



Analiza și Prognoza Seriilor de Timp

# Capitolul 9: Prophet și TBATS

Seminar



# Cuprins Seminar

- 1 Test de Recapitulare
- 2 Întrebări Adevărat/Fals
- 3 Probleme Practice
- 4 Exemple Rezolvate
- 5 Subiecte de Discuție
- 6 Exerciții pentru Studiu Individual

## Test 1: Problema Sezonalității Multiple

### Întrebare

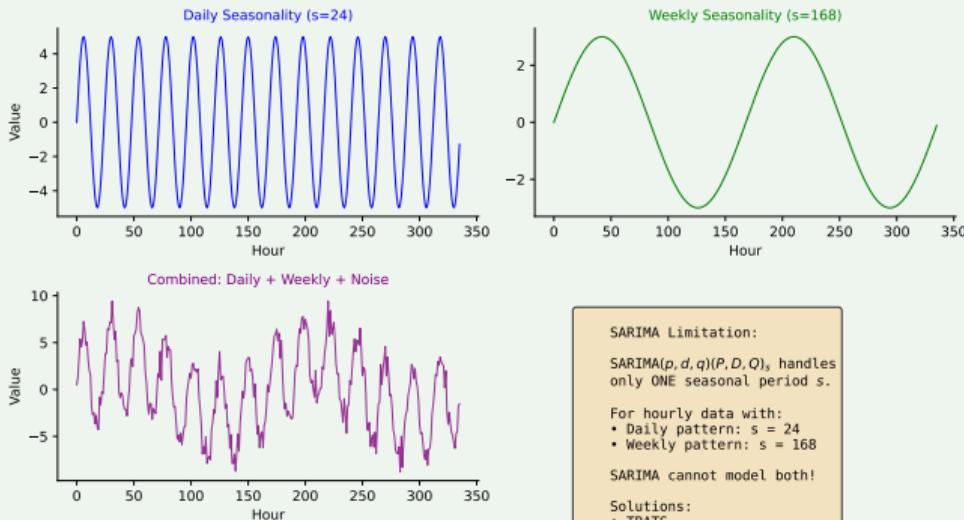
De ce modelele SARIMA standard nu pot gestiona datele orare de consum electric?

- A) SARIMA poate gestiona doar date lunare
- B) SARIMA permite o singură perioadă sezonieră (parametrul  $m$ )
- C) SARIMA nu suportă componente de trend
- D) SARIMA necesită date normal distribuite

*Răspunsul pe slide-ul următor...*

## Test 1: Răspuns

Răspuns: B – SARIMA permite o singură perioadă sezonieră



**Esențial:** Datele orare au pattern-uri zilnice (24h), săptămânale (168h) și anuale (8760h). Parametrul unic  $m$  din SARIMA nu poate captura simultan toate acestea.

### Întrebare

Ce reprezintă TBATS?

- A) Trend, Baseline, ARMA, Transform, Seasonal
- B) Trigonometric, Box-Cox, ARMA, Trend, Seasonal
- C) Time-Based Automatic Time Series
- D) Temporal Bayesian Adaptive Trend System

*Răspunsul pe slide-ul următor...*

## Test 2: Răspuns

Răspuns: B – Trigonometric, Box-Cox, ARMA, Trend, Seasonal

### TBATS: What Does It Stand For?



#### Trigonometric

Fourier terms for seasonality  
 $\sum [a_n \cos(\frac{2\pi n t}{m}) + b_n \sin(\frac{2\pi n t}{m})]$

#### Box-Cox

Variance stabilization  
 $y^{(\omega)} = (y^\omega - 1)/\omega$

#### ARMA

Error autocorrelation  
 $\phi(L)d_t = \theta(L)\varepsilon_t$

#### Trend

Level + slope (possibly damped)  
 $\hat{t}_t = \hat{t}_{t-1} + \phi b_{t-1}$

#### Seasonal

Multiple seasonal periods  
 $m_1, m_2, \dots, m_T$

### Componentele TBATS:

- Trigonometric: Termeni Fourier pentru sezonalitate
- Box-Cox: Stabilizarea varianței
- ARMA: Autocorelația erorilor

