Федеральное государственное автономное образовательное учреждение высшего образования «Национальный исследовательский университет ИТМО».

Факультет программной инженерии и компьютерной техники

Лабораторная работа №4

Вариант №12

Аппроксимация функции методом наименьших квадратов

Выполнил

Путинцев Данил Денисович

Группа P3207

Проверил(а)

Преподаватель: Рыбаков Степан Дмитриевич

Санкт-Петербург 2025 год

## Цель работы

Найти функцию, являющуюся наилучшим приближением заданной табличной функции по методу наименьших квадратов.

## Рабочие формулы метода

## Вычислительная часть лабораторной работы

Функция:

Таблица 1: Таблица табулирования заданной функции

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| x | -2 | -1.8 | -1.6 | -1.4 | -1.2 | -1 | -0.8 | -0.6 | -0.4 | -0.2 | 0 |
| y | -0.286 | -0.32 | -0.345 | -0.353 | -0.341 | -0.308 | -0.258 | -0.198 | -0.133 | -0.067 | 0 |
| f(x) | -0.396 | -0.364 | -0.333 | -0.301 | -0.27 | -0.238 | -0.206 | -0.175 | -0.143 | -0.112 | -0.08 |
| (f(x) - y)^2 | 0.012 | 0.002 | 0 | 0.003 | 0.005 | 0.005 | 0.003 | 0 | 0 | 0.002 | 0.006 |
| g(x) | -0.297 | -0.324 | -0.339 | -0.34 | -0.328 | -0.303 | -0.265 | -0.214 | -0.149 | -0.07 | 0.019 |
| (g(x) - y)^2 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 | 0 |

**Построим линейное приближение**

Получаем систему линейных уравнений:

{15.4a - 11b = 3.3032; -11a + 11b = -2.609}

Решая систему, получим значение коэффициентов: a = 0.158, b = -0.08

f(x) = 0.158x — 0.08

**Построим квадратичное приближение**

Получим систему линейных уравнений:

