# 1. Componentele unei Serii de Timp.

## 1. Ce este o serie de timp economică?

O serie de timp economică este o mulțime de măsurători succesive ale unei variabile economice, obținute la intervale de timp regulate (de exemplu, pe fiecare an, trimestru, lună, zi).

Seria cronologică reprezintă un şir de valori ale unei variabile economice, oglindind procesul de schimbare şi dezvoltare a unei populații statistice în perioade succesive de timp.

**Descrierea statistică a seriilor de timp** pornește de la analiza factorilor ce provoacă modificările acestora. În general, evoluția unui proces are loc sub acțiunea mai multor factori.

- Factorii esențiali, cu acțiune de lungă durată, imprimă proceselor tendința de evoluție a acestora.
- Factorii sezonieri, cu acțiune pe perioade mai mici de un an, determină abateri de la tendința imprimată de factorii esențiali.
- Factorii ciclici, cu acțiune pe perioade mai mari de un an, imprimă o evoluție oscilantă a procesului în cazul unor serii construite pe perioade lungi de timp.
- Factorii întâmplători, au acțiune aleatoare, și efectele lor se compensează dacă datele înregistrate se referă la un număr mare de perioade de timp.

### Componentele unei serii de timp

În abordarea tradițională, o serie de timp are patru componente:

- Componenta trend  $y_{tt}$  (tendința de lungă durată),
- Componenta sezonieră  $y_{tS}$
- Componenta ciclică  $y_{tC}$  (este mai dificil de determinat)
- Componenta reziduală, aleatoare  $y_{tR}$ .

Trendul este componenta principală a unei serii cronologice. Reprezintă tendința generală, ce corespunde unei evoluții sistematice, sesizabile pe perioade lungi de timp, efect al acțiunii factorilor esențiali.

Componenta sezonieră reprezintă oscilațiile care se repetă în cadrul unei perioade de până la un an, ca efect al acțiunii factorilor sezonieri.

Componenta ciclică este formată din fluctuații regulate, manifestate pe perioade mai mari de un an, care devin complete pe parcursul câtorva ani.

Componenta reziduală apare sub forma unor abateri accidentale de la linia de trend sub influența unor factori întâmplători, accidentali.

Fluctuațiile unei serii cronologice reprezintă rezultatul suprapunerii celor patru componente.

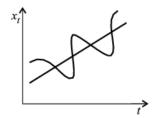
Primele trei componente sunt considerate *deterministe*, sistematice. Acestea sunt determinate de factori cu acțiune continuă asupra fenomenului. Atunci când se analizează o serie cronologică se poate să nu se identifice toate cele patru componente. La unele serii poate lipsi chiar trendul (serii staționare). Componenta ciclică este dificil de determinat. Modelele cu patru componente se utilizează rareori deoarece necesită serii lungi de date. Deseori componentele de trend și ciclică sunt tratate ca fiind o singură componentă, ce surprinde evoluția seriei pe termen lung și este notată  $y_{iT}$ . Componenta aleatoare este prezentă în toate seriile cronologice. Ea conține informații utile în previziune. Deseori cronograma seriei sugerează componentele prezente.

#### Modelele clasice de descompunere a seriilor de timp sunt:

- Modelul aditiv:  $y_t = y_{tT} + y_{tS} + y_{tC} + y_{tR}$
- Modelul multiplicativ:  $y_t = y_{tT} \cdot y_{tS} \cdot y_{tC} \cdot y_{tR}$

Cum alegem între modelul de descompunere aditiv și cel multiplicativ ?

- Modelul aditiv este util atunci când variația sezonieră este relativ constantă în timp.
- Modelul multiplicativ este util atunci când variația sezonieră crește în timp.



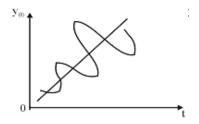


Fig.1.a. Oscilațiile seriei sunt constante în timp

Fig.1.b. Oscilațiile seriei se amplifică în timp

Modelul aditiv este adecvat atunci când variația sezonieră este aproximativ constantă (fig.1.a). Modelul multiplicativ este mai adecvat dacă mărimea variației sezoniere este dependentă de nivelul trendului (fig.1.b). În practică, este adesea dificil să știi ce model este mai bun înainte de a face calculele reale (și de a compara indicatori precum MSE).

