



Analiza și Prognoza Seriilor de Timp

Capitolul 9: Prophet și TBATS



Daniel Traian PELE

Academia de Studii Economice din București

IDA Institute Digital Assets

Blockchain Research Center

AI4EFin Artificial Intelligence for Energy Finance

Academia Română, Institutul de Prognoză Economică

MSCA Digital Finance

Obiective de învățare

La finalul acestui capitol, veți fi capabili să:

1. Gestionăți serii de timp cu **sezonalități multiple**
2. Utilizați **Facebook Prophet** pentru prognoză flexibilă cu sărbători
3. Aplicați modele **TBATS** (Trigonometric Box-Cox ARMA Trend Seasonal) pentru sezonalitate complexă
4. Comparați și selectați între metodele moderne de prognoză



Cuprins

Fundamente

- Sezonalități Multiple
- Modelul TBATS
- Facebook Prophet

Aplicații

- Comparație și Ghid de Selecție
- Studiu de Caz
- Rezumat și Quiz



Problema: tipare sezoniere complexe

Exemple din lumea reală

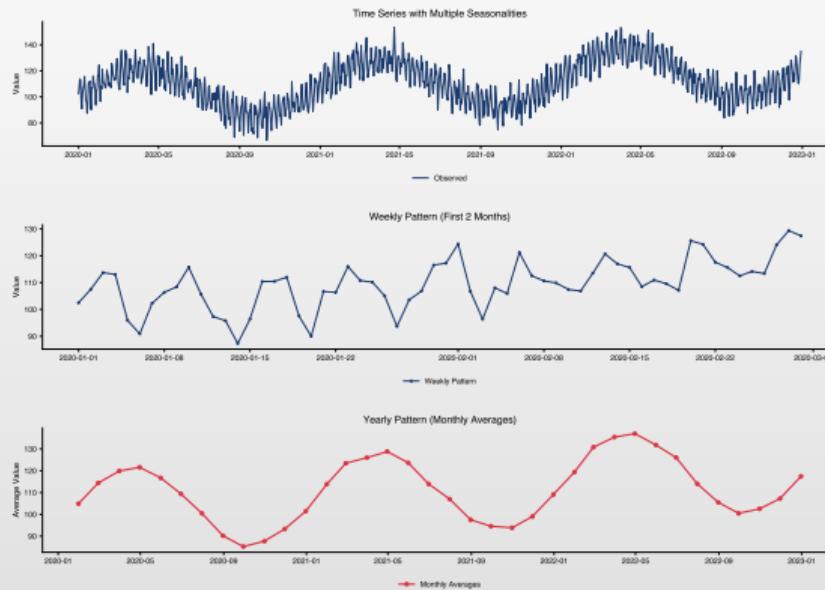
- Cerere de electricitate pe oră:** Tipare zilnice + săptămânaile + anuale
- Trafic web:** Zilnic + săptămânal + efecte de sărbători
- Vânzări retail:** Săptămânal + lunar + anual + sărbători
- Volum call center:** Pe oră + zilnic + săptămânal

Limitarea SARIMA (Seasonal ARIMA)

- SARIMA(p, d, q)(P, D, Q)_s standard gestionează doar o **singură** perioadă sezonieră s
- Pentru date orare cu tipare zilnice și săptămânaile, avem nevoie de $s_1 = 24$ și $s_2 = 168$



Exemplu: date orare cu sezonalități multiple



Q TSA_ch9_multiple_seasonality



Soluții pentru sezonalități multiple

Abordări tradiționale

- Termeni Fourier:** Adăugare regresori sin/cos
- Variabile indicatoare:** Mulți parametri
- Modele imbicate:** Specificare complexă

Abordări moderne

- TBATS:** Automat, gestionează multe perioade
- Prophet:** Flexibil, interpretabil
- Metode neurale:** Deep learning

Comparatie

- Rezumat comparativ:

| Metodă | Nr. Max Sezonalități | Interpretabil |
|--|----------------------|---------------|
| SARIMA | 1 | Da |
| Fourier + ARIMA (AutoRegressive Integrated Moving Average) | Multiple | Moderat |
| TBATS | Multiple | Moderat |
| Prophet | Multiple | Da |

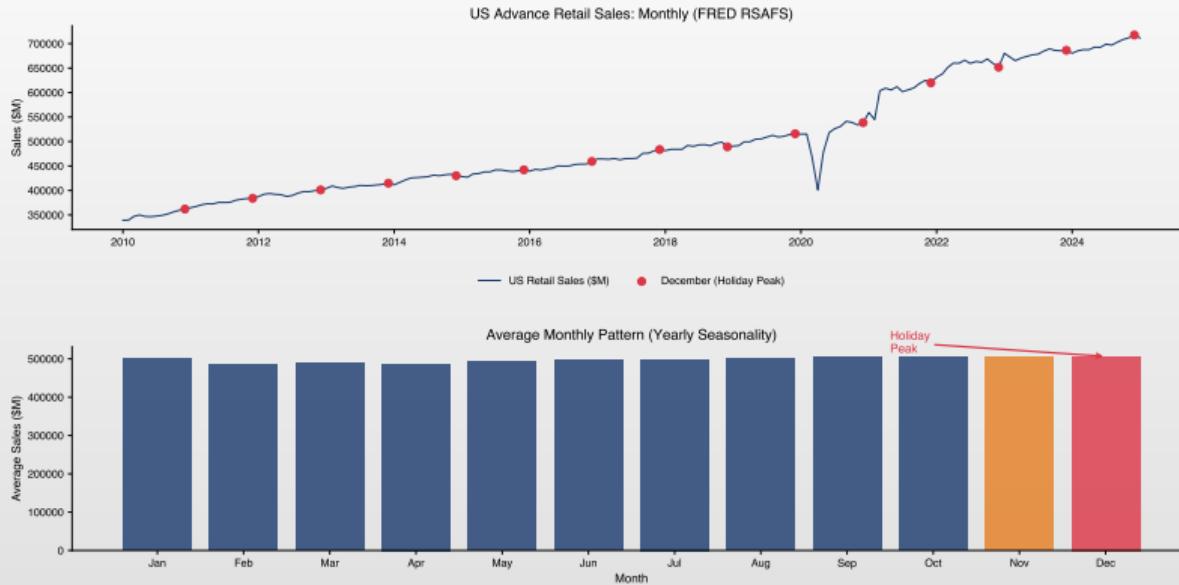


Exemplu real: cerere de electricitate



Q TSA_ch9_electricity_demand

Exemplu real: vânzări retail cu sărbători



Q TSA_ch9_retail_sales



Portret de cercetător: Rob J. Hyndman



*1967

W Wikipedia (en)

Biografie

- Statistician australian, profesor la Monash University
- Unul dintre cei mai influenți cercetători în prognoza seriilor de timp
- Creatorul pachetului **forecast** pentru R, utilizat pe scară largă
- Redactor-șef al *International Journal of Forecasting* (2005–2018)

Contribuții principale

- **Modelul TBATS** (2011) — Box-Cox trigonometric ARMA cu perioade sezoniere multiple
- **Cadrul ETS** (Error, Trend, Seasonality) — modele spațiu-stare de netezire exponențială cu selecție automată
- **Pachetul forecast** pentru R — setul standard de instrumente pentru prognoza seriilor de timp
- **Prognoza ierarhică** și metode de reconciliere a prognozelor

TBATS: ce înseamnă?