{11a -11b + 15.4c = -2.609}

{-11a + 15.4b -24.2c = 3.3032}

{15.4a - 24.2b + 40.5328c = -4.8153}

Ответ: c = 0.019, b = 0.4866, a = 0.1644

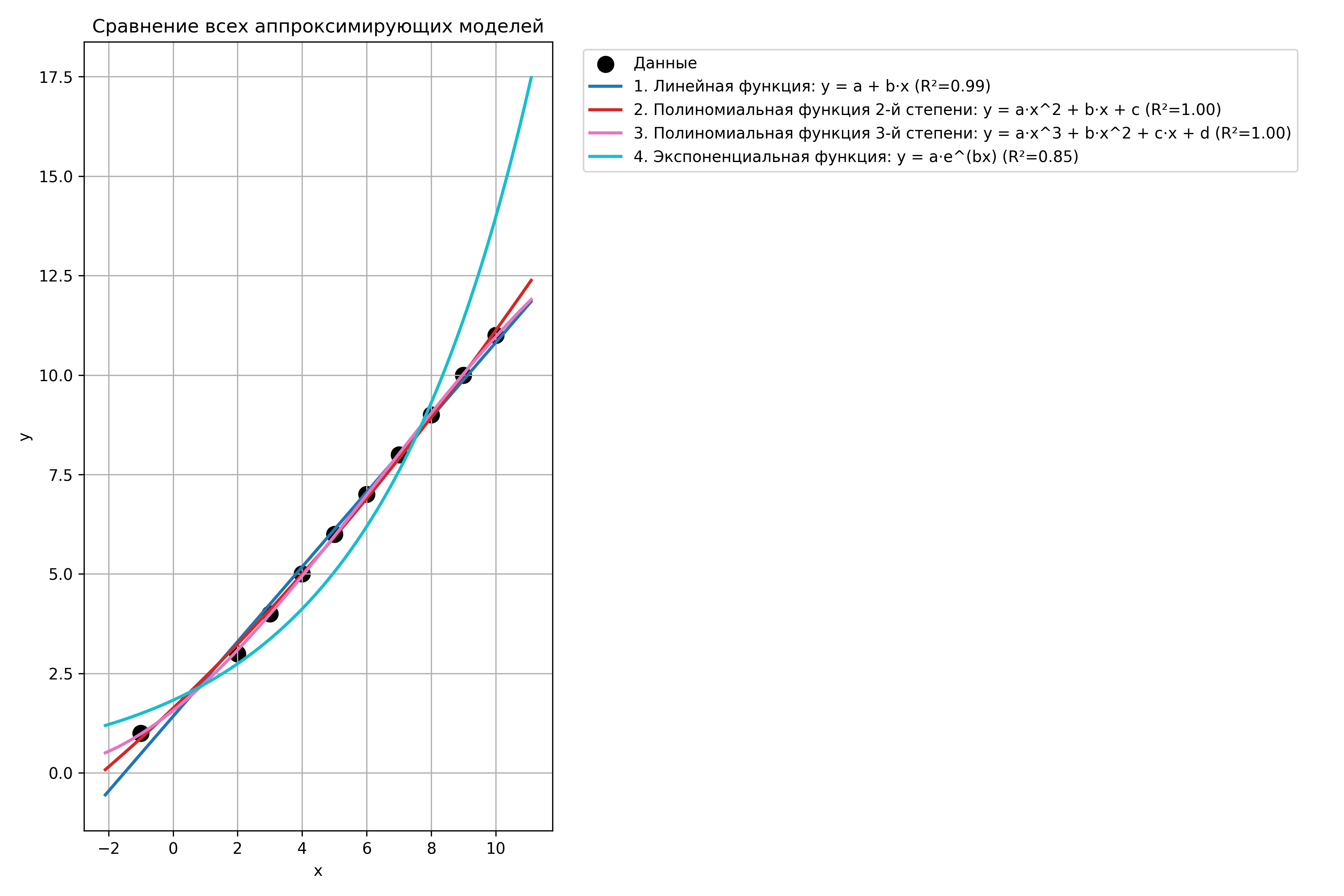
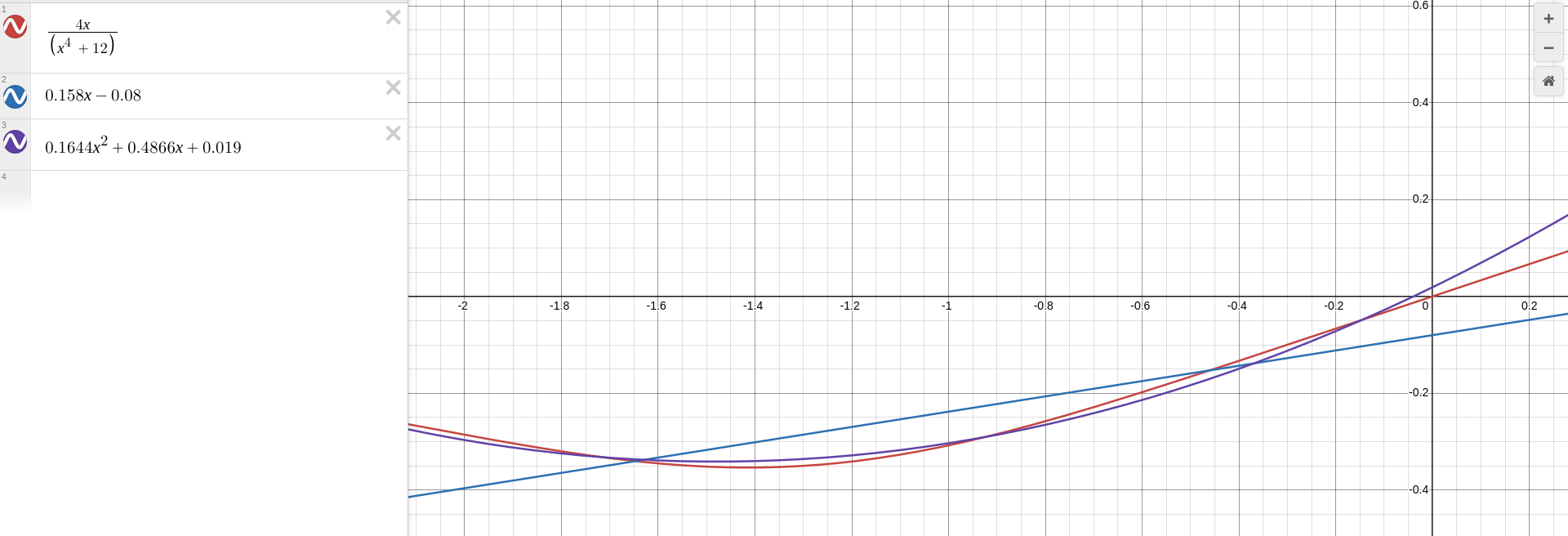
g(x) = 0.1644x2 + 0.4866x + 0.019

