Analiza și Prognoza seriilor de timp

Capitolul 1: Introducere în Analiza seriilor de timp

Daniel Traian PELE

Academia de Studii Economice din București
IDA Institute Digital Assets
Blockchain Research Center
AI4EFin Artificial Intelligence for Energy Finance
Academia Română, Institutul de Prognoză Economică
MSCA Digital Finance

Obiective de învățare

La sfârșitul acestui capitol, veți fi capabili să:

1. **Înțelegeți** procesele stochastice și realizările lor
2. **Definiți** staționaritatea strictă și slabă (de covarianță)
3. **Distingeți** între zgomot alb și mers aleatoriu
4. **Calculați** și interpretați funcția de autocorelație (ACF)
5. **Aplicați** funcția de autocorelație parțială (PACF)
6. **Utilizați** operatorul lag și diferențierea
7. **Efectuați** testul ADF pentru rădăcină unitate
8. **Aplicați** testul KPSS și interpretați rezultatele combinate

Structura capitolului

Proces stochastic: definiție

Definiție 1 (Proces Stochastic)

Un **proces stochastic** este o colecție de variabile aleatoare indexate după timp:

$$\{X_t(\omega) : t \in \mathcal{T}, \omega \in \Omega\}$$

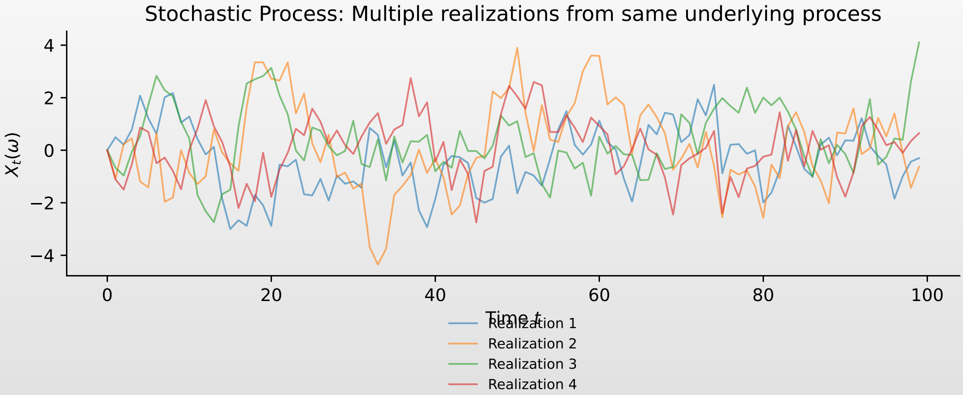
unde Ω este spațiul de selecție al rezultatelor posibile.

Două perspective:

- ω **fix**: O *realizare* sau *traiectorie de selecție* $\{X_t(\omega)\}_{t\in\mathcal{T}}$
- t **fix**: O *variabilă aleatoare* X_t cu distribuția $F_t(x)$

Observație cheie: O serie de timp pe care o observăm este **o realizare** a procesului stochastic subiacent. Folosim această singură realizare pentru a deduce proprietățile procesului.

Proces stochastic: ilustrație vizuală



Fiecare linie este o realizare diferită din același proces stochastic subiacent. Observăm doar o realizare dar vrem să înțelegem procesul.

Momentele unui Proces Stochastic

Primele două momente caracterizează proprietățile slabe:

Funcția de Medie: $\mu_t = \mathbb{E}[X_t]$

Funcția de autocovarianță (ACVF):

$$\gamma(t, s) = \mathrm{Cov}(X_t, X_s) = \mathbb{E}[(X_t - \mu_t)(X_s - \mu_s)]$$

Funcția de Autocorelație (ACF):

$$\rho(t, s) = \frac{\gamma(t, s)}{\sqrt{\mathrm{Var}(X_t) \cdot \mathrm{Var}(X_s)}}$$

Proprietăți: $\rho(t, s) \in [-1, 1]$ și $\rho(t, t) = 1$

De ce Contează Staționaritatea

Staționaritatea este o ipoteză fundamentală pentru analiza seriilor de timp:

Fără Staționaritate:

- Media, varianța se schimbă în timp
- Trecutul poate să nu prezică viitorul
- Metodele standard eșuează
- Corelații false

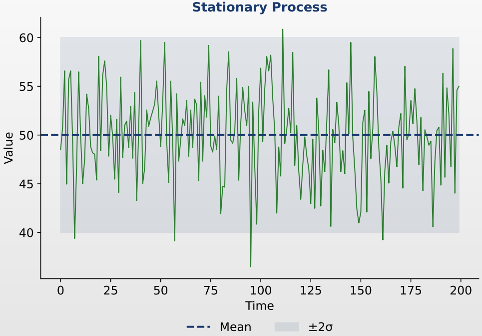
Cu Staționaritate:

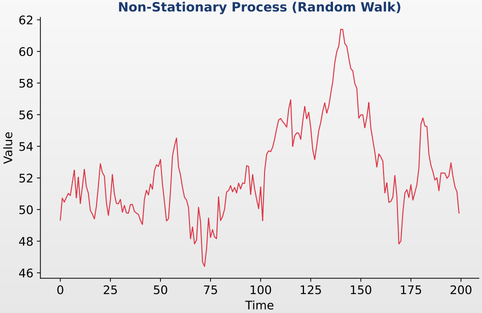
- Proprietăți statistice constante
- Putem estima din o singură realizare
- Inferență validă posibilă
- Modelele sunt semnificative

Principiu Cheie

Majoritatea modelelor de serii de timp (ARMA, ARIMA, etc.) necesită staționaritate. Seriile nestaționare trebuie transformate (de ex., diferențiere) înainte de modelare.