### Întrebare

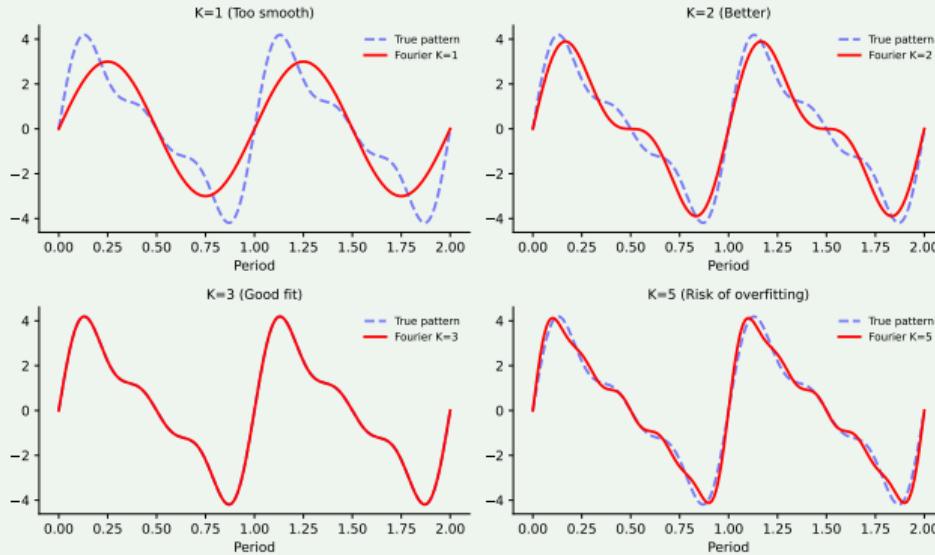
În TBATS, creșterea numărului de armonice Fourier ( $K$ ) pentru un pattern sezonier:

- A) Îmbunătățește întotdeauna acuratețea proguzei
- B) Permite forme sezoniere mai flexibile (complexă)
- C) Reduce complexitatea modelului
- D) Elimină necesitatea transformării Box-Cox

*Răspunsul pe slide-ul următor...*

## Test 3: Răspuns

Răspuns: B – Permite forme sezoniere mai flexibile



**Compromis:** Mai multe armonice = mai multă flexibilitate dar și mai mulți parametri.

$$s_t^{(i)} = \sum_{j=1}^{K_i} \left[ a_j^{(i)} \cos\left(\frac{2\pi j t}{m_i}\right) + b_j^{(i)} \sin\left(\frac{2\pi j t}{m_i}\right) \right]$$

## Test 4: Descompunerea Prophet

### Întrebare

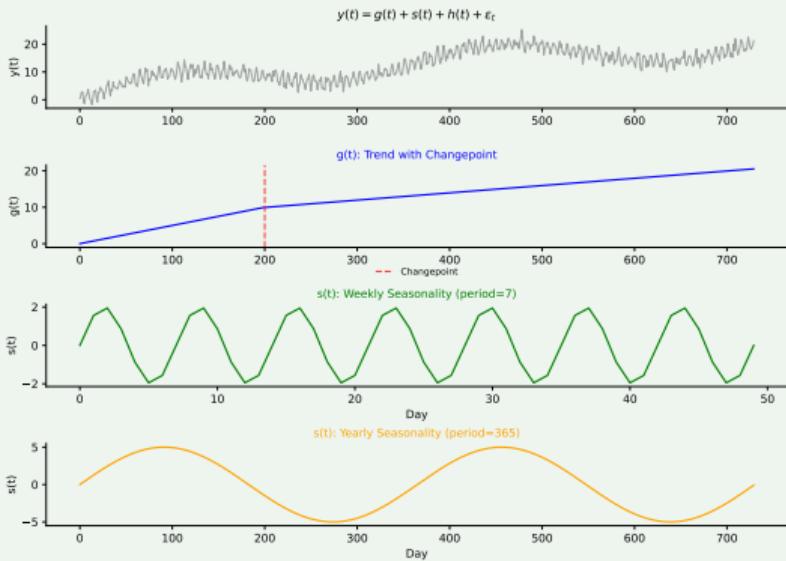
Prophet descompune o serie de timp în care componente?

- A) Componente AR, MA și sezoniere
- B) Trend, sezonialitate, sărbători și eroare
- C) Medie, varianță și autocorelație
- D) Nivel, pantă și curbură

*Răspunsul pe slide-ul următor...*

## Test 4: Răspuns

Răspuns: B – Trend, sezonalitate, sărbători și eroare



**Modelul Prophet:**  $y(t) = g(t) + s(t) + h(t) + \varepsilon_t$

- $g(t)$ : Trend (liniar pe porțiuni sau creștere logistică)
- $s(t)$ : Sezonalitate (serii Fourier)
- $h(t)$ : Efecte de sărbători

### Întrebare

Când ați alege Prophet în locul TBATS?

