



Analiza și Prognoza Seriilor de Timp

Capitolul 0: Fundamente



Daniel Traian PELE

Academia de Studii Economice din București

IDA Institute Digital Assets

Blockchain Research Center

AI4EFin Artificial Intelligence for Energy Finance

Academia Română, Institutul de Prognoză Economică

MSCA Digital Finance

Obiective de Învățare

La sfârșitul acestui capitol, veți putea să:

1. Definiți seriile de timp și să le distingeți de datele transversale și de panel
2. Descompuneti seriile de timp în componente de trend-ciclu, sezonalitate și reziduuri
3. Aplicați metodele de netezire exponențială (SES, Holt, Holt-Winters, ETS)
4. Evaluati programele folosind MAE, RMSE, MAPE, sMAPE
5. Implementați separarea train/validare/test și validarea încrucișată
6. Modelați sezonalitatea folosind variabile dummy sau termeni Fourier
7. Eliminați trendul și sezonalitatea prin metode adecvate
8. Distingeți între trendurile deterministe și stochastice

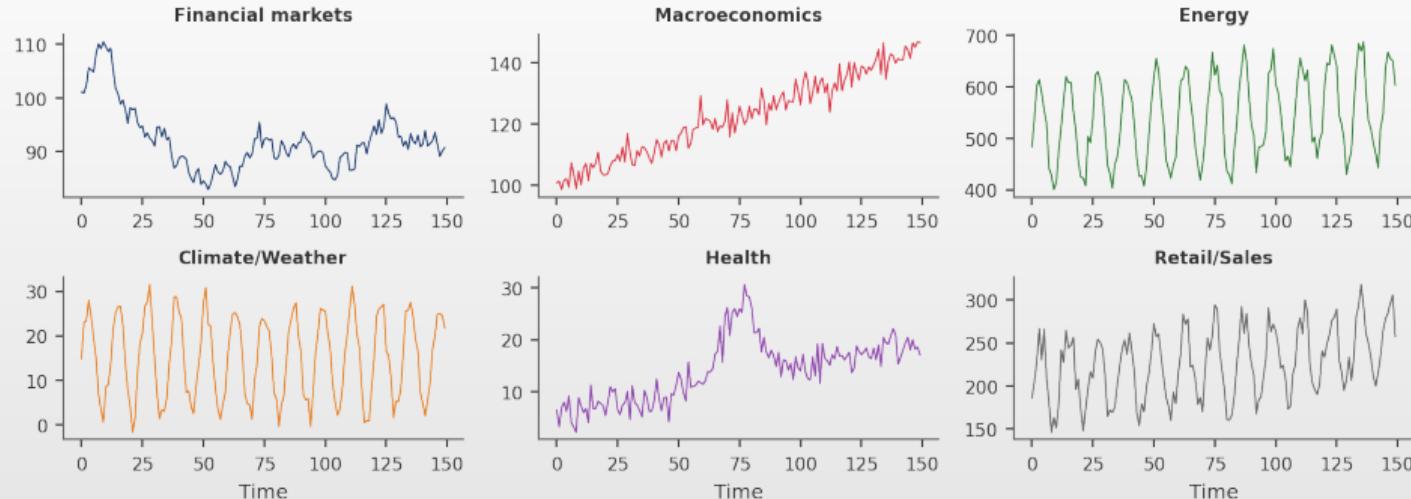


Structura Capitolului

- Motivație
- Ce Este o Serie de Timp?
- Descompunerea Serilor de Timp
- Metode de Netezire Exponențială
- Evaluarea Prognozei
- Modelarea Sezonalității
- Gestionarea Trendului și Sezonalității
- Rezumat și Quiz
- Bibliografie



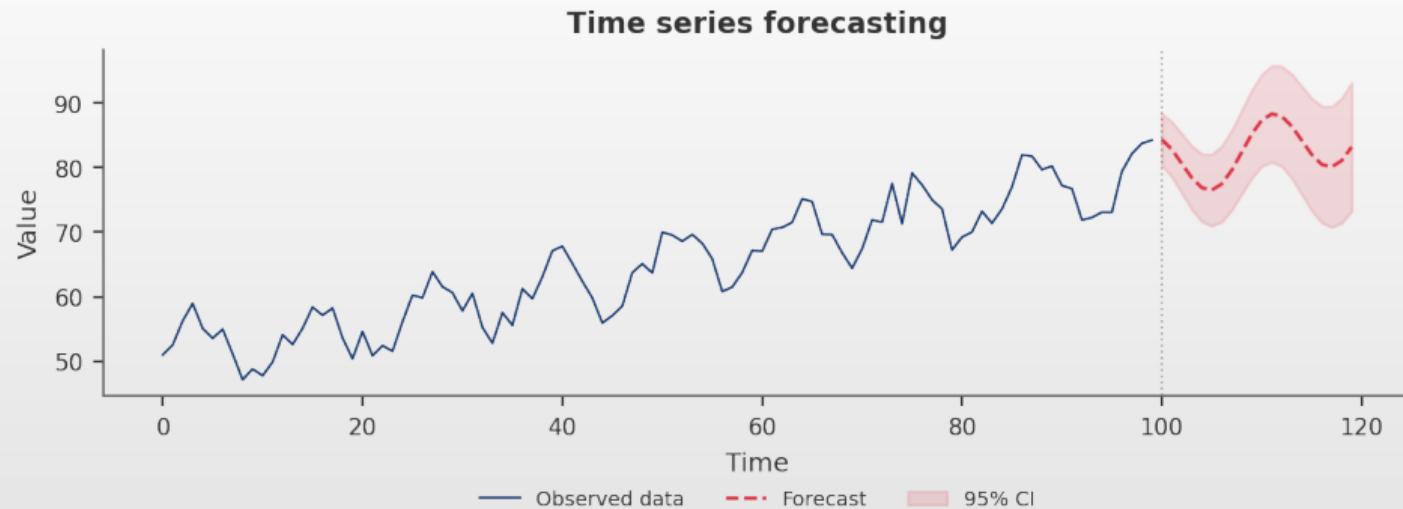
Seriile de Timp Sunt Pretutindeni



- Finanțe:** Prețuri acțiuni, cursuri valutare, volume tranzacționate
- Economie:** PIB, șomaj, rate ale inflației
- Business:** Vânzări, trafic website, cererea clienților
- Știință:** Temperatură, niveluri de poluare, semne vitale pacienți



De Ce Studiem Seriile de Timp?

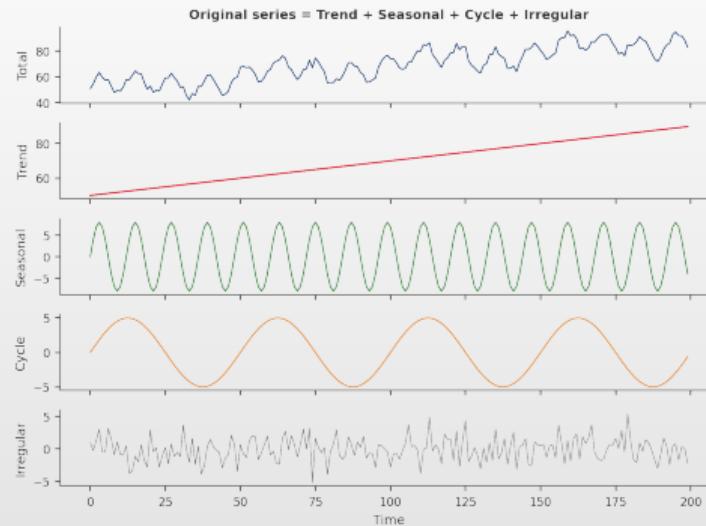


Obiectiv Principal: Prognoza

Folosim tiparele istorice pentru a prezice valori viitoare — esențial pentru planificarea afacerilor, managementul riscului și deciziile de politică.



Înțelegerea Structurii Serilor de Timp



Descompunere

Orice serie de timp poate fi descompusă în componente interpretabile: trend-ciclu, sezonalitate și zgromadire.

Q TSA_ch1_components



Definiția unei Serii de Timp

Definiție 1 (Serie de Timp)

O serie de timp este o secvență de observații $\{X_t\}$ indexate după timp:

$$\{X_t : t \in \mathcal{T}\}$$

unde \mathcal{T} este o mulțime de indici reprezentând momente de timp.

Caracteristici Cheie

- Ordonate:** Ordine temporală naturală
- Dependente:** Observațiile consecutive sunt corelate
- Discrete/Continuе:** $t = 1, 2, 3, \dots$

Notație

- X_t = observația la momentul t
- $\{X_t\}_{t=1}^T$ = serie cu T observații

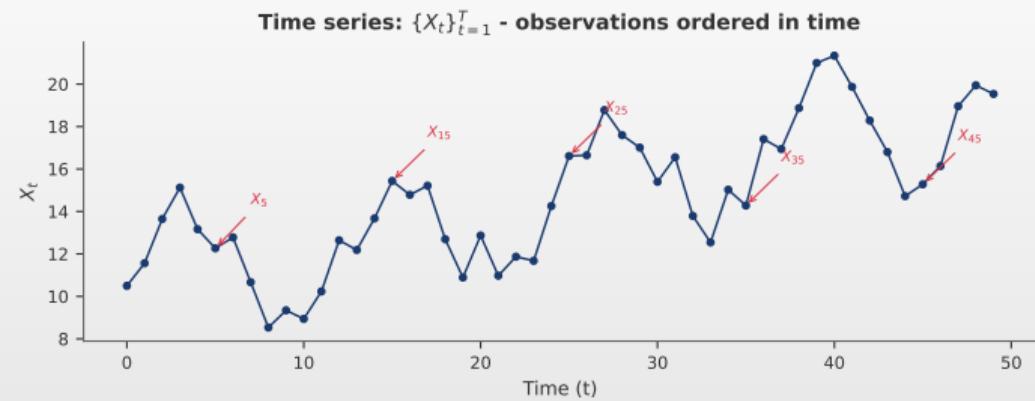


Serie de Timp: Ilustrație Vizuală

Interpretare

Fiecare punct X_t reprezintă o observație la momentul t . Secvența este ordonată și observațiile consecutive sunt de obicei corelate.

