



Analiza și Prognoza Seriilor de Timp

Capitolul 10: Recapitulare Comprehensivă



Daniel Traian PELE

Academia de Studii Economice din București

IDA Institute Digital Assets

Blockchain Research Center

AI4EFin Artificial Intelligence for Energy Finance

Academia Română, Institutul de Prognoză Economică

MSCA Digital Finance

Obiective de învățare

La finalul acestui capitol, veți fi capabili să:

1. Aplicați fluxul complet de prognoză, de la date la evaluare
2. Selectați modelul potrivit în funcție de caracteristicile datelor
3. Evaluați acuratețea prognozelor folosind metrici și validare încrucișată
4. Integrați cunoștințele din toate capitolele anterioare în practică

Cuprins

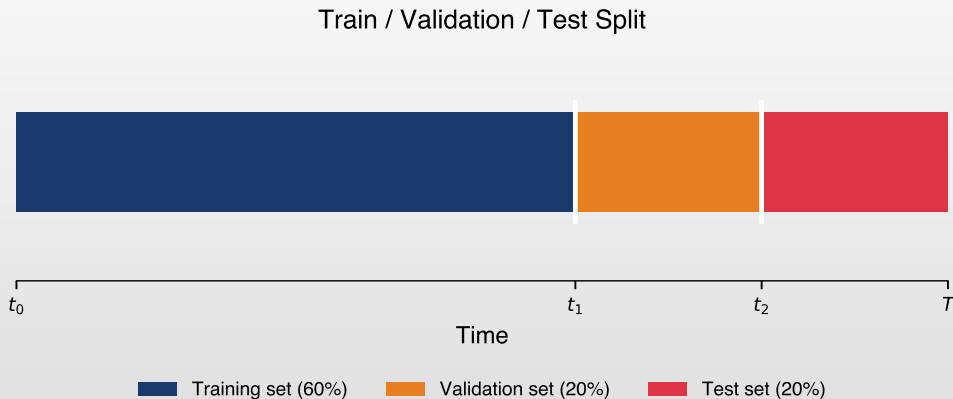
Fundamente

- ▣ Metodologia Prognozei
- ▣ Studiu de Caz 1: Volatilitatea Bitcoin (GARCH)
- ▣ Studiu de Caz 2: Ciclurile Petelor Solare (Fourier)

Aplicații

- ▣ Studiu de Caz 3: Șomajul (Prophet)
- ▣ Studiu de Caz 4: Analiză Multivariată (VAR)
- ▣ Sinteză și Ghid
- ▣ Quiz

Cadrul Train/Validation/Test



Abordarea științifică a prognozei

Întrebarea de cercetare

- Cum putem **evalua riguros** performanța prognozei evitând supraajustarea?

Problema fundamentală

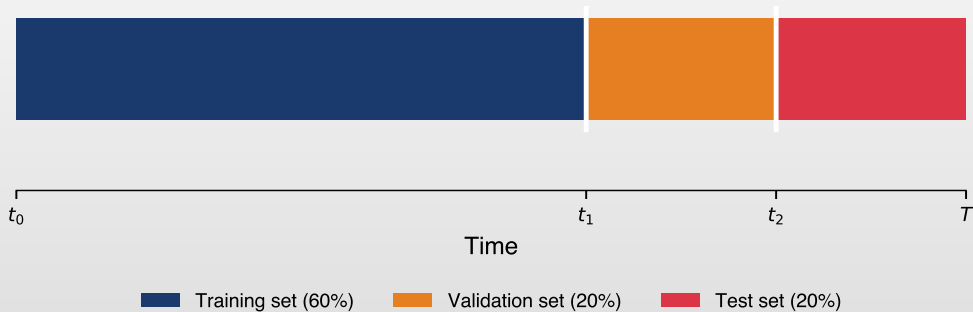
- Ajustarea în eșantion \neq Performanța în afara eșantionului
- Modelele pot “memora” datele de antrenament fără a învăța tipare
- **Soluție:** Metodologia corectă train/validation/test

Principiu cheie

- “Setul de test trebuie să rămână **neatins** până la evaluarea finală.”
- Practică standard în machine learning și econometrie

Cadrul Train/Validation/Test

Train / Validation / Test Split



Metrici de evaluare

Definiție 1 (Metrici ale Erorii de Prognoză)

▣ **Date:** Fie y_t valorile reale, \hat{y}_t prognozele

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_t (y_t - \hat{y}_t)^2}, \quad \text{MAE} = \frac{1}{n} \sum_t |y_t - \hat{y}_t|, \quad \text{MAPE} = \frac{100\%}{n} \sum_t \left| \frac{y_t - \hat{y}_t}{y_t} \right|$$

Când să folosim

- ▣ **RMSE:** Penalizează erorile mari
- ▣ **MAE:** Robust la outlieri
- ▣ **MAPE:** Independent de scală (%)

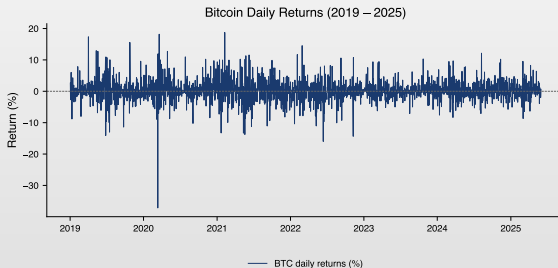
Atenție

- ▣ MAPE nedefinit când $y_t = 0$
- ▣ Comparați pe **același** set test
- ▣ Raportați metrici **out-of-sample**

Bitcoin: volatility clustering

Observație

- Randamentele mari tind să urmeze randamente mari, cele mici urmează cele mici
- Acesta este **volatility clustering** > fenomenul pe care GARCH îl captează



Bitcoin: definirea problemei

Întrebarea de cercetare

- Putem prognoza **volatilitatea** Bitcoin folosind modele GARCH?

Caracteristicile Datelor

- Sursă: Yahoo Finance (BTC-USD)
- Perioadă: Ian 2019 – Ian 2025
- Frecvență: Zilnică
- Observații: ≈ 2.200 zile

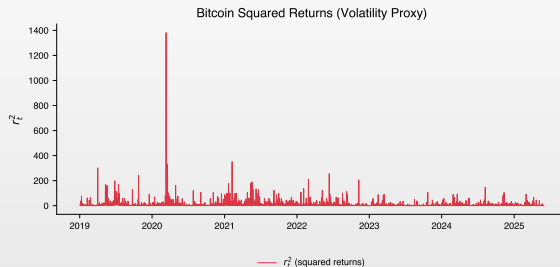
Fapte stilizate

- Randamente: medie aproape zero
- Cozi groase (curtosis > 3)
- Clustering al volatilității

Insight cheie

- Randamentele financiare sunt de obicei:
 - ▶ Impredictibile în medie
 - ▶ Predictibile în varianță
- Focus pe **prognoza volatilității**

Bitcoin: dovezi pentru GARCH



 TSA_ch10_btc_acf_squared

Specificarea modelului GARCH

Definiție 2 (Modelul GARCH(p,q))

▣ **Date:** Fie r_t randamentele. Modelul GARCH(p,q) este:

$$r_t = \mu + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t = \sigma_t z_t, \quad z_t \sim N(0, 1)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