Staționar vs nestaționar: comparație Vizuală





- **Staționar**: Medie și varianță constante – fluctuează în jurul unui nivel fix
- **Nestaționar**: Media și/sau varianța se schimbă în timp
- Inspecția vizuală este primul pas; testele formale (ADF, KPSS) confirmă

TSA_ch1_stationarity

Staționaritate strictă

Definiție 2 (Staționaritate strictă (Puternică))

Un proces $\{X_t\}$ este **strict staționar** dacă pentru toți k, toți $t_1, \ldots, t_k$ și toți h:

$$(X_{t_1}, X_{t_2}, \ldots, X_{t_k}) \stackrel{d}{=} (X_{t_1+h}, X_{t_2+h}, \ldots, X_{t_k+h})$$

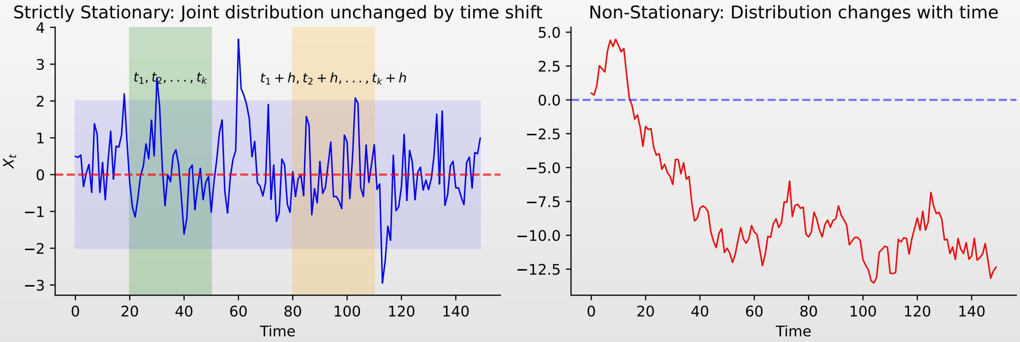
Interpretare: Distribuția comună a oricărei colecții de observații este **invariantă la deplasări temporale**.

Implicații:

- Toate distribuțiile marginale $F_{X_t}(x)$ sunt identice
- $\mathbb{E}[X_t] = \mu$ (medie constantă)
- $\text{Var}(X_t) = \sigma^2$ (varianță constantă)
- Distribuțiile comune depind doar de *diferențele* temporale

Notă: Staționaritatea strictă este o condiție puternică, adesea impractică de verificat.

Staționaritate strictă: ilustrație vizuală



Staționar: oricare două ferestre au aceeași distribuție comună. Nestaționar: distribuția se schimbă în timp.

Staționaritate slabă (de Covarianță)

Definiție 3 (Staționaritate slabă)

Un proces $\{X_t\}$ este **slab staționar** (sau staționar de covarianță) dacă:

1. $\mathbb{E}[X_t] = \mu$ (medie constantă)
2. $\text{Var}(X_t) = \sigma^2 < \infty$ (varianță constantă, finită)
3. $\text{Cov}(X_t, X_{t+h}) = \gamma(h)$ (covarianța depinde doar de lag-ul h)

Proprietate cheie: Autocovarianța este o funcție doar de lag:

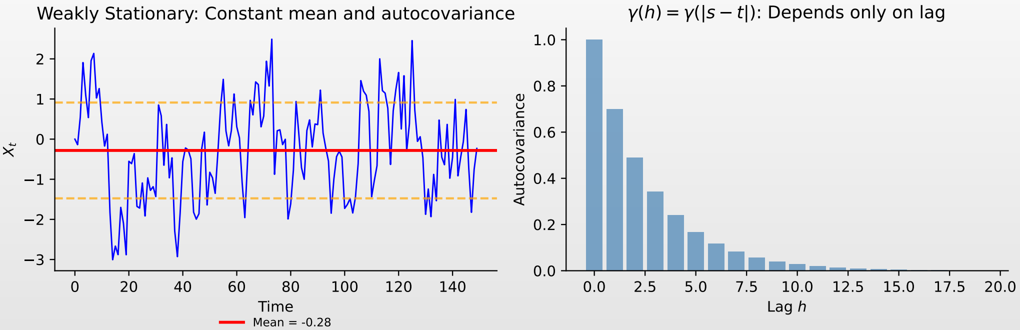
$$\gamma(h) = \text{Cov}(X_t, X_{t+h}) = \mathbb{E}[(X_t - \mu)(X_{t+h} - \mu)]$$

Funcția de autocorelație:

$$\rho(h) = \frac{\gamma(h)}{\gamma(0)} = \frac{\text{Cov}(X_t, X_{t+h})}{\text{Var}(X_t)}$$

Notă: $\rho(0) = 1$ și $\rho(h) = \rho(-h)$ (simetrie)

Staționaritate slabă: ilustrație vizuală



Stânga: medie și varianță constante. Dreapta: autocovarianța depinde doar de lag-ul h, nu de timpul t.

Proprietățile funcției de autocovarianță

Pentru un proces slab staționar, ACVF $\gamma(h)$ satisface:

1. **Simetrie:** $\gamma(h) = \gamma(-h)$
2. **Maxim la zero:** $|\gamma(h)| \leq \gamma(0)$
3. **Definit nenegativ**

Implicație: Nu orice funcție poate fi o funcție de autocovarianță.

