Analiza și Prognoza Seriilor de Timp

Capitolul 2: Modele ARMA

Seminar

Cuprins Seminar

Test 1: Operatorul Lag

Întrebare

Care este rezultatul aplicării $(1-L)^2$ lui X_t?

A. $X_t - X_{t-1}$

B. $X_t - 2X_{t-1} + X_{t-2}$

C. $X_t + X_{t-1} + X_{t-2}$

D. $X_t - X_{t-2}$

Răspunsul pe slide-ul următor...

Test 1: Soluție

Răspuns: B – $X_t - 2X_{t-1} + X_{t-2}$

Explicație:

$$
\begin{aligned}
(1-L)^2 X_t &= (1 - 2L + L^2) X_t \\
&= X_t - 2LX_t + L^2 X_t \\
&= X_t - 2X_{t-1} + X_{t-2}
\end{aligned}
$$

Aceasta este **diferența de ordinul doi** a lui X_t.

Notă: $(1-L)$ este operatorul de diferențiere de ordinul întâi, $(1-L)^2$ este diferența de ordinul doi.

Test 2: Staționaritatea AR(1)

Întrebare

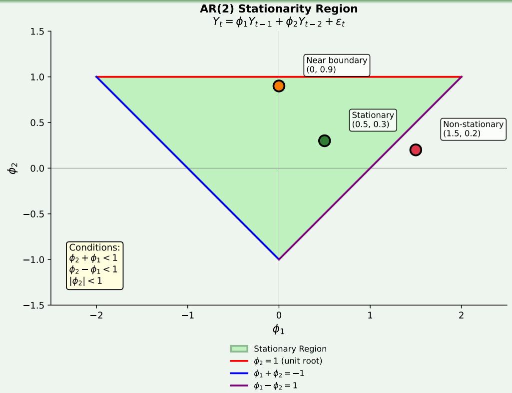
Pentru ce valoare a lui ϕ procesul AR(1) $X_t = 0.5 + \phi X_{t-1} + \varepsilon_t$ este staționar?

- A. $\phi = 1.2$
- B. $\phi = 1.0$
- C. $\phi = -0.8$
- D. $\phi = -1.5$

Răspunsul pe slide-ul următor...

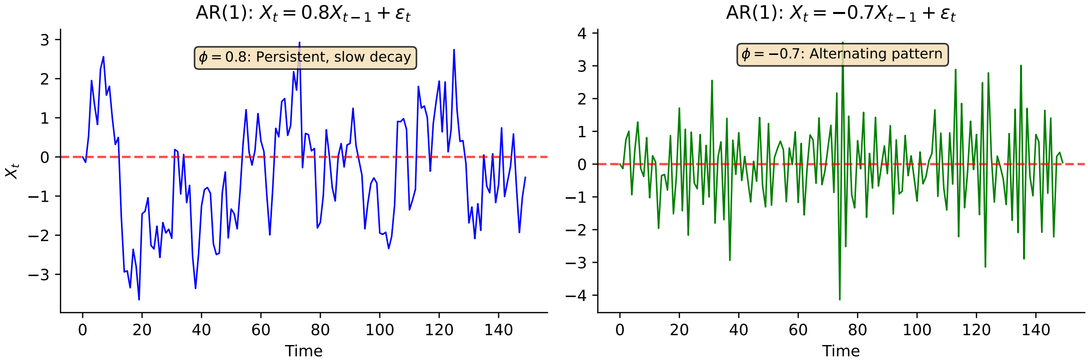
Test 2: Soluție

Răspuns: C – $\phi = -0.8$ (Staționar)



Staționaritate AR(1): $|\phi| < 1$ (rădăcina în afara cercului unitate). Doar C satisface: $|-0.8| = 0.8 < 1$

Vizual: Comportamentul Procesului AR(1)



ϕ pozitiv: modele persistente, netede. ϕ negativ: comportament oscilant în jurul mediei.

Test 3: Modelul ACF

Întrebare

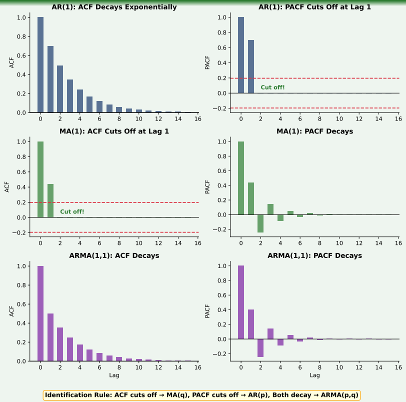
Observați următorul model ACF: vârf semnificativ la lag 1, apoi toate celelalte lag-uri sunt în interiorul benzilor de încredere. PACF arată descreștere graduală. Ce model este sugerat?

- A. AR(1)
- B. MA(1)
- C. ARMA(1,1)
- D. Zgomot alb

Răspunsul pe slide-ul următor...