Следовательно, квадратичное приближение лучше

## Листинг программы (по крайней мере, коды используемого метода)

import math  
  
import numpy as np  
  
def linial\_approx(x, y):  
 sum\_x = 0  
 sum\_xx = 0  
 sum\_y = 0  
 sum\_xy = 0  
 for i in range(len(x)):  
 sum\_x += x[i]  
 sum\_xx += (x[i]\*\*2)  
 sum\_y += y[i]  
 sum\_xy += (x[i]\*y[i])  
 delta = len(x) \* sum\_xx - sum\_x \*\* 2  
  
 b = (sum\_y \* sum\_xx - sum\_x \* sum\_xy) / delta  
 a = (len(x) \* sum\_xy - sum\_x \* sum\_y) / delta  
  
 return a, b  
  
def bipolin\_approx(x, y):  
 sum\_x = 0  
 sum\_xx = 0  
 sum\_xxx = 0  
 sum\_xxxx = 0  
 sum\_y = 0  
 sum\_xy = 0  
 sum\_xxy = 0  
 for i in range(len(x)):  
 sum\_x += x[i]  
 sum\_xx += (x[i]\*\*2)  
 sum\_xxx += (x[i]\*\*3)  
 sum\_xxxx += (x[i]\*\*4)  
 sum\_y += y[i]  
 sum\_xy += (x[i]\*y[i])  
 sum\_xxy += (x[i]\*\*2 \* y[i])  
 A = [  
 [len(x), sum\_x, sum\_xx],  
 [sum\_x, sum\_xx, sum\_xxx],  
 [sum\_xx, sum\_xxx, sum\_xxxx]  
 ]  
  
 B = [sum\_y, sum\_xy, sum\_xxy]  
 c, b, a = np.linalg.solve(A, B)  
  
 return a, b, c  
  
def cubic\_approx(x, y):  
 sum\_x = 0  
 sum\_xx = 0  
 sum\_xxx = 0  
 sum\_xxxx = 0  
 sum\_xxxxx = 0  
 sum\_xxxxxx = 0  
 sum\_y = 0  
 sum\_xy = 0  
 sum\_xxy = 0  
 sum\_xxxy = 0  
 for i in range(len(x)):  
 sum\_x += x[i]  
 sum\_xx += (x[i]\*\*2)  
 sum\_xxx += (x[i]\*\*3)  
 sum\_xxxx += (x[i]\*\*4)  
 sum\_xxxxx += (x[i]\*\*5)  
 sum\_xxxxxx += (x[i]\*\*6)  
 sum\_y += y[i]  
 sum\_xy += (x[i] \* y[i])  
 sum\_xxy += (x[i]\*\*2 \* y[i])  
 sum\_xxxy += (x[i]\*\*3 \* y[i])  
  
 A = [  
 [len(x), sum\_x, sum\_xx, sum\_xxx],  
 [sum\_x, sum\_xx, sum\_xxx, sum\_xxxx],  
 [sum\_xx, sum\_xxx, sum\_xxxx, sum\_xxxxx],  
 [sum\_xxx, sum\_xxxx, sum\_xxxxx, sum\_xxxxxx]  
 ]  
  
 B = [sum\_y, sum\_xy, sum\_xxy, sum\_xxxy]  
  
 d, c, b, a = np.linalg.solve(A, B)  
  
 return a, b, c, d  
  
def exp\_approx(x, y):  
 log\_y = np.log(y)  
 sum\_x = 0  
 sum\_xx = 0  
 sum\_logy = 0  
 sum\_x\_logy = 0  
 for i in range(len(x)):  
 sum\_x += x[i]  
 sum\_xx += (x[i]\*\*2)  
 sum\_logy += log\_y[i]  
 sum\_x\_logy += (x[i] \* log\_y[i])  
  
 A = [  
 [len(x), sum\_x],  
 [sum\_x, sum\_xx]  
 ]  
 B = [sum\_logy, sum\_x\_logy]  
  
 A\_coeff, b = np.linalg.solve(A, B)  
 a = np.exp(A\_coeff)  
  
 return b, a  
  
def log\_approx(x, y):  
 log\_x = np.log(x)  
  
 sum\_logx = 0  
 sum\_logx2 = 0  
 sum\_y = 0  
 sum\_logx\_y = 0  
 for i in range(len(x)):  
 sum\_logx += log\_x[i]  
 sum\_logx2 += (log\_x[i]\*\*2)  
 sum\_y += y[i]  
 sum\_logx\_y += (log\_x[i]\*y[i])  
  
 A = [  
 [len(x), sum\_logx],  
 [sum\_logx, sum\_logx2]  
 ]  
 B = [sum\_y, sum\_logx\_y]  
  
 a, b = np.linalg.solve(A, B)  
 return b, a  
  
def power\_approx(x, y):  
 log\_x = np.log(x)  
 log\_y = np.log(y)  
  
 sum\_logx = 0  
 sum\_logx2 = 0  
 sum\_logy = 0  
 sum\_logx\_logy = 0  
 for i in range(len(x)):  
 sum\_logx += log\_x[i]  
 sum\_logx2 += (log\_x[i]\*\*2)  
 sum\_logy += log\_y[i]  
 sum\_logx\_logy += (log\_x[i] \* log\_y[i])  
  
 A = [  
 [len(x), sum\_logx],  
 [sum\_logx, sum\_logx2]  
 ]  
 B = [sum\_logy, sum\_logx\_logy]  
  