# Etape de bază în descompunerea unei serii cronologice

(Vom considera că seria cronologică prezintă tendință, sezonalitate și o componentă aleatoare.)

- 1. Se estimează tendința de lungă durată. În acest sens pot fi utilizate două abordări diferite:
- O abordare este de a estima tendinţa printr-o procedură de netezire precum metoda mediilor mobile.
   Nu este folosită nicio ecuație pentru a descrie tendinţa.
- A doua metodă este de a modela trendul printr-o ecuație de regresie.
- **2. Se elimină trendul** din serie. Pentru o descompunere aditivă, acest lucru se face prin scăderea estimărilor tendinței din serie. Pentru o descompunere multiplicativă, se va elimina trendul prin împărțirea valorilor seriei la valorile de trend.
- **3. Se estimează componenta sezonieră** pentru seria corectată (fără trend). Sezonalitatea se manifestă sub forma unor abateri de la medie care revin sistematic. În cazul datelor trimestriale se va estima un efect pentru fiecare trimestru. Efectele sezoniere sunt calculate astfel încât să aibă media 0 pentru o descompunere aditivă sau media 1 pentru o descompunere multiplicativă.
- 4. Se determină componenta reziduală (neregulată).

Pentru modelul aditiv:  $y_{tR} = y_t - y_{tT} - y_{tS}$ .

Pentru modelul multiplicativ:  $y_{tR} = y_t / (y_{tT} \cdot y_{tS})$ 

Componenta reziduală poate fi analizată pentru a stabili dacă aceasta este un proces aleator sau ar putea fi modelată cu un model de tip ARIMA.

**Problema1**. Vânzările trimestriale (exprimate în mii lei) ale unui magazin au avut următoarea evoluție în perioada anilor 2016-2019:

| Anul | Vânzările trimestriale (mii lei) |    |     |    |  |  |  |
|------|----------------------------------|----|-----|----|--|--|--|
| Anui | I                                | II | III | IV |  |  |  |
| 2016 | 10                               | 14 | 11  | 21 |  |  |  |
| 2017 | 11                               | 16 | 10  | 22 |  |  |  |
| 2018 | 14                               | 18 | 13  | 22 |  |  |  |
| 2019 | 13                               | 16 | 9   | 25 |  |  |  |

Se cer următoarele:

- a) Să se reprezinte grafic datele și să se identifice componentele seriei;
- b) Să se determine tendința pe termen lung utilizând metoda mediilor mobile;
- c) Să se determine devierile sezoniere și să se interpreteze valorile obținute;
- d) Să se determine seria desezonalizată;
- e) Să se determine indicii de sezonalitate și să se interpreteze valorile obținute.

a) Pe baza reprezentării grafice se observă atât existența trendului crescător, cât și a variațiilor sezoniere trimestriale. Există componenta de trend și componenta de sezonalitate.

Atunci când seria cronologică prezintă fluctuatii regulate (sezoniere sau ciclice), componenta trend a unei serii cronologice se estimează prin metoda mediilor mobile (MM), pentru a netezi evoluția fenomenului. Trendul se determină sub forma unor medii, calculate din atâția termeni, (m), la câte perioade se manifestă o oscilație completă. Mediile se numesc mobile sau glisante, deoarece în calculul unei astfel de medii, se lasă în afară primul termen al mediei anterioare și se introduce următorul termen.

b) O oscilație completă se realizează în m=4 perioade (trimestre).  $\Rightarrow$  Trendul se determină prin metoda mediilor mobile (MM) pentru 4 termeni. Valorile  $y_t$  ale seriei cronologice se calculeaza după formula:

$$y_{tTMM} = \frac{0.5 \cdot y_{t-2} + y_{t-1} + y_t + y_{t+1} + 0.5 \cdot y_{t+2}}{4}, \quad t = 3, ..., n-2$$

Se determină valorile trendului prin MM, adică termenii y<sub>tTMM</sub> din coloana nr.5 din Tabelul 1.

