



# Capitolul 5: VAR & Cauzalitate Granger

Seminar



# Cuprins Seminar

- 1 Test de Recapitulare
- 2 Întrebări Adevărat/Fals
- 3 Probleme Practice
- 4 Exemple Rezolvate
- 5 Analiză pe Date Reale
- 6 Subiecte de Discuție
- 7 Exerciții pentru Studiu Individual

### Întrebare

Într-un model VAR(2) cu 3 variabile, câte matrice de coeficienți  $A_i$  există?

- A 2
- B 3
- C 6
- D 9

*Răspunsul pe slide-ul următor...*

## Test 1: Răspuns

Răspuns: A – 2 matrice de coeficienți

Modelul VAR( $p$ ):  $Y_t = c + A_1 Y_{t-1} + A_2 Y_{t-2} + \dots + A_p Y_{t-p} + \varepsilon_t$

VAR(2) cu  $K = 3$ :

$$\begin{pmatrix} Y_{1t} \\ Y_{2t} \\ Y_{3t} \end{pmatrix} = c + \underbrace{A_1}_{3 \times 3} \begin{pmatrix} Y_{1,t-1} \\ Y_{2,t-1} \\ Y_{3,t-1} \end{pmatrix} + \underbrace{A_2}_{3 \times 3} \begin{pmatrix} Y_{1,t-2} \\ Y_{2,t-2} \\ Y_{3,t-2} \end{pmatrix} + \varepsilon_t$$

Cheie:  $p$  = numărul de lag-uri = numărul de matrice

### Întrebare

Un VAR(2) cu  $K = 3$  variabile (inclusiv constantele) are câți parametri de estimat per ecuație?

- A) 3
- B) 6
- C) 7
- D) 9

*Răspunsul pe slide-ul următor...*

## Test 2: Răspuns

Răspuns: C – 7 parametri per ecuație

### VAR(p) Parameter Count: The Curse of Dimensionality

Parameters per equation:  $1 + K \times p$

Total parameters:  $K(1 + Kp) + K(K + 1)/2$

(coefficients + covariance matrix)

Model	Coefficients	Total
K=2, p=1	$2(1+2 \times 1) = 6$	+ 3 = 9
K=3, p=2	$3(1+3 \times 2) = 21$	+ 6 = 27
K=5, p=4	$5(1+5 \times 4) = 105$	+ 15 = 120
K=10, p=4	$10(1+10 \times 4) = 410$	+ 55 = 465

Warning: Parameters grow as  $K^2 \times p$  — need lots of data!

**Formula:** Per ecuație =  $1 + K \times p = 1 + 3 \times 2 = 7$ . **Total:**  $K(1 + Kp) = 3(1 + 6) = 21$  parametri

## Test 3: Cauzalitate Granger

### Întrebare

“ $X$  cauzează Granger  $Y$ ” înseamnă:

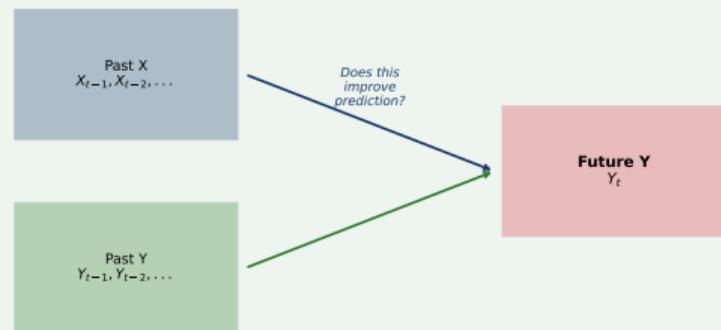
- A)  $X$  este cauza economică a lui  $Y$
- B) Trecutul lui  $X$  ajută la predicția lui  $Y$
- C)  $X$  și  $Y$  sunt corelate contemporan
- D)  $X$  crește întotdeauna când  $Y$  crește

*Răspunsul pe slide-ul următor...*

## Test 3: Răspuns

Răspuns: B – Trecutul lui  $X$  ajută la predicția lui  $Y$

**Granger Causality: Predictive, Not Causal!**



"X Granger-causes Y" means: Past X helps predict future Y, beyond what past Y alone provides. Does NOT imply true causation!

Cheie: Relație predictivă, NU cauzalitate adevărată!

## Test 4: Testul de Cauzalitate Granger

### Întrebare

Pentru a testa dacă  $Y_2$  cauzează Granger  $Y_1$  într-un VAR(p), testăm:

- A) Toți coeficienții din ecuația lui  $Y_1$  sunt egali cu zero
- B) Coeficienții pe  $Y_2$  întârziat din ecuația lui  $Y_1$  sunt egali cu zero
- C) Coeficienții pe  $Y_1$  întârziat din ecuația lui  $Y_2$  sunt egali cu zero
- D) Covarianța erorilor este egală cu zero

*Răspunsul pe slide-ul următor...*

## Test 4: Răspuns

Răspuns: B – Coeficienții pe  $Y_2$  întârziat din ecuația lui  $Y_1 = 0$

**Ipoteza nulă:**  $H_0 : a_{12}^{(1)} = a_{12}^{(2)} = \dots = a_{12}^{(p)} = 0$

**Statistica de test:** Test Wald sau F cu  $p$  restricții

**Interpretare:**

- Respingem  $H_0$ :  $Y_2$  cauzează Granger  $Y_1$
- Nu respingem: Fără evidență de relație predictivă