▣ **Condiții:** $\omega > 0$, $\alpha_i \geq 0$, $\beta_j \geq 0$, și $\sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{j=1}^p \beta_j < 1$

Variante de model

- ▣ **GARCH(1,1):** Cel mai comun
- ▣ **GJR-GARCH:** Efect de levier
- ▣ **EGARCH:** Șocuri asimetrice

Interpretare

- ▣ α : Impactul șocurilor trecute
- ▣ β : Persistența volatilității
- ▣ $\alpha + \beta \approx 1$: Persistență înaltă

GARCH: Stationaritate și varianță necondiționată

Teoremă 1 (Staționaritatea în Covarianță a GARCH(1,1))

Dacă $\alpha_1 + \beta_1 < 1$, atunci $\{\varepsilon_t\}$ este staționar în covarianță cu:

$$\bar{\sigma}^2 = \mathbb{E}[\sigma_t^2] = \frac{\omega}{1 - \alpha_1 - \beta_1}$$

Derivare

Luăm speranța ambelor părți ale ecuației varianței:

$$\mathbb{E}[\sigma_t^2] = \omega + \alpha_1 \mathbb{E}[\varepsilon_{t-1}^2] + \beta_1 \mathbb{E}[\sigma_{t-1}^2]$$

$$\bar{\sigma}^2 = \omega + (\alpha_1 + \beta_1) \bar{\sigma}^2 \quad (\text{staționaritate})$$

$$\bar{\sigma}^2 = \frac{\omega}{1 - \alpha_1 - \beta_1}$$

Proгноzele multi-step converg la $\bar{\sigma}^2$

Când $h \rightarrow \infty$: $\mathbb{E}_t[\sigma_{t+h}^2] \rightarrow \bar{\sigma}^2$ cu rata $(\alpha_1 + \beta_1)^h$.

Bitcoin: selectarea modelului pe setul de validare

Metodologie

- Estimăm fiecare model pe **datele de antrenament**, evaluăm pe **setul de validare**

Model	AIC	BIC	Val MAE	Selectare
GARCH(1,1)	6.994,8	7.020,6	2,638	Cel mai bun
GARCH(2,1)	6.993,7	7.024,6	2,640	
GJR-GARCH(1,1)	6.983,7	7.014,6	2,669	
EGARCH(1,1)	—	—	—	Eșuat*

*Proгноze analitice indisponibile pentru $h > 1$

Rezultat

- GARCH(1,1)** selectat pe baza celui mai mic MAE de validare pentru prognozele de volatilitate



Bitcoin: împărțirea datelor și staționaritate

Împărțirea datelor

Set	Perioadă	N
Antrenament (70%)	2019-01 – 2023-03	1.543
Validare (20%)	2023-03 – 2024-06	441
Test (10%)	2024-06 – 2025-01	221
Total		2.205

Teste de staționaritate

Serie	ADF	Rezultat
Prețuri	$p = 0.50$	Non-staționară
Randamente	$p < 0.01$	Staționară

➤ Modelăm **randamente**, nu prețuri

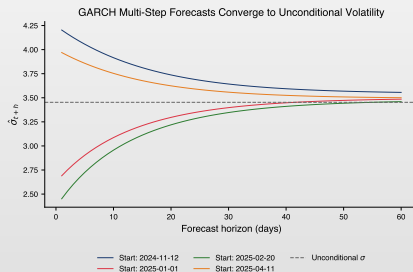
De ce contează staționaritatea

- **GARCH**: necesită input slab staționar
- **Prețuri vs Randamente**: Prețurile urmează random walk, randamentele sunt staționare

GARCH: prognozele multi-step converg

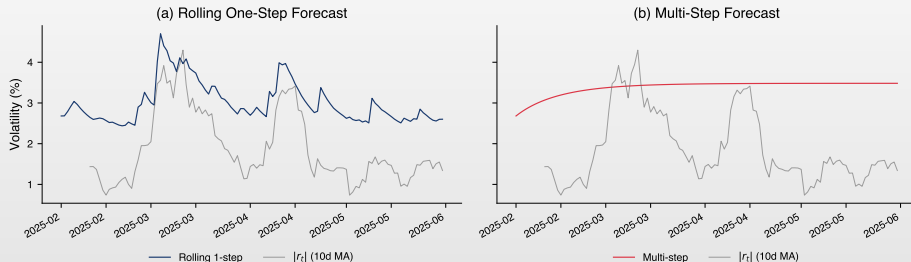
Insight cheie

- Prognozele multi-step converg la $\bar{\sigma}^2 = \frac{\omega}{1-\alpha-\beta}$
- Soluția: prognoze rolling one-step-ahead



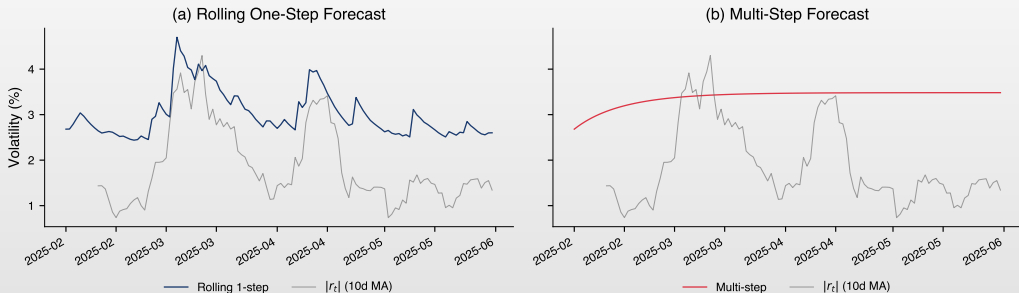
GARCH: soluția rolling one-step-ahead

Rolling vs Multi-Step GARCH Forecasts



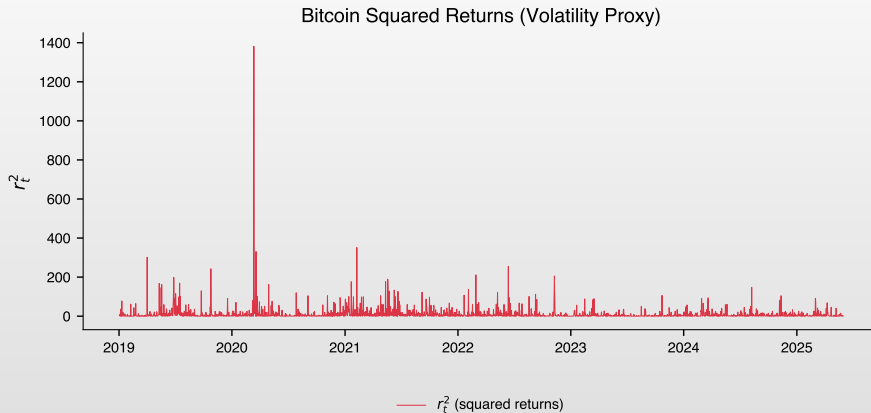
GARCH: soluția rolling one-step-ahead

Rolling vs Multi-Step GARCH Forecasts



TSA_ch10_rolling_vs_multistep

Bitcoin: Fapte stilizate GARCH



Bitcoin: Concluzii cheie

Sumar

1. **Randamentele sunt staționare**; prețurile nu
2. **GARCH(1,1)** depășește variantele mai complexe
3. **Persistență înaltă** ($\alpha + \beta = 0,93$)
4. Volatilitatea este **predictibilă** chiar când randamentele nu sunt