$$y_{3TMM} = \frac{0.5y_1 + y_2 + y_3 + y_4 + 0.5y_5}{4} \Rightarrow y_{3TMM} = \frac{0.5 \cdot 10 + 14 + 11 + 21 + 0.5 \cdot 11}{4} = \frac{56.5}{4} = 14,125$$

$$y_{4TMM} = \frac{0.5y_2 + y_3 + y_4 + y_5 + 0.5y_6}{4} \Rightarrow y_{4TMM} = \frac{0.5 \cdot 14 + 11 + 21 + 11 + 0.5 \cdot 16}{4} = \frac{58}{4} = 14,5 \dots$$

$$y_{14TMM} = \frac{0.5 \cdot 22 + 13 + 16 + 9 + 0.5 \cdot 25}{4} = \frac{61.5}{4} = 15,375$$
Tabelul 1. Determinarea Devierilor Sezoniere

| Tabe | Tabelul 1. Determinarea Devierilor Sezoniere |      |      |         |                    |                       |           |             |                |  |
|------|--|------|------|---------|--------------------|-----------------------|-----------|-------------|----------------|--|
|      | Α  | В    | С    | D       | Е                  | F                     | G         | Н           | 1              |  |
| 1    | t  | Anul | Trim | Vanzari | УtТ                | DSBrute               | Medii DSB | DSCorectate | Seria-DZ       |  |
| 2    |  |      |      | Уt      | y <sub>t</sub> TMM | $y_{t}$ - $y_{t}$ TMM | $y'_{Sk}$ | $y_{sk}$    | $y_t - y_{Sk}$ |  |
| 3    | [1]  | [2]  | [3]  | [4]     | [5]                | [6]                   | [7]       | [8]         | [9]            |  |
| 4    | 1  | 2016 | - 1  | 10      |                    |                       |           | -3          | 13             |  |
| 5    | 2  |      | Ш    | 14      |                    |                       |           | 1           | 13             |  |
| 6    | 3  |      | Ш    | 11      | 14.125             | -3.125                |           | -4          | 15             |  |
| 7    | 4  |      | IV   | 21      | 14.5               | 6.5                   |           | 6           | 15             |  |
| 8    | 5  | 2017 | 1    | 11      | 14.625             | -3.625                | -2.833    | -3          | 14             |  |
| 9    | 6  |      | Ш    | 16      | 14.625             | 1.375                 | 1.083     | 1           | 15             |  |
| 10   | 7  |      | Ш    | 10      | 15.125             | -5.125                | -3.958    | -4          | 14             |  |
| 11   | 8  |      | IV   | 22      | 15.75              | 6.25                  | 6.167     | 6           | 16             |  |
| 12   | 9  | 2018 | - 1  | 14      | 16.375             | -2.375                |           | -3          | 17             |  |
| 13   | 10   |      | Ш    | 18      | 16.75              | 1.25                  |           | 1           | 17             |  |
| 14   | 11   |      | Ш    | 13      | 16.625             | -3.625                |           | -4          | 17             |  |
| 15   | 12   |      | IV   | 22      | 16.25              | 5.75                  |           | 6           | 16             |  |
| 16   | 13   | 2019 | - 1  | 13      | 15.5               | -2.5                  |           | -3          | 16             |  |
| 17   | 14   |      | Ш    | 16      | 15.375             | 0.625                 |           | 1           | 15             |  |
| 18   | 15   |      | III  | 9       |                    |                       |           | -4          | 13             |  |
| 19   | 16   |      | IV   | 25      |                    |                       |           | 6           | 19             |  |

Pentru a obține graficul valorilor seriei folosim Excel și Eviews.

*În Excel*: Selectăm Anul, Trim, Vânzări Insert→Charts→Line with Markers→...

sau Chart Tools→Select Data→......

*În Eviews*: Trebuie să se creeze un fișier cu date trimestriale: 2016Q1-2019Q4 (16 observații)

Importăm seria Y (Vânzări) din fișierul din Excel (cell:D4)

Generăm seria Y<sub>MM</sub> scriind în zona de lucru comanda:

#### SERIES $Y_{MM}=(0.5*Y(-2)+Y(-1)+Y+Y(1)+0.5*Y(2))/4$

Deschidem un grup format din variabilele Y și Y<sub>MM</sub>.

Selectăm View→Graph→Basic graph→Line &Symbol



Pentru a măsura efectul sezonier, vom determina **devieri** (**abateri**) **sezoniere** (pentru modelul aditiv al unei serii cronologice) sau **indici de sezonalitate** (pentru modelul multiplicativ al unei serii cronologice.

