Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет ИТМО».

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Лабораторная работа №2
Вариант №12
Численное решение нелинейных уравнений и систем

Выполнил
Путинцев Данил Денисович
Группа Р3207
Проверил(а)
Преподаватель: Рыбаков Степан Дмитриевич

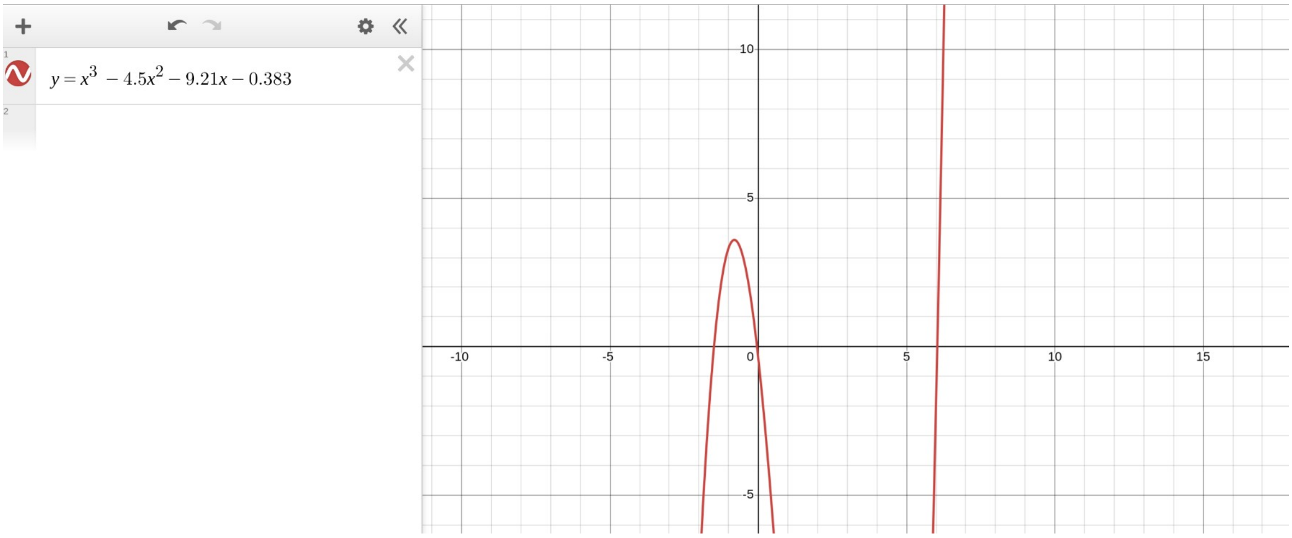
Санкт-Петербург 2025 год

Цель лабораторной работы.

Изучить численные методы решения нелинейных уравнений и их систем, найти корни заданного нелинейного уравнения/системы нелинейных уравнений, выполнить программную реализацию методов.

Порядок выполнения работы.

Уравнение: $x^3 - 4.5x^2 - 9.21x - 0.383$



Отделить корни заданного нелинейного уравнения графически

Корни уравнения:

x_1	x_2	x_3
-1.49	-0.04	6.04

Определить интервалы изоляции корней.

Интервал №1	Интервал №2	Интервал №3
[-2, -1]	[-0.5; 0.5]	[5; 7]

№ варианта	Крайний правый корень	Крайний левый корень	Центральный корень
12	4	5	2

4 — метод секущих, 5 — метод простой итерации, 2 — метод хорд.