Implicații practice

- ▣ Managementul riscului: VaR, Expected Shortfall
- ▣ Evaluarea opțiunilor necesită prognoze de volatilitate
- ▣ Optimizarea portofoliului cu risc variabil în timp

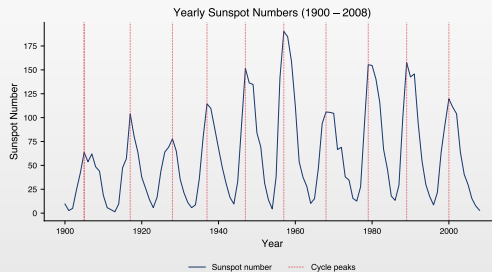
Limitări

- ▣ GARCH presupune șocuri **simetrice**
- ▣ Nu captează **salturi**
- ▣ Distribuția normală poate fi restrictivă

Extensii

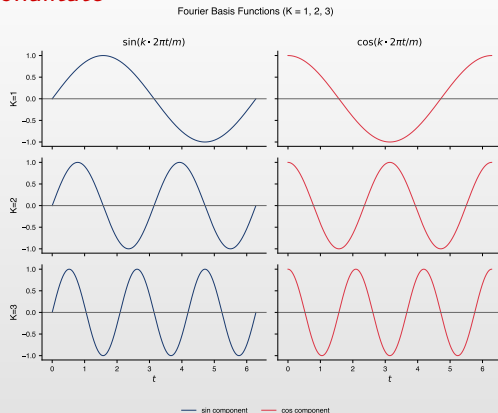
- ▣ Inovații Student-t
- ▣ Volatilitate realizată
- ▣ Modele HAR

Pete solare: ciclul solar de 11 ani

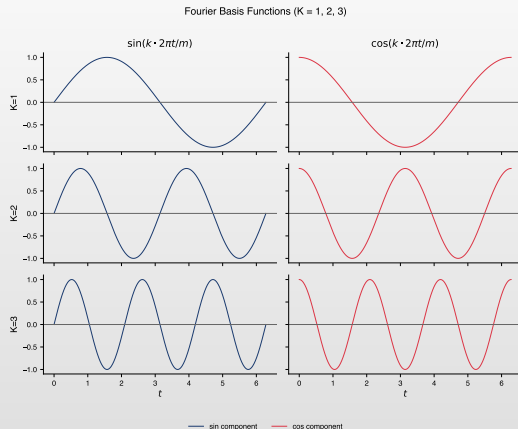


TSA_ch10_sunspots_acf

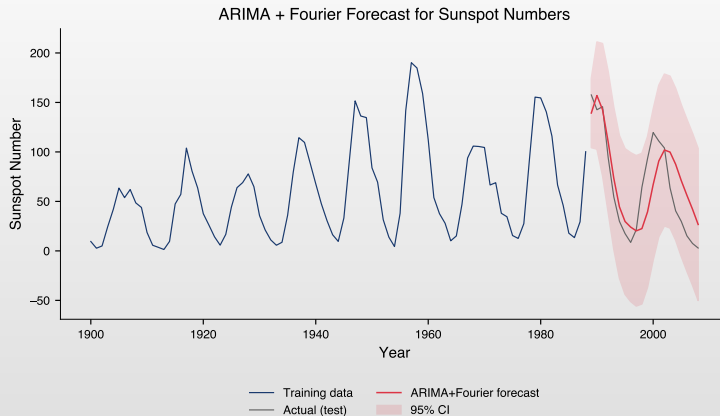
Termeni Fourier pentru sezonabilitate



Termeni Fourier pentru sezonabilitate



Pete solare: rezultate prognoză



Pete solare: selectarea modelului

Metodologie

- Comparație: $K = 1, 2, 3, 4$ armonici Fourier pe setul de validare

Împărțirea Datelor		
Set	Perioadă	N
Antrenament (70%)	1900–1975	76
Validare (20%)	1976–1997	22
Test (10%)	1998–2008	11
Total		109

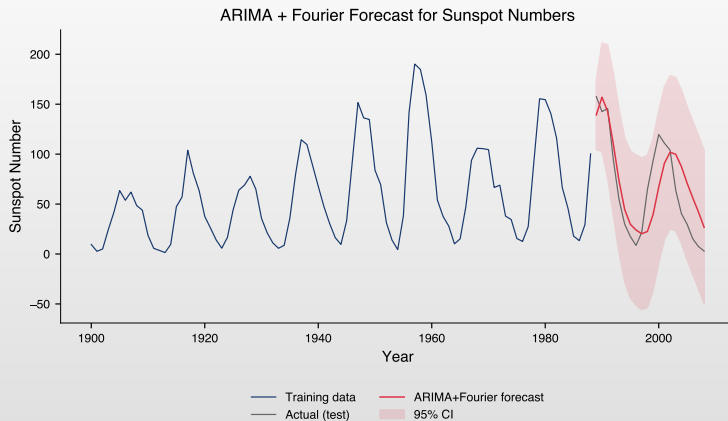
Comparație Modele		
K	AIC	Val RMSE
1	665,9	87,15
2	668,0	86,92
3	671,8	86,81
4	674,5	87,93

Cel mai bun

Rezultat

- $K = 3$ armonici Fourier selectate (6 parametri pentru ciclul de 11 ani)

Pete solare: rezultate prognoză



Pete solare: concluzii cheie

Când să folosiți termeni Fourier

- Perioada sezonieră s este **lungă** (ex: 11 ani, 52 săptămâni)
- SARIMA ar necesita prea multe lag-uri sezoniere
- Tiparul este **neted și periodic**
- Trebuie capturate cicluri multiple

Alegerea lui K

- **Strategie:** Începeți cu $K = 1$, creșteți progresiv
 - ▶ Opriti când eroarea de validare nu mai scade
 - ▶ K prea mare = supraajustare

Fourier vs SARIMA

	Fourier	SARIMA
Sezoane lungi	✓	×
Sezoane scurte	OK	✓
Parametri	$2K$	Mulți
Flexibilitate	Fixă	Adaptivă

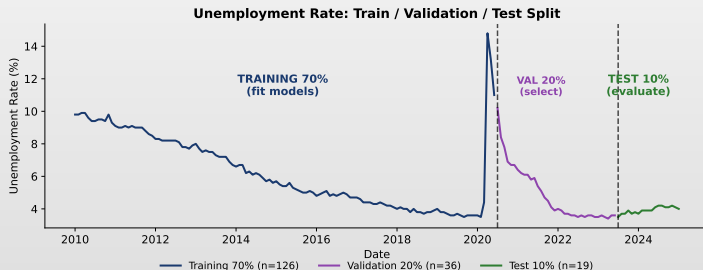
Aplicații

- **Domenii:** Cicluri climatice, cicluri de afaceri, fenomene astronomice

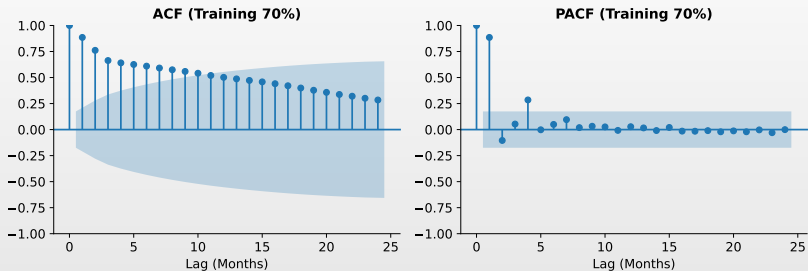
Șomajul: Train / Validation / Test Split

