



Analiza și Prognoza Seriilor de Timp

Capitolul 9: Prophet și TBATS

Seminar



Cuprins Seminar

- 1 Test de Recapitulare
- 2 Întrebări Adevărat/Fals
- 3 Probleme Practice
- 4 Exemple Rezolvate
- 5 Subiecte de Discuție
- 6 Exerciții pentru Studiu Individual

Test 1: Problema Sezonalității Multiple

Întrebare

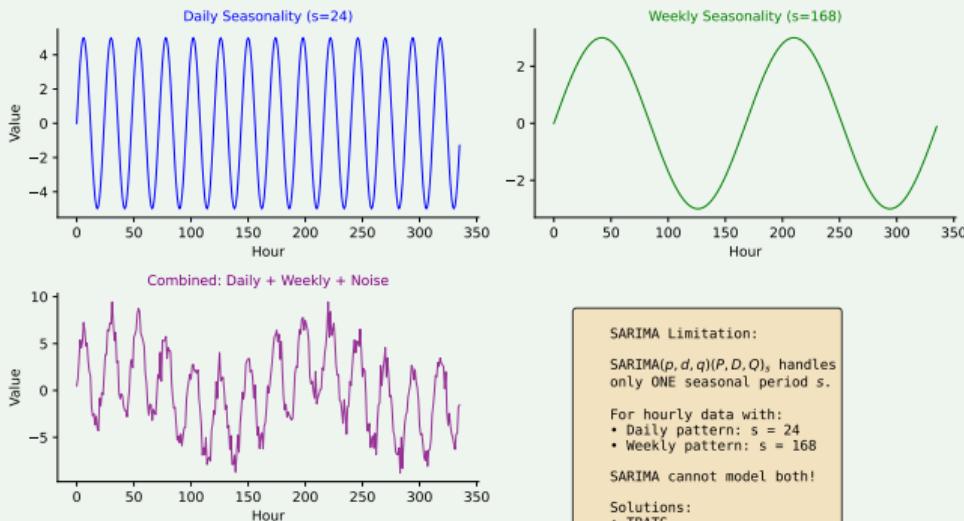
De ce modelele SARIMA standard nu pot gestiona datele orare de consum electric?

- A) SARIMA poate gestiona doar date lunare
- B) SARIMA permite o singură perioadă sezonieră (parametrul m)
- C) SARIMA nu suportă componente de trend
- D) SARIMA necesită date normal distribuite

Răspunsul pe slide-ul următor...

Test 1: Răspuns

Răspuns: B – SARIMA permite o singură perioadă sezonieră



Esențial: Datele orare au pattern-uri zilnice (24h), săptămânale (168h) și anuale (8760h). Parametrul unic m din SARIMA nu poate captura simultan toate acestea.

Întrebare

Ce reprezintă TBATS?

- A) Trend, Baseline, ARMA, Transform, Seasonal
- B) Trigonometric, Box-Cox, ARMA, Trend, Seasonal
- C) Time-Based Automatic Time Series
- D) Temporal Bayesian Adaptive Trend System

Răspunsul pe slide-ul următor...

Test 2: Răspuns

Răspuns: B – Trigonometric, Box-Cox, ARMA, Trend, Seasonal

TBATS: What Does It Stand For?



Trigonometric

Fourier terms for seasonality
 $\sum [a_n \cos(\frac{2\pi n t}{m}) + b_n \sin(\frac{2\pi n t}{m})]$

Box-Cox

Variance stabilization
 $y^{(\omega)} = (y^\omega - 1)/\omega$

ARMA

Error autocorrelation
 $\phi(L)d_t = \theta(L)\varepsilon_t$

Trend

Level + slope (possibly damped)
 $\hat{t}_t = \hat{t}_{t-1} + \phi b_{t-1}$

Seasonal

Multiple seasonal periods
 m_1, m_2, \dots, m_T

Componentele TBATS:

- Trigonometric: Termeni Fourier pentru sezonalitate
- Box-Cox: Stabilizarea varianței
- ARMA: Autocorelația erorilor