Procesul de Zgomot Alb

Definiție 4 (Zgomot Alb)

Un proces $\{\varepsilon_t\}$ este **zgomot alb**, notat $\varepsilon_t \sim WN(0, \sigma^2)$, dacă:

1. $\mathbb{E}[\varepsilon_t] = 0$ pentru toți t
2. $\text{Var}(\varepsilon_t) = \sigma^2$ pentru toți t
3. $\text{Cov}(\varepsilon_t, \varepsilon_s) = 0$ pentru $t \neq s$

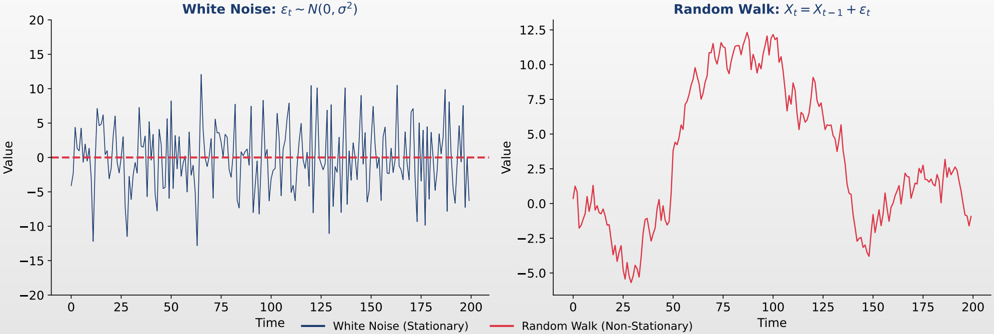
ACF al Zgomotului Alb:

$$\rho(h) = \begin{cases} 1 & \text{dacă } h = 0 \\ 0 & \text{dacă } h \neq 0 \end{cases}$$

Tipuri:

- **Zgomot alb slab**: Necorelat (condițiile de mai sus)
- **Zgomot alb puternic**: Independent și identic distribuit (i.i.d.)
- **Zgomot alb Gaussian**: $\varepsilon_t \overset{iid}{\sim} N(0, \sigma^2)$

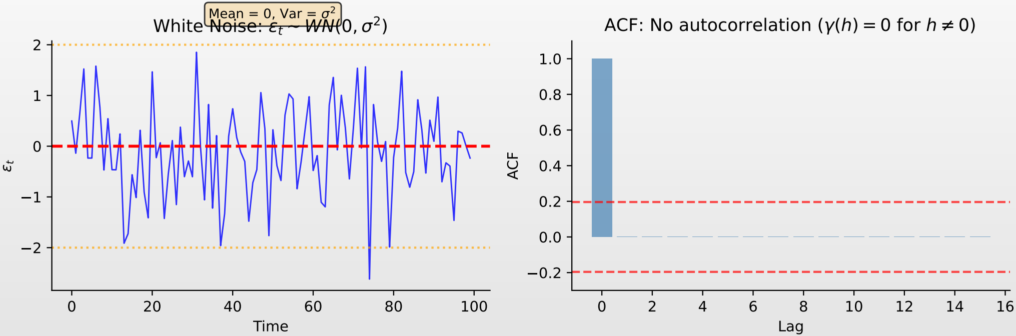
Zgomot alb vs mers aleatoriu: comparație



- **Zgomot alb**: Fluctuează în jurul lui zero – staționar, varianță constantă
- **Mers aleatoriu**: Suma cumulativă a zgomotului alb – rătăcește, nestaționar
- Mersul aleatoriu este cel mai simplu proces nestaționar (rădăcină unitate)

TSA_ch1_wn_rw

Zgomot alb: ilustrație vizuală



Stânga: zgomotul alb fluctuează în jurul lui zero cu varianță constantă. Dreapta: ACF arată nicio autocorelație (toate zero după lag 0).

Procesul de Mers aleatoriu

Definiție: $X_t = X_{t-1} + \varepsilon_t$ unde $\varepsilon_t \sim WN(0, \sigma^2)$, $X_0 = 0$

Forma explicită: $X_t = \sum_{i=1}^{t} \varepsilon_i$

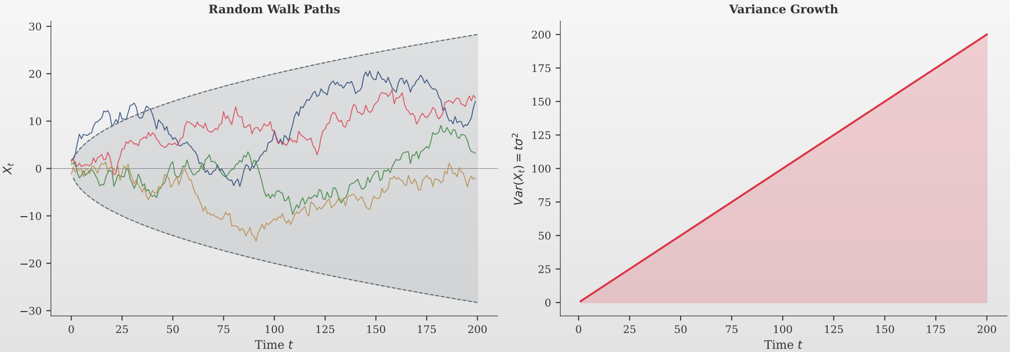
Proprietăți:

- $\mathbb{E}[X_t] = 0$ (medie constantă)
- $\text{Var}(X_t) = t\sigma^2$ (varianța crește în timp!)
- $\text{Cov}(X_t, X_s) = \min(t, s) \cdot \sigma^2$

Nestaționar!

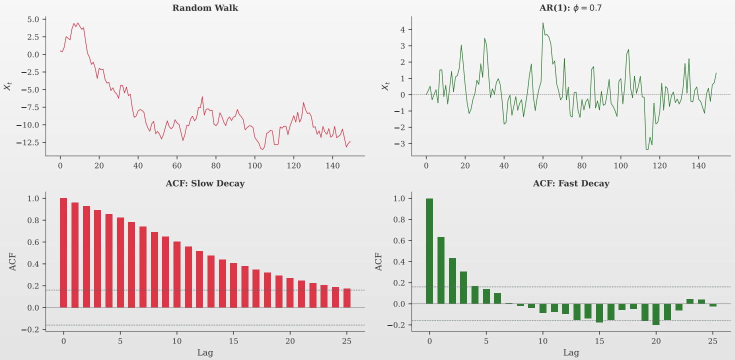
Mersul aleatoriu **nu este staționar** deoarece varianța depinde de t.