**Notă:** Testați  $Y_1 \rightarrow Y_2$  separat (coeficienți diferiți în ecuația lui  $Y_2$ )

### Întrebare

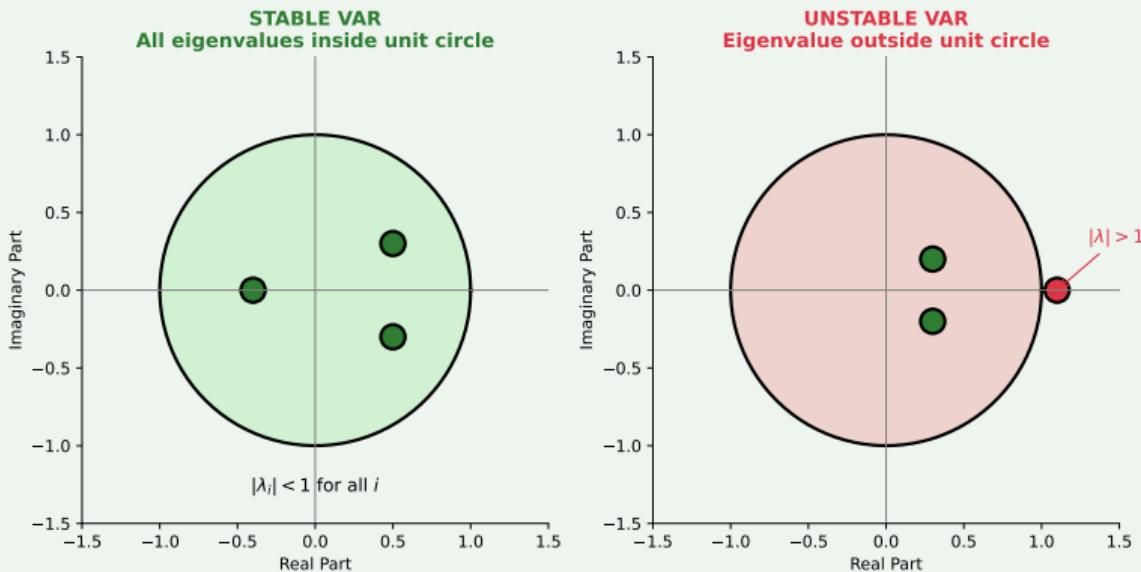
Un model VAR(1) este stabil (staționar) dacă:

- A) Toate elementele diagonale ale lui  $A_1$  sunt mai mici decât 1
- B) Determinantul lui  $A_1$  este mai mic decât 1
- C) Toate valorile proprii ale lui  $A_1$  sunt mai mici decât 1 în valoare absolută
- D) Urma lui  $A_1$  este egală cu zero

*Răspunsul pe slide-ul următor...*

## Test 5: Răspuns

Răspuns: C – Toate valorile proprii ale lui  $A_1$  în interiorul cercului unitate



**Stabil:** Toate  $|\lambda_i| < 1$  (în interiorul cercului unitate)  $\Rightarrow$  řocurile dispar în timp

## Test 6: Funcții de Răspuns la Impuls

### Întrebare

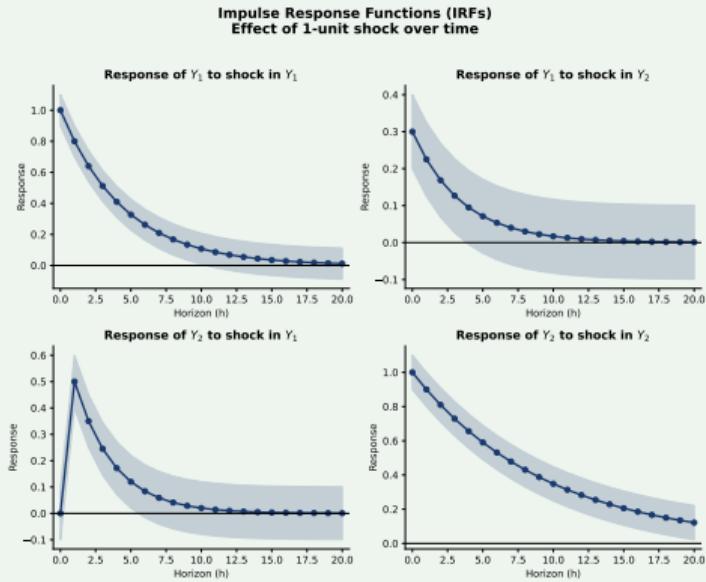
O funcție de răspuns la impuls arată:

- A) Corelația între două variabile
- B) Efectul unui soc la o variabilă asupra tuturor variabilelor în timp
- C) Acuratețea proгnozei modelului
- D) Valorile-p ale testelor de coeficienți

*Răspunsul pe slide-ul următor...*

## Test 6: Răspuns

Răspuns: B – Efectul şocului asupra tuturor variabilelor în timp



$\text{IRF}_{ij}(h)$ : Răspunsul variabilei  $i$  la orizontul  $h$  la şocul în variabila  $j$

### Întrebare

Care criteriu selectează de obicei cel mai parsimonios model VAR?

