



## Analiza și Prognoza Seriilor de Timp

Capitolul 9: Prophet și TBATS



Daniel Traian PELE

Academia de Studii Economice din București

IDA Institute Digital Assets

Blockchain Research Center

AI4EFin Artificial Intelligence for Energy Finance

Academia Română, Institutul de Prognoză Economică

MSCA Digital Finance

## Obiective de învățare

La finalul acestui capitol, veți fi capabili să:

1. Gestionări serii de timp cu **sezonalități multiple**
2. Utilizați **Prophet (Meta)** pentru prognoză flexibilă cu sărbători
3. Aplicați modele **TBATS** (Trigonometric Box-Cox ARMA Trend Seasonal) pentru sezonalitate complexă
4. Comparați și selectați între metodele moderne de prognoză



## Cuprins

### Fundamente

- Sezonalități Multiple
- Modelul TBATS
- Prophet (Meta)

### Aplicații

- Comparație și Ghid de Selecție
- Studiu de Caz
- Rezumat și Quiz



## Problema: tipare sezoniere complexe

### Exemple din lumea reală

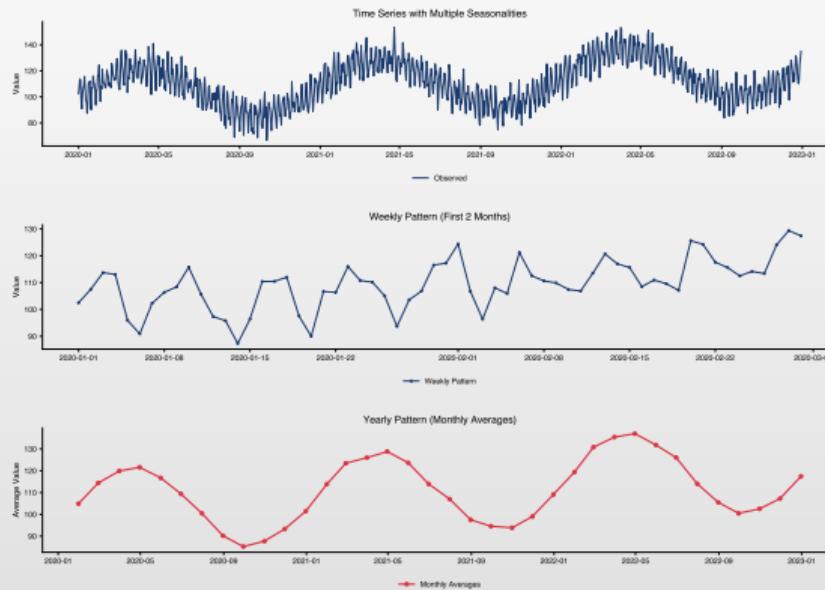
- Cerere de electricitate pe oră:** Tipare zilnice + săptămânaile + anuale
- Trafic web:** Zilnic + săptămânal + efecte de sărbători
- Vânzări retail:** Săptămânal + lunar + anual + sărbători
- Volum call center:** Pe oră + zilnic + săptămânal

### Limitarea SARIMA (Seasonal ARIMA)

- SARIMA( $p, d, q$ )( $P, D, Q$ )<sub>s</sub> standard gestionează doar o **singură** perioadă sezonieră  $s$
- Pentru date orare cu tipare zilnice și săptămânaile, avem nevoie de  $s_1 = 24$  și  $s_2 = 168$



## Exemplu: date orare cu sezonalități multiple



Q TSA\_ch9\_multiple\_seasonality



## Soluții pentru sezonalități multiple

### Abordări tradiționale

- Termeni Fourier:** Adăugare regresori sin/cos
- Variabile indicatoare:** Mulți parametri
- Modele imbicate:** Specificare complexă

### Abordări moderne

- TBATS:** Automat, gestionează multe perioade
- Prophet:** Flexibil, interpretabil
- Metode neurale:** Deep learning

### Comparație

- Rezumat comparativ:

Metodă	Nr. Max Sezonalități	Interpretabil
SARIMA	1	Da
Fourier + ARIMA (AutoRegressive Integrated Moving Average)	Multiple	Moderat
TBATS	Multiple	Moderat
Prophet	Multiple	Da



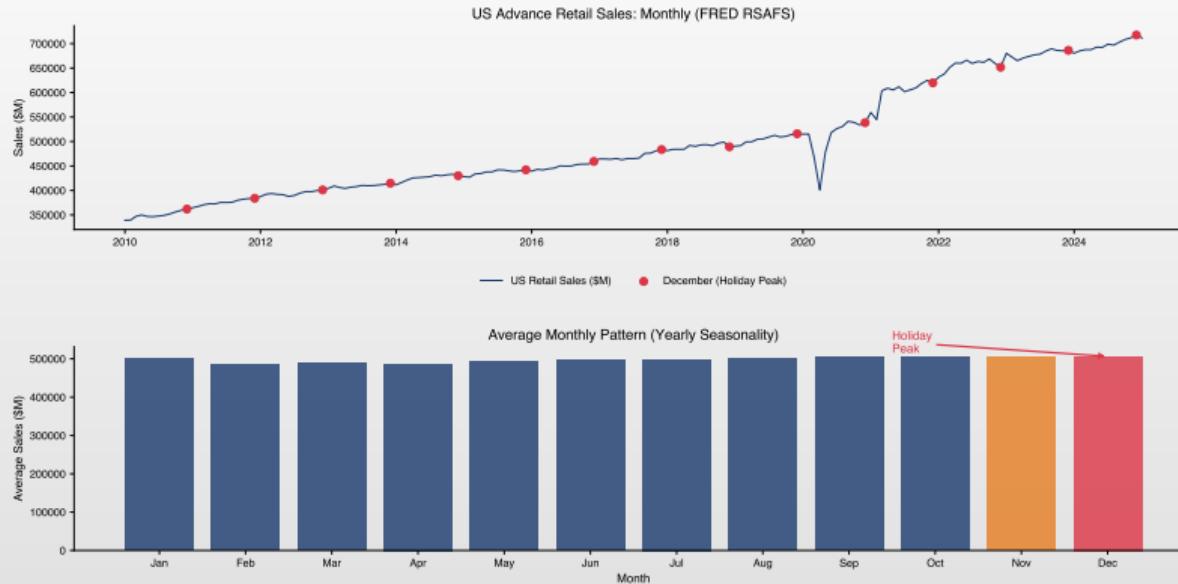
## Exemplu real: cerere de electricitate



Q TSA\_ch9\_electricity\_demand



## Exemplu real: vânzări cu amănuntul cu sărbători



Q TSA\_ch9\_retail\_sales



## Portret de cercetător: Rob J. Hyndman



\*1967

W Wikipedia (en)

### Biografie

- Statistician australian, profesor la Monash University
- Unul dintre cei mai influenți cercetători în prognoza seriilor de timp
- Creatorul pachetului **forecast** pentru R, utilizat pe scară largă
- Redactor-șef al *International Journal of Forecasting* (2005–2018)

