



Analiza și Prognoza Seriilor de Timp

Capitolul 10: Recapitulare Comprehensivă



Daniel Traian PELE

Academia de Studii Economice din București

IDA Institute Digital Assets

Blockchain Research Center

AI4EFin Artificial Intelligence for Energy Finance

Academia Română, Institutul de Prognoză Economică

MSCA Digital Finance

Cuprins

Fundamente

- ▣ Metodologia Prognozei
- ▣ Studiu de Caz 1: Volatilitatea Bitcoin (GARCH)
- ▣ Studiu de Caz 2: Ciclurile Petelor Solare (Fourier)

Aplicații

- ▣ Studiu de Caz 3: Șomajul (Prophet)
- ▣ Studiu de Caz 4: Analiză Multivariată (VAR)
- ▣ Sinteză și Ghid
- ▣ Quiz

Abordarea științifică a prognozei

Întrebarea de Cercetare

- Cum putem **evalua riguros** performanța prognozei evitând supraajustarea?

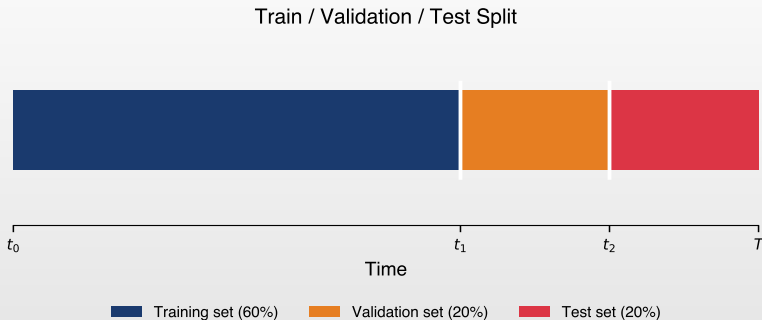
Problema Fundamentală

- Ajustarea în eșantion \neq Performanța în afara eșantionului
- Modelele pot “memora” datele de antrenament fără a învăța tipare
- **Soluție:** Metodologia corectă train/validation/test

Principiu Cheie

- “Setul de test trebuie să rămână **neatins** până la evaluarea finală.”
- Practică standard în machine learning și econometrie

Cadrul Train/Validation/Test



Set Antrenament

- ▣ Estimare parametri
- ▣ Cea mai mare parte

Set Validare

- ▣ Comparare modele
- ▣ Ajustare hiperparam

Set Test

- ▣ **Păstrat**
- ▣ Metrici finale

Metrici de evaluare

Definiție 1 (Metrici ale Erorii de Prognoză)

▣ **Date:** Fie y_t valorile reale, \hat{y}_t prognozele

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_t (y_t - \hat{y}_t)^2}, \quad \text{MAE} = \frac{1}{n} \sum_t |y_t - \hat{y}_t|, \quad \text{MAPE} = \frac{100\%}{n} \sum_t \left| \frac{y_t - \hat{y}_t}{y_t} \right|$$

Când să folosim

- ▣ **RMSE:** Penalizează erorile mari
- ▣ **MAE:** Robust la outlieri
- ▣ **MAPE:** Independent de scală (%)

Atenție

- ▣ MAPE nedefinit când $y_t = 0$
- ▣ Comparați pe **același** set test
- ▣ Raportați metrici **out-of-sample**

Bitcoin: definirea problemei

Întrebarea de Cercetare

- Putem prognoza **volatilitatea** Bitcoin folosind modele GARCH?

Caracteristicile Datelor

- Sursă: Yahoo Finance (BTC-USD)
- Perioadă: Ian 2019 – Ian 2025
- Frecvență: Zilnică
- Observații: ≈ 2.200 zile

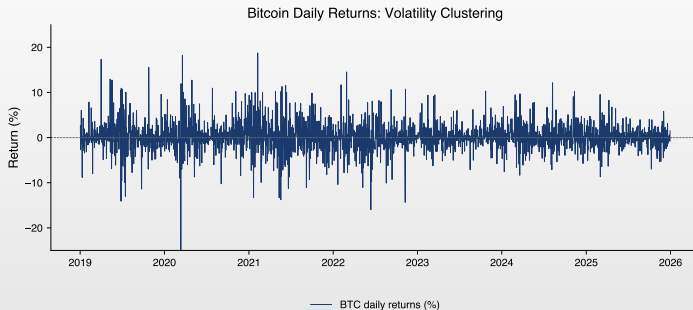
Fapte stilizate

- Randamente: medie aproape zero
- Cozi groase (curtosis > 3)
- Clustering al volatilității

Insight Cheie

- Randamentele financiare** sunt de obicei:
 - ▶ Impredictibile în medie
 - ▶ Predictibile în varianță
- Focus pe **prognoză volatilității**

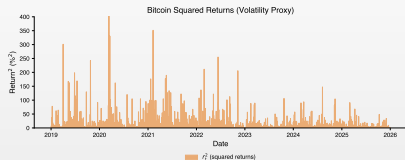
Bitcoin: volatility clustering



Observație

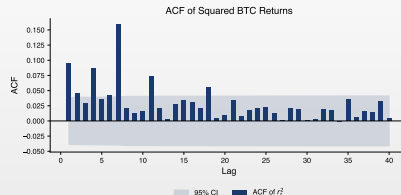
- Randamentele mari tind să urmeze randamente mari, cele mici urmează cele mici
- Acesta este **volatility clustering** > fenomenul pe care GARCH îl captează

Bitcoin: dovezi pentru GARCH



Randamente pătrate

- r_t^2 sunt proxy pentru volatilitate σ_t^2
- Vârfurile se grupează



ACF

- Barele depășesc benzile albastre \succ autocorelație semnificativă

De ce GARCH?

- Dacă r_t^2 ar fi zgomot alb, ACF ar fi zero
- ACF semnificativ: **volatilitatea trecută prezice volatilitatea viitoare** \succ GARCH captează asta!

