité postérieure par Gibbs Sampling
- Deux phases
  - Periode de *burn-in* durant laquelle on tire itérativement de nouvelles valeurs pour les variables de $\vec{x}$
    - Objectif: Atteindre un échantillon probable selon la loi jointe
  - Période de comptage durant laquelle on compte les affectations successives des valeurs des variables de $\vec{x}$
    - Les compteurs d'affectation permettent finalement d'estimer les probabilité d'observation des différentes valeurs possibles pour chaque variable de $\vec{x}$
- Inférence collective par Gibbs Sampling
  - On cherche à estimer les probabilités des différents labels pour les noeuds du graphe
  - Sampling des valeurs par échantillonages successifs des labels conditionnellement à tous les voisins dans le graphe

Inférence Collective: Gibbs Sampling

Algorithm 1: Collective Gibbs Sampling Algorithm

// Bootstrap
for *each node* $x_i \in \mathcal{X}$ **do**
    $y_i \leftarrow$ Sample uniformly l from $\mathcal{L}$
end
// Burn-in
for $it = 1$ *to nbItBurnIn* **do**
    for *each node* $x_i \in \mathcal{X}$ **do**
        $y_i \leftarrow$ Sample l from $\mathcal{L}$ w.r.t. $P_\theta(y_i = l \mid x_i, Y \setminus y_i)$
    end
end
// Init counts
for *each node* $x_i \in \mathcal{X}$ **do**
    for *each label* $l \in \mathcal{L}$ **do**
        $c[i, l] \leftarrow 0$
    end
end
// Collect Samples
for $it = 1$ *to nbIt* **do**
    for *each node* $x_i \in \mathcal{X}$ **do**
        $y_i \leftarrow$ Sample l from $\mathcal{L}$ w.r.t. $P_\theta(y_i = l \mid x_i, Y \setminus y_i)$
        $c[i, y_i] \leftarrow c[i, y_i] + 1$
    end
end
// Compute Posteriors
for *each node* $x_i \in \mathcal{X}$ **do**
    for *each label* $l \in \mathcal{L}$ **do**
        $c[i, y_i] \leftarrow c[i, y_i] / nbIt$
    end
end

Inférence Collective: Gibbs Sampling

- Algorithme très proche de ICA mais :
  - Non déterministe (sampling)
  - Prise en compte de la vraissemblance des voisins:

$$P_\theta(y_i = l \mid X, Y \setminus y_i) \propto P_\theta(y_i = l, Y \setminus y_i | X)$$

$$\propto \frac{f_\theta(l, x_i, Y(\mathcal{N}_i)) \prod_{j \in \mathcal{N}_i} f_\theta(y_j, x_j, Y(\mathcal{N}_j \setminus i) \cup \{y_i = l\})}{\sum_{l' \in \mathcal{L}} f_\theta(l', x_i, Y(\mathcal{N}_i)) \prod_{j \in \mathcal{N}_i} \sum_{l' \in \mathcal{L}} f_\theta(l', x_j, Y(\mathcal{N}_j \setminus i) \cup \{y_i = l\})}$$

Avec par exemple $f_\theta(l, x_i, Y) = <\theta, \vec{a}_i>$ où $\vec{a}_i$ est une représentation vectorielle du noeud i et de l'étiquetage de son voisinage (comme dans ICA).

Inférence Collective: Gibbs Sampling

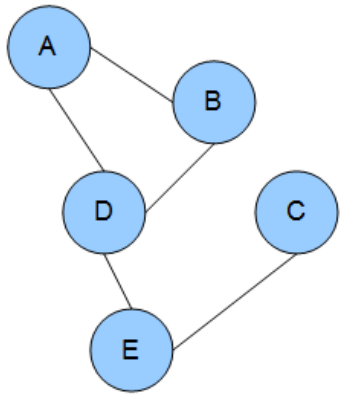
Algorithm 2: Collective Gibbs Sampling with iterative learning

```
1  // Bootstrap
2  for each node x_i ∈ 𝒳 do
3      y_i ← Sample uniformly l from ℒ
4  end
5  // Burn-in
6  for it = 1 to nbItBurnIn do
7      for each node x_i ∈ 𝒳 do
8          y_i ← Sample l from ℒ w.r.t. P_θ(y_i = l | x_i, Y \ y_i)
9      end
10     // Likelihood maximization
11     θ = arg max_θ' P_θ'(Y|X)
12 end
13 // Init counts
14 for each node x_i ∈ 𝒳 do
15     for each label l ∈ ℒ do
16         c[i, l] ← 0
17     end
18 end
19 // Collect Samples
20 for it = 1 to nbIt do
21     for each node x_i ∈ 𝒳 do
22         y_i ← Sample l from ℒ w.r.t. P_θ(y_i = l | x_i, Y \ y_i)
23         c[i, y_i] ← c[i, y_i] + 1
24     end
25 end
26 // Compute Posteriors
27 for each node x_i ∈ 𝒳 do
28     for each label l ∈ ℒ do
29         c[i, y_i] ← c[i, y_i] / nbIt
30     end
31 end
```