Metodologie

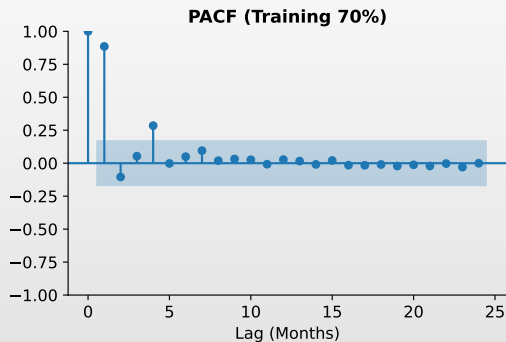
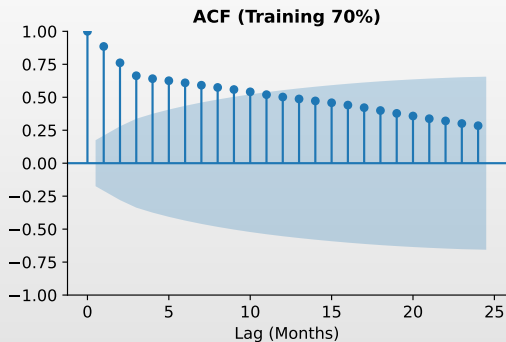
- ▣ **Training (70%):** Estimare modele
- ▣ **Validare (20%):** Selecție model
- ▣ **Test (10%):** Evaluare finală



Șomajul: analiză preliminară

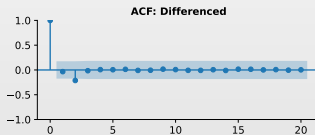
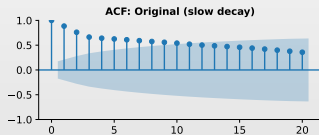
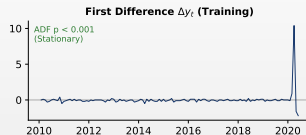
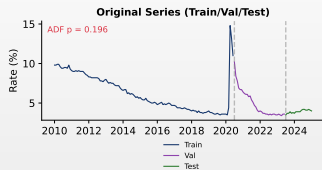


Șomajul: analiză preliminară

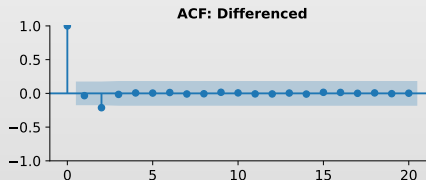
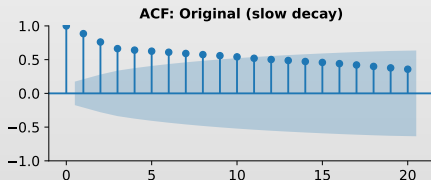
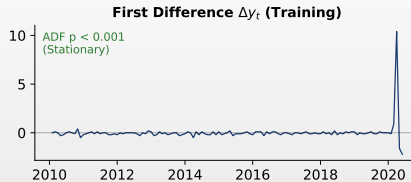
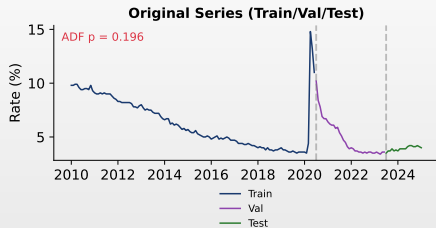


 TSA_ch10_unemployment_acf_pacf

Șomajul: teste de staționaritate



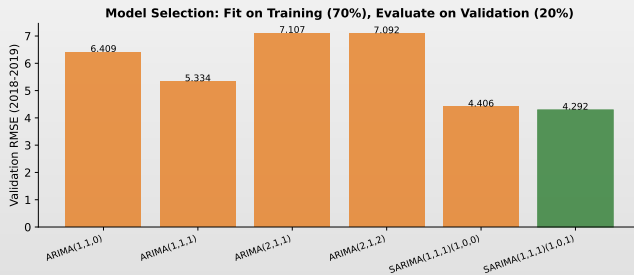
Șomajul: teste de staționaritate



Șomajul: selecția modelului (set validare)

Best: SARIMA(1,1,1)(1,0,0)₁₂

- Fit pe training (70%), evaluare pe validare (20%)
- Cel mai bun model selectat după Val RMSE minim



Șomajul: parametrii SARIMA

SARIMA(1,1,1)(1,0,0)₁₂ estimat pe Train+Val (2010-2019)

- ▣ AR(1): $\phi_1 = -0,86$
- ▣ MA(1): $\theta_1 = 0,78$
- ▣ SAR(12): $\Phi_1 = -0,08$ (n.s.)

SARIMA(1,1,1)(1,0,1) - Fitted on Train+Val (85%)

Parameter	Coef	Std Err	P-value	Sig
ar.L1	0.8423	0.2084	0.0001	***
ma.L1	-0.9540	0.1973	0.0000	***
ar.S.L12	0.0326	4.5951	0.9943	
ma.S.L12	-0.0113	4.6087	0.9980	
sigma2	0.8122	0.0608	0.0000	***

Testul Ljung-Box pentru autocorelația reziduurilor

Definiție 3 (Testul Ljung-Box)

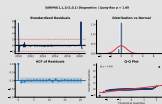
Pentru reziduurile $\hat{\varepsilon}_t$ cu autocorelații eșantion $\hat{\rho}_k$, statistica de test:

$$Q(h) = n(n+2) \sum_{k=1}^h \frac{\hat{\rho}_k^2}{n-k} \stackrel{H_0}{\sim} \chi^2(h-p-q)$$

unde p, q sunt ordinele ARMA. H_0 : Reziduurile sunt zgomot alb.

