Analiza și Prognoza Seriilor de Timp

Capitolul 8: Extensii Moderne

Seminar





Cuprins Seminar

Test 1: Exponentul Hurst

Întrebare

O serie de timp are exponentul Hurst $H = 0.8$. Ce ne indică acest lucru?

a) Seria este un mers aleator pur
b) Seria are memorie lungă și este persistentă (trend-following)
c) Seria este anti-persistentă (mean-reverting)
d) Seria este staționară I(0)

Răspunsul pe slide-ul următor...

Test 1: Răspuns

Răspuns: B – Memorie lungă și persistență

Interpretare Exponent Hurst:

- $H = 0.5$: Mers aleator (fără memorie)
- $0.5 < H < 1$: **Persistență** – tendința continuă
- $0 < H < 0.5$: Anti-persistență – revenire la medie

Cu $H = 0.8 > 0.5$:

- Seria are **memorie lungă**
- Valorile mari tind să fie urmate de valori mari
- Autocorrelațiile descresc lent (hiperbolic, nu exponențial)

Test 2: Parametrul de Diferențiere Fracționară

Întrebare

În modelul ARFIMA(p, d, q), parametrul d poate lua valori:

A) Doar valori întregi (0, 1, 2, ...)
B) Doar $d = 0$ sau $d = 1$
C) Orice valoare reală, inclusiv fracționară
D) Doar valori negative

Răspunsul pe slide-ul următor...

Test 2: Răspuns

Răspuns: C – Orice valoare reală

Diferențiere fracționară: $(1 - L)^d$ cu $d \in \mathbb{R}$

Interpretare valori d:

- $d = 0$: Seria staționară (ARMA)
- $0 < d < 0.5$: Memorie lungă, staționară
- $d = 0.5$: Granița staționar/nestaționară
- $0.5 < d < 1$: Memorie lungă, nestaționară
- $d = 1$: Diferențiere completă (ARIMA clasic)

Relația cu Hurst: $d = H - 0.5$

Test 3: Memoria Lungă în Serii Financiare

Întrebare

În ce serie financiară este memoria lungă cel mai frecvent documentată?

A) Prețurile acțiunilor
B) Randamentele zilnice
C) Volatilitatea (pătratul randamentelor)
D) Volumul de tranzacționare

Răspunsul pe slide-ul următor...

Test 3: Răspuns

Răspuns: C – Volatilitatea

Fapte stilizate din finanțe:

- **Randamentele**: Aproximativ fără memorie ($H \approx 0.5$)
- **Volatilitatea**: Memorie lungă pronunțată ($H \approx 0.7 - 0.9$)

De ce?

- Volatility clustering: perioade agitate urmate de perioade agitate
- Persistența șocurilor în varianță
- FIGARCH: modelează explicit memoria lungă în volatilitate

Acest fapt stilizat este baza modelelor FIGARCH și HAR-RV.

Test 4: Feature Engineering

Întrebare

Pentru a aplica Random Forest pe serii de timp, trebuie să creăm:

a) Variabile dummy pentru fiecare observație
b) Caracteristici lag și statistici rolling
c) Transformări Fourier ale seriei
d) Numai prima diferență a seriei

Răspunsul pe slide-ul următor...

Test 4: Răspuns

Răspuns: B – Caracteristici lag și statistici rolling

Feature Engineering pentru Serii de Timp:

- **Lag features**: $y_{t-1}, y_{t-2}, \ldots, y_{t-k}$
- **Rolling statistics**:
  - Media mobilă: $\bar{y}_{t,w}$
  - Deviația standard mobilă: $\sigma_{t,w}$
  - Min/Max pe fereastră
- **Caracteristici calendaristice**: ziua săptămânii, luna, etc.

Important: Transformă problema de prognoză în problemă de regresie supervizată!

Test 5: Validarea Încrucișată pentru Serii de Timp

Întrebare

De ce NU putem folosi k-fold cross-validation standard pentru serii de timp?

a) Este prea lent pentru serii lungi
b) Încalcă ordinea temporală și cauzează data leakage
c) Funcționează doar pentru clasificare
d) Necesită prea multe date

Răspunsul pe slide-ul următor...