Inférence Collective: Loopy Belief Propagation

Inférence collective: Loopy Belief Propagation

- Inférence dans Markov Random Field
  - Réseau de Markov = Graphe de dépendances non dirigées
  - Dépendances plus complexes que les modèles précédents
  - Découpage en cliques : *A*BD, DE et EC



  - Probabilité d'une instanciation X:

$$P(X = x) = \frac{1}{Z} \prod_k \phi_k(x_k)$$

    - x_k est l'instantiation de la k-ième clique du graphe
    - ϕ_k est la fonction potentiel définie pour cette clique k (compatibilité des éléments d'une instantiation de cette clique)
    - $Z = \sum_{x \in X} \prod_k \phi_k(x_k)$ est une constante de normalisation calculée sur toutes les configurations possibles X

Relationnal Markov Random Field

- Application aux données relationnelles [Taskar et al., 2007]
  - On définit un ensemble de templates de cliques $\mathscr{C}$

    Exemple :

```
SELECT d1.label, d2.label
FROM doc d1, doc d2
WHERE link.from = d1
      AND
      link.to = d2;
```

  - Pour chaque template de clique $C \in \mathscr{C}$
    - On calcule les cliques $c \in C$
    - On définit le potentiel $\phi_C(x_c)$ qui retourne la compatibilité des valeurs attribuées pour les noeuds d'une clique c
  - On pose alors la probabilité d'un étiquetage y par :

$$P(X = x) = \frac{1}{Z} \prod_{C \in \mathscr{C}} \prod_{c \in C} \phi_C(x_c)$$

    - $Z = \sum_{x \in X} \prod_{C \in \mathscr{C}} \prod_{c \in C} \phi_C(x_c)$ est la constante de normalisation calculée sur toutes les configurations possibles X
    - $\phi_C(x_c)$ peut être de la forme $exp(< w, g(x_c) >)$, afin de ré-ecrire $P(X = x)$ sous forme d'un modèle log-linéaire

pairwise Markov Random Field

- pairwise Markov Random Field
  - On connait des valeurs de potentiel (apprises a priori) pour:
    - Les priors de étiquettes
    - Les adéquations du contenu avec les labels
    - Des compatibilités label-label pour les noeuds connectés
  - On pose $p(y|x)$ la probabilité d'un étiquetage y parmi l'ensemble des étiquetages possibles pour les labels non observés des noeuds de x:

$$P(\mathbf{y}|\mathbf{x}) = \frac{1}{\mathcal{Z}(\mathbf{x})} \prod_{Y_i \in \mathcal{Y}} \phi_i(y_i) \prod_{(Y_i,Y_j)\in E} \psi_{ij}(y_i, y_j)$$