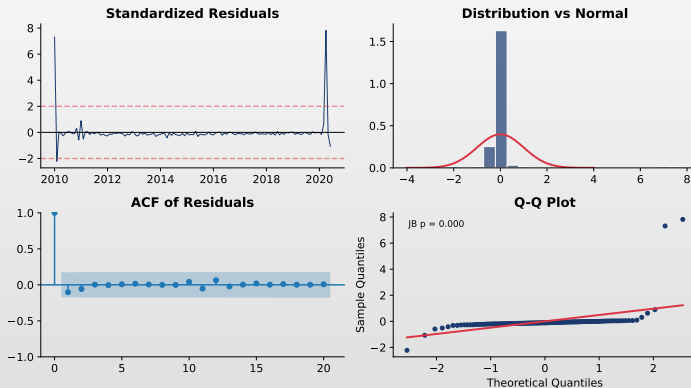
Interpretare

- ▣ Q mare (p-value mic): Respingem H_0 , reziduurile au structură
- ▣ Q mic (p-value mare): Nu respingem H_0 , modelul este adecvat
- ▣ Regulă practică: Folosiți $h = \min(10, n/5)$ pentru ordinul lag-ului



Şomajul: Diagnosticare SARIMA

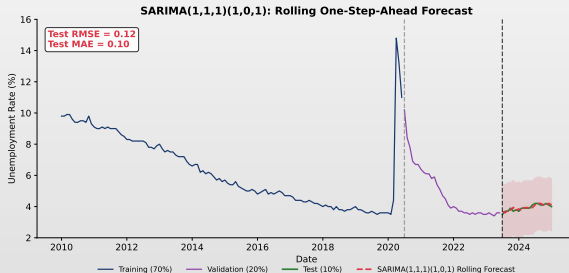
SARIMA(1,1,1)(1,0,1) Diagnostics | Ljung-Box $p = 1.00$



Șomajul: prognoza rolling SARIMA

Problemă: Ruptura structurală

- Prognoză rolling one-step-ahead (re-estimare la fiecare t)
- **Test RMSE = 0,12**



Modelul Prophet

Definiție 4 (Descompunerea Prophet)

- **Model:** $y_t = g(t) + s(t) + h(t) + \varepsilon_t$, $\varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$
- **Componente:** $g(t) = \text{trend}$, $s(t) = \text{sezonalitate}$, $h(t) = \text{sărbători}$

Detectare puncte de schimbare

- Selectare automată a locațiilor
- `changepoint_prior_scale` controlează flexibilitatea

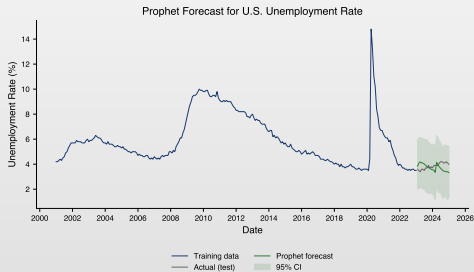
Avantaje

- Gestionează date lipsă
- Componente interpretabile
- Robust la outlieri

Șomajul: rezultate prognoză Prophet

Concluzie cheie

- **Prophet:** se adaptează prin detectare changepoint
- **Test RMSE** = 0,58



Șomajul: Ajustarea modelului

Ajustarea hiperparametrilor

- Ajustăm `changepoint_prior_scale` pe setul de validare

Împărțirea Datelor		
Set	Perioadă	N
Antrenament (70%)	2010-01 – 2020-06	126
Validare (20%)	2020-07 – 2023-06	36
Test (10%)	2023-07 – 2025-01	19
Total		181

Comparație Scale

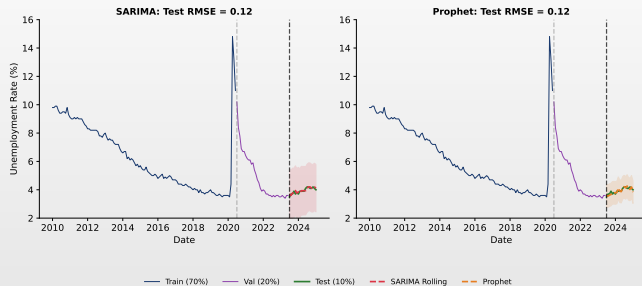
Scale	Val RMSE
0,01	4,21
0,05	3,89
0,10	3,52
0,30	3,67
0,50	3,81

Cel mai bun

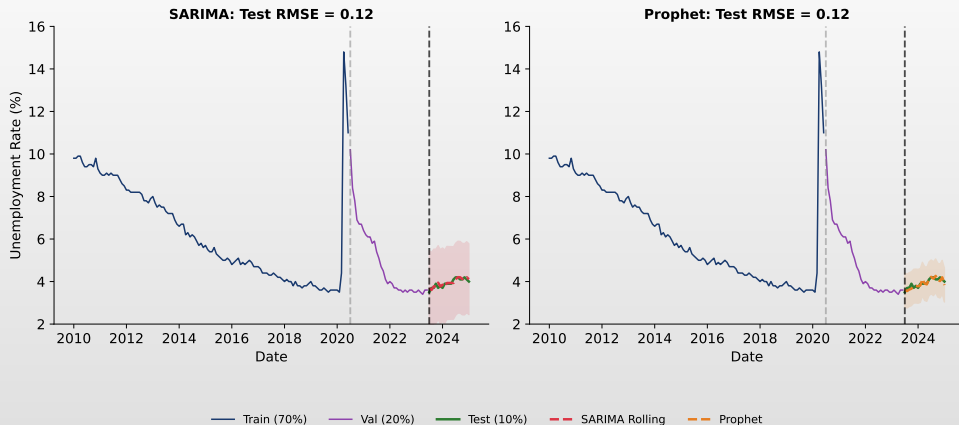
Interpretare

- Scale = 0,10 echilibrează flexibilitatea (captarea șocului COVID) cu stabilitatea

Șomaj: comparație SARIMA vs Prophet



Șomaj: comparație SARIMA vs Prophet



Prophet: când să-l folosești

Cazuri de utilizare ideale

- Date de business cu **sărbători**
- **Valori lipsă** prezente
- Nevoie de componente **interpretabile**
- Prognoze cu **benzi de incertitudine**

Atenție: Rupturi structurale

- Prophet gestionează rupturile prin changepoints, dar **SARIMA l-a depășit** la șomaj (0,12 vs 0,58)
- Validați întotdeauna!

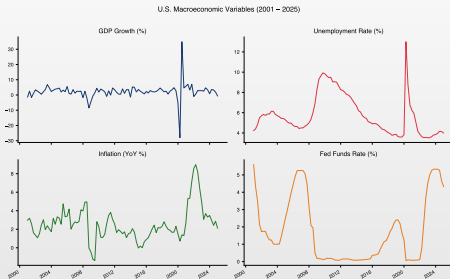
Prophet vs ARIMA

	Prophet	ARIMA
Changepoints	✓	×
Date lipsă	✓	×
Sărbători	✓	×
Viteză	Rapidă	Moderată
Interpretabil	✓	×

Parametri cheie

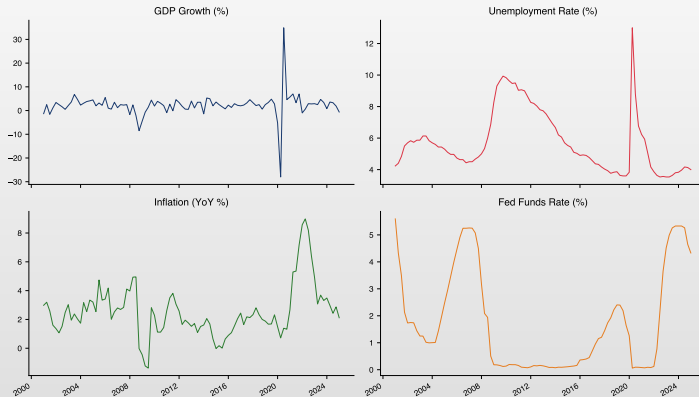
- `changepoint_prior_scale`: flexibilitate
- `seasonality_prior_scale`: netezime