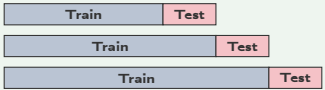
Test 5: Răspuns

Răspuns: B – Încalcă ordinea temporală

Problema cu k-fold standard:

- Amestecă observațiile temporal
- Antrenează pe date din viitor, testează pe trecut
- **Data leakage** $\Rightarrow$ performanță supraestimată

Soluția: Time Series Split (Walk-Forward)



Test 6: Importanța Variabilelor în Random Forest

Întrebare

Importanța variabilelor în Random Forest pentru serii de timp ne ajută să:

A) Să eliminăm toate variabilele cu importanță mică
B) Să identificăm care lag-uri și caracteristici sunt cele mai predictive
C) Să determinăm cauzalitatea Granger
D) Să calculăm intervalele de încredere

Răspunsul pe slide-ul următor...

Test 6: Răspuns

Răspuns: B – Identifică caracteristicile predictive

Utilizări ale importanței variabilelor:

- Înțelegerea structurii temporale
- Selectarea numărului optim de lag-uri
- Identificarea factorilor relevanți

Atenție:

- Importanța NU implică cauzalitate
- Variabilele corelate pot împărtăși importanța
- Folosiți pentru interpretare, nu pentru inferență cauzală

Test 7: Avantajul LSTM

Întrebare

Care este principalul avantaj al LSTM față de RNN simple?

A) Este mai rapidă la antrenare
B) Rezolvă problema gradienților care dispar/explodează
C) Necesită mai puține date
D) Este mai ușor de interpretat

Răspunsul pe slide-ul următor...

Test 7: Răspuns

Răspuns: B – Rezolvă problema gradienților

Problema RNN Simple:

- Gradienții scad exponențial cu lungimea secvenței
- Nu pot învăța dependențe pe termen lung

Soluția LSTM:

- **Cell state**: Autostradă pentru flux de informație
- **Forget gate**: Decide ce să uite
- **Input gate**: Decide ce să rețină
- **Output gate**: Decide ce să producă

Gradienții pot „curge" prin cell state fără degradare!

Test 8: Pregătirea Datelor pentru LSTM

Întrebare

Înainte de antrenarea LSTM, datele trebuie:

A) Transformate logaritmic
B) Normalizate/standardizate la intervalul [0,1] sau [-1,1]
C) Diferențiate de ordinul 2
D) Convertite la numere întregi

Răspunsul pe slide-ul următor...

Test 8: Răspuns

Răspuns: B – Normalizate/standardizate

De ce normalizare?

- Funcțiile de activare (sigmoid, tanh) funcționează în intervale limitate
- Convergență mai rapidă
- Stabilitate numerică

Metode comune:

- **Min-Max**: $x' = \frac{x - x_{min}}{x_{max} - x_{min}} \rightarrow [0, 1]$
- **Standard**: $x' = \frac{x - \mu}{\sigma} \rightarrow$ media 0, std 1

Important: Fit pe train, transform pe train+test!

Test 9: Hiperparametri LSTM

Întrebare

Care NU este un hiperparametru tipic pentru LSTM?

a) Numărul de unități (neuroni) pe strat
b) Lungimea secvenței de intrare
c) Learning rate
d) Parametrul de diferențiere d

Răspunsul pe slide-ul următor...

Test 9: Răspuns

Răspuns: D – Parametrul d

d este specific modelelor ARFIMA, nu LSTM!

Hiperparametri LSTM:

- **Arhitectură**: nr. straturi, unități/strat
- **Secvență**: lungime lookback
- **Training**: learning rate, batch size, epochs
- **Regularizare**: dropout, early stopping

Tuning: Grid search sau Bayesian optimization cu time series CV

Problemă 1: Estimarea Exponentului Hurst

Enunț

Fie seria zilnică de randamente Bitcoin. Estimați exponentul Hurst folosind metoda R/S și interpretați rezultatul.

Pași de rezolvare:

1. Calculați media pe subintervale de diferite lungimi n
2. Pentru fiecare n: calculați Range(R) și Std(S)
3. Raportul R/S crește ca n^H
4. Fit regresie: $\log(R/S) = H \cdot \log(n) + c$

Cod Python: `nolds.hurst_rs(returns)`

Problemă 1: Soluție și Interpretare

Rezultat Tipic pentru Bitcoin

- Randamente: $H \approx 0.45 - 0.55$ (aproape mers aleator)
- Volatilitate ($|\text{returns}|$): $H \approx 0.75 - 0.85$ (memorie lungă!)