Labels Non-Observés

Compatibilité Label - Label

$$\phi_i(y_i) = \psi_i(y_i) \prod_{(Y_i,X_j)\in E} \psi_{ij}(y_i)$$

Prior

Adéquation Contenu - Label

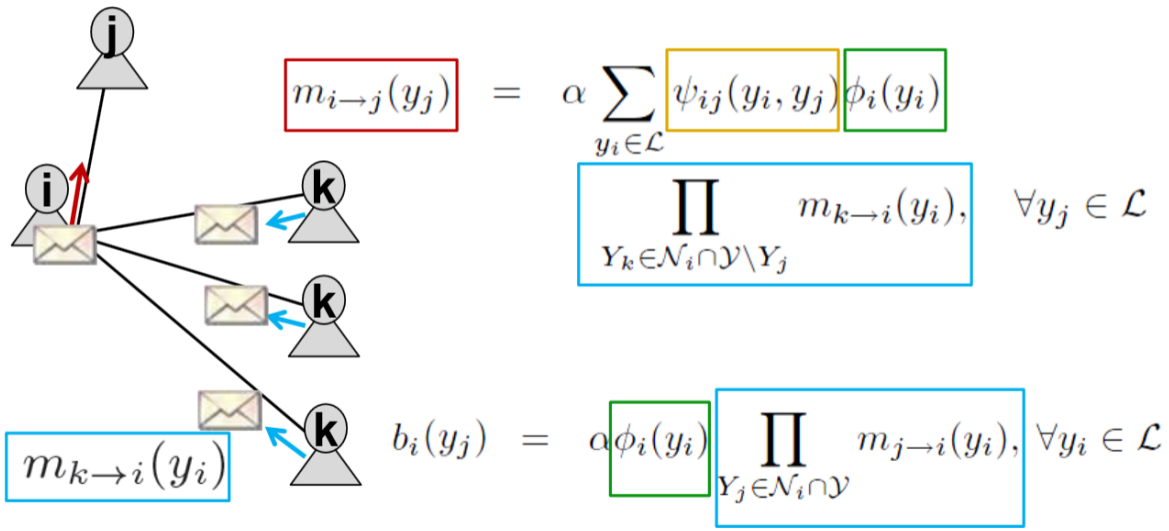
Inférence collective: Loopy Belief Propagation

- Belief Propagation
  - Inventé dans [Pearl, 1982] pour le calcul de probabilités marginales dans les arbres
  - Algorithme de passage de messages entre variables suivant une loi jointe
    - Croyance d'une variable de l'etat dans lequel doit être une variable liée
- Loopy Belief Propagation
  - Application de Belief Propagation dans les graphes généraux
  - Approximation de marginales dans les Bayesian Networks ou Markov Random Fields

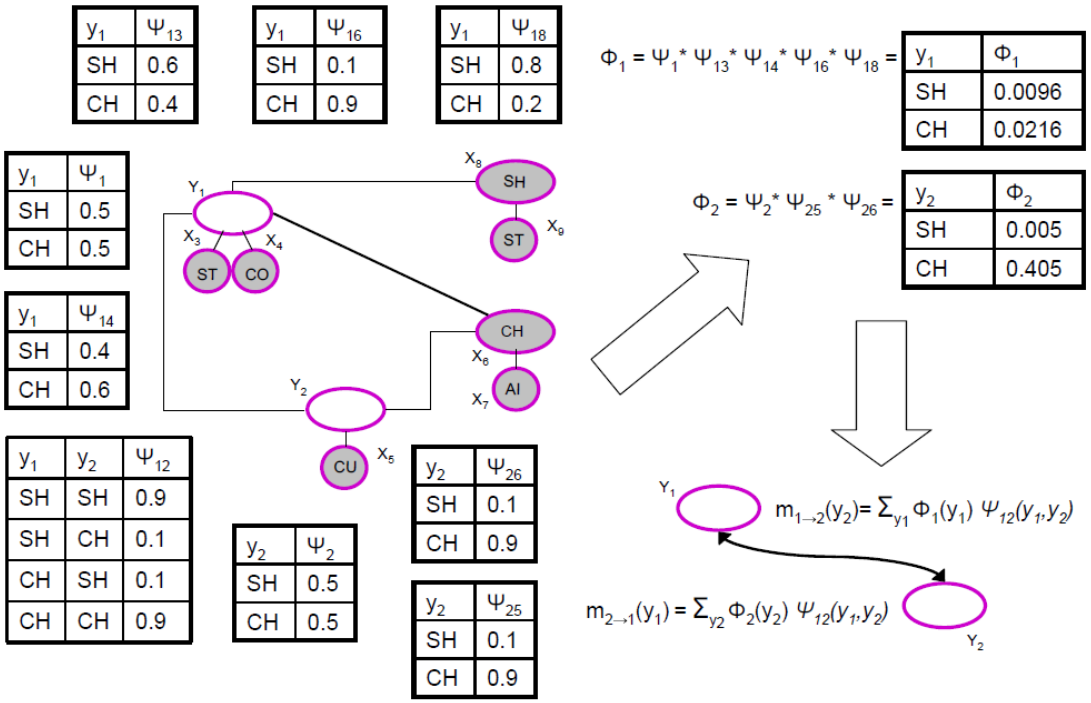
Inférence collective: Loopy Belief Propagation

