

Analiza și Prognoza Seriilor de Timp

Capitolul 8: Extensii Moderne

Seminar



Test 1: Exponentul Hurst

Întrebare

O serie de timp are exponentul Hurst $H = 0.8$. Ce ne indică acest lucru?

- ☐ A) Seria este un mers aleator pur
- ☐ B) Seria are memorie lungă și este persistentă (trend-following)
- ☐ C) Seria este anti-persistentă (mean-reverting)
- ☐ D) Seria este staționară $I(0)$

Răspunsul pe slide-ul următor...

Răspuns: B – Memorie lungă și persistență

Interpretare Exponent Hurst:

- $H = 0.5$: Mers aleator (fără memorie)
- $0.5 < H < 1$: **Persistență** – tendința continuă
- $0 < H < 0.5$: Anti-persistență – revenire la medie

Cu $H = 0.8 > 0.5$:

- Seria are **memorie lungă**
- Valorile mari tind să fie urmate de valori mari
- Autocorrelațiile descresc lent (hiperbolic, nu exponențial)

Test 2: Parametrul de Diferențiere Fraționară

Întrebare

În modelul ARFIMA(p, d, q), parametrul d poate lua valori:

- A) Doar valori întregi (0, 1, 2, ...)
- B) Doar $d = 0$ sau $d = 1$
- C) Orice valoare reală, inclusiv fracționară
- D) Doar valori negative

Răspunsul pe slide-ul următor...

Răspuns: C – Orice valoare reală

Diferențiere fracționară: $(1 - L)^d$ cu $d \in \mathbb{R}$

Interpretare valori d :

- $d = 0$: Seria staționară (ARMA)
- $0 < d < 0.5$: Memorie lungă, staționară
- $d = 0.5$: Granița staționar/nestaționară
- $0.5 < d < 1$: Memorie lungă, nestaționară
- $d = 1$: Diferențiere completă (ARIMA clasic)

Relația cu Hurst: $d = H - 0.5$

Test 3: Memoria Lungă în Serii Financiare

Întrebare

În ce serie financiară este memoria lungă cel mai frecvent documentată?

- A) Prețurile acțiunilor
- B) Randamentele zilnice
- C) Volatilitatea (pătratul randamentelor)
- D) Volumul de tranzacționare

Răspunsul pe slide-ul următor...

Răspuns: C – Volatilitatea

Fapte stilizate din finanțe:

- **Randamentele:** Aproximativ fără memorie ($H \approx 0.5$)
- **Volatilitatea:** Memorie lungă pronunțată ($H \approx 0.7 - 0.9$)

De ce?

- Volatility clustering: perioade agitate urmate de perioade agitate
- Persistența șocurilor în varianță
- FIGARCH: modelează explicit memoria lungă în volatilitate

Acest fapt stilizat este baza modelelor FIGARCH și HAR-RV.

Test 4: Feature Engineering

Întrebare

Pentru a aplica Random Forest pe serii de timp, trebuie să creăm:

- ☐ A) Variabile dummy pentru fiecare observație
- ☐ B) Caracteristici lag și statistici rolling
- ☐ C) Transformări Fourier ale seriei
- ☐ D) Numai prima diferență a seriei

Răspunsul pe slide-ul următor...

Răspuns: B – Caracteristici lag și statistici rolling

Feature Engineering pentru Serii de Timp:

- **Lag features:** $y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-k}$
- **Rolling statistics:**
 - Media mobilă: $\bar{y}_{t,w}$
 - Deviația standard mobilă: $\sigma_{t,w}$
 - Min/Max pe fereastră
- **Caracteristici calendaristice:** ziua săptămânii, luna, etc.

Important: Transformă problema de prognoză în problemă de regresie supervizată!

Test 5: Validarea Încrucișată pentru Serii de Timp

Întrebare

De ce NU putem folosi k-fold cross-validation standard pentru serii de timp?

- A) Este prea lent pentru serii lungi
- B) Încalcă ordinea temporală și cauzează data leakage
- C) Funcționează doar pentru clasificare
- D) Necesită prea multe date

Răspunsul pe slide-ul următor...