- A) Când aveți nevoie de selecție automată a modelului
- B) Când aveți sărbători și puncte de schimbare cunoscute de încorporat
- C) Când aveți nevoie de cel mai simplu model
- D) Când datele nu au trend

*Răspunsul pe slide-ul următor...*

## Test 5: Răspuns

Răspuns: B – Sărbători și puncte de schimbare cunoscute

**TBATS vs Prophet: Head-to-Head Comparison**

Feature	TBATS	Prophet
Multiple seasonalities	Yes (automatic)	Yes (manual/auto)
Holiday effects	No	Yes (built-in)
External regressors	No	Yes
Trend changepoints	No (smooth)	Yes (automatic)
Missing data	Needs interpolation	Handles natively
Interpretability	Moderate	High
Computation speed	Slow	Fast
High-frequency data	Good	Moderate
Non-integer periods	Yes (e.g., 365.25)	Yes
Best for	Technical/high-freq	Business/daily

**Avantaje Prophet:** Integrare ușoară a sărbătorilor, analyst-in-the-loop, gestionează date lipsă, componente interpretabile.

**Avantaje TBATS:** Seleție automată a modelului, gestionează sezonalitate complexă fără expertiză de domeniu.

### Întrebare

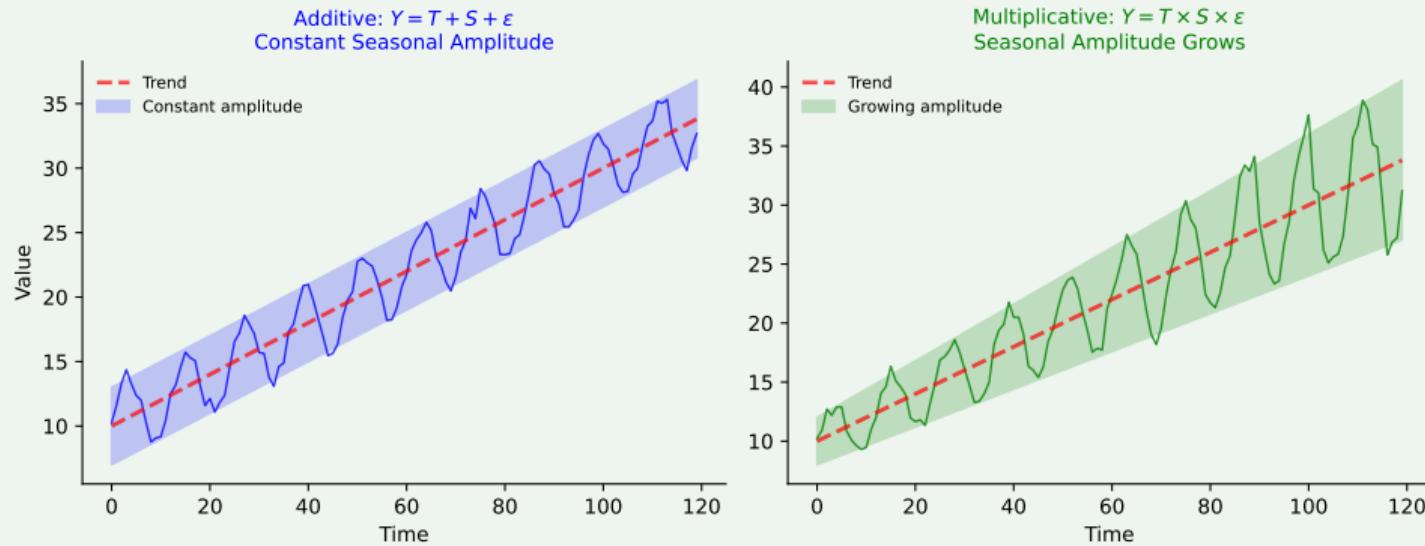
Pentru date de vânzări retail unde vânzările din decembrie sunt de 3 ori media lunară, ce mod de sezonialitate este mai potrivit în Prophet?

- A) Sezonalitate aditivă
- B) Sezonalitate multiplicativă
- C) Ambele funcționează la fel de bine
- D) Niciunul—folosiți ARIMA în schimb