Application au pairwise Markov Random Field :

- $m_{i \to j}(y_j)$: message de Y_i à Y_j sur sa croyance de la classe y_j pour le noeud Y_j
- $b_i(y_i)$: "belief" (croyance) de la classe y_i pour le noeud Y_i = probabilité marginale $p(Y_i = y_i)$



Inférence collective: Loopy Belief Propagation



Inférence collective: Loopy Belief Propagation

Algorithm 3 Loopy belief propagation (LBP)

for each $(Y_i, Y_j) \in E(G)$ s.t. $Y_i, Y_j \in \mathcal{Y}$ **do**
  for each $y_j \in \mathcal{L}$ **do**
    $m_{i \to j}(y_j) \leftarrow 1$
  end for
end for
repeat // perform message passing
  for each $(Y_i, Y_j) \in E(G)$ s.t. $Y_i, Y_j \in \mathcal{Y}$ **do**
    for each $y_j \in \mathcal{L}$ **do**
      $m_{i \to j}(y_j) \leftarrow \alpha \sum_{y_i} \psi_{ij}(y_i, y_j)\phi_i(y_i) \prod_{Y_k \in \mathcal{N}_i \cap \mathcal{Y} \setminus Y_j} m_{k \to i}(y_i)$
    end for
  end for
until all $m_{i \to j}(y_j)$ stop showing any change
for each $Y_i \in \mathcal{Y}$ **do** // compute beliefs
  for each $y_i \in \mathcal{L}$ **do**
    $b_i(y_i) \leftarrow \alpha\phi_i(y_i) \prod_{Y_j \in \mathcal{N}_i \cap \mathcal{Y}} m_{j \to i}(y_i)$
  end for
end for

Relationnal Markov Random Field

- Relationnal Markov Random Field : Apprentissage
  - $\phi_C(x_c)$ peut être de la forme $exp(< w, g(x_c) >)$:

$$\log P(X = x) = \sum_{C \in \mathscr{C}} \sum_{c \in C} < w, g(x_c) > - \log Z$$

  - Avec un prior sur les paramètres
    $p(w_i) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \exp - w_i^2 / 2\sigma^2$, le MAP est donné par :

$$L = \sum_{C \in \mathscr{C}} \sum_{c \in C} < w, g(x_c) > - \log Z - \frac{||w||_2^2}{2\sigma^2} + C$$

  - Modèle log-linéaire dont le gradient est donné par:

$$\nabla_w L = \sum_{C \in \mathscr{C}} \sum_{c \in C} g(x_c) - E_{Pw}[g(X)] - \frac{w}{\sigma^2}$$

    Avec $E_{Pw}[g(X)] = \sum_{x \in X} Pw(x) \sum_{C \in \mathscr{C}} \sum_{c \in C} g(x_c)$ l'espérance de potentiel pour les étiquetages possibles du graphe.

  - Calcul de $E_{Pw}[g(X)]$ impossible (trop complexe)
    $\Rightarrow$ Approximation (e.g. par Gibbs Sampling)

Inférence Collective: Modèle régularisé

Apprentissage régularisé selon graphe

- Modèle régularisé selon un graphe
- Problème d'apprentissage transductif :
  - Ensemble de données $X = (x_1, ..., x_n)$ avec $X = X_l \cup X_u$.
  - Arcs $E : X^2 \rightarrow \mathbb{R}^+$ tel que: $E(i,j)$ est le poids de l'arc (i,j)
  - Ensemble d'étiquettes $Y = (y_1, ..., y_l)$ connues pour les données de X_l
  - On cherche les étiquettes restantes $(y_{l+1}, ..., y_n)$

  $\Rightarrow$ La structure du graphe correspond à une régularité sur la fonction de prédiction $f_\theta : X \rightarrow Y$ à définir.

