



# Analiza și Prognoza Seriilor de Timp

## Capitolul 9: Prophet și TBATS



Daniel Traian PELE

Academia de Studii Economice din București

IDA Institute Digital Assets

Blockchain Research Center

AI4EFin Artificial Intelligence for Energy Finance

Academia Română, Institutul de Prognoză Economică

MSCA Digital Finance

## Obiective de învățare

La finalul acestui capitol, veți fi capabili să:

1. Gestionati serii de timp cu **sezonaliități multiple**
2. Utilizați **Facebook Prophet** pentru prognoză flexibilă cu sărbători
3. Aplicați modele **TBATS** pentru sezonaliitate complexă
4. Comparați și selectați între metodele moderne de prognoză

## Cuprins

### Fundamente

- ▣ Sezonaliități Multiple
- ▣ Modelul TBATS
- ▣ Facebook Prophet

### Aplicații

- ▣ Comparatie și Ghid de Selecție
- ▣ Studiu de Caz
- ▣ Rezumat și Quiz

## Problema: tipare sezoniere complexe

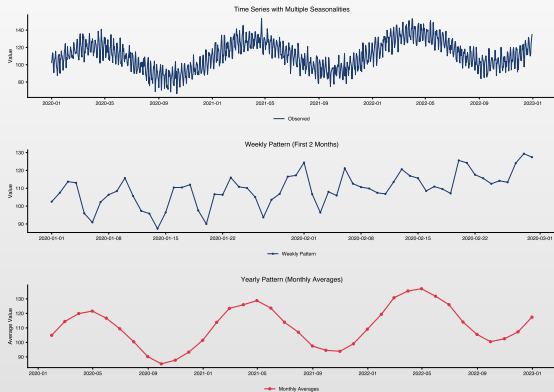
### Exemple din lumea reală

- ▣ **Cerere de electricitate pe oră:** Tipare zilnice + săptămânale + anuale
- ▣ **Trafic web:** Zilnic + săptămânal + efecte de sărbători
- ▣ **Vânzări retail:** Săptămânal + lunar + anual + sărbători
- ▣ **Volum call center:** Pe oră + zilnic + săptămânal

### Limitarea SARIMA

- ▣  $SARIMA(p, d, q)(P, D, Q)_s$  standard gestionează doar **o singură** perioadă sezonieră  $s$
- ▣ Pentru date orare cu tipare zilnice și săptămânale, avem nevoie de  $s_1 = 24$  și  $s_2 = 168$

## Exemplu: date orare cu sezonalități multiple



## Soluții pentru sezonalități multiple

### Abordări tradiționale

- ▣ **Termeni Fourier:** Adăugare regresori sin/cos
- ▣ **Variabile dummy:** Mulți parametri
- ▣ **Modele nested:** Specificare complexă

### Abordări moderne

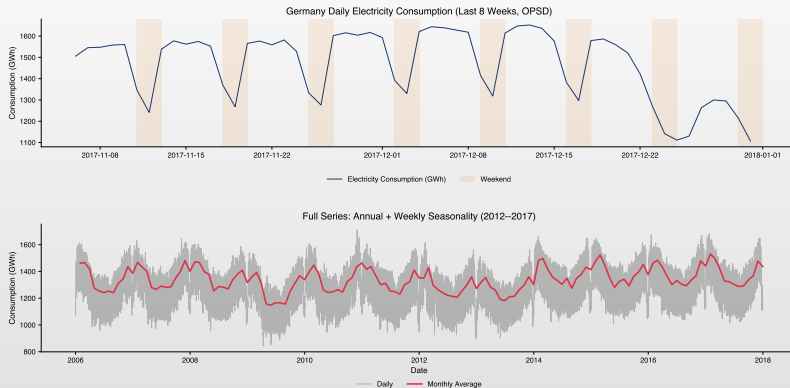
- ▣ **TBATS:** Automat, gestionează multe perioade
- ▣ **Prophet:** Flexibil, interpretabil
- ▣ **Metode neurale:** Deep learning

### Comparație

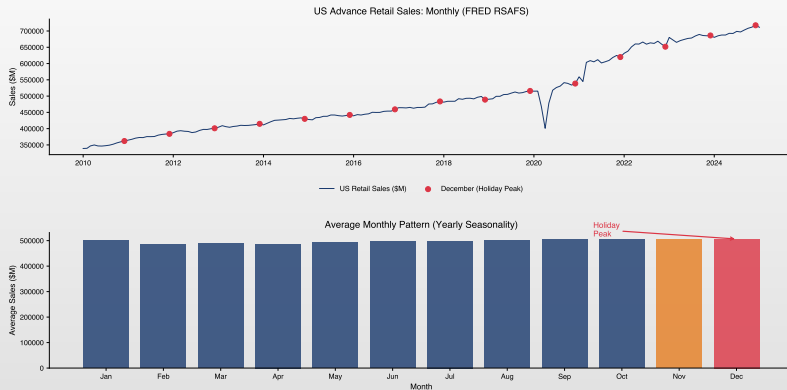
- ▣ Rezumat comparativ:

Metodă	Nr. Max Sezonalități	Interpretabil
SARIMA	1	Da
Fourier + ARIMA	Multiple	Moderat
TBATS	Multiple	Moderat
Prophet	Multiple	Da

