

Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет ИТМО».

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Лабораторная работа №4

Вариант №12

Аппроксимация функции методом наименьших квадратов

Выполнил

Путинцев Данил Денисович

Группа Р3207

Проверил(а)

Преподаватель: Рыбаков Степан Дмитриевич

Санкт-Петербург 2025 год

Цель работы

Найти функцию, являющуюся наилучшим приближением заданной табличной функции по методу наименьших квадратов.

Рабочие формулы метода

Вычислительная часть лабораторной работы

Функция:

$$y = \frac{4x}{x^4 + 12}, x \in [-2; 0], h = 0.2$$

Таблица 1: Таблица табулирования заданной функции

x	-2	-1.8	-1.6	-1.4	-1.2	-1	-0.8	-0.6	-0.4	-0.2	0
y	-0.286	-0.32	-0.345	-0.353	-0.341	-0.308	-0.258	-0.198	-0.133	-0.067	0
f(x)	-0.396	-0.364	-0.333	-0.301	-0.27	-0.238	-0.206	-0.175	-0.143	-0.112	-0.08
(f(x) - y)^2	0.012	0.002	0	0.003	0.005	0.005	0.003	0	0	0.002	0.006
g(x)	-0.297	-0.324	-0.339	-0.34	-0.328	-0.303	-0.265	-0.214	-0.149	-0.07	0.019
(g(x) - y)^2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0

Построим линейное приближение

$$SX = -11, SXX = 15.4, SY = -2.609, SXY = 3.3032$$

Получаем систему линейных уравнений:

$$\{15.4a - 11b = 3.3032; -11a + 11b = -2.609\}$$

Решая систему, получим значение коэффициентов: $a = 0.158$, $b = -0.08$

$$f(x) = 0.158x - 0.08$$

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (f(x_i) - y_i)^2}{n}} = 0.0035$$

Построим квадратичное приближение

$$SX = -11, SXX = 15.4, SXXX = -24.2, SXXXX = 40.5328, SY = -2.609, SXY = 3.3032, SXXY = -4.8153$$

Получим систему линейных уравнений:

$$\{11a - 11b + 15.4c = -2.609\}$$

$$\{-11a + 15.4b - 24.2c = 3.3032\}$$

$$\{15.4a - 24.2b + 40.5328c = -4.8153\}$$

Ответ: c = 0.019, b = 0.4866, a = 0.1644

$$g(x) = 0.1644x^2 + 0.4866x + 0.019$$

$$\delta = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^n (g(x_i) - y_i)^2}{n}} = 0$$

Следовательно, квадратичное приближение лучше

Листинг программы (по крайней мере, коды используемого метода)

```
import math

import numpy as np

def linial_approx(x, y):
    sum_x = 0
    sum_xx = 0
    sum_y = 0
    sum_xy = 0
    for i in range(len(x)):
        sum_x += x[i]
        sum_xx += (x[i]**2)
        sum_y += y[i]
        sum_xy += (x[i]*y[i])
    delta = len(x) * sum_xx - sum_x ** 2

    b = (sum_y * sum_xx - sum_x * sum_xy) / delta
    a = (len(x) * sum_xy - sum_x * sum_y) / delta

    return a, b

def bipolin_approx(x, y):
    sum_x = 0
    sum_xx = 0
    sum_xxx = 0
    sum_xxxx = 0
    sum_y = 0
    sum_xy = 0
    sum_xxy = 0
```

```

for i in range(len(x)):
    sum_x += x[i]
    sum_xx += (x[i]**2)
    sum_xxx += (x[i]**3)
    sum_xxxx += (x[i]**4)
    sum_y += y[i]
    sum_xy += (x[i]*y[i])
    sum_xxy += (x[i]**2 * y[i])
A = [
    [len(x), sum_x, sum_xx],
    [sum_x, sum_xx, sum_xxx],
    [sum_xx, sum_xxx, sum_xxxx]
]

B = [sum_y, sum_xy, sum_xxy]
c, b, a = np.linalg.solve(A, B)

return a, b, c

