



# Analiza și Prognoza Seriilor de Timp

Capitolul 0: Fundamente



Daniel Traian PELE

Academia de Studii Economice din București

IDA Institute Digital Assets

Blockchain Research Center

AI4EFin Artificial Intelligence for Energy Finance

Academia Română, Institutul de Prognoză Economică

MSCA Digital Finance

## Obiective de Învățare

**La sfârșitul acestui capitol, veți putea să:**

1. Definiți seriile de timp și să le distingeți de datele transversale și de panel
2. Descompuneți seriile de timp în componente de trend-ciclu, sezonalitate și reziduuri
3. Aplicați metodele de netezire exponențială (SES, Holt, Holt-Winters, ETS)
4. Evaluați prognozele folosind MAE, RMSE, MAPE, sMAPE
5. Implementați separarea train/validare/test și validarea încrucișată
6. Modelați sezonalitatea folosind variabile dummy sau termeni Fourier
7. Eliminați trendul și sezonalitatea prin metode adecvate
8. Distingeți între trendurile deterministe și stochastice



## Structura Capitolului

- Motivație
- Ce Este o Serie de Timp?
- Descompunerea Seriilor de Timp
- Metode de Netezire Exponențială
- Evaluarea Prognozei
- Modelarea Sezonalității
- Gestionarea Trendului și Sezonalității
- Rezumat și Quiz



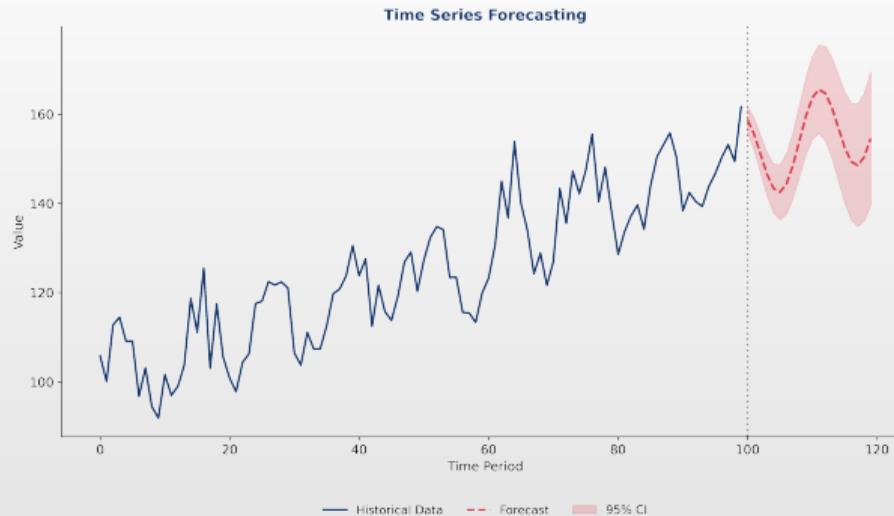
## Seriile de Timp Sunt Pretutindeni



- Finanțe:** Prețuri acțiuni, cursuri valutare, volume tranzacționate
- Economie:** PIB, șomaj, rate ale inflației
- Business:** Vânzări, trafic website, cererea clientilor
- Știință:** Temperatură, niveluri de poluare, semne vitale pacienți



## De Ce Studiem Seriile de Timp?

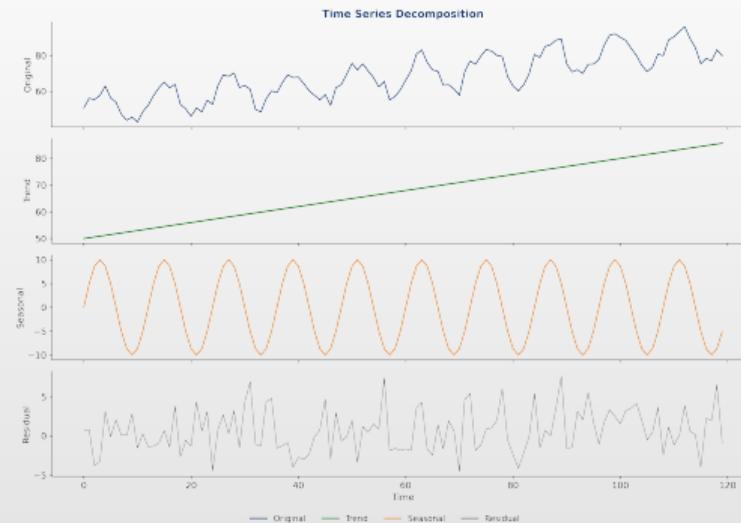


### Obiectiv Principal: Prognoza

Folosim tiparele istorice pentru a prezice valori viitoare — esențial pentru planificarea afacerilor, managementul riscului și deciziile de politică.



## Înțelegerea Structurii Serilor de Timp



### Descompunere

Orice serie de timp poate fi descompusă în componente interpretabile: trend-ciclu, sezonialitate și zgromadire.

Q TSA\_ch1\_components



## Definiția unei Serii de Timp

### Definiție 1 (Serie de Timp)

O serie de timp este o secvență de observații  $\{X_t\}$  indexate după timp:

$$\{X_t : t \in \mathcal{T}\}$$

unde  $\mathcal{T}$  este o mulțime de indici reprezentând momente de timp.

### Caracteristici Cheie

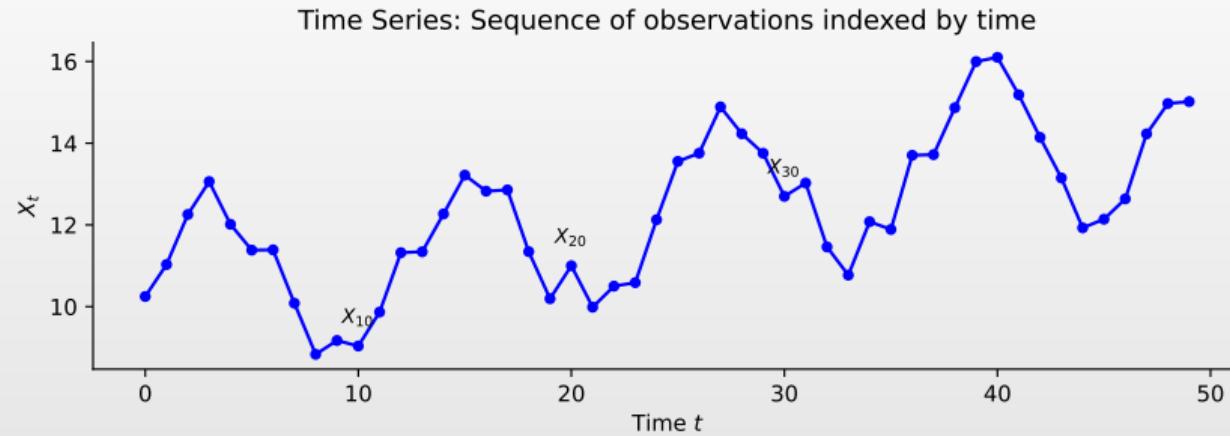
- Ordonate:** Ordine temporală naturală
- Dependente:** Observațiile consecutive sunt corelate
- Discrete/Continuе:**  $t = 1, 2, 3, \dots$

### Notație

- $X_t$  = observația la momentul  $t$
- $\{X_t\}_{t=1}^T$  = serie cu  $T$  observații



## Serie de Timp: Ilustrație Vizuală

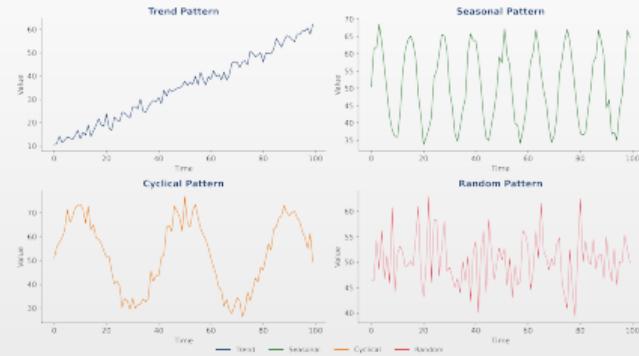


### Interpretare

Fiecare punct  $X_t$  reprezintă o observație la momentul  $t$ . Secvența este ordonată și observațiile consecutive sunt de obicei corelate.



