



Analiza și Prognoza Seriilor de Timp

Capitolul 0: Fundamente



Daniel Traian PELE

Academia de Studii Economice din București

IDA Institute Digital Assets

Blockchain Research Center

AI4EFin Artificial Intelligence for Energy Finance

Academia Română, Institutul de Prognoză Economică

MSCA Digital Finance

Obiective de Învățare

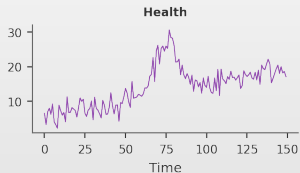
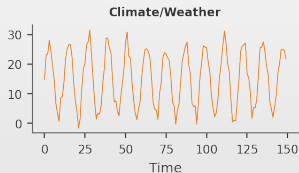
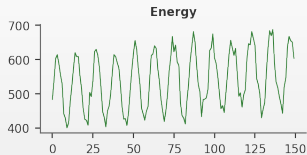
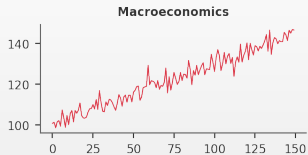
La sfârșitul acestui capitol, veți putea să:

1. **Definiți** seriile de timp și să le distingeți de datele transversale și de panel
2. **Descompuneți** seriile de timp în componente de trend-ciclu, sezonabilitate și reziduuri
3. **Aplicați** metodele de netezire exponențială (SES, Holt, Holt-Winters, ETS)
4. **Evaluați** prognozele folosind MAE, RMSE, MAPE, sMAPE
5. **Implementați** separarea train/validare/test și validarea încrucișată
6. **Modelați** sezonabilitatea folosind variabile dummy sau termeni Fourier
7. **Eliminați** trendul și sezonabilitatea prin metode adecvate
8. **Distingeți** între trendurile deterministe și stochastice

Structura Capitolului

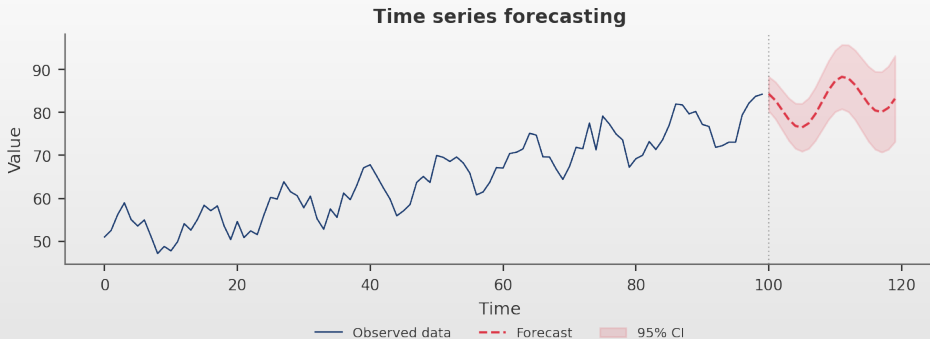
- ▣ Motivație
- ▣ Ce Este o Serie de Timp?
- ▣ Descompunerea Seriilor de Timp
- ▣ Metode de Netezire Exponențială
- ▣ Evaluarea Prognozei
- ▣ Modelarea Sezonalității
- ▣ Gestionarea Trendului și Sezonalității
- ▣ Rezumat și Quiz
- ▣ Bibliografie

Seriile de Timp Sunt Pretutindeni



- ▣ **Finanțe:** Prețuri acțiuni, cursuri valutare, volume tranzacționate
- ▣ **Economie:** PIB, șomaj, rate ale inflației
- ▣ **Business:** Vânzări, trafic website, cererea clienților
- ▣ **Știință:** Temperatură, niveluri de poluare, semne vitale pacienți

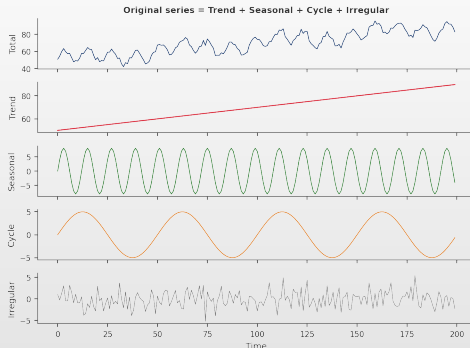
De Ce Studiem Seriile de Timp?



Obiectiv Principal: Prognoza

Folosim tiparele istorice pentru a prezice valori viitoare — esențial pentru planificarea afacerilor, managementul riscului și deciziile de politică.

Înțelegerea Structurii Seriilor de Timp



Descompunere

Orice serie de timp poate fi descompusă în componente interpretabile: trend-ciclu, sezonabilitate și zgomot.

Definiția unei Serii de Timp

Definiție 1 (Serie de Timp)

O **serie de timp** este o secvență de observații $\{X_t\}$ indexate după timp:

$$\{X_t : t \in \mathcal{T}\}$$

unde \mathcal{T} este o mulțime de indici reprezentând momente de timp.

Caracteristici Cheie

- ▣ **Ordonate:** Ordine temporală naturală
- ▣ **Dependente:** Observațiile consecutive sunt corelate
- ▣ **Discrete/Continue:** $t = 1, 2, 3, \dots$

Notăție

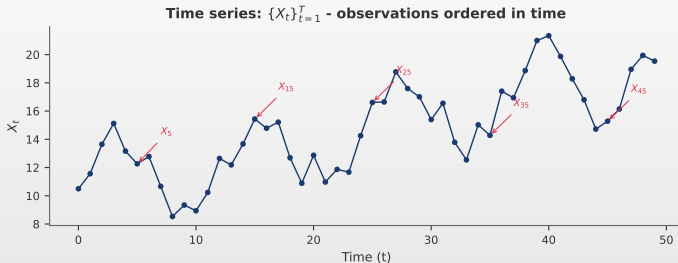
- ▣ X_t = observația la momentul t
- ▣ $\{X_t\}_{t=1}^T$ = serie cu T observații

Serie de Timp: Ilustrație Vizuală

Interpretare

Fiecare punct X_t reprezintă o observație la momentul t . Secvența este ordonată și observațiile consecutive sunt de obicei corelate.

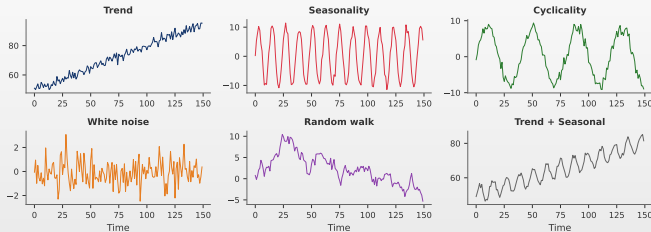
 TSA_ch1_def_timeseries



Tipare Comune în Seriile de Timp

Tipuri de Tipare

- **Trend:** Creștere sau scădere pe termen lung
- **Sezonier:** Tipare periodice regulate
- **Ciclic:** Fluctuații pe termen mediu (2–10 ani)
- **Aleatoriu:** Fluctuații imprevizibile