## Exemplu real: cerere de electricitate



## Exemplu real: vânzări retail cu sărbători





## Portret de cercetător: Rob J. Hyndman



\*1967

 [Wikipedia \(en\)](#)

### Biografie

- ▣ Statistician australian, profesor la Monash University
- ▣ Unul dintre cei mai influenți cercetători în prognoza seriilor de timp
- ▣ Creatorul pachetului `forecast` pentru R, utilizat pe scară largă
- ▣ Redactor-șef al *International Journal of Forecasting* (2005–2018)

### Contribuții principale

- ▣ **Modelul TBATS** (2011) — Box-Cox trigonometric ARMA cu perioade sezoniere multiple
- ▣ **Cadrul ETS** — modele spațiu-stare de netezire exponențială cu selecție automată
- ▣ **Pachetul forecast** pentru R — setul standard de instrumente pentru prognoza seriilor de timp
- ▣ **Prognoza ierarhică** și metode de reconciliere a prognozelor

## TBATS: ce înseamnă?

### Componentele TBATS

- ▣ **T** ∨ Sezonaltate **Trigonometrică** folosind termeni Fourier
- ▣ **B** ∨ Transformare **Box-Cox** pentru stabilizarea varianței
- ▣ **A** ∨ Erori **ARMA** pentru autocorelația reziduală
- ▣ **T** ∨ Componentă de **Trend** (posibil amortizat)
- ▣ **S** ∨ Componente **Sezoniere** (multiple permise)

### Inovația cheie

- ▣ TBATS folosește **reprezentare trigonometrică** pentru sezonaltate:

$$s_t^{(i)} = \sum_{j=1}^{k_i} \left[ s_j^{(i)} \cos \left( \frac{2\pi jt}{m_i} \right) + s_j^{*(i)} \sin \left( \frac{2\pi jt}{m_i} \right) \right]$$

- ▣  $m_i$  este perioadă sezonieră  $i$  și  $k_i$  este numărul de armonici

## Transformarea Box-Cox

### Definiție 1 (Transformarea Box-Cox)

Transformarea Box-Cox cu parametrul  $\omega$  este definită astfel:

$$y_t^{(\omega)} = \begin{cases} \frac{y_t^\omega - 1}{\omega} & \text{dacă } \omega \neq 0 \\ \ln(y_t) & \text{dacă } \omega = 0 \end{cases}$$

### Scop

- ▣ **Stabilizarea varianței:** Face varianța constantă în timp
- ▣ **Normalizare:** Reduce asimetria în date
- ▣ Valori uzuale:  $\omega = 0$  (log),  $\omega = 0.5$  (rădăcină pătrată),  $\omega = 1$  (fără transformare)

## Structura modelului TBATS

### Specificația completă a modelului

□ Ecuațiile modelului TBATS:

$$y_t^{(\omega)} = \ell_{t-1} + \phi b_{t-1} + \sum_{i=1}^M s_t^{(i)} + d_t \quad (1)$$

$$\ell_t = \ell_{t-1} + \phi b_{t-1} + \alpha d_t \quad (2)$$

$$b_t = \phi b_{t-1} + \beta d_t \quad (3)$$

$$d_t = \sum_{i=1}^p \varphi_i d_{t-i} + \sum_{j=1}^q \theta_j \varepsilon_{t-j} + \varepsilon_t \quad (4)$$

### Notații

- $y_t^{(\omega)}$   $\succ$  seria transformată Box-Cox (dacă  $\omega \neq 1$ )
- $\ell_t$   $\succ$  nivelul local,  $b_t$   $\succ$  trendul cu amortizare  $\phi$
- $s_t^{(i)}$   $\succ$   $M$  componente sezoniere cu perioade  $m_1, \dots, m_M$
- $d_t$   $\succ$  procesul de eroare ARMA( $p, q$ )

## TBATS: evoluția stărilor sezonaliității trigonometrice

### Definiție 2 (Recursia trigonometrică în spațiul stărilor)

Pentru fiecare componentă sezonieră cu perioada  $m_i$  și  $k_i$  armonici, definim stările:

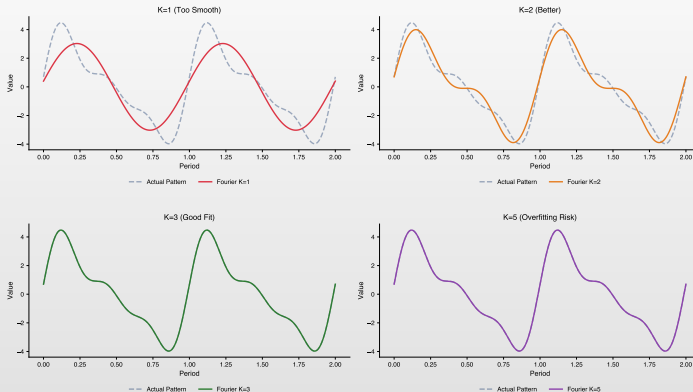
$$\begin{pmatrix} s_{j,t}^{(i)} \\ s_{j,t}^{*(i)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\lambda_j) & \sin(\lambda_j) \\ -\sin(\lambda_j) & \cos(\lambda_j) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_{j,t-1}^{(i)} \\ s_{j,t-1}^{*(i)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \gamma_1^{(i)} \\ \gamma_2^{(i)} \end{pmatrix} d_t$$

unde  $\lambda_j = \frac{2\pi j}{m_i}$  este frecvența armoniciei  $j$ .