## Tipare Comune în Seriile de Timp

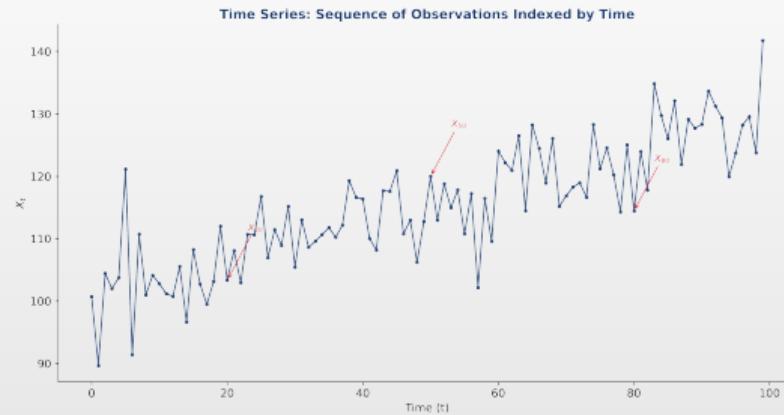


### Tipuri de Tipare

- Trend:** Creștere sau scădere pe termen lung în date
- Sezonier:** Tipare periodice regulate (ex. lunar, trimestrial)
- Ciclic:** Fluctuații pe termen mediu (cycluri de afaceri, 2–10 ani)
- Aleatoriu:** Fără tipar sistematic – fluctuații imprevizibile



## Serie de Timp: Definiție Vizuală

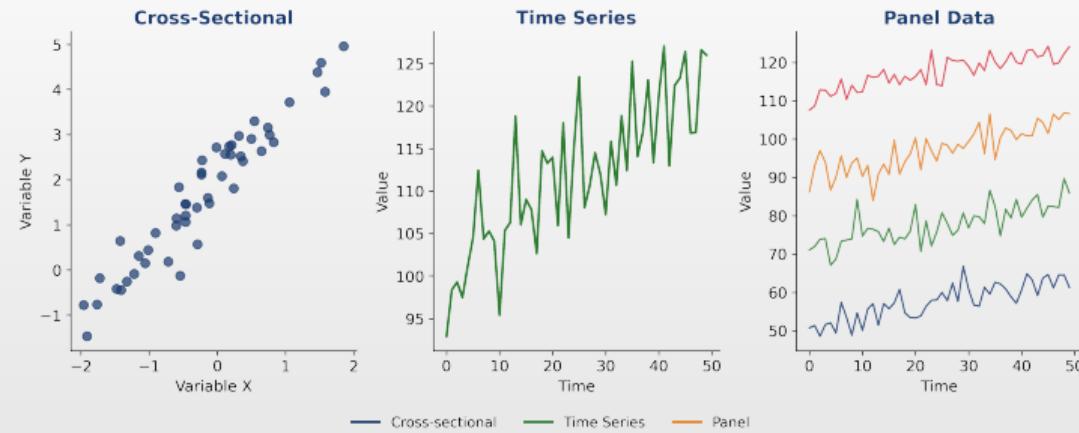


### Interpretare

Fiecare punct  $X_t$  reprezintă o măsurătoare la momentul discret  $t$ . Ordinea temporală creează dependență între observații. Date: S&P 500 (2024).



## Tipuri de Date: Comparatie



Tip de Date	Unități ( $N$ )	Timp ( $T$ )	Exemplu
Transversale	Multe	1	Sondaj pe 1000 gospodării
Serie de timp	1	Multe	Prețuri zilnice S&P 500
Panel	Multe	Multe	PIB-ul a 50 țări, 20 ani



## Exemple de Date de Tip Serie de Timp



### Date Financiare Reale

Yahoo Finance (2019–2025), normalizează la baza 100. Observați tiparele diferite de volatilitate: Bitcoin cel mai volatil, Aurul cel mai stabil.



## De Ce Descompunem o Serie de Timp?

**Descompunerea** separă o serie de timp în componente interpretabile:

### Obiective:

- Înțelegerea tiparelor subiacente
- Eliminarea sezonalității pentru modelare
- Identificarea direcției trendului
- Izolare fluctuațiilor neregulate
- Îmbunătățirea acurateții proguozei

### Componente:

- $T_t$  = **Trend-Ciclu**: Mișcare pe termen lung
- $S_t$  = **Sezonier**: Tipar periodic regulat
- $\varepsilon_t$  = **Reziduu**: Zgomot aleatoriu

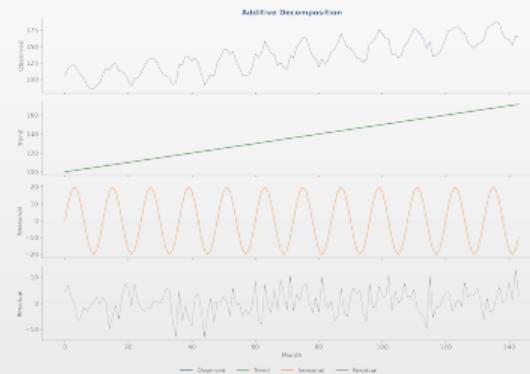
*Notă: Componenta ciclică este de obicei absorbită în  $T_t$*

## Modele Clasice de Descompunere

- Aditiv**:  $X_t = T_t + S_t + \varepsilon_t$
- Multiplicativ**:  $X_t = T_t \times S_t \times \varepsilon_t$



## Descompunerea Seriilor de Timp: Exemplu Vizual

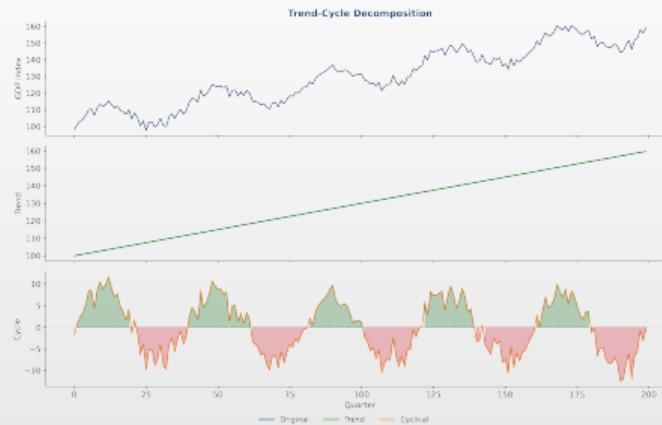


### Componente Explicate

- Original:** seria observată
- Trend-Ciclu:** mișcare pe termen lung
- Sezonier:** tipar periodic
- Reziduu:** zgromot aleatoriu



## Componenta Ciclică



### Caracteristici

- Fluctuații pe termen mediu (2–10 ani)
- Fără perioadă fixă (spre deosebire de sezonier)
- Reflectă expansiuni/recesiuni

### În Practică

- Ciclul este adesea combinat cu trendul
- Dificil de identificat în serii scurte
- De obicei nu se modelează separat



## Modelul de Descompunere Aditivă

### Model

$$X_t = T_t + S_t + \varepsilon_t \quad (1)$$

### Când să Folosim

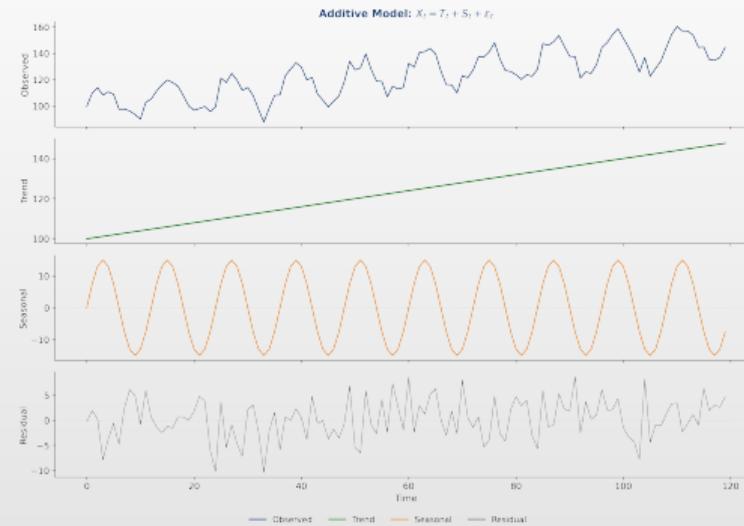
- Fluctuațiile sezoniere sunt **constante** în timp
- Varianța seriei este **stabilă**

### Proprietăți

- $\mathbb{E}[\varepsilon_t] = 0$  (medie zero)
- $\sum_{j=1}^s S_j = 0$  (suma sezonala e zero)
- Unitățile  $S_t$  sunt aceleasi ca  $X_t$



## Descompunere Aditivă: Vizualizare



### Interpretare

Original = Trend + Sezonier + Reziduu. Amplitudinea sezonieră rămâne constantă indiferent de nivel.



## Modelul de Descompunere Multiplicativă

### Model

$$X_t = T_t \times S_t \times \varepsilon_t \quad (2)$$

### Când să Folosim

- Fluctuațiile sezoniere **cresc** odată cu nivelul seriei
- Varianța **crește** în timp

### Proprietăți

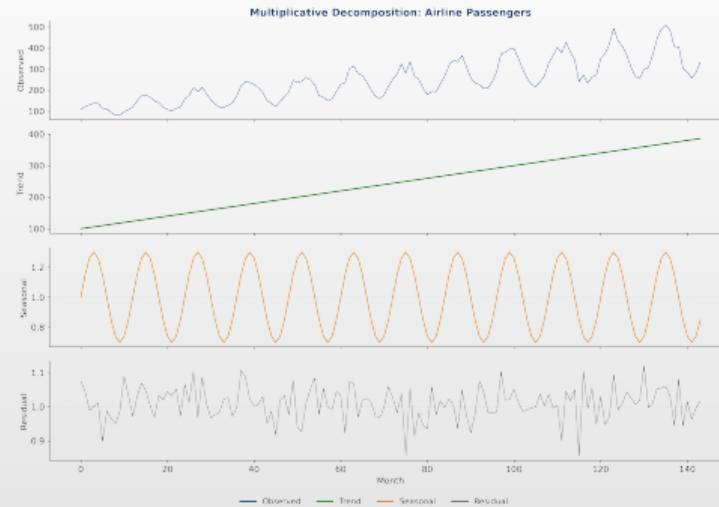
- $\mathbb{E}[\varepsilon_t] = 1$  (centrat la 1)
- $\frac{1}{s} \sum S_j = 1$  (media e 1)
- $S_t$  este raport adimensional

### Sfat

Transformarea logaritmică convertește modelul multiplicativ în aditiv:  $\log X_t = \log T_t + \log S_t + \log \varepsilon_t$