```

```

def cubic_approx(x, y):
    sum_x = 0
    sum_xx = 0
    sum_xxx = 0
    sum_xxxx = 0
    sum_xxxxx = 0
    sum_xxxxxx = 0
    sum_y = 0
    sum_xy = 0
    sum_xxy = 0
    sum_xxyy = 0
    for i in range(len(x)):
        sum_x += x[i]
        sum_xx += (x[i]**2)
        sum_xxx += (x[i]**3)
        sum_xxxx += (x[i]**4)
        sum_xxxxx += (x[i]**5)
        sum_xxxxxx += (x[i]**6)
        sum_y += y[i]
        sum_xy += (x[i] * y[i])
        sum_xxy += (x[i]**2 * y[i])
        sum_xxyy += (x[i]**3 * y[i])

A = [
    [len(x), sum_x, sum_xx, sum_xxx],

```

```
[sum_x, sum_xx, sum_xxx, sum_xxxx],  
[sum_xx, sum_xxx, sum_xxxx, sum_xxxxx],  
[sum_xxx, sum_xxxx, sum_xxxxx, sum_xxxxxx]  
]
```

```
B = [sum_y, sum_xy, sum_xxy, sum_xxyy]
```

```
d, c, b, a = np.linalg.solve(A, B)
```

```
return a, b, c, d
```

```
def exp_approx(x, y):
```

```
    log_y = np.log(y)
```

```
    sum_x = 0
```

```
    sum_xx = 0
```

```
    sum_logy = 0
```

```
    sum_x_logy = 0
```

```
    for i in range(len(x)):
```

```
        sum_x += x[i]
```

```
        sum_xx += (x[i]**2)
```

```
        sum_logy += log_y[i]
```

```
        sum_x_logy += (x[i] * log_y[i])
```

```
A = [  
    [len(x), sum_x],  
    [sum_x, sum_xx]  
]
```

```
B = [sum_logy, sum_x_logy]
```

```
B = [sum_logy, sum_x_logy]
```

```
A_coeff, b = np.linalg.solve(A, B)
```

```
a = np.exp(A_coeff)
```

```
return b, a
```

```
def log_approx(x, y):
```

```
    log_x = np.log(x)
```

```
    sum_logx = 0
```

```
    sum_logx2 = 0
```

```
    sum_y = 0
```

```
    sum_logx_y = 0
```

```
    for i in range(len(x)):
```

```
        sum_logx += log_x[i]
```

```
        sum_logx2 += (log_x[i]**2)
```

```
sum_y += y[i]
sum_logx_y += (log_x[i]*y[i])
```

```
A = [
    [len(x), sum_logx],
    [sum_logx, sum_logx2]
]
B = [sum_y, sum_logx_y]
```

```
a, b = np.linalg.solve(A, B)
return b, a
```

```
def power_approx(x, y):
```

```
    log_x = np.log(x)
    log_y = np.log(y)
```

```
    sum_logx = 0
    sum_logx2 = 0
    sum_logy = 0
    sum_logx_logy = 0
    for i in range(len(x)):
        sum_logx += log_x[i]
        sum_logx2 += (log_x[i]**2)
        sum_logy += log_y[i]
        sum_logx_logy += (log_x[i] * log_y[i])
```

```
A = [
    [len(x), sum_logx],
    [sum_logx, sum_logx2]
]
B = [sum_logy, sum_logx_logy]
```

```
A_coeff, b = np.linalg.solve(A, B)
a = np.exp(A_coeff)
```

```
return a, b
```

```
def corr_pirson(x, y):
```

```
    x_sr = sum(x) / len(x)
    y_sr = sum(y) / len(y)
    sum_1 = 0
    sum_2 = 0
    sum_3 = 0
    for i in range(len(x)):
```