Mers aleatoriu: vizualizare



Stânga: Traiectorii multiple divergă în timp. **Dreapta:** Varianța crește liniar: $\text{Var}(X_t) = t\sigma^2$.

Staționar vs nestaționar: comparație



Diagnostic cheie: ACF al procesului staționar scade rapid; ACF al mersului aleatoriu scade foarte lent.

Funcția de autocorelație din eșantion

ACF din eșantion la lag-ul h:

$$\hat{\rho}(h) = \frac{\sum_{t=1}^{T-h}(x_t - \bar{x})(x_{t+h} - \bar{x})}{\sum_{t=1}^{T}(x_t - \bar{x})^2}$$

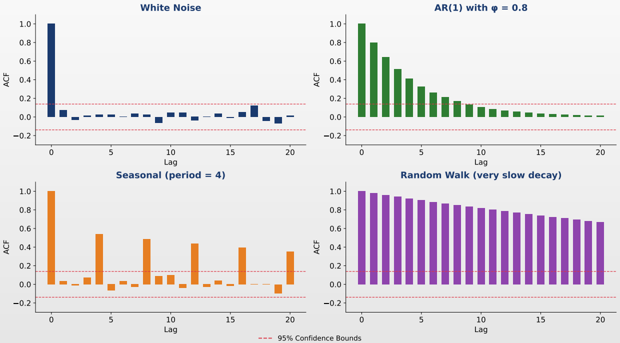
Proprietăți:

- $\hat{\rho}(0) = 1$ întotdeauna
- $|\hat{\rho}(h)| \leq 1$

Test de semnificație: Sub zgomot alb, $\hat{\rho}(h) \approx N(0, 1/T)$

Limite 95%: $\pm 1.96/\sqrt{T}$

Tipare ACF pentru diferite procese



- **Zgomot alb**: ACF scade la zero imediat (nicio dependență)
- **AR(1)**: ACF scade exponențial – indică structură autoregresivă
- **Sezonier**: ACF arată vârfuri la lag-uri sezoniere (de ex., 12, 24 pentru lunar)
- **Mers aleatoriu**: ACF scade foarte lent – semn de nestaționaritate

TSA_ch1_acf_examples

Funcția de autocorelație parțială (PACF)

PACF ϕ_{hh}: Corelația dintre X_t și X_{t+h} după eliminarea efectului liniar al $X_{t+1}, \ldots, X_{t+h-1}$.

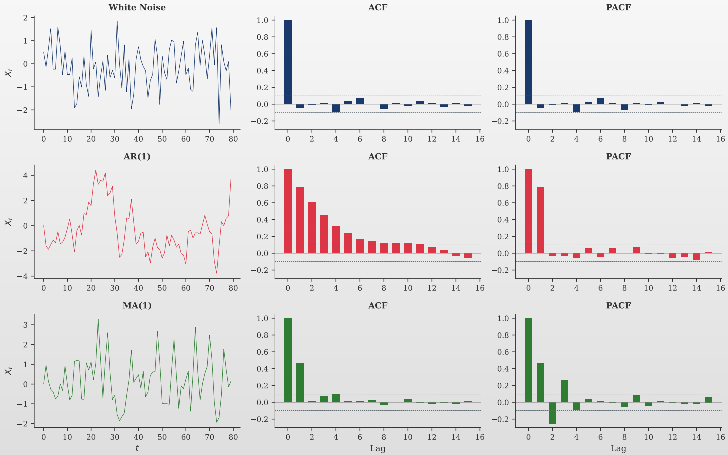
Interpretare:

- $\phi_{11} = \rho(1)$ (același ca ACF la lag 1)
- $\phi_{22} =$ corelația lui X_t, X_{t+2} controlând pentru X_{t+1}
- Măsoară dependența *directă* la lag-ul h

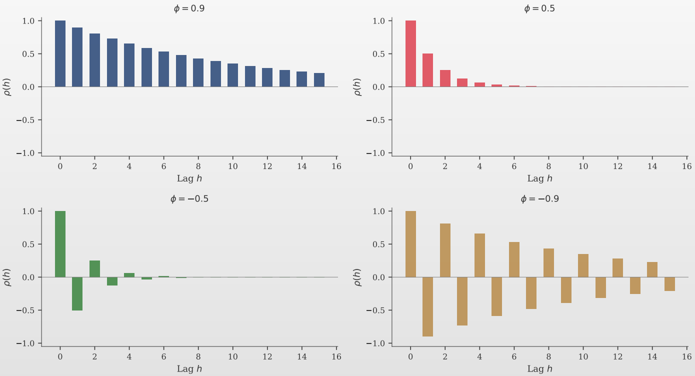
Aplicație cheie: Identificarea ordinului AR

- Pentru AR(p): PACF **se întrerupe** după lag-ul p
- Pentru MA(q): ACF **se întrerupe** după lag-ul q

Tipare ACF și PACF



ACF teoretic pentru AR(1)



Pentru AR(1): $X_t = \phi X_{t-1} + \varepsilon_t$, ACF teoretic este $\rho(h) = \phi^h$.