Întrebare

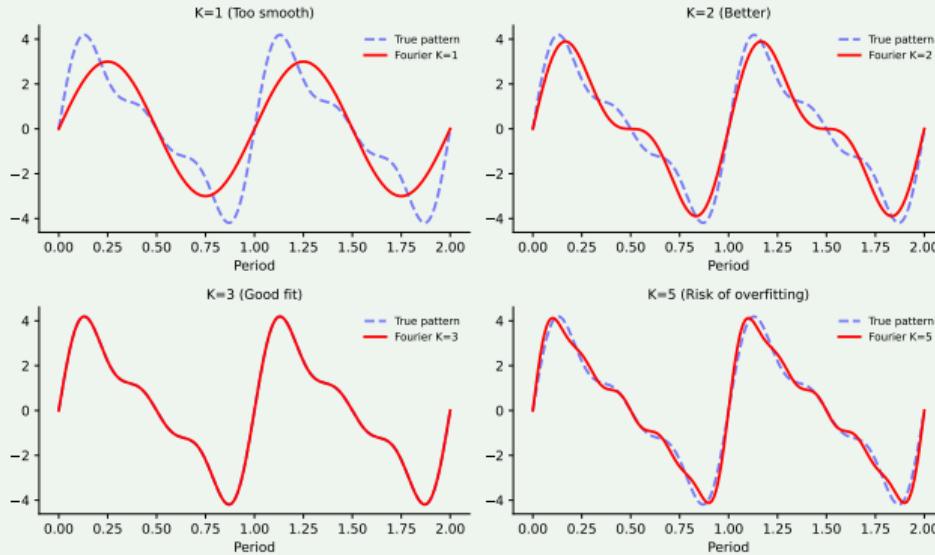
În TBATS, creșterea numărului de armonice Fourier (K) pentru un pattern sezonier:

- A) Îmbunătățește întotdeauna acuratețea proguzei
- B) Permite forme sezoniere mai flexibile (complexă)
- C) Reduce complexitatea modelului
- D) Elimină necesitatea transformării Box-Cox

Răspunsul pe slide-ul următor...

Test 3: Răspuns

Răspuns: B – Permite forme sezoniere mai flexibile



Compromis: Mai multe armonice = mai multă flexibilitate dar și mai mulți parametri.

$$s_t^{(i)} = \sum_{j=1}^{K_i} \left[a_j^{(i)} \cos\left(\frac{2\pi j t}{m_i}\right) + b_j^{(i)} \sin\left(\frac{2\pi j t}{m_i}\right) \right]$$

Test 4: Descompunerea Prophet

Întrebare

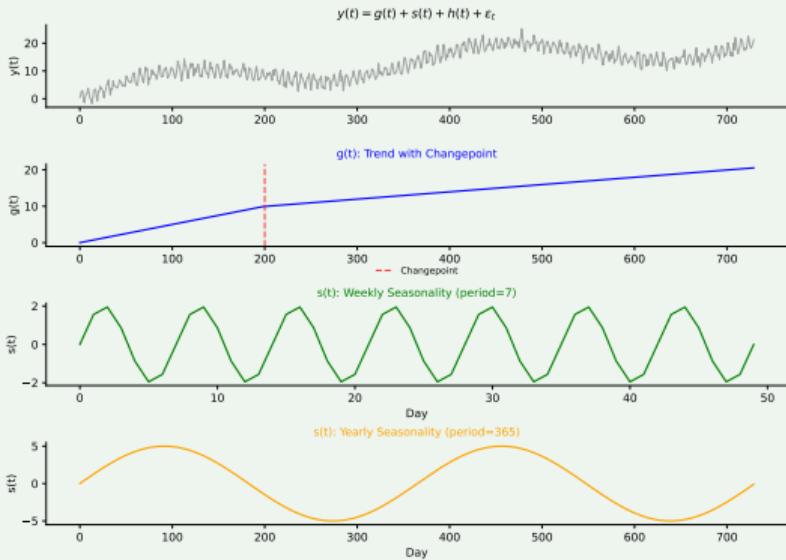
Prophet descompune o serie de timp în care componente?

- A) Componente AR, MA și sezoniere
- B) Trend, sezonialitate, sărbători și eroare
- C) Medie, varianță și autocorelație
- D) Nivel, pantă și curbură

Răspunsul pe slide-ul următor...

Test 4: Răspuns

Răspuns: B – Trend, sezonalitate, sărbători și eroare



Modelul Prophet: $y(t) = g(t) + s(t) + h(t) + \varepsilon_t$

- $g(t)$: Trend (liniar pe porțiuni sau creștere logistică)
- $s(t)$: Sezonalitate (serii Fourier)
- $h(t)$: Efecte de sărbători

Întrebare

Când ați alege Prophet în locul TBATS?

- A) Când aveți nevoie de selecție automată a modelului
- B) Când aveți sărbători și puncte de schimbare cunoscute de încorporat
- C) Când aveți nevoie de cel mai simplu model
- D) Când datele nu au trend

Răspunsul pe slide-ul următor...