**Devierile sezoniere** măsoară, în medie, abaterile fiecărui sezon de la trend, iau valori pozitive şi negative, astfel încât suma devierilor sezoniere, pentru toate sezoanele, să fie egală cu zero.

c) Se consideră modelul aditiv:  $y_t = y_{tT} + y_{tS} + y_{tR}$ 

**Pasul 1.** Se determină Devierile Sezoniere Brute:  $y_t - y_{tTMM}$  (coloana 6 din Tabelul 1).

Din termenii seriei se scad valorile trendului obținute prin MM.  $\Rightarrow y_t - y_{tTMM} = y_{tS} + y_{tR}$ .

Pentru  $t = 3 \implies y_3 - y_{3TMM} = 11 - 14,125 = -3,125$ 

Pentru  $t = 4 \implies y_4 - y_{4TMM} = 21 - 14,5 = 6, 5...$ 

Pentru  $t = 14 \implies y_{14} - y_{14TMM} = 16 - 15,375 = 0,625$ 

**Pasul 2.** Pentru fiecare sezon (trimestru) se calculează Media devierilor sezoniere brute:  $y'_{Sk}$  (coloana 7 din Tabelul 1). Prin calculul mediei se înlătură cea mai mare parte din variațiile reziduale.

$$y'_{SI} = \frac{(-3,625) + (-2,375) + (-2,5)}{3} = -2,833$$

$$y'_{SII} = \frac{1,375 + 1,25 + 0,625}{3} = 1,083$$

$$y'_{SIII} = \frac{-3,125 - 5,125 - 3,625}{3} = -3,958$$
  $y'_{SIV} = \frac{6,5 + 6,25 + 5,75}{3} = 6,167$ 

**Pasul 3.** Se corectează (prin scădere) deviațiile sezoniere brute cu media lor, obținându-se *deviațiile* sezoniere corectate  $y_{Sk}$  (a căror sumă este egală cu zero).

Deoarece  $\sum_{k=1}^{m} y'_{Sk} = \sum_{k=1}^{4} MDSB_k = (-2,833) + 1,083 + (-3,958) + 6,167 = 0,458$  vom ajusta mediile calculate cu

valoarea 
$$d = \frac{1}{m} \sum_{k=1}^{m} y'_{Sk} = \frac{(-2,833) + 1,083 + (-3,958) + 6,167}{4} = \frac{0,458}{4} = 0,115.$$

Se determină Deviațiile Sezoniere Corectate:  $y_{Sk} = y'_{Sk} - d$  (coloana 8 din Tabelul 1).

$$y_{SI} = y'_{SI} - d = -2,833 - 0,115 = -2,948 \approx -3$$
 mii lei

$$y_{SII} = y'_{SII} - d = 1,083 - 0,115 = 0,969 \approx 1 \text{ mii lei}$$

$$y_{SIII} = y'_{SIII} - d = -3,958 - 0,115 = -4,073 \approx -4$$
 mii lei  
 $y_{SIV} = y'_{SIV} - d = 6,167 - 0,115 = 6,052 \approx 6$  mii lei

Calculele de mai sus pot fi sistematizate și sub forma următorului tabel:

| Anii        | I      | II    | III    | IV    | Suma  | Media        |
|-------------|--------|-------|--------|-------|-------|--------------|
| 2016        | _      | _     | -3,125 | 6,5   |       | (Corectorul) |
| 2017        | -3,625 | 1,375 | -5,125 | 6,25  |       | d            |
| 2018        | -2,375 | 1,25  | -3,625 | 5,75  |       |              |
| 2019        | -2,5   | 0,625 | _      | _     |       |              |
| DSBrute     | -2,833 | 1,083 | -3,958 | 6,167 | 0,458 | d=0,458/4    |
| DSCorectate | -2,948 | 0,969 | -4,073 | 6,052 |       | d≈0,115      |
| $Y_{Sk}$    | ≈–3    | ≈1    | ≈–4    | ≈6    |       |              |

### Analiza sezonalității folosind Devierile Sezoniere:

În trimestrul I al fiecărui an, factorul sezonier a determinat o scădere medie a vânzărilor de 3 mii lei față de linia de trend. În trimestrul II al fiecărui an, factorul sezonier a determinat o creștere medie a vânzărilor de o mie lei față de linia de trend. În trimestrul III al fiecărui an, factorul sezonier a determinat o scădere a vânzărilor de aproximativ 4 mii lei față de linia de trend. În trimestrul IV al fiecărui an, factorul sezonier a determinat o creștere a vânzărilor de aproximativ 6 mii lei față de linia de trend.

