

1 Логика, множества, функции

1. Домашнее задание от 15 сентября:

(а) Доказать:

- $(A \cup B) \cap (A^c \cup B^c) = A \Delta B$
- $A \Delta (B \Delta C) = (A \Delta B) \Delta C$
- $A \cap (B \Delta C) = (A \cap B) \Delta (A \cap C)$
- Если $D = A \cup (B \setminus C)$, то $(A \cup B) \setminus C \subset D$
- $(A \cup B^c) \cap (A^c \cup B) = (A \cap B) \cup (A^c \cap B^c)$

(б) Докажите, что каждое из условий необходимо и достаточно, чтобы $A \subset B$

- $A \cap B = A$
- $A \cup B = B$

(с) Изобразить множество пар точек, которое задается уравнением

- $||x| + ||y| - 3| - 3| = 1$
- $\frac{(2y + x - 1)(x - y - 2)}{y^2 - x^2} = 0$
- $\max(x, y) = \min(|x|, |y|)$
- $\max(144 - 25x^2 - 9y^2 - 54y, \min(y, 25 - 5y - x^2)) = 0$

2. Домашнее задание от 16 сентября:

(а) Будет ли указанная функция периодической? Если да, укажите главный период.

- $f(x) = 2 \sin x - 1$
- $f(x) = \cos x \cos(\sqrt{3}x)$
- $f(x) = \frac{1}{x^2 - x}$

(б) Существует ли функция, обратная данной? Если да, найти её и построить график.

- $f(x) = \arccos(|x| - 1), x \in [-1, 2]$
- $f(x) = x|x| + 3x$
- $f(x) = \frac{1}{\cos x}, x \in [-\pi, 0]$

(с) Доказать, что функции $f(x)$ и $g(x)$ взаимно обратные:
 $f(x) = x^2 + 1, x \leq 0, g(x) = -\sqrt{x - 1}, x \geq 1$

(д) Построить биекции:

- между гипотенузой и катетом прямоугольного треугольника
- между $[a, b]$ и $[c, d]$
- между $(-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ и \mathbb{R}
- между $(a, b]$ и (a, b)

(е) Найти $D(f)$

- $f(x) = \log_{3+x}(x^2 - 1)$
- $f(x) = \lg(\pi - 2 \arctan x)$
- $f(x) = \frac{1}{x^3 - |x| \cdot x + 4|x| - 4}$

(ф) Найти $E(f)$

- $f(x) = \sqrt{8 - 2x - x^2}$
- $f(x) = \sin^4 x + \cos^4 x$
- $f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 - x + 1}$

(г) Известно, что $f(x)$ - четная функция, $g(x)$ - нечетная. Что можно сказать о четности функции:

- $|f(x)|$
- $xf(x) + x^2g(x)$
- $g(-x)$

(h) Приведите пример четной периодической функции, такой, что ее значения в каждой точке множества $[0, 1]$ совпадают со значениями функции $f(x) = 0.5 - x$