Test 5: Răspuns

Răspuns: B – Sărbători și puncte de schimbare cunoscute

TBATS vs Prophet: Head-to-Head Comparison

Feature	TBATS	Prophet
Multiple seasonalities	Yes (automatic)	Yes (manual/auto)
Holiday effects	No	Yes (built-in)
External regressors	No	Yes
Trend changepoints	No (smooth)	Yes (automatic)
Missing data	Needs interpolation	Handles natively
Interpretability	Moderate	High
Computation speed	Slow	Fast
High-frequency data	Good	Moderate
Non-integer periods	Yes (e.g., 365.25)	Yes
Best for	Technical/high-freq	Business/daily

Avantaje Prophet: Integrare ușoară a sărbătorilor, analyst-in-the-loop, gestionează date lipsă, componente interpretabile.

Avantaje TBATS: Seleție automată a modelului, gestionează sezonalitate complexă fără expertiză de domeniu.

Întrebare

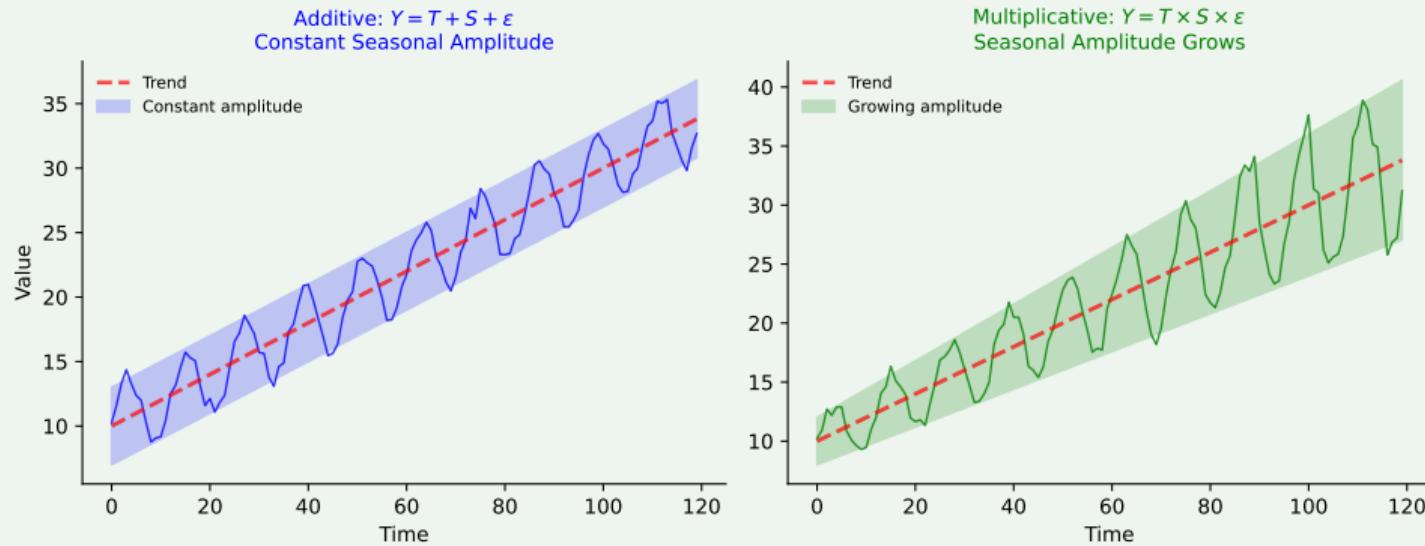
Pentru date de vânzări retail unde vânzările din decembrie sunt de 3 ori media lunară, ce mod de sezonialitate este mai potrivit în Prophet?

- A) Sezonalitate aditivă
- B) Sezonalitate multiplicativă
- C) Ambele funcționează la fel de bine
- D) Niciunul—folosiți ARIMA în schimb

Răspunsul pe slide-ul următor...

Test 6: Răspuns

Răspuns: B – Sezonalitate multiplicativă



Esențial: Când amplitudinea sezonieră se scalează cu nivelul, folosiți multiplicativ.