Componentele TBATS

- T** \succ Sezonalitate **Trigonometrică** folosind termeni Fourier
- B** \succ Transformare **Box-Cox** pentru stabilizarea varianței
- A** \succ Erori **ARMA** (AutoRegressive Moving Average) pentru autocorelația reziduală
- T** \succ Componentă de **Trend** (posibil amortizat)
- S** \succ Componete **Sezoniere** (multiple permise)

Inovația principală

- TBATS folosește **reprzentare trigonometrică** pentru sezonalitate:

$$s_t^{(i)} = \sum_{j=1}^{k_i} \left[s_j^{(i)} \cos\left(\frac{2\pi j t}{m_i}\right) + s_j^{*(i)} \sin\left(\frac{2\pi j t}{m_i}\right) \right]$$

- m_i este perioadă sezonieră i și k_i este numărul de armonici



Transformarea Box-Cox

Definiție 1 (Transformarea Box-Cox)

Transformarea Box-Cox cu parametrul ω este definită astfel:

$$y_t^{(\omega)} = \begin{cases} \frac{y_t^\omega - 1}{\omega} & \text{dacă } \omega \neq 0 \\ \ln(y_t) & \text{dacă } \omega = 0 \end{cases}$$

Scop

- Stabilizarea varianței:** Face varianța constantă în timp
- Normalizare:** Reduce asimetria în date
- Valori uzuale:** $\omega = 0$ (log), $\omega = 0.5$ (rădăcină pătrată), $\omega = 1$ (fără transformare)



Structura modelului TBATS

Specificația completă a modelului

- Ecuațiile modelului TBATS:

$$y_t^{(\omega)} = \ell_{t-1} + \phi b_{t-1} + \sum_{i=1}^M s_t^{(i)} + d_t \quad (1)$$

$$\ell_t = \ell_{t-1} + \phi b_{t-1} + \alpha d_t \quad (2)$$

$$b_t = \phi b_{t-1} + \beta d_t \quad (3)$$

$$d_t = \sum_{i=1}^p \varphi_i d_{t-i} + \sum_{j=1}^q \theta_j \varepsilon_{t-j} + \varepsilon_t \quad (4)$$

Notări

- $y_t^{(\omega)}$ ~ seria transformată Box-Cox (dacă $\omega \neq 1$)
- ℓ_t ~ nivelul local, b_t ~ trendul cu amortizare ϕ
- $s_t^{(i)}$ ~ M componente sezoniere cu perioade m_1, \dots, m_M
- d_t ~ procesul de eroare ARMA(p, q)



TBATS: evoluția stărilor sezonalității trigonometrice

Definiție 2 (Recursia trigonometrică în spațiul stărilor)

Pentru fiecare componentă sezonieră cu perioada m_i și k_i armonici, definim stările:

$$\begin{pmatrix} s_{j,t}^{(i)} \\ s_{j,t}^{*(i)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\lambda_j) & \sin(\lambda_j) \\ -\sin(\lambda_j) & \cos(\lambda_j) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_{j,t-1}^{(i)} \\ s_{j,t-1}^{*(i)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \gamma_1^{(i)} \\ \gamma_2^{(i)} \end{pmatrix} d_t$$

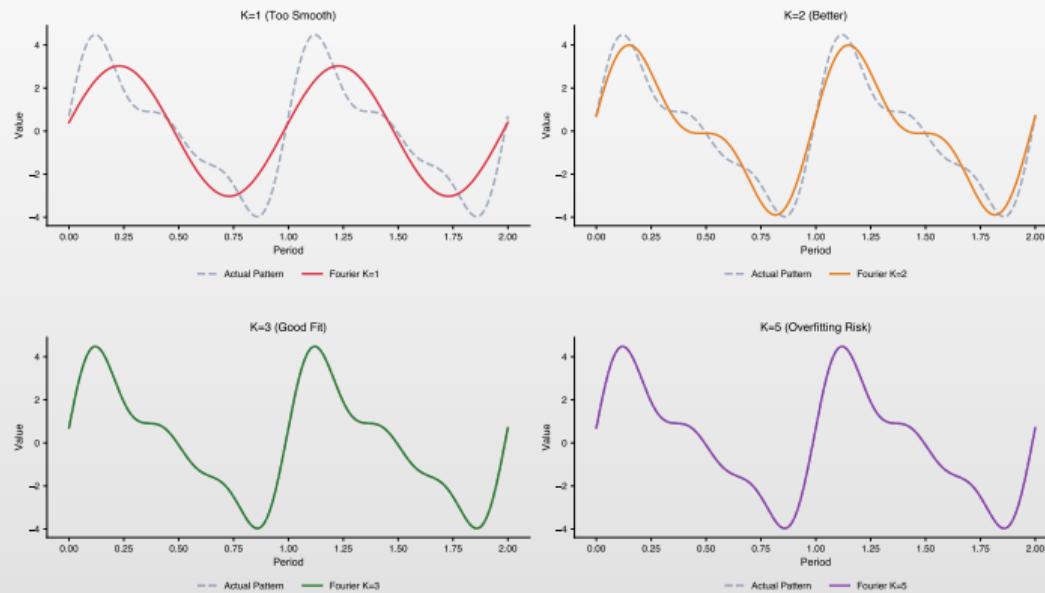
unde $\lambda_j = \frac{2\pi j}{m_i}$ este frecvența armonică j .

Interpretare

- Matricea de rotație păstrează structura periodică
- Sezonalitatea totală: $s_t^{(i)} = \sum_{j=1}^{k_i} s_{j,t}^{(i)}$
- Parametri: $2k_i$ stări per perioadă sezonieră



Aproximarea Fourier a sezonalității



Q TSA_ch9_fourier_approximation



TBATS: sezonalitate trigonometrică

De ce termeni Fourier/trigonometrici?

