Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет ИТМО».

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Лабораторная работа №5
Вариант №12
Интерполяция функции

Выполнил
Путинцев Данил Денисович
Группа P3207
Проверил(а)
Преподаватель: Рыбаков Степан Дмитриевич

Санкт-Петербург 2025 год

Цели лабораторной работы

Решить задачу интерполяции, найти значения функции при заданных значениях аргумента, отличных от узловых точек

Порядок выполнения работы

1. Выбрать таблицу y = f(x):

	x	y	№ Варианта	X_1	X_2
Таблица 1.2	0.50	1.5320	12	0.523	0.639
	0.55	2.5356			
	0.60	3.5406			
	0.65	4.5462			
	0.70	5.5504			
	0.75	6.5559			
	0.80	7.5594			

2. Построить таблицу конечных разностей для заданной таблицы:

№	x_i	y_i	Δy_i	$\Delta^2 y_i$	$\Delta^3 y_i$	$\Delta^4 y_i$	$\Delta^5 y_i$	$\Delta^6 y_i$
0.	0.50	1.5320	1.0036	0.0014	-0.0008	-0.0012	0.0059	-0.0166
1.	0.55	2.5356	1.0050	0.0006	-0.0020	0.0047	-0.0107	
2.	0.60	3.5406	1.0056	-0.0014	0.0027	-0.0060		
3.	0.65	4.5462	1.0042	0.0013	-0.0033			
4.	0.70	5.5504	1.0055	-0.0020				
5.	0.75	6.5559	1.0035					
6.	0.80	7.5594						

3. Вычислить значения функции для аргумента X_1, используя первую или вторую интерполяционную формулу Ньютона.

Воспользуемся первой интерполяционной формулой Ньютона для интерполирования вперед, так как X_1 лежит в левой половине отрезка.

Для $X_1 = 0.523$: $t = \frac{(x - x_0)}{h} = \frac{(0.523 - 0.500)}{0.05} = 0.46$

$$N_6(x) = y_0 + t\Delta y_0 + \frac{t(t-1)}{2}\Delta^2 y_0 + \frac{t(t-1)(t-2)}{6}\Delta^3 y_0 + \frac{t(t-1)(t-2)(t-3)}{24}\Delta^4 y_0 +$$

$$+\frac{t(t-1)(t-2)(t-3)(t-4)}{120}\Delta^5 y_0 + \frac{t(t-1)(t-2)(t-3)(t-4)(t-5)}{720}\Delta^6 y_0$$

$$y(0.523)=1.5320+0.46*1.0036+\frac{0.46(0.46-1)}{2}*0.0014+\frac{0.46(0.46-1)(0.46-2)}{6}*-0.0008+$$
$$\frac{0.46(0.46-1)(0.46-2)(0.46-3)}{24}*-0.0012+\frac{0.46(0.46-1)(0.46-2)(0.46-3)(0.46-4)}{120}*0.0059$$
$$+\frac{0.46(0.46-1)(0.46-2)(0.46-3)(0.46-4)(0.46-5)}{720}*-0.0166=1.9940$$

y(0.523) = 1.9940

4. Вычислить значение функции для аргумента X_2, используя первую или вторую интерполяционную формулу Гаусса.

Центральная точка a = 0.65, X_2 = 0.639 < 0.65, то есть x < a => используем вторую интерполяционную формулу Гаусса

$$t=\frac{(x-a)}{h}=\frac{(0.639-0.65)}{0.05}=-0.22$$

$$P_6(x)=y_0+t\Delta y_{-1}+\frac{t(t+1)}{2}\Delta^2 y_{-1}+\frac{(t+1)t(t-1)}{6}\Delta^3 y_{-2}+\frac{(t+2)(t+1)t(t-1)}{24}\Delta^4 y_{-2}+$$
$$\frac{(t+2)(t+1)t(t-1)(t-2)}{120}\Delta^5 y_{-3}+\frac{(t+3)(t+2)(t+1)t(t-1)(t-2)}{720}\Delta^6 y_{-3}$$

$$P_6(0.639)=4.5462-0.22*1.0056+\frac{(-0.22)*(1-0.22)}{2}*-0.0014+\frac{(1-0.22)(-0.22)(-0.22-1)}{6}*-0.0020$$
$$+$$
$$\frac{(2-0.22)(1-0.22)(-0.22)(-0.22)}{24}*0.0047+\frac{(2-0.22)(1-0.22)(-0.22)(-0.22-1)(-0.22-2)}{120}*0.0059$$
$$+\frac{(3-0.22)(2-0.22)(1-0.22)(-0.22)(-0.22-1)(-0.22-2)}{720}*-0.166=4.3256$$