 A\_coeff, b = np.linalg.solve(A, B)  
 a = np.exp(A\_coeff)  
  
 return a, b  
  
def corr\_pirson(x, y):  
 x\_sr = sum(x) / len(x)  
 y\_sr = sum(y) / len(y)  
 sum\_1 = 0  
 sum\_2 = 0  
 sum\_3 = 0  
 for i in range(len(x)):  
 sum\_1 += (x[i] - x\_sr)\*(y[i] - y\_sr)  
 sum\_2 += (x[i] - x\_sr)\*\*2  
 sum\_3 += (y[i] - y\_sr)\*\*2  
  
 r = sum\_1 / math.sqrt(sum\_2 \* sum\_3)  
 return r

## Графики аппроксимирующих функций



## Результаты выполнения программы при различных исходных данных (не менее трех)

!("/exit" to quit) Введите команду: => 7

Отправка: 7

Введите путь к файлу: table.txt

!("/exit" to quit) Введите команду: => /info

Отправка: /info

Введена таблица:

Значения x: [-1.0, 2.0, 3.0, 4.0, 5.0, 6.0, 7.0, 8.0, 9.0, 10.0]

Значения y: [1.0, 3.0, 4.0, 5.0, 6.0, 7.0, 8.0, 9.0, 10.0, 11.0]

!("/exit" to quit) Введите команду: => 4

Отправка: 4

Выберете тип функции для исследования:

1. Линейная функция

2. Полиномиальная функция 2-й степени

3. Полиномиальная функция 3-й степени

4. Экспоненциальная функция

5. Логарифмическая функция

6. Степенная функция

7. Исследовать все типы функции

Введите тип функции: 7

Коэффициент корреляции Пирсона: 0.9971890580229869

1.827242291856008 \* e^0.20341663784936884x

Аппроксимация невозможна. Значения по X должны быть положительными

Аппроксимация невозможна. Значения по X должны быть положительными

Аппроксимация невозможна. Значения по Y должны быть положительными

Наилучшая модель:

Тип: 3. Полиномиальная функция 3-й степени: y = a·x^3 + b·x^2 + c·x + d

Коэффициенты: a = -0.0033, b = 0.0619, c = 0.6504, d = 1.5671

R²: 0.9998

Интерпретация: отлично объясняет данные (R² ≥ 0.9)

1. Линейная функция: y = a + b·x

--------------------------------------------------

Коэффициенты: a = 0.9395, b = 1.4207

Среднеквадратичное отклонение (SSE): 0.5187

R² = 0.9944 (отлично объясняет данные (R² ≥ 0.9))

+--------+--------+--------+--------+

| x | y | f(x) | eps |

+--------+--------+--------+--------+

| -1.0000 | 1.0000 | 0.4813 | 0.5187 |

| 2.0000 | 3.0000 | 3.2997 | -0.2997 |

| 3.0000 | 4.0000 | 4.2392 | -0.2392 |

| 4.0000 | 5.0000 | 5.1787 | -0.1787 |

| 5.0000 | 6.0000 | 6.1182 | -0.1182 |

| 6.0000 | 7.0000 | 7.0576 | -0.0576 |

| 7.0000 | 8.0000 | 7.9971 | 0.0029 |

| 8.0000 | 9.0000 | 8.9366 | 0.0634 |

| 9.0000 | 10.0000 | 9.8761 | 0.1239 |

| 10.0000 | 11.0000 | 10.8156 | 0.1844 |

+--------+--------+--------+--------+

2. Полиномиальная функция 2-й степени: y = a·x^2 + b·x + c

--------------------------------------------------

Коэффициенты: a = 0.0177, b = 0.7720, c = 1.6252

Среднеквадратичное отклонение (SSE): 0.1291

R² = 0.9986 (отлично объясняет данные (R² ≥ 0.9))

+--------+--------+--------+--------+

| x | y | f(x) | eps |

+--------+--------+--------+--------+

| -1.0000 | 1.0000 | 0.8709 | 0.1291 |

| 2.0000 | 3.0000 | 3.2402 | -0.2402 |

| 3.0000 | 4.0000 | 4.1009 | -0.1009 |

| 4.0000 | 5.0000 | 4.9971 | 0.0029 |

| 5.0000 | 6.0000 | 5.9289 | 0.0711 |

| 6.0000 | 7.0000 | 6.8961 | 0.1039 |

| 7.0000 | 8.0000 | 7.8987 | 0.1013 |

| 8.0000 | 9.0000 | 8.9369 | 0.0631 |

| 9.0000 | 10.0000 | 10.0106 | -0.0106 |

| 10.0000 | 11.0000 | 11.1197 | -0.1197 |

+--------+--------+--------+--------+

3. Полиномиальная функция 3-й степени: y = a·x^3 + b·x^2 + c·x + d

--------------------------------------------------

Коэффициенты: a = -0.0033, b = 0.0619, c = 0.6504, d = 1.5671

Среднеквадратичное отклонение (SSE): 0.0181

R² = 0.9998 (отлично объясняет данные (R² ≥ 0.9))