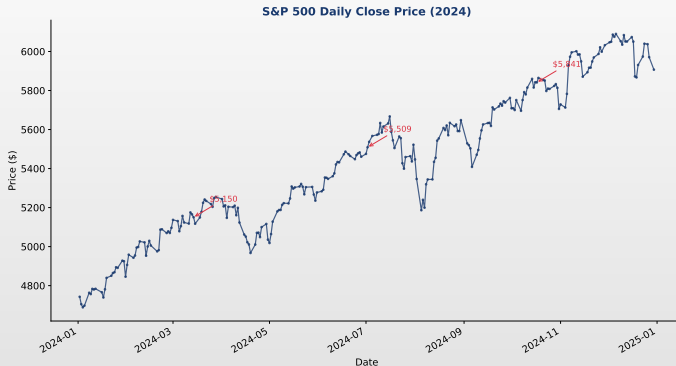
TSA_ch1_patterns

Serie de Timp: Definiție Vizuală

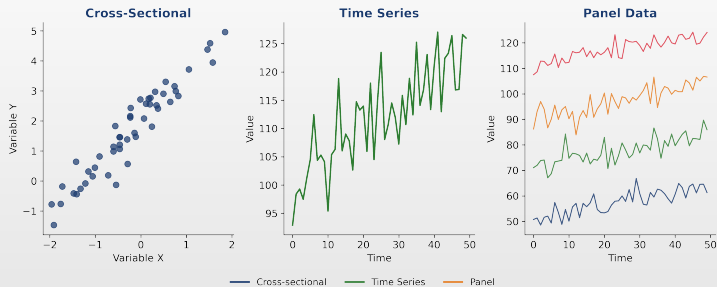
Interpretare

Fiecare punct X_t reprezintă o măsurătoare la momentul discret t . Ordinea temporală creează dependență între observații. Date: S&P 500 (2024).

 TSA_ch1_definition



Tipuri de Date: Comparație



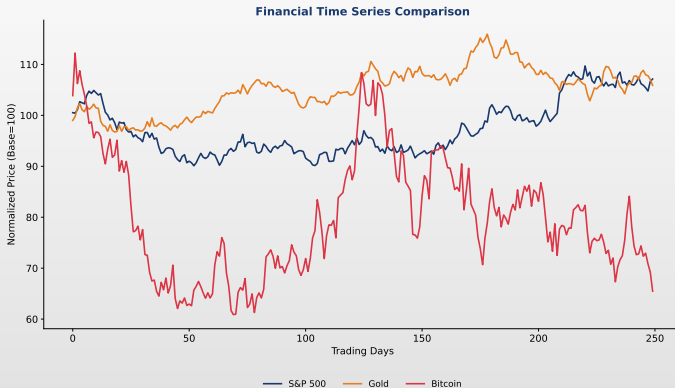
Tip de Date	Unități (N)	Temp (T)	Exemplu
Transversale	Multe	1	Sondaj pe 1000 gospodării
Serie de timp	1	Multe	Prețuri zilnice S&P 500
Panel	Multe	Multe	PIB-ul a 50 țări, 20 ani

Exemple de Date de Tip Serie de Timp

Date Financiare Reale

Yahoo Finance (2019–2025),
normalizate la baza 100. Observați
tiparele diferite de volatilitate:
Bitcoin cel mai volatil, Aurul cel mai
stabil.

 TSA_ch1_examples



De Ce Descompunem o Serie de Timp?

Descompunerea separă o serie de timp în componente interpretabile:

Obiective:

- ▣ Înțelegerea tiparelor subiacente
- ▣ Eliminarea sezonality pentru modelare
- ▣ Identificarea direcției trendului
- ▣ Izolarea fluctuațiilor neregulate
- ▣ Îmbunătățirea acurateții prognozei

Componente:

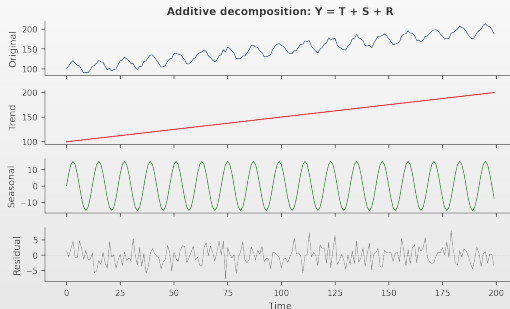
- ▣ T_t = **Trend-Ciclu**: Mișcare pe termen lung
- ▣ S_t = **Sezonier**: Tipar periodic regulat
- ▣ ε_t = **Reziduu**: Zgomot aleatoriu

Notă: Componenta ciclică este de obicei absorbită în T_t

Modele Clasice de Descompunere

- ▣ **Aditiv**: $X_t = T_t + S_t + \varepsilon_t$
- ▣ **Multiplicativ**: $X_t = T_t \times S_t \times \varepsilon_t$

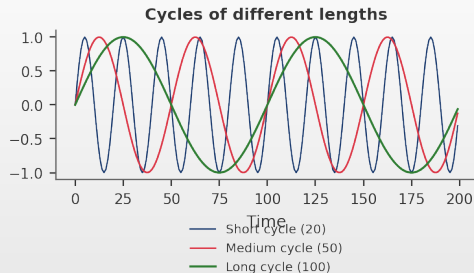
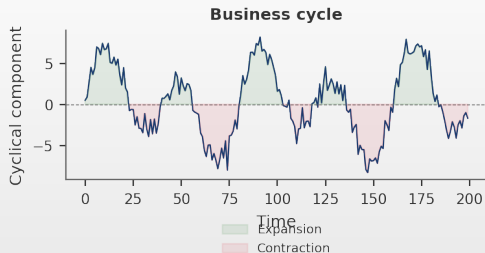
Descompunerea Seriilor de Timp: Exemplu Vizual



Interpretare

Descompunere aditivă: $Y = T + S + R$. Componentele sunt cele definite pe slide-ul anterior.

Componenta Ciclică



Caracteristici

- Fluctuații pe termen mediu (2–10 ani)
- Fără perioadă fixă (spre deosebire de sezonier)
- Reflectă expansiuni/recesiuni

În Practică

- Ciclul este adesea combinat cu trendul
- Dificil de identificat în serii scurte
- De obicei nu se modelează separat

Modelul de Descompunere Aditivă

Model

$$X_t = T_t + S_t + \varepsilon_t \quad (1)$$

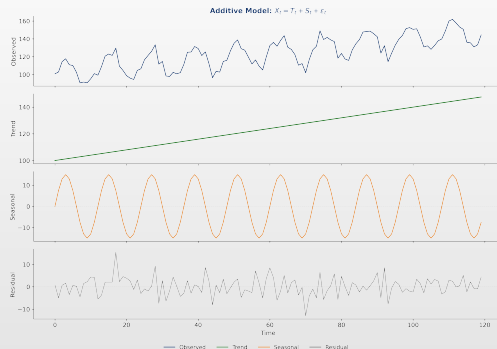
Când să Folosim

- Fluctuațiile sezoniere sunt **constante** în timp
- Varianța seriei este **stabilă**

Proprietăți

- $\mathbb{E}[\varepsilon_t] = 0$ (medie zero)
- $\sum_{j=1}^s S_j = 0$ (suma sezonă e zero)
- Unitățile S_t sunt aceleași ca X_t

Descompunere Aditivă: Vizualizare



Interpretare

Original = Trend + Sezonier + Reziduu. Amplitudinea sezonieră rămâne constantă indiferent de nivel.