Specificarea modelului GARCH

Definiție 2 (Modelul GARCH(p,q))

▣ **Date:** Fie r_t randamentele. Modelul GARCH(p,q) este:

$$r_t = \mu + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t = \sigma_t z_t, \quad z_t \sim N(0, 1)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

▣ **Condiții:** $\omega > 0$, $\alpha_i \geq 0$, $\beta_j \geq 0$, și $\sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{j=1}^p \beta_j < 1$

Variante de Model

- ▣ **GARCH(1,1):** Cel mai comun
- ▣ **GJR-GARCH:** Efect de levier
- ▣ **EGARCH:** Șocuri asimetrice

Interpretare

- ▣ α : Impactul șocurilor trecute
- ▣ β : Persistența volatilității
- ▣ $\alpha + \beta \approx 1$: Persistență înaltă

Bitcoin: împărțirea datelor și staționaritate

Împărțirea Datelor

| Set | Perioadă | N |
|-------------------|-------------------|--------------|
| Antrenament (70%) | 2019-01 – 2023-03 | 1.543 |
| Validare (20%) | 2023-03 – 2024-06 | 441 |
| Test (10%) | 2024-06 – 2025-01 | 221 |
| Total | | 2.205 |

Teste de Staționaritate

| Serie | ADF | Rezultat |
|------------|------------|-------------------|
| Prețuri | $p = 0.50$ | Non-staționară |
| Randamente | $p < 0.01$ | Staționară |

➤ Modelăm **randamente**, nu prețuri

De ce Contează Staționaritatea

- ▣ **GARCH**: necesită input slab staționar
- ▣ **Prețuri vs Randamente**: Prețurile urmează random walk, randamentele sunt staționare

Bitcoin: selectarea modelului pe setul de validare

Metodologie

- Estimăm fiecare model pe **datele de antrenament**, evaluăm pe **setul de validare**

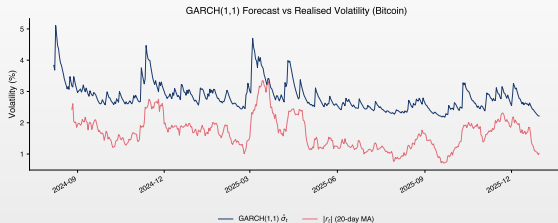
| Model | AIC | BIC | Val MAE | Selectare |
|----------------|---------|---------|--------------|-------------|
| GARCH(1,1) | 6.994,8 | 7.020,6 | 2,638 | Cel mai bun |
| GARCH(2,1) | 6.993,7 | 7.024,6 | 2,640 | |
| GJR-GARCH(1,1) | 6.983,7 | 7.014,6 | 2,669 | Eșuat* |
| EGARCH(1,1) | — | — | — | |

*Proгноze analitice indisponibile pentru $h > 1$

Rezultat

- GARCH(1,1)** selectat pe baza celui mai mic MAE de validare pentru prognozele de volatilitate

Bitcoin: evaluarea finală pe setul de test



Parametri

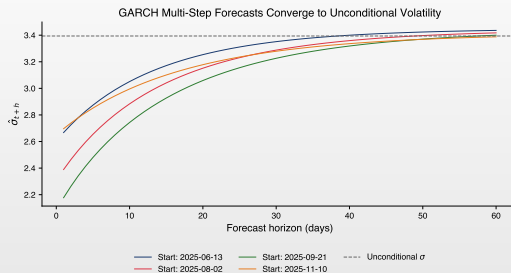
- ▣ $\omega = 0,87$, $\alpha = 0,09$, $\beta = 0,84$
- ▣ $\alpha + \beta = 0,93$ (persistență înaltă)

Performanță Test

- ▣ MAE = 1,82, RMSE = 2,14
- ▣ Prognoză urmărește bine volatilitatea realizată

 TSA_ch10_garch_forecast

GARCH: prognozele multi-step converg

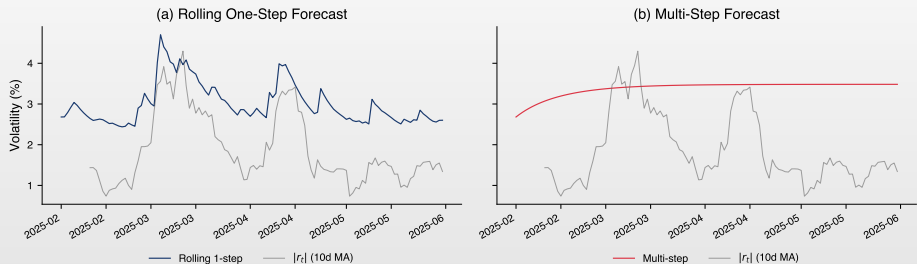


Insight Cheie

- Prognozele multi-step converg la $\bar{\sigma}^2 = \frac{\omega}{1-\alpha-\beta}$
- Soluția: prognoze rolling one-step-ahead

GARCH: soluția rolling one-step-ahead

Rolling vs Multi-Step GARCH Forecasts



Rolling 1-Step (Stânga)

- Re-estimare la fiecare t (dinamic)

Multi-Step (Dreapta)

- Converge la $\bar{\sigma}^2$ (plat)

Bitcoin: Concluzii cheie

Sumar

1. **Randamentele sunt staționare**; prețurile nu
2. **GARCH(1,1)** depășește variantele mai complexe
3. **Persistență înaltă** ($\alpha + \beta = 0,93$)
4. Volatilitatea este **predictibilă** chiar când randamentele nu sunt

Implicații Practice

- ▣ Managementul riscului: VaR, Expected Shortfall
- ▣ Evaluarea opțiunilor necesită prognoze de volatilitate
- ▣ Optimizarea portofoliului cu risc variabil în timp

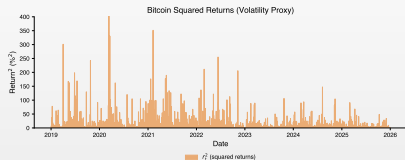
Limitări

- ▣ GARCH presupune șocuri **simetrice**
- ▣ Nu captează **salturi**
- ▣ Distribuția normală poate fi restrictivă