Таблица 1: Уточнение корня уравнения методом секущих

№ итерации	x_{k-1}	x_k	x_{k+1}	$f(x_{k+1})$	$\lvert x_{k+1}-x_k\rvert$
1	-2.000	-1.000	-1.29469	1.82791	0.29469
2	-1.000	-1.29469	-1.65402	-1.98553	0.35933
3	-1.29469	-1.65402	-1.46693	0.28729	0.18709
4	-1.65402	-1.46693	-1.49059	0.03509	0.02366
5	-1.46693	-1.49059	-1.49388	-0.00077	0.00329

Рабочая формула метода

$$x_{k+1}=x_k-\frac{x_k-x_{k-1}}{f(x_k)-f(x_{k-1})}f(x_k)$$

Таблица 2: Уточнение корня уравнения методом простых итераций

№ итерации	x_k	x_{k+1}	$f(x_{k+1})$	$\lvert x_{k+1}-x_k\rvert$
0	0.5	-0.15016	0.89512	0.65016
1	-0.15016	-0.05297	0.09208	0.09719
2	-0.05297	-0.04297	0.00437	0.00998

Приведение уравнения к виду x=ϕ(x)

$$x=\frac{x^3-4.5x^2-0.383}{9.21}$$

Проверка условия сходимости

Найдем производную

$$f'(x)=\frac{100(x^2-3x)}{307}$$

Условия сходимости есть.

Таблица 3: Уточнение корня методом хорд

№ шага	a	b	x	$f(a)$	$f(b)$	$f(x)$	$\lvert x_{k+1}-x_k\rvert$
1	5.000	7.000	5.74106	-33.933	57.647	-12.353	0.74106
2	5.74106	7.000	5.96323	-12.35311	57.647	-3.27173	0.22217
3	5.96323	7.000	6.01891	-3.27173	57.647	-0.79119	0.05568
4	6.01891	7.000	6.03219	-0.79119	57.647	-0.18719	0.0140
5	6.03219	7.000	6.03532	-0.18719	57.647	-0.04413	0.0031

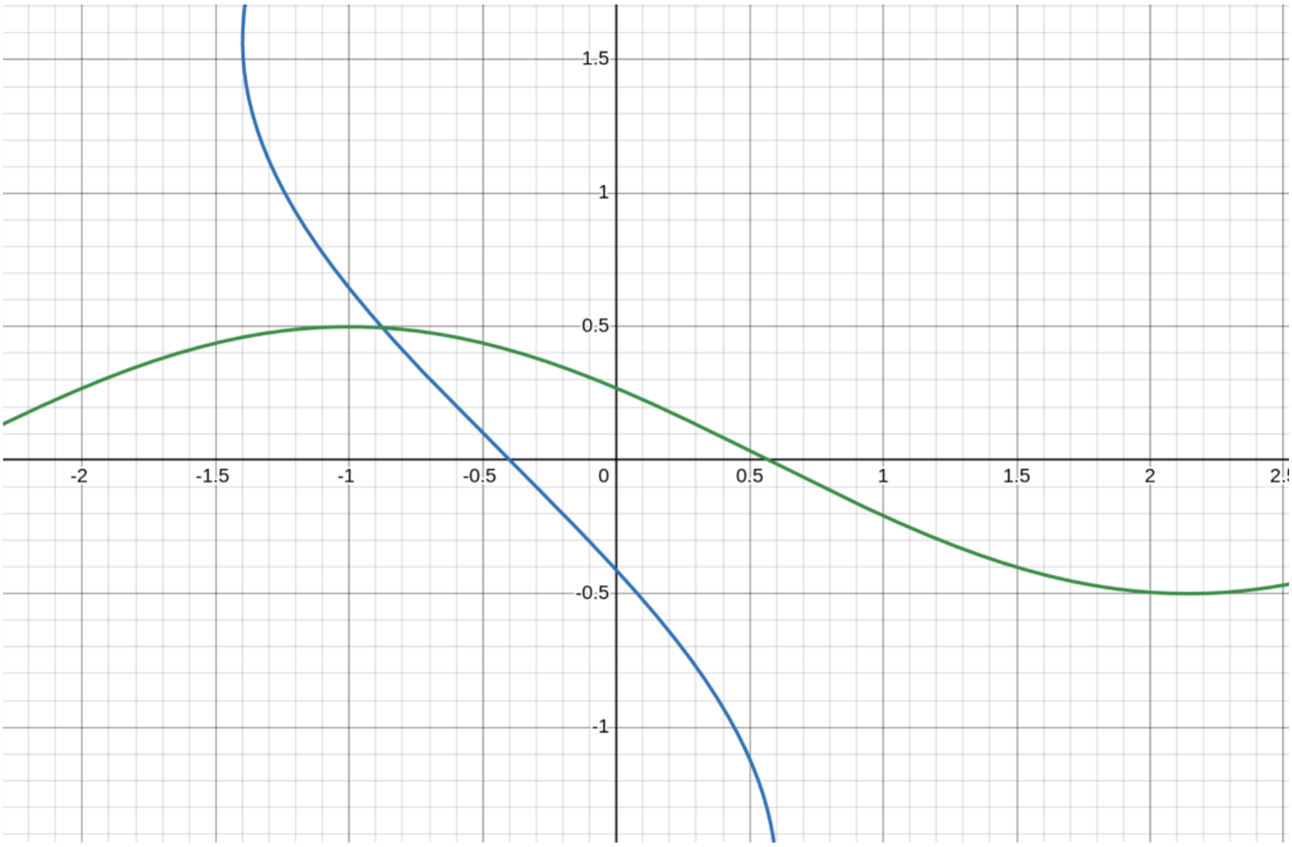
Рабочая формула метода:

$$x_i = a_i - \frac{b_i - a_i}{f(b_i) - f(a_i)} f(a_i)$$

2 часть. Решение системы нелинейных уравнений

12	$\begin{cases} x + \sin y = -0.4 \\ 2y - \cos(x+1) = 0 \end{cases}$	Метод простой итерации

Отделить корни заданной системы нелинейных уравнений графически



x	y
-0.87606	0.49616

Используя указанный метод, решить систему нелинейных уравнений с точностью до 0,01

Решение находится в квадрате -1 < x < 0 и 0 < y < 1

Выразим x и y из уравнений

$x = -0.4 - \sin y$

$$y=\frac{\cos(x+1)}{2}$$

Проверим условие сходимости

$\frac{df_1}{dx}=0$ $\frac{df_1}{dy}=-\cos y$ $\frac{df_2}{dx}=-\sin(x+1)$ $\frac{df_2}{dy}=0$

$$\left|\frac{df_1}{dx}\right|+\left|\frac{df_2}{dx}\right|=\cos y<1$$

$$\left|\frac{df_1}{dy}\right|+\left|\frac{df_2}{dy}\right|=\sin(x+1)<1$$

Следовательно, процесс сходящийся

Выберем начальное приближение $x_0=0$ $y_0=0$

Шаг 1

$$x_1=-0.4-\sin 0=-0.4$$

$$y_1=\frac{\cos(1)}{2}=0.27015$$

Шаг 2

$$x_1=-0.4-\sin(0.27015)=-0.66688$$

$$y_1=\frac{\cos(-0.4+1)}{2}=0.41267$$

Шаг 3

$$x_1=-0.4-\sin(0.41267)=-0.80106$$

$$y_1=\frac{\cos(1-0.66888)}{2}=0.47284$$

Шаг 4

$$x_1=-0.4-\sin(0.47284)=-0.85542$$

$$y_1=\frac{\cos(1-0.80106)}{2}=0.49014$$

Шаг 5

$$x_1=-0.4-\sin(0.49014)=-0.87075$$

$$y_1=\frac{\cos(1-0.85542)}{2}=0.49478$$

Шаг 6

$$x_1=-0.4-\sin(0.49478)=-0.87484$$

$$y_1=\frac{\cos(1-0.87075)}{2}=0.49583$$

Программная реализация задачи

1	Метод половинного деления
3	Метод Ньютона (для решения нелинейных уравнений)
5	Метод простой итерации
6	Метод Ньютона (для решения систем нелинейных уравнений)

https://github.com/danp1t/ITMO/tree/main/comp_math/lab2

Результаты выполнения программы при различных исходных данных.