## Descompunere Multiplicativă: Date Reale

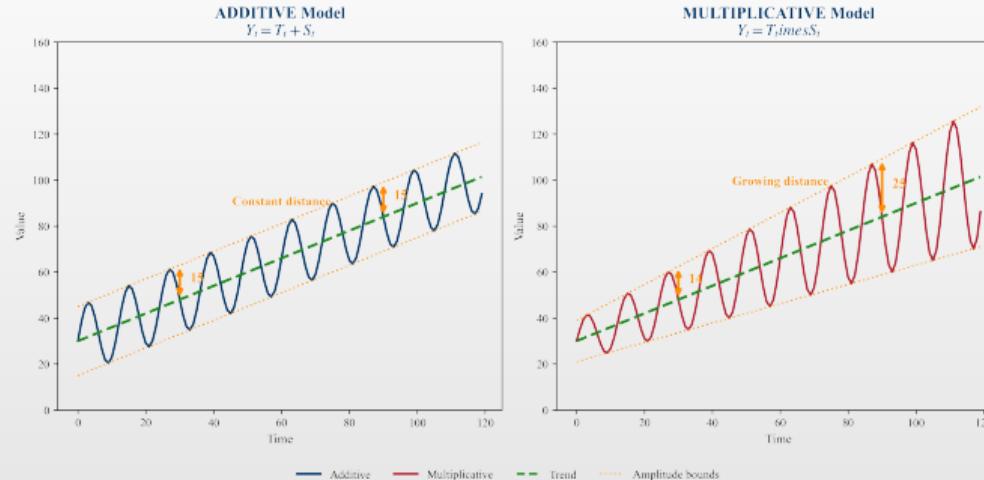


### Exemplu

Clasicul set de date Box-Jenkins cu pasagerii companiilor aeriene (1949–1960). Amplitudinea sezonieră crește odată cu nivelul.



## Aditivă vs Multiplicativă: Comparație



### Diferența Cheie

- Multiplicativ:** componenta sezonieră este un *raport* (centrat la 1)
- Aditiv:** componenta sezonieră în *unități absolute* (centrată la 0)



## Estimarea Trendului: Media Mobilă

### Definiție 2 (Media Mobilă Centrată)

Media mobilă centrată de ordin  $2q + 1$  este:

$$\hat{T}_t = \frac{1}{2q+1} \sum_{j=-q}^q X_{t+j} \quad (3)$$

#### Pentru Date Sezoniere

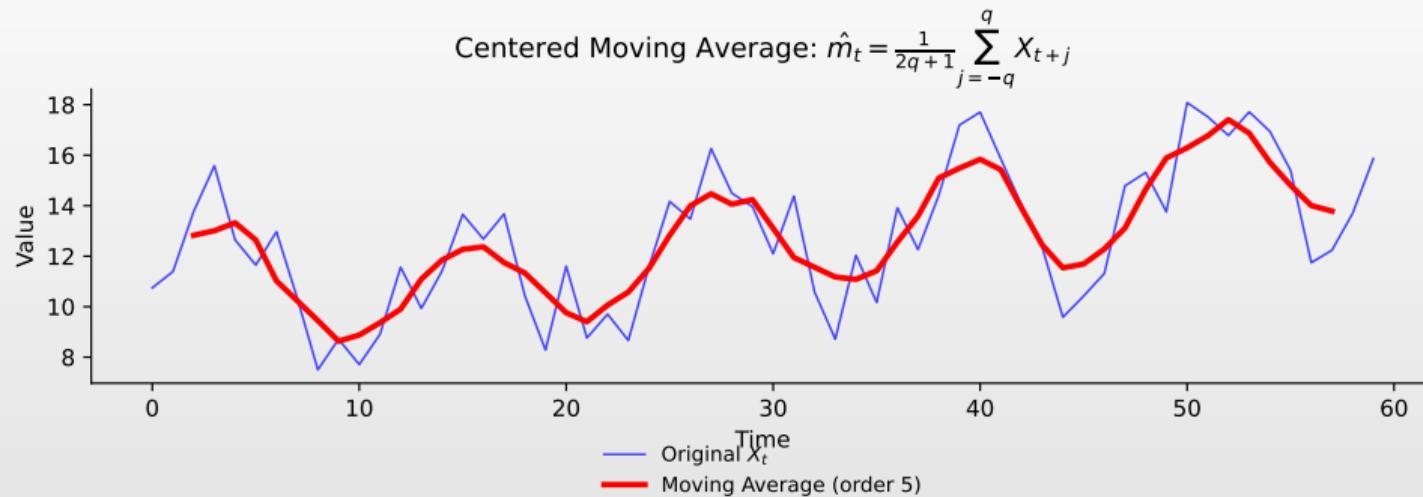
- Perioada  $s$  impară: medie simplă
- Perioada  $s$  pară:  $2 \times s$  MA cu ponderi jumătate

#### Proprietăți

- Netezește sezonierul & aleatorul
- Fereastră mai mare  $\Rightarrow$  mai neted
- Compromis: pierdere la capete



## Media Mobilă Centrată: Ilustrație Vizuală



### Interpretare

Media mobilă netezește fluctuațiile pe termen scurt, dezvăluind trendul subiacent.



## Algoritmul Descompunerii Clasice

### Pași pentru Descompunerea Multiplicativă

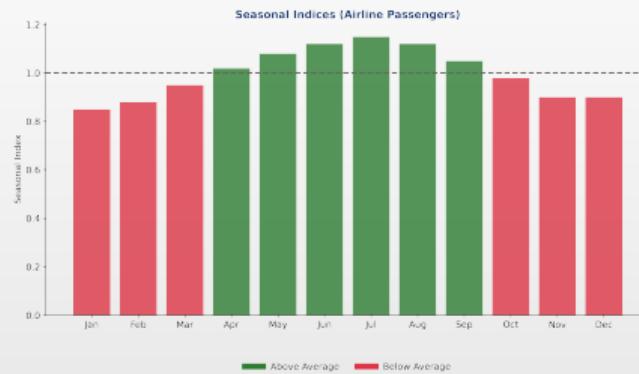
1. **Estimare Trend:**  $\hat{T}_t = MA_s(X_t)$
2. **Detrendare:**  $D_t = X_t / \hat{T}_t$
3. **Estimare Sezonier:**  $\hat{S}_j = \text{media}(D_t \text{ pentru sezonul } j)$
4. **Normalizare:** Scalare astfel încât  $\frac{1}{s} \sum_{j=1}^s \hat{S}_j = 1$
5. **Calcul Reziduuri:**  $\hat{\varepsilon}_t = X_t / (\hat{T}_t \times \hat{S}_t)$

### Notă

Pentru descompunerea **aditivă**: înlocuiți împărțirea cu scăderea și înmulțirea cu adunarea.



## Indici Sezonieri: Interpretare



### Interpretare

- $S_t > 1$ : activitate peste medie
- $S_t < 1$ : activitate sub medie
- Datele companiilor aeriene arată vârf de călătorii în iulie–august



## Descompunerea STL: O Abordare Modernă

Definiție 3 (STL - Descompunere Sezonier-Trend folosind LOESS)

**STL** folosește regresie locală ponderată (LOESS):  $X_t = T_t + S_t + R_t$

### Avantaje

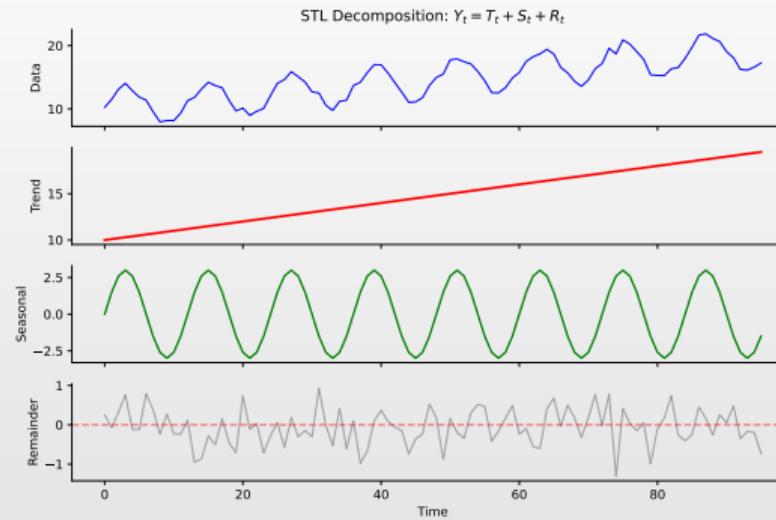
- Orice perioadă sezonieră
- Sezonalitatea poate varia în timp
- Robustă la valori extreme
- Estimări netede ale trendului

### Parametri Cheie

- period: Perioada sezonieră
- seasonal: Fereastra de netezire
- robust: Ponderare redusă pentru outlieri



## Descompunerea STL: Ilustrație Vizuală



### Idee Cheie

STL separă seria în trend, sezonier și rest folosind LOESS.



## Netezirea Exponențială: Prezentare Generală

### Definiție

Netezirea exponențială produce prognoze bazate pe medii ponderate ale observațiilor trecute, cu ponderi care scad exponențial.