**d**) Se determină termenii seriei desezonalizate. Din valorile observate se elimină Devierile sezoniere corectate:  $y_t - y_{Sk}$ .

Pentru 
$$t = 1 \implies y_1 - y_{SI} = 10 - (-3) = 13$$

Pentru 
$$t = 2 \implies y_2 - y_{SII} = 14 - (1) = 13$$

Pentru 
$$t = 3 \implies y_3 - y_{SIII} = 11 - (-4) = 15$$

Pentru 
$$t = 4 \implies y_4 - y_{SIV} = 21 - (6) = 15$$
 .....

e) Se consideră modelul multiplicativ:  $y_t = y_{tT} \cdot y_{tS} \cdot y_{tR}$ , t = 1, 2, ..., n

**Indicii de sezonalitate** măsoară, în medie, de câte ori se abate variabila, în fiecare sezon, de la trend. Ei iau valori supraunitare sau subunitare, astfel încât produsul lor să fie egal cu 1.

**Pas 1.** Se determină Indicii Sezonieri Bruți: (coloana 6 din Tabelul 2).  $\Rightarrow \frac{y_t}{y_{tTMM}} = y_{tS} \cdot y_{tR}, t = 1, 2, ..., n$ 

Pentru 
$$t = 3 \Rightarrow y_3 / y_{3TMM} = 11/14,125 = 0,779$$

Pentru 
$$t = 4 \implies y_4 / y_{4TMM} = 21/14,5 = 1,448$$

• • • •

Pentru 
$$t = 14 \implies y_{14} / y_{14TMM} = 16/15,375 = 1,041$$

**Pasul 2.** Pentru fiecare sezon (trimestru) se calculează media indicilor sezonieri bruți (media geometrică):  $y'_{Sk}$  (coloana 7 din Tabelul 2).

$$y'_{SI} = MISB_{I} = \sqrt[3]{0,752 \cdot 0,855 \cdot 0,839} = 0,814 \; ; \qquad y'_{SII} = MISB_{II} = \sqrt[3]{1,094 \cdot 1,075 \cdot 1,041} = 1,07 \\ y'_{SIII} = MISB_{III} = \sqrt[3]{0,779 \cdot 0,661 \cdot 0,782} = 0,738 \; ; \qquad y'_{SIV} = MISB_{IV} = \sqrt[3]{1,448 \cdot 1,397 \cdot 1,354} = 1,4$$

Observație: În practică se folosesc mediile aritmetice, nu cele geometrice.

**Pasul 3.** Indicii de sezonalitate se determină din mediile obținute la Pasul 2, ajustate astfel încât produsul indicilor de sezonalitate să fie egal cu 1. Valorile obținute reprezintă **componenta sezonieră** a seriei cronologice.

Se determină media indicilor sezonieri bruți:

$$d = \sqrt[4]{0.814 \cdot 1.07 \cdot 0.741 \cdot 1.4} = \sqrt[4]{0.9} \approx 0.974$$

Deoarece media indicilor sezonieri bruți este diferită de 1 vom ajusta valorile calculate cu valoarea d.

Se determină Indicii Sezonieri Corectați:  $y_{Sk} = y'_{Sk} / d$  (coloana 8 din Tabelul 1).

$$y_{SII} = y_{SII}' / d$$
 =0,814/0,974=0,836;  $y_{SII} = y_{SII}' / d$  =1,07/0,974=1,099  $y_{SIII} = y_{SIII}' / d$  =0,738/0,974=0,758;  $y_{SIV} = y_{SIV}' / d$  =1,4/0,974=1,437

$$y_{SMI} = y'_{SMI} / d = 0.738/0.974 = 0.758;$$
  $y_{SNI} = y'_{SNI} / d = 1.4/0.974 = 1.437$ 