+--------+--------+--------+--------+

| x | y | f(x) | eps |

+--------+--------+--------+--------+

| -1.0000 | 1.0000 | 0.9819 | 0.0181 |

| 2.0000 | 3.0000 | 3.0891 | -0.0891 |

| 3.0000 | 4.0000 | 3.9864 | 0.0136 |

| 4.0000 | 5.0000 | 4.9481 | 0.0519 |

| 5.0000 | 6.0000 | 5.9544 | 0.0456 |

| 6.0000 | 7.0000 | 6.9854 | 0.0146 |

| 7.0000 | 8.0000 | 8.0215 | -0.0215 |

| 8.0000 | 9.0000 | 9.0427 | -0.0427 |

| 9.0000 | 10.0000 | 10.0292 | -0.0292 |

| 10.0000 | 11.0000 | 10.9613 | 0.0387 |

+--------+--------+--------+--------+

4. Экспоненциальная функция: y = a·e^(bx)

--------------------------------------------------

Коэффициенты: a = 1.8272, b = 0.2034

Среднеквадратичное отклонение (SSE): 14.0747

R² = 0.8479 (хорошо объясняет данные (0.7 ≤ R² < 0.9))

+--------+--------+--------+--------+

| x | y | f(x) | eps |

+--------+--------+--------+--------+

| -1.0000 | 1.0000 | 1.4909 | -0.4909 |

| 2.0000 | 3.0000 | 2.7446 | 0.2554 |

| 3.0000 | 4.0000 | 3.3638 | 0.6362 |

| 4.0000 | 5.0000 | 4.1226 | 0.8774 |

| 5.0000 | 6.0000 | 5.0525 | 0.9475 |

| 6.0000 | 7.0000 | 6.1923 | 0.8077 |

| 7.0000 | 8.0000 | 7.5892 | 0.4108 |

| 8.0000 | 9.0000 | 9.3012 | -0.3012 |

| 9.0000 | 10.0000 | 11.3994 | -1.3994 |

| 10.0000 | 11.0000 | 13.9709 | -2.9709 |

+--------+--------+--------+--------+

## !("/exit" to quit) Введите команду: => 7

Отправка: 7

Введите путь к файлу: table.txt

!("/exit" to quit) Введите команду: => /info

Отправка: /info

Введена таблица:

Значения x: [1.0, 2.0, 3.0, 4.0, 5.0, 6.0, 7.0, 8.0, 9.0, 10.0]

Значения y: [1.0, 2.4, 5.0, 3.0, 7.0, 8.0, 10.0, 21.0, 33.0, 44.0]

!("/exit" to quit) Введите команду: => 4

Отправка: 4

Выберете тип функции для исследования:

1. Линейная функция

2. Полиномиальная функция 2-й степени

3. Полиномиальная функция 3-й степени

4. Экспоненциальная функция

5. Логарифмическая функция

6. Степенная функция

7. Исследовать все типы функции

Введите тип функции: 7

Коэффициент корреляции Пирсона: 0.8849450077853759

0.9164991296568911 \* e^0.3837930357945538x

Наилучшая модель:

Тип: 3. Полиномиальная функция 3-й степени: y = a·x^3 + b·x^2 + c·x + d

Коэффициенты: a = 0.1143, b = -1.0691, c = 3.9711, d = -1.8267

R²: 0.9886

Интерпретация: отлично объясняет данные (R² ≥ 0.9)

1. Линейная функция: y = a + b·x

--------------------------------------------------

Коэффициенты: a = 4.2618, b = -10.0000

Среднеквадратичное отклонение (SSE): 414.9687

R² = 0.7831 (хорошо объясняет данные (0.7 ≤ R² < 0.9))

+--------+--------+--------+--------+

| x | y | f(x) | eps |

+--------+--------+--------+--------+

| 1.0000 | 1.0000 | -5.7382 | 6.7382 |

| 2.0000 | 2.4000 | -1.4764 | 3.8764 |

| 3.0000 | 5.0000 | 2.7855 | 2.2145 |

| 4.0000 | 3.0000 | 7.0473 | -4.0473 |

| 5.0000 | 7.0000 | 11.3091 | -4.3091 |

| 6.0000 | 8.0000 | 15.5709 | -7.5709 |

| 7.0000 | 10.0000 | 19.8327 | -9.8327 |

| 8.0000 | 21.0000 | 24.0945 | -3.0945 |

| 9.0000 | 33.0000 | 28.3564 | 4.6436 |

| 10.0000 | 44.0000 | 32.6182 | 11.3818 |

+--------+--------+--------+--------+

2. Полиномиальная функция 2-й степени: y = a·x^2 + b·x + c

--------------------------------------------------

Коэффициенты: a = 0.8174, b = -4.7298, c = 7.9833

Среднеквадратичное отклонение (SSE): 62.1684

R² = 0.9675 (отлично объясняет данные (R² ≥ 0.9))