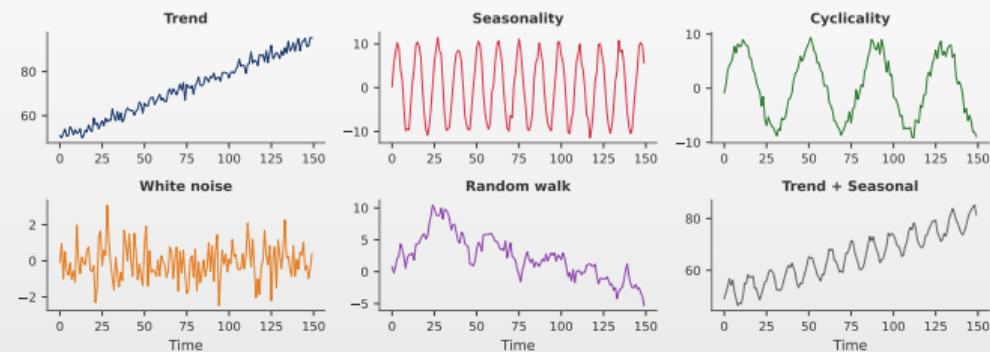
Q TSA_ch1_def_timeseries



Tipare Comune în Seriile de Timp

Tipuri de Tipare

- Trend:** Creștere sau scădere pe termen lung
- Sezonier:** Tipare periodice regulate
- Ciclic:** Fluctuații pe termen mediu (2–10 ani)
- Aleatoriu:** Fluctuații imprevizibile



Q TSA_ch1_patterns

Serie de Timp: Definiție Vizuală

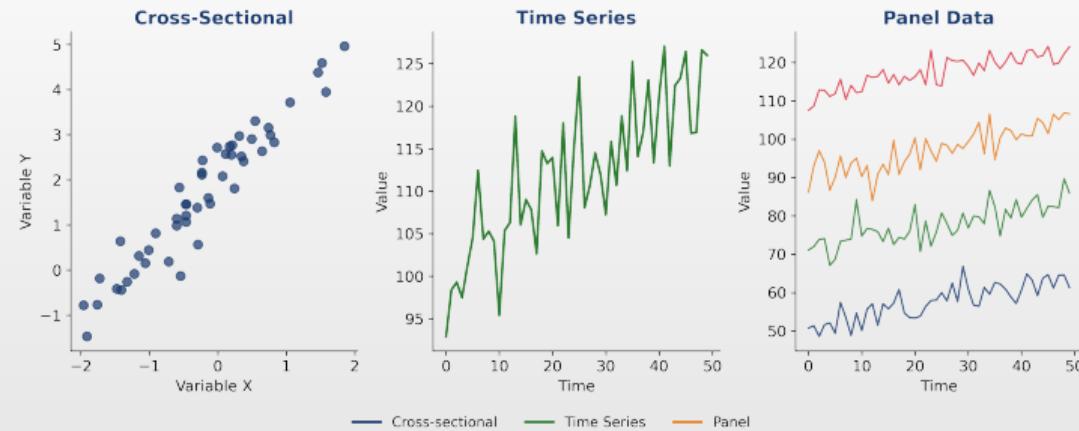
Interpretare

Fiecare punct X_t reprezintă o măsurătoare la momentul discret t . Ordinea temporală creează dependență între observații. Date: S&P 500 (2024).

Q TSA_ch1_definition



Tipuri de Date: Comparatie



Tip de Date	Unități (N)	Timp (T)	Exemplu
Transversale	Multe	1	Sondaj pe 1000 gospodării
Serie de timp	1	Multe	Prețuri zilnice S&P 500
Panel	Multe	Multe	PIB-ul a 50 țări, 20 ani

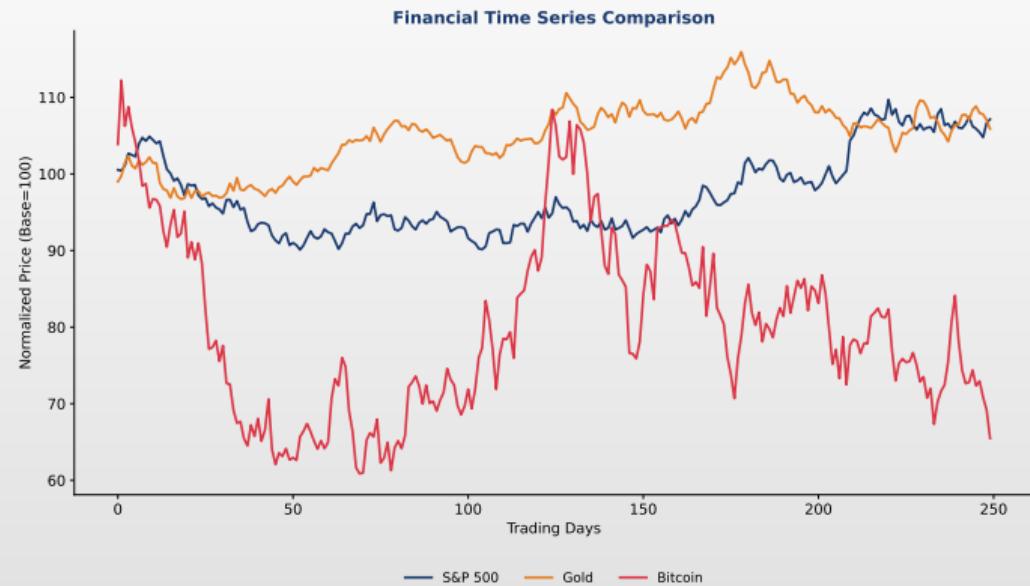


Exemple de Date de Tip Serie de Timp

Date Financiare Reale

Yahoo Finance (2019–2025),
normalizeaza la baza 100. Observati
tiparele diferite de volatilitate:
Bitcoin cel mai volatil, Aurul cel mai
stabil.

Q TSA_ch1_examples



De Ce Descompunem o Serie de Timp?

Descompunerea separă o serie de timp în componente interpretabile:

Obiective:

- Înțelegerea tiparelor subiacente
- Eliminarea sezonalității pentru modelare
- Identificarea direcției trendului
- Izolarea fluctuațiilor neregulate
- Îmbunătățirea acurateții progrnozei

Componente:

- T_t = **Trend-Ciclu**: Mișcare pe termen lung
- S_t = **Sezonier**: Tipar periodic regulat
- ε_t = **Reziduu**: Zgomot aleatoriu

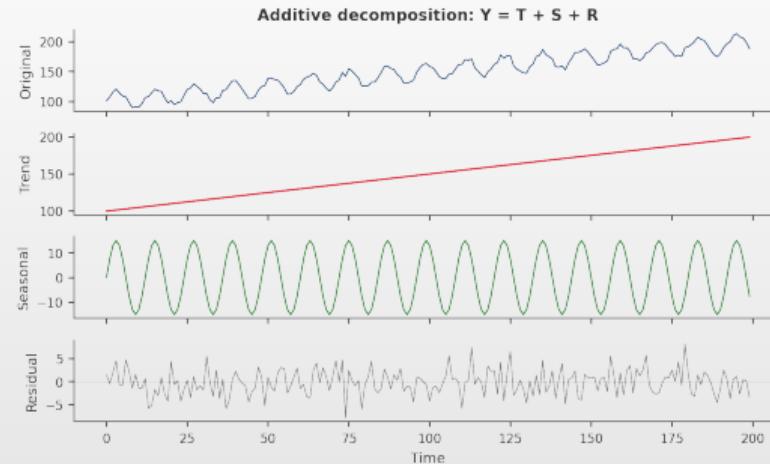
Notă: Componenta ciclică este de obicei absorbită în T_t

Modele Clasice de Descompunere

- Aditiv**: $X_t = T_t + S_t + \varepsilon_t$
- Multiplicativ**: $X_t = T_t \times S_t \times \varepsilon_t$



Descompunerea Seriilor de Timp: Exemplu Vizual



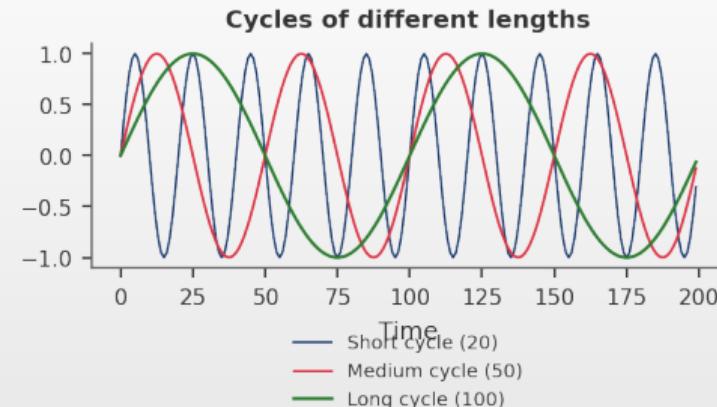
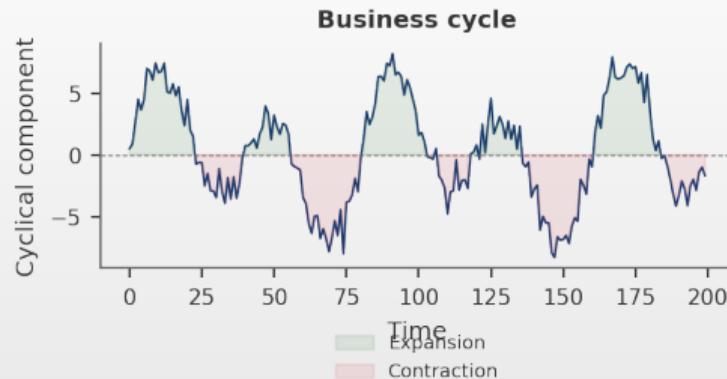
Interpretare

Descompunere aditivă: $Y = T + S + R$. Componentele sunt definite pe slide-ul anterior.

 TSA_ch1_decomposition



Componenta Ciclică



Caracteristici

- Fluctuații pe termen mediu (2–10 ani)
- Fără perioadă fixă (spre deosebire de sezonier)
- Reflectă expansiuni/recesiuni

În Practică

- Ciclul este adesea combinat cu trendul
- Dificil de identificat în serii scurte
- De obicei nu se modelează separat



Modelul de Descompunere Aditivă

Model

$$X_t = T_t + S_t + \varepsilon_t \quad (1)$$

Când să Folosim

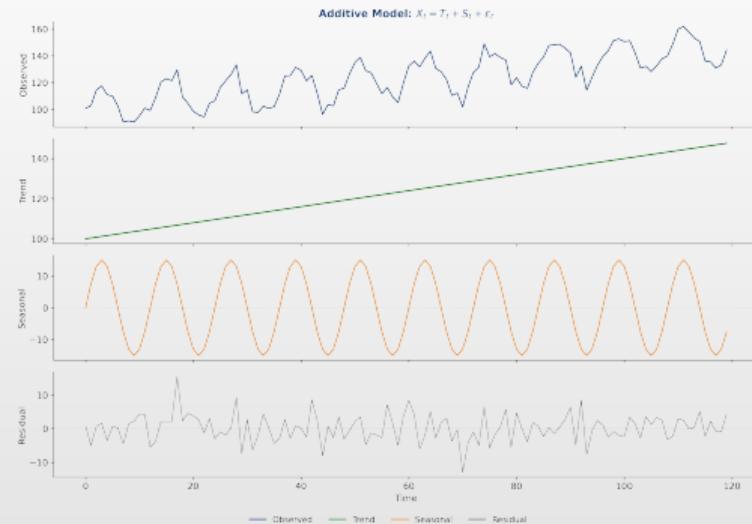
- Fluctuațiile sezoniere sunt **constante** în timp
- Varianța seriei este **stabilă**

Proprietăți

- $\mathbb{E}[\varepsilon_t] = 0$ (medie zero)
- $\sum_{j=1}^s S_j = 0$ (suma sezonală e zero)
- Unitățile S_t sunt aceleasi ca X_t



Descompunere Aditivă: Vizualizare



Interpretare

Original = Trend + Sezonier + Reziduu. Amplitudinea sezonieră rămâne constantă indiferent de nivel.