- A) AIC (Criteriul Informațional Akaike)
- B) BIC (Criteriul Informațional Bayesian)
- C) FPE (Eroarea Finală de Predicție)
- D)  $R^2$  ajustat

*Răspunsul pe slide-ul următor...*

## Test 7: Răspuns

Răspuns: B – BIC (Criteriul Informațional Bayesian)

**Comparația penalizărilor** (pentru  $k$  parametri,  $n$  observații):

- AIC:  $-2 \ln L + 2k$
- BIC:  $-2 \ln L + k \ln n$

Deoarece  $\ln n > 2$  pentru  $n > 8$ , BIC penalizează complexitatea mai puternic

**Îndrumări practice:**

- Prognoză: AIC poate performa mai bine
- Inferență/parsimonie: BIC preferat
- Eșantioane mari: BIC consistent, AIC倾tă să supraajusteze

## Test 8: Interpretarea Cauzalității Granger

### Întrebare

“X cauzează Granger Y” înseamnă:

- A) X este cauza adevărată a lui Y
- B) Valorile trecute ale lui X ajută la predicția lui Y dincolo de trecutul propriu al lui Y
- C) X și Y sunt corelate
- D) Y depinde doar de X

*Răspunsul pe slide-ul următor...*

## Test 8: Răspuns

Răspuns: B

Cauzalitatea Granger se referă la conținutul **predictiv**, nu la cauzalitatea adevărată.  $X$  cauzează Granger  $Y$  dacă termenii lui  $X$  întârziati sunt semnificativi conjunct în ecuația lui  $Y$ , după controlul pentru  $Y$  întârziat.

## Test 9: Descompunerea Varianței Erorii de Prognoză

### Întrebare

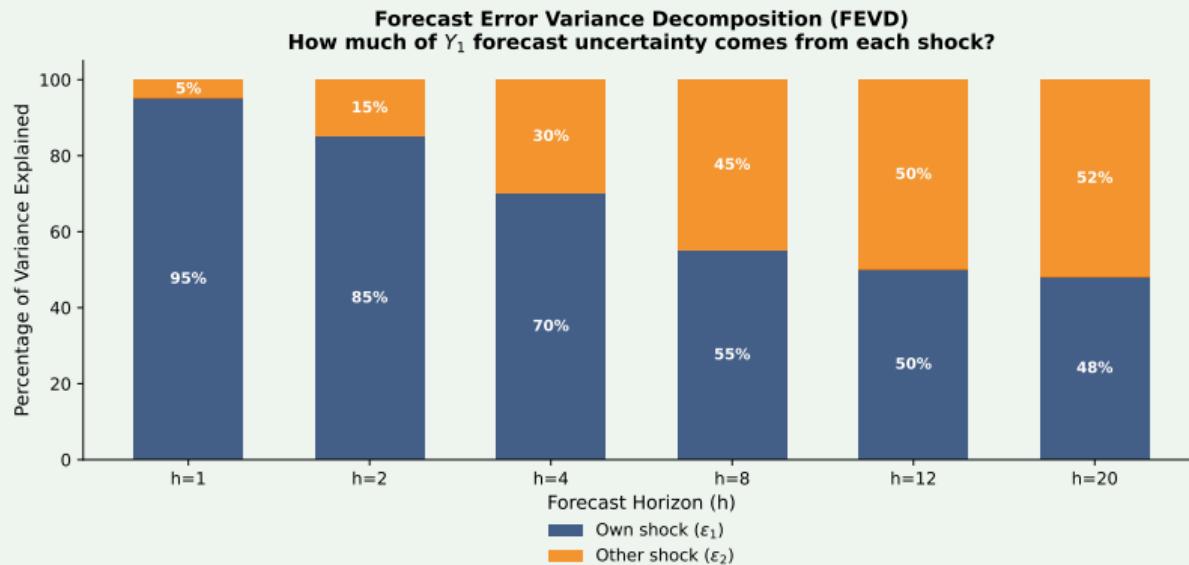
FEVD (Descompunerea Varianței Erorii de Prognoză) ne spune:

- A) Corelația între variabile
- B) Ce proporție din varianța erorii de prognoză vine din fiecare șoc
- C) Orizontul optim de prognoză
- D) Ce variabile să includem în model

*Răspunsul pe slide-ul următor...*

## Test 9: Răspuns

Răspuns: B – Proporția varianței erorii de prognoză din fiecare şoc



FEVD: Arată cât din incertitudinea proguzei vine din fiecare şoc la diferite orizonturi

### Întrebare

Diferența dintre VAR structural (SVAR) și VAR forma redusă este:

- A) SVAR are mai multe variabile
- B) SVAR permite efecte contemporane între variabile
- C) SVAR folosește metode de estimare diferite
- D) Nu există diferență

*Răspunsul pe slide-ul următor...*

## Test 10: Răspuns

Răspuns: B

VAR forma redusă: řocurile sunt corelate, fără efecte contemporane în ecuații. SVAR: impune restricții de identificare pentru a recupera řouri structurale cu interpretare economică (de ex., řoc de politică monetară).