- Simplu:** Mai puțini parametri decât variabilele indicatoare
- Neted:** Captează natural tipurile sezoniere netede
- Flexibil:** Numărul de armonici k controlează complexitatea
- Perioade non-întregi:** Poate gestiona $s = 365.25$ pentru date zilnice

k mic (puține armonici)

- Tipar neted
- Mai puțini parametri
- Poate rata vârfuri abrupte

k mare (multe armonici)

- Poate capta orice tipar
- Mai mulți parametri
- Risc de supraajustare



TBATS în practică

Implementare Python

- **Pachet tbats:** Oferă selecție automată a modelului
 - ▶ Selectează automat parametrul Box-Cox ω
 - ▶ Alege numărul de armonici k_i pentru fiecare perioadă sezonieră
 - ▶ Selectează ordinele ARMA (p, q)
 - ▶ Testează trend amortizat vs neamortizat

Exemplu de cod

- **Cod Python:**

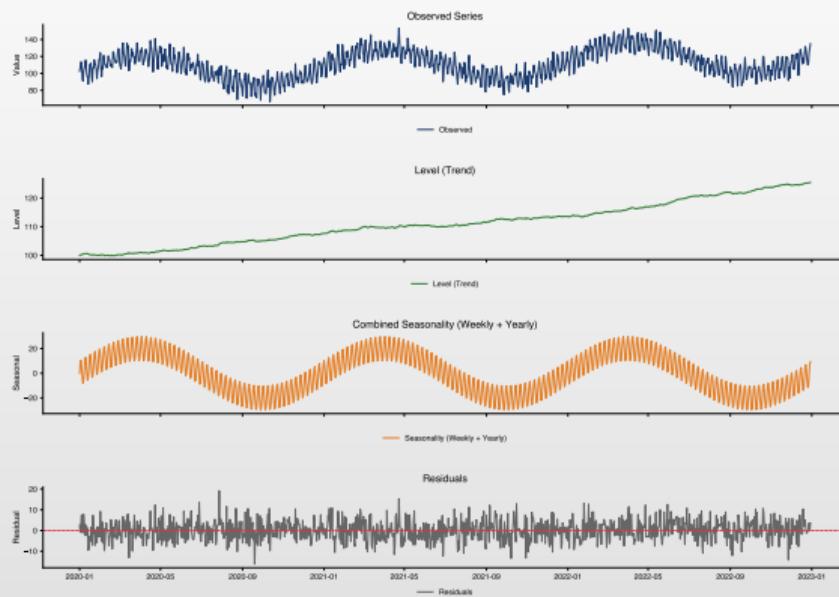
```
from tbats import TBATS
estimator = TBATS(seasonal_periods=[7, 365.25])
model = estimator.fit(y)
forecast = model.forecast(steps=30)
```

Notă

- BATS (Box-Cox ARMA Trend Seasonal) este versiunea mai simplă fără termeni trigonometrici
- BATS folosește stări sezoniere tradiționale în loc de reprezentare Fourier



Exemplu descompunere TBATS



 TSA_ch9_tbats_decomposition



TBATS: avantaje și limitări

Avantaje

- Gestioneză **multiple** perioade sezoniere
- Selectie **automată** a modelului
- Gestioneză perioade **non-întregi** (365.25)
- Box-Cox** pentru heteroscedasticitate
- Bun pentru date de **frecvență înaltă**

Limitări

- Intensiv computațional**
- Fără **regresori externi**
- Mai puțin **interpretabil** decât Prophet
- Poate fi **lent** pentru serii foarte lungi
- Necesită **suficiente date** per sezon



Prophet: prezentare generală

Ce este Prophet?

- **Origine:** Procedură de prognoză dezvoltată de Facebook (Meta) în 2017
- **Proiectat pentru serii de timp de business cu:**
 - ▶ Efecte sezoniere puternice (zilnice, săptămânale, anuale)
 - ▶ Efecte de sărbători
 - ▶ Schimbări de trend (changepoints)
 - ▶ Date lipsă și outliers

Principiul de bază

- “*Analyst-in-the-loop*” forecasting
- Prophet este proiectat pentru a fi ajustat de analiști cu cunoștințe de domeniu
- Nu necesită experiență avansată în modelarea seriilor de timp



Structura modelului Prophet

Abordare prin descompunere

- Prophet folosește o **descompunere aditivă**:

$$y(t) = g(t) + s(t) + h(t) + \varepsilon_t$$

$g(t)$: Trend

- Liniar sau logistic
- Changepoints automate
- Saturație de creștere

$s(t)$: Sezonalitate

- Serii Fourier
- Perioade multiple
- Sezonialitate custom

$h(t)$: Sărbători

- Sărbători pe țară
- Evenimente custom
- Efecte de fereastră



Prophet: componenta de trend

Trend liniar cu Changepoints

- **Ecuăția:** $g(t) = (k + \mathbf{a}(t)^T \boldsymbol{\delta}) \cdot t + (m + \mathbf{a}(t)^T \boldsymbol{\gamma})$
- **Parametri:**
 - ▶ $k \succ$ rata de creștere de bază
 - ▶ $\boldsymbol{\delta} \succ$ vector de ajustări de rată la changepoints
 - ▶ $\mathbf{a}(t) \succ$ indică ce changepoints sunt active la momentul t
 - ▶ $m \succ$ offset-ul, $\boldsymbol{\gamma}$ asigură continuitatea

Creștere logistică (pentru trenduri cu saturatie)

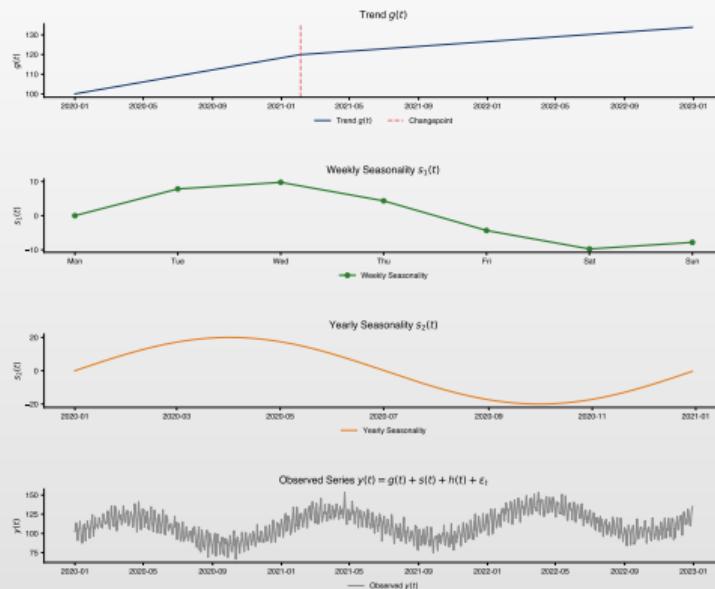
- Ecuăția de creștere logistică:

$$g(t) = \frac{C(t)}{1 + \exp(-(k + \mathbf{a}(t)^T \boldsymbol{\delta})(t - (m + \mathbf{a}(t)^T \boldsymbol{\gamma})))}$$