- Fonction f_θ:
  - Comportements similaires pour données au contenu proche
  - Comportements similaires pour données fortement connectées

$\Rightarrow$ Propagation de labels

Inférence Collective: Modèle régularisé

- Risque régularisé classique:

$$L = \sum_{x_i \in X_l} \Delta(f_\theta(x_i), y_i) + \lambda ||\theta||^2$$

- Modèle transductif pour les graphes [Belkin et al., 2004]:

$$argmin_f \sum_{x_i \in X_l} (y_i - f_i)^2 + \beta \sum_{i,j \in E} E(i,j)(f_i - f_j)^2$$

- Modèle résultant [Denoyer & Gallinari, 2010]:

$$argmin_\theta \sum_{x_i \in X_l} \Delta(f\theta(x_i), y_i) + \beta \sum_{i,j \in E} E(i,j)(f_\theta(x_i) - f_\theta(x_j))^2 + \lambda ||\theta||^2$$

Inférence Collective: Modèle régularisé

- Risque régularisé classique:

$$L = \sum_{x_i \in X_l} \Delta(f_\theta(x_i), y_i) + \lambda ||\theta||^2$$

- Modèle transductif pour les graphes [Belkin et al., 2004]:

$$argmin_f \sum_{x_i \in X_l} (y_i - f_i)^2 + \beta \sum_{i,j \in E} E(i,j)(f_i - f_j)^2$$

- Modèle résultant [Denoyer & Gallinari, 2010]:

$$argmin_\theta \sum_{x_i \in X_l} \Delta(f\theta(x_i), y_i) + \beta \sum_{i,j \in E} E(i,j)(f_\theta(x_i) - f_\theta(x_j))^2 + \lambda ||\theta||^2$$

$\Rightarrow$ Mais comment déterminer les poids $E(i,j)$?

Inférence Collective: Modèle régularisé

- Et si l'hypothèse de smoothness (sur le graphe ou sur la similarité utilisée) est mauvaise ?
  - $\Rightarrow$ Alors le modèle marchera mal.....
- Et si la smoothness n'est pas garantie sur tout le graphe ?
  - $\Rightarrow$ Alors le modèle marchera mal.....
- Et si je ne connais pas les pondérations à appliquer pour la smoothness ?
  - $\Rightarrow$ Alors le modèle marchera mal.....

La smoothness peut être apprise directement à partir des données étiquetés.

...et donc déduire où/pourquoi les données respectent cette hypothèse.

- On définit un sous ensemble E_l de E tel que:

$$E_l = \{(i,j) \in E / x_i \in X_l \text{ et } x_j \in X_l\}$$

- On définit un ensemble d'étiquettes sur les liens

$$\forall (i,j) \in E_l, y_{(i,j)} = \begin{cases} 1 & \text{si } y_i = y_j \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

On est alors capable d'apprendre un classifieur sur les liens $g_\omega : (i,j) \in E \rightarrow [0;1]$

Inférence Collective: Modèle régularisé

On définit une nouvelle fonction objective comme:

$$
\begin{aligned}
L = & \sum_{x_i \in X_l} \Delta(f_\theta(x_i), y_i) \\
& + \alpha \sum_{(i,j) \in E_l} \Delta'(g_\omega(i,j), y_{(i,j)}) \\
& + \beta \sum_{(i,j) \in E} g_\omega(i,j)(f(x_i) - f(x_j))^2 \\
& + \lambda ||\theta||^2 \\
& + \lambda' ||\omega||^2
\end{aligned}
$$

Cette fonction se minimise en fonction de θ et ω par une descente de gradient classique.

Inférence Collective: Modèle régularisé

Fonction g_ω:

$$g_\omega(i,j) = g'(<\omega; \Phi(i,j)>)$$

où $\Phi(i,j)$ est une représentation vectorielle.
$\Phi(i,j)$ peut prendre plusieurs formes.

- Cas mono-relationnel:
  - $\Phi(i,j) \in \mathbb{R}^1$

$$\Phi(i,j) = \begin{cases} 1 & \text{si } (i,j) \in E \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Inférence Collective: Modèle régularisé

Fonction g_ω:

$$g_\omega(i,j) = g'(<\omega; \Phi(i,j)>)$$

où $\Phi(i,j)$ est une représentation vectorielle.
$\Phi(i,j)$ peut prendre plusieurs formes.