## Test 11: Descompunerea Cholesky

### Întrebare

Ordonarea Cholesky în analiza IRF presupune:

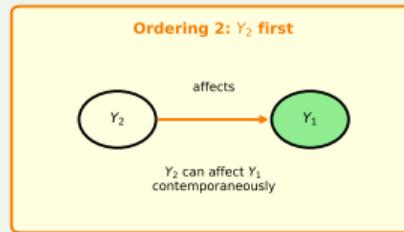
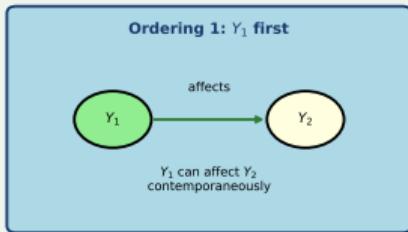
- A) Toate variabilele sunt la fel de importante
- B) Variabilele ordonate primele afectează contemporan variabilele de mai târziu, nu invers
- C) řocurile sunt necorelate
- D) Nu sunt necesare restricții

*Răspunsul pe slide-ul următor...*

## Test 11: Răspuns

Răspuns: B – Variabilele ordonate primele afectează contemporan pe cele de mai târziu

### Cholesky Ordering: Order Matters!



#### Key Points:

- Different orderings give DIFFERENT IRFs!
- Ordering should be based on economic theory
- "Fast-moving" variables should come first

**Cholesky:** Structură recursivă. Ordonarea contează – justificați prin teoria economică (cel mai exogen primul)!

### Întrebare

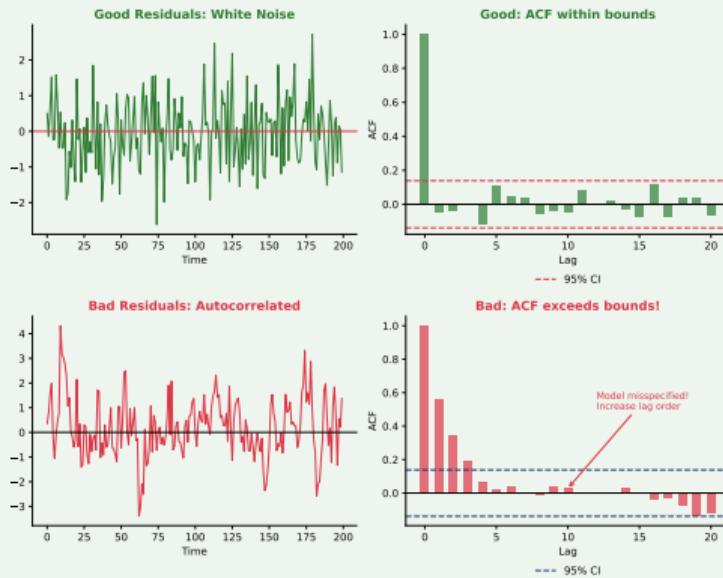
Într-un VAR bine specificat, reziduurile ar trebui să fie:

- (A) Autocorelate dar homoscedastice
- (B) Zgomot alb (fără autocorelație)
- (C) Doar distribuite normal
- (D) Corelate între ecuații

*Răspunsul pe slide-ul următor...*

## Test 12: Răspuns

Răspuns: B – Zgomot alb (fără autocorelație)



**Diagnostice:** Reziduurile ar trebui să fie zgomot alb. Folosiți testul Portmanteau/LM. Corelația între ecuații este permisă ( $\Sigma_u$ ).

### Întrebare

Dacă variabilele sunt  $I(1)$  și cointegrate, ar trebui să folosiți:

- A) VAR în niveluri
- B) VAR în prime diferențe
- C) Model cu Corecție a Erorilor Vectoriale (VECM)
- D) Modele ARIMA univariate

*Răspunsul pe slide-ul următor...*

### Răspuns: C

Cu cointegrare, VAR în diferențe pierde informația pe termen lung, în timp ce VAR în niveluri poate fi ineficient. VECM încorporează atât dinamica pe termen scurt cât și relațiile de echilibru pe termen lung prin termenul de corecție a erorilor.

### Întrebare

Cauzalitatea instantanee diferă de cauzalitatea Granger deoarece testează:

- A) Doar relații întârziate
- B) Corelația contemporană a reziduurilor
- C) Relații pe termen lung
- D) Stabilitatea modelului

*Răspunsul pe slide-ul următor...*

## Test 14: Răspuns

Răspuns: B

Cauzalitatea instantanee testează dacă řocurile la  $X$  și  $Y$  sunt corelate în aceeași perioadă (corelația reziduurilor VAR). Cauzalitatea Granger testează dacă valorile *întârziate* ajută la predicție.

## Întrebări Adevărat/Fals

Determinați dacă fiecare afirmație este Adevărată sau Falsă:

- ① Modelele VAR tratează toate variabilele ca endogene.
- ② Cauzalitatea Granger dovedește cauzalitatea economică adevărată.
- ③ Un VAR stabil are întotdeauna valorile proprii în interiorul cercului unitate.
- ④ Rezultatele FEVD depind de ordonarea variabilelor.
- ⑤ VAR poate fi estimat prin OLS ecuație cu ecuație.
- ⑥ Răspunsurile la impuls dispar în cele din urmă într-un VAR stabil.

*Răspunsurile pe slide-ul următor...*

# Adevărat/Fals: Soluții

- 1 Modelele VAR tratează toate variabilele ca endogene.

Fiecare variabilă este regresată pe lag-urile tuturor variabilelor, inclusiv pe ea însăși.

ADEVĂRAT

- 2 Cauzațitatea Granger dovedește cauzalațitatea economică adevărată.

Arată doar conținut predictiv, nu cauzalațitate structurală.

FALS

- 3 Un VAR stabil are întotdeauna valorile proprii în interiorul cercului unitate.