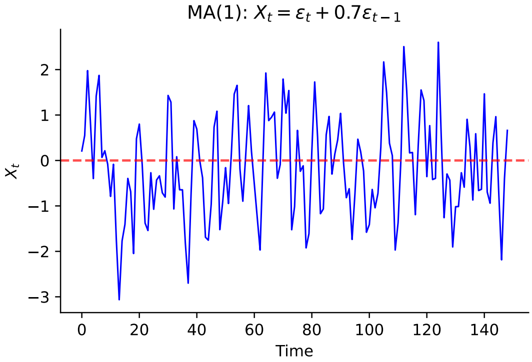
Test 3: Soluție

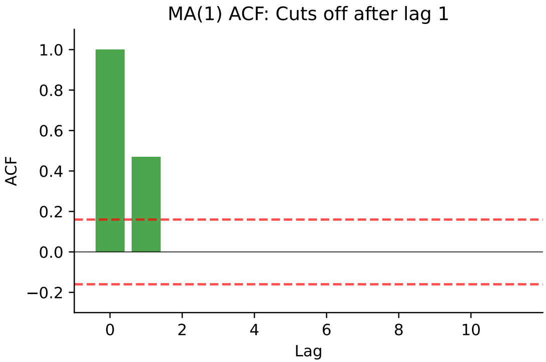
Răspuns: B – MA(1)



Model: ACF se întrerupe după lag 1 $\Rightarrow$ MA(1); PACF descrește $\Rightarrow$ confirmă structura MA (nu AR)

Vizual: Procesul MA(1) și ACF





Procesul MA(1) (stânga). Semnătura cheie: ACF se întrerupe brusc după lag 1 (dreapta).

Test 4: Invertibilitatea MA

Întrebare

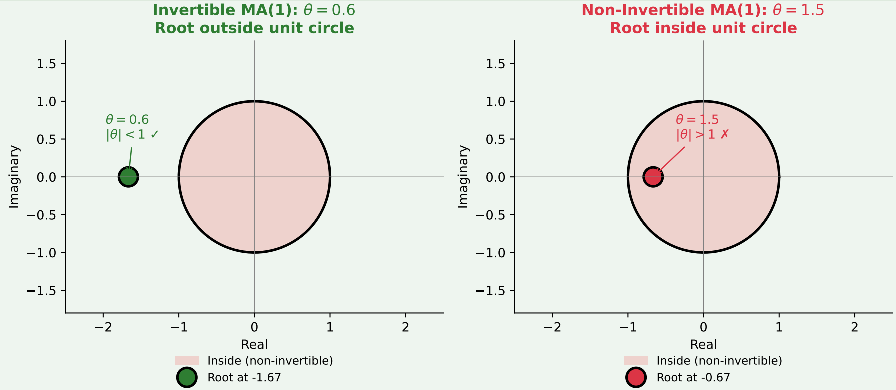
Pentru procesul MA(1) $X_t = \varepsilon_t + 1.5\varepsilon_{t-1}$, este procesul invertibil?

- A. Da, deoarece procesele MA sunt întotdeauna invertibile
- B. Da, deoarece $1.5 > 0$
- C. Nu, deoarece $|\theta| = 1.5 > 1$
- D. Nu, deoarece procesele MA nu sunt niciodată invertibile

Răspunsul pe slide-ul următor...

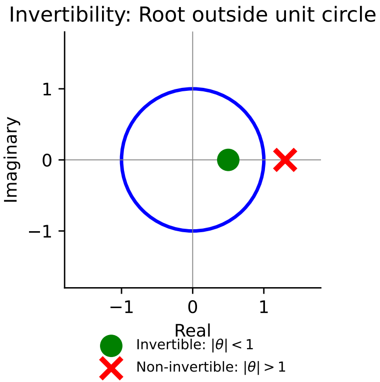
Test 4: Soluție

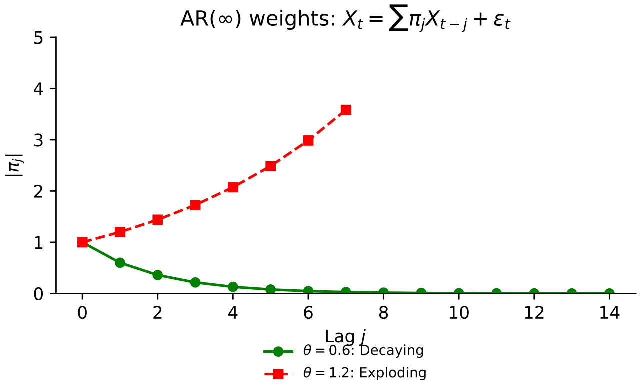
Răspuns: C – Nu este invertibil ($|\theta| = 1.5 > 1$)



Invertibilitate MA: Rădăcina $z = -1/\theta$ trebuie să fie în afara cercului unitate $\Leftrightarrow |\theta| < 1$. Aici $z = -0.67$ este în interior!

Vizual: Conceptul de Invertibilitate





Stânga: invertibilitatea necesită rădăcini în afara cercului unitate. Dreapta: ponderile AR(∞) descresc doar când $|\theta| < 1$.