- $C(t)$ este capacitatea maximă (posibil variabilă în timp)



Descompunerea componentelor Prophet



 TSA_ch9_prophet_components



Prophet: componenta de sezonalitate

Reprezentare prin serii Fourier

- Pentru o perioadă sezonieră P , Prophet folosește:

$$s(t) = \sum_{n=1}^N \left[a_n \cos\left(\frac{2\pi nt}{P}\right) + b_n \sin\left(\frac{2\pi nt}{P}\right) \right]$$

Setări implicate

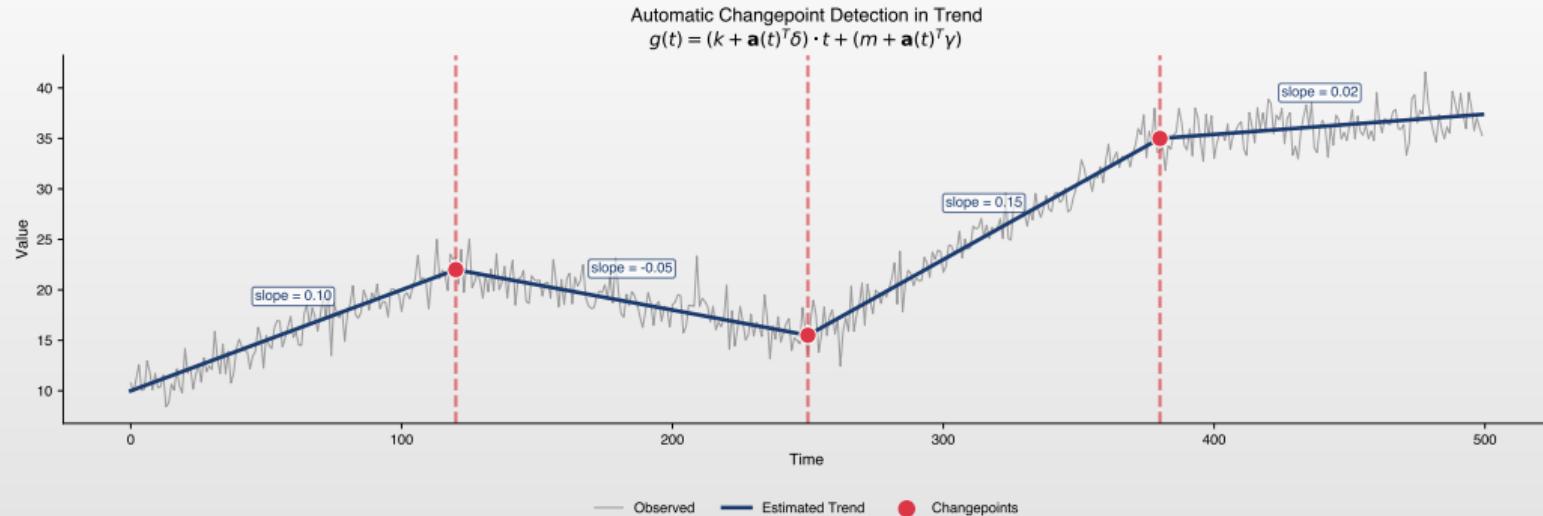
- **Anuală**: perioadă 365.25 zile, ordin Fourier 10
- **Săptămânală**: perioadă 7 zile, ordin Fourier 3
- **Zilnică**: perioadă 1 zi, ordin Fourier 4

Atenție

- Ordin Fourier N mai mare \succ mai multă flexibilitate (tipare mai complexe) dar risc mai mare de supraajustare



Detectarea changepoints în trend



Q TSA_ch9_changepoint_detection



Prophet: efecte de sărbători

Modelul de sărbători

- Ecuația efectelor de sărbătoare:

$$h(t) = Z(t) \cdot \kappa$$

- $Z(t)$ este o matrice indicător pentru sărbători și κ sunt efectele sărbătorilor

Caracteristici

- **Sărbători integrate:** 60+ țări suportate
- **Sărbători custom:** Adăugați propriile evenimente (Black Friday, evenimente companie)
- **Efecte de fereastră:** Sărbătorile pot afecta zilele înainte/după
- **Prior scale:** Controlează regularizarea efectelor de sărbătoare

Exemplu de cod

- Cod Python:

```
holidays = pd.DataFrame({'holiday': 'black_friday', ...})  
model = Prophet(holidays=holidays)
```



Prophet în practică

Utilizare de bază

- Cod Python:

```
from prophet import Prophet
import pandas as pd

# Datele trebuie să aibă coloane 'ds' (dată) și 'y' (valoare)
df = pd.DataFrame({'ds': dates, 'y': values})

model = Prophet()
model.fit(df)

future = model.make_future_dataframe(periods=365)
forecast = model.predict(future)
```

Adăugare sezonalitate Custom

- Cod Python:

```
model = Prophet(weekly_seasonality=False)
model.add_seasonality(name='monthly', period=30.5, fourier_order=5)
model.add_seasonality(name='quarterly', period=91.25, fourier_order=3)
```



Prophet: cuantificarea incertitudinii

Trei surse de incertitudine

- Incertitudine de trend:** Changepoints viitoare sunt incerte
- Incertitudine de sezonalitate:** Incertitudine în estimarea parametrilor
- Zgomot de observație:** Aleatorietate inerentă

Intervale de predicție

- Prophet oferă:**
 - ▶ Prognoză punctuală: `yhat`
 - ▶ Limita inferioară: `yhat_lower`
 - ▶ Limita superioară: `yhat_upper`
- Implicit:** interval de 80%, schimbați cu `interval_width=0.95`

Notă

- Incertitudinea crește cu orizontul de prognoză
- Efectul este cel mai pronunțat pentru componenta de trend