### De Ce Netezire Exponențială?

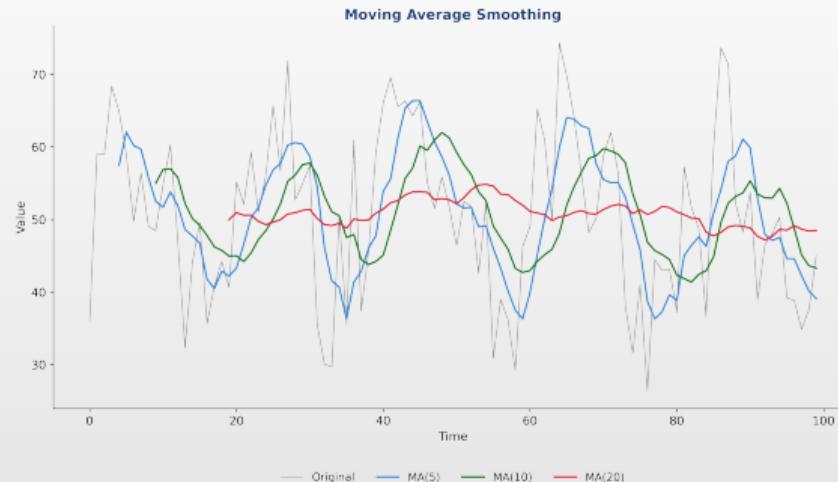
- Simplă dar eficientă
- Obs. recente au ponderi mai mari
- Gestionează trend & sezonalitate
- Fundament pentru modelele ETS

### Trei Metode Principale

1. **SES:** Doar nivel
2. **Holt:** Nivel + Trend
3. **Holt-Winters:** + Sezonalitate



## Netezirea cu Media Mobilă



### Compromisul Dimensiunii Ferestrei

- Fereastră mică:** Reactivă dar zgomotoasă
- Fereastră mare:** Mai netedă dar reacționează mai lent



## Netezirea Exponențială Simplă (SES)

### Model

$$\hat{X}_{t+1|t} = \alpha X_t + (1 - \alpha) \hat{X}_{t|t-1} \quad (4)$$

unde  $\alpha \in (0, 1)$  este **parametrul de netezire**.

### Cum Funcționează

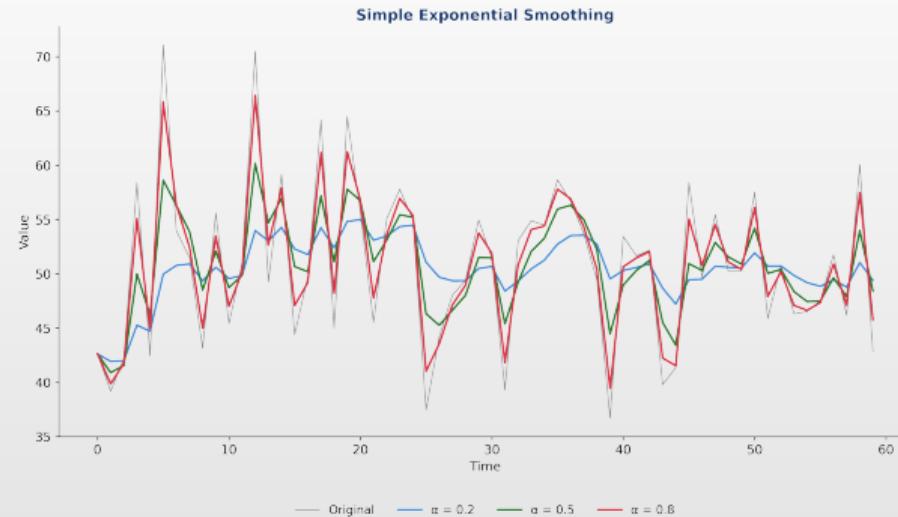
- Ponderile scad exponențial
- $\alpha$  mare: reactivă
- $\alpha$  mic: mai netedă

### Forma cu Nivel

$$\ell_t = \alpha X_t + (1 - \alpha) \ell_{t-1}$$



## Netezirea Exponențială Simplă: Efectul lui $\alpha$



### Compromis

$\alpha$  mai mic produce prognoze mai netede;  $\alpha$  mai mare urmărește datele mai îndeaproape.



## Metoda Holt cu Trend Liniar

### Ecuății

- Nivel:**  $\ell_t = \alpha X_t + (1 - \alpha)(\ell_{t-1} + b_{t-1})$
- Trend:**  $b_t = \beta^*(\ell_t - \ell_{t-1}) + (1 - \beta^*)b_{t-1}$
- Prognoză:**  $\hat{X}_{t+h|t} = \ell_t + h \cdot b_t$

### Parametri

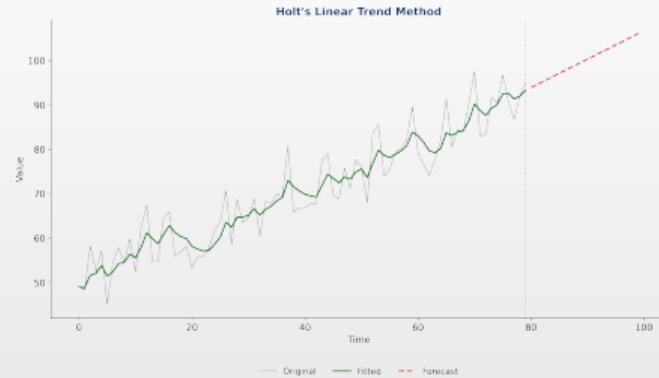
- $\alpha$ : Netezire nivel
- $\beta^*$ : Netezire trend

### Componente

- $\ell_t$ : Nivel estimat
- $b_t$ : Trend estimat (pantă)



## Metoda Holt: Vizualizare



### Interpretare

- Metoda Holt captează atât nivelul cât și trendul
- Le proiectează în orizontul de prognoză
- $\alpha$  controlează reactivitatea la schimbări de nivel
- $\beta^*$  controlează reactivitatea la schimbări de trend



## Metoda Sezonieră Holt-Winters

### Ecuării (Sezonalitate Aditivă)

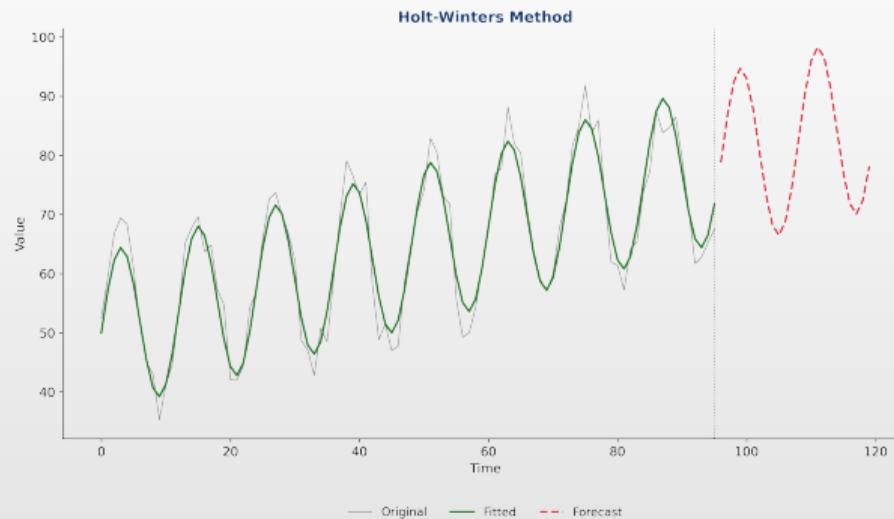
- Nivel:**  $\ell_t = \alpha(X_t - S_{t-s}) + (1 - \alpha)(\ell_{t-1} + b_{t-1})$
- Trend:**  $b_t = \beta^*(\ell_t - \ell_{t-1}) + (1 - \beta^*)b_{t-1}$
- Sezonier:**  $S_t = \gamma(X_t - \ell_t) + (1 - \gamma)S_{t-s}$
- Prognosă:**  $\hat{X}_{t+h|t} = \ell_t + h \cdot b_t + S_{t+h-s(k+1)}$

### Parametri

- $\alpha$ : Netezire nivel
- $\beta^*$ : Netezire trend
- $\gamma$ : Netezire sezonier
- $s$ : Perioada sezonieră



## Holt-Winters: Captarea Sezonalității



### Caracteristică Cheie

Holt-Winters descompune seria și produce prognoze sezoniere cu trend.



## Cadrul ETS: Eroare-Trend-Sezonalitate

### Definiție 4 (Modele ETS)

**Cadrul ETS** generalizează netezirea exponențială:  $ETS(E, T, S)$

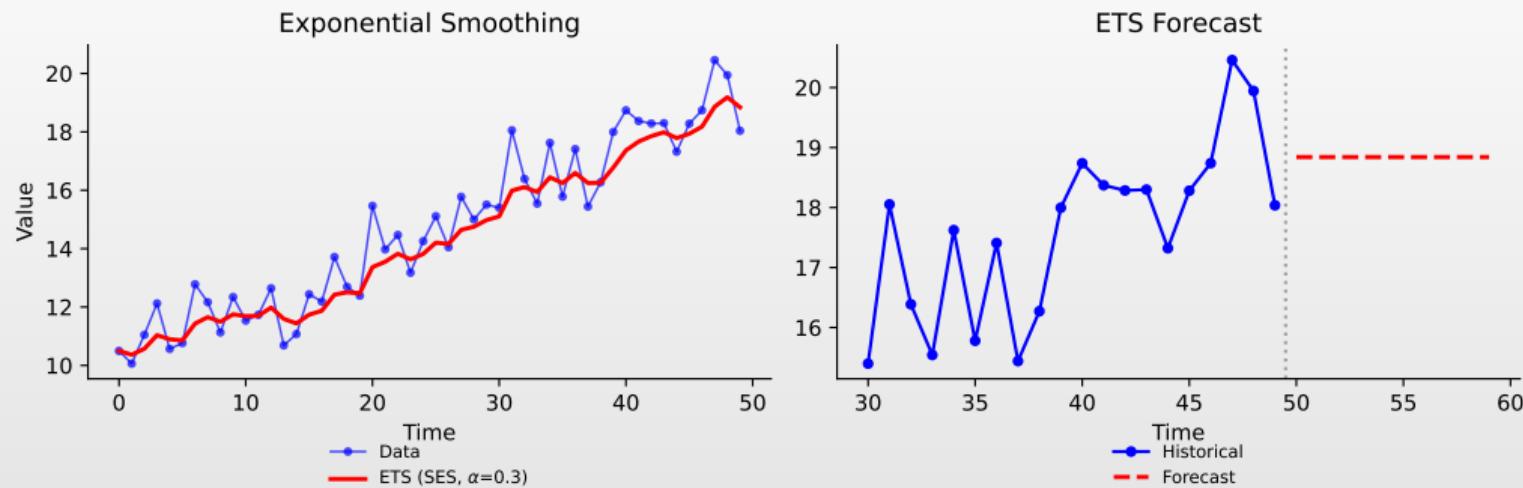
Componentă	N	A	M
Eroare (E)	–	Aditivă	Multiplicativă
Trend (T)	Niciunul	Aditiv	Multiplicativ
Sezonier (S)	Niciunul	Aditiv	Multiplicativ

### Exemple

- $ETS(A,N,N) = \text{Netezire Exponențială Simplă}$
- $ETS(A,A,N) = \text{Metoda Liniară Holt}$
- $ETS(A,A,A) = \text{Holt-Winters Aditivă}$



## ETS: Ilustrație Netezire Exponențială



### Interpretare

Modelele ETS folosesc observații ponderate exponențial pentru prognoză. Ponderile scad pe măsură ce observațiile devin mai vechi.