Test 5: Răspuns

Răspuns: B – Încalcă ordinea temporală

Problema cu k-fold standard:

- Amestecă observațiile temporal
- Antrenează pe date din viitor, testează pe trecut
- **Data leakage** \Rightarrow performanță supraestimată

Soluția: Time Series Split (Walk-Forward)



Test 6: Importanța Variabilelor în Random Forest

Întrebare

Importanța variabilelor în Random Forest pentru serii de timp ne ajută să:

- A) Să eliminăm toate variabilele cu importanță mică
- B) Să identificăm care lag-uri și caracteristici sunt cele mai predictive
- C) Să determinăm cauzalitatea Granger
- D) Să calculăm intervalele de încredere

Răspunsul pe slide-ul următor...

Răspuns: B – Identifică caracteristicile predictive

Utilizări ale importanței variabilelor:

- Înțelegerea structurii temporale
- Selectarea numărului optim de lag-uri
- Identificarea factorilor relevanți

Atenție:

- Importanța NU implică cauzalitate
- Variabilele corelate pot împărtăși importanța
- Folosiți pentru interpretare, nu pentru inferență cauzală

Test 7: Avantajul LSTM

Întrebare

Care este principalul avantaj al LSTM față de RNN simple?

- ☐ A) Este mai rapidă la antrenare
- ☐ B) Rezolvă problema gradientilor care dispar/explodează
- ☐ C) Necesită mai puține date
- ☐ D) Este mai ușor de interpretat

Răspunsul pe slide-ul următor...

Răspuns: B – Rezolvă problema gradientilor

Problema RNN Simple:

- Gradientii scad exponențial cu lungimea secvenței
- Nu pot învăța dependențe pe termen lung

Soluția LSTM:

- **Cell state:** Autostradă pentru flux de informație
- **Forget gate:** Decide ce să uite
- **Input gate:** Decide ce să rețină
- **Output gate:** Decide ce să producă

Gradientii pot „curge” prin cell state fără degradare!

Test 8: Pregătirea Datelor pentru LSTM

Întrebare

Înainte de antrenarea LSTM, datele trebuie:

- ☐ A) Transformate logaritmice
- ☐ B) Normalizate/standardizate la intervalul $[0,1]$ sau $[-1,1]$
- ☐ C) Diferențiate de ordinul 2
- ☐ D) Convertite la numere întregi

Răspunsul pe slide-ul următor...

Răspuns: B – Normalize/standardizate

De ce normalizare?

- Funcțiile de activare (sigmoid, tanh) funcționează în intervale limitate
- Convergență mai rapidă
- Stabilitate numerică

Metode comune:

- **Min-Max:** $x' = \frac{x - x_{min}}{x_{max} - x_{min}} \succ [0, 1]$
- **Standard:** $x' = \frac{x - \mu}{\sigma} \succ \text{media } 0, \text{ std } 1$

Important: Fit pe train, transform pe train+test!

Test 9: Hiperparametri LSTM

Întrebare

Care NU este un hiperparametru tipic pentru LSTM?

- ☐ A) Numărul de unități (neuroni) pe strat
- ☐ B) Lungimea secvenței de intrare
- ☐ C) Learning rate
- ☐ D) Parametrul de diferențiere d

Răspunsul pe slide-ul următor...

Test 9: Răspuns

Răspuns: D – Parametrul d

d este specific modelelor ARFIMA, nu LSTM!

Hiperparametri LSTM:

- **Arhitectură:** nr. straturi, unități/strat
- **Secvență:** lungime lookback
- **Training:** learning rate, batch size, epochs
- **Regularizare:** dropout, early stopping

Tuning: Grid search sau Bayesian optimization cu time series CV

Problemă 1: Estimarea Exponentului Hurst

Enunț

Fie seria zilnică de randamente Bitcoin. Estimați exponentul Hurst folosind metoda R/S și interpretați rezultatul.

Pași de rezolvare:

- 1 Calculați media pe subintervale de diferite lungimi n
- 2 Pentru fiecare n : calculați $\text{Range}(R)$ și $\text{Std}(S)$
- 3 Raportul R/S crește ca n^H
- 4 Fit regresie: $\log(R/S) = H \cdot \log(n) + c$

Cod Python: `nolds.hurst_rs(returns)`

Rezultat Tipic pentru Bitcoin

- Randamente: $H \approx 0.45 - 0.55$ (aproape mers aleator)
- Volatilitate ($|\text{returns}|$): $H \approx 0.75 - 0.85$ (memorie lungă!)