Prophet: parametri de ajustare

Parametri principali

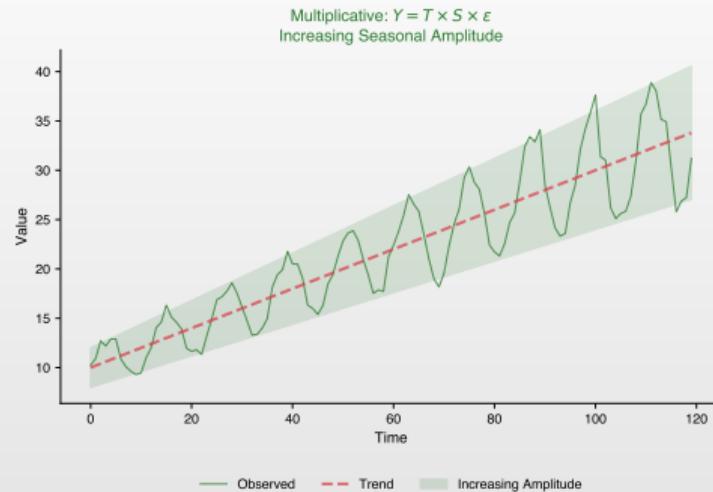
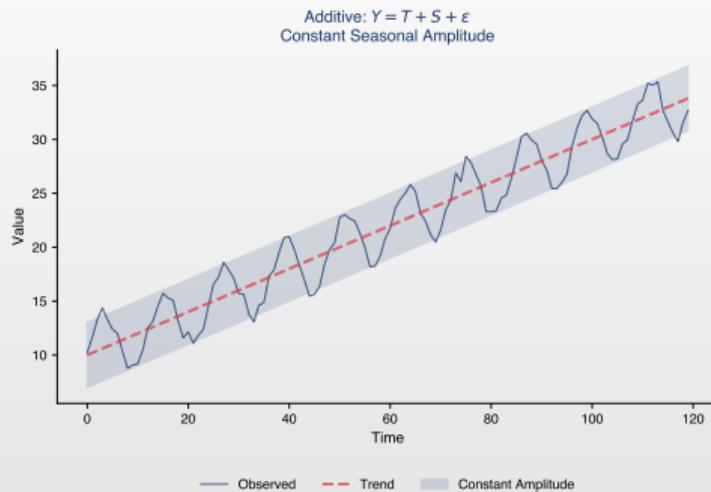
- `changepoint_prior_scale`: Flexibilitate trend (implicit: 0.05)
- `seasonality_prior_scale`: Flexibilitate sezonalitate (implicit: 10)
- `holidays_prior_scale`: Mărime efect sărbători (implicit: 10)
- `seasonality_mode`: 'additive' sau 'multiplicative'
- `changepoint_range`: Porțiune din istoric pentru changepoints

Sfaturi practice

- Supraajustare pe trend?** Micșorați `changepoint_prior_scale`
- Subajustare pe sezonalitate?** Măriți `seasonality_prior_scale`
- Amplitudinea sezonieră variază?** Folosiți `seasonality_mode='multiplicative'`



Sezonalitate aditivă vs multiplicativă



Q TSA_ch9_additive_vs_multiplicative

Prophet: avantaje și limitări

Avantaje

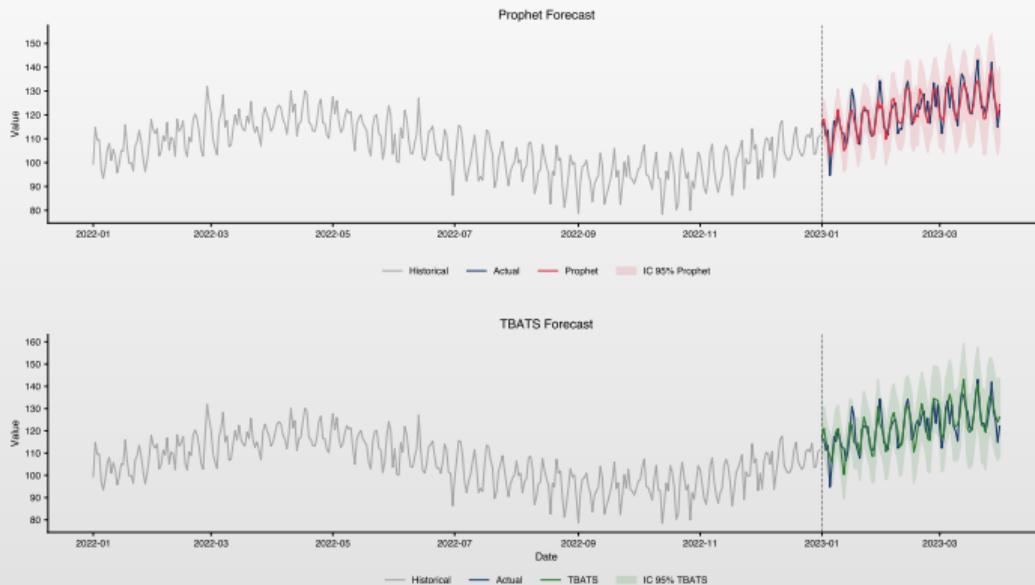
- Ușor de folosit:** Ajustare minimă necesară
- Interpretabil:** Descompunere clară
- Gestionează date lipsă bine**
- Efecte sărbători integrate**
- Sezonalități multiple**
- Regresori externi suportați**
- Ajustare rapidă**

Limitări

- Nu bazat pe ARIMA:** Fără modelare autocorelație
- Focus pe date zilnice:** Mai puțin potrivit pentru frecvență foarte înaltă
- Ipoteze de trend:** Liniar/logistic poate să nu se potrivească
- CV (Cross-Validation) integrat:** `cross_validation()` disponibil, dar necesită configurare atentă
- Risc supraajustare cu multe sezonalități**