### Analiza sezonalității folosind Indicii Sezonieri:

În trimestrul I al fiecărui, factorul sezonier a determinat o scădere a vânzărilor de aproximativ 16,4% față de linia de trend. (83,6-100 = -16,4%). În trimestrul II al fiecărui, factorul sezonier a determinat o creștere a vânzărilor de aproximativ 9,9% față de linia de trend. (109,9-100 = 9,9%). În trimestrul III al fiecărui, factorul sezonier a determinat o scădere a vânzărilor de aproximativ 24,2% față de linia de trend. 75,8-100 =-24,2%). În trimestrul IV al fiecărui, factorul sezonier a determinat o creștere a vânzărilor de aproximativ 43.7% fată de linia de trend. (143.7-100 = 43.7%)

Tabelul 2. Determinarea Indicilor sezonieri

|    | Α  | В    | С    | D              | Е          | F              | G                        | Н         | T.                              |
|----|----|------|------|----------------|------------|----------------|--------------------------|-----------|---------------------------------|
| 5  | t  | Anul | Trim | Vanzari        | $Y_{tTMM}$ | Indici SB      | Medii ISB                | Indici SC | Seria-DZ                        |
| 6  |    |      |      | Y <sub>t</sub> | $Y_{tTMM}$ | $Y_t/Y_{tTMM}$ | <b>y</b> ' <sub>Sk</sub> | Уsк       | y <sub>t</sub> /y <sub>Sk</sub> |
| 7  | 1  | 2016 | T    | 10             |            |                |                          | 0.836     | 11.96                           |
| 8  | 2  |      | Ш    | 14             |            |                |                          | 1.099     | 12.74                           |
| 9  | 3  |      | III  | 11             | 14.125     | 0.779          |                          | 0.758     | 14.51                           |
| 10 | 4  |      | IV   | 21             | 14.5       | 1.448          |                          | 1.400     | 15.00                           |
| 11 | 5  | 2017 | - 1  | 11             | 14.625     | 0.752          | 0.814                    | 0.836     | 13.16                           |
| 12 | 6  |      | Ш    | 16             | 14.625     | 1.094          | 1.07                     | 1.099     | 14.56                           |
| 13 | 7  |      | Ш    | 10             | 15.125     | 0.661          | 0.738                    | 0.758     | 13.19                           |
| 14 | 8  |      | IV   | 22             | 15.75      | 1.397          | 1.40                     | 1.437     | 15.31                           |
| 15 | 9  | 2018 | - 1  | 14             | 16.375     | 0.855          |                          | 0.836     | 16.75                           |
| 16 | 10 |      | Ш    | 18             | 16.75      | 1.075          |                          | 1.099     | 16.38                           |
| 17 | 11 |      | III  | 13             | 16.625     | 0.782          |                          | 0.758     | 17.15                           |
| 18 | 12 |      | IV   | 22             | 16.25      | 1.354          |                          | 1.400     | 15.71                           |
| 19 | 13 | 2019 | - 1  | 13             | 15.5       | 0.839          |                          | 0.836     | 15.55                           |
| 20 | 14 |      | Ш    | 16             | 15.375     | 1.041          |                          | 1.099     | 14.56                           |
| 21 | 15 |      | III  | 9              |            |                |                          | 0.758     | 11.87                           |
| 22 | 16 |      | IV   | 25             |            |                |                          | 1.400     | 17.86                           |

Problema 2. Vânzările trimestriale (exprimate în mii lei) ale unui magazin au avut următoarea evoluție în perioada anilor 2016-2019:

| A 2011   | Vânzările trimestriale (mii lei) |    |     |    |  |  |  |
|----------|----------------------------------|----|-----|----|--|--|--|
| Anul     | I                                | II | III | IV |  |  |  |
| 2016     | 10                               | 14 | 11  | 21 |  |  |  |
| 2017     | 11                               | 16 | 10  | 22 |  |  |  |
| 2018     | 14                               | 18 | 13  | 22 |  |  |  |
| 2019     | 13                               | 16 | 9   | 25 |  |  |  |
| $Y_{Sk}$ | -3                               | 1  | -4  | 6  |  |  |  |

Pe ultima linie a tabelului se află abaterile sezoniere.