Лабораторная работа №2

Работа сделана Путинцевым Данилом, ИСУ: 409425

Вариант №12

Численное решение нелинейных уравнений и систем

Список команд доступен по команде /help

1. /help - вывести список команд с их описанием
2. /exit - выход из программы
3. /info - вывести информацию о введеденных данных
4. /start - запуск программы
5. /clear - очистка введенных данных
6. /choice_system - выбор системы
7. /choice_equations - выбор уравнения
8. /input_interval - ввод интервала с клавиатуры
9. /input_interval_file - ввод интервала из файла
10. /input_start_value - ввод начального приближения с клавиатуры
11. /input_start_value_file - ввод начального приблежения из файла
12. /input_epsilon - ввод погрешности с клавиатуры
13. /input_epsilon_file - ввод погрешности из файла

Введите команду: 4

Выберете, что будем решать

1. Нелинейное уравнение

2. Систему нелинейных уравнений

1

0. 2x^3 + 3.41x^2 - 1.943x + 2.12

1. sin(x) + cos(x) - 0.4 = 0.2

2. tg(x) - 2.34 = 21

3. -3.2x^3 - 3.2x = 2

4. -33x^3 + 21.23x^2 + 3 = 2.32

Введите номер нелинейного уравнения: 0

Для построения графика введите интервал.

Введите нижнюю границу интервала: -3

Введите верхнюю границу интервала: -2

График сохранен как 'equation_plot.png'

Выберете способ решения нелинейного уравнения

1. Метод половинного деления

2. Метод Ньютона

3. Метод простой итерации

2

Требуется ввод точности.

Введите точность: 0.0002

Выберите способ вывода результатов:

1. Вывести на экран

2. Сохранить в файл

3. Сделать и то, и другое

Ваш выбор (1-3): 1

══════════ Результаты ══════════

Метод: Метод Ньютона

Уравнение: 2x^3 + 3.41x^2 - 1.943x + 2.12

Приближенный корень: -2.32051503

Значение функции в корне: -7.77e-05

Количество итераций: 2

Начальное приближение: -2.3232

Погрешность: 0.0002

Сброс всех значений

Введите команду: 4

Выберете, что будем решать

1. Нелинейное уравнение

2. Систему нелинейных уравнений

2

Выберите систему нелинейных уравнений

0. ('sin(x - y) - x*y = -1', '0.3x^2 + y^2 = 2')

1. ('sin(y) + 2x = 2', 'y + cos(x - 1) = 0.7')

Введите номер системы: 1

График системы сохранен как 'system_plot.png'

Введите начальные приближения x0 и y0 через пробел:

-2 4

Введите точность: 0.002

Найденное решение:

x = 1.14288476

y = -0.28980933

Значения функций в решении:

f1(x,y) = 2.12e-13

f2(x,y) = -2.24e-13

Общее количество итераций: 6

История итераций:

Итер	x	y	Δx	Δy	f1(x,y)	f2(x,y)
1	-2.000000	4.000000	2.51e+00	-2.66e+00	-6.76e+00	2.31e+00
2	0.507779	1.336095	1.93e-01	-1.61e+00	-1.19e-02	1.52e+00
3	0.700747	-0.272479	4.96e-01	-1.29e-01	-8.68e-01	-1.69e-02

4	1.196839	-0.401808	-5.23e-02	1.11e-01	2.59e-03	-1.21e-01
5	1.144515	-0.290923	-1.63e-03	1.11e-03	2.19e-03	-1.35e-03
6	1.142885	-0.289811	-6.72e-07	1.22e-06	1.77e-07	-1.31e-06

Сброс всех значений

Выводы

В рамках лабораторной работы были рассмотрены численные методы решения нелинейных уравнений и их систем с применением языка Python. В ходе исследования удалось вычислить корни заданных уравнений и систем, используя различные подходы, такие как метод Ньютона, метод простых итераций и другие. Для наглядности также были построены графики функций, что позволило лучше визуализировать поведение уравнений на заданных интервалах и точнее определить расположение корней. Полученные результаты подтвердили эффективность изученных методов для решения нелинейных задач.