Interpretare:

- Randamentele sunt greu de prognozat (EMH aproximativ validă)
- Volatilitatea este predictibilă pe termen lung
- Implicații pentru managementul riscului și VaR

Aplicație: Modelele FIGARCH pot fi superioare GARCH standard

Problemă 2: Random Forest pentru Prognoză

Enunț

Construiți un model Random Forest pentru prognoza prețului Bitcoin la orizontul de 1 zi. Evaluați folosind TimeSeriesSplit.

Pipeline:

1. **Feature engineering**:
   - Lag-uri: $y_{t-1}, y_{t-2}, \ldots, y_{t-7}$
   - Rolling mean/std: 7, 14, 30 zile
2. **Train/Test split**: TimeSeriesSplit(n_splits=5)
3. **Model**: RandomForestRegressor(n_estimators=100)
4. **Evaluare**: RMSE, MAE, Direction Accuracy

Problemă 2: Cod și Rezultate

Cod Python

```
from sklearn.ensemble import RandomForestRegressor
from sklearn.model_selection import TimeSeriesSplit

tscv = TimeSeriesSplit(n_splits=5)
rf = RandomForestRegressor(n_estimators=100)

for train_idx, test_idx in tscv.split(X):
    rf.fit(X[train_idx], y[train_idx])
    pred = rf.predict(X[test_idx])
```

Rezultate tipice:

- Direction accuracy: 52-55% (puțin peste random)
- Feature importance: lag-1 și rolling_std domină

Problemă 3: LSTM pentru Serii de Timp

Enunț

Implementați un model LSTM simplu pentru prognoza Bitcoin. Comparați cu Random Forest.

Arhitectură LSTM simplă:

1. Input: secvențe de 30 de zile
2. LSTM layer: 50 unități
3. Dense output: 1 neuron (prognoza)
4. Loss: MSE, Optimizer: Adam

Pași importanți:

- Normalizare MinMaxScaler
- Reshape la [samples, timesteps, features]
- Early stopping pentru a evita overfitting

Problemă 3: Cod LSTM

Cod Keras/TensorFlow

```
from tensorflow.keras.models import Sequential
from tensorflow.keras.layers import LSTM, Dense

model = Sequential([
    LSTM(50, input_shape=(30, 1)),
    Dense(1)
])

model.compile(optimizer='adam', loss='mse')
model.fit(X_train, y_train, epochs=50,
          validation_split=0.1, verbose=0)
```

Comparație tipică RF vs LSTM:

- RMSE similar (LSTM ușor mai bun pe date netede)
- RF: mai rapid, mai interpretabil
- LSTM: captează mai bine pattern-uri complexe

Rezumat: Când să Folosim Fiecare Metodă

ARFIMA

- Serii cu memorie lungă (volatilitate, hidrologie)
- Când $0 < d < 0.5$ este teoretic justificat
- Interpretabilitate statistică importantă

Random Forest

- Relații neliniare între caracteristici
- Feature importance pentru înțelegere
- Date structurate, nu foarte lungi

LSTM

- Secvențe lungi cu dependențe complexe
- Date suficiente pentru deep learning
- Pattern-uri dificil de capturat cu metode clasice

Formule Cheie

ARFIMA și Memorie Lungă

- Diferențiere fracționară: $(1-L)^d y_t = \varepsilon_t$
- Exponent Hurst: $d = H - 0.5$
- ACF pentru memorie lungă: $\rho(k) \sim k^{2d-1}$ (descreștere lentă)

Machine Learning

- Feature lag: $X_t = [y_{t-1}, y_{t-2}, \ldots, y_{t-k}]$
- RMSE: $\sqrt{\frac{1}{n}\sum(y_i - \hat{y}_i)^2}$
- Direction Accuracy: $\frac{1}{n}\sum 1[\text{sign}(\Delta y) = \text{sign}(\Delta \hat{y})]$

LSTM

- Forget gate: $f_t = \sigma(W_f \cdot [h_{t-1}, x_t] + b_f)$
- Cell update: $C_t = f_t * C_{t-1} + i_t * \tilde{C}_t$

Vă mulțumesc!

Întrebări?

danpele@ase.ro