- a) Să se determine termenii seriei desezonalizate;
- b) Să se determine componenta de trend a seriei fără sezonalitate utilizând metoda trendului liniar;

c) Să se previzioneze vânzările trimestriale pentru anul 2020.

a) Determinăm termenii seriei desezonalizate prin scădere:  $y_{tDZ} = y_t - y_{Sk}$ 

Tabelul 3. Determinarea Trendului Seriei Desezonalizate

| anul | trim | <i>y</i> <sub>t</sub> | $y_{sk}$ | $y_{r} - y_{sk}$ | t   | t2   | $t \cdot y_{tDZ}$ |
|------|------|-----------------------|----------|------------------|-----|------|-------------------|
| 2016 | 1    | 10                    | -3       | 13               | -15 | 225  | -195              |
|      | 2    | 14                    | 1        | 13               | -13 | 169  | -169              |
|      | 3    | 11                    | -4       | 15               | -11 | 121  | -165              |
|      | 4    | 21                    | 6        | 15               | -9  | 81   | -135              |
| 2017 | 1    | 11                    | -3       | 14               | -7  | 49   | -98               |
|      | 2    | 16                    | 1        | 15               | -5  | 25   | -75               |
|      | 3    | 10                    | -4       | 14               | -3  | 9    | -42               |
|      | 4    | 22                    | 6        | 16               | -1  | 1    | -16               |
| 2018 | 1    | 14                    | -3       | 17               | 1   | 1    | 17                |
|      | 2    | 18                    | 1        | 17               | 3   | 9    | 51                |
|      | 3    | 13                    | -4       | 17               | 5   | 25   | 85                |
|      | 4    | 22                    | 6        | 16               | 7   | 49   | 112               |
| 2019 | 1    | 13                    | -3       | 16               | 9   | 81   | 144               |
|      | 2    | 16                    | 1        | 15               | 11  | 121  | 165               |
|      | 3    | 9                     | -4       | 13               | 13  | 169  | 169               |
|      | 4    | 25                    | 6        | 19               | 15  | 225  | 285               |
|      |      | 245                   |          | 245              |     | 1360 | 133               |

b) Determinăm trendul seriei desezonalizate prin metoda trendului liniar:  $\hat{y}_{tDZ} = a + b \cdot t$ 

Ecuațiile normale ale lui Gauss: 
$$\begin{cases} an + \sum t = \sum y_{tDZ} \\ a\sum t + b\sum t^2 = \sum t \cdot y_{tDZ} \end{cases}$$

Putem alege valorile lui t astfel încât  $\sum t = 0$ . Atunci avem:

$$\Rightarrow \hat{a} = (\sum y_{tDZ})/n = 245/16 = 15,3125 \approx 15,3$$

$$\Rightarrow \hat{b} = (\sum t \cdot y_{tDZ}) / \sum t^2 = 133/1360 \approx 0,098 \quad \Rightarrow \quad \hat{y}_{tDZ} = 15,3 + 0,098 \cdot t$$

c)

1) Previzionăm valorile trendului seriei desezonalizate pentru anul 2020:

$$\hat{y}_{n+1}$$
,  $\hat{y}_{n+2}$ ,  $\hat{y}_{n+3}$ ,  $\hat{y}_{n+4}$ 

$$t = 17 \implies \hat{y}_{tDZ,I} = 15,3 + 0,098 \cdot 17 = 16,966 \text{ mii lei}$$

$$t = 19 \implies \hat{y}_{tDZ,II} = 15.3 + 0.098 \cdot 19 = 17.162$$
 mii lei

$$t = 21 \Rightarrow \hat{y}_{tDZ,III} = 15,3 + 0,098 \cdot 21 = 17,358 \text{ mii lei}$$

$$t = 23 \Rightarrow \hat{y}_{tDZ,IV} = 15,3 + 0,098 \cdot 23 = 17,554$$
 mii lei

2)

Pentru a obține previziunea finală, corectăm valorile previzionate prin adunarea abaterilor sezoniere:

$$y_{n+1(\text{previzionat})} = \hat{y}_{n+1} + y_{SI},$$

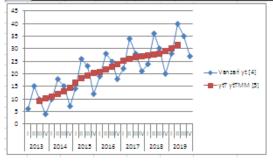
$$t = 17 \implies \hat{y}_{2020,I} = 16,966 - 3 = 13,966 \text{ mii lei}$$