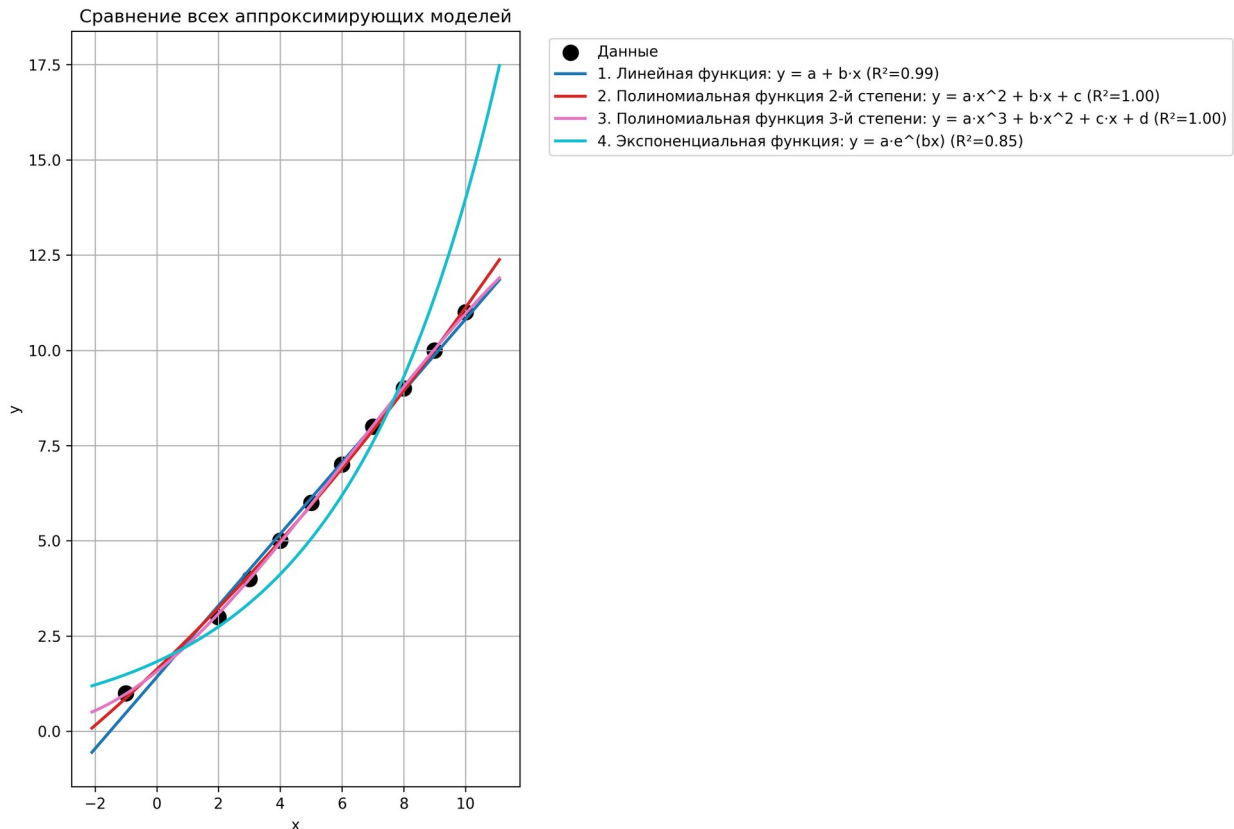
```

sum_1 += (x[i] - x_sr)*(y[i] - y_sr)
sum_2 += (x[i] - x_sr)**2
sum_3 += (y[i] - y_sr)**2

r = sum_1 / math.sqrt(sum_2 * sum_3)
return r

```

Графики аппроксимирующих функций



Результаты выполнения программы при различных исходных данных (не менее трех)

!("/exit" to quit) Введите команду: => 7

Отправка: 7

Введите путь к файлу: table.txt

!("/exit" to quit) Введите команду: => /info

Отправка: /info

Введена таблица:

Значения x: [-1.0, 2.0, 3.0, 4.0, 5.0, 6.0, 7.0, 8.0, 9.0, 10.0]

Значения y: [1.0, 3.0, 4.0, 5.0, 6.0, 7.0, 8.0, 9.0, 10.0, 11.0]

!("/exit" to quit) Введите команду: => 4

Отправка: 4

Выберете тип функции для исследования:

1. Линейная функция
2. Полиномиальная функция 2-й степени
3. Полиномиальная функция 3-й степени
4. Экспоненциальная функция
5. Логарифмическая функция
6. Степенная функция
7. Исследовать все типы функции

Введите тип функции: 7

Коэффициент корреляции Пирсона: 0.9971890580229869

$1.827242291856008 * e^{0.20341663784936884x}$

Аппроксимация невозможна. Значения по X должны быть положительными

Аппроксимация невозможна. Значения по X должны быть положительными

Аппроксимация невозможна. Значения по Y должны быть положительными

Наилучшая модель:

Тип: 3. Полиномиальная функция 3-й степени: $y = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$

Коэффициенты: $a = -0.0033$, $b = 0.0619$, $c = 0.6504$, $d = 1.5671$

$R^2: 0.9998$

Интерпретация: отлично объясняет данные ($R^2 \geq 0.9$)

1. Линейная функция: $y = a + b \cdot x$

Коэффициенты: $a = 0.9395$, $b = 1.4207$

Среднеквадратичное отклонение (SSE): 0.5187

$R^2 = 0.9944$ (отлично объясняет данные ($R^2 \geq 0.9$))

+-----+-----+-----+-----+

| x | y | f(x) | eps |

+-----+-----+-----+-----+

	-1.0000		1.0000		0.4813		0.5187	
	2.0000		3.0000		3.2997		-0.2997	
	3.0000		4.0000		4.2392		-0.2392	
	4.0000		5.0000		5.1787		-0.1787	
	5.0000		6.0000		6.1182		-0.1182	
	6.0000		7.0000		7.0576		-0.0576	
	7.0000		8.0000		7.9971		0.0029	
	8.0000		9.0000		8.9366		0.0634	
	9.0000		10.0000		9.8761		0.1239	
	10.0000		11.0000		10.8156		0.1844	
+	-----	+	-----	+	-----	+	-----	+

2. Полиномиальная функция 2-й степени: $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

Коэффициенты: $a = 0.0177$, $b = 0.7720$, $c = 1.6252$

Среднеквадратичное отклонение (SSE): 0.1291

$R^2 = 0.9986$ (отлично объясняет данные ($R^2 \geq 0.9$))

+	-----	+	-----	+	-----	+	-----	+
	x		y		f(x)		eps	
+	-----	+	-----	+	-----	+	-----	+
	-1.0000		1.0000		0.8709		0.1291	
	2.0000		3.0000		3.2402		-0.2402	
	3.0000		4.0000		4.1009		-0.1009	
	4.0000		5.0000		4.9971		0.0029	
	5.0000		6.0000		5.9289		0.0711	
	6.0000		7.0000		6.8961		0.1039	
	7.0000		8.0000		7.8987		0.1013	
	8.0000		9.0000		8.9369		0.0631	

9.0000	10.0000	10.0106	-0.0106	
10.0000	11.0000	11.1197	-0.1197	
+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+

3. Полиномиальная функция 3-й степени: $y = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$

Коэффициенты: $a = -0.0033$, $b = 0.0619$, $c = 0.6504$, $d = 1.5671$

Среднеквадратичное отклонение (SSE): 0.0181

$R^2 = 0.9998$ (отлично объясняет данные ($R^2 \geq 0.9$))

+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+
x	y	f(x)	eps	
+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+
-1.0000	1.0000	0.9819	0.0181	
2.0000	3.0000	3.0891	-0.0891	
3.0000	4.0000	3.9864	0.0136	
4.0000	5.0000	4.9481	0.0519	
5.0000	6.0000	5.9544	0.0456	
6.0000	7.0000	6.9854	0.0146	
7.0000	8.0000	8.0215	-0.0215	
8.0000	9.0000	9.0427	-0.0427	
9.0000	10.0000	10.0292	-0.0292	
10.0000	11.0000	10.9613	0.0387	
+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+