Modelul de Descompunere Multiplicativă

Model

$$X_t = T_t \times S_t \times \varepsilon_t \quad (2)$$

Când să Folosim

- Fluctuațiile sezoniere **cresc** odată cu nivelul seriei
- Varianța **crește** în timp

Proprietăți

- $\mathbb{E}[\varepsilon_t] = 1$ (centrat la 1)
- $\frac{1}{s} \sum S_j = 1$ (media e 1)
- S_t este raport adimensional

Sfat

Transformarea logaritmică convertește modelul multiplicativ în aditiv: $\log X_t = \log T_t + \log S_t + \log \varepsilon_t$

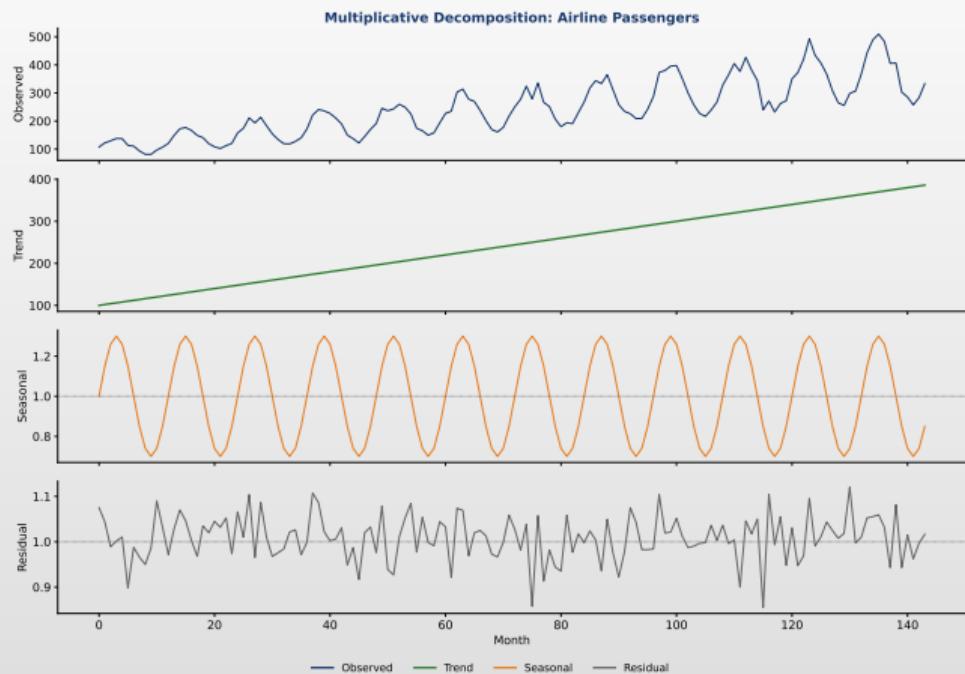


Descompunere Multiplicativă: Date Reale

Exemplu

Clasicul set de date Box-Jenkins cu pasagerii companiilor aeriene (1949–1960). Amplitudinea sezonieră crește odată cu nivelul.

Q TSA_ch0_multiplicative



Estimarea Trendului: Media Mobilă

Definiție 2 (Media Mobilă Centrată)

Media mobilă centrată de ordin $2q + 1$ este:

$$\hat{T}_t = \frac{1}{2q+1} \sum_{j=-q}^q X_{t+j} \quad (3)$$

Pentru Date Sezoniere

- Perioada s impară: medie simplă
- Perioada s pară: $2 \times s$ MA cu ponderi jumătate

Proprietăți

- Netezește sezonierul & aleatorul
- Fereastră mai mare \Rightarrow mai neted
- Compromis: pierdere la capete

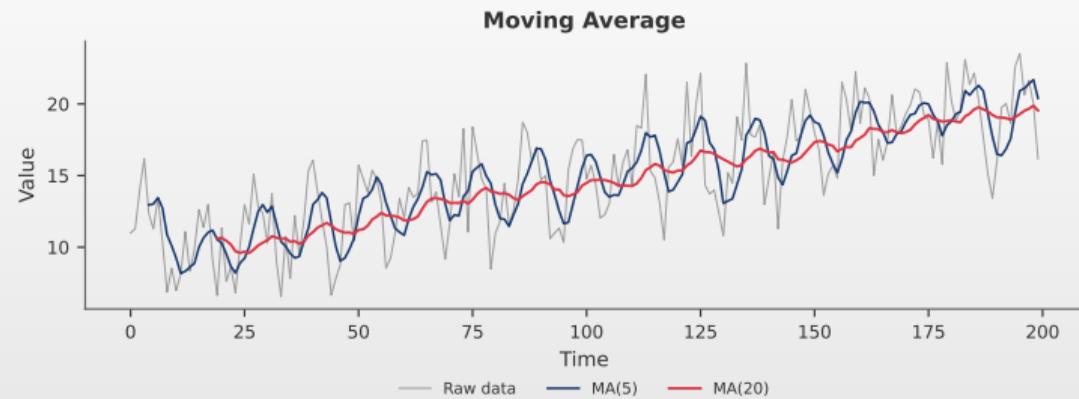


Media Mobilă Centrată: Ilustrație Vizuală

Interpretare

Media mobilă netezește fluctuațiile pe termen scurt, dezvăluind trendul subiacent.

 **TSA_ch0_ma**



Algoritmul Descompunerii Clasice

Pași pentru Descompunerea Multiplicativă

1. **Estimare Trend:** $\hat{T}_t = MA_s(X_t)$
2. **Detrendare:** $D_t = X_t / \hat{T}_t$
3. **Estimare Sezonier:** $\hat{S}_j = \text{media}(D_t \text{ pentru sezonul } j)$
4. **Normalizare:** Scalare astfel încât $\frac{1}{s} \sum_{j=1}^s \hat{S}_j = 1$
5. **Calcul Reziduuri:** $\hat{\epsilon}_t = X_t / (\hat{T}_t \times \hat{S}_t)$

Notă

Pentru descompunerea **aditivă**: înlocuiți împărțirea cu scăderea și înmulțirea cu adunarea.

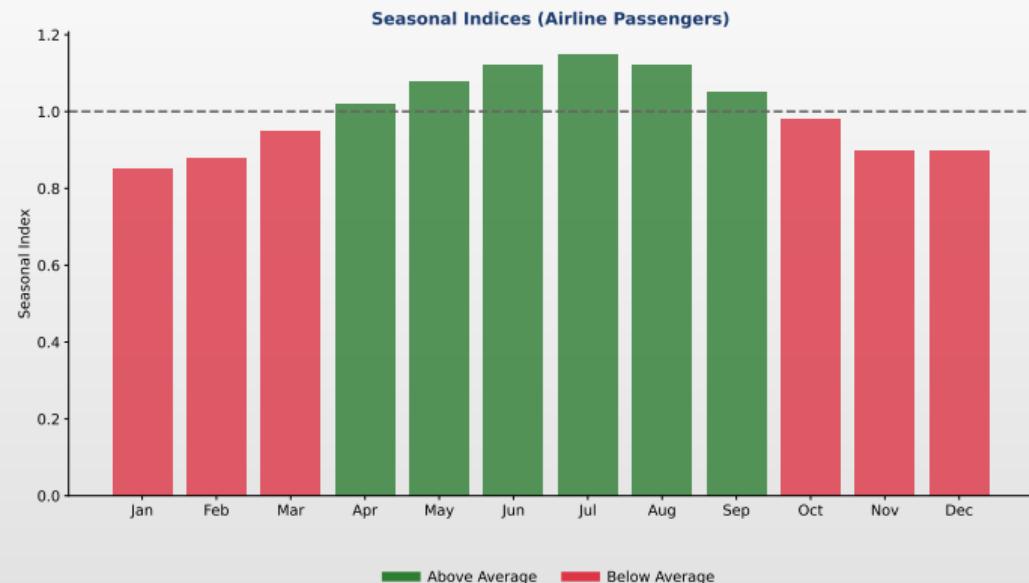


Indici Sezonieri: Interpretare

Interpretare

- $S_t > 1$: activitate peste medie
- $S_t < 1$: activitate sub medie
- Datele companiilor aeriene arată vârf de călătorii în iulie–august

TSA_ch0_seasonal



Descompunerea STL: O Abordare Modernă

Definiție 3 (STL - Descompunere Sezonier-Trend folosind LOESS)

STL folosește regresie locală ponderată (LOESS): $X_t = T_t + S_t + R_t$

Avantaje

- Orice perioadă sezonieră
- Sezonalitatea poate varia în timp
- Robustă la valori extreme
- Estimări netede ale trendului

Parametri Cheie

- period: Perioada sezonieră
- seasonal: Fereastra de netezire
- robust: Ponderare redusă pentru outlieri

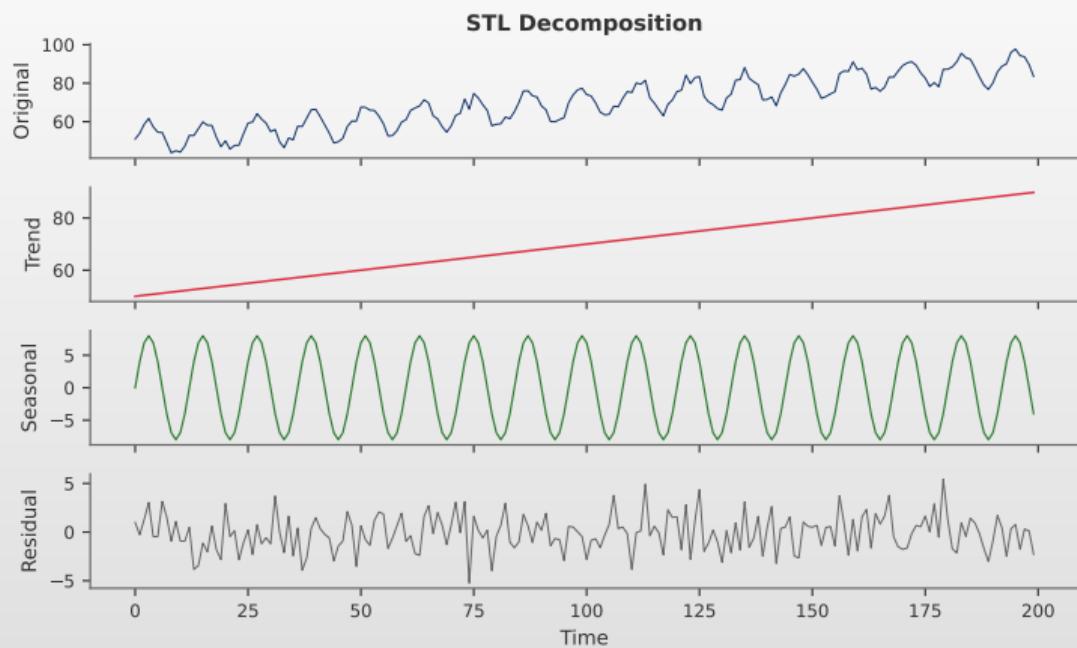


Descompunerea STL: Ilustrație Vizuală

Idee Cheie

STL separă seria în trend,
sezonier și rest folosind LOESS.