Operatorul lag

Definiție 5 (Operatorul lag)

Operatorul lag (sau operatorul de întârziere) L este definit prin:

$$LX_t = X_{t-1}$$

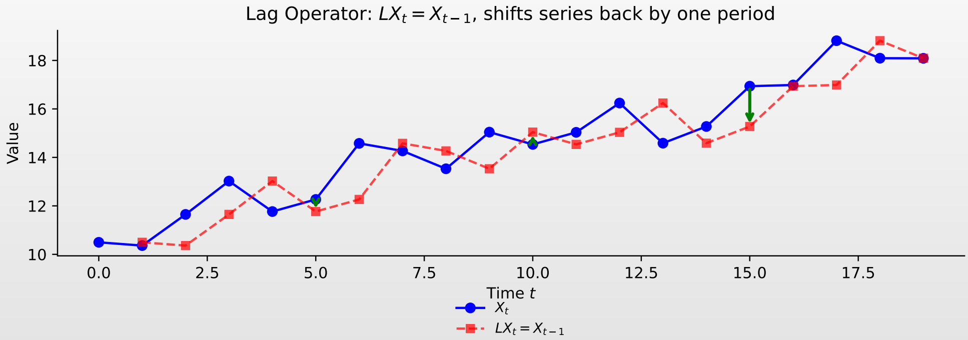
Proprietăți:

- $L^k X_t = X_{t-k}$ (întârziere cu k perioade)
- $L^0 = I$ (identitate)
- $(1 - \phi L)X_t = X_t - \phi X_{t-1}$

Exemple:

- AR(1): $(1 - \phi L)X_t = \varepsilon_t$
- MA(1): $X_t = (1 + \theta L)\varepsilon_t$
- AR(p): $(1 - \phi_1 L - \phi_2 L^2 - \cdots - \phi_p L^p)X_t = \varepsilon_t$

Operatorul lag: ilustrație vizuală



Operatorul lag L deplasează fiecare observație înapoi cu o perioadă de timp: $LX_t = X_{t-1}$.

Diferențierea

Prima diferență: $\Delta X_t = X_t - X_{t-1} = (1 - L)X_t$

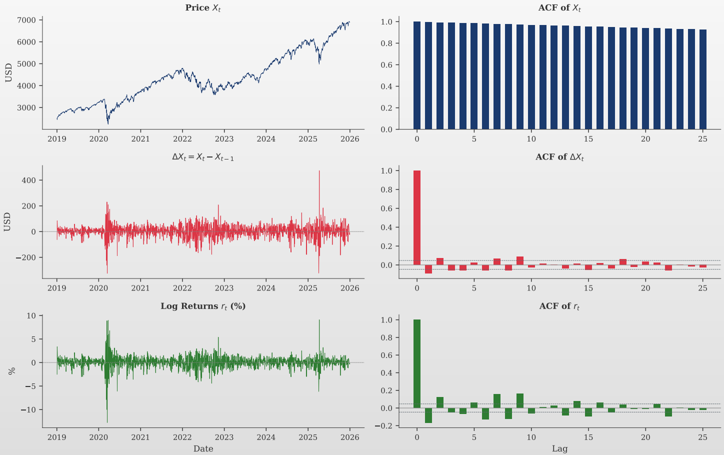
De ce diferențiem?

- Elimină trendul și rădăcina unitate
- Mers aleatoriu: $\Delta X_t = \varepsilon_t$ (zgomot alb)

Proces integrat: $X_t \sim I(d)$ dacă $\Delta^d X_t$ este staționar

- $I(0)$: Staționar (nu necesită diferențiere)
- $I(1)$: Necesită o diferențiere
- $I(2)$: Necesită două diferențieri

Efectul diferențierii: S&P 500



Testul Augmented Dickey-Fuller (ADF)

Model: $\Delta X_t = \alpha + \gamma X_{t-1} + \sum_{i=1}^{p} \delta_i \Delta X_{t-i} + \varepsilon_t$

Ipoteze:

- H_0: $\gamma = 0$ (rădăcină unitate)
- H_1: $\gamma < 0$ (staționar)

Decizie:

- $\tau <$ valoare critică $\Rightarrow$ Respingem H_0 $\Rightarrow$ Staționar
- $\tau \geq$ valoare critică $\Rightarrow$ Nestaționar

Valori critice: distribuția Dickey-Fuller (nu normală)

Statistica de test:

$$\tau = \frac{\hat{\gamma}}{SE(\hat{\gamma})}$$

Testul KPSS

Model: $X_t = \xi t + r_t + \varepsilon_t$ unde $r_t = r_{t-1} + u_t$

Ipoteze (opuse față de ADF):

- H_0: $\sigma_u^2 = 0$ (staționar)
- H_1: $\sigma_u^2 > 0$ (rădăcină unitate)

Statistica de test:

$$LM = \frac{\sum_{t=1}^{T} S_t^2}{T^2 \hat{\sigma}^2}$$

unde $S_t = \sum_{i=1}^{t} \hat{e}_i$

Decizie:

- $LM >$ valoare critică $\Rightarrow$ Respingem H_0 $\Rightarrow$ Nestaționar
- $LM \leq$ valoare critică $\Rightarrow$ Staționar

Notă: KPSS complementează ADF—folosiți ambele pentru concluzii robuste.

Folosirea ADF și KPSS împreună

Testare confirmatorie pentru concluzii robuste:

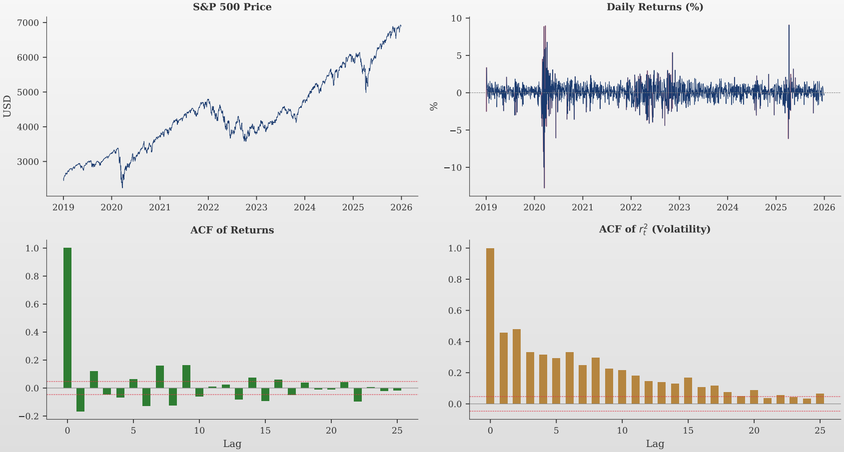
ADF	KPSS	Concluzie
Respingem H_0	Nu respingem H_0	Staționar
Nu respingem H_0	Respingem H_0	Rădăcină Unitate
Respingem H_0	Respingem H_0	Neconcludent
Nu respingem H_0	Nu respingem H_0	Neconcludent