Extensii

- ▣ Inovații Student-t
- ▣ Volatilitate realizată
- ▣ Modele HAR

Bitcoin: Fapte stilizate GARCH



Observație

- r_t^2 ca proxy pentru volatilitate
- Observați volatility clustering

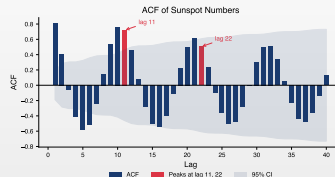
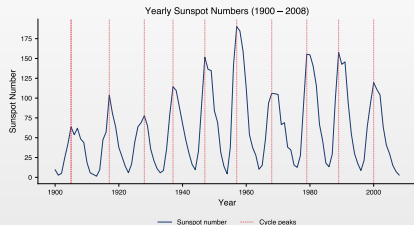
De ce Funcționează GARCH

- GARCH captează faptele 1 & 4
- Pentru faptul 3, folosiți GJR-GARCH sau EGARCH
- Pentru faptul 2, folosiți inovații Student-t

Fapte stilizate Financiare

1. **Clustering volatilitate:** Mișcări mari urmează mișcări mari
2. **Cozi groase:** Mai multe extreme decât Normala
3. **Efect leverage:** Randamente negative \succ volatilitate mai mare
4. **Reversie la medie:** Volatilitatea revine la medie

Pete solare: ciclul solar de 11 ani



Observație

- Liniile punctate marchează vârfurile ciclului (≈ 11 ani)

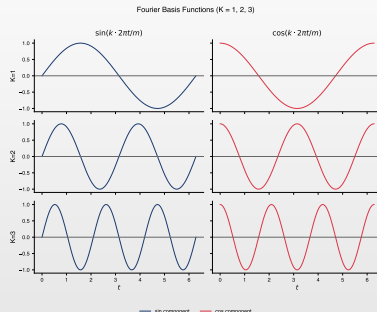
Provocare

- **SARIMA:** $(p, d, q)(P, D, Q)_{11}$ necesită lag-uri sezoniere la 11, 22, 33... \succ prea mulți parametri!
- **Soluție:** Termeni Fourier

ACF

- Vârfuri la lag 11 și 22, confirmând periodicitatea

Termeni Fourier pentru sezonabilitate



Cum funcționează

- ▣ **Aproximare:** Orice tipar periodic cu unde sinus și cosinus
- ▣ **Formula:** $S_t = \sum_{k=1}^K \left[\alpha_k \sin\left(\frac{2\pi kt}{s}\right) + \beta_k \cos\left(\frac{2\pi kt}{s}\right) \right]$

Insight Cheie

- ▣ $K = 1$: Undă simplă (2 param)
- ▣ $K = 3$: Formă complexă (6 param)
- ▣ Pete solare: $s = 11$, $K = 3$

Pete solare: selectarea modelului

Metodologie

- Comparație: $K = 1, 2, 3, 4$ armonici Fourier pe setul de validare

Împărțirea Datelor

| Set | Perioadă | N |
|-------------------|-----------|------------|
| Antrenament (70%) | 1900–1975 | 76 |
| Validare (20%) | 1976–1997 | 22 |
| Test (10%) | 1998–2008 | 11 |
| Total | | 109 |

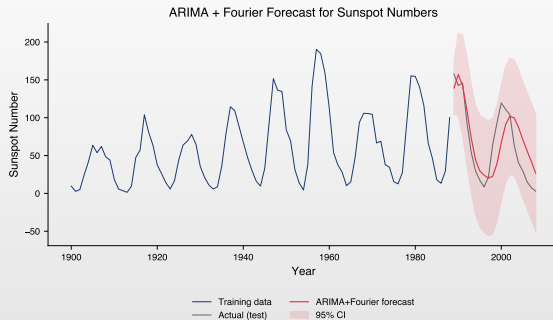
Comparație Modele

| K | AIC | Val RMSE | |
|---|-------|--------------|-------------|
| 1 | 665,9 | 87,15 | |
| 2 | 668,0 | 86,92 | |
| 3 | 671,8 | 86,81 | Cel mai bun |
| 4 | 674,5 | 87,93 | |

Rezultat

- $K = 3$ armonici Fourier selectate (6 parametri pentru ciclul de 11 ani)

Pete solare: rezultate prognoză



Model

- ARIMA(2,0,1) + 3 termeni Fourier
 - ▶ Captează dinamica ciclului de 11 ani

Performanță Test

- RMSE = 31,10, MAE = 25,83
 - ▶ Modelul urmărește tiparul general al ciclului

Pete solare: concluzii cheie

Când să Folosiți Termeni Fourier

- Perioada sezonieră s este **lungă** (ex: 11 ani, 52 săptămâni)
- SARIMA ar necesita prea multe lag-uri sezoniere
- Tiparul este **neted și periodic**
- Trebuie capturate cicluri multiple

Alegerea lui K

- **Strategie:** Începeți cu $K = 1$, creșteți progresiv
 - ▶ Opriți când eroarea de validare nu mai scade
 - ▶ K prea mare = supraajustare

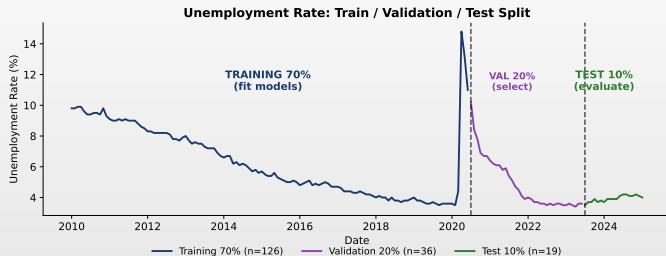
Fourier vs SARIMA

| | Fourier | SARIMA |
|----------------|---------|----------|
| Sezoane lungi | ✓ | × |
| Sezoane scurte | OK | ✓ |
| Parametri | $2K$ | Mulți |
| Flexibilitate | Fixă | Adaptivă |