Q TSA cho stl



Netezirea Exponențială: Prezentare Generală

Definiție

Netezirea exponențială produce prognoze bazate pe medii ponderate ale observațiilor trecute, cu ponderi care scad exponențial.

De Ce Netezire Exponențială?

- Simplă dar eficientă
- Obs. recente au ponderi mai mari
- Gestionează trend & sezonalitate
- Fundament pentru modelele ETS

Trei Metode Principale

1. **SES**: Doar nivel
2. **Holt**: Nivel + Trend
3. **Holt-Winters**: + Sezonalitate



Netezirea Exponențială Simplă (SES)

Model

$$\hat{X}_{t+1|t} = \alpha X_t + (1 - \alpha) \hat{X}_{t|t-1} \quad (4)$$

unde $\alpha \in (0, 1)$ este **parametrul de netezire**.

Cum Funcționează

- Ponderile scad exponențial
- α mare: reactivă
- α mic: mai netedă

Forma cu Nivel

$$\ell_t = \alpha X_t + (1 - \alpha) \ell_{t-1}$$

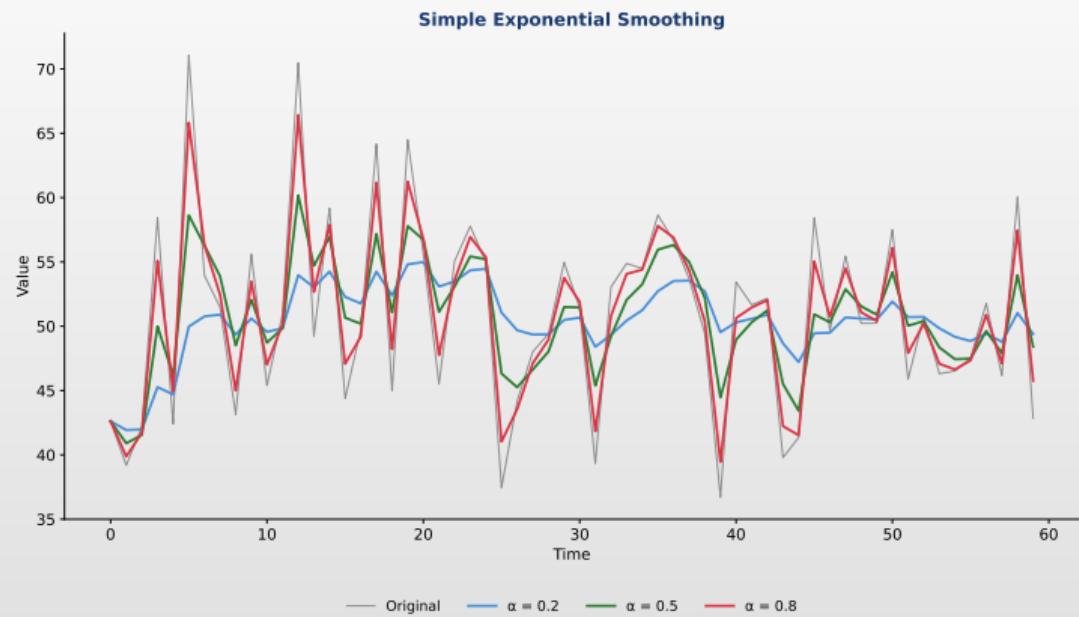


Netezirea Exponențială Simplă: Efectul lui α

Compromis

α mai mic produce programe mai netede; α mai mare urmărește datele mai îndeaproape.

Q TSA_ch0_ses



Metoda Holt cu Trend Liniar

Ecuății

- Nivel:** $\ell_t = \alpha X_t + (1 - \alpha)(\ell_{t-1} + b_{t-1})$
- Trend:** $b_t = \beta^*(\ell_t - \ell_{t-1}) + (1 - \beta^*)b_{t-1}$
- Prognoză:** $\hat{X}_{t+h|t} = \ell_t + h \cdot b_t$

Parametri

- α : Netezire nivel
- β^* : Netezire trend

Componente

- ℓ_t : Nivel estimat
- b_t : Trend estimat (pantă)

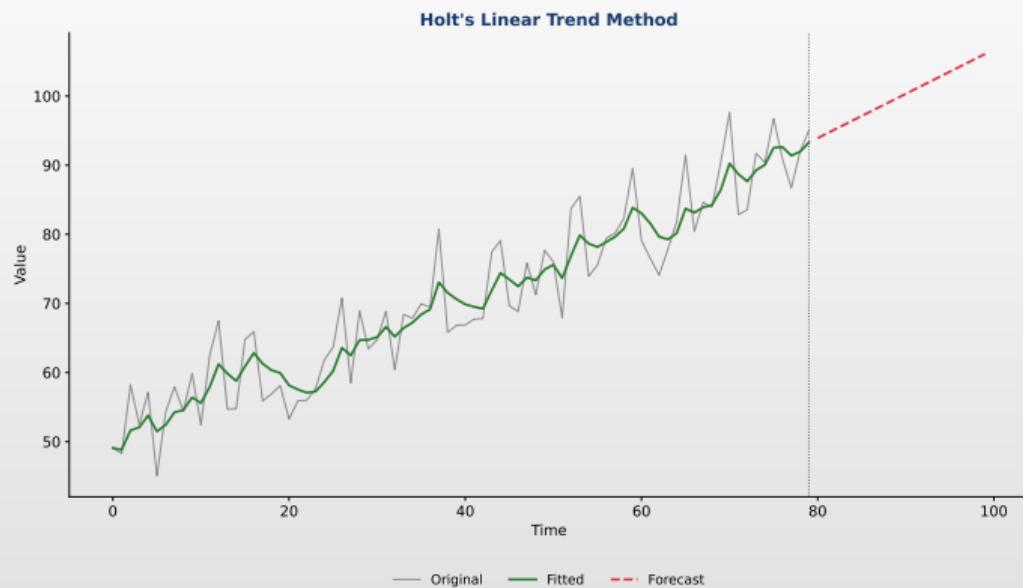


Metoda Holt: Vizualizare

Interpretare

- Metoda Holt captează atât nivelul cât și trendul
- Le proiectează în orizontul de prognoză
- α controlează schimbări de nivel
- β^* controlează schimbări de trend

 TSA_ch0_holt



Metoda Sezonieră Holt-Winters

Ecuării (Sezonalitate Aditivă)

- **Nivel:** $\ell_t = \alpha(X_t - S_{t-s}) + (1 - \alpha)(\ell_{t-1} + b_{t-1})$
- **Trend:** $b_t = \beta^*(\ell_t - \ell_{t-1}) + (1 - \beta^*)b_{t-1}$
- **Sezonier:** $S_t = \gamma(X_t - \ell_t) + (1 - \gamma)S_{t-s}$
- **Prognoză:** $\hat{X}_{t+h|t} = \ell_t + h \cdot b_t + S_{t+h-s(k+1)}$

Parametri

- α : Netezire nivel
- β^* : Netezire trend
- γ : Netezire sezonier
- s : Perioada sezonieră

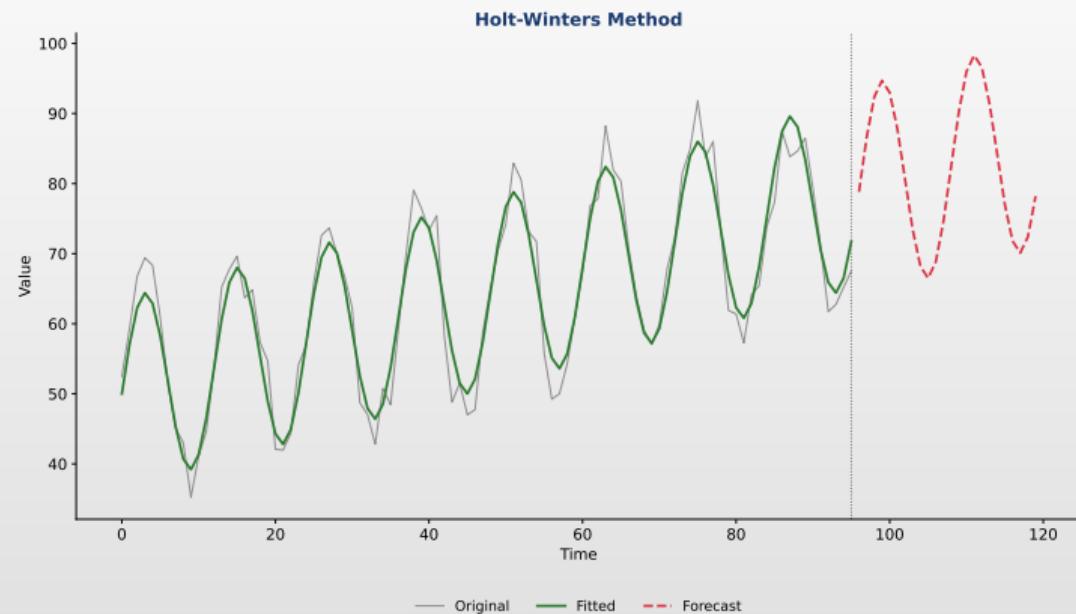


Holt-Winters: Captarea Sezonalității

Caracteristică Cheie

Holt-Winters descompune seria și produce prognoze sezoniere cu trend.