+--------+--------+--------+--------+

| x | y | f(x) | eps |

+--------+--------+--------+--------+

| 1.0000 | 1.0000 | 4.0709 | -3.0709 |

| 2.0000 | 2.4000 | 1.7933 | 0.6067 |

| 3.0000 | 5.0000 | 1.1506 | 3.8494 |

| 4.0000 | 3.0000 | 2.1427 | 0.8573 |

| 5.0000 | 7.0000 | 4.7697 | 2.2303 |

| 6.0000 | 8.0000 | 9.0315 | -1.0315 |

| 7.0000 | 10.0000 | 14.9282 | -4.9282 |

| 8.0000 | 21.0000 | 22.4597 | -1.4597 |

| 9.0000 | 33.0000 | 31.6261 | 1.3739 |

| 10.0000 | 44.0000 | 42.4273 | 1.5727 |

+--------+--------+--------+--------+

3. Полиномиальная функция 3-й степени: y = a·x^3 + b·x^2 + c·x + d

--------------------------------------------------

Коэффициенты: a = 0.1143, b = -1.0691, c = 3.9711, d = -1.8267

Среднеквадратичное отклонение (SSE): 21.7896

R² = 0.9886 (отлично объясняет данные (R² ≥ 0.9))

+--------+--------+--------+--------+

| x | y | f(x) | eps |

+--------+--------+--------+--------+

| 1.0000 | 1.0000 | 1.1897 | -0.1897 |

| 2.0000 | 2.4000 | 2.7538 | -0.3538 |

| 3.0000 | 5.0000 | 3.5517 | 1.4483 |

| 4.0000 | 3.0000 | 4.2694 | -1.2694 |

| 5.0000 | 7.0000 | 5.5929 | 1.4071 |

| 6.0000 | 8.0000 | 8.2083 | -0.2083 |

| 7.0000 | 10.0000 | 12.8015 | -2.8015 |

| 8.0000 | 21.0000 | 20.0586 | 0.9414 |

| 9.0000 | 33.0000 | 30.6656 | 2.3344 |

| 10.0000 | 44.0000 | 45.3085 | -1.3085 |

+--------+--------+--------+--------+

4. Экспоненциальная функция: y = a·e^(bx)

--------------------------------------------------

Коэффициенты: a = 0.9165, b = 0.3838

Среднеквадратичное отклонение (SSE): 39.8991

R² = 0.9792 (отлично объясняет данные (R² ≥ 0.9))

+--------+--------+--------+--------+

| x | y | f(x) | eps |

+--------+--------+--------+--------+

| 1.0000 | 1.0000 | 1.3453 | -0.3453 |

| 2.0000 | 2.4000 | 1.9747 | 0.4253 |

| 3.0000 | 5.0000 | 2.8985 | 2.1015 |

| 4.0000 | 3.0000 | 4.2545 | -1.2545 |

| 5.0000 | 7.0000 | 6.2449 | 0.7551 |

| 6.0000 | 8.0000 | 9.1666 | -1.1666 |

| 7.0000 | 10.0000 | 13.4551 | -3.4551 |

| 8.0000 | 21.0000 | 19.7499 | 1.2501 |

| 9.0000 | 33.0000 | 28.9898 | 4.0102 |

| 10.0000 | 44.0000 | 42.5524 | 1.4476 |

+--------+--------+--------+--------+

5. Логарифмическая функция: y = a·log(x) + b

--------------------------------------------------

Коэффициенты: a = 14.6532, b = -8.6929

Среднеквадратичное отклонение (SSE): 875.0677

R² = 0.5427 (удовлетворительно объясняет данные (0.5 ≤ R² < 0.7))

+--------+--------+--------+--------+

| x | y | f(x) | eps |

+--------+--------+--------+--------+

| 1.0000 | 1.0000 | -8.6929 | 9.6929 |

| 2.0000 | 2.4000 | 1.4640 | 0.9360 |

| 3.0000 | 5.0000 | 7.4054 | -2.4054 |

| 4.0000 | 3.0000 | 11.6208 | -8.6208 |

| 5.0000 | 7.0000 | 14.8906 | -7.8906 |

| 6.0000 | 8.0000 | 17.5622 | -9.5622 |

| 7.0000 | 10.0000 | 19.8210 | -9.8210 |

| 8.0000 | 21.0000 | 21.7777 | -0.7777 |

| 9.0000 | 33.0000 | 23.5036 | 9.4964 |

| 10.0000 | 44.0000 | 25.0475 | 18.9525 |

+--------+--------+--------+--------+

6. Степенная функция: y = a \* x^b

--------------------------------------------------

Коэффициенты: a = 0.7508, b = 1.5296

Среднеквадратичное отклонение (SSE): 533.7613

R² = 0.7273 (хорошо объясняет данные (0.7 ≤ R² < 0.9))