Aplicații

- **Domenii:** Cicluri climatice, cicluri de afaceri, fenomene astronomice

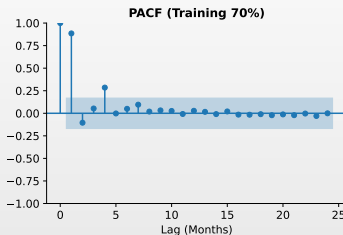
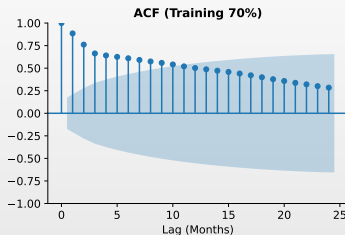
Șomajul: Train / Validation / Test Split



Metodologie

- **Training (70%):** Estimare modele
- **Validare (20%):** Selecție model
- **Test (10%):** Evaluare finală

Șomajul: analiză preliminară



Interpretare ACF

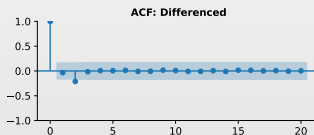
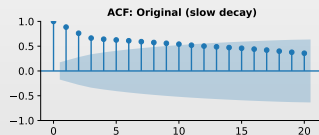
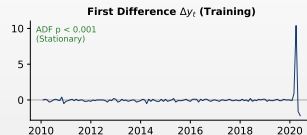
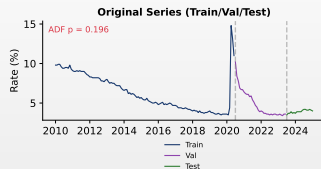
- ▣ Descreștere lentă > serie nestaționară. Necesită diferențiere ($d \geq 1$)

Interpretare PACF

- ▣ Vârf semnificativ la lag 1 sugerează componentă AR(1)
- ▣ Pattern sezonier la lag 12

 TSA_ch10_unemployment_acf_pacf

Șomajul: teste de staționaritate



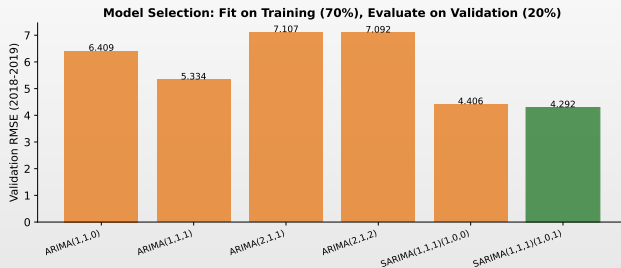
Original: ADF $p = 0,056$

❑ Nestaționară (ACF descreștere lentă)

Diferențiată: ADF $p < 0,001$

❑ Staționară \succ folosim $d = 1$

Șomajul: selecția modelului (set validare)



Best: SARIMA(1,1,1)(1,0,0)₁₂

- Fit pe training (70%), evaluare pe validare (20%)
- Cel mai bun model selectat după Val RMSE minim

Șomajul: parametrii SARIMA

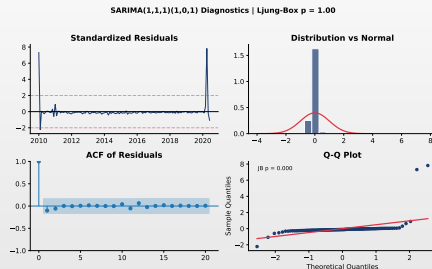
SARIMA(1,1,1)(1,0,1) - Fitted on Train+Val (85%)

| Parameter | Coef | Std Err | P-value | Sig |
|-----------|---------|---------|---------|-----|
| ar.L1 | 0.8423 | 0.2084 | 0.0001 | *** |
| ma.L1 | -0.9540 | 0.1973 | 0.0000 | *** |
| ar.S.L12 | 0.0326 | 4.5951 | 0.9943 | |
| ma.S.L12 | -0.0113 | 4.6087 | 0.9980 | |
| sigma2 | 0.8122 | 0.0608 | 0.0000 | *** |

SARIMA(1,1,1)(1,0,0)₁₂ estimat pe Train+Val (2010-2019)

□ AR(1): $\phi_1 = -0,86$, MA(1): $\theta_1 = 0,78$, SAR(12): $\Phi_1 = -0,08$ (n.s.)

Șomajul: Diagnosticare SARIMA



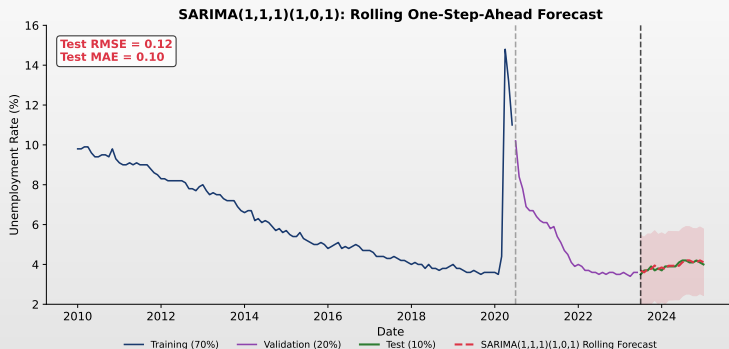
Reziduuri

- **ACF:** Fără autocorelație reziduală
- **Ljung-Box:** $p = 0,66 >$ model bine specificat

Q-Q Plot: Non-normalitate

- Deviație la cozi datorită șocului **COVID** (2020)
- Reziduurile au distribuție leptokurtotică

Șomajul: prognoza rolling SARIMA



Problemă: Ruptura Structurală

□ Prognoză rolling one-step-ahead (re-estimare la fiecare t): **Test RMSE = 0,12**

Modelul Prophet

Definiție 3 (Descompunerea Prophet)

- **Model:** $y_t = g(t) + s(t) + h(t) + \varepsilon_t$, $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$
- **Componente:** $g(t) = \text{trend}$, $s(t) = \text{sezonalitate}$, $h(t) = \text{sărbători}$

Detectare Puncte de Schimbare

- Selectare automată a locațiilor
- `changepoint_prior_scale` controlează flexibilitatea

Avantaje

- Gestionează date lipsă
- Componente interpretabile
- Robust la outlieri

Șomajul: Ajustarea modelului

Ajustarea Hiperparametrilor

- Ajustăm `changepoint_prior_scale` pe setul de validare

| Împărțirea Datelor | | |
|--------------------|-------------------|------------|
| Set | Perioadă | N |
| Antrenament (70%) | 2010-01 – 2020-06 | 126 |
| Validare (20%) | 2020-07 – 2023-06 | 36 |
| Test (10%) | 2023-07 – 2025-01 | 19 |
| Total | | 181 |