Aditiv: $y = g(t) + s(t)$ (efect sezonier constant)

Multiplicativ: $y = g(t) \cdot (1 + s(t))$ (efect sezonier proporțional)

Test 7: Punctele de Schimbare în Prophet

Întrebare

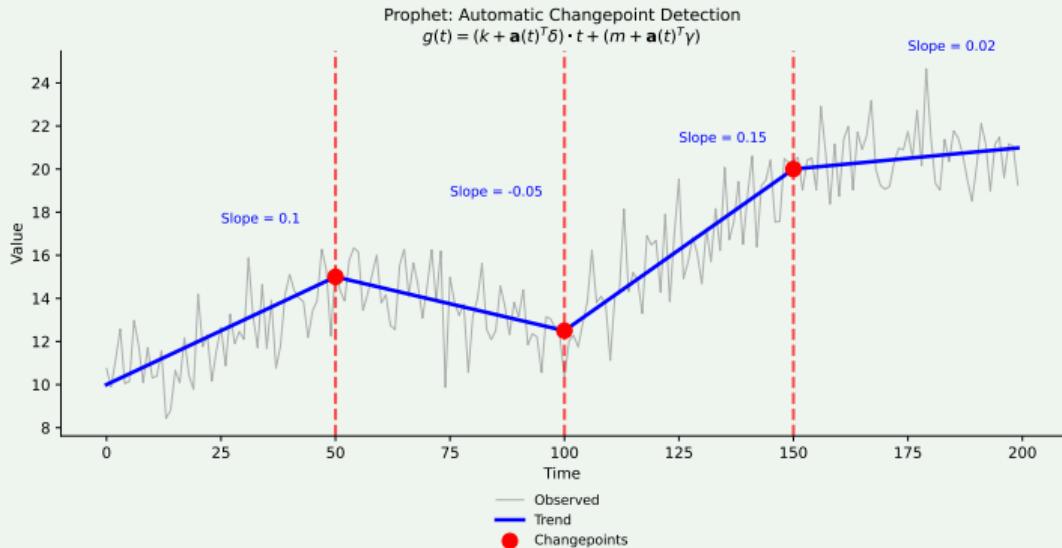
În Prophet, punctele de schimbare (changepoints) permit modelului să:

- A) Schimbe automat perioada sezonieră
- B) Ajusteze panta trendului în puncte specifice în timp
- C) Comute între modurile aditiv și multiplicativ
- D) Detecteze și elimine valorile aberante

Răspunsul pe slide-ul următor...

Test 7: Răspuns

Răspuns: B – Ajustează panta trendului în puncte specifice



Puncte de schimbare: Permit trend liniar pe porțiuni cu pante diferite.

$$g(t) = (k + \mathbf{a}(t)^T \delta) \cdot t + (m + \mathbf{a}(t)^T \gamma)$$

Prophet detectează automat punctele de schimbare sau le puteți specifica manual.

Întrebare

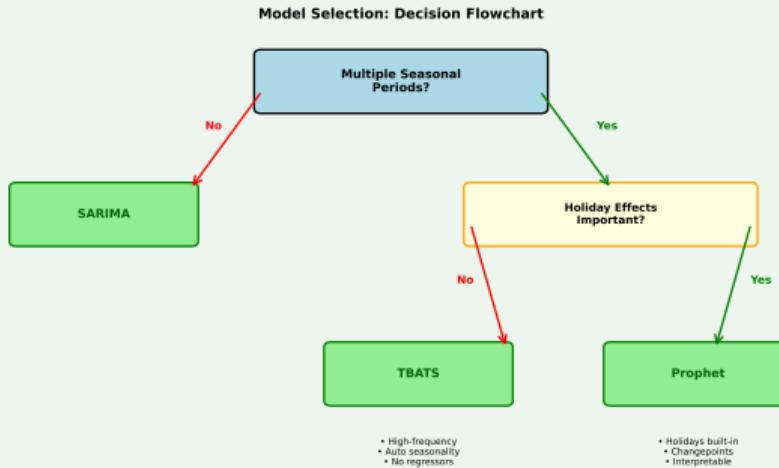
Aveți date zilnice de call center cu doar sezonalitate săptămânală. Ce model este cel mai potrivit?

- A) TBATS (proiectat pentru sezonalitate multiplă)
- B) Prophet (gestionează bine orice sezonalitate)
- C) SARIMA standard (mai simplu și suficient)
- D) Rețea neuronală LSTM (cea mai flexibilă)

Răspunsul pe slide-ul următor...

Test 8: Răspuns

Răspuns: C – SARIMA standard este suficient



Principiul parsimoniei: Folosiți cel mai simplu model care se potrivește datelor.

Cu doar sezonialitate săptămânală ($m = 7$), SARIMA funcționează bine.

Folosiți TBATS/Prophet când aveți nevoie de sezonalități multiple sau funcționalități speciale.