*Răspunsul pe slide-ul următor...*

## Test 6: Răspuns

### Răspuns: B – Sezonalitate multiplicativă



**Esențial:** Când amplitudinea sezonieră se scalează cu nivelul, folosiți multiplicativ.

**Aditiv:**  $y = g(t) + s(t)$  (efect sezonier constant)

**Multiplicativ:**  $y = g(t) \cdot (1 + s(t))$  (efect sezonier proporțional)

## Test 7: Punctele de Schimbare în Prophet

### Întrebare

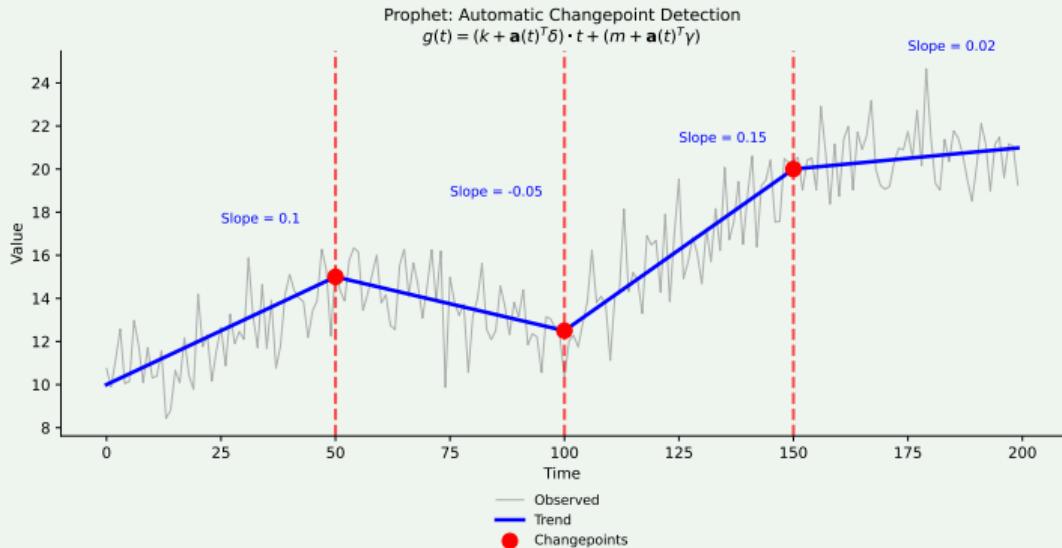
În Prophet, punctele de schimbare (changepoints) permit modelului să:

- A) Schimbe automat perioada sezonieră
- B) Ajusteze panta trendului în puncte specifice în timp
- C) Comute între modurile aditiv și multiplicativ
- D) Detecteze și elimine valorile aberante

*Răspunsul pe slide-ul următor...*

## Test 7: Răspuns

Răspuns: B – Ajustează panta trendului în puncte specifice



Puncte de schimbare: Permit trend liniar pe porțiuni cu pante diferite.

$$g(t) = (k + \mathbf{a}(t)^T \delta) \cdot t + (m + \mathbf{a}(t)^T \gamma)$$

Prophet detectează automat punctele de schimbare sau le puteți specifica manual.

### Întrebare

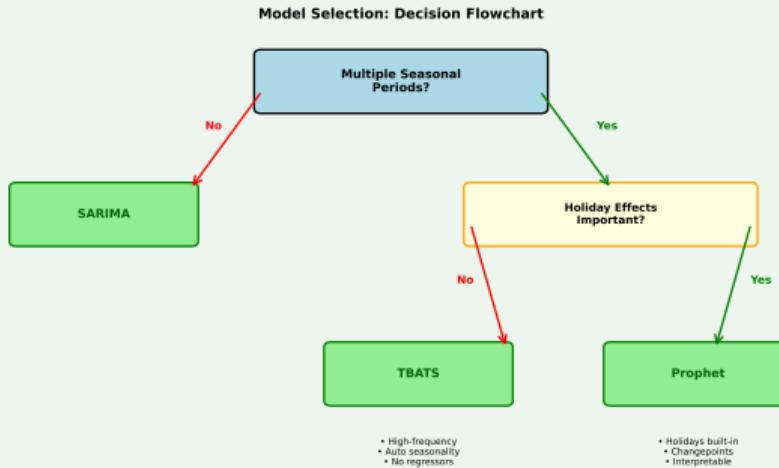
Aveți date zilnice de call center cu doar sezonalitate săptămânală. Ce model este cel mai potrivit?

- A) TBATS (proiectat pentru sezonalitate multiplă)
- B) Prophet (gestionează bine orice sezonalitate)
- C) SARIMA standard (mai simplu și suficient)
- D) Rețea neuronală LSTM (cea mai flexibilă)

*Răspunsul pe slide-ul următor...*

## Test 8: Răspuns

Răspuns: C – SARIMA standard este suficient



**Principiul parsimoniei:** Folosiți cel mai simplu model care se potrivește datelor.

Cu doar sezonialitate săptămânală ( $m = 7$ ), SARIMA funcționează bine.

Folosiți TBATS/Prophet când aveți nevoie de sezonalități multiple sau funcționalități speciale.