Modelul de Descompunere Multiplicativă

Model

$$X_t = T_t \times S_t \times \varepsilon_t \quad (2)$$

Când să Folosim

- Fluctuațiile sezoniere **cresc** odată cu nivelul seriei
- Varianța **crește** în timp

Proprietăți

- $\mathbb{E}[\varepsilon_t] = 1$ (centrat la 1)
- $\frac{1}{s} \sum S_j = 1$ (media e 1)
- S_t este raport adimensional

Sfat

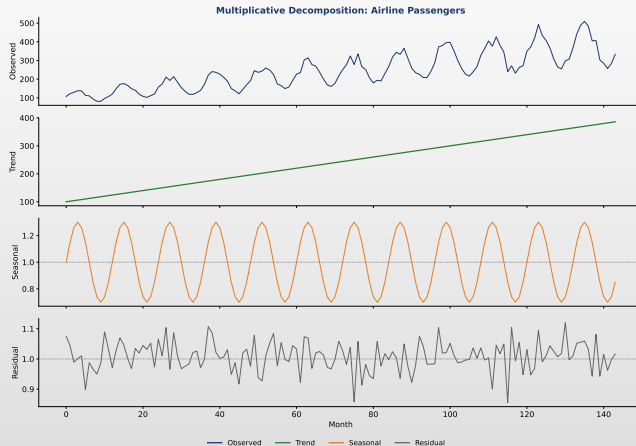
Transformarea logaritmică convertește modelul multiplicativ în aditiv: $\log X_t = \log T_t + \log S_t + \log \varepsilon_t$

Descompunere Multiplicativă: Date Reale

Exemplu

Clasicul set de date Box-Jenkins cu pasagerii companiilor aeriene (1949–1960). Amplitudinea sezonieră crește odată cu nivelul.

 TSA_ch0_multiplicative



Estimarea Trendului: Media Mobilă

Definiție 2 (Media Mobilă Centrată)

Media mobilă centrată de ordin $2q + 1$ este:

$$\hat{T}_t = \frac{1}{2q + 1} \sum_{j=-q}^q X_{t+j} \quad (3)$$

Pentru Date Sezoniere

- Perioada s **impară**: medie simplă
- Perioada s **pară**: $2 \times s$ MA cu ponderi jumătate

Proprietăți

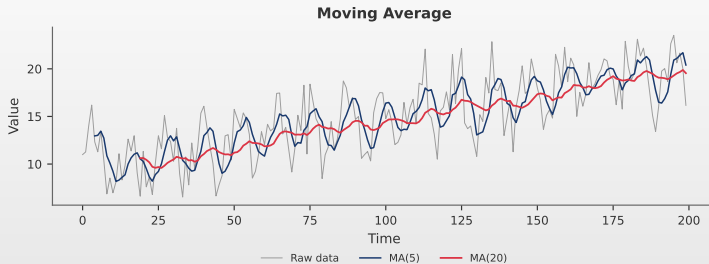
- Netezește sezonierul & aleatoriul
- Fereastră mai mare \Rightarrow mai neted
- Compromis: pierdere la capete

Media Mobilă Centrată: Ilustrație Vizuală

Interpretare

Media mobilă netezește fluctuațiile pe termen scurt, dezvăluind trendul subiacent.

 TSA_ch0_ma



Algoritmul Descompunerii Clasice

Pași pentru Descompunerea Multiplicativă

1. **Estimare Trend:** $\hat{T}_t = MA_s(X_t)$
2. **Detrendare:** $D_t = X_t / \hat{T}_t$
3. **Estimare Sezonier:** $\hat{S}_j = \text{media}(D_t \text{ pentru sezonul } j)$
4. **Normalizare:** Scalare astfel încât $\frac{1}{s} \sum_{j=1}^s \hat{S}_j = 1$
5. **Calcul Reziduuri:** $\hat{\varepsilon}_t = X_t / (\hat{T}_t \times \hat{S}_t)$

Notă

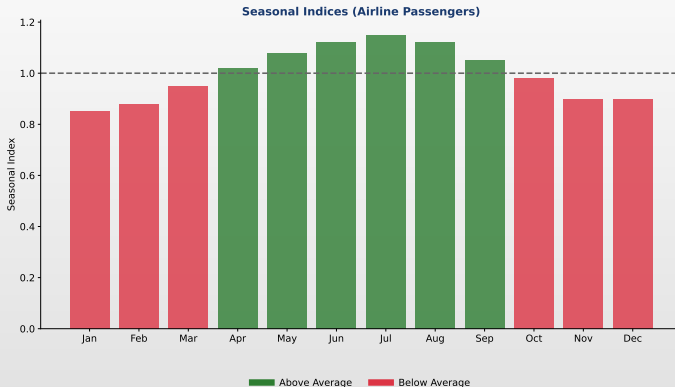
Pentru descompunerea **aditivă**: înlocuiți împărțirea cu scăderea și înmulțirea cu adunarea.

Indici Sezonieri: Interpretare

Interpretare

- $S_t > 1$: activitate peste medie
- $S_t < 1$: activitate sub medie
- Datele companiilor aeriene arată vârf de călătorii în iulie–august

 TSA_ch0_seasonal



Descompunerea STL: O Abordare Modernă

Definiție 3 (STL - Descompunere Sezonier-Trend folosind LOESS)

STL folosește regresie locală ponderată (LOESS): $X_t = T_t + S_t + R_t$

Avantaje

- ▣ Orice perioadă sezonieră
- ▣ Sezonalitatea poate varia în timp
- ▣ Robustă la valori extreme
- ▣ Estimări netede ale trendului

Parametri Cheie

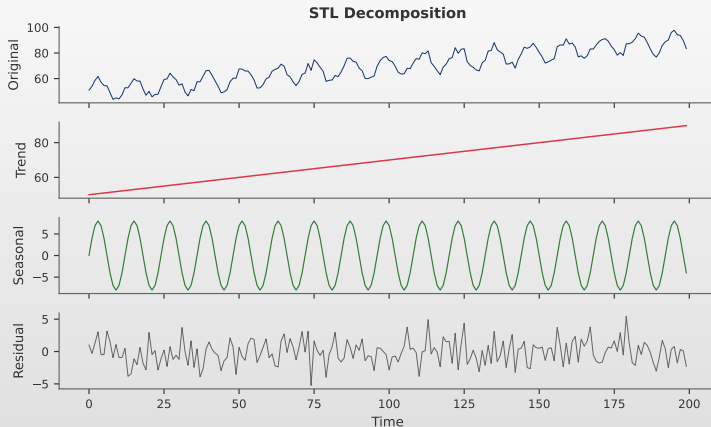
- ▣ `period`: Perioada sezonieră
- ▣ `seasonal`: Fereastra de netezire
- ▣ `robust`: Ponderare redusă pentru outlieri

Descompunerea STL: Ilustrație Vizuală

Idee Cheie

STL separă seria în trend, sezonier și rest folosind LOESS.

 TSA_ch0_stl



Netezirea Exponențială: Prezentare Generală

Definiție

Netezirea exponențială produce prognoze bazate pe medii ponderate ale observațiilor trecute, cu ponderi care scad exponențial.

De Ce Netezire Exponențială?