Întrebare

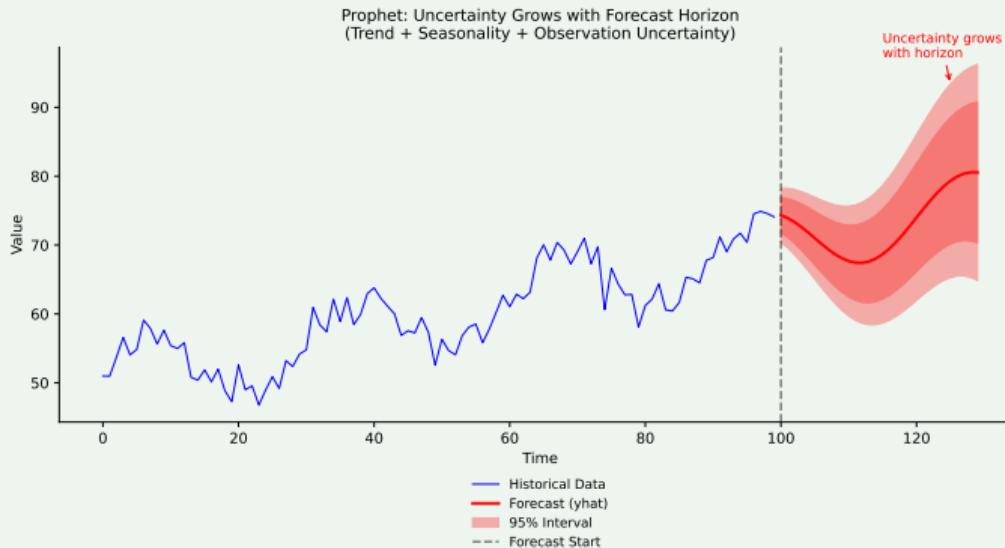
Prophet generează intervale de predicție prin:

- A) Presupunând reziduri normal distribuite
- B) Eșantionând din distribuția posterioară a parametrilor
- C) Folosind reeșantionare bootstrap a erorilor istorice
- D) Aplicând un multiplicator fix la prognozele punctuale

Răspunsul pe slide-ul următor...

Test 9: Răspuns

Răspuns: B – Eșantionează din distribuția posterioară



Prophet folosește estimare Bayesiană:

- Estimare MAP pentru programe punctuale
- MCMC sau simulare pentru intervale de incertitudine
- Incertitudine atât din trend (changepoints) cât și din zgomotul observațiilor

Întrebare

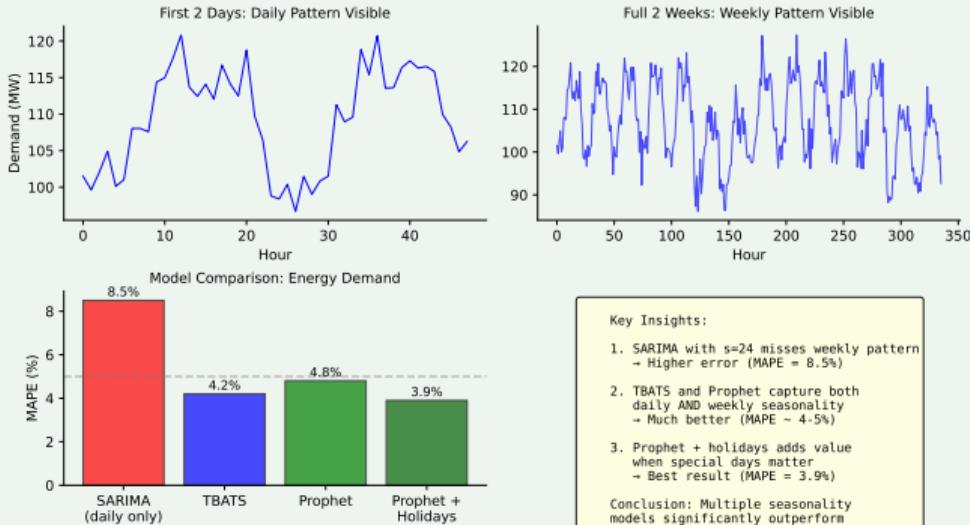
Pentru proghnoza consumului orar de energie cu pattern-uri zilnice, săptămânaile și anuale plus efecte de sărbători, care abordare este cea mai bună?

- A) SARIMA cu $m = 24$
- B) TBATS cu trei perioade sezoniere
- C) Prophet cu sărbători personalizate
- D) Fie TBATS fie Prophet, în funcție de importanța sărbătorilor

Răspunsul pe slide-ul următor...