### Contribuții principale

- **Modelul TBATS** (2011) — Box-Cox trigonometric ARMA cu perioade sezoniere multiple
- **Cadrul ETS** (Error, Trend, Seasonality) — modele spațiu-stare de netezire exponențială cu selecție automată
- **Pachetul forecast** pentru R — setul standard de instrumente pentru prognoza seriilor de timp
- **Prognoza ierarhică** și metode de reconciliere a prognozelor

## TBATS: ce înseamnă?

### Componentele TBATS

- T** ⇒ Sezonalitate **Trigonometrică** folosind termeni Fourier
- B** ⇒ Transformare **Box-Cox** pentru stabilizarea varianței
- A** ⇒ Erori **ARMA** (AutoRegressive Moving Average) pentru autocorelația reziduală
- T** ⇒ Componentă de **Trend** (posibil amortizat)
- S** ⇒ Componente **Sezoniere** (multiple permise)

### Inovația principală

- TBATS folosește reprezentare **trigonometrică** pentru sezonalitate:

$$s_t^{(i)} = \sum_{j=1}^{k_i} \left[ s_j^{(i)} \cos\left(\frac{2\pi j t}{m_i}\right) + s_j^{*(i)} \sin\left(\frac{2\pi j t}{m_i}\right) \right]$$

- $m_i$  este perioadă sezonieră  $i$  și  $k_i$  este numărul de armonici



## Transformarea Box-Cox

### Definiție 1 (Transformarea Box-Cox)

Transformarea Box-Cox cu parametrul  $\omega$  este definită astfel:

$$y_t^{(\omega)} = \begin{cases} \frac{y_t^\omega - 1}{\omega} & \text{dacă } \omega \neq 0 \\ \ln(y_t) & \text{dacă } \omega = 0 \end{cases}$$

### Scop

- Stabilizarea varianței:** Face varianța constantă în timp
- Normalizare:** Reduce asimetria în date
- Valori uzuale:**  $\omega = 0$  (log),  $\omega = 0.5$  (rădăcină pătrată),  $\omega = 1$  (fără transformare)



## Structura modelului TBATS

### Specificația completă a modelului

- Ecuațiile modelului TBATS:

$$y_t^{(\omega)} = \ell_{t-1} + \phi b_{t-1} + \sum_{i=1}^M s_t^{(i)} + d_t \quad (1)$$

$$\ell_t = \ell_{t-1} + \phi b_{t-1} + \alpha d_t \quad (2)$$

$$b_t = \phi b_{t-1} + \beta d_t \quad (3)$$

$$d_t = \sum_{i=1}^p \varphi_i d_{t-i} + \sum_{j=1}^q \theta_j \varepsilon_{t-j} + \varepsilon_t \quad (4)$$

### Notări

- $y_t^{(\omega)}$  ⇒ seria transformată Box-Cox (dacă  $\omega \neq 1$ )
- $\ell_t$  ⇒ nivelul local,  $b_t$  ⇒ trendul cu amortizare  $\phi$
- $s_t^{(i)}$  ⇒  $M$  componente sezoniere cu perioade  $m_1, \dots, m_M$
- $d_t$  ⇒ procesul de eroare ARMA( $p, q$ )



## TBATS: evoluția stărilor sezonalității trigonometrice

### Definiție 2 (Recursia trigonometrică în spațiul stărilor)

Pentru fiecare componentă sezonieră cu perioada  $m_i$  și  $k_i$  armonici, definim stările:

$$\begin{pmatrix} s_{j,t}^{(i)} \\ s_{j,t}^{*(i)} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos(\lambda_j) & \sin(\lambda_j) \\ -\sin(\lambda_j) & \cos(\lambda_j) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} s_{j,t-1}^{(i)} \\ s_{j,t-1}^{*(i)} \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} \gamma_1^{(i)} \\ \gamma_2^{(i)} \end{pmatrix} d_t$$

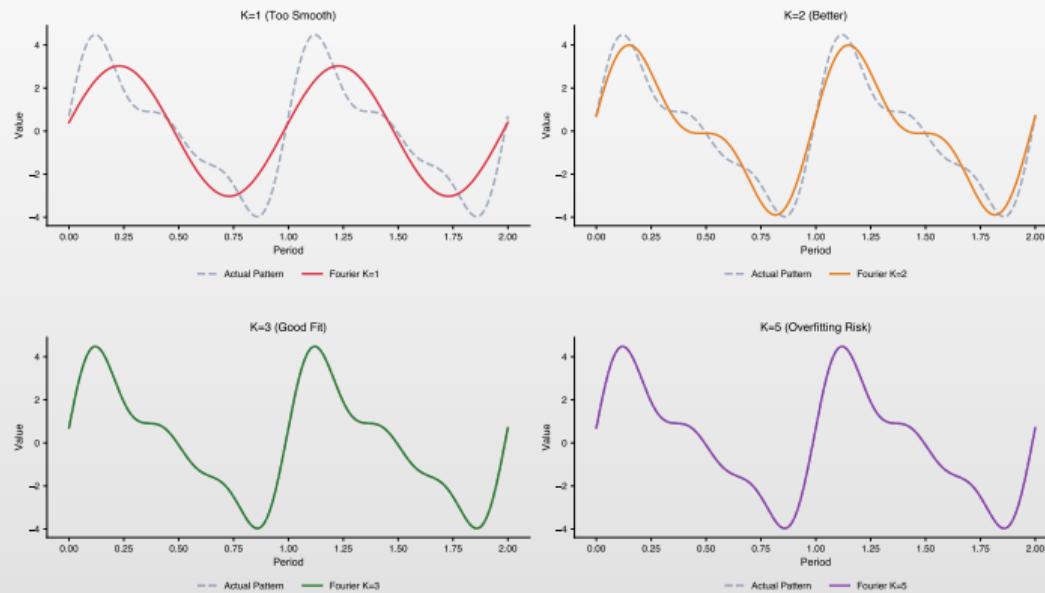
unde  $\lambda_j = \frac{2\pi j}{m_i}$  este frecvența armonică  $j$ .