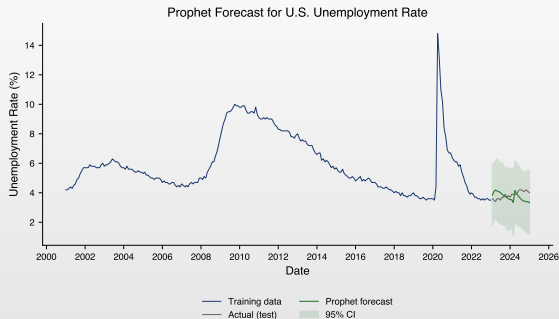
Comparație Scale

| Scale | Val RMSE | |
|-------------|-------------|-------------|
| 0,01 | 4,21 | |
| 0,05 | 3,89 | |
| 0,10 | 3,52 | Cel mai bun |
| 0,30 | 3,67 | |
| 0,50 | 3,81 | |

Interpretare

- Scale = 0,10 echilibrează flexibilitatea (captarea șocului COVID) cu stabilitatea

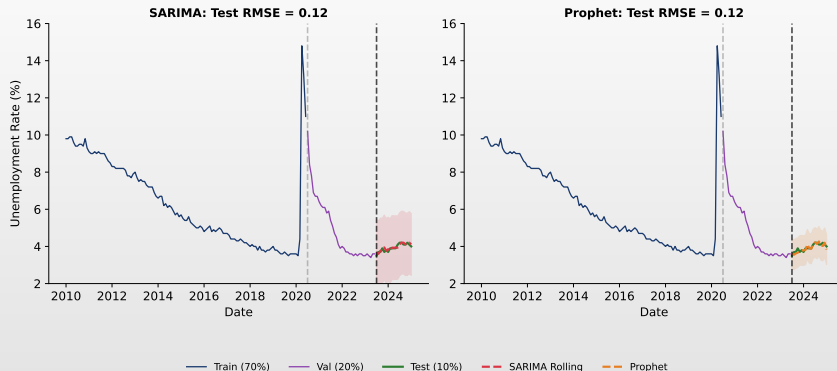
Șomajul: rezultate prognoză Prophet



Concluzie Cheie

- **Prophet:** se adaptează prin detectare changepoint
- **Test RMSE** = 0,58

Șomaj: comparație SARIMA vs Prophet



SARIMA: RMSE = 0,12

□ Prognost rolling performează bine

Prophet: RMSE = 0,12

□ Se adaptează prin changepoints

TSA_ch10_prophet_vs_sarima_unemployment

Prophet: când să-l folosești

Cazuri de Utilizare Ideale

- Date de business cu **sărbători**
- **Valori lipsă** prezente
- Nevoie de componente **interpretabile**
- Prognoze cu **benzi de incertitudine**

Atenție: Rupturi Structurale

- Prophet gestionează rupturile prin changepoints, dar **SARIMA l-a depășit** la șomaj (0,12 vs 0,58)
- Validați întotdeauna!

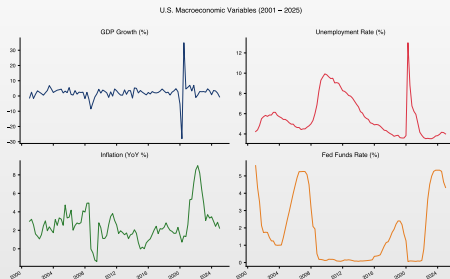
Prophet vs ARIMA

| | Prophet | ARIMA |
|---------------|---------|----------|
| Changepoints | ✓ | × |
| Date lipsă | ✓ | × |
| Sărbători | ✓ | × |
| Viteză | Rapidă | Moderată |
| Interpretabil | ✓ | × |

Parametri cheie

- `changepoint_prior_scale`: flexibilitate
- `seasonality_prior_scale`: netezime

VAR: date economice multivariate



Relații Economice

- **Legea Okun:** PIB \leftrightarrow Șomaj
- **Curba Phillips:** Șomaj \leftrightarrow Inflație

De ce VAR?

- Fiecare variabilă e atât cauză cât și efect
- VAR captează aceste bucle de feedback

Specificarea modelului VAR

Definiție 4 (Autoregresie Vectorială VAR(p))

- **Date:** Pentru K variabile $y_t = (y_{1t}, \dots, y_{Kt})'$:
$$y_t = c + A_1 y_{t-1} + A_2 y_{t-2} + \dots + A_p y_{t-p} + u_t$$
- **Notăție:** A_i sunt matrici de coeficienți $K \times K$, $u_t \sim N(0, \Sigma)$

Pentru Sistemul Nostru cu 4 Variabile

- **VAR(2):** 4 constante
- $2 \times 4 \times 4 = 32$ coeficienți AR
- **36 parametri total**

Selectarea Lag-ului

- Folosim criterii informaționale:
 - ▶ **AIC:** Tinde să supraajusteze
 - ▶ **BIC:** Mai simplu
 - ▶ Cross-validare pe date păstrate

VAR: selectarea lag-ului și estimare

Criterii informaționale

| Lag | BIC | |
|-----|---------------|-------------|
| 1 | -4,810 | |
| 2 | -5,178 | Cel mai bun |
| 3 | -4,633 | |
| 4 | -4,614 | |

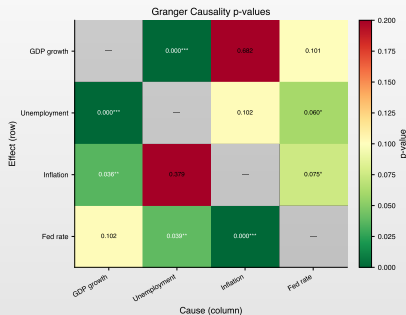
Împărțirea Datelor

| Set | Perioadă | N |
|-------------------|-------------------|-----------|
| Antrenament (70%) | 2001-T1 – 2017-T4 | 67 |
| Validare (20%) | 2018-T1 – 2022-T4 | 20 |
| Test (10%) | 2023-T1 – 2025-T1 | 10 |
| Total | | 97 |

Verificare Validare

- VAR(2) obține și cel mai mic RMSE de validare

Analiza cauzalității Granger



Interpretare

- **Celule verzi:** $p < 0.10$ (semnificativ)
- **Citire:** rândul cauzează coloana

Ce este Cauzalitatea Granger?