Test 10: Răspuns

Răspuns: D – TBATS sau Prophet în funcție de necesități



Ambele pot gestiona sezonialitate multiplă:

- Dacă efectele sărbătorilor sunt cruciale ⇒ **Prophet** (modelare explicită)
- Dacă preferați selecție automată ⇒ **TBATS**
- Adesea: Încercați ambele și comparați prin validare încrucișată

Întrebări Adevărat/Fals

Determinați dacă fiecare afirmație este Adevărată sau Falsă:

- ① Prophet a fost dezvoltat de Facebook (Meta) pentru prognoza de business.
- ② TBATS poate gestiona cel mult două perioade sezoniere.
- ③ În Prophet, trendul implicit este creștere logistică.
- ④ Termenii Fourier aproximează sezonalitatea folosind funcții sinus și cosinus.
- ⑤ Prophet necesită date de serii de timp echidistante.
- ⑥ Transformarea Box-Cox din TBATS stabilizează varianța.

Răspunsurile pe slide-ul următor...

Adevărat/Fals: Soluții

- 1 Prophet a fost dezvoltat de Facebook (Meta) pentru prognoza de business.

ADEVĂRAT

Lansat în 2017, proiectat pentru prognoză „analyst in the loop” la scară largă.

- 2 TBATS poate gestiona cel mult două perioade sezoniere.

FALS

TBATS poate gestiona orice număr de perioade sezoniere (ex. zilnic, săptămânal, anual).

- 3 În Prophet, trendul implicit este creștere logistică.

FALS

Implicit este liniar pe porțiuni. Creșterea logistică trebuie specificată explicit.

- 4 Termenii Fourier aproximează sezonalitatea folosind funcții sinus și cosinus.

ADEVĂRAT

$$s(t) = \sum_{k=1}^K [a_k \cos(2\pi kt/m) + b_k \sin(2\pi kt/m)]$$

- 5 Prophet necesită date de serii de timp echidistante.

FALS

Prophet gestionează eleganță datele lipsă și timestamp-urile neregulate.

- 6 Transformarea Box-Cox din TBATS stabilizează varianța.

ADEVĂRAT

$$y^{(\lambda)} = (y^\lambda - 1)/\lambda \text{ pentru } \lambda \neq 0; \log(y) \text{ pentru } \lambda = 0.$$

Problemă 1: Calculul Termenilor Fourier

Enunț

Pentru date zilnice cu sezonialitate săptămânală ($m = 7$), doriți să folosiți termeni Fourier cu $K = 3$ armonice.

Câtă parametri adaugă aceasta la model?

Răspunsul pe slide-ul următor...

Problemă 1: Soluție

Soluție: 6 parametri

Fiecare armonică necesită 2 parametri (coeficienți sinus și cosinus):

$$s(t) = \sum_{k=1}^K \left[a_k \cos\left(\frac{2\pi kt}{m}\right) + b_k \sin\left(\frac{2\pi kt}{m}\right) \right]$$

Cu $K = 3$ armonice:

- $k = 1$: a_1, b_1 (frecvența fundamentală)
- $k = 2$: a_2, b_2 (prima armonică)
- $k = 3$: a_3, b_3 (a doua armonică)

Total: $2 \times K = 2 \times 3 = 6$ parametri

Notă: Maximum util $K = \lfloor m/2 \rfloor = 3$ pentru $m = 7$.

Problemă 2: Alegerea Modului de Sezonalitate

Enunț

Prognozați rezervările lunare la hotel. Datele arată:

- Iulie 2020: 1000 rezervări (sezon de vârf)
- Ianuarie 2020: 400 rezervări (extrasezon)
- Iulie 2023: 2000 rezervări (sezon de vârf)
- Ianuarie 2023: 800 rezervări (extrasezon)

Ar trebui să folosiți sezonalitate aditivă sau multiplicativă? De ce?

Răspunsul pe slide-ul următor...

Problemă 2: Soluție

Soluție: Sezonalitate multiplicativă

Analiză: Verificați dacă amplitudinea sezonieră este proporțională cu nivelul.

An	Iulie	Ianuarie	Raport (Iul/Ian)
2020	1000	400	2.5
2023	2000	800	2.5

Observație cheie: Raportul rămâne constant (2.5), nu diferență!