Condiția de stabilitate: toate valorile proprii ale matricei companion satisfac  $|\lambda_i| < 1$ .

ADEVĂRAT

- 4 Rezultatele FEVD depind de ordonarea variabilelor.

Sub identificarea Cholesky, ordonări diferite dă rezultate diferite.

ADEVĂRAT

- 5 VAR poate fi estimat prin OLS ecuație cu ecuație.

Cu aceeași regresori în fiecare ecuație, OLS = GLS = ML (sub normalitate).

ADEVĂRAT

- 6 Răspunsurile la impuls dispar în cele din urmă într-un VAR stabil.

Stabilitatea asigură că şocurile au efecte tranzitorii; IRF  $\rightarrow 0$  când  $h \rightarrow \infty$ .

ADEVĂRAT

## Problema 1: Scrierea Ecuatiilor VAR

### Exercițiu

Scrieti cele două ecuații pentru un model VAR(1) bivariat cu variabilele  $Y_t$  (creșterea PIB) și  $X_t$  (inflația).

*Răspunsul pe slide-ul următor...*

## Problema 1: Soluție

### Soluție

$$Y_t = c_1 + a_{11} Y_{t-1} + a_{12} X_{t-1} + \varepsilon_{1t}$$

$$X_t = c_2 + a_{21} Y_{t-1} + a_{22} X_{t-1} + \varepsilon_{2t}$$

#### Interpretare:

- $a_{12}$ : Efectul inflației trecute asupra creșterii PIB curente
- $a_{21}$ : Efectul creșterii PIB trecute asupra inflației curente

## Problema 2: Numărarea Parametrilor

### Exercițiu

Câtă parametri totali trebuie estimați într-un VAR(3) cu  $K = 4$  variabile (inclusiv constantele)?

*Răspunsul pe slide-ul următor...*

## Problema 2: Soluție

### Soluție

Per ecuație:  $1 + K \times p = 1 + 4 \times 3 = 13$  parametri

Total pentru  $K = 4$  ecuații:  $4 \times 13 = 52$  parametri

Plus matricea de covarianță  $\Sigma$ :  $K(K + 1)/2 = 4 \times 5/2 = 10$  elemente unice

**Total general: 62 parametri**

*Acesta este motivul pentru care VAR-urile pot fi "supraparametrizate" cu date limitate!*

## Problema 3: Interpretarea Cauzalității Granger

### Exercițiu

Un test de cauzalitate Granger dă:

- $H_0$ : Banii nu cauzează Granger PIB. valoare-p = 0.02
- $H_0$ : PIB nu cauzează Granger Banii. valoare-p = 0.35

Interpretați aceste rezultate.

*Răspunsul pe slide-ul următor...*

## Problema 3: Soluție

### Soluție

- **Respingem  $H_0$  la 5%:** Banii cauzează Granger PIB
- **Nu respingem  $H_0$ :** PIB nu cauzează Granger Banii

**Concluzie:** Cauzalitate unidirecțională: Bani  $\rightarrow$  PIB

*Interpretare:* Masa monetară trecută ajută la predicția creșterii PIB. Aceasta este consistentă cu punctele de vedere monetariste, dar amintiți-vă: cauzalitate Granger  $\neq$  cauzalitate structurală!

## Problema 4: Verificarea Stabilității

### Exercițiu

Pentru VAR(1) cu  $A_1 = \begin{pmatrix} 0.7 & 0.2 \\ 0.1 & 0.5 \end{pmatrix}$ , verificați stabilitatea.

*Răspunsul pe slide-ul următor...*

## Problema 4: Soluție

### Soluție

Găsiți valorile proprii:  $\det(A_1 - \lambda I) = 0$

$$(0.7 - \lambda)(0.5 - \lambda) - (0.2)(0.1) = 0$$

$$\lambda^2 - 1.2\lambda + 0.33 = 0$$

$$\lambda = \frac{1.2 \pm \sqrt{1.44 - 1.32}}{2} = \frac{1.2 \pm 0.346}{2}$$

$$\lambda_1 = 0.773, \quad \lambda_2 = 0.427$$

Ambele  $|\lambda_i| < 1 \Rightarrow \text{Stabil!}$

## Problema 5: Calculul IRF

### Exercițiu

Pentru VAR(1) cu  $A = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.2 \\ 0 & 0.6 \end{pmatrix}$ , calculați  $\Phi_2$  (răspunsul la  $h = 2$ ).

*Răspunsul pe slide-ul următor...*

## Problema 5: Soluție

### Soluție

$$\Phi_2 = A^2 = \begin{pmatrix} 0.5 & 0.2 \\ 0 & 0.6 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0.5 & 0.2 \\ 0 & 0.6 \end{pmatrix}$$

$$= \begin{pmatrix} 0.25 + 0 & 0.10 + 0.12 \\ 0 + 0 & 0 + 0.36 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0.25 & 0.22 \\ 0 & 0.36 \end{pmatrix}$$

**Interpretare:** Un șoc unitar la  $Y_2$  la  $t$  crește  $Y_1$  cu 0.22 la  $t + 2$ .

## Exemplu: Randamente de Acțiuni și Volum de Tranzacționare

### Scenariu

Date zilnice despre randamentele acțiunilor ( $R_t$ ) și volumul de tranzacționare ( $V_t$ ). Testați cauzalitatea Granger în ambele direcții.