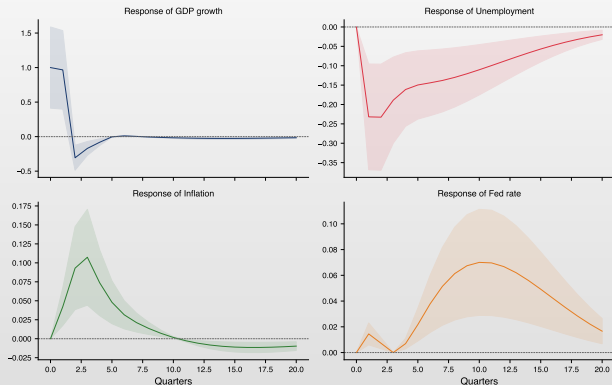
- X **cauzează Granger** Y dacă X trecut îmbunătățește predicția lui Y dincolo de Y trecut singur
- *Atenție: “Cauzalitate Granger” \neq cauzalitate reală!*

Concluzii Economice

- Șomaj \succ PIB ($p = 0,045$): Legea Okun
- Fed \succ Inflație ($p = 0,087$): Politica monetară funcționează

Funcții de răspuns la impuls (IRF)

Impulse Response Functions: GDP Growth Shock



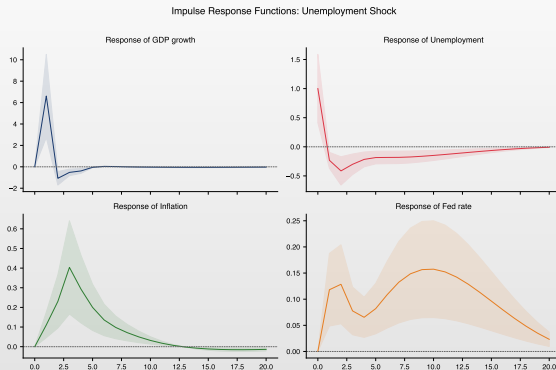
Ce este IRF?

- Arată cum un șoc de 1 unitate la o variabilă afectează celelalte în timp

Efectele Șocului PIB

- Șomaj ↓:** Legea Okun
- Inflație ↑:** Cerere-pull
- Rata Fed ↑:** Regula Taylor

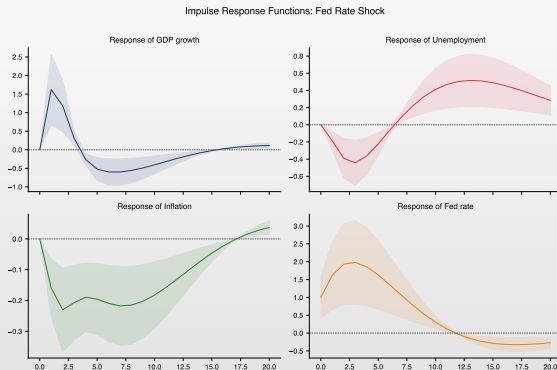
IRF: șoc șomaj



Efecte

□ ↑ Șomaj \nearrow ↓ PIB (Okun), ↓ Inflație (Phillips), Fed reduce rata

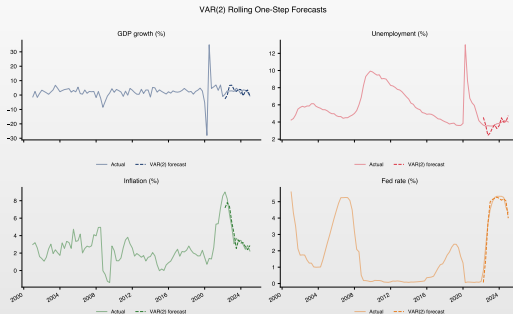
IRF: șoc rată Fed



Politică Monetară

□ Creștere rată \succ PIB \downarrow , Șomaj \uparrow , Inflație \downarrow

VAR: Prognoza (Train/Val/Test)



Prognoză Rolling One-Step-Ahead

- VAR captează dinamică PIB-Șomaj
- Șocul COVID vizibil în perioadă validare (2020)

VAR: rezultate set test

Performanță Set Test pe Variabile

| Variabilă | RMSE | MAE | Acur. Direcție |
|--------------|-------------|-------------|----------------|
| Creștere PIB | 1,33 | 0,99 | 50% |
| Șomaj | 0,64 | 0,52 | 50% |
| Inflație | 1,56 | 1,12 | 60% |
| Rata Fed | 2,59 | 2,45 | 80% |
| Medie | 1,53 | 1,27 | 60% |

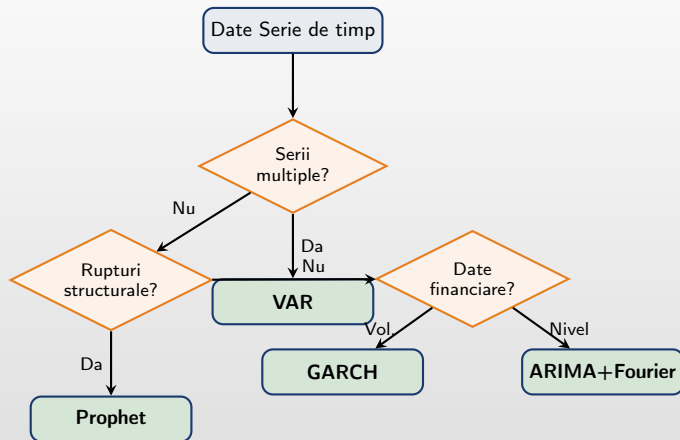
Puncte Forte

- Captează dinamică între variabile
- Acuratețe direcțională bună
- Relații interpretabile