### Întrebare

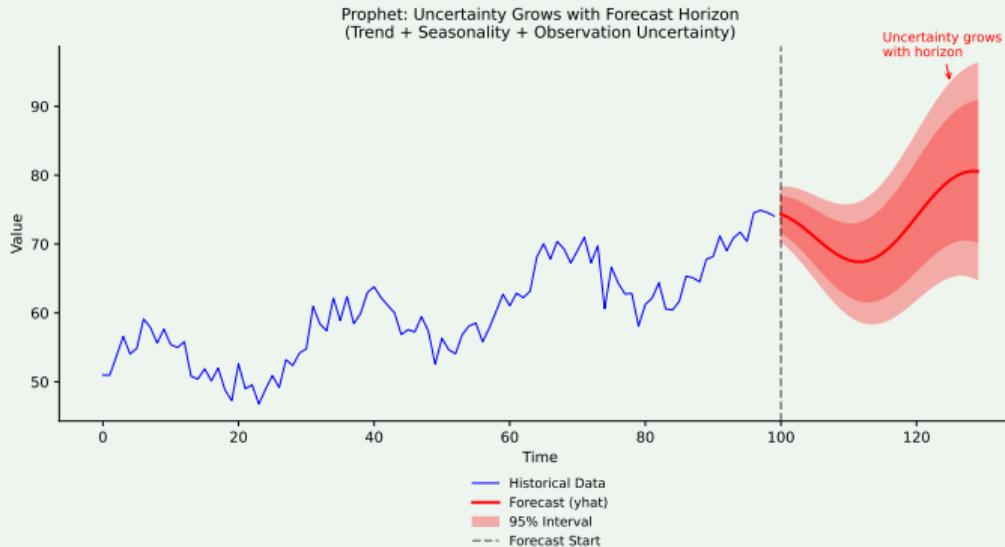
Prophet generează intervale de predicție prin:

- A) Presupunând reziduri normal distribuite
- B) Eșantionând din distribuția posterioară a parametrilor
- C) Folosind reeșantionare bootstrap a erorilor istorice
- D) Aplicând un multiplicator fix la prognozele punctuale

*Răspunsul pe slide-ul următor...*

## Test 9: Răspuns

Răspuns: B – Eșantionează din distribuția posterioară



Prophet folosește estimare Bayesiană:

- Estimare MAP pentru programe punctuale
- MCMC sau simulare pentru intervale de incertitudine
- Incertitudine atât din trend (changepoints) cât și din zgomotul observațiilor

### Întrebare

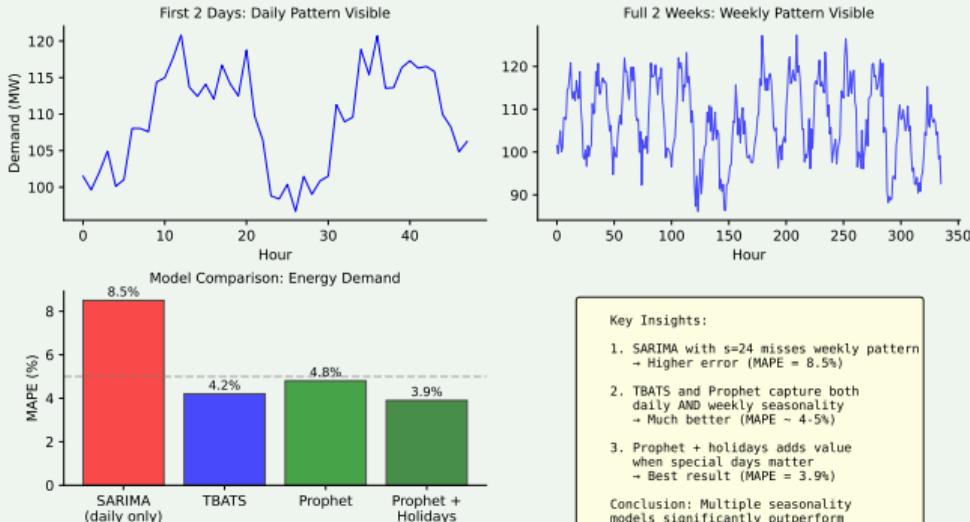
Pentru proghnoza consumului orar de energie cu pattern-uri zilnice, săptămânaile și anuale plus efecte de sărbători, care abordare este cea mai bună?