### Interpretare

- Matricea de rotație păstrează structura periodică
- Sezonalitatea totală:  $s_t^{(i)} = \sum_{j=1}^{k_i} s_{j,t}^{(i)}$
- Parametri:  $2k_i$  stări per perioadă sezonieră



## Aproximarea Fourier a sezonalității



Q TSA\_ch9\_fourier\_approximation



## TBATS: sezonalitate trigonometrică

### De ce termeni Fourier/trigonometrici?

- Simplu:** Mai puțini parametri decât variabilele indicatoare
- Neted:** Captează natural tipurile sezoniere netede
- Flexibil:** Numărul de armonici  $k$  controlează complexitatea
- Perioade non-întregi:** Poate gestiona  $s = 365.25$  pentru date zilnice

#### $k$ mic (puține armonici)

- Tipar neted
- Mai puțini parametri
- Poate rata vârfuri abrupte

#### $k$ mare (multe armonici)

- Poate capta orice tipar
- Mai mulți parametri
- Risc de supraajustare



## TBATS în practică

### Implementare Python

- **Pachet tbats:** Oferă selecție automată a modelului
  - ▶ Selectează automat parametrul Box-Cox  $\omega$
  - ▶ Alege numărul de armonici  $k_i$  pentru fiecare perioadă sezonieră
  - ▶ Selectează ordinele ARMA  $(p, q)$
  - ▶ Testează trend amortizat vs neamortizat

### Exemplu de cod

- **Cod Python:**

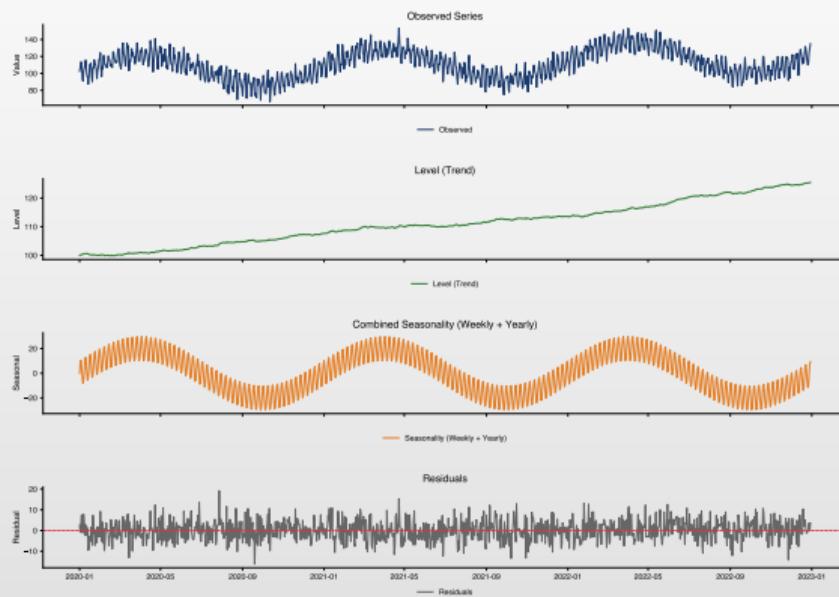
```
from tbats import TBATS
estimator = TBATS(seasonal_periods=[7, 365.25])
model = estimator.fit(y)
forecast = model.forecast(steps=30)
```

### Notă

- BATS (Box-Cox ARMA Trend Seasonal) este versiunea mai simplă fără termeni trigonometrici
- BATS folosește stări sezoniere tradiționale în loc de reprezentare Fourier



## Exemplu descompunere TBATS



 TSA\_ch9\_tbats\_decomposition



## TBATS: avantaje și limitări

### Avantaje

- Gestioneză **multiple** perioade sezoniere
- Selectie **automată** a modelului
- Gestioneză perioade **non-întregi** (365.25)
- Box-Cox** pentru heteroscedasticitate
- Bun pentru date de **frecvență înaltă**

### Limitări

- Intensiv computațional**
- Fără **regresori externi**
- Mai puțin **interpretabil** decât Prophet
- Poate fi **lent** pentru serii foarte lungi
- Necesită **suficiente date** per sezon



## Prophet: prezentare generală

### Ce este Prophet?

- **Origine:** Procedură de prognoză dezvoltată de Facebook (Meta) în 2017
- **Proiectat pentru serii de timp de business cu:**
  - ▶ Efecte sezoniere puternice (zilnice, săptămânale, anuale)
  - ▶ Efecte de sărbători
  - ▶ Schimbări de trend (changepoints)
  - ▶ Date lipsă și outlieri

### Principiul de bază

- “*Analyst-in-the-loop*” forecasting
- Prophet este proiectat pentru a fi ajustat de analiști cu cunoștințe de domeniu
- Nu necesită experiență avansată în modelarea seriilor de timp



## Structura modelului Prophet

### Abordare prin descompunere

- Prophet folosește o **descompunere aditivă**:

$$y(t) = g(t) + s(t) + h(t) + \varepsilon_t$$

$g(t)$ : Trend

$s(t)$ : Sezonalitate

$h(t)$ : Sărbători

- Liniar sau logistic
- Changepoints automate
- Saturație de creștere

- Serii Fourier
- Perioade multiple
- Sezonialitate custom

- Sărbători pe țară
- Evenimente custom
- Efecte de fereastră



## Prophet: componenta de trend

### Trend liniar cu Changepoints

- **Ecuăția:**  $g(t) = (k + \mathbf{a}(t)^T \boldsymbol{\delta}) \cdot t + (m + \mathbf{a}(t)^T \boldsymbol{\gamma})$
- **Parametri:**
  - ▶  $k$  ⇒ rata de creștere de bază
  - ▶  $\boldsymbol{\delta}$  ⇒ vector de ajustări de rată la changepoints
  - ▶  $\mathbf{a}(t)$  ⇒ indică ce changepoints sunt active la momentul  $t$
  - ▶  $m$  ⇒ offset-ul,  $\boldsymbol{\gamma}$  asigură continuitatea

### Creștere logistică (pentru trenduri cu saturatie)

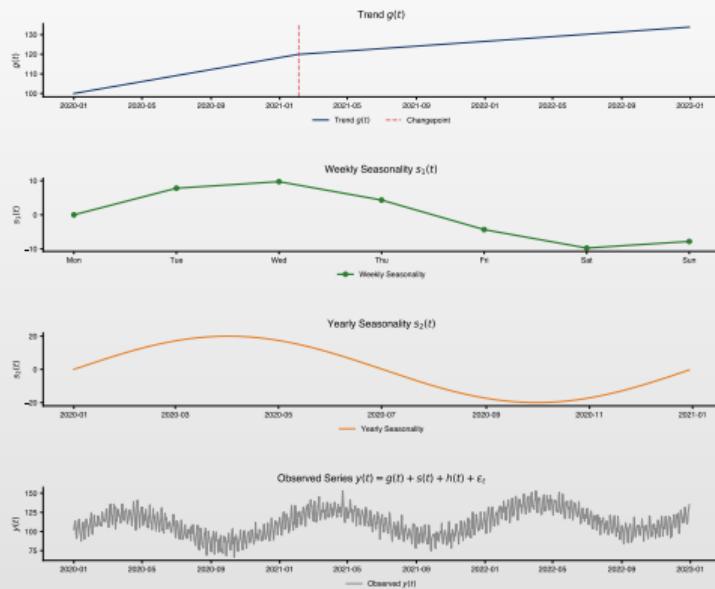
- Ecuăția de creștere logistică:

$$g(t) = \frac{C(t)}{1 + \exp(-(k + \mathbf{a}(t)^T \boldsymbol{\delta})(t - (m + \mathbf{a}(t)^T \boldsymbol{\gamma})))}$$

- $C(t)$  este capacitatea maximă (posibil variabilă în timp)