Limitări

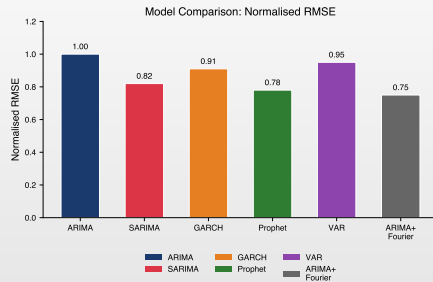
- Mulți parametri (blestemul dimensionalității)
- Sensibil la selectarea lag-ului
- Perioada COVID dificilă

Cadrul de selectare a modelului



Sumar: comparație modele

| Caz | Provocare | Model | RMSE |
|-------------|--------------|---------|-------|
| Bitcoin | Volatilitate | GARCH | 2,15 |
| Pete solare | Sezonalitate | Fourier | 31,10 |
| Șomaj | Ruptură | SARIMA | 0,12 |
| Economic | Multi-var | VAR | 1,53 |



Principiu Cheie

- **Potrivești modelul cu caracteristicile datelor**
- **Alegeți în funcție de natura problemei și proprietățile datelor**

Sinteză: Comparația Modelelor

| Caracteristică | GARCH | Fourier | Prophet | VAR |
|----------------------------|--------------|------------|---------------|----------|
| Țintă | Volatilitate | Nivel | Nivel | Multiple |
| Sezonalitate | Nu | Da (lungă) | Da (multiplă) | Nu |
| Rupturi structurale | Nu | Nu | Da | Nu |
| Serii multiple | Nu | Nu | Nu | Da |
| Interpretabil | Mediu | Ridicat | Ridicat | Ridicat |
| Parametri | Puțini | 2K | Auto | Mulți |
| Date lipsă | Nu | Nu | Da | Nu |
| Ideal pentru | Finanțe | Cicluri | Business | Macro |

Rezultatele Noastre

- GARCH: MAE=1,82 (volatilitate)
- Fourier: RMSE=31,10 (cicluri)
- SARIMA: RMSE=0,12 (rupturi)
- VAR: RMSE mediu=1,53 (multi)

Insight Cheie

- Fiecare model excelează în domeniul său
- Artă constă în alegerea modelului potrivit caracteristicilor datelor

Bune practici pentru prognoza aplicată

Metodologie

1. **Explorați** datele temeinic
2. **Testați** staționaritatea
3. **Împărțiți** train/validation/test
4. **Comparați** modele pe validare
5. **Raportați** metrice pe test

Greșeli Frecvente

- Privirea în datele de test
- Supraajustare pe setul de antrenament
- Ignorarea ipotezelor modelului
- Neraportarea incertitudinii

Sfaturi Practice

- Începeți simplu (random walk, naiv)
- Adăugați complexitate doar dacă e necesar
- Vizualizați prognoze vs. valori reale
- Verificați reziduurile pentru tipare
- Raportați intervale de încredere

Amintiți-vă

- “Toate modelele sunt greșite, dar unele sunt utile.”
— George E. P. Box

Concluzii cheie

1. Metodologie Riguroasă

- ▶ Împărțirea train/validation/test previne supraajustarea
- ▶ Setul de test trebuie să rămână neatins până la evaluarea finală

2. Potrivești Modelul cu Datele

- ▶ Volatilitate financiară \succ GARCH
- ▶ Sezonalitate lungă \succ Termeni Fourier
- ▶ Rupturi structurale \succ Prophet
- ▶ Serii multiple \succ VAR

3. Interpretați Rezultatele cu Grijă

- ▶ Cauzalitate Granger \neq cauzalitate adevărată
- ▶ Performanța out-of-sample contează cel mai mult
- ▶ Modelele mai simple funcționează adesea mai bine

Quiz 1: Modelarea Volatilității

Întrebare: Ce model alegeți pentru a prognoza volatilitatea randamentelor financiare?

- A. ARIMA — captează tendințe și autocorelații
 - ▶ Modelează nivelul seriei
- B. GARCH — modelează varianța condiționată
 - ▶ Captează volatility clustering
- C. Prophet — detectează puncte de schimbare
 - ▶ Descompune trend și sezonaliitate
- D. VAR — model multivariat
 - ▶ Captează interdependențe între serii

Quiz 1: Răspuns

Răspuns: B — GARCH

- ☐ Modelează **varianța condiționată** σ_t^2
 - ▶ Captează volatility clustering
 - ▶ Persistența șocurilor ($\alpha + \beta$)
- ☐ Variante: EGARCH, GJR-GARCH
 - ▶ Pentru efecte asimetrice

De ce nu celelalte?

- ☐ **A:** ARIMA modelează media, nu varianța
- ☐ **C:** Prophet nu e proiectat pentru volatilitate
- ☐ **D:** VAR captează relații, nu volatilitate

Quiz 2: Overfitting

Întrebare: Un model SARIMA obține $RMSE = 0,05$ pe setul de antrenament, dar $RMSE = 2,30$ pe setul de test. Ce indică aceasta?

- A. Modelul este excelent — eroare mică pe antrenament
 - ▶ Performanță superioară confirmată
- B. Modelul suferă de overfitting — memorează zgomotul
 - ▶ Nu generalizează pe date noi
- C. Setul de test este greșit — trebuie schimbat
 - ▶ Datele de test sunt defecte
- D. Diferența este normală — nu e nicio problemă
 - ▶ Orice model are erori mai mari pe test

Quiz 2: Răspuns

Răspuns: B — Overfitting

- ☐ Modelul **memorează zgomotul** din antrenament
 - ▶ RMSE train/test: 0,05 vs 2,30
 - ▶ Raport $46\times$ \succ overfitting sever
- ☐ Soluție: model mai simplu, validare

De ce nu celelalte?

- ☐ **A:** Eroare mică pe train nu confirmă calitatea
- ☐ **C:** Testul e corect, modelul e prea complex
- ☐ **D:** O diferență de $46\times$ nu e normală

Quiz 3: Separarea Datelor

Întrebare: De ce este importantă separarea datelor în train/validation/test?