- Simplă dar eficientă
- Obs. recente au ponderi mai mari
- Gestionează trend & sezonabilitate
- Fundament pentru modelele ETS

Trei Metode Principale

1. **SES**: Doar nivel
2. **Holt**: Nivel + Trend
3. **Holt-Winters**: + Sezonabilitate

Netezirea Exponențială Simplă (SES)

Model

$$\hat{X}_{t+1|t} = \alpha X_t + (1 - \alpha) \hat{X}_{t|t-1} \quad (4)$$

unde $\alpha \in (0, 1)$ este **parametrul de netezire**.

Cum Funcționează

- Ponderile scad exponențial
- α mare: reactivă
- α mic: mai netedă

Forma cu Nivel

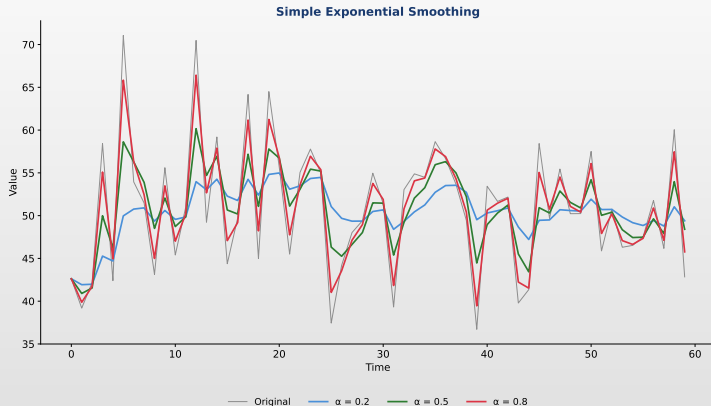
$$\ell_t = \alpha X_t + (1 - \alpha) \ell_{t-1}$$

Netezirea Exponențială Simplă: Efectul lui α

Compromis

α mai mic produce prognoze mai netede; α mai mare urmărește datele mai îndeaproape.

 TSA_ch0_ses



Metoda Holt cu Trend Liniar

Ecuatii

- ▣ **Nivel:** $\ell_t = \alpha X_t + (1 - \alpha)(\ell_{t-1} + b_{t-1})$
- ▣ **Trend:** $b_t = \beta^*(\ell_t - \ell_{t-1}) + (1 - \beta^*)b_{t-1}$
- ▣ **Prognoză:** $\hat{X}_{t+h|t} = \ell_t + h \cdot b_t$

Parametri

- ▣ α : Netezire nivel
- ▣ β^* : Netezire trend

Componente

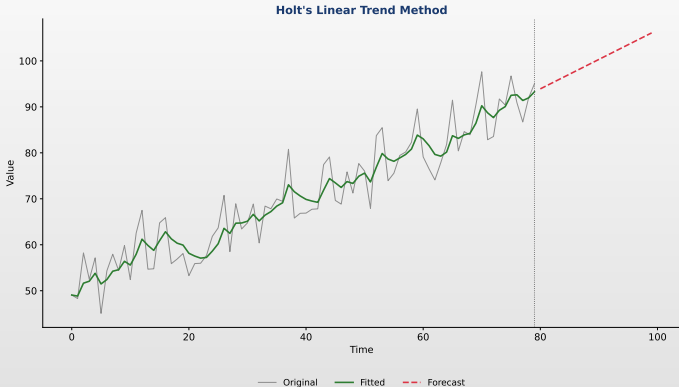
- ▣ ℓ_t : Nivel estimat
- ▣ b_t : Trend estimat (pantă)

Metoda Holt: Vizualizare

Interpretare

- ▣ Metoda Holt captează atât nivelul cât și trendul
- ▣ Le proiectează în orizontul de prognoză
- ▣ α controlează schimbări de nivel
- ▣ β^* controlează schimbări de trend

 TSA_ch0_holt



Metoda Sezonieră Holt-Winters

Ecuatii (Sezonalitate Aditivă)

- ▣ **Nivel:** $\ell_t = \alpha(X_t - S_{t-s}) + (1 - \alpha)(\ell_{t-1} + b_{t-1})$
- ▣ **Trend:** $b_t = \beta^*(\ell_t - \ell_{t-1}) + (1 - \beta^*)b_{t-1}$
- ▣ **Sezonier:** $S_t = \gamma(X_t - \ell_t) + (1 - \gamma)S_{t-s}$
- ▣ **Prognoză:** $\hat{X}_{t+h|t} = \ell_t + h \cdot b_t + S_{t+h-s(k+1)}$

Parametri

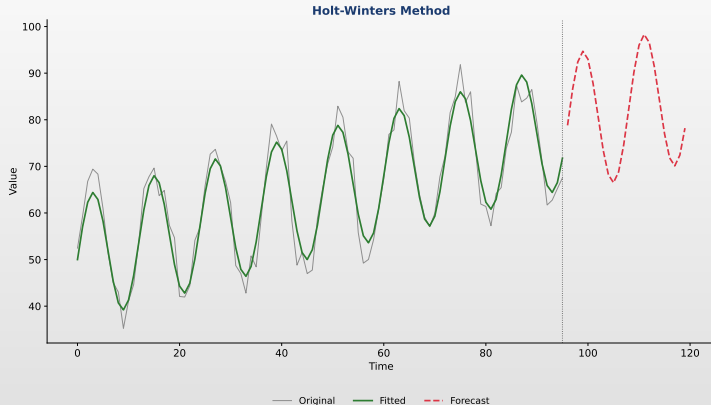
- ▣ α : Netezire nivel
- ▣ β^* : Netezire trend
- ▣ γ : Netezire sezonier
- ▣ s : Perioada sezonieră

Holt-Winters: Captarea Sezonalității

Caracteristică Cheie

Holt-Winters descompune seria și produce prognoze sezoniere cu trend.

 TSA_ch0_hw



Cadrul ETS: Eroare-Trend-Sezonalitate

Definiție 4 (Modele ETS)

Cadrul ETS generalizează netezirea exponențială: $ETS(E, T, S)$

Componentă	N	A	M
Eroare (E)	–	Aditivă	Multiplicativă
Trend (T)	Niciunul	Aditiv	Multiplicativ
Sezonier (S)	Niciunul	Aditiv	Multiplicativ

Exemple

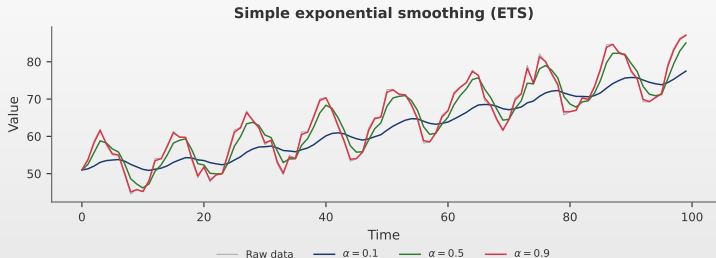
- ▣ $ETS(A, N, N)$ = Netezire Exponențială Simplă
- ▣ $ETS(A, A, N)$ = Metoda Liniară Holt
- ▣ $ETS(A, A, A)$ = Holt-Winters Aditivă

ETS: Ilustrație Netezire Exponențială

Interpretare

Modelele ETS folosesc observații ponderate exponențial pentru prognoză. Ponderile scad pe măsură ce observațiile devin mai vechi.