## Descompunerea componentelor Prophet



TSA\_ch9\_prophet\_components



## Prophet: componenta de sezonalitate

### Reprezentare prin serii Fourier

- Pentru o perioadă sezonieră  $P$ , Prophet folosește:

$$s(t) = \sum_{n=1}^N \left[ a_n \cos\left(\frac{2\pi nt}{P}\right) + b_n \sin\left(\frac{2\pi nt}{P}\right) \right]$$

### Setări implicate

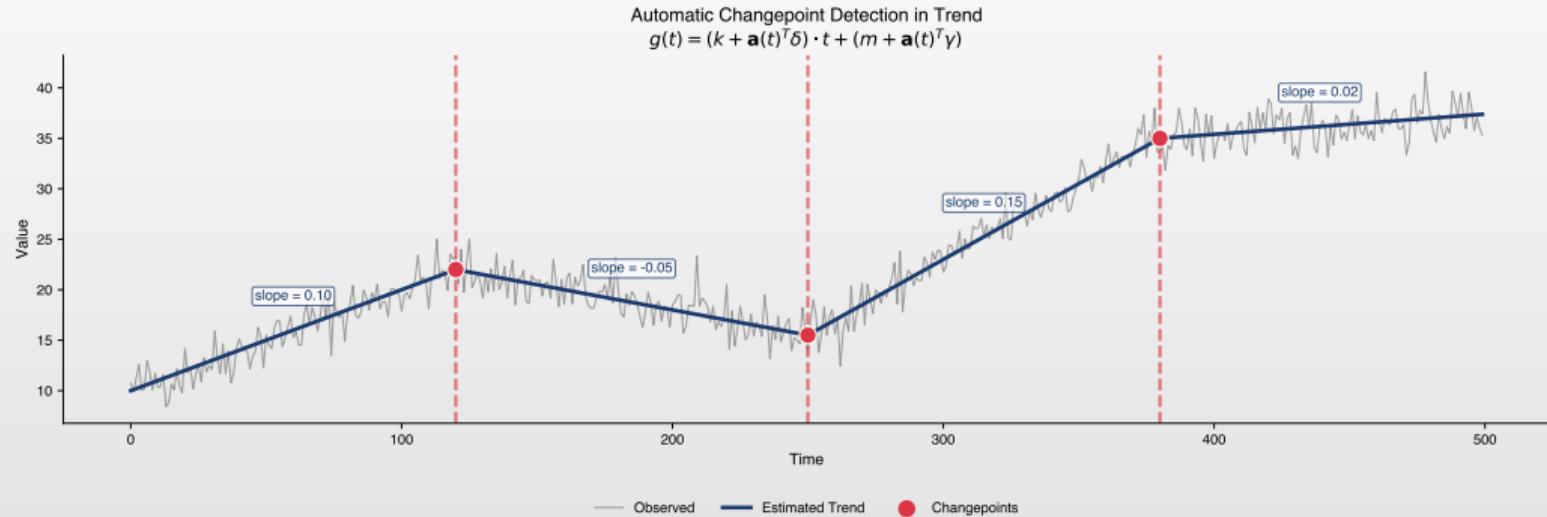
- **Anuală**: perioadă 365.25 zile, ordin Fourier 10
- **Săptămânală**: perioadă 7 zile, ordin Fourier 3
- **Zilnică**: perioadă 1 zi, ordin Fourier 4

### Atenție

- Ordin Fourier  $N$  mai mare  $\Rightarrow$  mai multă flexibilitate (tipare mai complexe) dar risc mai mare de supraajustare



## Detectarea changepoints în trend



Q TSA\_ch9\_changepoint\_detection

## Prophet: efecte de sărbători

### Modelul de sărbători

- Ecuația efectelor de sărbătoare:

$$h(t) = Z(t) \cdot \kappa$$

- $Z(t)$  este o matrice indicător pentru sărbători și  $\kappa$  sunt efectele sărbătorilor

### Caracteristici

- **Sărbători integrate:** 60+ țări suportate
- **Sărbători custom:** Adăugați propriile evenimente (Black Friday, evenimente companie)
- **Efecte de fereastră:** Sărbătorile pot afecta zilele înainte/după
- **Prior scale:** Controlează regularizarea efectelor de sărbătoare

### Exemplu de cod

- Cod Python:  

```
holidays = pd.DataFrame({'holiday': 'black_friday', ...})
model = Prophet(holidays=holidays)
```



## Prophet în practică

### Utilizare de bază

- Cod Python:

```
from prophet import Prophet
import pandas as pd

# Datele trebuie să aibă coloane 'ds' (dată) și 'y' (valoare)
df = pd.DataFrame({'ds': dates, 'y': values})

model = Prophet()
model.fit(df)

future = model.make_future_dataframe(periods=365)
forecast = model.predict(future)
```

### Adăugare sezonalitate Custom

- Cod Python:

```
model = Prophet(weekly_seasonality=False)
model.add_seasonality(name='monthly', period=30.5, fourier_order=5)
model.add_seasonality(name='quarterly', period=91.25, fourier_order=3)
```



## Prophet: cuantificarea incertitudinii

### Trei surse de incertitudine

- Incertitudine de trend:** Changepoints viitoare sunt incerte
- Incertitudine de sezonalitate:** Incertitudine în estimarea parametrilor
- Zgomot de observație:** Aleatorietate inerentă

### Intervale de predicție

- Prophet oferă:**
  - ▶ Prognoză punctuală: `yhat`
  - ▶ Limita inferioară: `yhat_lower`
  - ▶ Limita superioară: `yhat_upper`
- Implicit:** interval de 80%, schimbați cu `interval_width=0.95`

### Notă

- Incertitudinea crește cu orizontul de prognoză
- Efectul este cel mai pronunțat pentru componenta de trend