VAR: date economice multivariate



VAR: date economice multivariate

U.S. Macroeconomic Variables (2001 – 2025)



Specificarea modelului VAR

Definiție 5 (Autoregresie Vectorială VAR(p))

- **Date:** Pentru K variabile $y_t = (y_{1t}, \dots, y_{Kt})'$:
$$y_t = c + A_1 y_{t-1} + A_2 y_{t-2} + \dots + A_p y_{t-p} + u_t$$
- **Notăție:** A_i sunt matrici de coeficienți $K \times K$, $u_t \sim N(0, \Sigma)$

Pentru sistemul nostru cu 4 variabile

- **VAR(2):** 4 constante
- $2 \times 4 \times 4 = 32$ coeficienți AR
- **36 parametri total**

Selectarea lag-ului

- Folosim criterii informaționale:
 - ▶ AIC: Tinde să supraajusteze
 - ▶ BIC: Mai simplu
 - ▶ Cross-validare pe date păstrate

Criterii informaționale pentru selectarea modelului

Definiție 6 (Criteriile Informaționale Akaike și Bayesian)

Pentru un model cu log-verosimilitate \mathcal{L} , k parametri și n observații:

$$\text{AIC} = -2\mathcal{L} + 2k$$

$$\text{BIC} = -2\mathcal{L} + k \ln(n)$$

AIC

- Asimptotic eficient
- Poate supraajusta cu n mic
- Minimizează eroarea de predicție

BIC

- Consistent (găsește modelul adevărat)
- Penalizare mai mare: $\ln(n) > 2$ dacă $n > 7$
- Mai parsimonios

VAR: selectarea lag-ului și estimare

Criterii informaționale

Lag	BIC	
1	-4,810	
2	-5,178	Cel mai bun
3	-4,633	
4	-4,614	

Împărțirea datelor

Set	Perioadă	N
Antrenament (70%)	2001-T1 – 2017-T4	67
Validare (20%)	2018-T1 – 2022-T4	20
Test (10%)	2023-T1 – 2025-T1	10
Total		97

Verificare validare

- VAR(2) obține și cel mai mic RMSE de validare

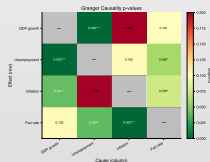
Cauzalitatea Granger: Rezultate empirice

Interpretare

Fiecare celulă arată p-value-ul pentru testarea dacă variabila din rând Granger-cauzează variabila din coloană. Verde: $p < 0,10$. Citire: rând cauzează coloană.

Concluzii economice

- ▣ Șomaj \rightarrow PIB ($p = 0,045$): Legea lui Okun
- ▣ Fed \rightarrow Inflație ($p = 0,087$): Transmisia politicii monetare
- ▣ PIB \rightarrow Șomaj: Dovezi slabe



Cauzalitatea Granger: Definiție formală

Definiție 7 (Cauzalitatea Granger)

X **Granger-cauzează** Y dacă, pentru un $h > 0$:

$$\text{MSE} \left[\mathbb{E}[Y_{t+h} | \mathcal{F}_t^{X,Y}] \right] < \text{MSE} \left[\mathbb{E}[Y_{t+h} | \mathcal{F}_t^Y] \right]$$

unde $\mathcal{F}_t^{X,Y}$ include valorile trecute ale lui X și Y , iar \mathcal{F}_t^Y include doar trecutul lui Y .

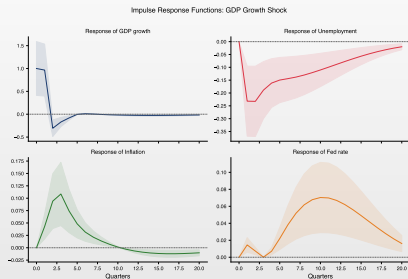
Observație importantă

Cauzalitatea Granger este **cauzalitate predictivă**, nu cauzalitate reală. “ X Granger-cauzează Y ” înseamnă că X conține informație utilă pentru prognoza lui Y , nu că X cauzează Y structural.

Procedura de testare

Folosim testul F (sau Wald) pentru a testa H_0 : coeficienții lag-urilor lui X sunt simultan zero în ecuația lui Y .

Funcții de răspuns la impuls (IRF)

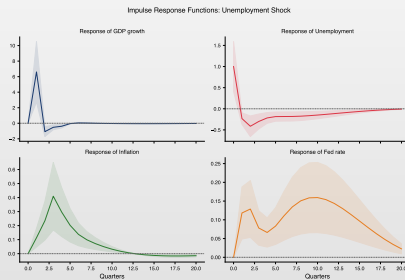


 TSA_ch10_irf_gdp_shock

IRF: șoc șomaj

Efecte

- ↑ Șomaj \succ ↓ PIB (Okun), ↓ Inflație (Phillips), Fed reduce rata

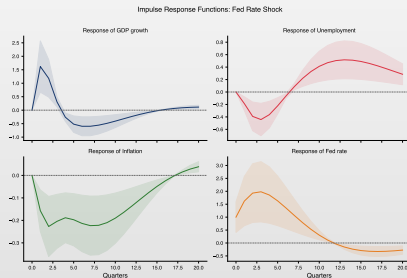


TSA_ch10_irf_unemp_shock

IRF: șoc rată Fed

Politică monetară

- Creștere rată \rightarrow PIB \downarrow , Șomaj \uparrow , Inflație \downarrow

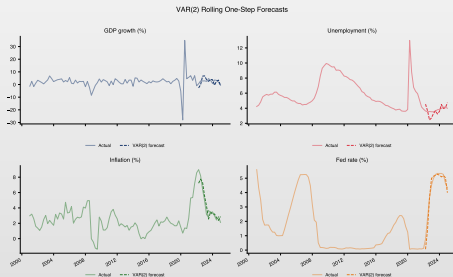


TSA_ch10_irf_fed_shock

VAR: Prognoza (Train/Val/Test)

Prognoză Rolling one-step-ahead

- VAR captează dinamică PIB-Şomaj
- Şocul COVID vizibil în perioadă validare (2020)



VAR: rezultate set test

Performanță set Test pe variabile

Variabilă	RMSE	MAE	Acur. Direcție
Creștere PIB	1,33	0,99	50%
Șomaj	0,64	0,52	50%
Inflație	1,56	1,12	60%
Rata Fed	2,59	2,45	80%
Medie	1,53	1,27	60%

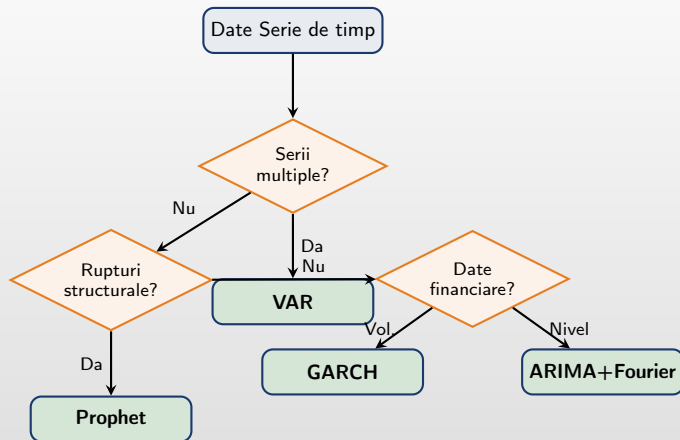
Puncte forte

- Captează dinamică între variabile
- Acuratețe direcțională bună
- Relații interpretabile