Flux de lucru recomandat:

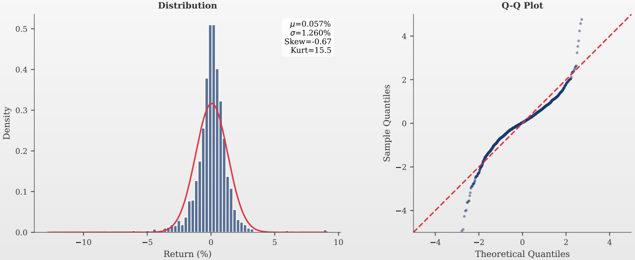
1. Rulați testul ADF (nulă = rădăcină unitate)
2. Rulați testul KPSS (nulă = staționar)
3. Dacă rezultatele coincid, procedați cu încredere
4. Dacă neconcludent, considerați teste alternative (PP, DF-GLS)

Testul ADF: vizualizare cu S&P 500

Analiza S&P 500: prezentare generală



Fapte stilizate ale Randamentelor Financiare



Proprietăți observate:

- Asimetrie negativă (coadă stângă)
- Kurtoză excesivă ($\gg 3$)
- Cozi groase (heavy tails)

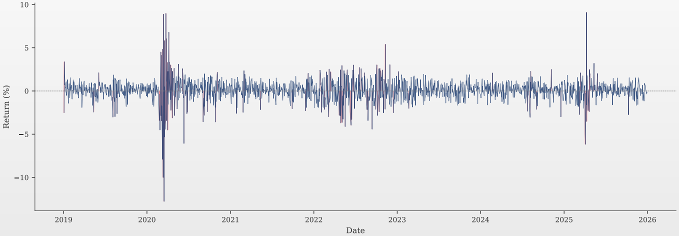
Implicații:

- Distribuția normală inadecvată
- Evenimente extreme mai probabile
- Necesită distribuție Student-t sau similară

Gruparea volatilității

Fapt Stilizat

Randamentele mari (pozitive sau negative) tind să fie urmate de randamente mari. Această **grupare a volatilității** motivează modelele ARCH/GARCH (capitolele viitoare).



Concluzii cheie

1. **Proces stochastic** = colecție de variabile aleatoare indexate după timp
2. **Realizare** = o traiectorie observată din procesul stochastic subiacent
3. **Staționaritate slabă**: Medie constantă, varianță constantă, autocovarianță depinde doar de lag
4. **Zgomot alb**: Proces necorelat cu medie zero și varianță constantă
5. **Mers aleatoriu**: Suma cumulativă a zgomotului alb — nestaționar
6. **ACF/PACF**: Instrumente esențiale pentru identificarea structurii de dependență
7. **Operatorul lag**: $LX_t = X_{t-1}$; diferențiere: $\Delta X_t = X_t - X_{t-1}$
8. **Testul ADF**: H_0: rădăcină unitate (nestaționar)
9. **Testul KPSS**: H_0: staționar — folosiți împreună cu ADF pentru concluzii robuste

Formule importante I

Staționaritate slabă

- $\mathbb{E}[X_t] = \mu$ (medie constantă)
- $\mathrm{Var}(X_t) = \sigma^2 < \infty$ (varianță constantă)
- $\mathrm{Cov}(X_t, X_{t+h}) = \gamma(h)$ (depinde doar de lag)

Zgomot alb: $\varepsilon_t \sim WN(0, \sigma^2)$

$\mathbb{E}[\varepsilon_t] = 0, \quad \mathrm{Var}(\varepsilon_t) = \sigma^2, \quad \mathrm{Cov}(\varepsilon_t, \varepsilon_s) = 0$ pentru $t \neq s$

Mers aleatoriu

$X_t = X_{t-1} + \varepsilon_t \quad \Rightarrow \quad \mathrm{Var}(X_t) = t\sigma^2$ (nestaționar!)

Formule importante II

Autocovarianță și Autocorelație

$\gamma(h) = \text{Cov}(X_t, X_{t+h})$ $\qquad$ $\rho(h) = \frac{\gamma(h)}{\gamma(0)}$

ACF din eșantion

$\hat{\rho}(h) = \frac{\sum_{t=1}^{T-h}(x_t - \bar{x})(x_{t+h} - \bar{x})}{\sum_{t=1}^{T}(x_t - \bar{x})^2}$

Operatorul lag și Diferențierea

$LX_t = X_{t-1}$ $\qquad$ $\Delta X_t = (1 - L)X_t = X_t - X_{t-1}$

Test ADF

H_0: $\gamma = 0$ (rădăcină unitate) $\quad$ vs $\quad$ H_1: $\gamma < 0$ (staționar)

Previzualizare capitolul următor

Capitolul 2: Modele ARMA

- Modele Autoregresive (AR)
- Modele de Medie Mobilă (MA)
- Modele ARMA combinate
- Identificarea modelului folosind ACF/PACF
- Estimarea parametrilor
- Diagnosticarea modelului
- Prognoza

Întrebarea quiz 1

Întrebare

O serie de timp Y_t arată mișcare ascendentă de-a lungul anilor plus tipare repetitive în fiecare trimestru. Ce componente sunt prezente?