Comparație Prophet vs TBATS: programe



Q TSA_ch9_prophet_vs_tbats



TBATS vs Prophet: comparație directă

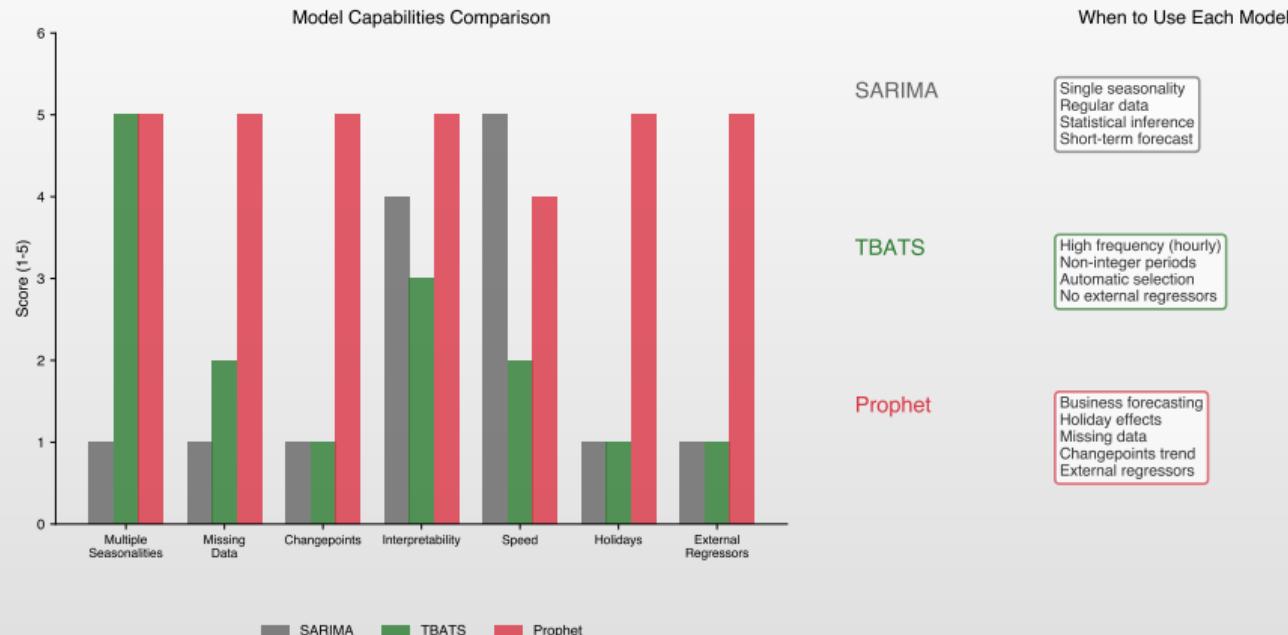
Comparație detaliată

- Rezumat al diferențelor principale:

| Caracteristică | TBATS | Prophet |
|-------------------------|----------------------|----------------------|
| Sezonalități multiple | Da (automat) | Da (manual sau auto) |
| Efecte sărbători | Nu | Da (integrat) |
| Regresori externi | Nu | Da |
| Changepoints trend | Nu (neted) | Da (automat) |
| Date lipsă | Necesită interpolare | Gestioneză nativ |
| Interpretabilitate | Moderată | Înaltă |
| Viteză calcul | Lent | Rapid |
| Date frecvență înaltă | Bun | Moderat |
| Perioade non-întregi | Da (ex: 365.25) | Da |
| Intervale incertitudine | Da | Da |



Ghid selecție model



Când să folosim fiecare model

Folosiți TBATS când:

- Date de frecvență înaltă (orare, sub-zilnice)
- Multiple perioade sezoniere complexe
- Nu sunt necesari regresori externi
- Se preferă selecție automată a modelului
- Se dorește framework tradițional state-space

Folosiți Prophet când:

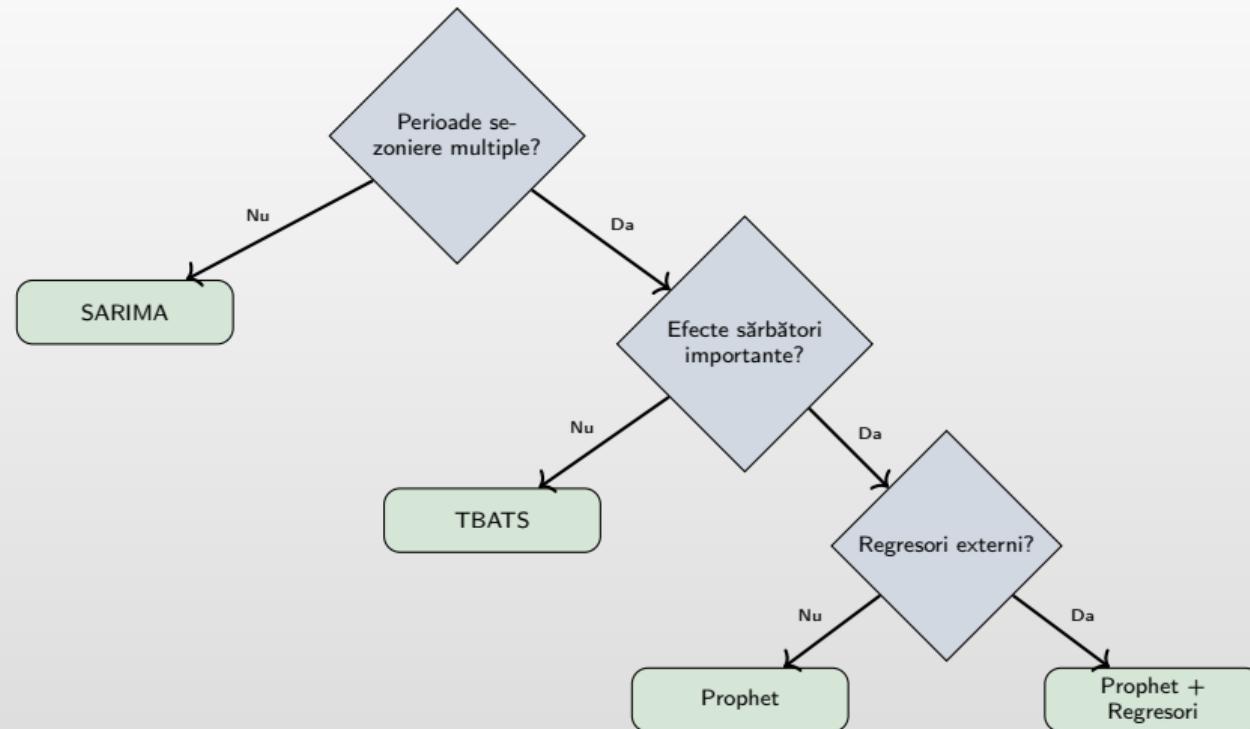
- Prognoză de business (zilnic/săptămânal)
- Efectele sărbătorilor sunt importante
- Trendul are rupturi structurale
- Sunt prezente date lipsă
- Interpretabilitatea este esențială
- Sunt disponibili regresori externi

Ghid general

- Prophet:** pentru aplicații de business cu date zilnice
- TBATS:** pentru aplicații tehnice cu date de frecvență înaltă



Diagramă de decizie



Metrici de evaluare

Definiție 3 (Metrici de acuratețe a prognozei)

Fie y_t valorile reale, \hat{y}_t prognozele și n orizontul de prognoză:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (y_t - \hat{y}_t)^2} \quad (\text{penalizează erorile mari})$$

$$\text{MAE} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |y_t - \hat{y}_t| \quad (\text{robust la outlieri})$$

$$\text{MAPE} = \frac{100\%}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{y_t - \hat{y}_t}{y_t} \right| \quad (\text{independent de scară})$$

Acoperire

- Pentru intervalele de predicție $[\hat{y}_t^L, \hat{y}_t^U]$, rata de acoperire este proporția valorilor reale care se încadrează în interval
- Tintă: rata de acoperire să corespundă nivelului nominal (ex: 80%)



Studiu de caz: prognoza cererii de energie

Problema

- Obiectiv:** Prognozați cererea de electricitate pe oră
- Provocări:**
 - ▶ Tipar zilnic \succ vârf la prânz și seara
 - ▶ Tipar săptămânal \succ mai scăzut în weekend
 - ▶ Tipar anual \succ mai mare vara (aer condiționat) și iarna (încălzire)
 - ▶ Efecte sărbători \succ cerere mai mică în sărbători