4. Экспоненциальная функция: $y = a \cdot e^{(bx)}$

Коэффициенты: $a = 1.8272$, $b = 0.2034$

Среднеквадратичное отклонение (SSE): 14.0747

$R^2 = 0.8479$ (хорошо объясняет данные ($0.7 \leq R^2 < 0.9$))

```
+-----+-----+-----+-----+
|  x  |  y  | f(x) | eps |
+-----+-----+-----+-----+
| -1.0000 | 1.0000 | 1.4909 | -0.4909 |
| 2.0000 | 3.0000 | 2.7446 | 0.2554 |
| 3.0000 | 4.0000 | 3.3638 | 0.6362 |
| 4.0000 | 5.0000 | 4.1226 | 0.8774 |
| 5.0000 | 6.0000 | 5.0525 | 0.9475 |
| 6.0000 | 7.0000 | 6.1923 | 0.8077 |
| 7.0000 | 8.0000 | 7.5892 | 0.4108 |
| 8.0000 | 9.0000 | 9.3012 | -0.3012 |
| 9.0000 | 10.0000 | 11.3994 | -1.3994 |
| 10.0000 | 11.0000 | 13.9709 | -2.9709 |
+-----+-----+-----+-----+
```

!("/exit" to quit) Введите команду: => 7

Отправка: 7

Введите путь к файлу: table.txt

!("/exit" to quit) Введите команду: => /info

Отправка: /info

Введена таблица:

Значения x: [1.0, 2.0, 3.0, 4.0, 5.0, 6.0, 7.0, 8.0, 9.0, 10.0]

Значения y: [1.0, 2.4, 5.0, 3.0, 7.0, 8.0, 10.0, 21.0, 33.0, 44.0]

!("/exit" to quit) Введите команду: => 4

Отправка: 4

Выберете тип функции для исследования:

1. Линейная функция
2. Полиномиальная функция 2-й степени
3. Полиномиальная функция 3-й степени
4. Экспоненциальная функция
5. Логарифмическая функция
6. Степенная функция
7. Исследовать все типы функции

Введите тип функции: 7

Коэффициент корреляции Пирсона: 0.8849450077853759

$0.9164991296568911 * e^{0.3837930357945538x}$

Наилучшая модель:

Тип: 3. Полиномиальная функция 3-й степени: $y = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$

Коэффициенты: $a = 0.1143$, $b = -1.0691$, $c = 3.9711$, $d = -1.8267$

$R^2: 0.9886$

Интерпретация: отлично объясняет данные ($R^2 \geq 0.9$)

1. Линейная функция: $y = a + b \cdot x$

Коэффициенты: $a = 4.2618$, $b = -10.0000$

Среднеквадратичное отклонение (SSE): 414.9687

$R^2 = 0.7831$ (хорошо объясняет данные ($0.7 \leq R^2 < 0.9$))

+-----+-----+-----+-----+

| x | y | f(x) | eps |

+-----+-----+-----+-----+

| 1.0000 | 1.0000 | -5.7382 | 6.7382 |

| 2.0000 | 2.4000 | -1.4764 | 3.8764 |

3.0000 5.0000 2.7855 2.2145
4.0000 3.0000 7.0473 -4.0473
5.0000 7.0000 11.3091 -4.3091
6.0000 8.0000 15.5709 -7.5709
7.0000 10.0000 19.8327 -9.8327
8.0000 21.0000 24.0945 -3.0945
9.0000 33.0000 28.3564 4.6436
10.0000 44.0000 32.6182 11.3818
+-----+-----+-----+-----+

2. Полиномиальная функция 2-й степени: $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

Коэффициенты: $a = 0.8174$, $b = -4.7298$, $c = 7.9833$

Среднеквадратичное отклонение (SSE): 62.1684

$R^2 = 0.9675$ (отлично объясняет данные ($R^2 \geq 0.9$))

+-----+-----+-----+-----+
x y f(x) eps
+-----+-----+-----+-----+
1.0000 1.0000 4.0709 -3.0709
2.0000 2.4000 1.7933 0.6067
3.0000 5.0000 1.1506 3.8494
4.0000 3.0000 2.1427 0.8573
5.0000 7.0000 4.7697 2.2303
6.0000 8.0000 9.0315 -1.0315