+--------+--------+--------+--------+

| x | y | f(x) | eps |

+--------+--------+--------+--------+

| 1.0000 | 1.0000 | 0.7508 | 0.2492 |

| 2.0000 | 2.4000 | 2.1675 | 0.2325 |

| 3.0000 | 5.0000 | 4.0299 | 0.9701 |

| 4.0000 | 3.0000 | 6.2575 | -3.2575 |

| 5.0000 | 7.0000 | 8.8030 | -1.8030 |

| 6.0000 | 8.0000 | 11.6344 | -3.6344 |

| 7.0000 | 10.0000 | 14.7280 | -4.7280 |

| 8.0000 | 21.0000 | 18.0654 | 2.9346 |

| 9.0000 | 33.0000 | 21.6316 | 11.3684 |

| 10.0000 | 44.0000 | 25.4143 | 18.5857 |

+--------+--------+--------+--------+

## !("/exit" to quit) Введите команду: => 7

Отправка: 7

Введите путь к файлу: table.txt

!("/exit" to quit) Введите команду: => 4

Отправка: 4

Выберете тип функции для исследования:

1. Линейная функция

2. Полиномиальная функция 2-й степени

3. Полиномиальная функция 3-й степени

4. Экспоненциальная функция

5. Логарифмическая функция

6. Степенная функция

7. Исследовать все типы функции

Введите тип функции: 7

Коэффициент корреляции Пирсона: 0.5759608182611893

1.3592901725153945 \* e^0.39911804199690903x

Наилучшая модель:

Тип: 3. Полиномиальная функция 3-й степени: y = a·x^3 + b·x^2 + c·x + d

Коэффициенты: a = -0.1314, b = 1.2695, c = 4.3584, d = -6.1600

R²: 0.4281

Интерпретация: плохо объясняет данные (R² < 0.5)

1. Линейная функция: y = a + b·x

--------------------------------------------------

Коэффициенты: a = 4.4739, b = 2.3333

Среднеквадратичное отклонение (SSE): 3326.5930

R² = 0.3317 (плохо объясняет данные (R² < 0.5))

+--------+--------+--------+--------+

| x | y | f(x) | eps |

+--------+--------+--------+--------+

| 1.0000 | 1.0000 | 6.8073 | -5.8073 |

| 2.0000 | 3.4000 | 11.2812 | -7.8812 |

| 3.0000 | 2.0000 | 15.7552 | -13.7552 |

| 4.0000 | 63.0000 | 20.2291 | 42.7709 |

| 5.0000 | 2.0000 | 24.7030 | -22.7030 |

| 6.0000 | 30.0000 | 29.1770 | 0.8230 |

| 7.0000 | 50.0000 | 33.6509 | 16.3491 |

| 8.0000 | 51.0000 | 38.1248 | 12.8752 |

| 9.0000 | 33.0000 | 42.5988 | -9.5988 |

| 10.0000 | 34.0000 | 47.0727 | -13.0727 |

+--------+--------+--------+--------+

2. Полиномиальная функция 2-й степени: y = a·x^2 + b·x + c

--------------------------------------------------

Коэффициенты: a = -0.8985, b = 14.3573, c = -17.4333

Среднеквадратичное отклонение (SSE): 2900.3518

R² = 0.4174 (плохо объясняет данные (R² < 0.5))

+--------+--------+--------+--------+

| x | y | f(x) | eps |

+--------+--------+--------+--------+

| 1.0000 | 1.0000 | -3.9745 | 4.9745 |

| 2.0000 | 3.4000 | 7.6873 | -4.2873 |

| 3.0000 | 2.0000 | 17.5521 | -15.5521 |

| 4.0000 | 63.0000 | 25.6200 | 37.3800 |

| 5.0000 | 2.0000 | 31.8909 | -29.8909 |

| 6.0000 | 30.0000 | 36.3648 | -6.3648 |

| 7.0000 | 50.0000 | 39.0418 | 10.9582 |

| 8.0000 | 51.0000 | 39.9218 | 11.0782 |

| 9.0000 | 33.0000 | 39.0048 | -6.0048 |

| 10.0000 | 34.0000 | 36.2909 | -2.2909 |

+--------+--------+--------+--------+

3. Полиномиальная функция 3-й степени: y = a·x^3 + b·x^2 + c·x + d

--------------------------------------------------

Коэффициенты: a = -0.1314, b = 1.2695, c = 4.3584, d = -6.1600

Среднеквадратичное отклонение (SSE): 2847.0281

R² = 0.4281 (плохо объясняет данные (R² < 0.5))