Abordare

- Pas 1:** Încercați TBATS cu perioade [24, 168, 8766]
- Pas 2:** Încercați Prophet cu sezonalitate zilnică, săptămânală, anuală + sărbători
- Pas 3:** Comparați folosind cross-validation



Studiu de caz: interpretarea rezultatelor

Rezultate tipice (metrii definite anterior)

- Comparație performanță:

| Model | MAPE | RMSE | Acoperire |
|----------------------|------|--------|-----------|
| SARIMA (doar zilnic) | 8.5% | 450 MW | 75% |
| TBATS | 4.2% | 220 MW | 82% |
| Prophet | 4.8% | 250 MW | 85% |
| Prophet + sărbători | 3.9% | 200 MW | 88% |

Concluzie

- Modelele cu sezonalități multiple depășesc semnificativ SARIMA
- Gestionarea unei singure perioade sezoniere este insuficientă pentru date complexe



Exercițiu AI: Gândire critică

Prompt de testat în ChatGPT / Claude / Copilot

"Descarcă setul de date Peyton Manning Wikipedia pageviews din Prophet (sau folosește date zilnice de consum de electricitate din 2020-01-01 până în 2024-12-31, aprox. 1.800 observații). Folosește Facebook Prophet pentru a prognoza următoarele 30 de zile. Include sărbătorile din SUA și componente de sezonabilitate săptămânală/anuală. Compară cu TBATS. Vreau cod Python complet."

Exercițiu

1. Rulați prompt-ul într-un LLM (Large Language Model) la alegere și analizați critic răspunsul.
2. Prophet detectează automat sezonalitățile multiple (zilnică, săptămânală)?
3. Cum sunt specificate sărbătorile? Specifică ţări sau evenimente personalizate?
4. Folosește cross-validation cu puncte de referință (performance _ metrics)?
5. TBATS ar fi mai potrivit pentru această frecvență? De ce sau de ce nu?

Atenție: Codul generat de AI poate rula fără erori și arăta profesional. *Asta nu înseamnă că e corect.*



Concluzii

Sezonalități multiple

- Datele din lumea reală au adesea tipare sezoniere multiple
- SARIMA standard gestionează doar o perioadă sezonieră
- TBATS și Prophet sunt proiectate pentru această provocare

Selectia modelului

- TBATS**: Automat, gestionează frecvență înaltă, fără regresori externi
- Prophet**: Interpretabil, efecte sărbători, regresori externi
- Ambele folosesc termeni Fourier pentru reprezentare eficientă a sezonalității

De reținut

- Validare**: Folosiți întotdeauna cross-validation adecvat pentru serii de timp!



Întrebări?

Întrebări?

Pași următori

- Exersați cu notebook-ul Jupyter
- Încercați Prophet pe propriile date
- Explorați NeuralProphet pentru extensia deep learning



Întrebarea 1

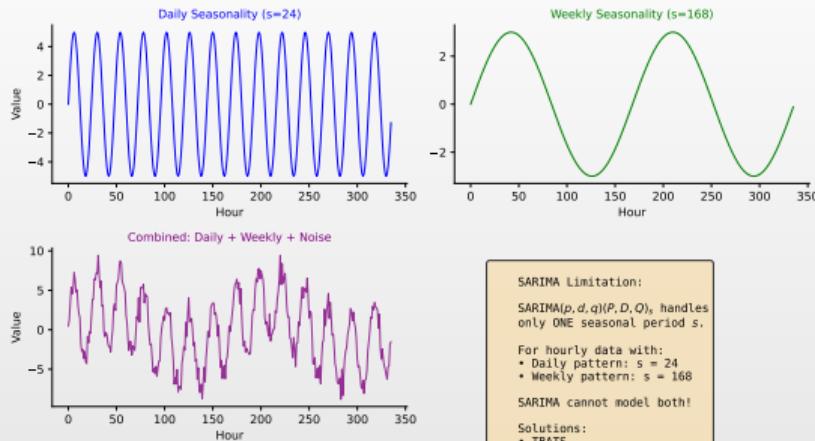
Întrebare

- De ce nu poate SARIMA(p, d, q)(P, D, Q)_s standard să modeleze date orare de electricitate cu tipare zilnice și săptămânale?

Variante de răspuns

- (A)** SARIMA poate gestiona doar o singură perioadă sezonieră și la un moment dat
- (B)** SARIMA necesită erori normal distribuite pentru sezonalități multiple
- (C)** SARIMA poate gestiona sezonalități multiple, dar necesită mai multe date
- (D)** SARIMA funcționează doar cu date lunare sau trimestriale

Întrebarea 1: Răspuns



Răspuns: (A)

- SARIMA gestionează doar o singură perioadă sezonieră s
- Nu se pot seta $s = 24$ (zilnic) și $s = 168$ (săptămânal) simultan într-un singur model SARIMA



Întrebarea 2

Întrebare

- Ce reprezintă fiecare literă din TBATS?

Variante de răspuns

- (A) Trend, Bayes, Autoregresiv, Timp, Staționaritate
- (B) Sezonalitate Trigonometrică, Box-Cox, erori ARMA, Trend, componente Sezoniere
- (C) Taylor, Box-Cox, ARIMA, Transformare, Smoothing
- (D) Trigonometric, Bayesian, ARMA, Trend, Analiză spectrală



Întrebarea 2: Răspuns

TBATS: What Does It Stand For?

| | | |
|----------|----------------------|---|
| T | Trigonometric | Fourier terms for seasonality $\sum [a_n \cos(\frac{2\pi n t}{m}) + b_n \sin(\frac{2\pi n t}{m})]$ |
| B | Box-Cox | Variance stabilization $y^{(w)} = (y^w - 1)/w$ |
| A | ARMA | Error autocorrelation $\phi(L)d_t = \theta(L)e_t$ |
| T | Trend | Level + slope (possibly damped) $t_t = t_{t-1} + \phi b_{t-1}$ |
| S | Seasonal | Multiple seasonal periods m_1, m_2, \dots, m_T |

Răspuns: (B)

- Sezonalitate Trigonometrică, transformare Box-Cox, erori ARMA, Trend, componente Sezoniere.