 TSA_ch0_ets



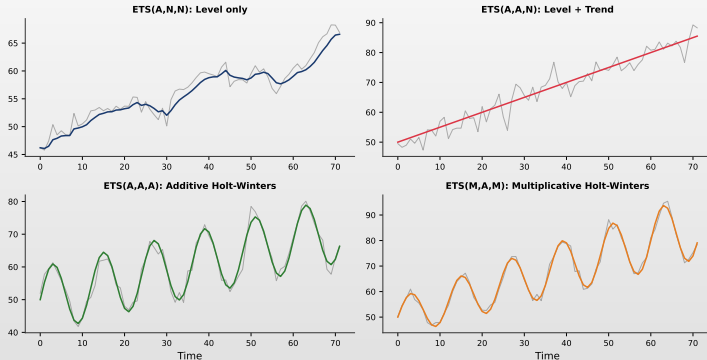
Selecția Modelului ETS

Interpretare

Cadrul ETS oferă o metodă sistematică pentru alegerea celui mai bun model folosind AIC/BIC.

 TSA_ch0_ets_select

ETS Framework: Error-Trend-Seasonality



Metode cu Trend Amortizat

Parametrul de Amortizare

Introduce $\phi \in (0, 1)$ pentru a preveni supra-proiecția

Ecuatii

- ▣ **Nivel:** $\ell_t = \alpha X_t + (1 - \alpha)(\ell_{t-1} + \phi b_{t-1})$
- ▣ **Trend:** $b_t = \beta^*(\ell_t - \ell_{t-1}) + (1 - \beta^*)\phi b_{t-1}$
- ▣ **Prognoză:** $\hat{X}_{t+h|t} = \ell_t + \phi \frac{1-\phi^h}{1-\phi} b_t$

Idee Cheie

- ▣ Când $h \rightarrow \infty$: prognoza \rightarrow constantă
- ▣ Previne extrapolare nerealista pe termen lung
- ▣ Adesea mai bună pentru orizonturi lungi

Metrici de Acuratețe a Prognozei

Eroarea de Prognoză

$$\square e_t = X_t - \hat{X}_t \text{ (actual minus prezis)}$$

Dependente de Scală

$$\square \text{MAE} = \frac{1}{n} \sum |e_t|$$

$$\square \text{MSE} = \frac{1}{n} \sum e_t^2$$

$$\square \text{RMSE} = \sqrt{\text{MSE}}$$

Independente de Scală

$$\square \text{MAPE} = \frac{100}{n} \sum \left| \frac{e_t}{X_t} \right|$$

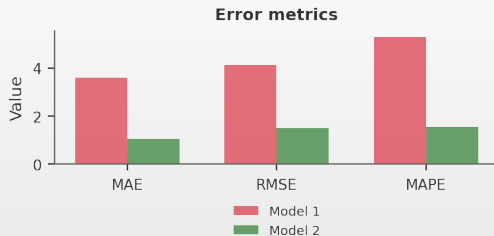
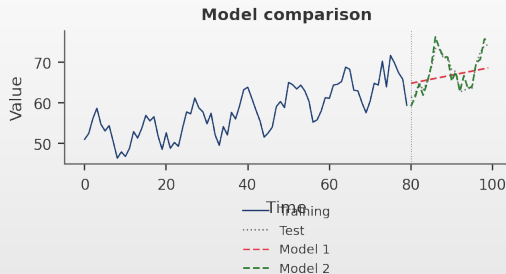
$$\square \text{sMAPE} = \frac{100}{n} \sum \frac{|e_t|}{(|X_t| + |\hat{X}_t|)/2}$$

Ce să folosim?

\square Aceeași serie: RMSE, MAE

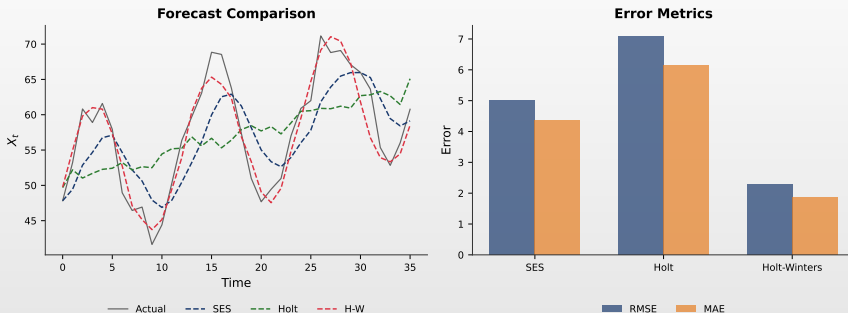
\square Comparații între serii: MAPE, sMAPE

Evaluarea Prognozei: Exemplu Vizual



- ▣ **Sus:** Valori actuale vs. valori prognozate – evaluare vizuală a potrivirii
- ▣ **Jos:** Reziduurile ar trebui să fie centrate în jurul zero fără tipar
- ▣ Prognozele bune au reziduuri mici, aleatorii cu varianță constantă

Compararea Metodelor de Prognoză



Interpretare

- **Stânga:** Compararea prognozelor SES, Holt și Holt-Winters
- **Dreapta:** Metrice de eroare pentru fiecare metodă

Diagnosticarea Reziduurilor

Proprietăți ale Reziduurilor

Prognozele bune ar trebui să aibă reziduuri care sunt:

1. **Medie zero:** $\mathbb{E}[e_t] = 0$
2. **Necorelate:** $\text{Cov}(e_t, e_{t-k}) = 0$
3. **Varianță constantă:** $\text{Var}(e_t) = \sigma^2$
4. **Normal distribuite**

Teste de Diagnostic

Testul Ljung-Box (autocorelație):

$$Q = T(T+2) \sum_{k=1}^h \frac{\hat{\rho}_k^2}{T-k} \sim \chi_h^2$$

Testul Jarque-Bera (normalitate):

$$JB = \frac{T}{6} \left(S^2 + \frac{(K-3)^2}{4} \right) \sim \chi_2^2$$

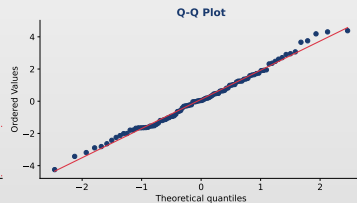
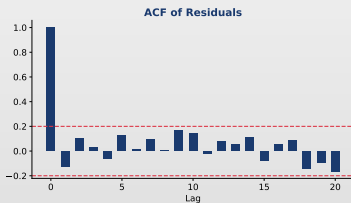
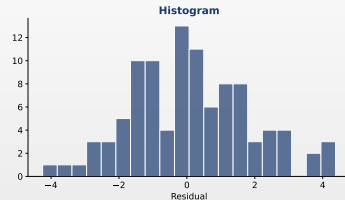
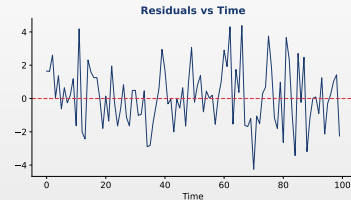
S = asimetrie, K = curtosis

Diagnosticarea Reziduurilor: Vizualizare

Ce să Verificăm

- ▣ Grafic temporal (fără tipare)
- ▣ Histogramă (normalitate)
- ▣ ACF (fără autocorelație)
- ▣ Grafic Q-Q (normalitate)

 TSA_ch0_residuals



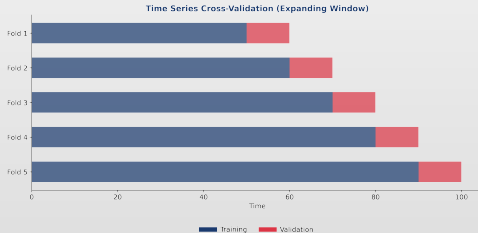
Validarea Încrucișată pentru Serii de Timp

De Ce Nu CV Standard?