## Selectia Modelului ETS



### Interpretare

Cadrul ETS oferă o metodă sistematică pentru alegerea celui mai bun model folosind AIC/BIC.



## Metode cu Trend Amortizat

### Parametrul de Amortizare

Introduce  $\phi \in (0, 1)$  pentru a preveni supra-proiecția

### Ecuării

- Nivel:**  $\ell_t = \alpha X_t + (1 - \alpha)(\ell_{t-1} + \phi b_{t-1})$
- Trend:**  $b_t = \beta^*(\ell_t - \ell_{t-1}) + (1 - \beta^*)\phi b_{t-1}$
- Prognosă:**  $\hat{X}_{t+h|t} = \ell_t + \phi^{\frac{1-\phi^h}{1-\phi}} b_t$

### Idee Cheie

- Când  $h \rightarrow \infty$ : prognoza → constantă
- Previne extrapolare nerealista pe termen lung
- Adesea mai bună pentru orizonturi lungi



## Metrici de Acuratețe a Prognozei

### Eroarea de Prognoză

- $e_t = X_t - \hat{X}_t$  (actual minus prezis)

### Dependente de Scală

- $MAE = \frac{1}{n} \sum |e_t|$
- $MSE = \frac{1}{n} \sum e_t^2$
- $RMSE = \sqrt{MSE}$

### Independente de Scală

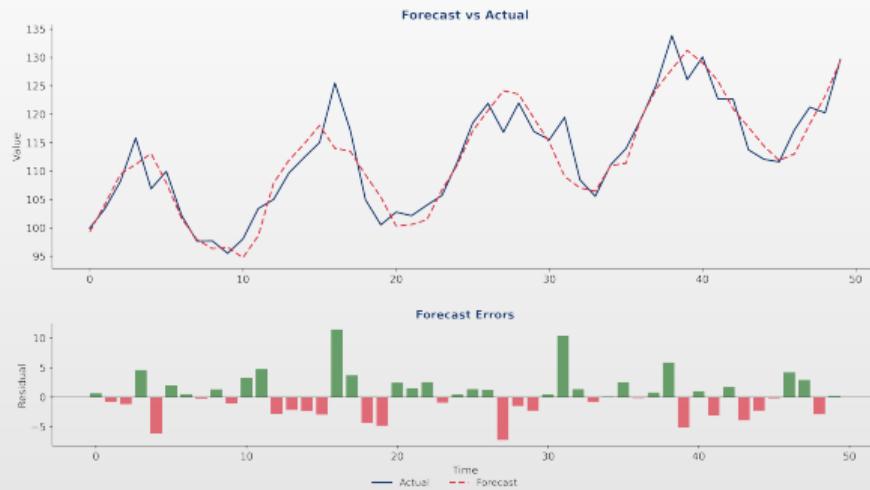
- $MAPE = \frac{100}{n} \sum \left| \frac{e_t}{X_t} \right|$
- $sMAPE = \frac{100}{n} \sum \frac{|e_t|}{(|X_t| + |\hat{X}_t|)/2}$

### Ce să folosim?

- Aceeași serie: RMSE, MAE
- Comparări între serii: MAPE, sMAPE



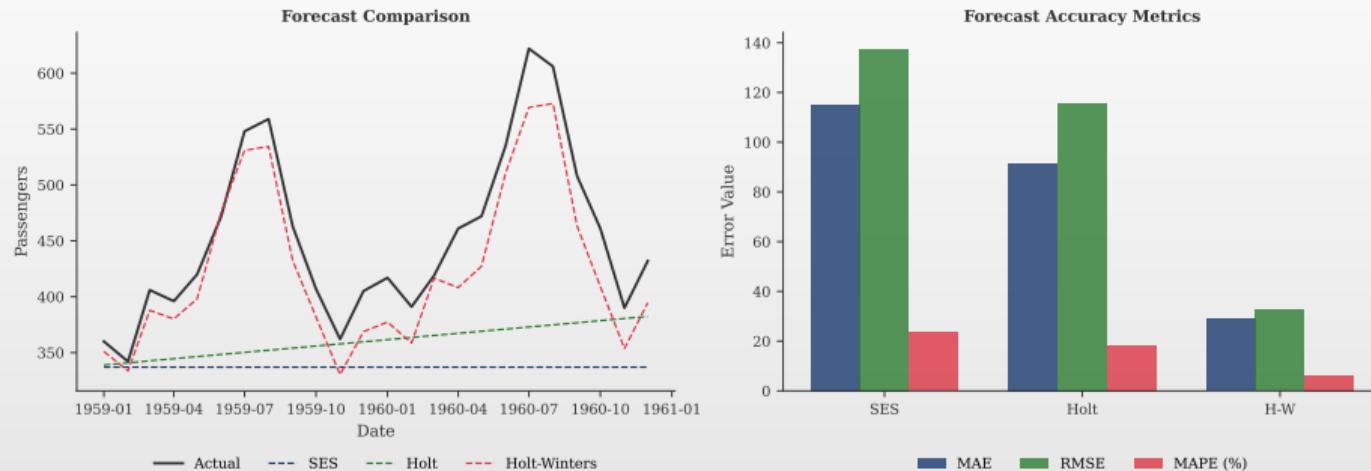
## Evaluarea Prognozei: Exemplu Vizual



- **Sus:** Valori actuale vs. valori prognozate – evaluare vizuală a potrivirii
- **Jos:** Reziduurile ar trebui să fie centrate în jurul zero fără tipar
- Prognozele bune au reziduuri mici, aleatorii cu varianță constantă



## Compararea Metodelor de Prognoză



### Interpretare

- Stânga:** Compararea prognozelor SES, Holt și Holt-Winters
- Dreapta:** Metrii de eroare pentru fiecare metodă

## Diagnosticarea Reziduurilor

### Proprietăți ale Reziduurilor

Prognozele bune ar trebui să aibă reziduuri care sunt:

1. **Medie zero:**  $\mathbb{E}[e_t] = 0$
2. **Necorelate:**  $\text{Cov}(e_t, e_{t-k}) = 0$
3. **Varianță constantă:**  $\text{Var}(e_t) = \sigma^2$
4. **Normal distribuite**

### Teste de Diagnostic

**Testul Ljung-Box** (autocorelație):

$$Q = T(T+2) \sum_{k=1}^h \frac{\hat{\rho}_k^2}{T-k} \sim \chi_h^2$$

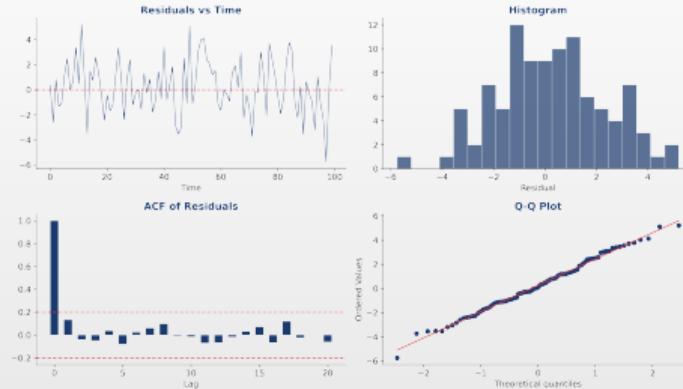
**Testul Jarque-Bera** (normalitate):

$$JB = \frac{T}{6} \left( S^2 + \frac{(K-3)^2}{4} \right) \sim \chi_2^2$$

$S$  = asimetrie,  $K$  = curtosis



## Diagnosticarea Reziduurilor: Vizualizare



### Ce să Verificăm

- Grafic temporal (fără tipare)
- Histogramă (normalitate)
- ACF (fără autocorelație)
- Grafic Q-Q (normalitate)



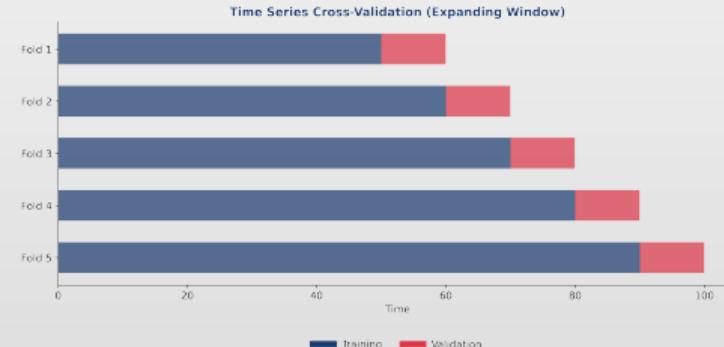
## Validarea Încrucișată pentru Serii de Timp