## Prophet: parametri de ajustare

### Parametri principali

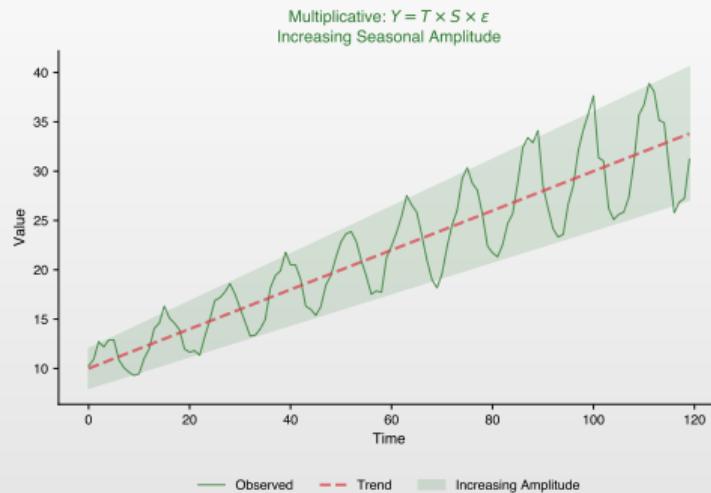
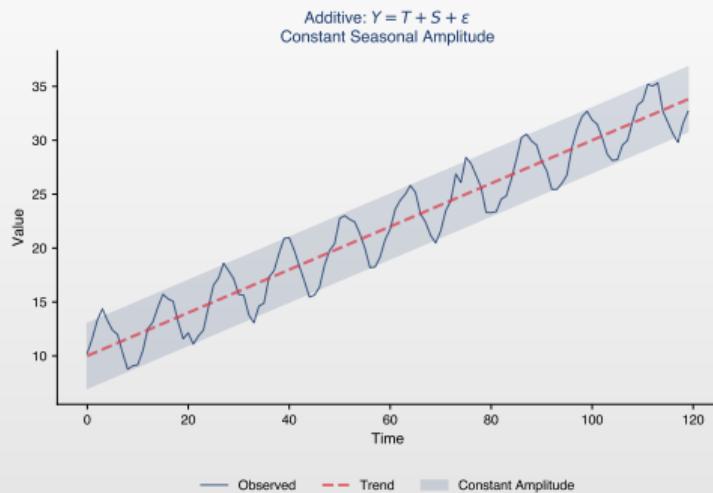
- `changepoint_prior_scale`: Flexibilitate trend (implicit: 0.05)
- `seasonality_prior_scale`: Flexibilitate sezonalitate (implicit: 10)
- `holidays_prior_scale`: Mărime efect sărbători (implicit: 10)
- `seasonality_mode`: 'additive' sau 'multiplicative'
- `changepoint_range`: Porțiune din istoric pentru changepoints

### Sfaturi practice

- Supraajustare pe trend?** Micșorați `changepoint_prior_scale`
- Subajustare pe sezonalitate?** Măriți `seasonality_prior_scale`
- Amplitudinea sezonieră variază?** Folosiți `seasonality_mode='multiplicative'`



## Sezonalitate aditivă vs multiplicativă



Q TSA\_ch9\_additive\_vs\_multiplicative

## Prophet: metoda de estimare

### Estimare Bayesiană prin Stan

- Prophet folosește **Stan** (limbaj probabilistic) pentru inferență
- **Implicit:** MAP (Maximum A Posteriori) — rapid, punct unic
- **Opțional:** MCMC complet — intervale de credibilitate complete
  - ▶ `model = Prophet(mcmc_samples=300)`

### Priori și regularizare

- $\delta \sim \text{Laplace}(0, \tau)$  — favorizează changepoints rare (sparsitate)
- $\tau$  mic  $\Rightarrow$  trend rigid;  $\tau$  mare  $\Rightarrow$  trend flexibil (implicit:  $\tau = 0.05$ )
- $\kappa \sim N(0, \nu^2)$  — regularizare L2 pe efectele de sărbători
- Coeficienții Fourier:  $a_n, b_n \sim N(0, \sigma_s^2)$  — controlează amplitudinea sezonalității



## Prophet: avantaje și limitări

### Avantaje

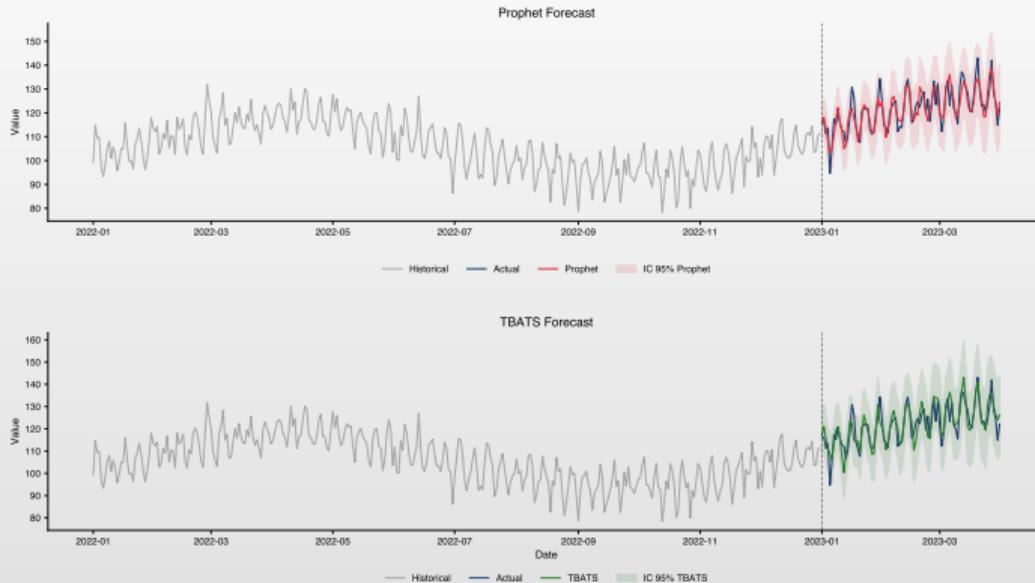
- Ușor de folosit:** Ajustare minimă necesară
- Interpretabil:** Descompunere clară
- Gestionează date lipsă bine**
- Efecte sărbători integrate**
- Sezonalități multiple**
- Regresori externi suportați**
- Ajustare rapidă**

### Limitări

- Nu bazat pe ARIMA:** Fără modelare autocorelație
- Focus pe date zilnice:** Mai puțin potrivit pentru frecvență foarte înaltă
- Ipoteze de trend:** Liniar/logistic poate să nu se potrivească
- CV (Cross-Validation) integrat:** `cross_validation()` disponibil, dar necesită configurare atentă
- Risc supraajustare cu multe sezonalități**