### Interpretare

- ▣ Matricea de rotație păstrează structura periodică
- ▣ Sezonalitatea totală:  $s_t^{(i)} = \sum_{j=1}^{k_i} s_{j,t}^{(i)}$
- ▣ Parametri:  $2k_i$  stări per perioadă sezonieră

## Aproximarea Fourier a sezonaliității



## TBATS: sezonaliitate trigonometrică

### De ce termeni Fourier/trigonometrici?

- ▣ **Simplu:** Mai puțini parametri decât variabilele dummy
- ▣ **Neted:** Captează natural tiparele sezoniere netede
- ▣ **Flexibil:** Numărul de armonici  $k$  controlează complexitatea
- ▣ **Perioade non-întregi:** Poate gestiona  $s = 365.25$  pentru date zilnice

### $k$ mic (puține armonici)

- ▣ Tipar neted
- ▣ Mai puțini parametri
- ▣ Poate rata vârfuri abrupte

### $k$ mare (multe armonici)

- ▣ Poate capta orice tipar
- ▣ Mai mulți parametri
- ▣ Risc de supraajustare

## TBATS în practică

### Implementare Python

- ▣ **Pachet** `tbats`: Oferă selecție automată a modelului
  - ▶ Selectează automat parametrul Box-Cox  $\omega$
  - ▶ Alege numărul de armonici  $k_i$  pentru fiecare perioadă sezonieră
  - ▶ Selectează ordinele ARMA  $(p, q)$
  - ▶ Testează trend amortizat vs neamortizat

### Exemplu de cod

- ▣ **Cod Python**:

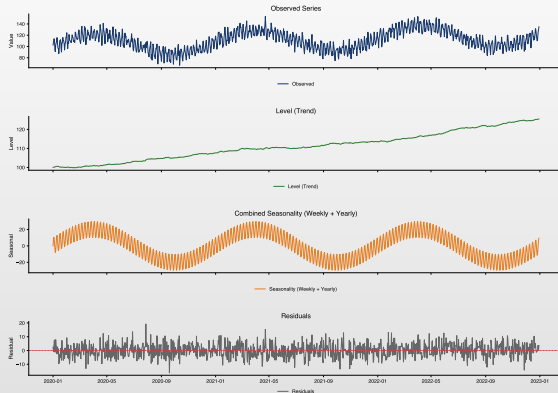
```
from tbats import TBATS
estimator = TBATS(seasonal_periods=[7, 365.25])
model = estimator.fit(y)
forecast = model.forecast(steps=30)
```

### Notă

- ▣ BATS este versiunea mai simplă fără termeni trigonometrici (folosește stări sezoniere tradiționale)



## Exemplu descompunere TBATS



## TBATS: avantaje și limitări

### Avantaje

- ▣ Gestionează **multiple** perioade sezoniere
- ▣ Selecție **automată** a modelului
- ▣ Gestionează perioade **non-întregi** (365.25)
- ▣ **Box-Cox** pentru heteroscedasticitate
- ▣ Bun pentru date de **frecvență înaltă**

### Limitări

- ▣ **Intensiv computațional**
- ▣ Fără **regresori externi**
- ▣ Mai puțin **interpretabil** decât Prophet
- ▣ Poate fi **lent** pentru serii foarte lungi
- ▣ Necesită **suficiente date** per sezon

## Prophet: prezentare generală

### Ce este Prophet?

- ▣ **Origine:** Procedură de prognoză dezvoltată de Facebook (Meta) în 2017
- ▣ **Proiectat pentru serii de timp de business cu:**
  - ▶ Efecte sezoniere puternice (zilnice, săptămânale, anuale)
  - ▶ Efecte de sărbători
  - ▶ Schimbări de trend (changepoints)
  - ▶ Date lipsă și outlieri

### Filosofia cheie

- ▣ *"Analyst-in-the-loop" forecasting*
- ▣ Prophet este proiectat pentru a fi ajustat de analiști cu cunoștințe de domeniu, dar care nu sunt neapărat experți în serii de timp

## Structura modelului Prophet

### Abordare prin descompunere

- Prophet folosește o **descompunere aditivă**:

$$y(t) = g(t) + s(t) + h(t) + \varepsilon_t$$

#### $g(t)$ : Trend

- Liniar sau logistic
- Changepoints automate
- Saturație de creștere

#### $s(t)$ : Sezonalitate

- Serii Fourier
- Perioade multiple
- Sezonalitate custom

#### $h(t)$ : Sărbători

- Sărbători pe țară
- Evenimente custom
- Efecte de fereastră

## Prophet: componenta de trend

### Trend liniar cu Changepoints

- **Ecuția:**  $g(t) = (k + \mathbf{a}(t)^T \boldsymbol{\delta}) \cdot t + (m + \mathbf{a}(t)^T \boldsymbol{\gamma})$
- **Parametri:**
  - ▶  $k$   $\succ$  rata de creștere de bază
  - ▶  $\boldsymbol{\delta}$   $\succ$  vector de ajustări de rată la changepoints
  - ▶  $\mathbf{a}(t)$   $\succ$  indică ce changepoints sunt active la momentul  $t$
  - ▶  $m$   $\succ$  offset-ul,  $\boldsymbol{\gamma}$  asigură continuitatea