### De Ce Nu CV Standard?

- Seriile de timp au dependență temporală
- Datele viitoare nu pot prezice trecutul
- K-fold standard cauzează scurgere de date

### CV cu Origine Mobilă

1. Antrenare pe  $\{X_1, \dots, X_t\}$
2. Prognoză  $\hat{X}_{t+h}$
3. Incrementare  $t$ , repetare



## Separarea Train / Validare / Test

Separare în trei părți pentru dezvoltarea modelului:

### Set de Antrenare

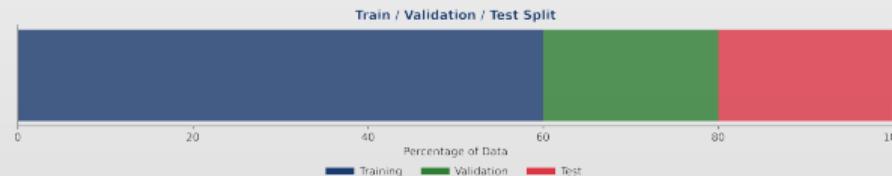
- Potrivirea parametrilor modelului
- Cea mai mare porțiune (60–80%)
- Folosit pentru estimare

### Set de Validare

- Ajustarea hiperparametrilor
- Compararea modelelor
- Selectarea celei mai bune abordări

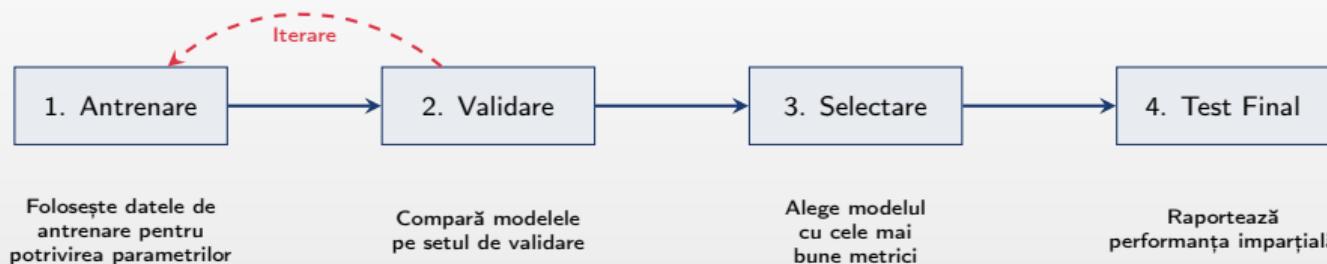
### Set de Test

- Doar evaluare finală
- Niciodată folosit pentru ajustare
- Performanță imparțială



 TSA\_ch0\_train\_split

## Fluxul de Lucru pentru Dezvoltarea Modelului

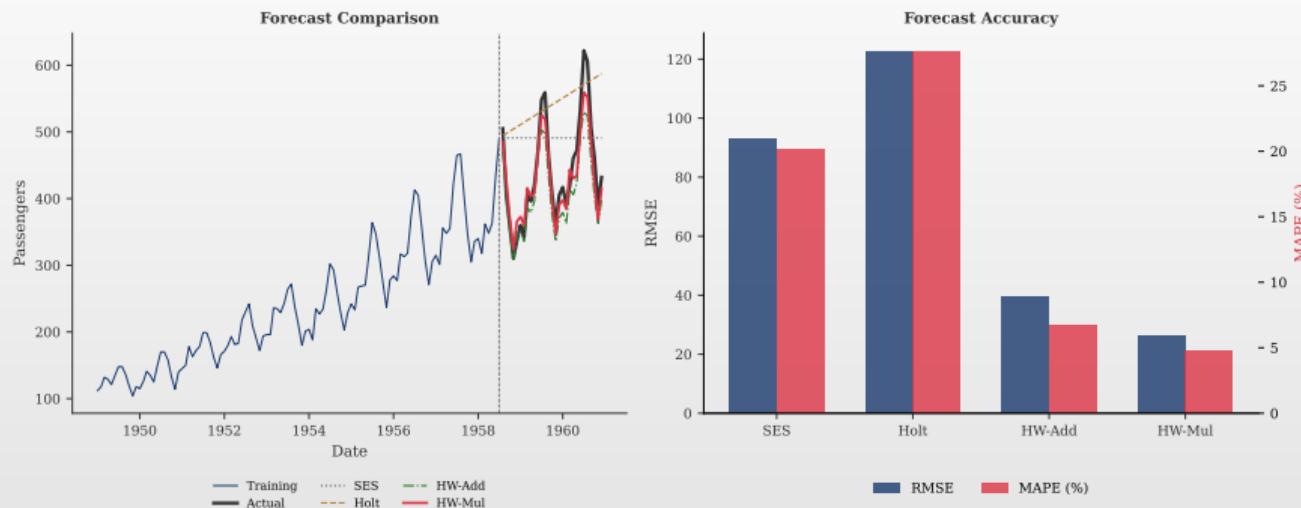


### Regulă Critică

Niciodată nu folosiți setul de test pentru selecția modelului! Aceasta cauzează *surgere de date* și estimări prea optimiste ale performanței.



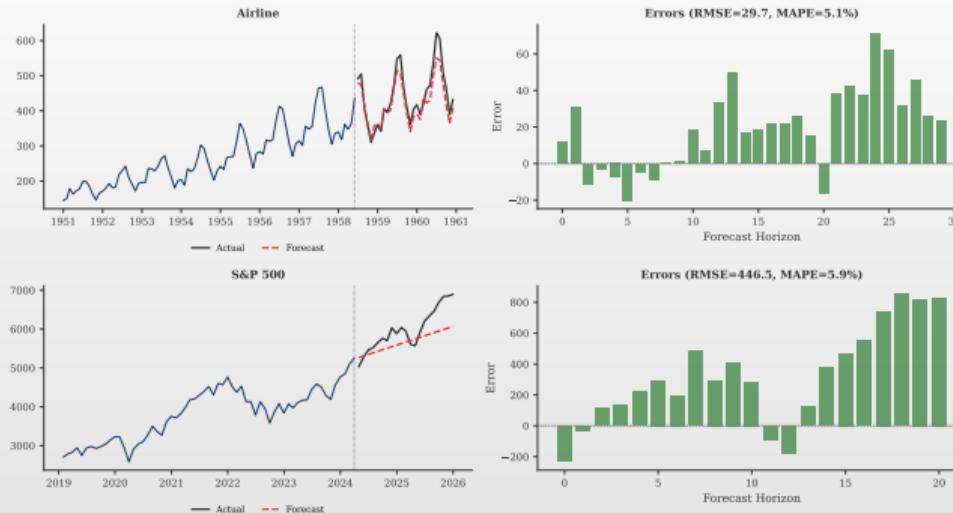
## Date Reale: Compararea Prognozelor



### Interpretare

Date pasageri companiei aeriene: Holt-Winters Multiplicativă performează cel mai bine pentru date sezoniere.

## Performanța Prognozei pe Diferite Seturi de Date



### Interpretare

Serii diferite necesită modele diferite. Datele sezoniere necesită metode sezoniere.



## Modelarea Sezonalității: Două Abordări

### 1. Variabile Dummy:

$$X_t = \mu + \sum_{j=1}^{s-1} \gamma_j D_{jt} + \varepsilon_t$$

- $D_{jt} = 1$  dacă  $t$  în sezonul  $j$
- $s - 1$  parametri
- Orice tipar sezonier

### 2. Termeni Fourier:

$$X_t = \mu + \sum_{k=1}^K [\alpha_k \sin(\cdot) + \beta_k \cos(\cdot)]$$

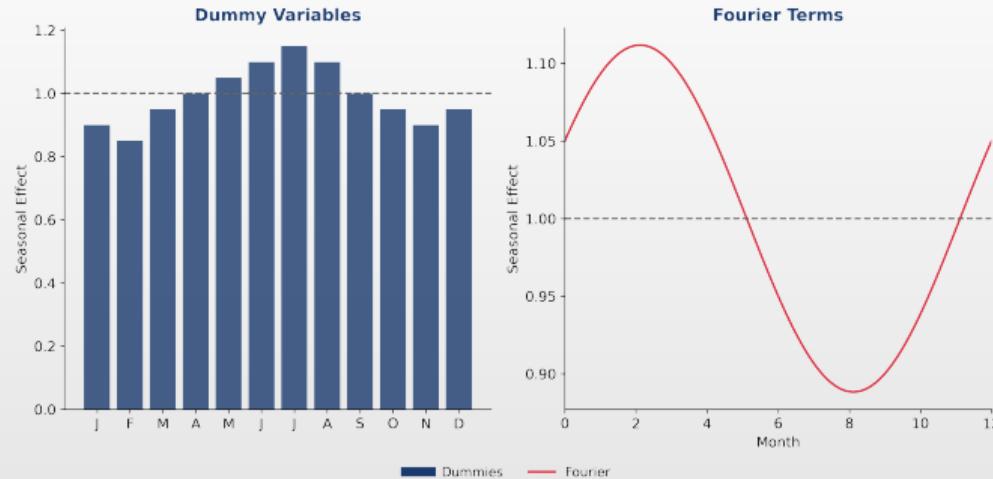
- Funcții sinusoidale
- $2K$  parametri
- Tipare netede

### Compromis

- Dummy:** orice tipar, mai mulți parametri
- Fourier:** netede, mai puțini parametri



## Variabile Dummy vs Termeni Fourier



### Comparație

- Dummy:** captează orice formă dar necesită  $s - 1$  parametri
- Fourier:** folosește  $2K$  parametri pentru tipare netede

## Alegerea între Dummy și Fourier

Criteriu	Dummy	Fourier
Parametri (lunar)	11	$2K$ (adesea 4–6)
Tipar sezonier	Orice formă	Neted/sinusoidal
Interpretare	Directă (efekte lunare)	Componente de frecvență
Sezoane de înaltă frecvență	Mulți parametri	Eficient
Sezonalitate multiplă	Complex	Ușor (adăugați termeni)

### Recomandări

- Folosiți **dummy**: tipare neregulate, coeficienți interpretabili
- Folosiți **Fourier**: tipare netede, sezonalitate de înaltă frecvență, perioade multiple
- Termenii Fourier** sunt folosiți în TBATS și Facebook Prophet



## De Ce Eliminăm Trendul și Sezonilitatea?

Înainte de modelare, adesea trebuie să facem seria staționară:

### Motive pentru detrendare:

- Cerința de staționaritate
- Focus pe fluctuații
- Evitarea regresiei false
- Permiterea inferenței valide

### Motive pentru desezonializare:

- Dezvăluirea trendului subiacent
- Comparații între sezoane
- Simplificarea modelării
- Focus pe componenta neregulată

### Important

După modelarea seriei detrendate/desezonalizate, trebuie să **inversăm transformarea** pentru prognoză.