### Constatări Tipice În Literatura Financiară

- Randamentele adesea cauzează Granger volumul (modificările de preț declanșează tranzacționare)
- Volumul uneori cauzează Granger randamentele (volumul ca indicator anticipator)
- Rezultate: Adesea cauzalitate **bidirectională**  $R \leftrightarrow V$

### Problemă Practică

Randamentele acțiunilor sunt de obicei staționare, dar volumul poate necesita transformare (log sau diferențiere).

## Exemplu: Rate de Dobândă și Inflație

### Contextul Regulii Taylor

Băncile centrale stabilesc ratele de dobândă ( $i_t$ ) ca răspuns la inflație ( $\pi_t$ ):  $i_t = r^* + \pi^* + 1.5(\pi_t - \pi^*) + 0.5(y_t - y^*)$

### Întrebări de Analiză VAR

- Inflația cauzează Granger ratele de dobândă? (Reacția băncii centrale)
- Ratele de dobândă cauzează Granger inflația? (Transmisia politiciei monetare)

### Rezultate Așteptate

Cauzalitate bidirecțională:  $\pi \rightarrow i$  rapid (reacția politiciei),  $i \rightarrow \pi$  întârziat (efectul politiciei)

# Analiza VAR în Python: Funcții Cheie

## Biblioteci Esențiale

```
from statsmodels.tsa.api import VAR  
from statsmodels.tsa.stattools import grangercausalitytests
```

## Flux de Lucru

- 1 Creează DataFrame: `data = pd.DataFrame({'pib': ... , 'somaj': ...})`
- 2 Ajustați VAR: `model = VAR(data); results = model.fit(maxlags=8, ic='aic')`
- 3 Obțineți IRF: `irf = results.irf(periods=20)`
- 4 Obțineți FEVD: `fevd = results.fevd(periods=20)`
- 5 Teste Granger: `grangercausalitytests(data[['y', 'x']], maxlag=4)`

## Notă

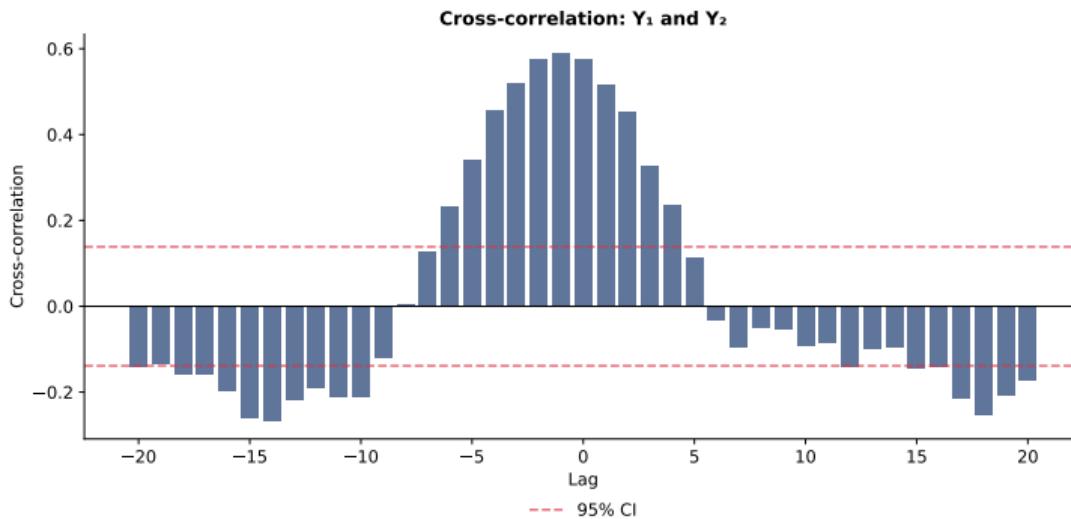
Exemple complete de lucru sunt furnizate în notebook-urile Jupyter.

# Studiu de Caz: PIB și Șomaj



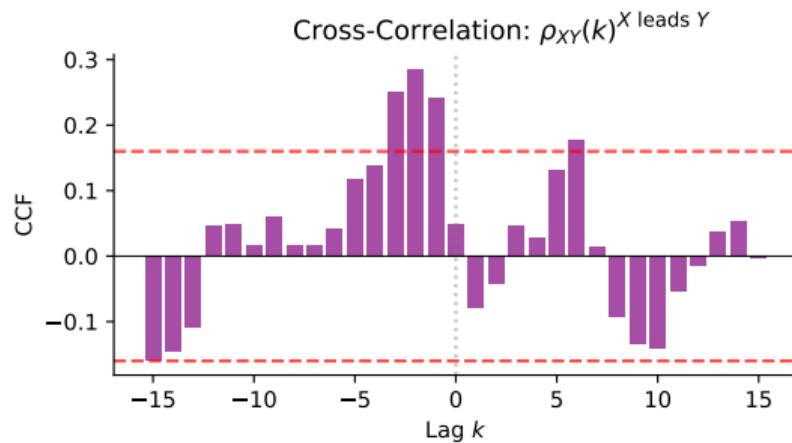
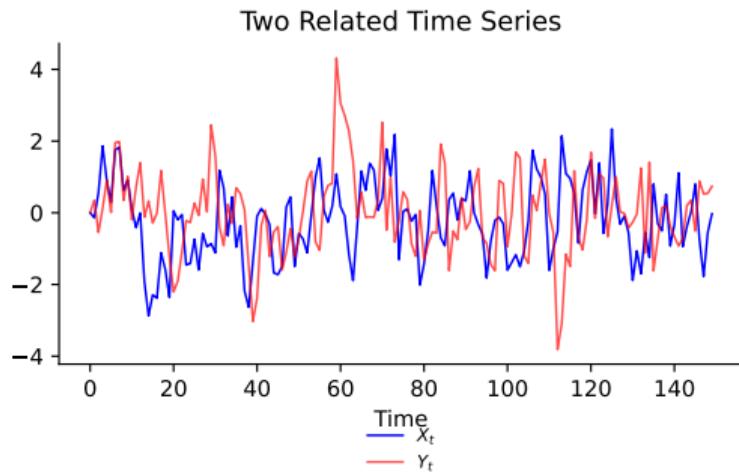
- **Sus:** Rata de creștere a PIB Real SUA (trimestrial)
- **Jos:** Rata șomajului SUA
- Relație negativă clară (Legea lui Okun)
- Modelul VAR poate captura interacțiunile dinamice dintre aceste variabile