Test 5: Reprezentarea ARMA

Întrebare

Forma compactă $\phi(L)X_t = \theta(L)\varepsilon_t$ reprezintă ce model?

- A. Model AR pur
- B. Model MA pur
- C. Model ARMA
- D. Niciunul dintre cele de mai sus

Răspunsul pe slide-ul următor...

Test 5: Soluție

Răspuns: C – Model ARMA

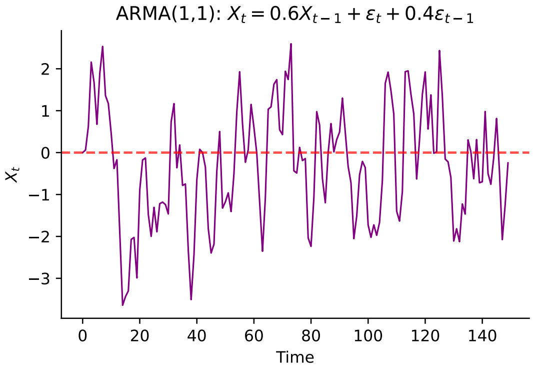
- $\phi(L) = 1 - \phi_1 L - \cdots - \phi_p L^p$ este polinomul AR
- $\theta(L) = 1 + \theta_1 L + \cdots + \theta_q L^q$ este polinomul MA

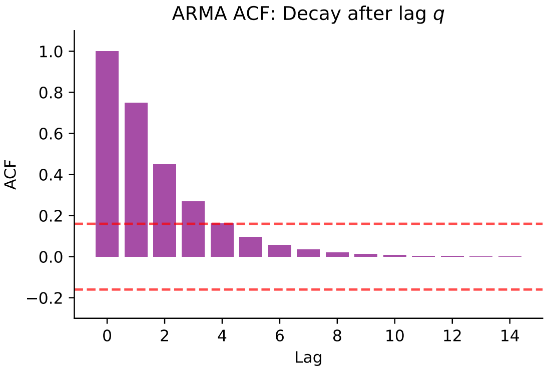
Ecuația $\phi(L)X_t = \theta(L)\varepsilon_t$ se expandează la:

$$X_t - \phi_1 X_{t-1} - \cdots - \phi_p X_{t-p} = \varepsilon_t + \theta_1 \varepsilon_{t-1} + \cdots + \theta_q \varepsilon_{t-q}$$

Acesta este modelul general **ARMA(p,q)**.
Cazuri speciale: $\theta(L) = 1$ (fără MA): AR pur; $\phi(L) = 1$ (fără AR): MA pur

Vizual: Procesul ARMA





ARMA(1,1) combină componente AR și MA. ACF arată descreștere după lag-ul inițial.

Test 6: Criterii Informaționale

Întrebare

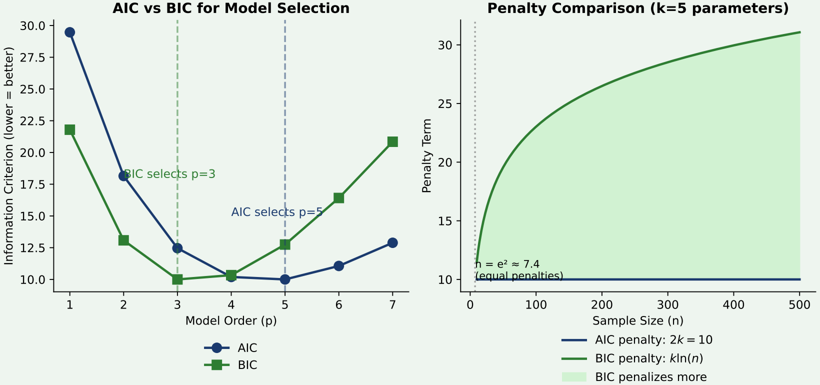
Când comparăm ARMA(1,1) și ARMA(2,1) folosind BIC, care afirmație este corectă?

A. BIC mai mic înseamnă întotdeauna prognoze mai bune
B. BIC penalizează complexitatea mai puțin decât AIC
C. Modelul cu BIC mai mic este preferat
D. BIC poate compara doar modele cu același număr de parametri

Răspunsul pe slide-ul următor...

Test 6: Soluție

Răspuns: C – BIC mai mic este preferat



AIC: $-2\ln(\hat{L}) + 2k$ **BIC**: $-2\ln(\hat{L}) + k\ln(n)$ BIC penalizează complexitatea mai mult $\Rightarrow$ modele mai simple

Test 7: Testul Ljung-Box

Întrebare

După ajustarea unui model ARMA(2,1), rulați testul Ljung-Box pe reziduuri și obțineți valoare-p $= 0.02$. Ce concluzie trageți?

A. Modelul este adecvat
B. Reziduurile sunt zgomot alb
C. Există autocorelație semnificativă în reziduuri
D. Modelul are prea mulți parametri

Răspunsul pe slide-ul următor...