7.0000	10.0000	14.9282	-4.9282	
8.0000	21.0000	22.4597	-1.4597	
9.0000	33.0000	31.6261	1.3739	
10.0000	44.0000	42.4273	1.5727	
+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+

3. Полиномиальная функция 3-й степени: $y = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$

Коэффициенты: $a = 0.1143$, $b = -1.0691$, $c = 3.9711$, $d = -1.8267$

Среднеквадратичное отклонение (SSE): 21.7896

$R^2 = 0.9886$ (отлично объясняет данные ($R^2 \geq 0.9$))

+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+
x	y	f(x)	eps	
+-----+	+-----+	+-----+	+-----+	+
1.0000	1.0000	1.1897	-0.1897	
2.0000	2.4000	2.7538	-0.3538	
3.0000	5.0000	3.5517	1.4483	
4.0000	3.0000	4.2694	-1.2694	
5.0000	7.0000	5.5929	1.4071	
6.0000	8.0000	8.2083	-0.2083	
7.0000	10.0000	12.8015	-2.8015	
8.0000	21.0000	20.0586	0.9414	
9.0000	33.0000	30.6656	2.3344	
10.0000	44.0000	45.3085	-1.3085	

+-----+-----+-----+-----+

4. Экспоненциальная функция: $y = a \cdot e^{(bx)}$

Коэффициенты: $a = 0.9165$, $b = 0.3838$

Среднеквадратичное отклонение (SSE): 39.8991

$R^2 = 0.9792$ (отлично объясняет данные ($R^2 \geq 0.9$))

+-----+-----+-----+-----+

	x		y		f(x)		eps	
--	---	--	---	--	------	--	-----	--

+-----+-----+-----+-----+

	1.0000		1.0000		1.3453		-0.3453	
--	--------	--	--------	--	--------	--	---------	--

	2.0000		2.4000		1.9747		0.4253	
--	--------	--	--------	--	--------	--	--------	--

	3.0000		5.0000		2.8985		2.1015	
--	--------	--	--------	--	--------	--	--------	--

	4.0000		3.0000		4.2545		-1.2545	
--	--------	--	--------	--	--------	--	---------	--

	5.0000		7.0000		6.2449		0.7551	
--	--------	--	--------	--	--------	--	--------	--

	6.0000		8.0000		9.1666		-1.1666	
--	--------	--	--------	--	--------	--	---------	--

	7.0000		10.0000		13.4551		-3.4551	
--	--------	--	---------	--	---------	--	---------	--

	8.0000		21.0000		19.7499		1.2501	
--	--------	--	---------	--	---------	--	--------	--

	9.0000		33.0000		28.9898		4.0102	
--	--------	--	---------	--	---------	--	--------	--

	10.0000		44.0000		42.5524		1.4476	
--	---------	--	---------	--	---------	--	--------	--

+-----+-----+-----+-----+

5. Логарифмическая функция: $y = a \cdot \log(x) + b$

Коэффициенты: $a = 14.6532$, $b = -8.6929$

Среднеквадратичное отклонение (SSE): 875.0677

$R^2 = 0.5427$ (удовлетворительно объясняет данные ($0.5 \leq R^2 < 0.7$))

+-----+-----+-----+-----+			
x	y	f(x)	eps
+-----+-----+-----+-----+			
1.0000	1.0000	-8.6929	9.6929
2.0000	2.4000	1.4640	0.9360
3.0000	5.0000	7.4054	-2.4054
4.0000	3.0000	11.6208	-8.6208
5.0000	7.0000	14.8906	-7.8906
6.0000	8.0000	17.5622	-9.5622
7.0000	10.0000	19.8210	-9.8210
8.0000	21.0000	21.7777	-0.7777
9.0000	33.0000	23.5036	9.4964
10.0000	44.0000	25.0475	18.9525
+-----+-----+-----+-----+			