- Aditiv ar însemna: Iulie întotdeauna +600 față de Ianuarie
- Dar 2020: $1000 - 400 = 600$; 2023: $2000 - 800 = 1200$

Concluzie: Folosiți multiplicativ: `seasonality_mode='multiplicative'`

Problemă 3: Interpretarea Modelului TBATS

Enunț

Un model TBATS ajustat pe date orare de electricitate raportează:

- Box-Cox $\lambda = 0.5$
- Perioade sezoniere: $m_1 = 24, m_2 = 168$
- Termeni Fourier: $K_1 = 5, K_2 = 3$

Ce ne spune fiecare componentă despre date?

Răspunsul pe slide-ul următor...

Problemă 3: Soluție

Soluție

Box-Cox $\lambda = 0.5$:

- Transformare rădăcină pătrată aplicată
- Datele aveau varianță crescătoare cu nivelul
- Transformare: $y^{(0.5)} = \sqrt{y}$

Perioade sezoniere:

- $m_1 = 24$: Pattern zilnic (24 ore)
- $m_2 = 168$: Pattern săptămânal ($7 \times 24 = 168$ ore)

Termeni Fourier:

- $K_1 = 5$ pentru zilnic: Pattern intrazilnic complex (5 armonice captează vârfuri, văi)
- $K_2 = 3$ pentru săptămânal: Pattern săptămânal mai simplu (zi lucrătoare vs weekend)

Total parametri sezonieri: $2(K_1 + K_2) = 2(5 + 3) = 16$

Problemă 4: Efectele Sărbătorilor în Prophet

Enunț

Prognozați veniturile zilnice ale unui restaurant. Doriți să adăugați aceste efecte de sărbători în Prophet:

- Ziua Îndrăgostitilor (14 Feb) – creștere majoră
- Paște (dată variabilă) – restaurant închis
- Crăciun (25 Dec) – restaurant închis

Scriți codul Python pentru a crea dataframe-ul de sărbători pentru 2024-2025.

Răspunsul pe slide-ul următor...

Problemă 4: Soluție

Soluție

```
import pandas as pd
from prophet import Prophet
holidays = pd.DataFrame({
    'holiday':  ['valentines', 'paste', 'craciun'],
    'ds':      pd.to_datetime(['...']),
    'lower_window': [0, 0, 0],
    'upper_window': [0, 0, 0]
})
model = Prophet(holidays=holidays)
```

model.fit(df) **Notă:** Folosiți lower_window=-1, upper_window=1 pentru a captura efecte pe zile adiacente.

Exemplu: Prognoza Vânzărilor Retail cu Prophet

Scenariu

Date lunare de vânzări retail (2018-2023) cu:

- Vârfuri puternice în decembrie (cumpărături de Crăciun)
- Impact COVID-19 în 2020 (ruptură structurală)
- Trend crescător în timp

Configurare Prophet

```
model = Prophet(  
    seasonality_mode='multiplicative',  
    changepoint_prior_scale=0.5,  
    yearly_seasonality=True)  
  
model.add_country_holidays(country_name='RO')
```

Decizie Cheie

Sezonalitate multiplicativă: efectul decembrie este proporțional cu nivelul de bază.

Exemplu: Cererea de Energie cu TBATS

Scenariu

Cerere orară de electricitate cu:

- Pattern intrazilnic (24 ore)
- Pattern săptămânal (168 ore)
- Pattern anual (8760 ore)

TBATS în R

```
library(forecast)
energy_msts <- msts(energy_data,
  seasonal.periods = c(24, 168, 8760))
fit <- tbats(energy_msts)
fc <- forecast(fit, h = 168)
```

Notă

TBATS selectează automat K pentru fiecare perioadă sezonieră prin AIC.

Exemplu: Comparație prin Validare Încrușită

Obiectiv

Comparați Prophet, TBATS și SARIMA pe 2 ani de date zilnice de vânzări.

Validare Încrușită Prophet

```
from prophet.diagnostics import cross_validation
df_cv = cross_validation(model, initial='365 days',
    period='90 days', horizon='30 days')
metrics = performance_metrics(df_cv)
```

Rezultate Tipice

Model	MAPE	Timp de Calcul
SARIMA (doar săptămânal)	8.5%	Rapid
TBATS (săptămânal + anual)	6.2%	Moderat
Prophet (săptămânal + anual + sărbători)	5.8%	Rapid

Discuție: Când să Folosim Care Model?

Întrebare Cheie

Aveți o nouă sarcină de prognoză. Cum alegeti între SARIMA, TBATS și Prophet?