## Metode de Eliminare a Trendului

### Șase Abordări Comune de Detrendare

1. **Diferențiere:**  $\Delta X_t = X_t - X_{t-1}$
2. **Regresie liniară:**  $\hat{T}_t = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 t$
3. **Polinomială:** Polinom de ordin superior
4. **Filtru HP:** Echilibru potrivire vs netezime
5. **Media mobilă:**  $\hat{T}_t = MA_q(X_t)$
6. **LOESS:** Regresie polinomială locală

### Alegerea Depinde De

- Natura trendului (determinist vs stochastic)
- Scopul (prognoză vs analiză)



## Metode de Detrendare: Comparație

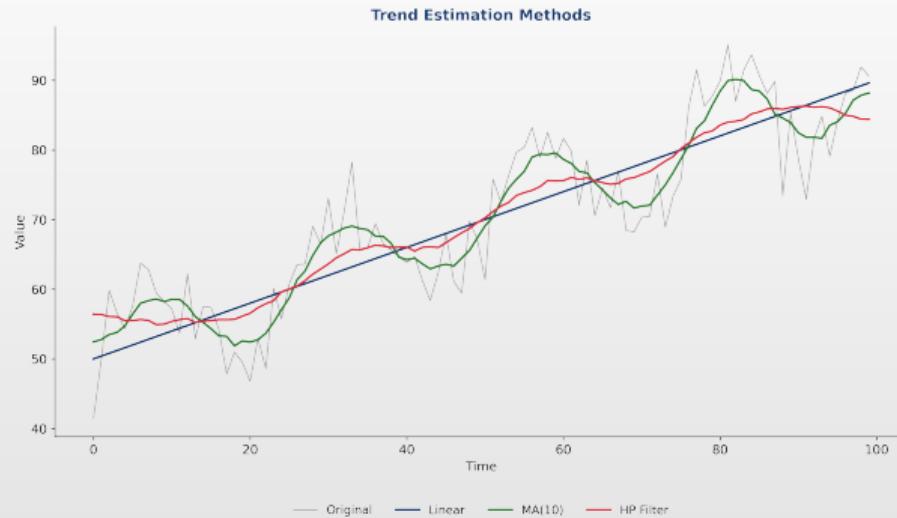


### Idee Cheie

Metode diferite produc reziduuri diferite. Alegeti în funcție de tipul de trend și obiectivele analizei.



## Estimarea Trendului: Abordări Multiple



### Interpretare

Metode diferite captează trendul la niveluri variate de netezime.



## Filtrul Hodrick-Prescott (HP)

### Definiție 5 (Filtrul HP)

**Filtrul HP** descompune  $X_t$  în trend  $\tau_t$  și ciclu  $c_t$ :  $X_t = \tau_t + c_t$ , prin minimizarea:

$$\min_{\{\tau_t\}} \left\{ \sum_{t=1}^T (X_t - \tau_t)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} [(\tau_{t+1} - \tau_t) - (\tau_t - \tau_{t-1})]^2 \right\}$$

### Interpretare

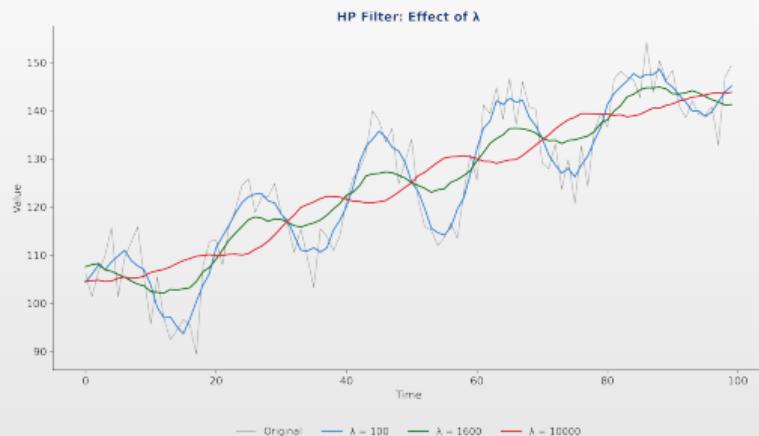
- Primul termen: potrivire la date
- Al doilea termen: penalizare netezime
- $\lambda$ : parametru de compromis

### Valori Standard $\lambda$

- Anual:  $\lambda = 6.25$
- Trimestrial:  $\lambda = 1600$
- Lunar:  $\lambda = 129600$



## Filtrul HP: Efectul lui $\lambda$

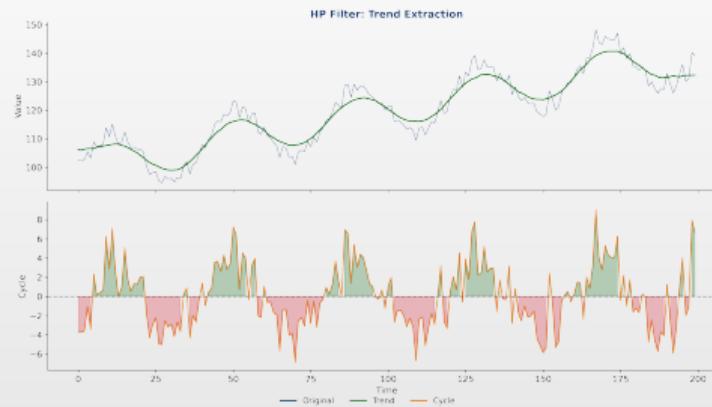


### Compromis

- $\lambda$  mic:** Trendul urmează datele îndeaproape (mai flexibil)
- $\lambda$  mare:** Trendul devine mai neted (se apropie de trend liniar)



## Filtrul HP: Extragerea Ciclului de Afaceri



### Aplicație

Filtrul HP este utilizat pe scară largă în macroeconomie pentru extragerea ciclurilor de afaceri din PIB și alte serii economice.

 TSA\_ch0\_hp\_cycle



## Filtrul HP: Limitări

### Probleme Cunoscute

- Problema capetelor:** Estimările trendului nesigure la capete
- Cicluri false:** Poate crea dinamici artificiale
- Alegerea  $\lambda$ :** Rezultatele sensibile la parametru
- Non-staționar:** Presupune că trendul este neted

### Alternative

- Filtre bandă:** Baxter-King, Christiano-Fitzgerald
- Filtrul Hamilton:** Bazat pe regresie
- Componente neobserveate:** Modele space-state

### Critica lui Hamilton (2018)

"De Ce Nu Ar Trebui Să Folosiți Niciodată Filtrul Hodrick-Prescott" — sugerează utilizarea regresiei pe valori întârziate în schimb.



## Metode de Eliminare a Sezonalității

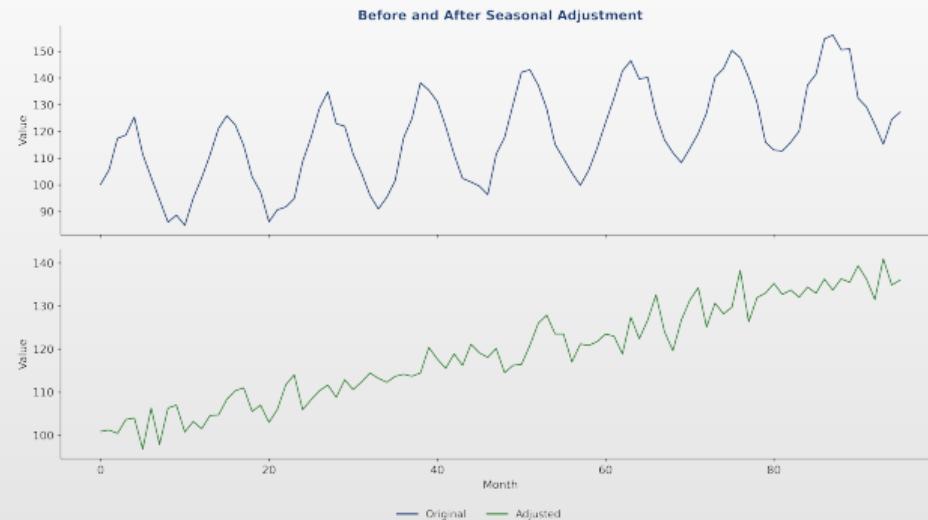
### Patru Abordări pentru Eliminarea Sezonalității

1. **Diferențiere sezonieră:**  $\Delta_s X_t = X_t - X_{t-s}$
2. **Împărțire (multiplicativ):**  $X_t^{adj} = X_t / \hat{S}_t$
3. **Scădere (aditiv):**  $X_t^{adj} = X_t - \hat{S}_t$
4. **X-13ARIMA-SEATS:** Metodă statistică guvernamentală

### Perioada Sezonieră $s$

- Lunar  $\Rightarrow s = 12$
- Trimestrial  $\Rightarrow s = 4$

## Ajustare Sezonieră: Vizualizare



### Rezultat

Seria ajustată sezonier dezvăluie trendul subiacent fără fluctuațiile periodice.