- Seriile de timp au dependență temporală
- Datele viitoare nu pot prezice trecutul
- K-fold standard cauzează scurgere de date

CV cu Origine Mobilă

1. Antrenare pe $\{X_1, \dots, X_t\}$
2. Prognoză \hat{X}_{t+h}
3. Incrementare t , repetare



Separarea Train / Validare / Test

Separare în trei părți pentru dezvoltarea modelului:

Set de Antrenare

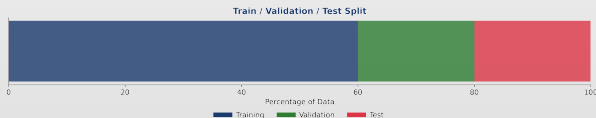
- Potrivirea parametrilor modelului
- Cea mai mare porțiune (60–80%)
- Folosit pentru estimare

Set de Validare

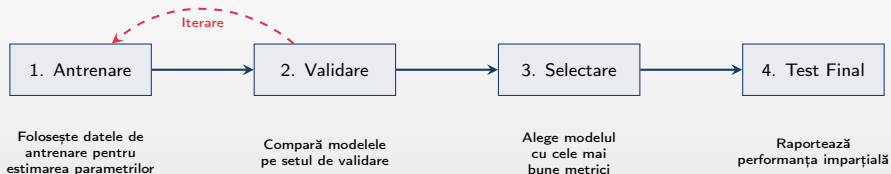
- Ajustarea hiperparametrilor
- Compararea modelelor
- Selectarea celei mai bune abordări

Set de Test

- Doar evaluare finală
- Niciodată folosit pentru ajustare
- Performanță imparțială



Fluxul de Lucru pentru Dezvoltarea Modelului



Regulă Critică

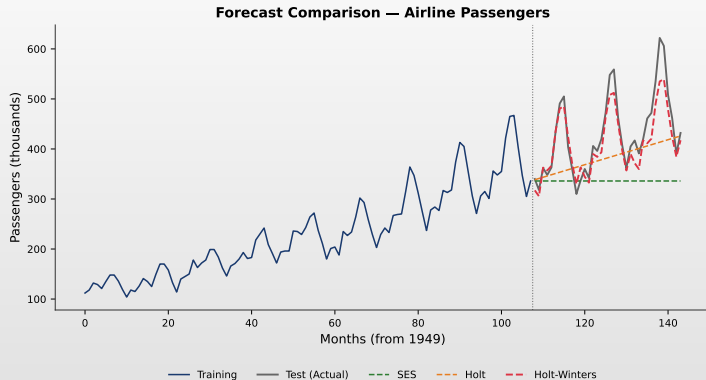
Niciodată nu folosiți setul de test pentru selecția modelului! Aceasta cauzează *scurgere de date* și estimări prea optimiste ale performanței.

Date Reale: Compararea Prognozelor

Interpretare

Date pasageri companii aeriene:
Holt-Winters Multiplicativă
performează cel mai bine pentru
date sezoniere.

 TSA_ch0_real_data



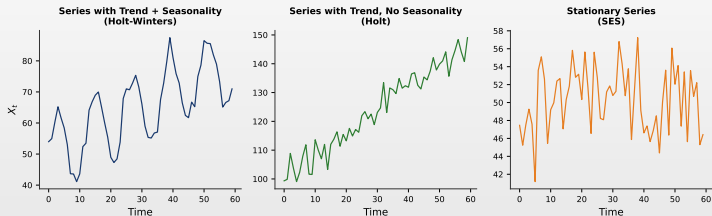
Performanța Prognozei pe Diferite Seturi de Date

Interpretare

Serii diferite necesită modele diferite. Datele sezoniere necesită metode sezoniere.

 TSA_ch0_multi_series

Different Series Require Different Models



Modelarea Sezonalității: Două Abordări

1. Variabile Dummy:

$$X_t = \mu + \sum_{j=1}^{s-1} \gamma_j D_{jt} + \varepsilon_t$$

- ▣ $D_{jt} = 1$ dacă t în sezonul j
- ▣ $s - 1$ parametri
- ▣ Orice tipar sezonier

2. Termeni Fourier:

$$X_t = \mu + \sum_{k=1}^K [\alpha_k \sin(\cdot) + \beta_k \cos(\cdot)]$$

- ▣ Funcții sinusoidale
- ▣ $2K$ parametri
- ▣ Tipare netede

Compromis

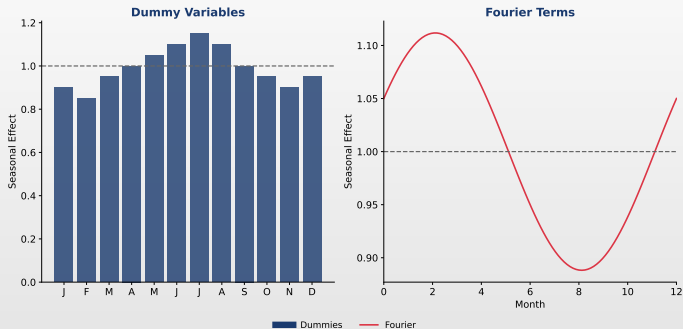
- ▣ **Dummy**: orice tipar, mai mulți parametri
- ▣ **Fourier**: netede, mai puțini parametri

Variabile Dummy vs Termeni Fourier

Comparație

- **Dummy**: captează orice formă dar necesită $s - 1$ parametri
- **Fourier**: folosește $2K$ parametri pentru tipare netede

TSA_ch0_fourier



Alegerea între Dummy și Fourier

Criteriu	Dummy	Fourier
Parametri (lunar)	11	$2K$ (adesea 4–6)
Tipar sezonier	Orice formă	Neted/sinusoidal
Interpretare	Directă (efecte lunare)	Componente de frecvență
Sezoane de înaltă frecvență	Mulți parametri	Eficient
Sezonalitate multiplă	Complex	Ușor (adăugați termeni)

Recomandări

- ▣ Folosiți **dummy**: tipare neregulate, coeficienți interpretabili
- ▣ Folosiți **Fourier**: tipare netede, sezonalitate de înaltă frecvență, perioade multiple
- ▣ **Termenii Fourier** sunt folosiți în TBATS și Facebook Prophet

De Ce Eliminăm Trendul și Sezonalitatea?

Înainte de modelare, adesea trebuie să facem seria staționară:

Motive pentru detrendare:

- Cerința de staționaritate
- Focus pe fluctuații
- Evitarea regresiei false
- Permitearea inferenței valide

Motive pentru desezonalizare:

- Dezvăluirea trendului subiacent
- Comparații între sezoane
- Simplificarea modelării
- Focus pe componenta neregulată

Important

După modelarea seriei detrendate/desezonalizate, trebuie să **inversăm transformarea** pentru prognoză.