Q TSA_cho_hw



Cadrul ETS: Eroare-Trend-Sezonalitate

Definiție 4 (Modele ETS)

Cadrul ETS generalizează netezirea exponențială: $ETS(E, T, S)$

Componentă	N	A	M
Eroare (E)	–	Aditivă	Multiplicativă
Trend (T)	Niciunul	Aditiv	Multiplicativ
Sezonier (S)	Niciunul	Aditiv	Multiplicativ

Exemple

- $ETS(A,N,N) = \text{Netezire Exponențială Simplă}$
- $ETS(A,A,N) = \text{Metoda Liniară Holt}$
- $ETS(A,A,A) = \text{Holt-Winters Aditivă}$

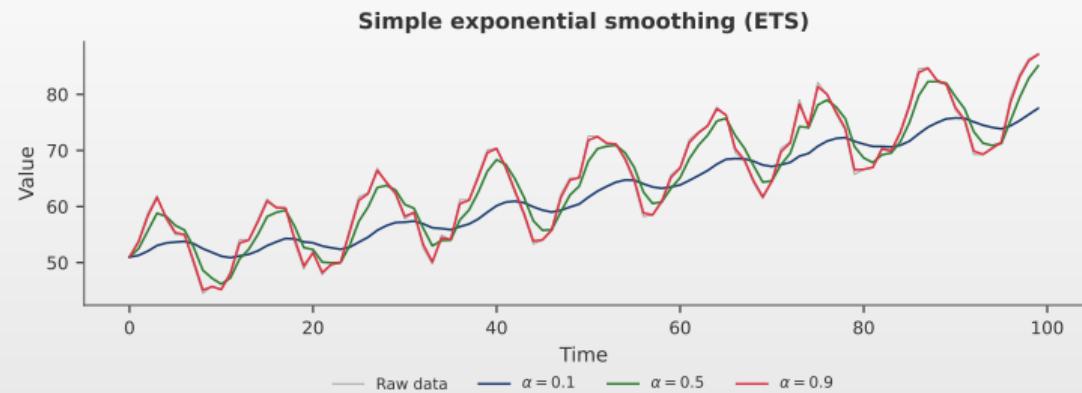


ETS: Ilustrație Netezire Exponențială

Interpretare

Modelele ETS folosesc observații ponderate exponențial pentru prognoză. Ponderile scad pe măsură ce observațiile devin mai vechi.

 TSA_cho_ets

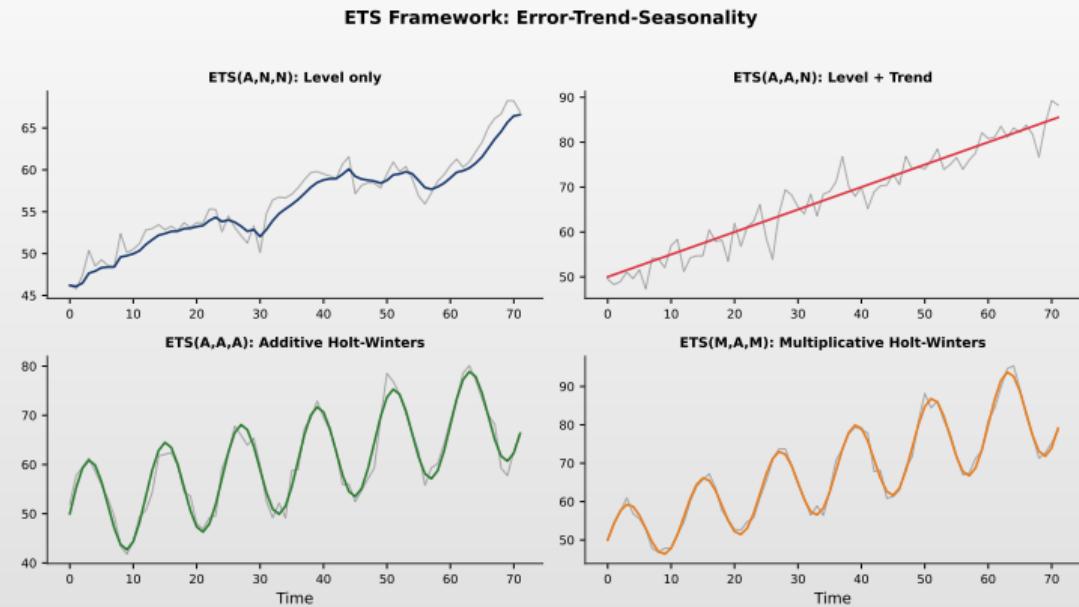


Selectia Modelului ETS

Interpretare

Cadrul ETS oferă o metodă sistematică pentru alegerea celui mai bun model folosind AIC/BIC.

Q **TSA_cho_ets_select**



Metode cu Trend Amortizat

Parametrul de Amortizare

Introduce $\phi \in (0, 1)$ pentru a preveni supra-proiecția

Ecuării

- Nivel:** $\ell_t = \alpha X_t + (1 - \alpha)(\ell_{t-1} + \phi b_{t-1})$
- Trend:** $b_t = \beta^*(\ell_t - \ell_{t-1}) + (1 - \beta^*)\phi b_{t-1}$
- Prognoză:** $\hat{X}_{t+h|t} = \ell_t + \phi^{\frac{1-\phi^h}{1-\phi}} b_t$

Idee Cheie

- Când $h \rightarrow \infty$: prognoza → constantă
- Previne extrapolare nerealista pe termen lung
- Adesea mai bună pentru orizonturi lungi



Metrici de Acuratețe a Prognozei

Eroarea de Prognoză

- $e_t = X_t - \hat{X}_t$ (actual minus prezis)

Dependente de Scală

- $MAE = \frac{1}{n} \sum |e_t|$
- $MSE = \frac{1}{n} \sum e_t^2$
- $RMSE = \sqrt{MSE}$

Independente de Scală

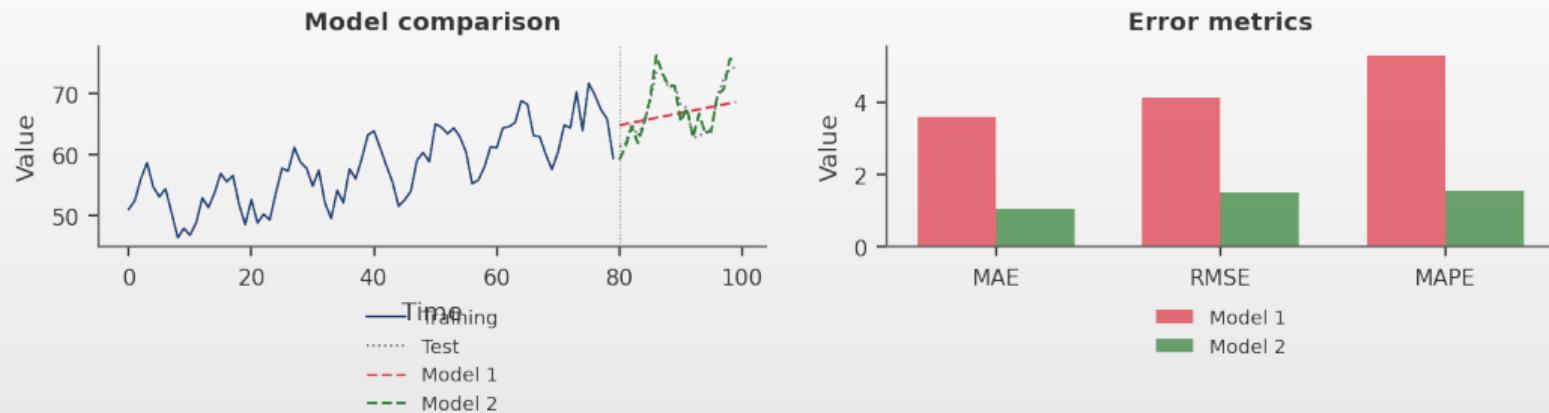
- $MAPE = \frac{100}{n} \sum \left| \frac{e_t}{X_t} \right|$
- $sMAPE = \frac{100}{n} \sum \frac{|e_t|}{(|X_t| + |\hat{X}_t|)/2}$

Ce să folosim?

- Aceeași serie: RMSE, MAE
- Comparații între serii: MAPE, sMAPE



Evaluarea Prognozei: Exemplu Vizual

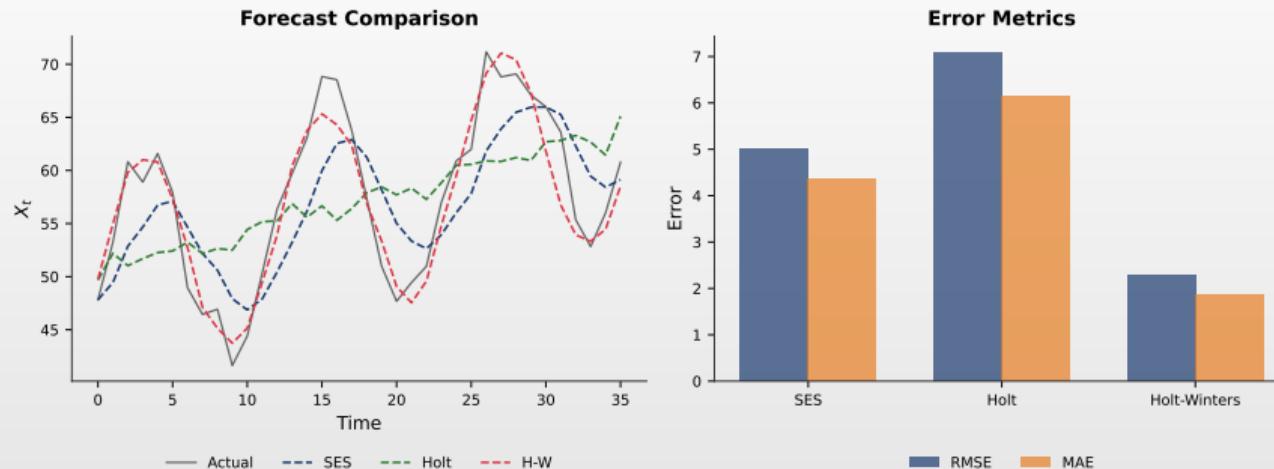


- Sus:** Valori actuale vs. valori prognozate – evaluare vizuală a potrivirii
- Jos:** Reziduurile ar trebui să fie centrate în jurul zero fără tipar
- Prognozele bune au reziduuri mici, aleatorii cu variantă constantă

 **TSA_ch1_forecast_eval**



Compararea Metodelor de Prognoză



Interpretare

- Stânga: Compararea prognozelor SES, Holt și Holt-Winters
- Dreapta: Metrii de eroare pentru fiecare metodă



Diagnosticarea Reziduurilor

Proprietăți ale Reziduurilor

Prognozele bune ar trebui să aibă reziduuri care sunt:

1. **Medie zero:** $\mathbb{E}[e_t] = 0$
2. **Necorelate:** $\text{Cov}(e_t, e_{t-k}) = 0$
3. **Varianță constantă:** $\text{Var}(e_t) = \sigma^2$
4. **Normal distribuite**

Teste de Diagnostic

Testul Ljung-Box (autocorelație):

$$Q = T(T+2) \sum_{k=1}^h \frac{\hat{\rho}_k^2}{T-k} \sim \chi_h^2$$

Testul Jarque-Bera (normalitate):

$$JB = \frac{T}{6} \left(S^2 + \frac{(K-3)^2}{4} \right) \sim \chi_2^2$$

S = asimetrie, K = curtosis

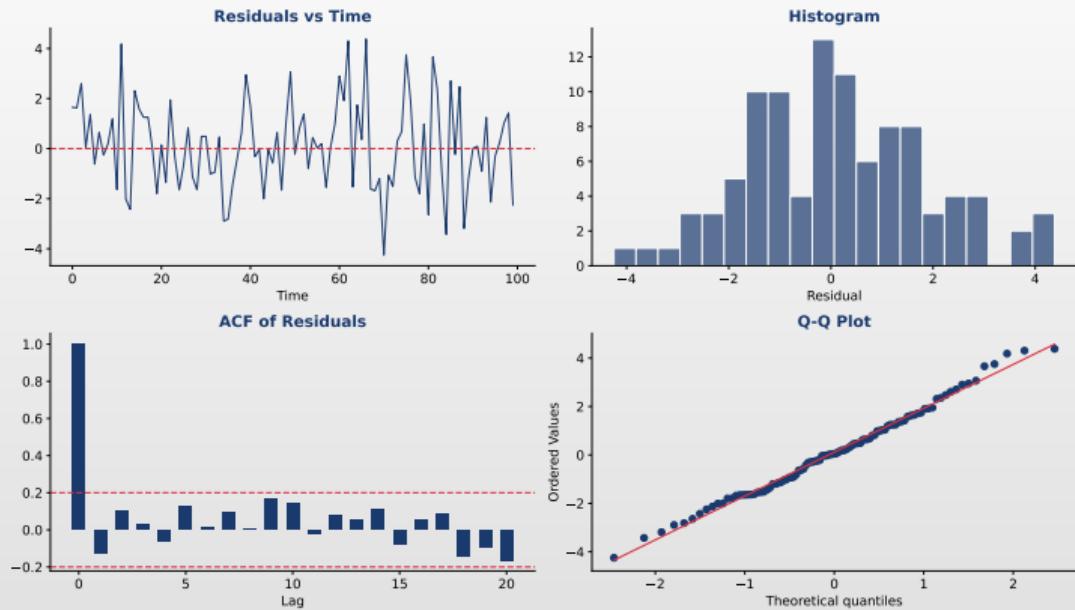


Diagnosticarea Reziduurilor: Vizualizare

Ce să Verificăm

- Grafic temporal (fără tipare)
- Histogramă (normalitate)
- ACF (fără autocorelație)
- Grafic Q-Q (normalitate)

 **TSA_ch0_residuals**



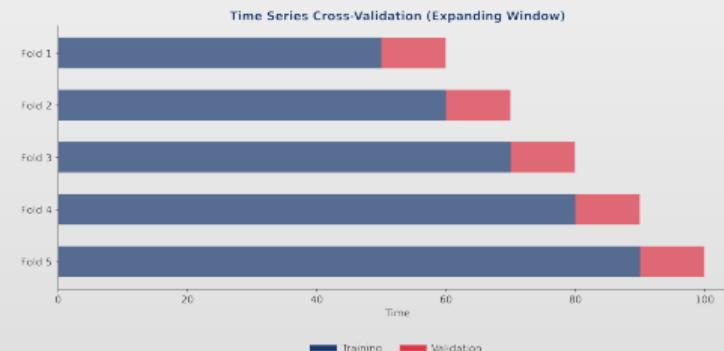
Validarea Încrucișată pentru Serii de Timp

De Ce Nu CV Standard?

- Seriile de timp au dependență temporală
- Datele viitoare nu pot prezice trecutul
- K-fold standard cauzează scurgere de date

CV cu Origine Mobilă

1. Antrenare pe $\{X_1, \dots, X_t\}$
2. Prognoză \hat{X}_{t+h}
3. Incrementare t , repetare



Separarea Train / Validare / Test

Separare în trei părți pentru dezvoltarea modelului:

Set de Antrenare

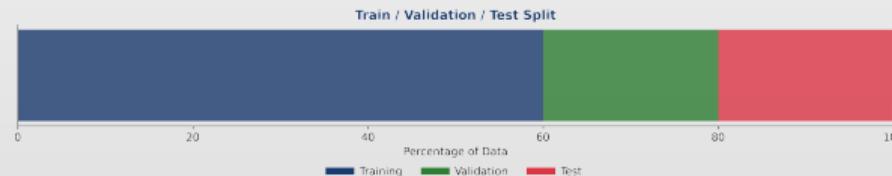
- Potrivirea parametrilor modelului
- Cea mai mare porțiune (60–80%)
- Folosit pentru estimare

Set de Validare

- Ajustarea hiperparametrilor
- Compararea modelelor
- Selectarea celei mai bune abordări

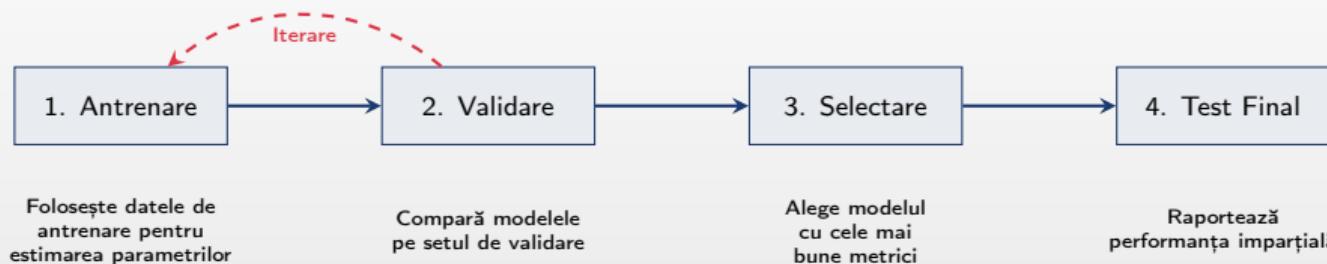
Set de Test

- Doar evaluare finală
- Niciodată folosit pentru ajustare
- Performanță imparțială



 TSA_ch0_train_split

Fluxul de Lucru pentru Dezvoltarea Modelului



Regulă Critică

Niciodată nu folosiți setul de test pentru selecția modelului! Aceasta cauzează *surgere de date* și estimări prea optimiste ale performanței.

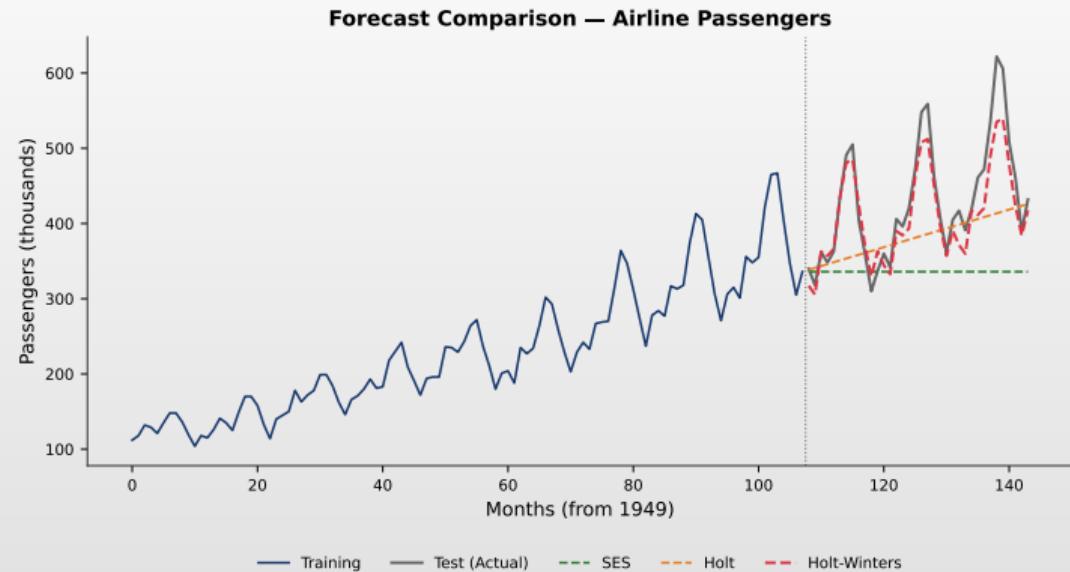


Date Reale: Compararea Prognozelor

Interpretare

Date pasageri companii aeriene:
Holt-Winters Multiplicativă
performează cel mai bine pentru
date sezoniere.

Q TSA_cho_real_data



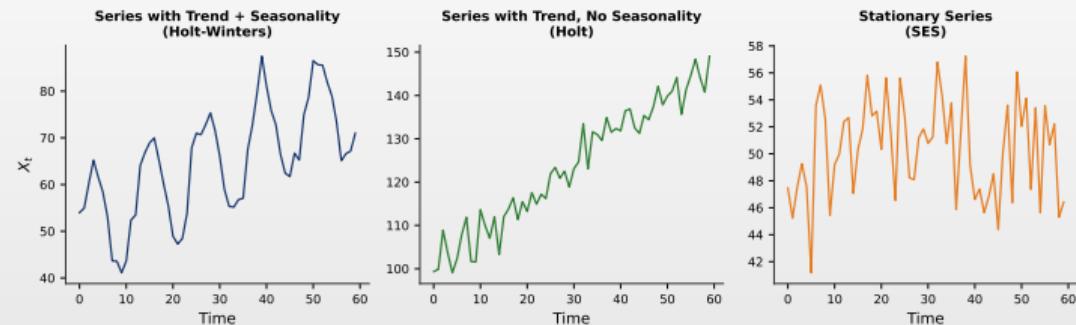
Performanța Prognozei pe Diferite Seturi de Date

Interpretare

Serii diferite necesită modele diferite. Datele sezoniere necesită metode sezoniere.