- A) SARIMA cu  $m = 24$
- B) TBATS cu trei perioade sezoniere
- C) Prophet cu sărbători personalizate
- D) Fie TBATS fie Prophet, în funcție de importanța sărbătorilor

*Răspunsul pe slide-ul următor...*

## Test 10: Răspuns

Răspuns: D – TBATS sau Prophet în funcție de necesități



Ambele pot gestiona sezonialitate multiplă:

- Dacă efectele sărbătorilor sunt cruciale ⇒ **Prophet** (modelare explicită)
- Dacă preferați selecție automată ⇒ **TBATS**
- Adesea: Încercați ambele și comparați prin validare încrucișată

## Întrebări Adevărat/Fals

Determinați dacă fiecare afirmație este Adevărată sau Falsă:

- ① Prophet a fost dezvoltat de Facebook (Meta) pentru prognoza de business.
- ② TBATS poate gestiona cel mult două perioade sezoniere.
- ③ În Prophet, trendul implicit este creștere logistică.
- ④ Termenii Fourier aproximează sezonalitatea folosind funcții sinus și cosinus.
- ⑤ Prophet necesită date de serii de timp echidistante.
- ⑥ Transformarea Box-Cox din TBATS stabilizează varianța.

*Răspunsurile pe slide-ul următor...*

# Adevărat/Fals: Soluții

- 1 Prophet a fost dezvoltat de Facebook (Meta) pentru prognoza de business.

ADEVĂRAT

Lansat în 2017, proiectat pentru prognoză „analyst in the loop” la scară largă.

- 2 TBATS poate gestiona cel mult două perioade sezoniere.

FALS

TBATS poate gestiona orice număr de perioade sezoniere (ex. zilnic, săptămânal, anual).

- 3 În Prophet, trendul implicit este creștere logistică.

FALS

Implicit este liniar pe porțiuni. Creșterea logistică trebuie specificată explicit.

- 4 Termenii Fourier aproximează sezonalitatea folosind funcții sinus și cosinus.

ADEVĂRAT

$$s(t) = \sum_{k=1}^K [a_k \cos(2\pi kt/m) + b_k \sin(2\pi kt/m)]$$

- 5 Prophet necesită date de serii de timp echidistante.

FALS

Prophet gestionează eleganță datele lipsă și timestamp-urile neregulate.

- 6 Transformarea Box-Cox din TBATS stabilizează varianța.

ADEVĂRAT

$$y^{(\lambda)} = (y^\lambda - 1)/\lambda \text{ pentru } \lambda \neq 0; \log(y) \text{ pentru } \lambda = 0.$$

## Problemă 1: Calculul Termenilor Fourier

### Enunț

Pentru date zilnice cu sezonialitate săptămânală ( $m = 7$ ), doriți să folosiți termeni Fourier cu  $K = 3$  armonice.

Câtă parametri adaugă aceasta la model?

*Răspunsul pe slide-ul următor...*

## Problemă 1: Soluție

Soluție: 6 parametri

Fiecare armonică necesită 2 parametri (coeficienți sinus și cosinus):

$$s(t) = \sum_{k=1}^K \left[ a_k \cos\left(\frac{2\pi kt}{m}\right) + b_k \sin\left(\frac{2\pi kt}{m}\right) \right]$$

Cu  $K = 3$  armonice:

- $k = 1$ :  $a_1, b_1$  (frecvența fundamentală)
- $k = 2$ :  $a_2, b_2$  (prima armonică)
- $k = 3$ :  $a_3, b_3$  (a doua armonică)

Total:  $2 \times K = 2 \times 3 = 6$  parametri

Notă: Maximum util  $K = \lfloor m/2 \rfloor = 3$  pentru  $m = 7$ .

## Problemă 2: Alegerea Modului de Sezonalitate

### Enunț

Prognozați rezervările lunare la hotel. Datele arată:

- Iulie 2020: 1000 rezervări (sezon de vârf)
- Ianuarie 2020: 400 rezervări (extrasezon)
- Iulie 2023: 2000 rezervări (sezon de vârf)
- Ianuarie 2023: 800 rezervări (extrasezon)

Ar trebui să folosiți sezonalitate aditivă sau multiplicativă? De ce?

*Răspunsul pe slide-ul următor...*

## Problemă 2: Soluție

Soluție: Sezonalitate multiplicativă

**Analiză:** Verificați dacă amplitudinea sezonieră este proporțională cu nivelul.

An	Iulie	Ianuarie	Raport (Iul/Ian)
2020	1000	400	2.5
2023	2000	800	2.5

**Observație cheie:** Raportul rămâne constant (2.5), nu diferență!

- Aditiv ar însemna: Iulie întotdeauna +600 față de Ianuarie
- Dar 2020:  $1000 - 400 = 600$ ; 2023:  $2000 - 800 = 1200$

**Concluzie:** Folosiți multiplicativ: `seasonality_mode='multiplicative'`

## Problemă 3: Interpretarea Modelului TBATS

### Enunț

Un model TBATS ajustat pe date orare de electricitate raportează:

- Box-Cox  $\lambda = 0.5$
- Perioade sezoniere:  $m_1 = 24, m_2 = 168$
- Termeni Fourier:  $K_1 = 5, K_2 = 3$

Ce ne spune fiecare componentă despre date?