y(0.639) = 4.3256

Листинг программы

```
import numpy as np
import math

def create_divided_differences(table):
   x = table[0]
   y = table[1]
   n = len(x)

   diff_table = [y.copy()]

   for i in range(1, n):
      level = []
      for j in range(n - i):
```

```python
            delta = (diff_table[i - 1][j + 1] - diff_table[i - 1][j]) / (x[j + i] - x[j])
            level.append(delta)
        diff_table.append(level)

    return diff_table

def create_difference_table(table):
    y_values = table[1]
    difference_table = [y_values.copy()]

    current_level = y_values
    while len(current_level) > 1:
        next_level = []
        for i in range(1, len(current_level)):
            next_level.append(current_level[i] - current_level[i - 1])
        difference_table.append(next_level)
        current_level = next_level

    return difference_table

def method_langrange(x, table):
    x_values = table[0]
    y_values = table[1]
    n = len(x_values)
    result = 0.0

    for i in range(n):
        term = y_values[i]
        for j in range(n):
            if j != i:
                term *= (x - x_values[j]) / (x_values[i] - x_values[j])
        result += term

    return result


def method_gauss(x, table):
    x_values = np.array(table[0])
    y_values = np.array(table[1])
    n = len(x_values)

    # Проверка равноотстоящих узлов
    h = x_values[1] - x_values[0]
    if not np.allclose(np.diff(x_values), h, atol=1e-6):
```

```
        raise ValueError("Узлы не равноотстоящие")

    mid_idx = np.argmin(np.abs(x_values - x))
    mid_idx = max(1, min(mid_idx, n - 2))
    a = x_values[mid_idx]

    t = (x - a) / h

    use_first_formula = (t < 0.5 and t >= -0.5)

    diff_table = create_difference_table(table)

    result = y_values[mid_idx]
    product = 1.0

    for i in range(1, len(diff_table)):
        if use_first_formula:
            idx = mid_idx - (i // 2)
        else:
            idx = mid_idx - (i // 2) + (i % 2)

        if idx < 0 or idx >= len(diff_table[i]):
            break

        delta = diff_table[i][idx]

        term = 1.0
        for j in range(i):
            if use_first_formula:
                k = j - (i // 2)
            else:
                k = (i // 2 - 1) + j
            term *= (t - k)

        result += delta * term / math.factorial(i)

    return result

def method_newton(x, table):
    x_nodes = table[0]
    y_nodes = table[1]
    n = len(x_nodes)

    diff_table = create_divided_differences(table)
```

```
result = diff_table[0][0]
product = 1.0

for i in range(1, n):
    product *= (x - x_nodes[i - 1])
    result += diff_table[i][0] * product

return result
```

Результаты выполнения программы

Вариант №12

Интерполяция функций

Добро пожаловать в программу, которая осуществляет интерполяцию функций

Список команд доступен по команде /help

1. /help - вывести список команд с их описанием
2. /exit - выход из программы
3. /info - вывести информацию о введеденных данных
4. /start - запуск программы
5. /clear - очистка введенных данных
6. /input_table - ввод таблицы y = f(x) из консоли
7. /input_table_file - ввод таблицы y = f(x) из файла
8. /input_interval - ввод интервала
9. /input_count_point - ввод количества точек на интервале
10. /choice_equations - выбор функции

!("/exit" to quit) Введите команду: => 4

Отправка: 4

Выберете, каким образом будете вводить информацию

1. Введу таблицу
2. Введу таблицу из файла
3. Выберу функцию и введу параментры

Ваш выбор: 3

0. 2x^3 + 3.41x^2 - 1.943x + 2.12 = 0

1. sin(x) + cos(x) - 0.6 = 0

2. cos(x) - 0.34x - 0.21 = 0

3. -3.2x^3 - 3.2x - 2 = 0

4. -33x^3 + 21.23x^2 + 0.68 = 0

Введите номер функции: 2

Введите нижнюю границу интервала: -2

Введите верхнюю границу интервала: 2

Введите количество точек на интервале: 25

Выберете метод для интерполяции функции

1. Многочлен Лагранжа

2. Многочлен Ньютона с разделенными разностями

3. Многочлен Гаусса

4. Все методы

Выберете метод для интерполяции функции: 4

Введите значения для нахождения приближенного значения функции: 1.233

Метод Лагранжа: -0.29781123910873786

Метод Ньютона с разделенными разностями: -0.2978112391087393

Метод Гаусса: -0.3021653864189758

Выводы

В рамках данной лабораторной работы были изучены и применены методы интерполяции Ньютона и Гаусса для анализа табличных данных. Эти методы позволяют находить значения функции в точках, не указанных в исходной таблице, что особенно полезно для прогнозирования и анализа данных.

Программа, разработанная в ходе работы, успешно вычислила приближенные значения функции для заданных аргументов, используя оба метода. Сравнение результатов показало, что и интерполяция Ньютона, и интерполяция Гаусса дают близкие результаты, однако их точность может варьироваться в зависимости от характера функции и расположения узловых точек.

Проведенная работа демонстрирует, что выбор метода интерполяции должен основываться на особенностях решаемой задачи, таких как требуемая точность и структура исходных данных. Оба метода являются мощными инструментами в численном анализе и могут быть эффективно использованы в практических приложениях.