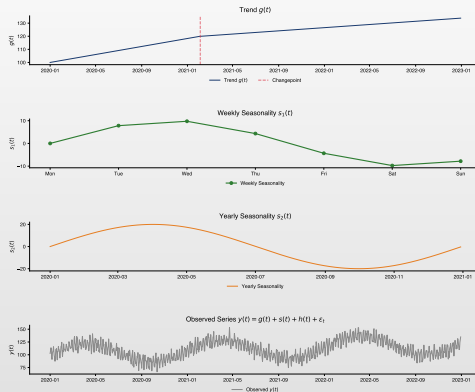
### Creștere logistică (pentru trenduri cu saturație)

- Ecuția de creștere logistică:

$$g(t) = \frac{C(t)}{1 + \exp(-(k + \mathbf{a}(t)^T \boldsymbol{\delta})(t - (m + \mathbf{a}(t)^T \boldsymbol{\gamma})))}$$

- $C(t)$  este capacitatea maximă (posibil variabilă în timp)

## Descompunerea componentelor Prophet



## Prophet: componenta de sezonaliitate

### Reprezentare prin serii Fourier

- Pentru o perioadă sezonieră  $P$ , Prophet folosește:

$$s(t) = \sum_{n=1}^N \left[ a_n \cos\left(\frac{2\pi nt}{P}\right) + b_n \sin\left(\frac{2\pi nt}{P}\right) \right]$$

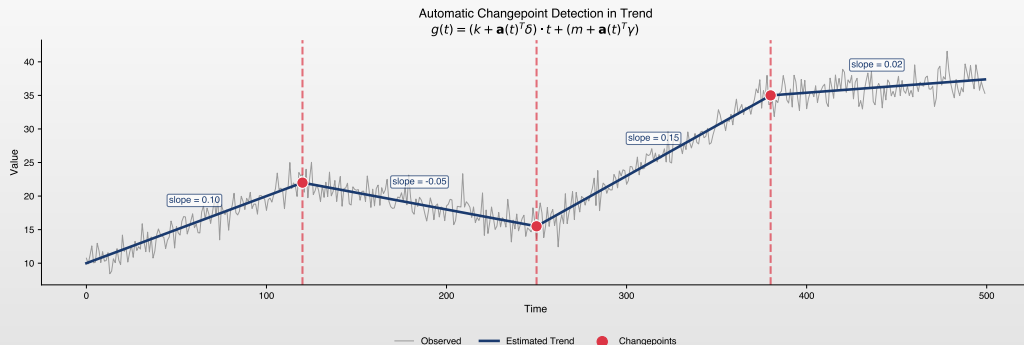
### Setări implicite

- **Anuală:** perioadă 365.25 zile, ordin Fourier 10
- **Săptămânală:** perioadă 7 zile, ordin Fourier 3
- **Zilnică:** perioadă 1 zi, ordin Fourier 4

### Atenție

- Ordin Fourier  $N$  mai mare  $\curvearrowright$  mai multă flexibilitate (tipare mai complexe) dar risc mai mare de supraajustare

## Detectarea changepoints în trend





## Prophet: efecte de sărbători

### Modelul de sărbători

- Ecuația efectelor de sărbătoare:

$$h(t) = Z(t) \cdot \kappa$$

- $Z(t)$  este o matrice indicator pentru sărbători și  $\kappa$  sunt efectele sărbătorilor

### Caracteristici

- **Sărbători integrate:** 60+ țări suportate
- **Sărbători custom:** Adăugați propriile evenimente (Black Friday, evenimente companie)
- **Efecte de fereastră:** Sărbătorile pot afecta zilele înainte/după
- **Prior scale:** Controlează regularizarea efectelor de sărbătoare

### Exemplu de cod

- Cod Python: 

```
holidays = pd.DataFrame({'holiday': 'black_friday', ...})  
model = Prophet(holidays=holidays)
```

## Prophet în practică

### Utilizare de bază

```
❑ Cod Python: from prophet import Prophet
import pandas as pd

# Datele trebuie să aibă coloane 'ds' (dată) și 'y' (valoare)
df = pd.DataFrame({'ds': dates, 'y': values})

model = Prophet()
model.fit(df)

future = model.make_future_dataframe(periods=365)
forecast = model.predict(future)
```

### Adăugare sezonalitate Custom

```
❑ Cod Python: model = Prophet(weekly_seasonality=False)
model.add_seasonality(name='monthly', period=30.5, fourier_order=5)
model.add_seasonality(name='quarterly', period=91.25, fourier_order=3)
```

## Prophet: cuantificarea incertitudinii

### Trei surse de incertitudine

- **Incetitudine de trend:** Changepoints viitoare sunt incerte
- **Incetitudine de sezonaliitate:** Incetitudine în estimarea parametrilor
- **Zgomot de observație:** Aleatorietate inerentă

### Intervale de predicție

- **Prophet oferă:**
  - ▶ Prognoză punctuală: `yhat`
  - ▶ Limita inferioară: `yhat_lower`
  - ▶ Limita superioară: `yhat_upper`
- **Implicit:** interval de 80%, schimbați cu `interval_width=0.95`