(A) Doar trend

(B) Doar sezonalitate

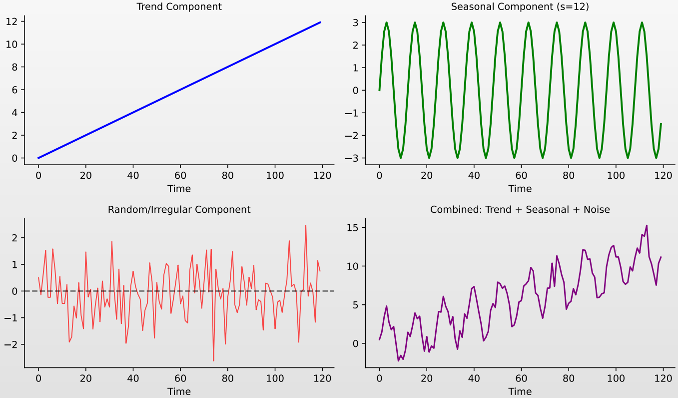
(C) Trend și Sezonalitate

(D) Doar zgomot aleatoriu

Întrebarea quiz 1: Răspuns

Răspuns Corect: (C) Trend și Sezonalitate

Mișcare ascendentă = Trend; Tipare trimestriale = Sezonalitate (s=4)



Întrebarea quiz 2

Întrebare

Care dintre următoarele este o caracteristică a unei serii de timp staționare?

(A) Media se schimbă în timp
- Estimatorul punctual: $\bar{x} = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i$
- Proprietăți: nedeplasare, consistență

(B) Varianța crește în timp
- Măsoară dispersia în jurul mediei
- Estimator: $s^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x})^2$

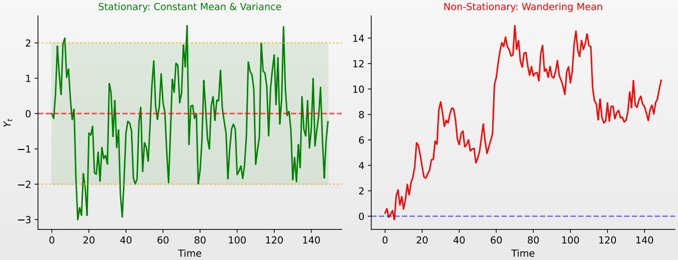
(C) Medie și varianță constante în timp

(D) Conține o componentă de trend

Întrebarea quiz 2: Răspuns

Răspuns Corect: (C) Medie și varianță constante în timp

Staționaritatea necesită: medie constantă, varianță constantă și autocovarianța depinde doar de lag.



Întrebarea quiz 3

Întrebare

Pentru un proces de zgomot alb, cum arată ACF la lag-uri $k > 0$?

(A) Descreștere exponențială

(B) Toate valorile semnificative și pozitive

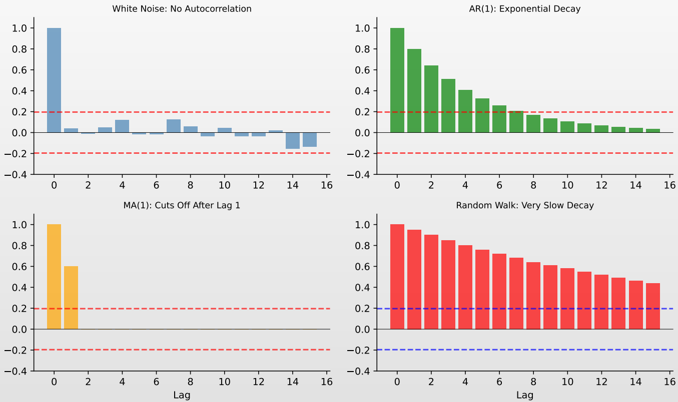
(C) Toate valorile aproximativ zero (în interiorul benzilor de încredere)

(D) Alternare pozitiv și negativ

Întrebarea quiz 3: Răspuns

Răspuns Corect: (C) Aproximativ zero în interiorul benzilor de încredere

Zgomotul alb nu are autocorelație: $\rho_k = 0$ pentru toți $k \neq 0$.



Întrebarea quiz 4

Întrebare

Care este diferența cheie între zgomotul alb și mersul aleatoriu?

(A) Zgomotul alb are trend, mersul aleatoriu nu

(B) Mersul aleatoriu este suma cumulativă a zgomotului alb

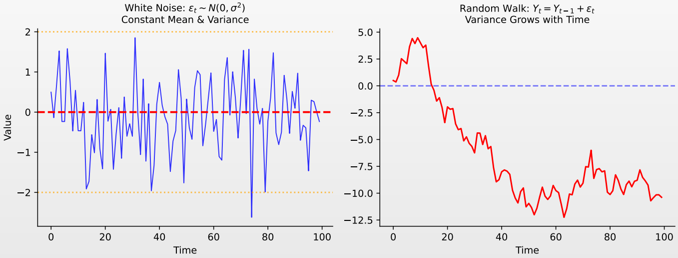
(C) Ambele sunt procese staționare

(D) Zgomotul alb are varianță mai mare

Întrebarea quiz 4: Răspuns

Răspuns Corect: (B) Mers aleatoriu = suma cumulativă a zgomotului alb

$Y_t = Y_{t-1} + \varepsilon_t = \sum_{i=1}^{t} \varepsilon_i$ unde ε_t este zgomot alb.



Întrebarea quiz 5

Întrebare

Care metrică de eroare a prognozei este cea mai sensibilă la erori mari (valori aberante)?

(A) MAE (Eroarea Medie Absolută)

(B) RMSE (Rădăcina Erorii Medii Pătratice)

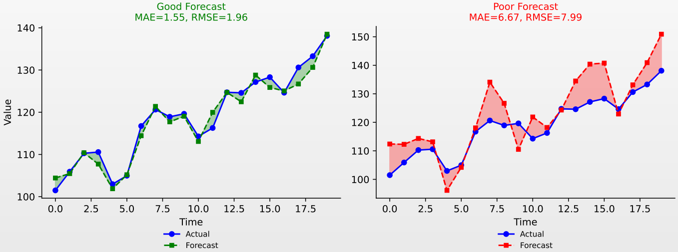
(C) MAPE (Eroarea Medie Absolută Procentuală)

(D) Toate sunt la fel de sensibile

Întrebarea quiz 5: Răspuns

Răspuns Corect: (B) RMSE

RMSE ridică la pătrat erorile, deci erorile mari au impact disproporționat: $\sqrt{\frac{1}{n}\sum e_t^2}$



Întrebarea quiz 6

Întrebare

Când ar trebui să folosiți descompunerea multiplicativă în loc de cea aditivă?