Q [TSA_ch0_multi_series](#)

Different Series Require Different Models



Modelarea Sezonalității: Două Abordări

1. Variabile Dummy:

$$X_t = \mu + \sum_{j=1}^{s-1} \gamma_j D_{jt} + \varepsilon_t$$

- $D_{jt} = 1$ dacă t în sezonul j
- $s - 1$ parametri
- Orice tipar sezonier

2. Termeni Fourier:

$$X_t = \mu + \sum_{k=1}^K [\alpha_k \sin(\cdot) + \beta_k \cos(\cdot)]$$

- Funcții sinusoidale
- $2K$ parametri
- Tipare netede

Compromis

- Dummy:** orice tipar, mai mulți parametri
- Fourier:** netede, mai puțini parametri

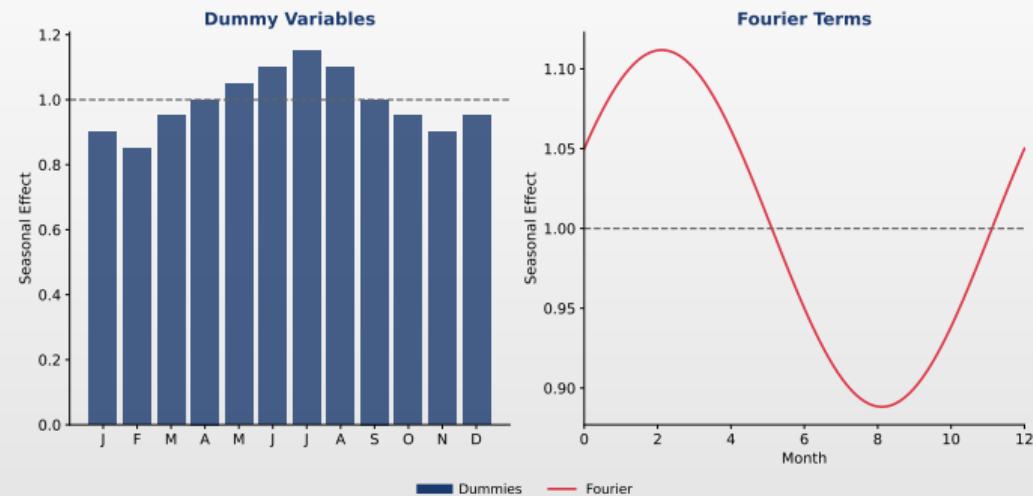


Variabile Dummy vs Termeni Fourier

Comparație

- **Dummy:** captează orice formă dar necesită $s - 1$ parametri
- **Fourier:** folosește $2K$ parametri pentru tipare netede

Q TSA_ch0_fourier



Alegerea între Dummy și Fourier

Criteriu	Dummy	Fourier
Parametri (lunar)	11	$2K$ (adesea 4–6)
Tipar sezonier	Orice formă	Neted/sinusoidal
Interpretare	Directă (efekte lunare)	Componente de frecvență
Sezoane de înaltă frecvență	Mulți parametri	Eficient
Sezonalitate multiplă	Complex	Ușor (adăugați termeni)

Recomandări

- Folosiți **dummy**: tipare neregulate, coeficienți interpretabili
- Folosiți **Fourier**: tipare netede, sezonalitate de înaltă frecvență, perioade multiple
- Termenii Fourier** sunt folosiți în TBATS și Facebook Prophet



De Ce Eliminăm Trendul și Sezonialitatea?

Înainte de modelare, adesea trebuie să facem seria staționară:

Motive pentru detrendare:

- Cerința de staționaritate
- Focus pe fluctuații
- Evitarea regresiei false
- Permiterea inferenței valide

Motive pentru desezonalizare:

- Dezvăluirea trendului subiacent
- Comparații între sezoane
- Simplificarea modelării
- Focus pe componenta neregulată

Important

După modelarea seriei detrendate/desezonalizate, trebuie să **inversăm transformarea** pentru prognoză.



Metode de Eliminare a Trendului

Șase Abordări Comune de Detrendare

1. **Diferențiere:** $\Delta X_t = X_t - X_{t-1}$
2. **Regresie liniară:** $\hat{T}_t = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 t$
3. **Polinomială:** Polinom de ordin superior
4. **Filtru HP:** Echilibru estimare vs netezime
5. **Media mobilă:** $\hat{T}_t = MA_q(X_t)$
6. **LOESS:** Regresie polinomială locală

Alegerea Depinde De

- Natura trendului (determinist vs stochastic)
- Scopul (prognoză vs analiză)



Metode de Detrendare: Comparatie

Idee Cheie

Metode diferite produc reziduuri diferite. Alegeti în funcție de tipul de trend și obiectivele analizei.

Q TSA_ch0_detrending



Filtrul Hodrick-Prescott (HP)

Definiție 5 (Filtrul HP)

Filtrul HP descompune X_t în trend τ_t și ciclu c_t : $X_t = \tau_t + c_t$, prin minimizarea:

$$\min_{\{\tau_t\}} \left\{ \sum_{t=1}^T (X_t - \tau_t)^2 + \lambda \sum_{t=2}^{T-1} [(\tau_{t+1} - \tau_t) - (\tau_t - \tau_{t-1})]^2 \right\}$$

Interpretare

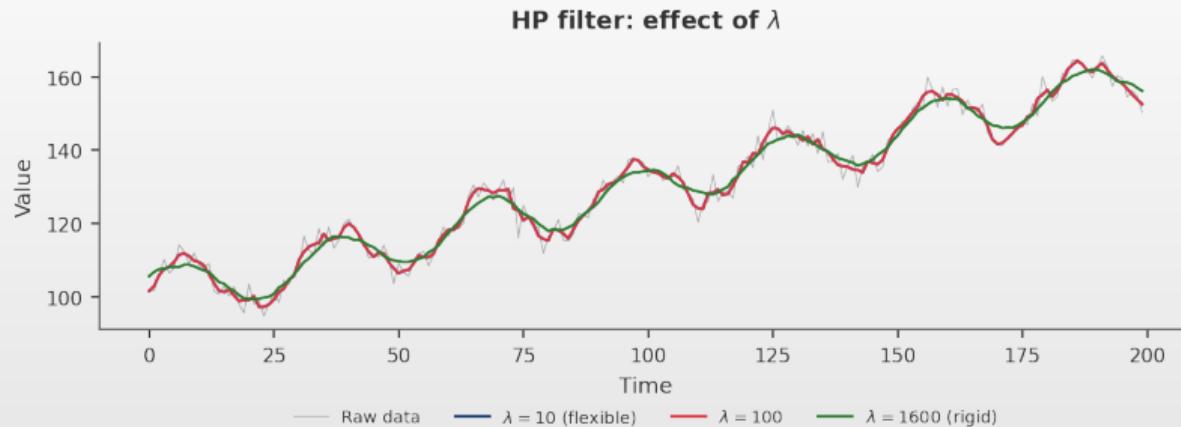
- Primul termen: ajustare la date
- Al doilea termen: penalizare netezime
- λ : parametru de compromis

Valori Standard λ

- Anual: $\lambda = 6.25$
- Trimestrial: $\lambda = 1600$
- Lunar: $\lambda = 129600$



Filtrul HP: Efectul lui λ

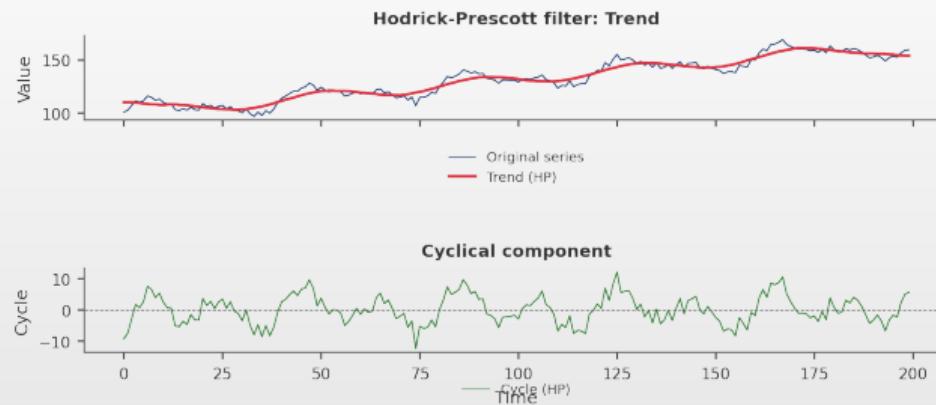


Compromis

- λ mic:** Trendul urmează datele îndeaproape (mai flexibil)
- λ mare:** Trendul devine mai neted (se apropie de trend liniar)



Filtrul HP: Extragerea Ciclului de Afaceri



Aplicație

Filtrul HP este utilizat pe scară largă în macroeconomie pentru extragerea ciclurilor de afaceri din PIB și alte serii economice.

 TSA_ch0_hp_cycle



Filtrul HP: Limitări

Probleme Cunoscute

- Problema capetelor:** Estimările trendului nesigure la capete
- Cicluri false:** Poate crea dinamici artificiale
- Alegerea λ :** Rezultatele sensibile la parametru
- Non-staționar:** Presupune că trendul este neted

Alternative

- Filtre bandă:** Baxter-King, Christiano-Fitzgerald
- Filtrul Hamilton:** Bazat pe regresie
- Componente neobserveate:** Modele space-state

Critica lui Hamilton (2018)

"De Ce Nu Ar Trebui Să Folosiți Niciodată Filtrul Hodrick-Prescott" — sugerează utilizarea regresiei pe valori întârziate în schimb.



Metode de Eliminare a Sezonalității

Patru Abordări pentru Eliminarea Sezonalității

1. **Diferențiere sezonieră:** $\Delta_s X_t = X_t - X_{t-s}$
2. **Împărțire (multiplicativ):** $X_t^{adj} = X_t / \hat{S}_t$
3. **Scădere (aditiv):** $X_t^{adj} = X_t - \hat{S}_t$
4. **X-13ARIMA-SEATS:** Metodă statistică guvernamentală

Perioada Sezonieră s

- Lunar $\Rightarrow s = 12$
- Trimestrial $\Rightarrow s = 4$

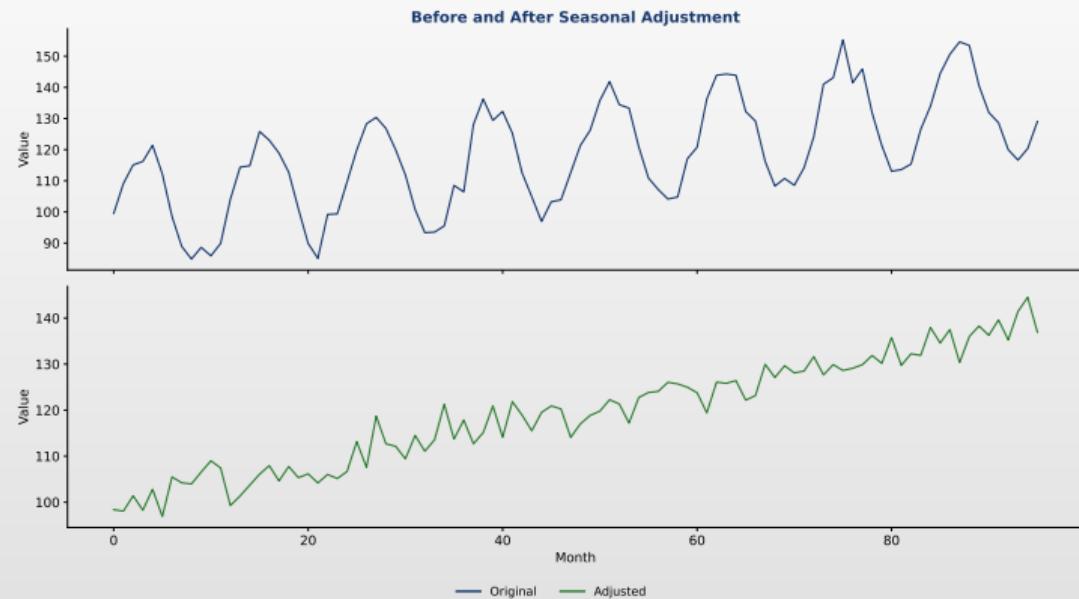


Ajustare Sezonieră: Vizualizare

Rezultat

Seria ajustată sezonier dezvăluie trendul subiacent fără fluctuațiile periodice.