### Notă

- Incertitudinea crește cu orizontul de prognoză, în special pentru incertitudinea de trend

## Prophet: parametri de ajustare

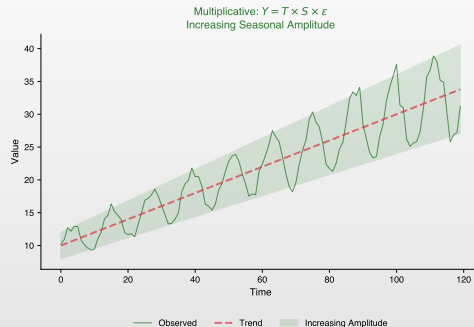
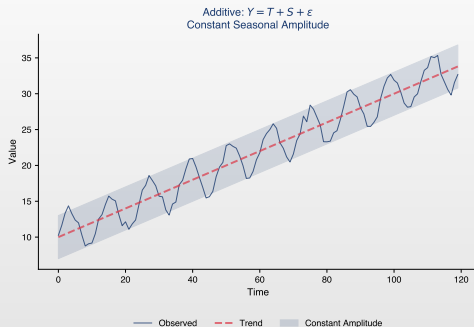
### Parametri cheie

- ▣ `changepoint_prior_scale`: Flexibilitate trend (implicit: 0.05)
- ▣ `seasonality_prior_scale`: Flexibilitate sezonabilitate (implicit: 10)
- ▣ `holidays_prior_scale`: Mărime efect sărbători (implicit: 10)
- ▣ `seasonality_mode`: 'additive' sau 'multiplicative'
- ▣ `changepoint_range`: Porțiune din istoric pentru changepoints

### Sfaturi practice

- ▣ **Supraajustare pe trend?** Micșorați `changepoint_prior_scale`
- ▣ **Subajustare pe sezonabilitate?** Măriți `seasonality_prior_scale`
- ▣ **Amplitudinea sezonieră variază?** Folosiți `seasonality_mode='multiplicative'`

## Sezonalitate aditivă vs multiplicativă



 TSA\_ch9\_additive\_vs\_multiplicative

## Prophet: avantaje și limitări

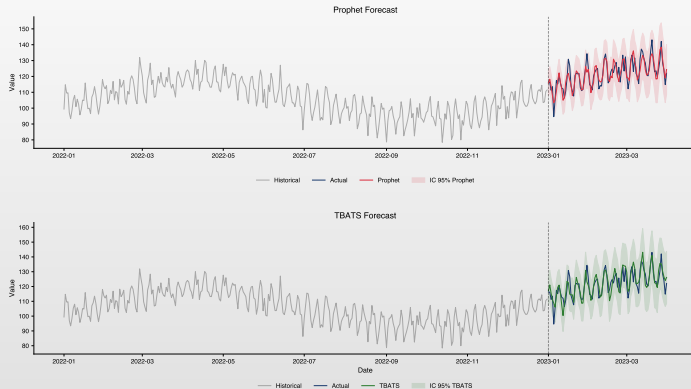
### Avantaje

- ▣ **Ușor de folosit:** Ajustare minimă necesară
- ▣ **Interpretabil:** Descompunere clară
- ▣ **Gestionează date lipsă** bine
- ▣ **Efecte sărbători** integrate
- ▣ **Sezonalități multiple**
- ▣ **Regresori externi** suportați
- ▣ **Ajustare rapidă**

### Limitări

- ▣ **Nu bazat pe ARIMA:** Fără modelare autocorelație
- ▣ **Focus pe date zilnice:** Mai puțin potrivit pentru frecvență foarte înaltă
- ▣ **Ipoteze de trend:** Liniar/logistic poate să nu se potrivească
- ▣ **CV integrat:** `cross_validation()` disponibil, dar necesită configurare atentă
- ▣ **Risc supraajustare** cu multe sezonalități

## Comparație Prophet vs TBATS: prognoze



## TBATS vs Prophet: comparație directă

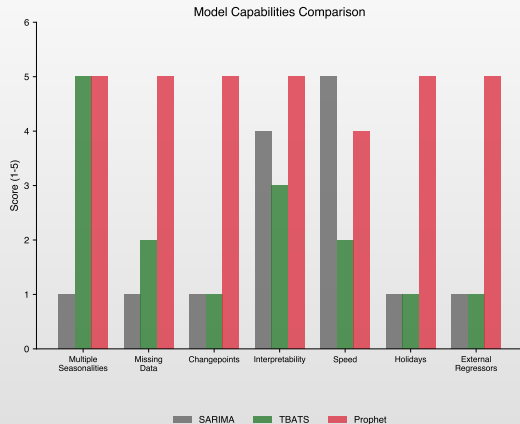
### Comparație detaliată

▣ Rezumat al diferențelor cheie:

Caracteristică	TBATS	Prophet
Sezonalități multiple	Da (automat)	Da (manual sau auto)
Efecte sărbători	Nu	Da (integrat)
Regresori externi	Nu	Da
Changepoints trend	Nu (neted)	Da (automat)
Date lipsă	Necesită interpolare	Gestionează nativ
Interpretabilitate	Moderată	Înaltă
Viteză calcul	Lent	Rapid
Date frecvență înaltă	Bun	Moderat
Perioade non-întregi	Da (ex: 365.25)	Da
Intervale incertitudine	Da	Da