## Comparație Prophet vs TBATS: programe



Q TSA\_ch9\_prophet\_vs\_tbats



## TBATS vs Prophet: comparație directă

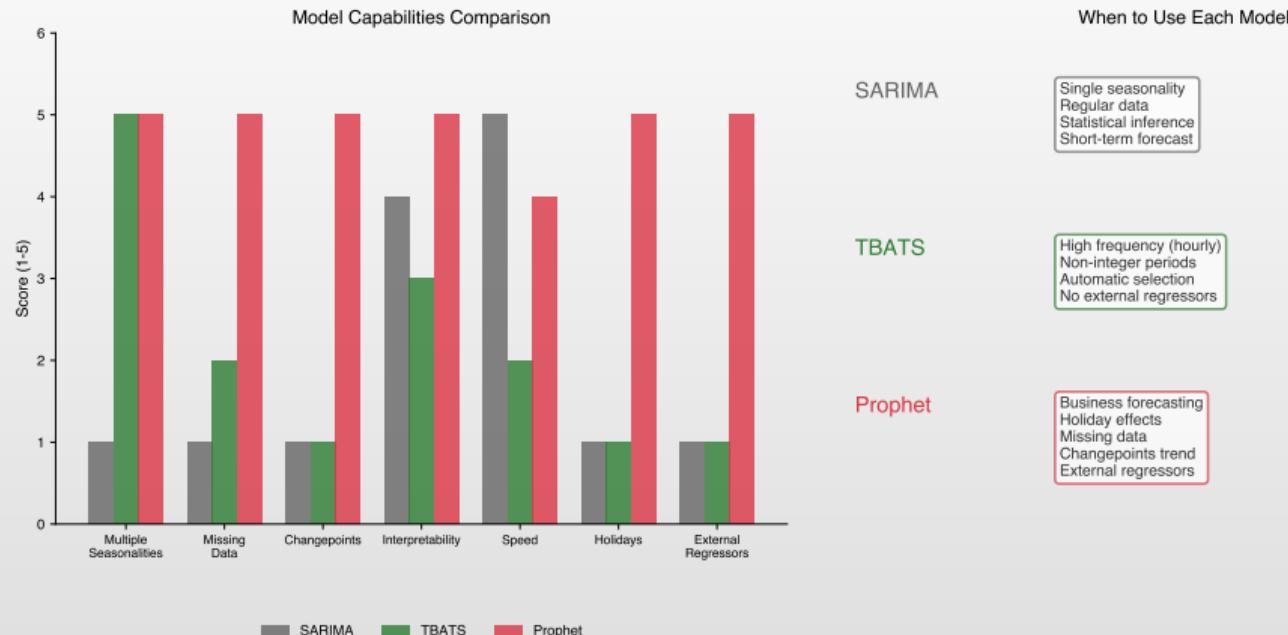
### Comparație detaliată

- Rezumat al diferențelor principale:

Caracteristică	TBATS	Prophet
Sezonalități multiple	Da (automat)	Da (manual sau auto)
Efecte sărbători	Nu	Da (integrat)
Regresori externi	Nu	Da
Changepoints trend	Nu (neted)	Da (automat)
Date lipsă	Necesită interpolare	Gestioneză nativ
Interpretabilitate	Moderată	Înaltă
Viteză calcul	Lent	Rapid
Date frecvență înaltă	Bun	Moderat
Perioade non-întregi	Da (ex: 365.25)	Da
Intervale incertitudine	Da	Da



## Ghid selecție model



## Când să folosim fiecare model

### Folosiți TBATS când:

- Date de frecvență înaltă (orare, sub-zilnice)
- Multiple perioade sezoniere complexe
- Nu sunt necesari regresori externi
- Se preferă selecție automată a modelului
- Se dorește framework tradițional state-space

### Folosiți Prophet când:

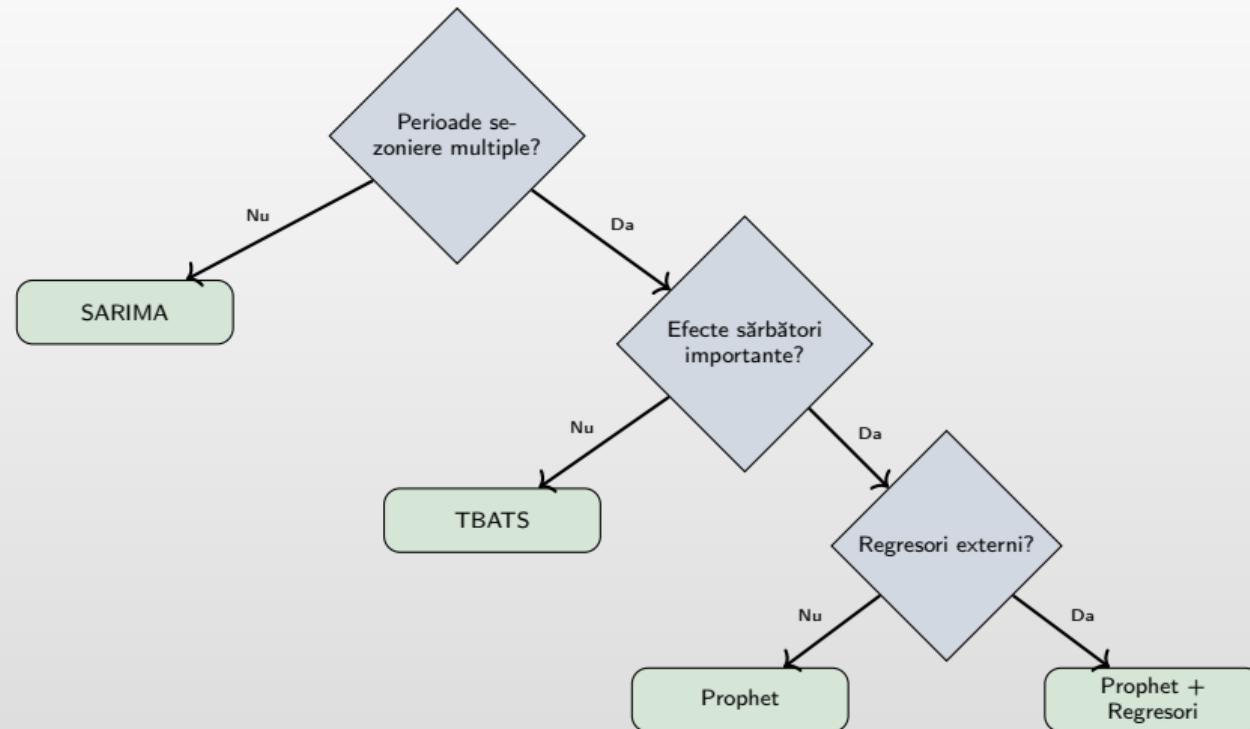
- Prognoză de business (zilnic/săptămânal)
- Efectele sărbătorilor sunt importante
- Trendul are rupturi structurale
- Sunt prezente date lipsă
- Interpretabilitatea este esențială
- Sunt disponibili regresori externi

### Ghid general

- Prophet:** pentru aplicații de business cu date zilnice
- TBATS:** pentru aplicații tehnice cu date de frecvență înaltă



## Diagramă de decizie



## Metrici de evaluare

Definiție 3 (Metrici de acuratețe a prognozei (cf. Capitolul 0))

Fie  $y_t$  valorile reale,  $\hat{y}_t$  prognozele și  $n$  orizontul de prognoză:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (y_t - \hat{y}_t)^2} \quad (\text{penalizează erorile mari})$$

$$\text{MAE} = \frac{1}{n} \sum_{t=1}^n |y_t - \hat{y}_t| \quad (\text{robust la outlieri})$$

$$\text{MAPE} = \frac{100\%}{n} \sum_{t=1}^n \left| \frac{y_t - \hat{y}_t}{y_t} \right| \quad (\text{independent de scară})$$

## Acoperire

- Pentru intervalele de predicție  $[\hat{y}_t^L, \hat{y}_t^U]$ , rata de acoperire este proporția valorilor reale care se încadrează în interval
- Tintă: rata de acoperire să corespundă nivelului nominal (ex: 80%)



## Studiu de caz: prognoza cererii de energie

### Problema

- Obiectiv:** Prognozați cererea de electricitate pe oră
- Provocări:**
  - ▶ Tipar zilnic  $\Rightarrow$  vârf la prânz și seara
  - ▶ Tipar săptămânal  $\Rightarrow$  mai scăzut în weekend
  - ▶ Tipar anual  $\Rightarrow$  mai mare vara (aer condiționat) și iarna (încălzire)
  - ▶ Efecte sărbători  $\Rightarrow$  cerere mai mică în sărbători