Q TSA_cho_seasonal_adj



Trend Determinist vs Stochastic

Trend Determinist:

$$X_t = \beta_0 + \beta_1 t + \varepsilon_t$$

- Trendul este o funcție de timp
- Detrendare prin regresie
- ε_t este staționar

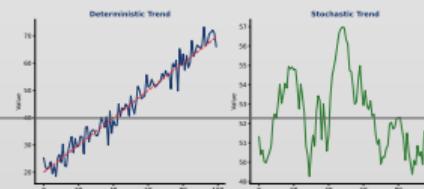
Trend Stochastic:

$$X_t = X_{t-1} + \varepsilon_t$$

- Componentă de mers aleatoriu
- Detrendare prin diferențiere
- ΔX_t este staționar

Metodă Greșită = Probleme

- Diferențierea trendului determinist \Rightarrow supra-diferențiere
- Regresie pe trend stochastic \Rightarrow regresie falsă

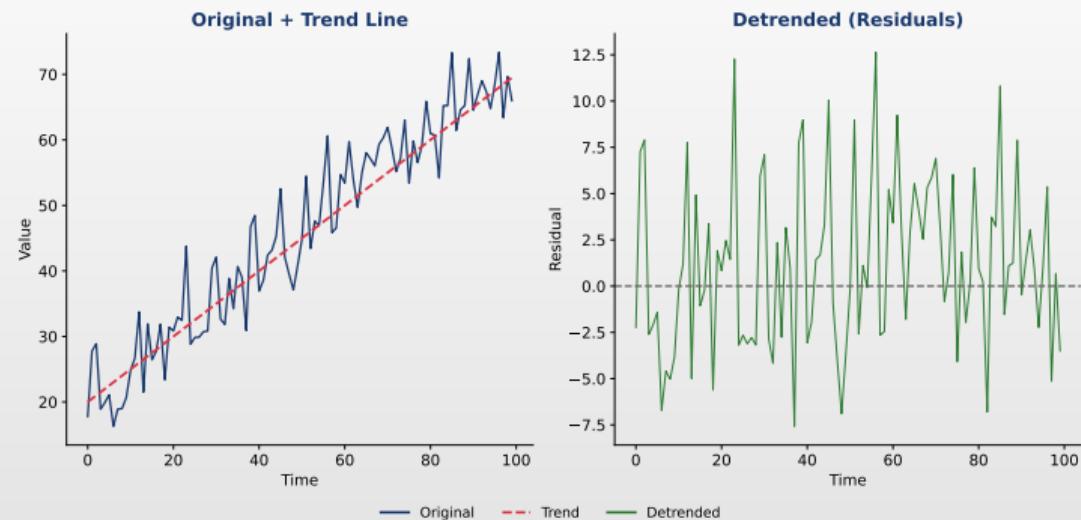


Exemplu: Trend Determinist

Cheie

Folosiți **regresie** pentru eliminarea trendului \rightarrow reziduurile sunt staționare (ACF scade rapid).

Q **TSA_ch0_det_trend**

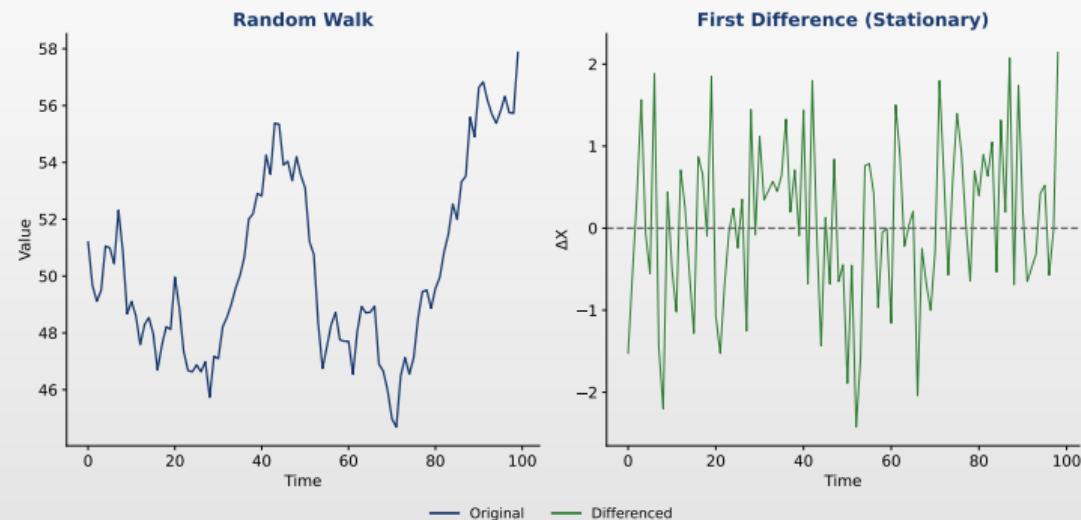


Exemplu: Trend Stochastic (Mers Aleatoriu)

Cheie

Folosiți diferențiere pentru eliminarea trendului \succ diferențele sunt staționare (zgomot alb).

Q TSA_ch0_stoch_trend



Rezumat

Ce Am Învățat

- Definiția Seriei de Timp:** Secvență de observații indexate după timp
- Descompunere:** Componente Trend-Ciclu + Sezonier + Reziduu
- Netezire Exponențială:** SES, Holt, Holt-Winters, cadrul ETS
- Evaluarea Prognozei:** MAE, RMSE, MAPE; separări train/validare/test

Idee Cheie

- Înțelegeți Înainte de a Modela:**
 - ▶ Întotdeauna vizualizați și descompuneți datele mai întâi
 - ▶ Alegeți aditiv vs multiplicativ în funcție de comportamentul varianței



Quiz Rapid

1. Care este diferența între descompunerea aditivă și multiplicativă?
2. Când ar trebui să folosiți Holt-Winters în loc de netezire exponențială simplă?
3. De ce nu putem folosi validare încrucișată standard k-fold pentru serii de timp?
4. Ce înseamnă $\alpha = 0.9$ în netezirea exponențială?
5. Cum distingeți între trend determinist și stochastic?



Răspunsuri Quiz

- 1. Aditivă vs Multiplicativă:** Aditivă când amplitudinea sezonieră este constantă; multiplicativă când crește odată cu nivelul.
- 2. Holt-Winters:** Când datele au atât trend CÂT și sezonalitate. SES gestionează doar nivelul.
- 3. CV Serii de Timp:** K-fold standard ignoră ordinea temporală — ar folosi date viitoare pentru a prezice trecutul (surgere de date).
- 4. $\alpha = 0.9$:** Pondere mare pe observațiile recente, prognoza reacționează rapid la schimbări dar este mai volatilă.
- 5. Tipul de trend:** Determinist — funcție predictibilă de timp (folosiți regresie). Stochastic — componentă de mers aleatoriu (folosiți diferențiere).



Ce Urmează?

Capitolul 1: Procese Stochastice și Staționaritate

- Procese Stochastice:** Fundament matematic pentru serii de timp
 - ▶ Variabile aleatoare indexate după timp
 - ▶ Staționaritate strictă vs slabă (covarianță)
- Procese Cheie:** Zgomot alb și mers aleatoriu
 - ▶ Blocuri de construcție pentru modelele ARIMA
 - ▶ Înțelegerea revertirii la medie vs rădăcini unitare
- ACF și PACF:** Instrumente pentru identificarea modelului
 - ▶ Detectarea structurii de autocorelație
 - ▶ Alegerea ordinelor AR și MA

Întrebări?



Bibliografie I

Lucrări fundamentale

- Holt, C.C. (1957). Forecasting Seasonals and Trends by Exponentially Weighted Moving Averages, ONR Research Memorandum No. 52.
- Winters, P.R. (1960). Forecasting Sales by Exponentially Weighted Moving Averages, *Management Science*, 6(3), 324–342.
- Cleveland, R.B., Cleveland, W.S., McRae, J.E., & Terpenning, I. (1990). STL: A Seasonal-Trend Decomposition, *Journal of Official Statistics*, 6(1), 3–73.
- Hodrick, R.J., & Prescott, E.C. (1997). Postwar U.S. Business Cycles: An Empirical Investigation, *Journal of Money, Credit and Banking*, 29(1), 1–16.

Manuale clasice

- Hamilton, J.D. (1994). *Time Series Analysis*, Princeton University Press.
- Brockwell, P.J., & Davis, R.A. (2016). *Introduction to Time Series and Forecasting*, 3rd ed., Springer.
- Shumway, R.H., & Stoffer, D.S. (2017). *Time Series Analysis and Its Applications*, 4th ed., Springer.



Bibliografie II

Referințe moderne

- Hyndman, R.J., & Athanasopoulos, G. (2021). *Forecasting: Principles and Practice*, 3rd ed., OTexts.
- Hyndman, R.J., Koehler, A.B., Ord, J.K., & Snyder, R.D. (2008). *Forecasting with Exponential Smoothing: The State Space Approach*, Springer.
- Gardner, E.S. (2006). Exponential Smoothing: The State of the Art – Part II, *International Journal of Forecasting*, 22(4), 637–666.

Resurse online și cod

- **Quantlet:** <https://quantlet.com> ➔ Platformă de cod pentru metode cantitative
- **Quantinar:** <https://quantinar.com> ➔ Platformă de învățare pentru metode cantitative
- **GitHub TSA:** https://github.com/QuantLet/TSA/tree/main/TSA_ch0 ➔ Cod Python pentru acest capitol



Vă Mulțumim!

Întrebări?

Prof. dr. Daniel Traian Pele

danpele@ase.ro

github.com/QuantLet/TSA