## Ghid selecție model



### When to Use Each Model

#### SARIMA

- Single seasonality
- Regular data
- Statistical inference
- Short-term forecast

#### TBATS

- High frequency (hourly)
- Non-integer periods
- Automatic selection
- No external regressors

#### Prophet

- Business forecasting
- Holiday effects
- Missing data
- Changepoints trend
- External regressors

## Când să folosim fiecare model

### Folosiți TBATS când:

- ▣ Date de frecvență înaltă (orare, sub-zilnice)
- ▣ Multiple perioade sezoniere complexe
- ▣ Nu sunt necesari regresori externi
- ▣ Se preferă selecție automată a modelului
- ▣ Se dorește framework tradițional state-space

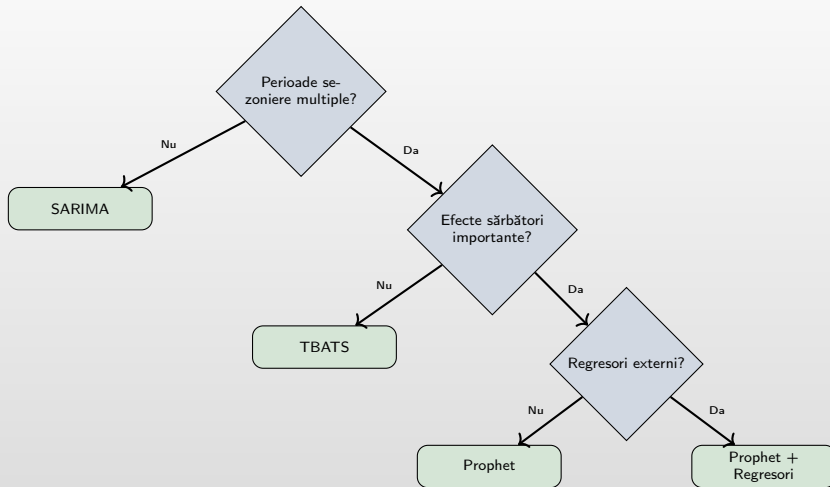
### Folosiți Prophet când:

- ▣ Prognoză de business (zilnic/săptămânal)
- ▣ Efectele sărbătorilor sunt importante
- ▣ Trendul are rupturi structurale
- ▣ Sunt prezente date lipsă
- ▣ Interpretabilitatea este cheie
- ▣ Sunt disponibili regresori externi

### Ghid general

- ▣ **Prophet:** pentru aplicații de business cu date zilnice
- ▣ **TBATS:** pentru aplicații tehnice cu date de frecvență înaltă

## Diagramă de decizie



## Metrici de evaluare

### Definiție 3 (Metrici de acuratețe a prognozei)

Fie  $y_t$  valorile reale,  $\hat{y}_t$  prognozele și  $n$  orizontul de prognoză:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (y_t - \hat{y}_t)^2} \quad (\text{penalizează erorile mari})$$

$$\text{MAE} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |y_t - \hat{y}_t| \quad (\text{robust la outlieri})$$

$$\text{MAPE} = \frac{100\%}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{y_t - \hat{y}_t}{y_t} \right| \quad (\text{independent de scară})$$

### Acoperire

Pentru intervalele de predicție  $[\hat{y}_t^L, \hat{y}_t^U]$ , rata de acoperire este proporția valorilor reale care se încadrează în interval. Țintă: să corespundă nivelului nominal (ex: 80%).

## Studiu de caz: prognoza cererii de energie

### Problema

- ▣ **Obiectiv:** Prognozați cererea de electricitate pe oră
- ▣ **Provocări:**
  - ▶ Tipar zilnic  $\succ$  vârf la prânz și seara
  - ▶ Tipar săptămânal  $\succ$  mai scăzut în weekend
  - ▶ Tipar anual  $\succ$  mai mare vara (AC) și iarna (încălzire)
  - ▶ Efecte sărbători  $\succ$  cerere mai mică în sărbători

### Abordare

- ▣ **Pas 1:** Încercați TBATS cu perioade [24, 168, 8766]
- ▣ **Pas 2:** Încercați Prophet cu sezonality zilnică, săptămânală, anuală + sărbători
- ▣ **Pas 3:** Comparați folosind cross-validation

## Studiu de caz: interpretarea rezultatelor

### Metrici de evaluare

- ▣ **MAPE:** Mean Absolute Percentage Error
- ▣ **RMSE:** Root Mean Square Error
- ▣ **Acoperire:** % din valori reale în intervalul de predicție

### Rezultate tipice

- ▣ Comparație performanță:

Model	MAPE	RMSE	Acoperire
SARIMA (doar zilnic)	8.5%	450 MW	75%
TBATS	4.2%	220 MW	82%
Prophet	4.8%	250 MW	85%
Prophet + sărbători	3.9%	200 MW	88%

### Concluzie

- ▣ Modelele cu sezonalități multiple depășesc semnificativ SARIMA cu o singură sezonalitate

## Exercițiu AI: Gândire critică

Prompt de testat în ChatGPT / Claude / Copilot

"Am 3 ani de date orare de consum de energie. Folosește Facebook Prophet pentru a prognoza săptămâna viitoare. Include sărbătorile și evenimentele speciale. Vreau cod Python complet."