Test 7: Soluție

Răspuns: C – Există autocorelație semnificativă în reziduuri

Testul Ljung-Box are:

- H_0: Reziduurile sunt zgomot alb (fără autocorelație)
- H_1: Reziduurile au autocorelație semnificativă

Cu valoare-p $= 0.02 < 0.05$:

- **Respingem** H_0
- Concluzie: reziduurile **nu** sunt zgomot alb
- Modelul este **inadecvat** — structură semnificativă rămâne

Pasul următor: Încercați un model diferit (de exemplu, creșteți p sau q)

Test 8: Prognoză

Întrebare

Pentru un model AR(1) cu $\phi = 0.6$ și medie $\mu = 10$, ce se întâmplă cu prognozele când orizontul $h \to \infty$?

- A. Prognozele cresc fără limită
- B. Prognozele converg la 0
- C. Prognozele converg la $\mu = 10$
- D. Prognozele oscilează pentru totdeauna

Răspunsul pe slide-ul următor...

Test 8: Soluție

Răspuns: C – Prognozele converg la $\mu = 10$

Pentru AR(1), prognoza la h pași înainte este:

$$\hat{X}_{n+h|n} = \mu + \phi^h (X_n - \mu)$$

Deoarece $|\phi| = 0.6 < 1$:

$$\lim_{h \to \infty} \phi^h = 0$$

Prin urmare:

$$\lim_{h \to \infty} \hat{X}_{n+h|n} = \mu + 0 \cdot (X_n - \mu) = \mu = 10$$

Observație cheie: Prognozele pe termen lung din modele ARMA staționare converg întotdeauna la media necondiționată.

Test 9: Rădăcinile AR(2)

Întrebare

Un proces AR(2) are rădăcinile caracteristice $z_1 = 0.8$ și $z_2 = -0.5$. Este staționar?

- A. Da, deoarece ambele rădăcini sunt în interiorul cercului unitate
- B. Nu, deoarece o rădăcină este negativă
- C. Nu, deoarece rădăcinile trebuie să fie în afara cercului unitate
- D. Nu se poate determina fără mai multe informații

Răspunsul pe slide-ul următor...

Test 9: Soluție

Răspuns: C – Rădăcinile trebuie să fie în afara cercului unitate

Pentru staționaritatea AR, rădăcinile lui $\phi(z) = 0$ trebuie să fie **în afara** cercului unitate, adică $|z| > 1$.
Aici: $|z_1| = 0.8 < 1$ și $|z_2| = 0.5 < 1$ – ambele **în interior** cercului unitate.
$\rightarrow$ **Nestaționar** (de fapt exploziv)
Notă: Condiție echivalentă: coeficienții ϕ_1, ϕ_2 trebuie să satisfacă triunghiul de staționaritate.

Test 10: Proprietățile MA(q)

Întrebare

Pentru un proces MA(2), ACF-ul:

A. Descrește exponențial
B. Se întrerupe după lag 2
C. Se întrerupe după lag 1
D. Nu se întrerupe niciodată

Răspunsul pe slide-ul următor...

Test 10: Soluție

Răspuns: B – Se întrerupe după lag 2

Pentru MA(q), ACF-ul este exact zero pentru lag-uri $> q$.

- MA(1): ACF se întrerupe după lag 1
- MA(2): ACF se întrerupe după lag 2
- MA(q): ACF se întrerupe după lag q

Aceasta este caracteristica cheie de identificare: întreruperea ACF $\Rightarrow$ ordinul MA.
Între timp, PACF-ul proceselor MA descrește (nu se întrerupe).

Test 11: Parsimonia ARMA

Întrebare

De ce ar putea fi preferat ARMA(1,1) față de AR(5) chiar dacă ambele se potrivesc la fel de bine?

- A. Modelele ARMA sunt întotdeauna mai bune
- B. Mai puțini parametri reduc riscul de supraajustare
- C. Modelele AR nu pot captura trenduri
- D. Componentele MA sunt mai stabile

Răspunsul pe slide-ul următor...

Test 11: Soluție

Răspuns: B – Mai puțini parametri reduc riscul de supraajustare

Principiul parsimoniei: preferați modele mai simple.

- ARMA(1,1): 2 parametri (ϕ_1, θ_1)
- AR(5): 5 parametri ($\phi_1, \ldots, \phi_5$)

Mai puțini parametri înseamnă:

- Risc mai mic de supraajustare
- Prognoze mai bune în afara eșantionului
- Model mai interpretabil

BIC penalizează complexitatea mai mult decât AIC, selectând adesea modele mai simple.

Test 12: Diagnosticul Reziduurilor

Întrebare

După ajustarea unui model ARMA, ACF-ul reziduurilor arată un vârf semnificativ la lag 5. Aceasta sugerează:

A. Modelul este adecvat
B. Modelul ar putea avea nevoie de termeni de ordin mai mare
C. Reziduurile sunt zgomot alb
D. Datele sunt nestaționare

Răspunsul pe slide-ul următor...