### Abordare

- Pas 1:** Încercați TBATS cu perioade [24, 168, 8766]
- Pas 2:** Încercați Prophet cu sezonalitate zilnică, săptămânală, anuală + sărbători
- Pas 3:** Comparați folosind cross-validation



## Studiu de caz: interpretarea rezultatelor

### Rezultate tipice (metrii definite anterior)

- Comparație performanță:

Model	MAPE	RMSE	Acoperire
SARIMA (doar zilnic)	8.5%	450 MW	75%
TBATS	4.2%	220 MW	82%
Prophet	4.8%	250 MW	85%
Prophet + sărbători	3.9%	200 MW	88%

### Concluzie

- Modelele cu sezonalități multiple depășesc semnificativ SARIMA
- Gestionarea unei singure perioade sezoniere este insuficientă pentru date complexe



## Exercițiu AI: Gândire critică

Prompt de testat în ChatGPT / Claude / Copilot

"Descarcă setul de date Peyton Manning Wikipedia pageviews din Prophet (sau folosește date zilnice de consum de electricitate din 2020-01-01 până în 2024-12-31, aprox. 1.800 observații). Folosește Prophet (Meta) pentru a prognoza următoarele 30 de zile. Include sărbătorile din SUA și componentele de sezonalitate săptămânală/anuală. Compara cu TBATS. Vreau cod Python complet."

### Exercițiu

1. Rulați prompt-ul într-un LLM (Large Language Model) la alegere și analizați critic răspunsul.
2. Prophet detectează automat sezonalitățile multiple (zilnică, săptămânală)?
3. Cum sunt specificate sărbătorile? Specifică țări sau evenimente personalizate?
4. Folosește cross-validation cu puncte de referință (performance \_ metrics)?
5. TBATS ar fi mai potrivit pentru această frecvență? De ce sau de ce nu?

**Atenție:** Codul generat de AI poate rula fără erori și arăta profesional. Asta nu înseamnă că e corect.



## Concluzii

### Sezonalități multiple

- Datele din lumea reală au adesea tipare sezoniere multiple
- SARIMA standard gestionează doar o perioadă sezonieră
- TBATS și Prophet sunt proiectate pentru această provocare

### Selectia modelului

- TBATS**: Automat, gestionează frecvență înaltă, fără regresori externi
- Prophet**: Interpretabil, efecte sărbători, regresori externi
- Ambele folosesc termeni Fourier pentru reprezentare eficientă a sezonalității

### De reținut

- Validare**: Folosiți întotdeauna cross-validation adecvat pentru serii de timp!



## Întrebări?

## Întrebări?

### Pași următori

- Exersați cu notebook-ul Jupyter
- Încercați Prophet pe propriile date
- Explorați NeuralProphet pentru extensia deep learning



## Întrebarea 1

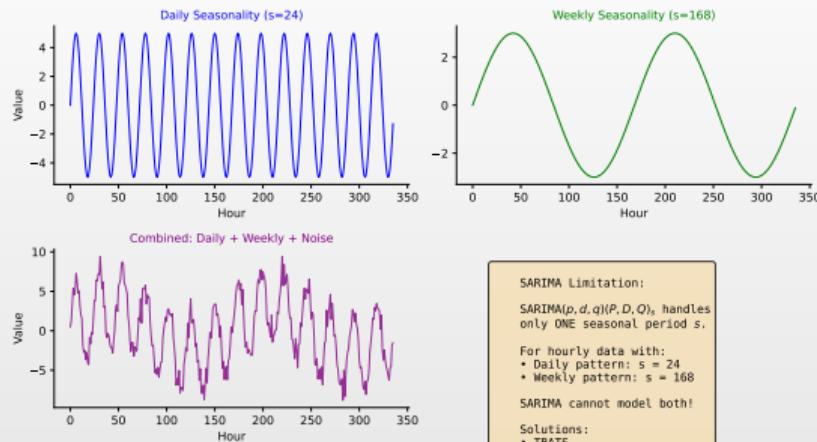
### Întrebare

- De ce nu poate SARIMA( $p, d, q$ )( $P, D, Q$ )<sub>s</sub> standard să modeleze date orare de electricitate cu tipare zilnice și săptămânale?

### Variante de răspuns

- (A) SARIMA poate gestiona doar o singură perioadă sezonieră și la un moment dat
- (B) SARIMA necesită erori normal distribuite pentru sezonalități multiple
- (C) SARIMA poate gestiona sezonalități multiple, dar necesită mai multe date
- (D) SARIMA funcționează doar cu date lunare sau trimestriale

## Întrebarea 1: Răspuns



SARIMA Limitation:  
SARIMA( $p, d, q)(P, D, Q)_s$  handles  
only ONE seasonal period  $s$ .

For hourly data with:  
• Daily pattern:  $s = 24$   
• Weekly pattern:  $s = 168$

SARIMA cannot model both!

Solutions:  
• TBATS  
• Prophet  
• Fourier terms + ARIMA

Răspuns: (A)

- SARIMA gestionează doar o singură perioadă sezonieră  $s$
- Nu se pot seta  $s = 24$  (zilnic) și  $s = 168$  ( săptămânal) simultan într-un singur model SARIMA



## Întrebarea 2

### Întrebare

- Ce reprezintă fiecare literă din TBATS?

### Variante de răspuns

- (A) Trend, Bayes, Autoregresiv, Timp, Staționaritate
- (B) Sezonalitate Trigonometrică, Box-Cox, erori ARMA, Trend, componente Sezoniere
- (C) Taylor, Box-Cox, ARIMA, Transformare, Smoothing
- (D) Trigonometric, Bayesian, ARMA, Trend, Analiză spectrală



## Întrebarea 2: Răspuns

TBATS: What Does It Stand For?

<b>T</b>	<b>Trigonometric</b>	Fourier terms for seasonality $\sum [a_n \cos(\frac{2\pi n t}{m}) + b_n \sin(\frac{2\pi n t}{m})]$
<b>B</b>	<b>Box-Cox</b>	Variance stabilization $y^{(w)} = (y^w - 1)/w$
<b>A</b>	<b>ARMA</b>	Error autocorrelation $\phi(L)d_t = \theta(L)e_t$
<b>T</b>	<b>Trend</b>	Level + slope (possibly damped) $t_t = t_{t-1} + \phi b_{t-1}$
<b>S</b>	<b>Seasonal</b>	Multiple seasonal periods $m_1, m_2, \dots, m_T$

Răspuns: (B)

- Sezonalitate Trigonometrică, transformare Box-Cox, erori ARMA, Trend, componente Sezoniere.