**Exercițiu:**

1. Rulați prompt-ul într-un LLM la alegere și analizați critic răspunsul.
2. Prophet detectează automat sezonabilitățile multiple (zilnică, săptămânală)?
3. Cum sunt specificate sărbătorile? Specifice țării sau evenimente personalizate?
4. Folosește cross-validation cu puncte de referință (performance\_metrics)?
5. TBATS ar fi mai potrivit pentru această frecvență? De ce sau de ce nu?

**Atenție:** Codul generat de AI poate rula fără erori și arăta profesional. *Asta nu înseamnă că e corect.*

## Concluzii cheie

### Sezonalități multiple

- ▣ Datele din lumea reală au adesea tipare sezoniere multiple
- ▣ SARIMA standard gestionează doar o perioadă sezonieră
- ▣ TBATS și Prophet sunt proiectate pentru această provocare

### Selecția modelului

- ▣ **TBATS**: Automat, gestionează frecvență înaltă, fără regresori externi
- ▣ **Prophet**: Interpretabil, efecte sărbători, regresori externi
- ▣ Ambele folosesc termeni Fourier pentru reprezentare eficientă a sezonității

### De reținut

- ▣ **Validare**: Folosiți întotdeauna cross-validation adecvat pentru serii de timp!



## Întrebări?

## Întrebări?

### Pași următori

- ▣ Exersați cu notebook-ul Jupyter
- ▣ Încercați Prophet pe propriile date
- ▣ Explorați NeuralProphet pentru extensia deep learning

## Întrebarea 1

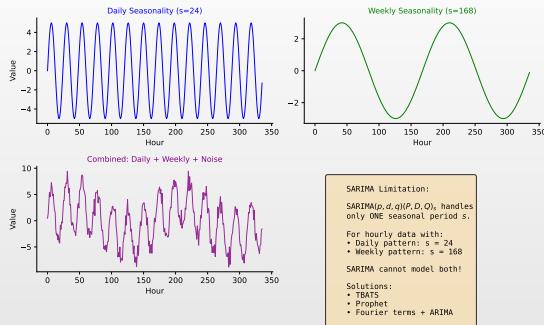
### Întrebare

- De ce nu poate  $SARIMA(p, d, q)(P, D, Q)_s$  standard să modeleze date orare de electricitate cu tipare zilnice și săptămânale?

### Variante de răspuns

- (A) SARIMA poate gestiona doar o singură perioadă sezonieră  $s$  la un moment dat
- (B) SARIMA necesită erori normal distribuite pentru sezonaliități multiple
- (C) SARIMA poate gestiona sezonaliități multiple, dar necesită mai multe date
- (D) SARIMA funcționează doar cu date lunare sau trimestriale

## Întrebarea 1: Răspuns



Răspuns: (A)

- ☐ SARIMA gestionează doar **o singură** perioadă sezonieră  $s$ . Nu se pot seta  $s = 24$  (zilnic) și  $s = 168$  (săptămânal) simultan într-un singur model SARIMA.

## Întrebarea 2

### Întrebare

□ Ce reprezintă fiecare literă din TBATS?

### Variante de răspuns

- (A) Trend, Bayes, Autoregresiv, Timp, Staționaritate
- (B) Sezonaliitate Trigonometrică, Box-Cox, erori ARMA, Trend, componente Sezoniere
- (C) Taylor, Box-Cox, ARIMA, Transformare, Smoothing
- (D) Trigonometric, Bayesian, ARMA, Trend, Analiză spectrală

## Întrebarea 2: Răspuns

### TBATS: What Does It Stand For?

<b>T</b>	<b>Trigonometric</b>	Fourier terms for seasonality $\sum [a_n \cos(\frac{2\pi nt}{m}) + b_n \sin(\frac{2\pi nt}{m})]$
<b>B</b>	<b>Box-Cox</b>	Variance stabilization $y^{(\omega)} = (y^\omega - 1)/\omega$
<b>A</b>	<b>ARMA</b>	Error autocorrelation $\phi(L)d_t = \theta(L)\varepsilon_t$
<b>T</b>	<b>Trend</b>	Level + slope (possibly damped) $\ell_t = \ell_{t-1} + \phi b_{t-1}$
<b>S</b>	<b>Seasonal</b>	Multiple seasonal periods $m_1, m_2, \dots, m_T$

Răspuns: (B)

- ☐ Sezonalitate Trigonometrică, transformare Box-Cox, erori ARMA, Trend, componente Sezoniere.

## Întrebarea 3

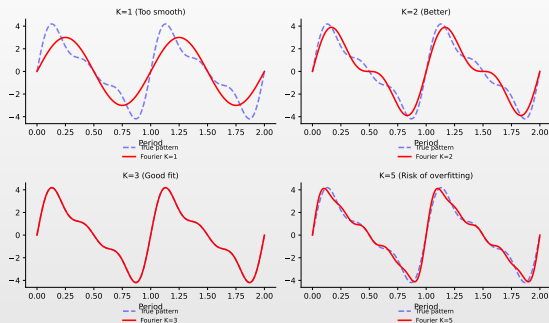
### Întrebare

▣ Ce se întâmplă când creștem numărul de armonici Fourier  $K$ ?