Interpretare:

- Randamentele sunt greu de prognozat (EMH aproximativ validă)
- Volatilitatea este predictibilă pe termen lung
- Implicații pentru managementul riscului și VaR

Aplicație: Modelele FIGARCH pot fi superioare GARCH standard

Problemă 2: Random Forest pentru Prognoză

Enunț

Construiți un model Random Forest pentru prognoza prețului Bitcoin la orizontul de 1 zi. Evaluați folosind TimeSeriesSplit.

Pipeline:

❶ Feature engineering:

- Lag-uri: $y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-7}$
- Rolling mean/std: 7, 14, 30 zile

❷ Train/Test split: TimeSeriesSplit(n_splits=5)

❸ Model: RandomForestRegressor(n_estimators=100)

❹ Evaluați: RMSE, MAE, Direction Accuracy

Problemă 2: Cod și Rezultate

Cod Python

```
from sklearn.ensemble import RandomForestRegressor
from sklearn.model_selection import TimeSeriesSplit

tscv = TimeSeriesSplit(n_splits=5)
rf = RandomForestRegressor(n_estimators=100)

for train_idx, test_idx in tscv.split(X):
    rf.fit(X[train_idx], y[train_idx])
    pred = rf.predict(X[test_idx])
```

Rezultate tipice:

- Direction accuracy: 52-55% (puțin peste random)
- Feature importance: lag-1 și rolling_std domină

Problemă 3: LSTM pentru Serii de Timp

Enunț

Implementați un model LSTM simplu pentru prognoza Bitcoin. Comparați cu Random Forest.

Arhitectură LSTM simplă:

- 1 Input: secvențe de 30 de zile
- 2 LSTM layer: 50 unități
- 3 Dense output: 1 neuron (prognoza)
- 4 Loss: MSE, Optimizer: Adam

Pași importanți:

- Normalizare MinMaxScaler
- Reshape la [samples, timesteps, features]
- Early stopping pentru a evita supraajustare

Problemă 3: Cod LSTM

Cod Keras/TensorFlow

```
from tensorflow.keras.models import Sequential
from tensorflow.keras.layers import LSTM, Dense

model = Sequential([
    LSTM(50, input_shape=(30, 1)),
    Dense(1)
])

model.compile(optimizer='adam', loss='mse')
model.fit(X_train, y_train, epochs=50,
        validation_split=0.1, verbose=0)
```

Comparație tipică RF vs LSTM:

- RMSE similar (LSTM ușor mai bun pe date netede)
- RF: mai rapid, mai interpretabil
- LSTM: captează mai bine pattern-uri complexe

ARFIMA

- Serii cu memorie lungă (volatilitate, hidrologie)
- Când $0 < d < 0.5$ este teoretic justificat
- Interpretabilitate statistică importantă

Random Forest

- Relații neliniare între caracteristici
- Feature importance pentru înțelegere
- Date structurate, nu foarte lungi

LSTM

- Secvențe lungi cu dependențe complexe
- Date suficiente pentru deep learning
- Pattern-uri dificil de capturat cu metode clasice

ARFIMA și Memorie Lungă

- Diferențiere fracționară: $(1 - L)^d y_t = \varepsilon_t$
- Exponent Hurst: $d = H - 0.5$
- ACF pentru memorie lungă: $\rho(k) \sim k^{2d-1}$ (descreștere lentă)

Machine Learning

- Feature lag: $X_t = [y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-k}]$
- RMSE: $\sqrt{\frac{1}{n} \sum (y_i - \hat{y}_i)^2}$
- Direction Accuracy: $\frac{1}{n} \sum 1[\text{sign}(\Delta y) = \text{sign}(\Delta \hat{y})]$

LSTM

- Forget gate: $f_t = \sigma(W_f \cdot [h_{t-1}, x_t] + b_f)$
- Cell update: $C_t = f_t * C_{t-1} + i_t * \tilde{C}_t$

Vă mulțumesc!

Întrebări?

`danpele@ase.ro`