6. Степенная функция: $y = a * x^b$

Коэффициенты: $a = 0.7508$, $b = 1.5296$

Среднеквадратичное отклонение (SSE): 533.7613

$R^2 = 0.7273$ (хорошо объясняет данные ($0.7 \leq R^2 < 0.9$))

x	y	f(x)	eps
1.0000	1.0000	0.7508	0.2492
2.0000	2.4000	2.1675	0.2325
3.0000	5.0000	4.0299	0.9701
4.0000	3.0000	6.2575	-3.2575
5.0000	7.0000	8.8030	-1.8030
6.0000	8.0000	11.6344	-3.6344
7.0000	10.0000	14.7280	-4.7280
8.0000	21.0000	18.0654	2.9346
9.0000	33.0000	21.6316	11.3684
10.0000	44.0000	25.4143	18.5857

!("/exit" to quit) Введите команду: => 7

Отправка: 7

Введите путь к файлу: table.txt

!("/exit" to quit) Введите команду: => 4

Отправка: 4

Выберете тип функции для исследования:

1. Линейная функция
2. Полиномиальная функция 2-й степени
3. Полиномиальная функция 3-й степени
4. Экспоненциальная функция
5. Логарифмическая функция

6. Степенная функция

7. Исследовать все типы функции

Введите тип функции: 7

Коэффициент корреляции Пирсона: 0.5759608182611893

$1.3592901725153945 \cdot e^{0.39911804199690903x}$

Наилучшая модель:

Тип: 3. Полиномиальная функция 3-й степени: $y = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$

Коэффициенты: $a = -0.1314$, $b = 1.2695$, $c = 4.3584$, $d = -6.1600$

$R^2: 0.4281$

Интерпретация: плохо объясняет данные ($R^2 < 0.5$)

1. Линейная функция: $y = a + b \cdot x$

Коэффициенты: $a = 4.4739$, $b = 2.3333$

Среднеквадратичное отклонение (SSE): 3326.5930

$R^2 = 0.3317$ (плохо объясняет данные ($R^2 < 0.5$))

+-----+-----+-----+-----+

x	y	f(x)	eps
---	---	------	-----

+-----+-----+-----+-----+

1.0000	1.0000	6.8073	-5.8073
--------	--------	--------	---------

2.0000	3.4000	11.2812	-7.8812
--------	--------	---------	---------

3.0000	2.0000	15.7552	-13.7552
--------	--------	---------	----------

4.0000	63.0000	20.2291	42.7709
--------	---------	---------	---------

5.0000	2.0000	24.7030	-22.7030
--------	--------	---------	----------

6.0000	30.0000	29.1770	0.8230
--------	---------	---------	--------

7.0000	50.0000	33.6509	16.3491
--------	---------	---------	---------

8.0000	51.0000	38.1248	12.8752
9.0000	33.0000	42.5988	-9.5988
10.0000	34.0000	47.0727	-13.0727
+-----+	+-----+	+-----+	+-----+

2. Полиномиальная функция 2-й степени: $y = a \cdot x^2 + b \cdot x + c$

Коэффициенты: $a = -0.8985$, $b = 14.3573$, $c = -17.4333$

Среднеквадратичное отклонение (SSE): 2900.3518

$R^2 = 0.4174$ (плохо объясняет данные ($R^2 < 0.5$))

+-----+	+-----+	+-----+	+-----+
x	y	f(x)	eps
+-----+	+-----+	+-----+	+-----+
1.0000	1.0000	-3.9745	4.9745
2.0000	3.4000	7.6873	-4.2873
3.0000	2.0000	17.5521	-15.5521
4.0000	63.0000	25.6200	37.3800
5.0000	2.0000	31.8909	-29.8909
6.0000	30.0000	36.3648	-6.3648
7.0000	50.0000	39.0418	10.9582
8.0000	51.0000	39.9218	11.0782
9.0000	33.0000	39.0048	-6.0048
10.0000	34.0000	36.2909	-2.2909
+-----+	+-----+	+-----+	+-----+

3. Полиномиальная функция 3-й степени: $y = a \cdot x^3 + b \cdot x^2 + c \cdot x + d$