(A) Când seria nu are trend

(B) Când amplitudinea sezonieră este constantă

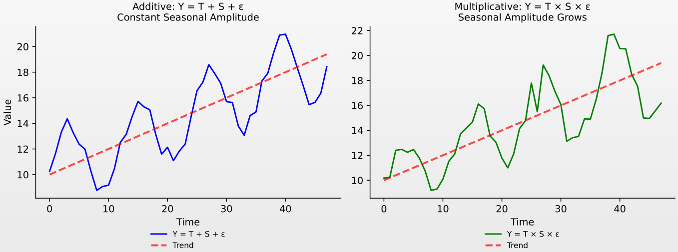
(C) Când amplitudinea sezonieră crește odată cu nivelul seriei

(D) Când seria este staționară

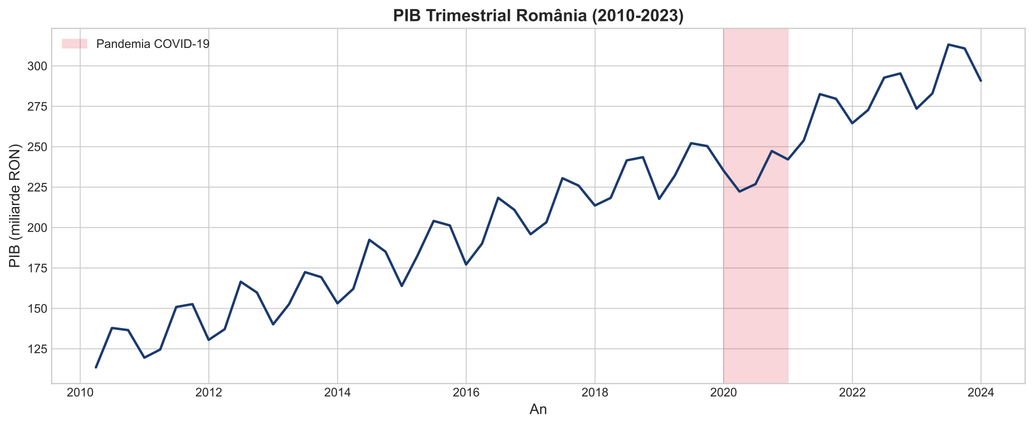
Întrebarea quiz 6: Răspuns

Răspuns Corect: (C) Amplitudinea sezonieră crește odată cu nivelul

multiplicativă: $Y_t = T_t \times S_t \times \varepsilon_t$ — oscilațiile sezoniere proporționale cu trendul.



Studiu de Caz: PIB Trimestrial România



- **Date**: PIB trimestrial România, 2010–2023 (sursa: INS/Eurostat)
- **Observații**: Trend crescător, sezonalitate trimestrială, șoc COVID-19 în 2020

Descompunerea seriei PIB

Interpretarea componentelor

Componente Identificate

- **Trend**: Creștere economică susținută
- **Sezonalitate**: Pattern trimestrial regulat (Q4 > Q1)
- **Reziduu**: Include șocul COVID-19 din 2020

Lecții Învățate

- Descompunerea ajută la înțelegerea structurii datelor
- Șocurile externe (COVID) apar în componenta reziduală
- Sezonalitatea trebuie modelată explicit

Următorii Pași

În capitolele următoare vom învăța să modelăm fiecare componentă: ARIMA pentru trend, SARIMA pentru sezonalitate.

Surse de Date

Date Reale Utilizate în Acest Capitol

- **Pasageri Aviație**: Set de date clasic Box-Jenkins, 1949–1960
- **S&P 500**: Yahoo Finance (SPY), date istorice
- **Pete Solare**: Set de date Statsmodels, observații lunare

Software și Instrumente

- **Python**: statsmodels, pandas, matplotlib, yfinance
- **R**: pachetele forecast, tseries
- **Surse de Date**: Yahoo Finance, FRED Economic Data

Vă Mulțumesc!

Întrebări?

Grafice generate folosind Python (statsmodels, matplotlib)

Materiale curs disponibile la: `https://github.com/danpele/Time-Series-Analysis`

Bibliografie I

Manuale fundamentale

- Hyndman, R.J., & Athanasopoulos, G. (2021). *Forecasting: Principles and Practice*, 3rd ed., OTexts.
- Shumway, R.H., & Stoffer, D.S. (2017). *Time Series Analysis and Its Applications*, 4th ed., Springer.
- Brockwell, P.J., & Davis, R.A. (2016). *Introduction to Time Series and Forecasting*, 3rd ed., Springer.

Serii de timp financiare

- Tsay, R.S. (2010). *Analysis of Financial Time Series*, 3rd ed., Wiley.
- Franke, J., Härdle, W.K., & Hafner, C.M. (2019). *Statistics of Financial Markets*, 4th ed., Springer.

Bibliografie II

Abordari moderne si Machine Learning

- Nielsen, A. (2019). *Practical Time Series Analysis*, O'Reilly Media.
- Petropoulos, F., et al. (2022). *Forecasting: Theory and Practice*, International Journal of Forecasting.
- Makridakis, S., Spiliotis, E., & Assimakopoulos, V. (2020). The M4 Competition, International Journal of Forecasting.

Resurse online si cod

- **Quantlet**: `https://quantlet.com` — Repository de cod pentru statistica
- **Quantinar**: `https://quantinar.com` — Platforma de invatare metode cantitative
- **GitHub TSA**: `https://github.com/QuantLet/TSA` — Cod Python pentru acest curs