Metode de Eliminare a Trendului

Şase Abordări Comune de Detrendare

1. **Diferențiere:** $\Delta X_t = X_t - X_{t-1}$
2. **Regresie liniară:** $\hat{T}_t = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 t$
3. **Polinomială:** Polinom de ordin superior
4. **Filtru HP:** Echilibru estimare vs netezime
5. **Media mobilă:** $\hat{T}_t = MA_q(X_t)$
6. **LOESS:** Regresie polinomială locală

Alegerea Depinde De

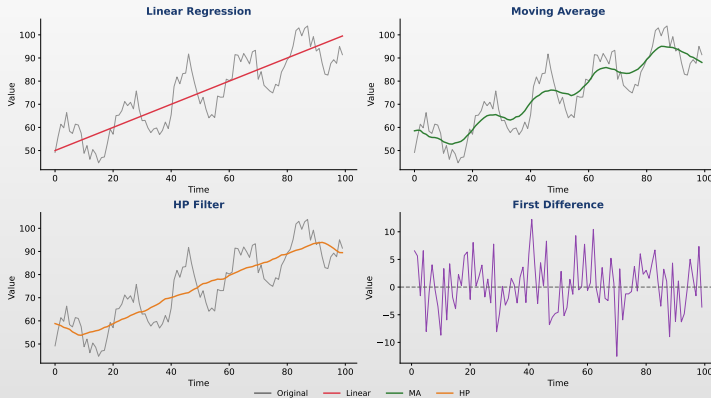
- Natura trendului (determinist vs stochastic)
- Scopul (prognoză vs analiză)

Metode de Detrendare: Comparație

Idee Cheie

Metode diferite produc reziduuri diferite. Alegeți în funcție de tipul de trend și obiectivele analizei.

 TSA_ch0_detrending



Filtrul Hodrick-Prescott (HP)

Definiție 5 (Filtrul HP)

Filtrul HP descompune X_t în trend τ_t și ciclu c_t : $X_t = \tau_t + c_t$, prin minimizarea:

$$\min_{\{\tau_t\}} \left\{ \sum_{t=1}^T (X_t - \tau_t)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} [(\tau_{t+1} - \tau_t) - (\tau_t - \tau_{t-1})]^2 \right\}$$

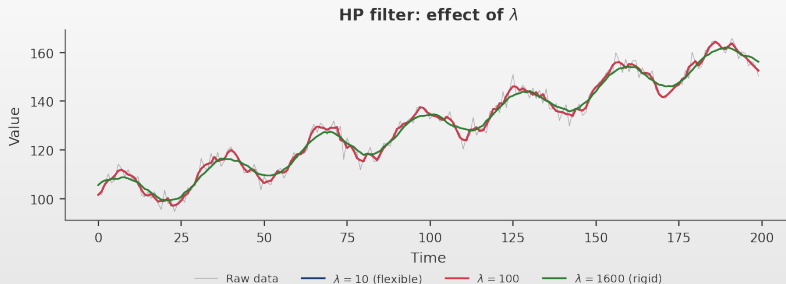
Interpretare

- Primul termen: ajustare la date
- Al doilea termen: penalizare netezime
- λ : parametru de compromis

Valori Standard λ

- Anual: $\lambda = 6.25$
- Trimestrial: $\lambda = 1600$
- Lunar: $\lambda = 129600$

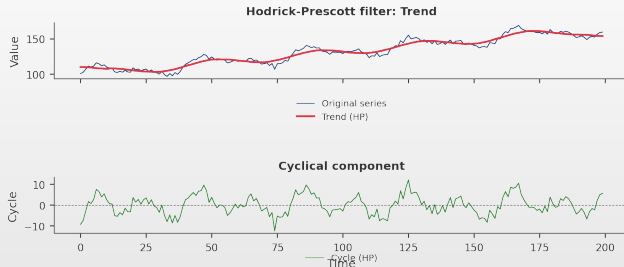
Filtrul HP: Efectul lui λ



Compromis

- λ **mic**: Trendul urmează datele îndeaproape (mai flexibil)
- λ **mare**: Trendul devine mai neted (se apropie de trend liniar)

Filtrul HP: Extragerea Ciclului de Afaceri



Aplicație

Filtrul HP este utilizat pe scară largă în macroeconomie pentru extragerea ciclurilor de afaceri din PIB și alte serii economice.

Filtrul HP: Limitări

Probleme Cunoscute

- ▣ **Problema capetelor:** Estimările trendului nesigure la capete
- ▣ **Cicluri false:** Poate crea dinamici artificiale
- ▣ **Alegerea λ :** Rezultatele sensibile la parametru
- ▣ **Non-staționar:** Presupune că trendul este neted

Alternative

- ▣ **Filtre bandă:** Baxter-King, Christiano-Fitzgerald
- ▣ **Filtrul Hamilton:** Bazat pe regresie
- ▣ **Componente neobservate:** Modele space-state

Critica lui Hamilton (2018)

“De Ce Nu Ar Trebui Să Folosiți Niciodată Filtrul Hodrick-Prescott” — sugerează utilizarea regresiei pe valori întârziate în schimb.

Metode de Eliminare a Sezonalității

Patru Abordări pentru Eliminarea Sezonalității

1. **Diferențiere sezonieră:** $\Delta_s X_t = X_t - X_{t-s}$
2. **Împărțire (multiplicativ):** $X_t^{adj} = X_t / \hat{S}_t$
3. **Scădere (aditiv):** $X_t^{adj} = X_t - \hat{S}_t$
4. **X-13ARIMA-SEATS:** Metodă statistică guvernamentală

Perioada Sezonieră s

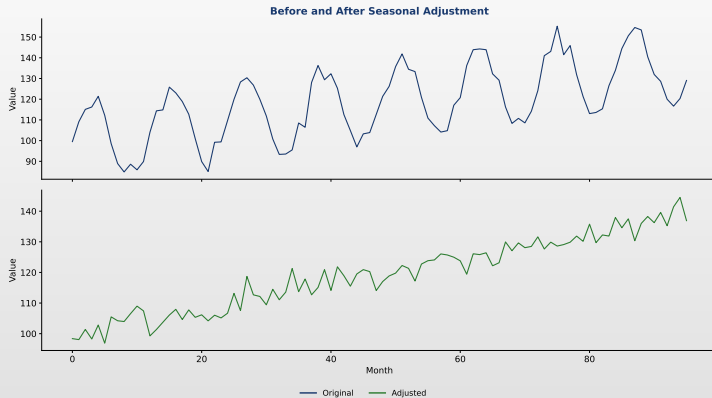
- Lunar $\Rightarrow s = 12$
- Trimestrial $\Rightarrow s = 4$

Ajustare Sezonieră: Vizualizare

Rezultat

Seria ajustată sezonier dezvăluie trendul subiacent fără fluctuațiile periodice.