## Analiza Corelației Încrucișate



- Corelația încrucișată măsoară relațiile de anticipare-întârziere
- Corelație negativă la lag 0: relație inversă contemporană
- Model asimetric sugerează că şomajul răspunde la PIB cu întârziere
- Ajută la informarea selectării ordinului lag VAR

## Vizual: Funcția de Corelație Încrucișată

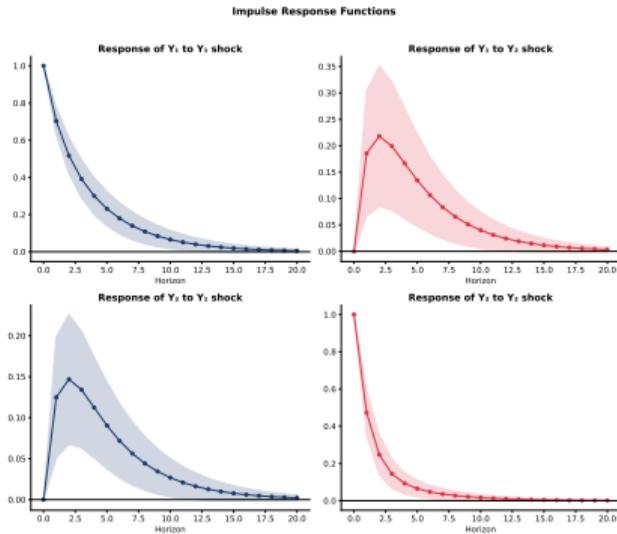


CCF măsoară corelația dintre două serii la lag-uri diferite, relevând relații de anticipare-întârziere.

Model: VAR(2) pentru Creșterea PIB și Șomaj

Ecuăție	Variabilă	Coef.	Eroare Std.	t-stat
$\Delta PIB_t$	$\Delta PIB_{t-1}$	0.312	0.087	3.59
	$\Delta PIB_{t-2}$	0.145	0.082	1.77
	$U_{t-1}$	-0.421	0.156	-2.70
	$U_{t-2}$	0.198	0.148	1.34
$U_t$	$\Delta PIB_{t-1}$	-0.087	0.032	-2.72
	$\Delta PIB_{t-2}$	-0.045	0.030	-1.50
	$U_{t-1}$	1.456	0.058	25.1
	$U_{t-2}$	-0.521	0.055	-9.47

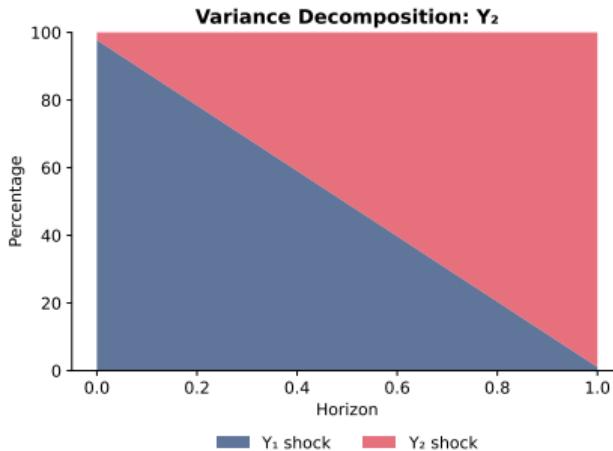
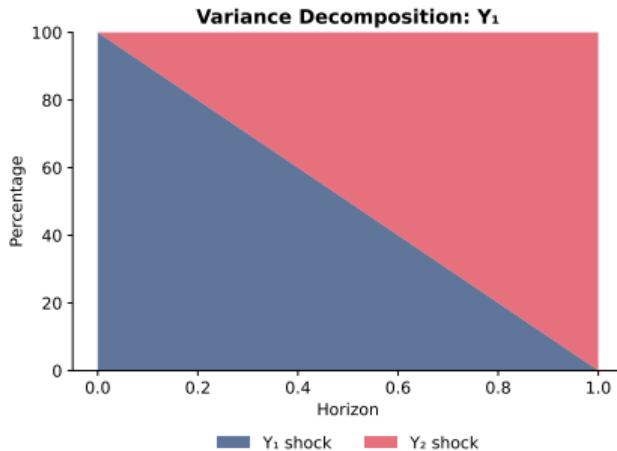
# Funcții de Răspuns la Impuls