Test 12: Soluție

Răspuns: B – Modelul ar putea avea nevoie de termeni de ordin mai mare

Reziduurile bune ar trebui să fie zgomot alb fără ACF semnificativ.
Un vârf semnificativ la lag 5 indică structură de autocorelație rămasă necaptată de model.
Acțiuni:

- Luați în considerare adăugarea termenilor AR sau MA
- Verificați dacă componenta AR(5) sau MA(5) ajută
- Rulați din nou testul Ljung-Box după modificare

Test 13: Descompunerea Wold

Întrebare

Teorema descompunerii Wold afirmă că orice proces staționar poate fi scris ca:

- A. Un proces AR finit
- B. Un proces MA finit
- C. Un proces MA infinit plus o componentă deterministă
- D. Un proces ARIMA

Răspunsul pe slide-ul următor...

Test 13: Soluție

Răspuns: C – Un proces MA infinit plus o componentă deterministă

Teorema lui Wold: Orice proces staționar poate fi scris ca:

$$X_t = \sum_{j=0}^{\infty} \psi_j \varepsilon_{t-j} + \eta_t$$

unde η_t este deterministic și $\sum \psi_j^2 < \infty$.
Implicație: MA(∞) este reprezentarea cea mai generală. Modelele ARMA sunt aproximări eficiente ale acestui MA infinit.

Test 14: Rădăcină Unitară vs Trend Staționar

Întrebare

Cum faceți un proces cu rădăcină unitară să devină staționar?

A. Scădeți un trend liniar
B. Luați diferențe de ordinul întâi
C. Aplicați media mobilă
D. Folosiți ajustare sezonieră

Răspunsul pe slide-ul următor...

Test 14: Soluție

Răspuns: B – Luați diferențe de ordinul întâi

- **Rădăcină unitară** (trend stochastic): Folosiți **diferențierea**
- **Trend staționar** (trend determinist): Folosiți **regresia** pentru eliminarea trendului

Pentru mersul aleatoriu $X_t = X_{t-1} + \varepsilon_t$:

$$\Delta X_t = X_t - X_{t-1} = \varepsilon_t$$

care este zgomot alb staționar.

Întrebări Adevărat/Fals

Întrebare

Determinați dacă fiecare afirmație este Adevărată sau Falsă:

1. Un proces AR(2) poate prezenta comportament pseudo-ciclic.
2. Procesele MA necesită o condiție de staționaritate.
3. PACF-ul unui proces AR(p) se întrerupe după lag p.
4. Dacă AIC selectează ARMA(2,1) și BIC selectează ARMA(1,1), nu pot fi ambele corecte.
5. Intervalele de încredere ale prognozei se îngustează pe măsură ce orizontul de prognoză crește.
6. Ecuațiile Yule-Walker pot fi folosite pentru a estima parametrii MA.

Răspunsul pe slide-ul următor...

Adevărat/Fals: Soluții

Răspunsuri

1. **ADEVĂRAT**: AR(2) cu rădăcini complexe arată oscilații amortizate
2. **FALS**: Procesele MA sunt întotdeauna staționare; au nevoie de condiția de *invertibilitate*
3. **ADEVĂRAT**: Aceasta este caracteristica cheie de identificare a AR(p)
4. **FALS**: Ambele pot fi „corecte" — optimizează criterii diferite (AIC favorizează potrivirea, BIC favorizează parsimonia)
5. **FALS**: Intervalele de încredere se *lărgesc* pe măsură ce orizontul crește (mai multă incertitudine)
6. **FALS**: Yule-Walker este doar pentru modele AR; MA folosește MLE

Exercițiu 1: Proprietățile AR(1)

Problemă: Considerați procesul AR(1):

$$X_t = 2 + 0.7X_{t-1} + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim WN(0, 9)$$

Calculați:

1. Media μ
2. Varianța $\gamma(0)$
3. Autocovarianța $\gamma(1)$ și $\gamma(2)$
4. Autocorelația $\rho(1)$ și $\rho(2)$

Exercițiu 1: Soluție

Dat: $c = 2$, $\phi = 0.7$, $\sigma^2 = 9$

1. **Media:**

$$\mu = \frac{c}{1-\phi} = \frac{2}{1-0.7} = \frac{2}{0.3} = 6.67$$

2. **Varianța:**

$$\gamma(0) = \frac{\sigma^2}{1-\phi^2} = \frac{9}{1-0.49} = \frac{9}{0.51} = 17.65$$

3. **Autocovarianța:**

$$\gamma(1) = \phi \cdot \gamma(0) = 0.7 \times 17.65 = 12.35$$

$$\gamma(2) = \phi^2 \cdot \gamma(0) = 0.49 \times 17.65 = 8.65$$

4. **Autocorelația:**

$$\rho(1) = \phi = 0.7, \quad \rho(2) = \phi^2 = 0.49$$

Exercițiu 2: Proprietățile MA(1)

Problemă: Considerați procesul MA(1):

$$X_t = 5 + \varepsilon_t - 0.4\varepsilon_{t-1}, \quad \varepsilon_t \sim WN(0, 4)$$

Calculați:

1. Media μ
2. Varianța $\gamma(0)$
3. Autocovarianța $\gamma(1)$
4. Autocorelația $\rho(1)$
5. Este acest proces invertibil?