$$t = 19 \implies \hat{y}_{2020,II} = 17,162 + 1 = 18,162 \text{ mii lei}$$

$$t = 21 \Rightarrow \hat{y}_{2020,III} = 17,358 - 4 = 13,358 \text{ mii lei}$$

$$t = 23 \implies \hat{y}_{2020,IV} = 17,554 + 6 = 23,554 \text{ mii lei}$$

| , i | Д   | В    | С     | D       | Е      | F        | G         | Н           | 1                |
|-----|-----|------|-------|---------|--------|----------|-----------|-------------|------------------|
| 1   | t   | Anul | Trim  | Vanzari | Уіт    | DSBrute  | Medii DSB | DSCorectate | Seria-DZ         |
| 2   |     |      |       | yı .    | Уітнн  | Ус-Устин | $y'_{Sk}$ | $y_{Sk}$    | $y_{i} - y_{Sk}$ |
| 3   | [1] | [2]  | [3]   | [4]     | [5]    | [6]      | [7]       | [8]         | [9]              |
| 4   | 1   | 2013 | - 1   | - 6     |        |          |           | -2          | 8                |
| 5   | 2   |      | - 11  | 15      |        |          |           | 7           | 8                |
| 6   | 3   |      | Ш     | 10      | 9.25   | 0.75     |           | 2           | 8                |
| 7   | 4   |      | IV    | 4       | 10.125 | -6.125   |           | -7          | 11               |
| 8   | 5   | 2014 | - 1   | 10      | 11.125 | -1.125   |           | -2          | 12               |
| 9   | 6   |      | П     | 18      | 12.125 | 5.875    |           | 7           | 11               |
| 10  | 7   |      | - 111 | 15      | 13     | 2        |           | 2           | 13               |
| 11  | 8   |      | IV    | 7       | 14.5   | -7.5     |           | -7          | 14               |
| 12  | 9   | 2015 | - 1   | 14      | 16.5   | -2.5     | -2.3542   | -2          | 16               |
| 13  | 10  |      | - 11  | 26      | 18.125 | 7.875    | 7.4792    | 7           | 19               |
| 14  | 11  |      |       | 23      | 19.375 | 3.625    | 2.0000    | 2           | 21               |
| 15  | 12  |      | IV    | 12      | 20.25  | -8.25    | -7.1458   | -7          | 19               |
| 16  | 13  | 2016 | - 1   | 19      | 20.75  | -1.75    |           | -2          | 21               |
| 17  | 14  |      | - 1   | 28      | 21.75  | 6.25     |           | 7           | 21               |
| 18  | 15  |      |       | 25      | 22.875 | 2.125    |           | 2           | 23               |
| 19  | 16  |      | IV    | 18      | 24     | -6       |           | -7          | 25               |
| 20  | 5   | 2017 | - 1   | 22      | 25.125 | -3.125   |           | -2          | 24               |
| 21  | 6   |      | - 1   | 34      | 25.875 | 8.125    |           | 7           | 27               |
| 22  | 7   |      | - 111 | 28      | 26.5   | 1.5      |           | 2           | 26               |
| 23  | 8   |      | IV    | 21      | 27     | -6       |           | -7          | 28               |
| 24  | 9   | 2018 | - 1   | 24      | 27.5   | -3.5     |           | -2          | 26               |
| 25  | 10  |      | П     | 36      | 27.625 | 8.375    |           | 7           | 29               |
| 26  | 11  |      | Ш     | 30      | 28     | 2        |           | 2           | 28               |
| 27  | 12  |      | IV    | 20      | 29     | -9       |           | -7          | 27               |
| 28  | 13  | 2019 | - 1   | 28      | 30.125 | -2.125   |           | -2          | 30               |
| 29  | 14  |      | - 11  | 40      | 31.625 | 8.375    |           | 7           | 33               |
| 30  | 15  |      | Ш     | 35      |        |          |           | 2           |                  |
| 31  | 16  |      | IV    | 27      |        |          |           | -7          | 34               |



| DSB-I=   | -2.3542 | DSC-I=   | -2.348958 | ≈-2 |
|----------|---------|----------|-----------|-----|
| DSB-II=  | 7.4792  | DSC-II=  | 7.484375  | ≈7  |
| DSB-III= | 2.0000  | DSC-III= | 2.005208  | ≈2  |
| DSB-IV=  | -7.1458 | DSC-IV=  | -7.140625 | ≈-7 |
|          | -0.0208 |          |           |     |
|          | -0.0052 |          |           |     |

In Eviews  $Y \rightarrow Proc \rightarrow Seasonal$  Adjustement  $\rightarrow$  Moving Average Methods...Additive sau Multiplicative