Коэффициенты: $a = -0.1314$, $b = 1.2695$, $c = 4.3584$, $d = -6.1600$

Среднеквадратичное отклонение (SSE): 2847.0281

$R^2 = 0.4281$ (плохо объясняет данные ($R^2 < 0.5$))

x	y	f(x)	eps
1.0000	1.0000	-0.6635	1.6635
2.0000	3.4000	6.5836	-3.1836
3.0000	2.0000	14.7929	-12.7929
4.0000	63.0000	23.1761	39.8239
5.0000	2.0000	30.9449	-28.9449
6.0000	30.0000	37.3109	-7.3109
7.0000	50.0000	41.4857	8.5143
8.0000	51.0000	42.6810	8.3190
9.0000	33.0000	40.1085	-7.1085
10.0000	34.0000	32.9799	1.0201

4. Экспоненциальная функция: $y = a \cdot e^{(bx)}$

Коэффициенты: $a = 1.3593$, $b = 0.3991$

Среднеквадратичное отклонение (SSE): 6392.6529

$R^2 = -0.2228$ (плохо объясняет данные ($R^2 < 0.5$))

x	y	f(x)	eps
1.0000	1.0000	2.0260	-1.0260
2.0000	3.4000	3.0198	0.3802
3.0000	2.0000	4.5011	-2.5011
4.0000	63.0000	6.7089	56.2911
5.0000	2.0000	9.9997	-7.9997
6.0000	30.0000	14.9046	15.0954
7.0000	50.0000	22.2155	27.7845
8.0000	51.0000	33.1124	17.8876
9.0000	33.0000	49.3543	-16.3543
10.0000	34.0000	73.5631	-39.5631

5. Логарифмическая функция: $y = a \cdot \log(x) + b$

Коэффициенты: $a = 19.8706$, $b = -3.0734$

Среднеквадратичное отклонение (SSE): 3068.5060

$R^2 = 0.3836$ (плохо объясняет данные ($R^2 < 0.5$))

+-----+-----+-----+-----+			
x	y	f(x)	eps
+-----+-----+-----+-----+			
1.0000	1.0000	-3.0734	4.0734
2.0000	3.4000	10.6999	-7.2999
3.0000	2.0000	18.7567	-16.7567
4.0000	63.0000	24.4731	38.5269
5.0000	2.0000	28.9071	-26.9071
6.0000	30.0000	32.5300	-2.5300
7.0000	50.0000	35.5930	14.4070
8.0000	51.0000	38.2464	12.7536
9.0000	33.0000	40.5868	-7.5868
10.0000	34.0000	42.6804	-8.6804
+-----+-----+-----+-----+			

6. Степенная функция: $y = a * x^b$

Коэффициенты: $a = 0.8964$, $b = 1.7289$

Среднеквадратичное отклонение (SSE): 4262.4097

$R^2 = 0.2180$ (плохо объясняет данные ($R^2 < 0.5$))

+-----+-----+-----+-----+			
x	y	f(x)	eps

```

+-----+-----+-----+-----+
| 1.0000 | 1.0000 | 0.8964 | 0.1036 |
| 2.0000 | 3.4000 | 2.9715 | 0.4285 |
| 3.0000 | 2.0000 | 5.9900 | -3.9900 |
| 4.0000 | 63.0000 | 9.8500 | 53.1500 |
| 5.0000 | 2.0000 | 14.4873 | -12.4873 |
| 6.0000 | 30.0000 | 19.8557 | 10.1443 |
| 7.0000 | 50.0000 | 25.9198 | 24.0802 |
| 8.0000 | 51.0000 | 32.6509 | 18.3491 |
| 9.0000 | 33.0000 | 40.0252 | -7.0252 |
| 10.0000 | 34.0000 | 48.0225 | -14.0225 |
+-----+-----+-----+-----+

```

Выводы

В рамках лабораторной работы были проведены аппроксимации функций с применением различных методов: линейного, квадратичного, кубического, экспоненциального и логарифмического. Для этого был разработан Python-скрипт, использующий метод наименьших квадратов, который строит графики исходной функции и её аппроксимаций.

В результате работы удалось определить наиболее точное приближение, а также рассчитать среднеквадратические отклонения и коэффициент корреляции Пирсона для линейной зависимости.