Exercițiu 2: Soluție

Dat: $\mu = 5$, $\theta = -0.4$, $\sigma^2 = 4$

1. **Media:**
$$\mathbb{E}[X_t] = \mu = 5$$
2. **Varianța:**
$$\gamma(0) = \sigma^2(1 + \theta^2) = 4(1 + 0.16) = 4 \times 1.16 = 4.64$$
3. **Autocovarianța la lag 1:**
$$\gamma(1) = \theta\sigma^2 = -0.4 \times 4 = -1.6$$
4. **Autocorelația:**
$$\rho(1) = \frac{\gamma(1)}{\gamma(0)} = \frac{-1.6}{4.64} = -0.345$$
5. **Invertibilitate:** $|\theta| = 0.4 < 1 \rightarrow$ **Da, invertibil**

Exercițiu 3: Rădăcinile Caracteristice

Problemă: Considerați procesul AR(2):

$$X_t = 0.5X_{t-1} + 0.3X_{t-2} + \varepsilon_t$$

1. Scrieți ecuația caracteristică
2. Găsiți rădăcinile caracteristice
3. Este acest proces staționar?

Exercițiu 3: Soluție

1. Ecuația caracteristică:

$$\phi(z) = 1 - \phi_1 z - \phi_2 z^2 = 1 - 0.5z - 0.3z^2 = 0$$

Sau: $0.3z^2 + 0.5z - 1 = 0$

2. Rădăcinile (folosind formula cuadratică):

$$z = \frac{-0.5 \pm \sqrt{0.25 + 1.2}}{0.6} = \frac{-0.5 \pm 1.204}{0.6}$$

$$z_1 = \frac{0.704}{0.6} = 1.17, \quad z_2 = \frac{-1.704}{0.6} = -2.84$$

3. Verificarea staționarității:

Ambele rădăcini au $|z| > 1$: $|z_1| = 1.17 > 1$ și $|z_2| = 2.84 > 1$

$\rightarrow$ **Staționar** (rădăcini în afara cercului unitate)

Exercițiu 4: Prognoză

Problemă: Ați ajustat un model AR(1):

$$X_t = 3 + 0.8X_{t-1} + \varepsilon_t, \quad \sigma^2 = 4$$

Dat $X_{100} = 20$, calculați:

1. Prognoza la 1 pas înainte $\hat{X}_{101|100}$
2. Prognoza la 2 pași înainte $\hat{X}_{102|100}$
3. Prognoza pe termen lung $\hat{X}_{100+h|100}$ când $h \to \infty$
4. Intervalul de încredere de 95% pentru $\hat{X}_{101|100}$

Exercițiu 4: Soluție

Dat: $c = 3$, $\phi = 0.8$, $\sigma^2 = 4$, $X_{100} = 20$
Media: $\mu = \frac{3}{1-0.8} = 15$

1. **Prognoza la un pas:**
$$\hat{X}_{101|100} = c + \phi X_{100} = 3 + 0.8 \times 20 = 19$$
2. **Prognoza la doi pași:**
$$\hat{X}_{102|100} = c + \phi \hat{X}_{101|100} = 3 + 0.8 \times 19 = 18.2$$
3. **Prognoza pe termen lung:**
$$\lim_{h \to \infty} \hat{X}_{100+h|100} = \mu = 15$$
4. **IC 95% pentru 1 pas:**
$$\text{MSFE}(1) = \sigma^2 = 4, \quad \sqrt{\text{MSFE}(1)} = 2$$
$$IC : 19 \pm 1.96 \times 2 = [15.08, 22.92]$$

Exercițiu Python 1: Simulare și Ajustare AR(1)

Sarcină:

1. Simulați 500 de observații dintr-un AR(1) cu $\phi = 0.7$
2. Reprezentați grafic seria și ACF/PACF
3. Ajustați un model AR(1) și verificați dacă $\hat{\phi} \approx 0.7$
4. Examinați diagnosticele reziduurilor

Cod indiciu:

```
np.random.seed(42)
n = 500
phi = 0.7
x = np.zeros(n)
for t in range(1, n):
  x[t] = phi * x[t-1] + np.random.randn()
```

Exercițiu Python 2: Selectarea Modelului

Sarcină:

1. Încărcați o serie de timp reală (de exemplu, randamente de acțiuni)
2. Verificați staționaritatea folosind testul ADF
3. Comparați AIC/BIC pentru ARMA(1,0), ARMA(0,1), ARMA(1,1), ARMA(2,1)
4. Selectați cel mai bun model
5. Generați prognoze cu intervale de încredere

Funcții cheie:

- `adfuller()` pentru testul de staționaritate
- `ARIMA(data, order=(p,0,q)).fit()` pentru ajustare
- `results.aic`, `results.bic` pentru criterii
- `results.get_forecast(h)` pentru predicții

Exercițiu Python 3: Verificarea Diagnosticelor

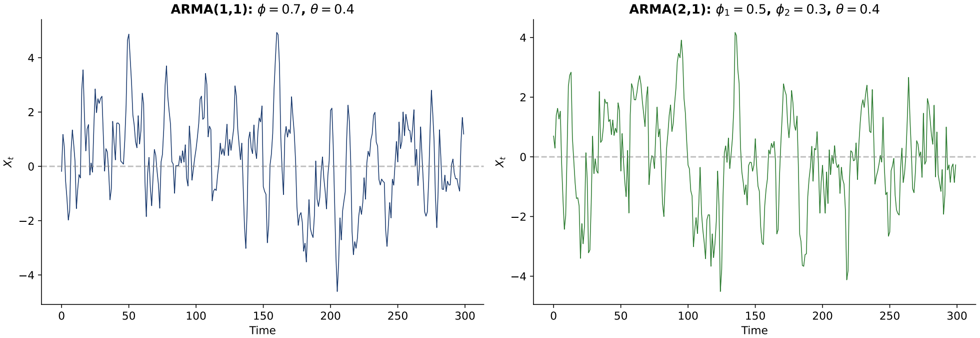
Sarcină: După ajustarea unui model, efectuați diagnostice complete:

1. Reprezentați grafic reziduurile în timp
2. Reprezentați grafic ACF-ul reziduurilor
3. Creați graficul Q-Q
4. Rulați testul Ljung-Box
5. Verificați dacă rădăcinile AR/MA sunt în afara cercului unitate

Funcții cheie:

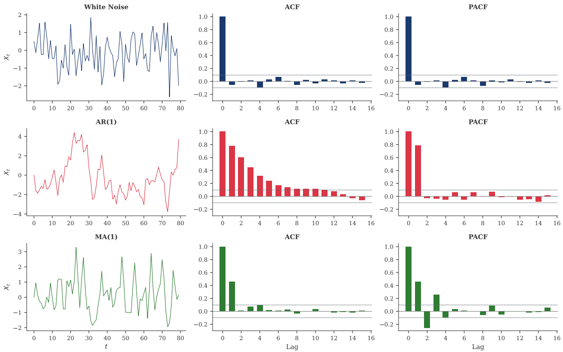
- `results.resid` pentru reziduuri
- `plot_acf(resid)` pentru graficul ACF
- `stats.probplot(resid)` pentru graficul Q-Q
- `acorr_ljungbox(resid)` pentru testul portmanteau
- `results.arroots`, `results.maroots` pentru rădăcini

Studiu de Caz: Indicele Producției Industriale



- Producția industrială SUA: date lunare, deja staționare (rate de creștere)
- Arată modele ARMA tipice: revenire la medie cu dependență pe termen scurt
- Gruparea volatilității vizibilă – ARMA captează media condiționată
- Potrivit pentru modelarea ARMA fără diferențiere

Recunoașterea Modelului ACF/PACF



- ACF arată descreștere graduală – sugerează componentă AR
- PACF se întrerupe după lag 2 – sugerează că AR(2) ar putea fi potrivit
- Unele lag-uri semnificative în ACF dincolo de lag 2 – termenii MA ar putea ajuta
- Model consistent cu ARMA(2,1) sau modele similare de ordin mic

Rezultate Estimare ARMA

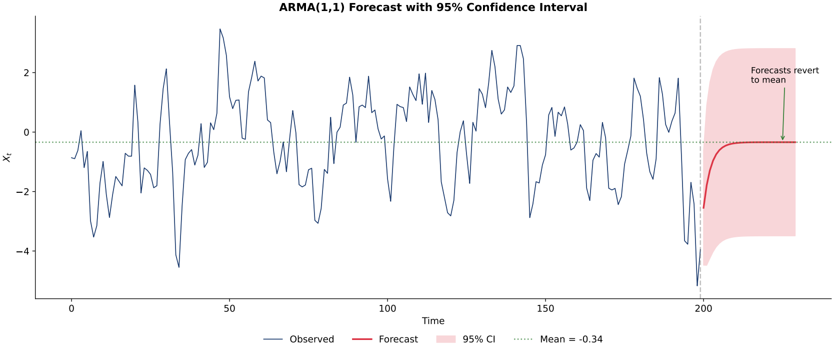
Model: ARMA(2,1) pentru Creșterea Producției Industriale

Parametru	Estimat	Eroare Std.	z-stat	valoare-p
c (const)	0.156	0.048	3.25	0.001
ϕ_1 (AR.L1)	0.423	0.089	4.75	< 0.001
ϕ_2 (AR.L2)	0.187	0.072	2.60	0.009
θ_1 (MA.L1)	-0.156	0.091	-1.71	0.087

Selecția Modelului

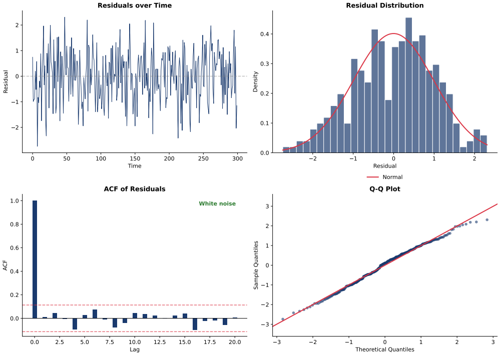
AIC: -412.5, BIC: -398.2. Modelul trece verificările de staționaritate și invertibilitate.