 TSA_ch0_seasonal_adj



Trend Determinist vs Stochastic

Trend Determinist:

$$X_t = \beta_0 + \beta_1 t + \varepsilon_t$$

- Trendul este o funcție de timp
- Detrendare prin regresie
- ε_t este staționar

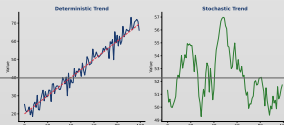
Trend Stochastic:

$$X_t = X_{t-1} + \varepsilon_t$$

- Componentă de mers aleatoriu
- Detrendare prin diferențiere
- ΔX_t este staționar

Metodă Greșită = Probleme

- Diferențierea trendului determinist \Rightarrow supra-diferențiere
- Regresie pe trend stochastic \Rightarrow regresie falsă

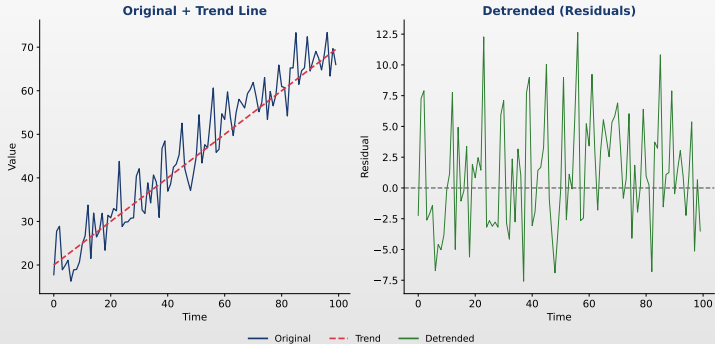


Exemplu: Trend Determinist

Cheie

Folosiți **regresie** pentru eliminarea trendului > reziduurile sunt staționare (ACF scade rapid).

 TSA_ch0_det_trend

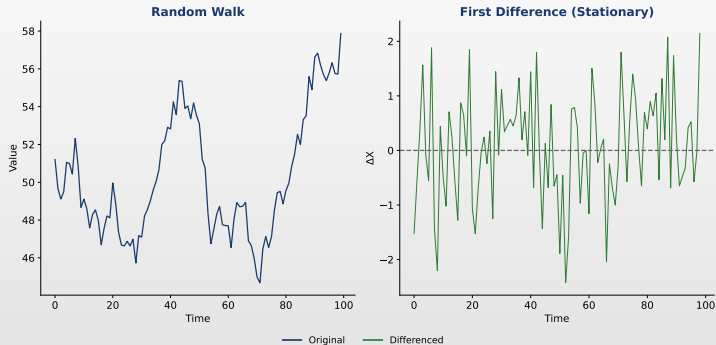


Exemplu: Trend Stochastic (Mers Aleatoriu)

Cheie

Folosiți **diferențiere** pentru eliminarea trendului > diferențele sunt staționare (zgomot alb).

 TSA_ch0_stoch_trend



Rezumat

Ce Am Învățat

- ▣ **Definiția Seriei de Timp:** Secvență de observații indexate după timp
- ▣ **Descompunere:** Componente Trend-Ciclu + Sezonier + Reziduu
- ▣ **Netezire Exponențială:** SES, Holt, Holt-Winters, cadrul ETS
- ▣ **Evaluarea Prognozei:** MAE, RMSE, MAPE; separări train/validare/test

Idee Cheie

- ▣ **Înțelegeți Înainte de a Modela:**
 - ▶ Întotdeauna vizualizați și descompuneți datele mai întâi
 - ▶ Alegeți aditiv vs multiplicativ în funcție de comportamentul varianței

Quiz Rapid

1. Care este diferența între descompunerea aditivă și multiplicativă?
2. Când ar trebui să folosiți Holt-Winters în loc de netezire exponențială simplă?
3. De ce nu putem folosi validare încrucișată standard k-fold pentru serii de timp?
4. Ce înseamnă $\alpha = 0.9$ în netezirea exponențială?
5. Cum distingeți între trend determinist și stochastic?

Răspunsuri Quiz

1. **Aditivă vs Multiplicativă:** Aditivă când amplitudinea sezonieră este constantă; multiplicativă când crește odată cu nivelul.
2. **Holt-Winters:** Când datele au atât trend CÂT ȘI sezonaliitate. SES gestionează doar nivelul.
3. **CV Serii de Timp:** K-fold standard ignoră ordinea temporală — ar folosi date viitoare pentru a prezice trecutul (scurgere de date).
4. $\alpha = 0.9$: Pondere mare pe observațiile recente, prognoza reacționează rapid la schimbări dar este mai volatilă.
5. **Tipul de trend:** Determinist — funcție predictibilă de timp (folosiți regresie). Stochastic — componentă de mers aleatoriu (folosiți diferențiere).

Ce Urmează?

Capitolul 1: Procese Stochastice și Staționaritate

- ▣ **Procese Stochastice:** Fundament matematic pentru serii de timp
 - ▶ Variabile aleatoare indexate după timp
 - ▶ Staționaritate strictă vs slabă (covarianță)
- ▣ **Procese Cheie:** Zgomot alb și mers aleatoriu
 - ▶ Blocuri de construcție pentru modelele ARIMA
 - ▶ Înțelegerea revertirii la medie vs rădăcini unitare
- ▣ **ACF și PACF:** Instrumente pentru identificarea modelului
 - ▶ Detectarea structurii de autocorelație
 - ▶ Alegerea ordinilor AR și MA

Întrebări?

Bibliografie I

Lucrări fundamentale

- Holt, C.C. (1957). Forecasting Seasonals and Trends by Exponentially Weighted Moving Averages, ONR Research Memorandum No. 52.
- Winters, P.R. (1960). Forecasting Sales by Exponentially Weighted Moving Averages, *Management Science*, 6(3), 324–342.
- Cleveland, R.B., Cleveland, W.S., McRae, J.E., & Terpenning, I. (1990). STL: A Seasonal-Trend Decomposition, *Journal of Official Statistics*, 6(1), 3–73.
- Hodrick, R.J., & Prescott, E.C. (1997). Postwar U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation, *Journal of Money, Credit and Banking*, 29(1), 1–16.

Manuale clasice

- Hamilton, J.D. (1994). *Time Series Analysis*, Princeton University Press.
- Brockwell, P.J., & Davis, R.A. (2016). *Introduction to Time Series and Forecasting*, 3rd ed., Springer.
- Shumway, R.H., & Stoffer, D.S. (2017). *Time Series Analysis and Its Applications*, 4th ed., Springer.

Bibliografie II

Referințe moderne

- ▣ Hyndman, R.J., & Athanasopoulos, G. (2021). *Forecasting: Principles and Practice*, 3rd ed., OTexts.
- ▣ Hyndman, R.J., Koehler, A.B., Ord, J.K., & Snyder, R.D. (2008). *Forecasting with Exponential Smoothing: The State Space Approach*, Springer.
- ▣ Gardner, E.S. (2006). Exponential Smoothing: The State of the Art – Part II, *International Journal of Forecasting*, 22(4), 637–666.

Resurse online și cod

- ▣ **Quantlet**: <https://quantlet.com> > Platformă de cod pentru metode cantitative
- ▣ **Quantinar**: <https://quantinar.com> > Platformă de învățare pentru metode cantitative
- ▣ **GitHub TSA**: https://github.com/QuantLet/TSA/tree/main/TSA_ch0 > Cod Python pentru acest capitol

Vă Mulțumim!

Întrebări?

Prof. dr. Daniel Traian Pele

`danpele@ase.ro`

github.com/QuantLet/TSA