Limitări

- Mulți parametri (blestemul dimensionalității)
- Sensibil la selectarea lag-ului
- Perioada COVID dificilă

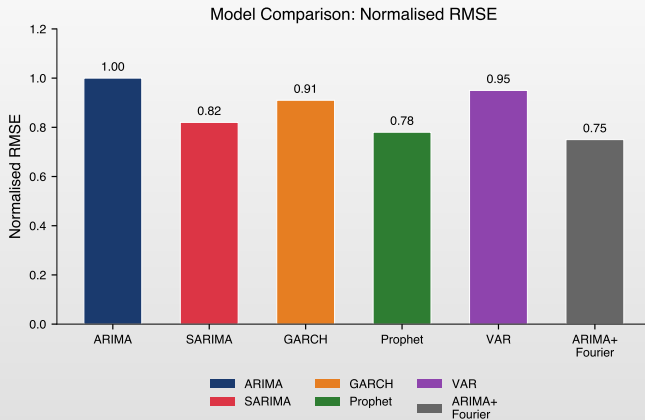
Cadrul de selectare a modelului



Sumar: comparație modele



Sumar: comparație modele



Sinteză: Comparația modelelor

Caracteristică	GARCH	Fourier	Prophet	VAR
Țintă	Volatilitate	Nivel	Nivel	Multiple
Sezonalitate	Nu	Da (lungă)	Da (multiplă)	Nu
Rupturi structurale	Nu	Nu	Da	Nu
Serii multiple	Nu	Nu	Nu	Da
Interpretabil	Mediu	Ridicat	Ridicat	Ridicat
Parametri	Puțini	2K	Auto	Mulți
Date lipsă	Nu	Nu	Da	Nu
Ideal pentru	Finanțe	Cicluri	Business	Macro

Rezultatele noastre

- GARCH: MAE=1,82 (volatilitate)
- Fourier: RMSE=31,10 (cicluri)
- SARIMA: RMSE=0,12 (rupturi)
- VAR: RMSE mediu=1,53 (multi)

Insight cheie

- Fiecare model excelează în domeniul său
- Artă constă în alegerea modelului potrivit caracteristicilor datelor

Bune practici pentru prognoza aplicată

Metodologie

1. **Explorați** datele temeinic
2. **Testați** staționaritatea
3. **Împărțiți** train/validation/test
4. **Comparați** modele pe validare
5. **Raportați** metrice pe test

Greșeli frecvente

- Privirea în datele de test
- Supraajustare pe setul de antrenament
- Ignorarea ipotezelor modelului
- Neraportarea incertitudinii

Sfaturi practice

- Începeți simplu (random walk, naiv)
- Adăugați complexitate doar dacă e necesar
- Vizualizați prognoze vs. valori reale
- Verificați reziduurile pentru tipare
- Raportați intervale de încredere

Amintiți-vă

- “Toate modelele sunt greșite, dar unele sunt utile.”
— George E. P. Box

Concluzii cheie

1. Metodologie Riguroasă

- ▶ Împărțirea train/validation/test previne supraajustarea
- ▶ Setul de test trebuie să rămână neatins până la evaluarea finală

2. Potriviți Modelul cu Datele

- ▶ Volatilitate financiară \succ GARCH
- ▶ Sezonalitate lungă \succ Termeni Fourier
- ▶ Rupturi structurale \succ Prophet
- ▶ Serii multiple \succ VAR

3. Interpretați Rezultatele cu Grijă

- ▶ Cauzalitate Granger \neq cauzalitate adevărată
- ▶ Performanța out-of-sample contează cel mai mult
- ▶ Modelele mai simple funcționează adesea mai bine

Exercițiu AI: Gândire critică

Prompt de testat în ChatGPT / Claude / Copilot

“Am un set nou de date cu vânzări lunare. Fă o analiză completă a seriei de timp: descompunere, teste de staționaritate, selecție de model, prognoză și evaluare. Vreau calitate de publicare.”

Exercițiu:

1. Rulați prompt-ul într-un LLM la alegere și analizați critic răspunsul.
2. Urmează fluxul corect? (grafic → descompunere → test → model → diagnostic → prognoză)
3. Compară mai multe modele (ETS, ARIMA, SARIMA) cu benchmark-uri adecvate?
4. Împărțirea train/test este făcută corect? Există scurgeri de date (data leakage)?
5. Discută limitările și ipotezele modelului ales?

Atenție: Codul generat de AI poate rula fără erori și arăta profesional. *Asta nu înseamnă că e corect.*

Întrebarea 1

Întrebare

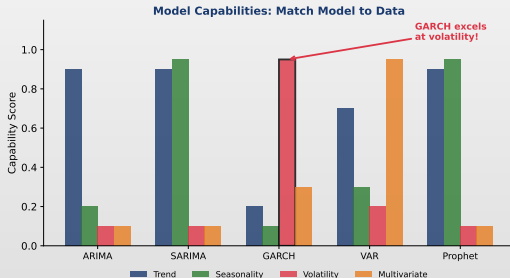
Ce model alegeți pentru a prognoza volatilitatea randamentelor financiare?

- (A) ARIMA — captează tendințe și autocorelații
- (B) GARCH — modelează varianța condiționată
- (C) Prophet — detectează puncte de schimbare
- (D) VAR — model multivariat pentru interdependențe

Întrebarea 1: Răspuns

Răspuns corect: (B) GARCH — modelează varianța condiționată

GARCH captează volatility clustering și riscul variabil în timp. ARIMA modelează nivelul, Prophet sezonalitatea, VAR relațiile între serii — niciunul nu modelează varianța direct.



Întrebarea 2

Întrebare

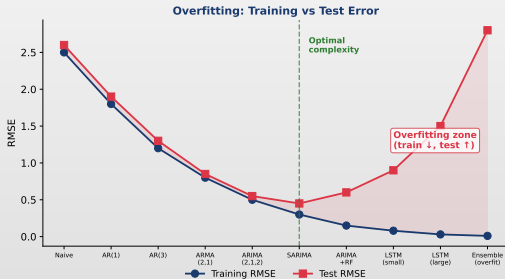
Un model SARIMA obține $RMSE = 0,05$ pe antrenament, dar $RMSE = 2,30$ pe test. Ce indică aceasta?

- (A) Modelul este excelent — eroare mică pe antrenament
- (B) Modelul suferă de overfitting — memorează zgomotul
- (C) Setul de test este greșit — trebuie schimbat
- (D) Diferența este normală — nu e nicio problemă

Întrebarea 2: Răspuns

Răspuns corect: (B) Overfitting — memorează zgomotul

Un raport de $46\times$ între RMSE test și train semnalează overfitting sever. Modelul se potrivește zgomotului din antrenament și nu generalizează. Soluție: model mai simplu, validare.