Q TSA\_ch9\_quiz2\_tbats\_components



## Întrebarea 3

### Întrebare

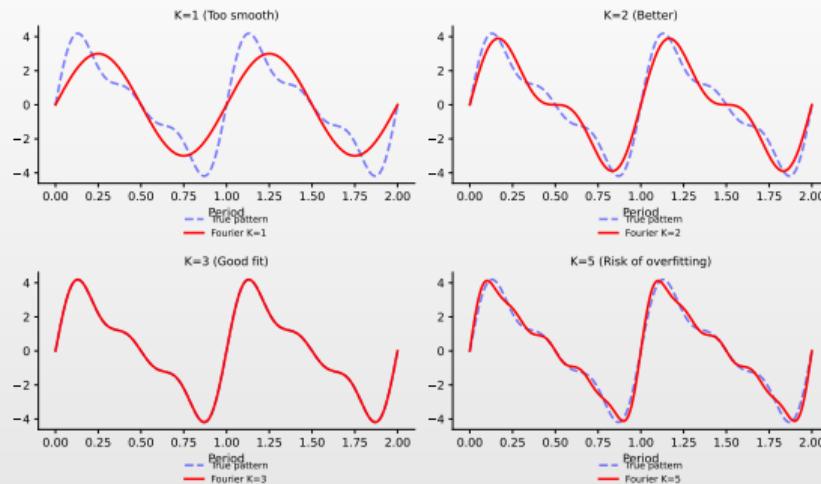
- Ce se întâmplă când creștem numărul de armonici Fourier  $K$ ?

### Variante de răspuns

- (A) Modelul devine mai simplu și mai robust
- (B) Modelul captează tipare sezoniere mai complexe, dar riscă supraajustarea
- (C) Orizontul de prognoză crește proporțional
- (D) Perioada sezonieră s se schimbă automat



### Întrebarea 3: Răspuns



Răspuns: (B)

- Un  $K$  mai mare captează tipare sezoniere mai complexe, dar crește riscul de supraajustare. Maximul este  $K \leq s/2$ .



## Întrebarea 4

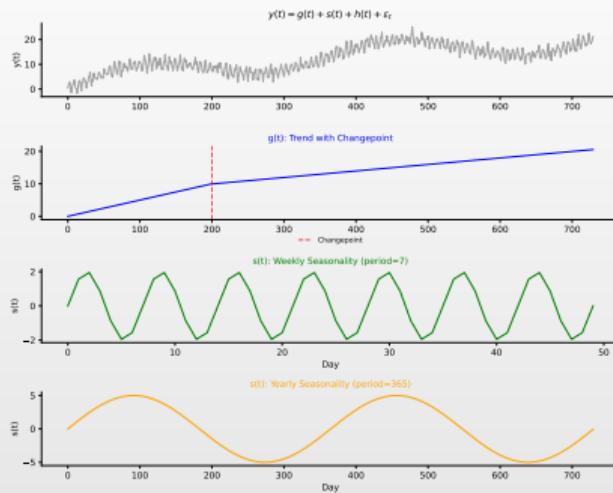
### Întrebare

- Care sunt componentele principale în modelul Prophet  $y(t) = g(t) + s(t) + h(t) + \varepsilon_t$ ?

### Variante de răspuns

- (A)**  $g(t)$  = volatilitate GARCH,  $s(t)$  = test de staționaritate,  $h(t)$  = heteroscedasticitate
- (B)**  $g(t)$  = creștere (trend cu changepoints),  $s(t)$  = sezonalitate,  $h(t)$  = efecte de sărbători
- (C)**  $g(t)$  = zgomot gaussian,  $s(t)$  = netezire,  $h(t)$  = termeni armonici
- (D)**  $g(t)$  = gradient,  $s(t)$  = densitate spectrală,  $h(t)$  = exponent Hurst

## Întrebarea 4: Răspuns



Răspuns: (B)

- $g(t)$  = trend cu changepoints,  $s(t)$  = sezonalitate (termeni Fourier),  $h(t)$  = efecte de sărbători,  $\varepsilon_t$  = termen de eroare.



## Întrebarea 5

### Întrebare

- Ce caracteristici distinctive are Prophet pe care TBATS nu le are?

### Variante de răspuns

- (A) Sezonalitate trigonometrică și transformare Box-Cox
- (B) Selectie automată a parametrilor și netezire exponențială
- (C) Efecte de sărbători, regresori externi, changepoints în trend și gestionare nativă a datelor lipsă
- (D) Formulare spațiu-stare și modelare erori ARMA



## Întrebarea 5: Răspuns

**TBATS vs Prophet: Head-to-Head Comparison**

Feature	TBATS	Prophet
Multiple seasonalities	Yes (automatic)	Yes (manual/auto)
Holiday effects	No	Yes (built-in)
External regressors	No	Yes
Trend changepoints	No (smooth)	Yes (automatic)
Missing data	Needs interpolation	Handles natively
Interpretability	Moderate	High
Computation speed	Slow	Fast
High-frequency data	Good	Moderate
Non-integer periods	Yes (e.g., 365.25)	Yes
Best for	Technical/high-freq	Business/daily

Răspuns: (C)

- Prophet oferă efecte de sărbători, regresori externi, changepoints în trend și gestionare nativă a datelor lipsă
- Aceste caracteristici sunt indisponibile în TBATS



## Bibliografie I

### Prophet

- Taylor, S.J., & Letham, B. (2018). Forecasting at Scale, *The American Statistician*, 72(1), 37–45.
- Harvey, A.C. (1989). *Forecasting, Structural Time Series Models and the Kalman Filter*, Cambridge University Press.

### TBATS și netezire exponențială

- De Livera, A.M., Hyndman, R.J., & Snyder, R.D. (2011). Forecasting Time Series with Complex Seasonal Patterns Using Exponential Smoothing, *JASA*, 106(496), 1513–1527.
- Hyndman, R.J., Koehler, A.B., Ord, J.K., & Snyder, R.D. (2008). *Forecasting with Exponential Smoothing: The State Space Approach*, Springer.
- Taylor, J.W. (2003). Short-term Electricity Demand Forecasting Using Double Seasonal Exponential Smoothing, *Journal of the Operational Research Society*, 54(8), 799–805.



## Bibliografie II

### Comparații și competiții de prognoză

- Makridakis, S., Spiliotis, E., & Assimakopoulos, V. (2020). The M4 Competition, *International Journal of Forecasting*, 36(1), 54–74.
- Hyndman, R.J., & Athanasopoulos, G. (2021). *Forecasting: Principles and Practice*, 3rd ed., OTexts.
- Petropoulos, F., et al. (2022). Forecasting: Theory and Practice, *International Journal of Forecasting*, 38(3), 845–1054.

### Resurse online și cod

- **Quantlet:** <https://quantlet.com> – Platformă de cod pentru metode cantitative
- **Quantinar:** <https://quantinar.com> – Platformă de învățare pentru metode cantitative
- **GitHub TSA:** [https://github.com/QuantLet/TSA/tree/main/TSA\\_ch9](https://github.com/QuantLet/TSA/tree/main/TSA_ch9) – Cod Python pentru acest capitol



# Vă Mulțumim!

## Întrebări?

Materialele cursului sunt disponibile la: <https://danpele.github.io/Time-Series-Analysis/>