*Răspunsul pe slide-ul următor...*

## Problemă 3: Soluție

### Soluție

**Box-Cox**  $\lambda = 0.5$ :

- Transformare rădăcină pătrată aplicată
- Datele aveau varianță crescătoare cu nivelul
- Transformare:  $y^{(0.5)} = \sqrt{y}$

**Perioade sezoniere:**

- $m_1 = 24$ : Pattern zilnic (24 ore)
- $m_2 = 168$ : Pattern săptămânal ( $7 \times 24 = 168$  ore)

**Termeni Fourier:**

- $K_1 = 5$  pentru zilnic: Pattern intrazilnic complex (5 armonice captează vârfuri, văi)
- $K_2 = 3$  pentru săptămânal: Pattern săptămânal mai simplu (zi lucrătoare vs weekend)

**Total parametri sezonieri:**  $2(K_1 + K_2) = 2(5 + 3) = 16$

## Problemă 4: Efectele Sărbătorilor în Prophet

### Enunț

Prognozați veniturile zilnice ale unui restaurant. Doriți să adăugați aceste efecte de sărbători în Prophet:

- Ziua Îndrăgostitilor (14 Feb) – creștere majoră
- Paște (dată variabilă) – restaurant închis
- Crăciun (25 Dec) – restaurant închis

Scrieti codul Python pentru a crea dataframe-ul de sărbători pentru 2024-2025.

*Răspunsul pe slide-ul următor...*

## Problemă 4: Soluție

### Soluție

```
import pandas as pd
from prophet import Prophet
holidays = pd.DataFrame({
    'holiday':  ['valentines', 'paste', 'craciun'],
    'ds': pd.to_datetime(['...']),
    'lower_window': [0, 0, 0],
    'upper_window': [0, 0, 0]
})
model = Prophet(holidays=holidays)
```

model.fit(df) **Notă:** Folosiți lower\_window=-1, upper\_window=1 pentru a captura efecte pe zile adiacente.

## Exemplu: Prognoza Vânzărilor Retail cu Prophet

### Scenariu

Date lunare de vânzări retail (2018-2023) cu:

- Vârfuri puternice în decembrie (cumpărături de Crăciun)
- Impact COVID-19 în 2020 (ruptură structurală)
- Trend crescător în timp

### Configurare Prophet

```
model = Prophet(  
    seasonality_mode='multiplicative',  
    changepoint_prior_scale=0.5,  
    yearly_seasonality=True)  
  
model.add_country_holidays(country_name='RO')
```

### Decizie Cheie

Sezonalitate multiplicativă: efectul decembrie este proporțional cu nivelul de bază.

## Exemplu: Cererea de Energie cu TBATS

### Scenariu

Cerere orară de electricitate cu:

- Pattern intrazilnic (24 ore)
- Pattern săptămânal (168 ore)
- Pattern anual (8760 ore)

### TBATS în R

```
library(forecast)
energy_msts <- msts(energy_data,
  seasonal.periods = c(24, 168, 8760))
fit <- tbats(energy_msts)
fc <- forecast(fit, h = 168)
```

### Notă

TBATS selectează automat  $K$  pentru fiecare perioadă sezonieră prin AIC.

# Exemplu: Comparație prin Validare Încrușită

## Obiectiv

Comparați Prophet, TBATS și SARIMA pe 2 ani de date zilnice de vânzări.

## Validare Încrușită Prophet

```
from prophet.diagnostics import cross_validation
df_cv = cross_validation(model, initial='365 days',
    period='90 days', horizon='30 days')
metrics = performance_metrics(df_cv)
```

## Rezultate Tipice

Model	MAPE	Timp de Calcul
SARIMA (doar săptămânal)	8.5%	Rapid
TBATS (săptămânal + anual)	6.2%	Moderat
Prophet (săptămânal + anual + sărbători)	5.8%	Rapid

# Discuție: Când să Folosim Care Model?

## Întrebare Cheie

Aveți o nouă sarcină de prognoză. Cum alegeti între SARIMA, TBATS și Prophet?

## Cadru de Decizie

### 1 Câte perioade sezoniere?

- Una  $\Rightarrow$  SARIMA poate fi suficient
- Multiple  $\Rightarrow$  TBATS sau Prophet

### 2 Aveți cunoștințe de domeniu de încorporat?

- Sărbători, evenimente, puncte de schimbare  $\Rightarrow$  Prophet
- Lăsați datele să vorbească  $\Rightarrow$  TBATS

### 3 Cerințe de interpretabilitate?

- Trebuie să explicați componentele  $\Rightarrow$  Prophet
- Doar programe  $\Rightarrow$  Oricare

## Întrebare Cheie

Puteți avea prea mulți termeni Fourier? Care sunt simptomele?