- Cas mono-relationnel:
  - $\Phi(i,j) \in \mathbb{R}^1$

$$\Phi(i,j) = \begin{cases} 1 & \text{si } (i,j) \in E \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

⇒ Le modèle est capable d'apprendre l'importance des étiquettes voisines à inclure dans la fonction à optimiser

⇒ Pondération uniforme permettant d'ajuster l'importance de la smoothness sur l'ensemble du graphe

Inférence Collective: Modèle régularisé

Fonction g_ω:

$$g_\omega(i,j) = g'(<\omega; \Phi(i,j)>)$$

où $\Phi(i,j)$ est une représentation vectorielle.
$\Phi(i,j)$ peut prendre plusieurs formes.

- Cas multi-relationnel:
  - $\Phi(i,j) \in \mathbb{R}^r$ où r est le nombre de relations entre les données
  - $E^j, j \in [1;r]$ est l'ensemble des arcs pour la relation j

$$\Phi^k(i,j) = \begin{cases} 1 & \text{si } (i,j) \in E^k \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

Inférence Collective: Modèle régularisé

Fonction g_ω:

$$g_\omega(i,j) = g'(<\omega; \Phi(i,j)>)$$

où $\Phi(i,j)$ est une représentation vectorielle.
$\Phi(i,j)$ peut prendre plusieurs formes.

- Cas multi-relationnel:
  - $\Phi(i,j) \in \mathbb{R}^r$ où r est le nombre de relations entre les données
  - $E^j, j \in [1;r]$ est l'ensemble des arcs pour la relation j

$$\Phi^k(i,j) = \begin{cases} 1 & \text{si } (i,j) \in E^k \\ 0 & \text{sinon} \end{cases}$$

⇒ Le modèle obtenu est un modèle capable d'apprendre par relation, à quel point un arc entraine de la smoothness. Le modèle découvre donc les relations pertinentes (au sens de la smoothness).

⇒ Pondération uniforme sur les différents arcs de même type (mais un poids différent par type de relation)

Inférence Collective: Modèle régularisé

Fonction g_ω:

$$g_\omega(i,j) = g'(<\omega; \Phi(i,j)>)$$

où $\Phi(i,j)$ est une représentation vectorielle.
$\Phi(i,j)$ peut prendre plusieurs formes.

- Fonction du contenu
- On peut imaginer plusieurs représentations:
  - $\Phi(i,j) = \frac{x_i + x_j}{2}$
  - $\Phi(i,j) = x_i - x_j$
  - $\Phi(i,j) = \binom{x_i}{x_j}$

Inférence Collective: Modèle régularisé

Fonction g_ω:

$$g_\omega(i,j) = g'(<\omega; \Phi(i,j)>)$$

où $\Phi(i,j)$ est une représentation vectorielle.
$\Phi(i,j)$ peut prendre plusieurs formes.

- Fonction du contenu
- On peut imaginer plusieurs représentations:
  - $\Phi(i,j) = \frac{x_i + x_j}{2}$
  - $\Phi(i,j) = x_i - x_j$
  - $\Phi(i,j) = \binom{x_i}{x_j}$

$\Rightarrow$ Le modèle obtenu est un modèle capable d'apprendre l'importance des étiquettes voisines en fonction de la ressemblance de leur contenu

$\Rightarrow$ Pondération différente par relation en fonction du contenu des noeuds connectés

Inférence Collective: Modèle régularisé

Fonction g_ω:

$$g_\omega(i,j) = g'(<\omega; \Phi(i,j)>)$$

où $\Phi(i,j)$ est une représentation vectorielle.
$\Phi(i,j)$ peut prendre plusieurs formes.

- Fonction du contenu
- On peut imaginer plusieurs représentations:
  - $\Phi(i,j) = \frac{x_i + x_j}{2}$
  - $\Phi(i,j) = x_i - x_j$
  - $\Phi(i,j) = \binom{x_i}{x_j}$

$\Rightarrow$ Le modèle obtenu est un modèle capable d'apprendre l'importance des étiquettes voisines en fonction de la ressemblance de leur contenu

$\Rightarrow$ Pondération différente par relation en fonction du contenu des noeuds connectés

$\Rightarrow$ Si pas de graphe: Modification de la frontière f_θ pour que celle-ci passe par des regions peu "denses" de l'espace;

Inférence Collective: Modèle régularisé

Fonction g_ω:

$$g_\omega(i,j) = g'(<\omega; \Phi(i,j)>)$$

où $\Phi(i,j)$ est une représentation vectorielle.
$\Phi(i,j)$ peut prendre plusieurs formes.