Q TSA_ch9_quiz2_tbats_components



Întrebarea 3

Întrebare

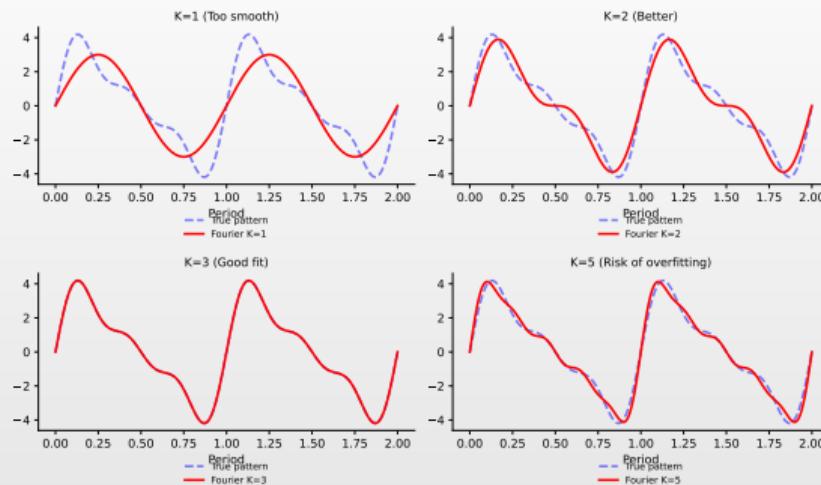
- Ce se întâmplă când creștem numărul de armonici Fourier K ?

Variante de răspuns

- (A)** Modelul devine mai simplu și mai robust
- (B)** Modelul captează tipare sezoniere mai complexe, dar riscă supraajustarea
- (C)** Orizontul de prognoză crește proporțional
- (D)** Perioada sezonieră s se schimbă automat



Întrebarea 3: Răspuns



Răspuns: (B)

- Un K mai mare captează tipare sezoniere mai complexe, dar crește riscul de supraajustare. Maximul este $K \leq s/2$.



Întrebarea 4

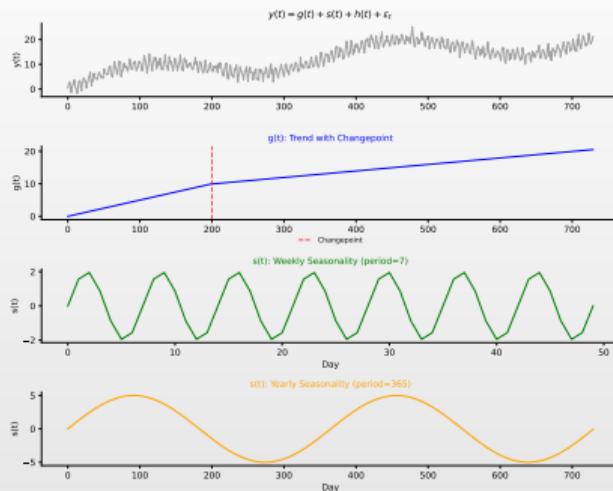
Întrebare

- Care sunt componentele principale în modelul Prophet $y(t) = g(t) + s(t) + h(t) + \varepsilon_t$?

Variante de răspuns

- (A)** $g(t)$ = volatilitate GARCH, $s(t)$ = test de staționaritate, $h(t)$ = heteroscedasticitate
- (B)** $g(t)$ = creștere (trend cu changepoints), $s(t)$ = sezonalitate, $h(t)$ = efecte de sărbători
- (C)** $g(t)$ = zgomot gaussian, $s(t)$ = netezire, $h(t)$ = termeni armonici
- (D)** $g(t)$ = gradient, $s(t)$ = densitate spectrală, $h(t)$ = exponent Hurst

Întrebarea 4: Răspuns



Răspuns: (B)

- $g(t)$ = trend cu changepoints, $s(t)$ = sezonalitate (termeni Fourier), $h(t)$ = efecte de sărbători, ε_t = termen de eroare.



Întrebarea 5

Întrebare

- Ce caracteristici distinctive are Prophet pe care TBATS nu le are?

Variante de răspuns

- (A) Sezonalitate trigonometrică și transformare Box-Cox
- (B) Selectie automată a parametrilor și netezire exponențială
- (C) Efecte de sărbători, regresori externi, changepoints în trend și gestionare nativă a datelor lipsă
- (D) Formulare spațiu-stare și modelare erori ARMA



Întrebarea 5: Răspuns

TBATS vs Prophet: Head-to-Head Comparison

| Feature | TBATS | Prophet |
|------------------------|---------------------|-------------------|
| Multiple seasonalities | Yes (automatic) | Yes (manual/auto) |
| Holiday effects | No | Yes (built-in) |
| External regressors | No | Yes |
| Trend changepoints | No (smooth) | Yes (automatic) |
| Missing data | Needs interpolation | Handles natively |
| Interpretability | Moderate | High |
| Computation speed | Slow | Fast |
| High-frequency data | Good | Moderate |
| Non-integer periods | Yes (e.g., 365.25) | Yes |
| Best for | Technical/high-freq | Business/daily |

Răspuns: (C)

- Prophet oferă efecte de sărbători, regresori externi, changepoints în trend și gestionare nativă a datelor lipsă
- Aceste caracteristici sunt indisponibile în TBATS

Bibliografie I

Prophet

- Taylor, S.J., & Letham, B. (2018). Forecasting at Scale, *The American Statistician*, 72(1), 37–45.
- Harvey, A.C. (1989). *Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman Filter*, Cambridge University Press.

TBATS și netezire exponențială

- De Livera, A.M., Hyndman, R.J., & Snyder, R.D. (2011). Forecasting Time Series with Complex Seasonal Patterns Using Exponential Smoothing, *JASA*, 106(496), 1513–1527.
- Hyndman, R.J., Koehler, A.B., Ord, J.K., & Snyder, R.D. (2008). *Forecasting with Exponential Smoothing: The State Space Approach*, Springer.
- Taylor, J.W. (2003). Short-term Electricity Demand Forecasting Using Double Seasonal Exponential Smoothing, *Journal of the Operational Research Society*, 54(8), 799–805.



Bibliografie II

Comparații și competiții de prognoză

- Makridakis, S., Spiliotis, E., & Assimakopoulos, V. (2020). The M4 Competition, *International Journal of Forecasting*, 36(1), 54–74.
- Hyndman, R.J., & Athanasopoulos, G. (2021). *Forecasting: Principles and Practice*, 3rd ed., OTexts.
- Petropoulos, F., et al. (2022). Forecasting: Theory and Practice, *International Journal of Forecasting*, 38(3), 845–1054.

Resurse online și cod

- **Quantlet:** <https://quantlet.com> ➔ Platformă de cod pentru metode cantitative
- **Quantinar:** <https://quantinar.com> ➔ Platformă de învățare pentru metode cantitative
- **GitHub TSA:** https://github.com/QuantLet/TSA/tree/main/TSA_ch9 ➔ Cod Python pentru acest capitol



Vă Mulțumim!

Întrebări?

Materialele cursului sunt disponibile la: <https://danpele.github.io/Time-Series-Analysis/>