Răspuns: Da!

### Simptome de supraajustare:

- Ajustare in-sample excelentă, dar out-of-sample slabă
- Sezonalitatea arată „zimțată” sau nerealistă
- Prognozele oscilează puternic

## Ghiduri

- Maximum  $K \leq m/2$  (limita Nyquist)
- Începeți cu  $K = 3-5$  pentru majoritatea aplicațiilor
- Folosiți validare încrucișată pentru a selecta  $K$
- Implicit Prophet:  $K = 10$  pentru anual,  $K = 3$  pentru săptămânal

## Scenariu

Datele istorice includ perioada COVID-19 (2020-2021). Cum gestionați acest lucru când prognozați 2024?

## Opțiuni

- ① **Excludeți perioada COVID:** Antrenați doar pe date pre-COVID și post-COVID
- ② **Folosiți puncte de schimbare:** Lăsați Prophet să detecteze/specificați rupturi
- ③ **Adăugați regresori:** Includeți variabilă indicator COVID
- ④ **Ajustare:** Ajustați manual valorile 2020-2021 la „normal”

## Abordare Prophet

```
model = Prophet(changepoints=[...])
df['covid'] = (df['ds'] >= '2020-03-15') & ...
model.add_regressor('covid')
```

# Exerciții de Lucru Acasă

- ① **Teoretic:** Demonstrați că  $K = m/2$  termeni Fourier pot reprezenta orice funcție periodică cu perioada  $m$  (pentru  $m$  par).
- ② **Calcul:** Pentru pattern-ul sezonier de mai jos (date zilnice, ciclu săptămânal), determinați numărul minim de armonice Fourier necesare:

Lun: 100, Mar: 110, Mie: 115, Joi: 110, Vin: 120, Sâmb: 80, Dum: 65
- ③ **Aplicat:** Descărcați date orare de cerere de electricitate dintr-o sursă publică:
  - Ajustați atât TBATS (în R) cât și Prophet (în Python)
  - Comparați acuratețea prognozei folosind RMSE și MAPE
  - Vizualizați descompunerile componentelor
- ④ **Gândire Critică:** De ce ar putea Prophet să performeze slab pe date financiare de înaltă frecvență (ex. prețuri de acțiuni minut cu minut)?

# Indicii pentru Soluții

## Indicii

- ① Prin teorema Fourier, orice funcție periodică poate fi reprezentată ca sumă de sinusuri și cosinusuri. Cu perioada  $m$ , frecvențele sunt  $k/m$  pentru  $k = 1, \dots, m/2$ .
- ② Pattern-ul are:
  - Un vârf (Vineri) și o vale (Duminică)
  - Tranziții destul de netede
  - $K = 2$  sau  $K = 3$  probabil suficient (încercați și comparați)
- ③ Pentru date de electricitate:
  - Includeți pattern-uri zilnice (24h) și săptămânale (168h)
  - Adăugați sărbătorile pentru regiunea dumneavoastră în Prophet
  - Așteptați-vă la MAPE în jur de 3-5% pentru programe orare
- ④ Probleme cu datele financiare:
  - Fără sezonalitate clară (eficiența pieței)
  - Raport zgromot-semnal ridicat
  - Prophet proiectat pentru date „de business” cu tendințe și sezoane

# Concluzii Cheie din Acest Seminar

## Modele pentru Sezonalitate Multiplă

- ① **TBATS**: Automat, bazat pe Fourier, gestionează orice număr de perioade sezoniere
- ② **Prophet**: Prietenos cu analistul, gestionare explicită a sărbătorilor/evenimentelor, interpretabil
- ③ **Folosiți SARIMA** când există doar o perioadă sezonieră

## Decizii Cheie

- **Modul de sezonalitate**: Aditiv (amplitudine constantă) vs Multiplicativ (proporțional)
- **Termeni Fourier**: Mai mulți = flexibil dar risc de supraajustare; folosiți CV pentru selecție
- **Punțe de schimbare**: Permit trendului să se adapteze la rupturi structurale

## Rețineți

**Prophet**: Excelent când aveți cunoștințe de domeniu de încorporat

**TBATS**: Excelent pentru modelare automată a sezonalității complexe

# Vă Mulțumesc!

Întrebări?

[danpele@ase.ro](mailto:danpele@ase.ro)