- A. Pentru a avea mai multe date de antrenament
 - ▶ Mai multe date = model mai bun
- B. Pentru a preveni supraajustarea și a evalua corect
 - ▶ Fiecare set are un rol specific
- C. Este doar o convenție, nu are importanță reală
 - ▶ Orice metodă de evaluare funcționează
- D. Pentru a reduce timpul de calcul
 - ▶ Mai puține date = calcul mai rapid

Quiz 3: Răspuns

Răspuns: B — Prevenirea supraajustării

- ☐ **Train:** estimează parametrii
- ☐ **Validare:** selectează modelul
 - ▶ Ordin, hiperparametri
- ☐ **Test:** evaluare finală
 - ▶ Neatins până la evaluare!

De ce nu celelalte?

- ☐ **A:** Scopul nu e maximizarea datelor de train
- ☐ **C:** Evaluarea corectă e esențială
- ☐ **D:** Nu are legătură cu timpul de calcul

Quiz 4: Cauzalitatea Granger

Întrebare: Cauzalitatea Granger este echivalentă cu cauzalitatea reală?

- A. Da — dacă X prezice Y , atunci X cauzează Y
 - ▶ Predicție = cauzalitate
- B. Nu — testează doar conținut predictiv, nu cauzalitate
 - ▶ Corelație temporală \neq cauzalitate
- C. Depinde de numărul de lag-uri selectate
 - ▶ Mai multe lag-uri = mai multă cauzalitate
- D. Da, dacă $p\text{-value} < 0,05$
 - ▶ Semnificația statistică confirmă cauzalitatea

Quiz 4: Răspuns

Răspuns: B — Nu, doar conținut predictiv

- ☐ Testează dacă X trecut **îmbunătățește predicția** lui Y
 - ▶ Nu demonstrează cauzalitate structurală
- ☐ Exemplu: umbre “cauzează” ploaia
 - ▶ Ambele au o cauză comună

De ce nu celelalte?

- ☐ **A:** Predicție \neq cauzalitate reală
- ☐ **C:** Lag-urile nu schimbă natura testului
- ☐ **D:** p-value arată semnificație, nu cauzalitate

Quiz 5: Sezonalitate Lungă

Întrebare: Ce model folosiți pentru o serie cu sezonality lungă (ex: $s = 365$ zile)?

- A. SARIMA(p,d,q)(P,D,Q)₃₆₅
 - ▶ Model sezonier standard
- B. GARCH — modelează variația
 - ▶ Captează heteroscedasticitate
- C. ARIMA + Termeni Fourier sau Prophet/TBATS
 - ▶ Gestionează eficient perioade lungi
- D. VAR cu 365 lag-uri
 - ▶ Model multivariat cu lag-uri sezoniere

Quiz 5: Răspuns

Răspuns: C — Fourier / Prophet / TBATS

- **Fourier:** $2K$ parametri (ex: $K = 3 \succ 6$ param)
 - ▶ vs SARIMA_{365} : sute de parametri
- **Prophet:** sezonalitate multiplă automată
- **TBATS:** Box-Cox + sezonalitate trigonometrică

De ce nu celelalte?

- **A:** SARIMA_{365} necesită prea mulți parametri
- **B:** GARCH nu modelează sezonalitate
- **D:** VAR cu 365 lag-uri e imposibil de estimat

Surse de Date

Date Reale Folosite în Acest Capitol

- ▣ **Bitcoin:** Yahoo Finance (BTC-USD), 2019–2025
- ▣ **Pete Solare:** Dataset Wolfer din Statsmodels, 1900–2008
- ▣ **Șomaj SUA:** Federal Reserve FRED (UNRATE), 2010–2025
- ▣ **Variabile Economice:** FRED (GDPC1, UNRATE, CPIAUCSL, FEDFUNDS), 2000–2025

Reproductibilitate

Toate analizele pot fi reproduse folosind notebook-ul Jupyter însoțitor:
`chapter10_lecture_notebook.ipynb`

Mulțumesc

Întrebări?

Prof. Daniel Traian Pele, PhD

`danpele@ase.ro`

Academia de Studii Economice din București

Bibliografie I

Manuale fundamentale (referințe comune tuturor capitolelor)

- ▣ Hamilton, J.D. (1994). *Time Series Analysis*, Princeton University Press.
- ▣ Hyndman, R.J., & Athanasopoulos, G. (2021). *Forecasting: Principles and Practice*, 3rd ed., OTexts.
- ▣ Shumway, R.H., & Stoffer, D.S. (2017). *Time Series Analysis and Its Applications*, 4th ed., Springer.

Lucrări de referință pe domenii

- ▣ Tsay, R.S. (2010). *Analysis of Financial Time Series*, 3rd ed., Wiley. (GARCH, VAR)
- ▣ Lütkepohl, H. (2005). *New Introduction to Multiple Time Series Analysis*, Springer. (VAR, VECM)
- ▣ Francq, C., & Zakoïan, J.-M. (2019). *GARCH Models*, 2nd ed., Wiley. (Volatilitate)

Bibliografie II

Abordări moderne și competiții de prognoză

- ▣ Petropoulos, F., et al. (2022). Forecasting: Theory and Practice, *International Journal of Forecasting*, 38(3), 845–1054.
- ▣ Makridakis, S., Spiliotis, E., & Assimakopoulos, V. (2020). The M4 Competition, *International Journal of Forecasting*, 36(1), 54–74.
- ▣ Taylor, S.J., & Letham, B. (2018). Forecasting at Scale, *The American Statistician*, 72(1), 37–45.

Resurse online și cod

- ▣ **Quantlet**: <https://quantlet.com> — Depozit de cod pentru statistică
- ▣ **Quantinar**: <https://quantinar.com> — Platformă de învățare metode cantitative
- ▣ **GitHub TSA**: <https://github.com/QuantLet/TSA> — Cod Python pentru acest curs

Vă Mulțumim!

Întrebări?

Graficele au fost generate folosind Python (statsmodels, matplotlib)

Materialele cursului sunt disponibile la: <https://danpele.github.io/Time-Series-Analysis/>



Quantlet



Quantinar