Cadru de Decizie

1 Câte perioade sezoniere?

- Una \Rightarrow SARIMA poate fi suficient
- Multiple \Rightarrow TBATS sau Prophet

2 Aveți cunoștințe de domeniu de încorporat?

- Sărbători, evenimente, puncte de schimbare \Rightarrow Prophet
- Lăsați datele să vorbească \Rightarrow TBATS

3 Cerințe de interpretabilitate?

- Trebuie să explicați componentele \Rightarrow Prophet
- Doar programe \Rightarrow Oricare

Întrebare Cheie

Puteți avea prea mulți termeni Fourier? Care sunt simptomele?

Răspuns: Da!

Simptome de supraajustare:

- Ajustare in-sample excelentă, dar out-of-sample slabă
- Sezonalitatea arată „zimțată” sau nerealistă
- Prognozele oscilează puternic

Ghiduri

- Maximum $K \leq m/2$ (limita Nyquist)
- Începeți cu $K = 3-5$ pentru majoritatea aplicațiilor
- Folosiți validare încrucișată pentru a selecta K
- Implicit Prophet: $K = 10$ pentru anual, $K = 3$ pentru săptămânal

Scenariu

Datele istorice includ perioada COVID-19 (2020-2021). Cum gestionați acest lucru când prognozați 2024?

Opțiuni

- ① **Excludeți perioada COVID:** Antrenați doar pe date pre-COVID și post-COVID
- ② **Folosiți puncte de schimbare:** Lăsați Prophet să detecteze/specificați rupturi
- ③ **Adăugați regresori:** Includeți variabilă indicator COVID
- ④ **Ajustare:** Ajustați manual valorile 2020-2021 la „normal”

Abordare Prophet

```
model = Prophet(changepoints=[...])
df['covid'] = (df['ds'] >= '2020-03-15') & ...
model.add_regressor('covid')
```

Exerciții de Lucru Acasă

- ① **Teoretic:** Demonstrați că $K = m/2$ termeni Fourier pot reprezenta orice funcție periodică cu perioada m (pentru m par).
- ② **Calcul:** Pentru pattern-ul sezonier de mai jos (date zilnice, ciclu săptămânal), determinați numărul minim de armonice Fourier necesare:

Lun: 100, Mar: 110, Mie: 115, Joi: 110, Vin: 120, Sâmb: 80, Dum: 65
- ③ **Aplicat:** Descărcați date orare de cerere de electricitate dintr-o sursă publică:
 - Ajustați atât TBATS (în R) cât și Prophet (în Python)
 - Comparați acuratețea prognozei folosind RMSE și MAPE
 - Vizualizați descompunerile componentelor
- ④ **Gândire Critică:** De ce ar putea Prophet să performeze slab pe date financiare de înaltă frecvență (ex. prețuri de acțiuni minut cu minut)?

Indicii pentru Soluții

Indicii

- ① Prin teorema Fourier, orice funcție periodică poate fi reprezentată ca sumă de sinusuri și cosinusuri. Cu perioada m , frecvențele sunt k/m pentru $k = 1, \dots, m/2$.
- ② Pattern-ul are:
 - Un vârf (Vineri) și o vale (Duminică)
 - Tranziții destul de netede
 - $K = 2$ sau $K = 3$ probabil suficient (încercați și comparați)
- ③ Pentru date de electricitate:
 - Includeți pattern-uri zilnice (24h) și săptămânale (168h)
 - Adăugați sărbătorile pentru regiunea dumneavoastră în Prophet
 - Așteptați-vă la MAPE în jur de 3-5% pentru programe orare
- ④ Probleme cu datele financiare:
 - Fără sezonalitate clară (eficiența pieței)
 - Raport zgromot-semnal ridicat
 - Prophet proiectat pentru date „de business” cu tendințe și sezoane

Concluzii Cheie din Acest Seminar

Modele pentru Sezonalitate Multiplă

- ① **TBATS**: Automat, bazat pe Fourier, gestionează orice număr de perioade sezoniere
- ② **Prophet**: Prietenos cu analistul, gestionare explicită a sărbătorilor/evenimentelor, interpretabil
- ③ **Folosiți SARIMA** când există doar o perioadă sezonieră

Decizii Cheie

- **Modul de sezonalitate**: Aditiv (amplitudine constantă) vs Multiplicativ (proporțional)
- **Termeni Fourier**: Mai mulți = flexibil dar risc de supraajustare; folosiți CV pentru selecție
- **Punțe de schimbare**: Permit trendului să se adapteze la rupturi structurale

Rețineți

Prophet: Excelent când aveți cunoștințe de domeniu de încorporat

TBATS: Excelent pentru modelare automată a sezonalității complexe

Vă Mulțumesc!

Întrebări?

danpele@ase.ro