### Variante de răspuns

- (A) Modelul devine mai simplu și mai robust
- (B) Modelul captează tipare sezoniere mai complexe, dar riscă supraajustarea
- (C) Orizontul de prognoză crește proporțional
- (D) Perioada sezonieră  $s$  se schimbă automat

## Întrebarea 3: Răspuns



Răspuns: (B)

- Un  $K$  mai mare captează tipare sezoniere mai complexe, dar crește riscul de supraajustare. Maximul este  $K \leq s/2$ .

## Întrebarea 4

### Întrebare

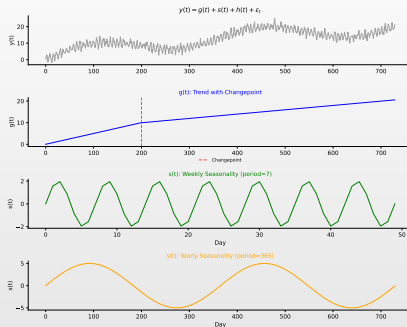
□ Care sunt componentele principale în modelul Prophet  $y(t) = g(t) + s(t) + h(t) + \varepsilon_t$ ?

### Variante de răspuns

- (A)  $g(t)$  = volatilitate GARCH,  $s(t)$  = test de staționaritate,  $h(t)$  = heteroscedasticitate
- (B)  $g(t)$  = creștere (trend cu changepoints),  $s(t)$  = sezonalitate,  $h(t)$  = efecte de sărbători
- (C)  $g(t)$  = zgomot gaussian,  $s(t)$  = netezire,  $h(t)$  = termeni armonici
- (D)  $g(t)$  = gradient,  $s(t)$  = densitate spectrală,  $h(t)$  = exponent Hurst



## Întrebarea 4: Răspuns



Răspuns: (B)

- $g(t)$  = trend cu changepoints,  $s(t)$  = sezonaliitate (termeni Fourier),  $h(t)$  = efecte de sărbători,  $\varepsilon_t$  = termen de eroare.

## Întrebarea 5

### Întrebare

☐ Ce caracteristici cheie are Prophet pe care TBATS nu le are?

### Variante de răspuns

- (A) Sezonaliitate trigonometrică și transformare Box-Cox
- (B) Selecție automată a parametrilor și netezire exponențială
- (C) Efecte de sărbători, regresori externi, changepoints în trend și gestionare nativă a datelor lipsă
- (D) Formulare spațiu-stare și modelare erori ARMA

## Întrebarea 5: Răspuns

**TBATS vs Prophet: Head-to-Head Comparison**

Feature	TBATS	Prophet
Multiple seasonalities	Yes (automatic)	Yes (manual/auto)
Holiday effects	No	Yes (built-in)
External regressors	No	Yes
Trend changepoints	No (smooth)	Yes (automatic)
Missing data	Needs interpolation	Handles natively
Interpretability	Moderate	High
Computation speed	Slow	Fast
High-frequency data	Good	Moderate
Non-integer periods	Yes (e.g., 365.25)	Yes
Best for	Technical/high-freq	Business/daily

### Răspuns: (C)

- ☐ Prophet oferă efecte de sărbători, regresori externi, changepoints în trend și gestionare nativă a datelor lipsă—caracteristici indisponibile în TBATS.

## Bibliografie I

### Prophet

- Taylor, S.J., & Letham, B. (2018). Forecasting at Scale, *The American Statistician*, 72(1), 37–45.
- Harvey, A.C. (1989). *Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman Filter*, Cambridge University Press.

### TBATS și netezire exponențială

- De Livera, A.M., Hyndman, R.J., & Snyder, R.D. (2011). Forecasting Time Series with Complex Seasonal Patterns Using Exponential Smoothing, *JASA*, 106(496), 1513–1527.
- Hyndman, R.J., Koehler, A.B., Ord, J.K., & Snyder, R.D. (2008). *Forecasting with Exponential Smoothing: The State Space Approach*, Springer.
- Taylor, J.W. (2003). Short-term Electricity Demand Forecasting Using Double Seasonal Exponential Smoothing, *Journal of the Operational Research Society*, 54(8), 799–805.

## Bibliografie II

### Comparații și competiții de prognoză

- ▣ Makridakis, S., Spiliotis, E., & Assimakopoulos, V. (2020). The M4 Competition, *International Journal of Forecasting*, 36(1), 54–74.
- ▣ Hyndman, R.J., & Athanasopoulos, G. (2021). *Forecasting: Principles and Practice*, 3rd ed., OTexts.
- ▣ Petropoulos, F., et al. (2022). Forecasting: Theory and Practice, *International Journal of Forecasting*, 38(3), 845–1054.

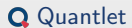
### Resurse online și cod

- ▣ **Quantlet:** <https://quantlet.com> ∽ Depozit de cod pentru statistică
- ▣ **Quantinar:** <https://quantinar.com> ∽ Platformă de învățare metode cantitative
- ▣ **GitHub TSA:** [https://github.com/QuantLet/TSA/tree/main/TSA\\_ch9](https://github.com/QuantLet/TSA/tree/main/TSA_ch9) ∽ Cod Python pentru acest capitol

# Vă Mulțumim!

## Întrebări?

Materialele cursului sunt disponibile la: <https://danpele.github.io/Time-Series-Analysis/>



Quantlet



Quantinar