+--------+--------+--------+--------+

| x | y | f(x) | eps |

+--------+--------+--------+--------+

| 1.0000 | 1.0000 | -0.6635 | 1.6635 |

| 2.0000 | 3.4000 | 6.5836 | -3.1836 |

| 3.0000 | 2.0000 | 14.7929 | -12.7929 |

| 4.0000 | 63.0000 | 23.1761 | 39.8239 |

| 5.0000 | 2.0000 | 30.9449 | -28.9449 |

| 6.0000 | 30.0000 | 37.3109 | -7.3109 |

| 7.0000 | 50.0000 | 41.4857 | 8.5143 |

| 8.0000 | 51.0000 | 42.6810 | 8.3190 |

| 9.0000 | 33.0000 | 40.1085 | -7.1085 |

| 10.0000 | 34.0000 | 32.9799 | 1.0201 |

+--------+--------+--------+--------+

4. Экспоненциальная функция: y = a·e^(bx)

--------------------------------------------------

Коэффициенты: a = 1.3593, b = 0.3991

Среднеквадратичное отклонение (SSE): 6392.6529

R² = -0.2228 (плохо объясняет данные (R² < 0.5))

+--------+--------+--------+--------+

| x | y | f(x) | eps |

+--------+--------+--------+--------+

| 1.0000 | 1.0000 | 2.0260 | -1.0260 |

| 2.0000 | 3.4000 | 3.0198 | 0.3802 |

| 3.0000 | 2.0000 | 4.5011 | -2.5011 |

| 4.0000 | 63.0000 | 6.7089 | 56.2911 |

| 5.0000 | 2.0000 | 9.9997 | -7.9997 |

| 6.0000 | 30.0000 | 14.9046 | 15.0954 |

| 7.0000 | 50.0000 | 22.2155 | 27.7845 |

| 8.0000 | 51.0000 | 33.1124 | 17.8876 |

| 9.0000 | 33.0000 | 49.3543 | -16.3543 |

| 10.0000 | 34.0000 | 73.5631 | -39.5631 |

+--------+--------+--------+--------+

5. Логарифмическая функция: y = a·log(x) + b

--------------------------------------------------

Коэффициенты: a = 19.8706, b = -3.0734

Среднеквадратичное отклонение (SSE): 3068.5060

R² = 0.3836 (плохо объясняет данные (R² < 0.5))

+--------+--------+--------+--------+

| x | y | f(x) | eps |

+--------+--------+--------+--------+

| 1.0000 | 1.0000 | -3.0734 | 4.0734 |

| 2.0000 | 3.4000 | 10.6999 | -7.2999 |

| 3.0000 | 2.0000 | 18.7567 | -16.7567 |

| 4.0000 | 63.0000 | 24.4731 | 38.5269 |

| 5.0000 | 2.0000 | 28.9071 | -26.9071 |

| 6.0000 | 30.0000 | 32.5300 | -2.5300 |

| 7.0000 | 50.0000 | 35.5930 | 14.4070 |

| 8.0000 | 51.0000 | 38.2464 | 12.7536 |

| 9.0000 | 33.0000 | 40.5868 | -7.5868 |

| 10.0000 | 34.0000 | 42.6804 | -8.6804 |

+--------+--------+--------+--------+

6. Степенная функция: y = a \* x^b

--------------------------------------------------

Коэффициенты: a = 0.8964, b = 1.7289

Среднеквадратичное отклонение (SSE): 4262.4097

R² = 0.2180 (плохо объясняет данные (R² < 0.5))

+--------+--------+--------+--------+

| x | y | f(x) | eps |

+--------+--------+--------+--------+

| 1.0000 | 1.0000 | 0.8964 | 0.1036 |

| 2.0000 | 3.4000 | 2.9715 | 0.4285 |

| 3.0000 | 2.0000 | 5.9900 | -3.9900 |

| 4.0000 | 63.0000 | 9.8500 | 53.1500 |

| 5.0000 | 2.0000 | 14.4873 | -12.4873 |

| 6.0000 | 30.0000 | 19.8557 | 10.1443 |

| 7.0000 | 50.0000 | 25.9198 | 24.0802 |

| 8.0000 | 51.0000 | 32.6509 | 18.3491 |

| 9.0000 | 33.0000 | 40.0252 | -7.0252 |

| 10.0000 | 34.0000 | 48.0225 | -14.0225 |

+--------+--------+--------+--------+

## Выводы

В рамках лабораторной работы были проведены аппроксимации функций с применением различных методов: линейного, квадратичного, кубического, экспоненциального и логарифмического. Для этого был разработан Python-скрипт, использующий метод наименьших квадратов, который строит графики исходной функции и её аппроксимаций.

В результате работы удалось определить наиболее точное приближение, а также рассчитать среднеквадратические отклонения и коэффициент корреляции Пирсона для линейной зависимости.