Q TSA\_ch0\_seasonal\_adj



## Trend Determinist vs Stochastic

### Trend Determinist:

$$X_t = \beta_0 + \beta_1 t + \varepsilon_t$$

- Trendul este o funcție de timp
- Detrendare prin regresie
- $\varepsilon_t$  este staționar

### Trend Stochastic:

$$X_t = X_{t-1} + \varepsilon_t$$

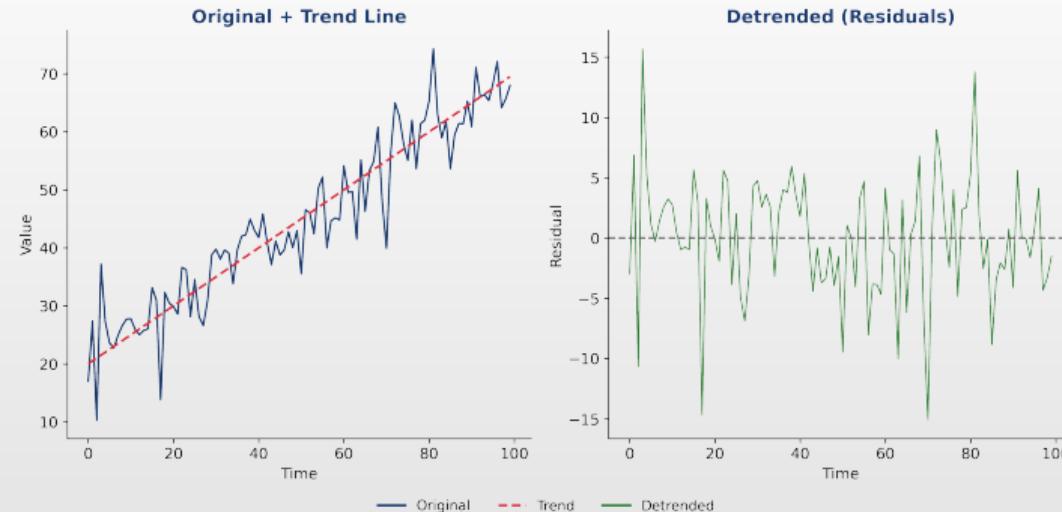
- Componentă de mers aleatoriu
- Detrendare prin diferențiere
- $\Delta X_t$  este staționar

### Metodă Greșită = Probleme

- Diferențierea trendului determinist  $\Rightarrow$  supra-diferențiere
- Regresie pe trend stochastic  $\Rightarrow$  regresie falsă



## Exemplu: Trend Determinist



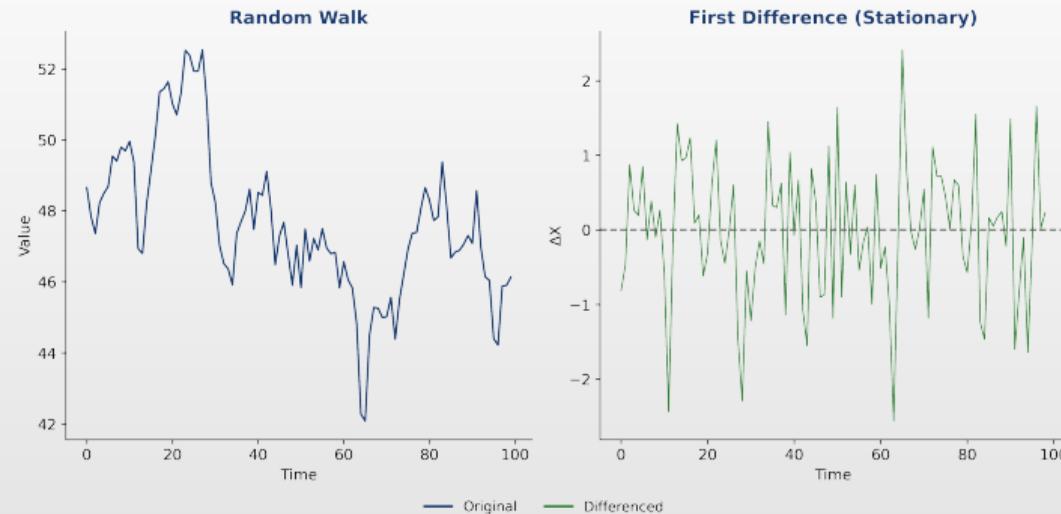
### Cheie

Folosiți **regresie** pentru eliminarea trendului → reziduurile sunt staționare (ACF scade rapid).

Q TSA\_cho\_det\_trend



## Exemplu: Trend Stochastic (Mers Aleatoriu)



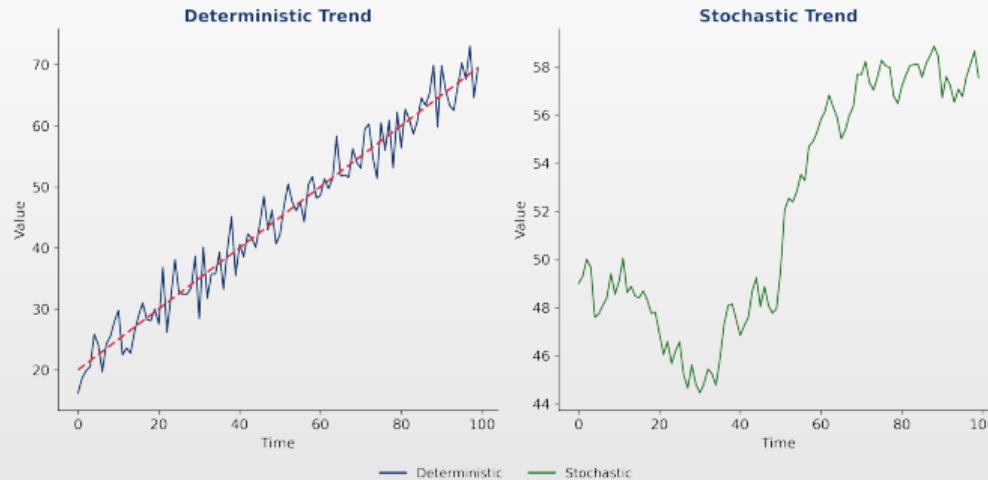
### Cheie

Folosiți **diferențiere** pentru eliminarea trendului → diferențele sunt staționare (zgomot alb).

Q TSA\_ch0\_stoch\_trend



## Comparație Alăturată



### Rețineți

- Trend determinist → regresie
- Trend stochastic → diferențiere



## Rezumat

### Ce Am Învățat

- Definiția Seriei de Timp:** Secvență de observații indexate după timp
- Descompunere:** Componente Trend-Ciclu + Sezonier + Reziduu
- Netezire Exponențială:** SES, Holt, Holt-Winters, cadrul ETS
- Evaluarea Prognozei:** MAE, RMSE, MAPE; separări train/validare/test

### Idee Cheie

- Înțelegeți Înainte de a Modela:**
  - ▶ Întotdeauna vizualizați și descompuneți datele mai întâi
  - ▶ Alegeți aditiv vs multiplicativ în funcție de comportamentul varianței



## Quiz Rapid

1. Care este diferența între descompunerea aditivă și multiplicativă?
2. Când ar trebui să folosiți Holt-Winters în loc de netezire exponențială simplă?
3. De ce nu putem folosi validare încrucișată standard k-fold pentru serii de timp?
4. Ce înseamnă  $\alpha = 0.9$  în netezirea exponențială?
5. Cum distingeți între trend determinist și stochastic?



## Răspunsuri Quiz

- 1. Aditivă vs Multiplicativă:** Aditivă când amplitudinea sezonieră este constantă; multiplicativă când crește odată cu nivelul.
- 2. Holt-Winters:** Când datele au atât trend CÂT ȘI sezonalitate. SES gestionează doar nivelul.
- 3. CV Serii de Timp:** K-fold standard ignoră ordinea temporală — ar folosi date viitoare pentru a prezice trecutul (surgere de date).
- 4.  $\alpha = 0.9$ :** Pondere mare pe observațiile recente, prognoza reacționează rapid la schimbări dar este mai volatilă.
- 5. Tipul de trend:** Determinist — funcție predictibilă de timp (folosiți regresie). Stochastic — componentă de mers aleatoriu (folosiți diferențiere).



## Ce Urmează?

### Capitolul 1: Procese Stochastice și Staționaritate

- Procese Stochastice:** Fundament matematic pentru serii de timp
  - ▶ Variabile aleatoare indexate după timp
  - ▶ Staționaritate strictă vs slabă (covarianță)
- Procese Cheie:** Zgomot alb și mers aleatoriu
  - ▶ Blocuri de construcție pentru modelele ARIMA
  - ▶ Înțelegerea revertirii la medie vs rădăcini unitare
- ACF și PACF:** Instrumente pentru identificarea modelului
  - ▶ Detectarea structurii de autocorelație
  - ▶ Alegerea ordinelor AR și MA

Întrebări?