- Fonction noyau $K(x_i, x_j)$
  - $\Phi(i,j) = \left(\phi^k_{(i,j)}\right)$ où $\phi^k(i,j) = K^k(x_i, x_j)$
  - $K^k(x_i, x_j)$ peut prendre diverses formes (noyau Gaussien, polynomial, etc...)
  - ... et intégrer diverses informations (contenu, profil, nombre de voisins communs, existence d'un arc pendant une periode donnée, etc...)

Inférence Collective: Modèle régularisé

Fonction g_ω:

$$g_\omega(i,j) = g'(<\omega; \Phi(i,j)>)$$

où $\Phi(i,j)$ est une représentation vectorielle.
$\Phi(i,j)$ peut prendre plusieurs formes.

- Fonction noyau $K(x_i, x_j)$
  - $\Phi(i,j) = \left(\phi^k_{(i,j)}\right)$ où $\phi^k(i,j) = K^k(x_i, x_j)$
  - $K^k(x_i, x_j)$ peut prendre diverses formes (noyau Gaussien, polynomial, etc...)
  - ... et intégrer diverses informations (contenu, profil, nombre de voisins communs, existence d'un arc pendant une periode donnée, etc...)

$\Rightarrow$ Pondération différente par relation en fonction de la valeur de la fonction noyau sur les noeuds connectés

$\Rightarrow$ Smoothness dépendente des noyaux définis sur les paires de noeuds

Références

- [Belkin et al., 2004] Mikhail Belkin, Irina Matveeva, Partha Niyogi: Regularization and Semi-supervised Learning on Large Graphs. COLT 2004: 624–638
- [Friedman et al., 1999] Nir Friedman, Lise Getoor, Daphne Koller, and Avi Pfeffer. Learning probabilistic relational models. In Thomas Dean, editor, IJCAI, pages 1300–1309. Morgan Kaufmann, 1999.
- [Ludovic Denoyer & Patrick Gallinari, 2010] Ludovic Denoyer and Patrick Gallinari. A Ranking Based Model for Automatic Image Annotation in a Social Network. ICWSM 2010.
- [McDowell & Aha, 2013] Luke K. McDowell and David W. Aha. 2013. Labels or attributes?: rethinking the neighbors for collective classification in sparsely-labeled networks. In Proceedings of the 22nd ACM international conference on Conference on information & knowledge management (CIKM '13). ACM, New York, NY, USA, 847–852
- [Maes et al., 2009] Francis Maes, Stéphane Peters, Ludovic Denoyer, Patrick Gallinari: Simulated Iterative Classification A New Learning Procedure for Graph Labeling. ECML/PKDD (2) 2009: 47-62
- [Neville & Jensen, 2002] Jennifer Neville and David Jensen. Relational dependency networks. Journal of Machine Learning Research, 8 :653–692, 2007.
- [Pearl, 1982] Pearl, Judea (1982). "Proceedings of the Second National Conference on Artificial Intelligence". AAAI-82: Pittsburgh, PA. Menlo Park, California: AAAI Press. pp. 133–136. Retrieved 2009-03-28.
- [Peters et al., 2012] Stéphane Peters, Yann Jacob, Ludovic Denoyer, Patrick Gallinari: Iterative Multi-label Multi-relational Classification Algorithm for complex social networks. Social Netw. Analys. Mining 2(1): 17-29 (2012)
- [Sen et al., 2008] Prithviraj Sen, Galileo Namata, Mustafa Bilgic, Lise Getoor, Brian Gallagher, Tina Eliassi-Rad: Collective Classification in Network Data. AI Magazine 29(3): 93–106 (2008)
- [Taskar et al., 2002] Benjamin Taskar, Pieter Abbeel, and Daphne Koller. Discriminative probabilistic models for relational data. In Adnan Darwiche and Nir Friedman, pages 485–492. Morgan Kaufmann, 2002.
- [Taskar et al., 2007] Taskar, B., Abbeel, P., Wong, M.-F., and Koller, D. Relational markov networks. In Getoor, L. and Taskar, B. (eds.), Introduction to Statistical Relational Learning. MIT Press, 2007.