Performanța Prognozei



- Prognozele ARMA revin la media necondiționată
- Prognozele pe termen scurt captează dinamica recentă
- Intervalele de încredere se extind cu orizontul de prognoză
- Comparația cu prognoza naivă arată îmbunătățirea ARMA

Diagnosticele Modelului



- Reziduurile par aleatoare fără modele sistematice
- ACF-ul reziduurilor în limitele de încredere
- Graficul Q-Q arată normalitate aproximativă
- Testul Ljung-Box: $p > 0.05$ – fără autocorelație semnificativă în reziduuri

Discuție 1: Selecția Modelului

Scenariu: Modelați rate de inflație lunare. După verificarea staționarității (trecută), găsiți:

- ACF: semnificativ la lag-urile 1, 2, 3, apoi descrește
- PACF: semnificativ la lag-urile 1, 2, apoi se întrerupe
- AIC selectează ARMA(2,3)
- BIC selectează ARMA(2,0) = AR(2)

Întrebări:

1. Ce sugerează modelul ACF/PACF?
2. De ce nu sunt de acord AIC și BIC?
3. Ce model ați alege și de ce?
4. Ce verificări suplimentare ați efectua?

Discuție 2: Evaluarea Prognozei

Scenariu: Ajustați un model ARMA(1,1) pe randamente zilnice de acțiuni. Ajustarea în eșantion arată bine (valoare-p Ljung-Box = 0.45), dar RMSE în afara eșantionului este mai rău decât o prognoză simplă de mers aleatoriu.

Întrebări:

1. Este aceasta surprinzător? De ce sau de ce nu?
2. Ce ne spune aceasta despre predictibilitatea randamentelor de acțiuni?
3. Ar trebui să concluzionați că modelul ARMA este inutil?
4. Ce alternative ați putea considera?

Indiciu: Gândiți-vă la Ipoteza Pieței Eficiente și la ce captează ARMA vs ce nu captează (de exemplu, gruparea volatilității).

Discuție 3: Aplicație în Lumea Reală

Scenariu: Un economist de la banca centrală vă cere să prognozați creșterea trimestrială a PIB-ului pentru planificarea politicii.

Întrebări:

1. Ce analiză preliminară ați face înainte de a ajusta ARMA?
2. PIB-ul este adesea nestaționar — cum ați gestiona aceasta?
3. Ați folosi AIC sau BIC pentru selecția modelului? De ce?
4. Cum ați comunica incertitudinea prognozei factorilor de decizie?
5. Ce limitări ale modelelor ARMA ar trebui să menționați?

Concluzii Cheie din Seminarul de Astăzi

1. **Modele AR:** Valoarea curentă depinde de valorile trecute
   - Staționaritate: $|\phi| < 1$ pentru AR(1)
   - PACF se întrerupe la lag p
2. **Modele MA:** Valoarea curentă depinde de șocurile trecute
   - Întotdeauna staționare; invertibilitate: $|\theta| < 1$ pentru MA(1)
   - ACF se întrerupe la lag q
3. **Selecția modelului:** Folosiți modelele ACF/PACF + criterii informaționale
4. **Diagnostice:** Reziduurile trebuie să fie zgomot alb (testul Ljung-Box)
5. **Prognoză:** Prognozele punctuale converg la medie; incertitudinea crește

Următorul Seminar: ARIMA și Modele Sezoniere

Referințe

- Box, G.E.P., Jenkins, G.M., Reinsel, G.C., & Ljung, G.M. (2015). *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. 5th ed., Wiley.
- Hamilton, J.D. (1994). *Time Series Analysis*. Princeton University Press.
- Hyndman, R.J., & Athanasopoulos, G. (2021). *Forecasting: Principles and Practice*. 3rd ed., OTexts.
- Brockwell, P.J., & Davis, R.A. (2016). *Introduction to Time Series and Forecasting*. 3rd ed., Springer.

Surse de Date și Software

Instrumente Software:

- `statsmodels` – Modele ARIMA pentru Python
- `pmdarima` – Selecție automată ARIMA
- `pandas` – Manipulare date serii de timp
- `matplotlib` – Vizualizare

Date și Exemple:

- Procese AR, MA și ARMA simulate
- Exemple bazate pe Hyndman & Athanasopoulos (2021)

Vă mulțumesc!

Întrebări?