- IRF arată răspunsul dinamic la șocuri de o unitate
- Șocul PIB: efect pozitiv temporar asupra PIB, negativ asupra șomajului
- Șocul șomajului: efect negativ asupra PIB, persistent asupra șomajului
- Benzile de încredere de 95% arată incertitudinea în răspunsuri

# Descompunerea Varianței Erorii de Prognoză

Forecast Error Variance Decomposition



- FEVD arată proporția varianței explicată de fiecare şoc
- Varianța PIB: explicată în mare parte de şourile proprii, parțial de șomaj
- Varianța șomajului: foarte persistentă (şourile proprii dominante)
- Oferă perspectivă asupra importanței relative a diferitelor şouri

# Discuție: Cauzalitate Granger vs Cauzalitate Adevărată

## Întrebare Cheie

Dacă  $X$  cauzează Granger  $Y$ , înseamnă aceasta că  $X$  cauzează de fapt  $Y$ ? **NU!**

## De Ce Poate Eșua Cauzalitatea Granger

- **Omiterea variabilelor:**  $Z$  ar putea cauza atât  $X$  cât și  $Y$  (de ex., vremea → înghețată & încuri)
- **Efecte de anticipare:** Piețele anticipate evenimente viitoare (prețuri acțiuni → câștiguri)
- **Probleme de agregare:** Momentul colectării datelor contează

## Concluzie

Cauzalitatea Granger se referă la **predicție**, nu la **mecanism**. Pentru cauzalitate structurală, este nevoie de teorie + strategie de identificare.

## Discuție: Ordonarea Variabilelor în IRF

### Întrebare Cheie

De ce contează ordonarea variabilelor pentru IRF ortogonalizate?

### Descompunerea Cholesky Presupune

- Prima variabilă: Afecțează toate celelalte contemporan
- A doua variabilă: Afecțată de prima, afecțează restul
- Ultima variabilă: Afecțată de toate, nu afecțează niciuna contemporan

### Exemplu: Ordonarea VAR pentru Politică Monetară

1. Prețuri petrol (exogen) → 2. PIB (lent) → 3. Inflație → 4. Rate dobândă (rapid)

### Regulă

Ordonăți de la “cel mai exogen” la “cel mai endogen” — justificați prin teoria economică!

## Exerciții pentru Acasă

① **Teoretic:** Arătați că un VAR(1) poate fi scris ca MA( $\infty$ ):  $Y_t = \sum_{i=0}^{\infty} A^i \varepsilon_{t-i}$  când este stabil.

② **Calcul:** Pentru VAR(1) cu  $A = \begin{pmatrix} 0.8 & -0.1 \\ 0.3 & 0.4 \end{pmatrix}$ :

- Verificați stabilitatea; Calculați IRF pentru  $h = 0, 1, 2, 3$
- Reprezentați grafic răspunsul lui  $Y_1$  la un soc în  $Y_2$

③ **Aplicat:** Descărcați date despre creșterea PIB SUA și șomaj:

- Testați staționaritatea; Estimați VAR (selectați lag-ul optim)
- Testați cauzalitatea Granger; Calculați și interpretați IRF

④ **Gândire Critică:** De ce ar putea prețurile acțiunilor să “cauzeze Granger” PIB-ul chiar dacă PIB-ul este determinat de factori reali?

## Indicii

- ① Folosiți substituția recursivă:  $Y_t = AY_{t-1} + \varepsilon_t = A(AY_{t-2} + \varepsilon_{t-1}) + \varepsilon_t = \dots$
- ② Valorile proprii ale lui  $\begin{pmatrix} 0.8 & -0.1 \\ 0.3 & 0.4 \end{pmatrix}$ :
  - Ecuația caracteristică:  $\lambda^2 - 1.2\lambda + 0.35 = 0$
  - $\lambda_1 \approx 0.85$ ,  $\lambda_2 \approx 0.41$  (ambele  $< 1$ , stabil)
- ③ Pentru PIB/Şomaj:
  - Creșterea PIB este de obicei I(0), șomajul poate fi I(1)
  - Folosiți modificările ratei șomajului dacă e necesar
  - Așteptați creștere PIB  $\rightarrow$  șomaj (Legea lui Okun)
- ④ Prețurile acțiunilor anticipatează condițiile economice viitoare—ele reflectă așteptările despre PIB viitor, deci “anticipează” PIB-ul în date chiar dacă cauzalitatea merge în direcția opusă.

# Concluzii Cheie din Acest Seminar

## Puncte Principale

- 1 Modelele VAR captează **interdependențele** între serii de timp multiple
- 2 Numărul de parametri crește rapid:  $K^2 p + K$  per sistem
- 3 Cauzalitatea Granger testează conținutul predictiv, nu cauzalitatea adevărată
- 4 IRF arată propagarea dinamică a șocurilor; ordonarea contează

## Puncte Practice

- Verificați întotdeauna staționaritatea înainte de a estima VAR
- Folosiți criterii informaționale (AIC/BIC) pentru selectarea lag-ului
- Raportați testele Granger în ambele direcții
- Justificați ordonarea variabilelor prin teoria economică

## Amintiți-vă

Cauzalitatea Granger se referă la **predicție**, nu la **mecanism**!