Întrebarea 3

Întrebare

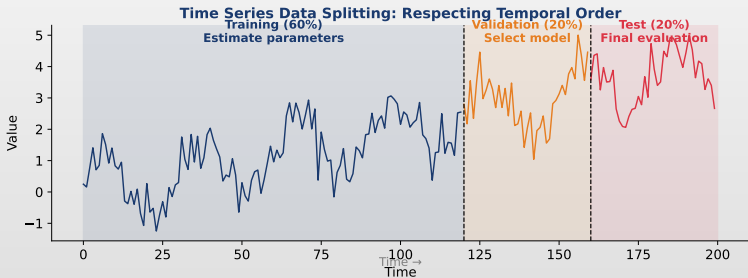
De ce este importantă separarea datelor în train/validation/test?

- (A) Pentru a avea mai multe date de antrenament
- (B) Pentru a preveni supraajustarea și a evalua corect
- (C) Este doar o convenție, nu are importanță reală
- (D) Pentru a reduce timpul de calcul

Întrebarea 3: Răspuns

Răspuns corect: (B) Prevenirea supraajustării și evaluare corectă

Train: estimează parametrii. Validare: selectează modelul. Test: evaluare finală nebiasată.
Amestecarea acestor roluri duce la estimări optimiste ale performanței.



Întrebarea 4

Întrebare

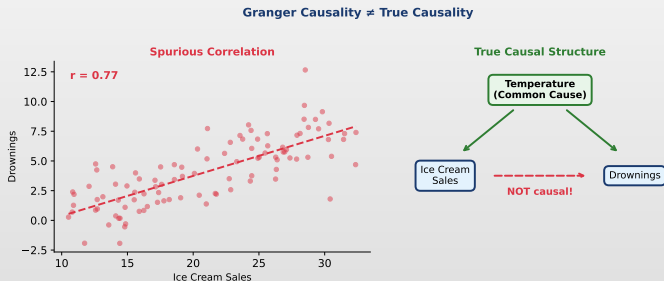
Cauzalitatea Granger este echivalentă cu cauzalitatea reală (structurală)?

- (A) Da — dacă X prezice Y , atunci X cauzează Y
- (B) Nu — testează doar conținut predictiv, nu cauzalitate
- (C) Depinde de numărul de lag-uri selectate
- (D) Da, dacă $p\text{-value} < 0,05$

Întrebarea 4: Răspuns

Răspuns corect: (B) Nu — doar conținut predictiv, nu cauzalitate

Testul Granger verifică dacă trecutul lui X îmbunătățește predicția lui Y . Corelații false (ex: vânzări de înghețată și înecuri) pot trece testul din cauza cauzelor comune.



Întrebarea 5

Întrebare

Ce model folosiți pentru o serie cu sezonabilitate lungă (ex: $s = 365$ zile)?

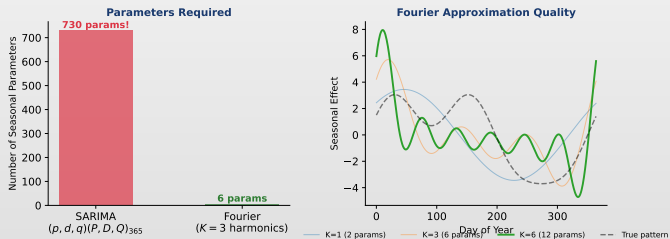
- (A) $\text{SARIMA}(p, d, q)(P, D, Q)_{365}$
- (B) GARCH — modelează variația
- (C) ARIMA + Termeni Fourier sau Prophet/TBATS
- (D) VAR cu 365 lag-uri

Întrebarea 5: Răspuns

Răspuns corect: (C) Termeni Fourier / Prophet / TBATS

SARIMA₃₆₅ necesită ~ 730 parametri sezonieri — imposibil. Termenii Fourier cu $K = 3$ folosesc doar 6 parametri. Prophet și TBATS gestionează sezonaliități multiple automat.

Long Seasonality ($s = 365$): Fourier Terms vs SARIMA



Surse de date

Date reale folosite în acest capitol

- ▣ **Bitcoin:** Yahoo Finance (BTC-USD), 2019–2025
- ▣ **Pete Solare:** Dataset Wolfer din Statsmodels, 1900–2008
- ▣ **Șomaj SUA:** Federal Reserve FRED (UNRATE), 2010–2025
- ▣ **Variabile Economice:** FRED (GDPC1, UNRATE, CPIAUCSL, FEDFUNDS), 2000–2025

Reproductibilitate

Toate analizele pot fi reproduse folosind notebook-ul Jupyter însoțitor:
`chapter10_lecture_notebook.ipynb`

Bibliografie I

Manuale fundamentale (referințe comune tuturor capitolelor)

- ▣ Hamilton, J.D. (1994). *Time Series Analysis*, Princeton University Press.
- ▣ Hyndman, R.J., & Athanasopoulos, G. (2021). *Forecasting: Principles and Practice*, 3rd ed., OTexts.
- ▣ Shumway, R.H., & Stoffer, D.S. (2017). *Time Series Analysis and Its Applications*, 4th ed., Springer.

Lucrări de referință pe domenii

- ▣ Tsay, R.S. (2010). *Analysis of Financial Time Series*, 3rd ed., Wiley. (GARCH, VAR)
- ▣ Lütkepohl, H. (2005). *New Introduction to Multiple Time Series Analysis*, Springer. (VAR, VECM)
- ▣ Francq, C., & Zakoïan, J.-M. (2019). *GARCH Models*, 2nd ed., Wiley. (Volatilitate)

Bibliografie II

Abordări moderne și competiții de prognoză

- ▣ Petropoulos, F., et al. (2022). Forecasting: Theory and Practice, *International Journal of Forecasting*, 38(3), 845–1054.
- ▣ Makridakis, S., Spiliotis, E., & Assimakopoulos, V. (2020). The M4 Competition, *International Journal of Forecasting*, 36(1), 54–74.
- ▣ Taylor, S.J., & Letham, B. (2018). Forecasting at Scale, *The American Statistician*, 72(1), 37–45.

Resurse online și cod

- ▣ **Quantlet**: <https://quantlet.com> — Depozit de cod pentru statistică
- ▣ **Quantinar**: <https://quantinar.com> — Platformă de învățare metode cantitative
- ▣ **GitHub TSA**: <https://github.com/QuantLet/TSA> — Cod Python pentru acest curs

Concluzii esențiale

Ce am învățat

- Selectarea modelului depinde de caracteristicile datelor: staționaritate, sezonabilitate, volatilitate
- Metodologia Box-Jenkins oferă un cadru sistematic pentru modelarea seriilor de timp
- Evaluarea corectă necesită testare out-of-sample și validare încrucișată

Important

Niciun model nu câștigă peste tot. Potriviți modelul cu datele: ARIMA pentru tendințe, SARIMA pentru sezonabilitate, GARCH pentru volatilitate, VAR/VECM pentru dinamici multivariate, Prophet/TBATS pentru tipare complexe. Validați întotdeauna out-of-sample!

Referințe



Box, G.E.P., Jenkins, G.M., Reinsel, G.C., & Ljung, G.M. (2015). *Time Series Analysis: Forecasting and Control*. 5th ed., Wiley.



Hamilton, J.D. (1994). *Time Series Analysis*. Princeton University Press.



Tsay, R.S. (2010). *Analysis of Financial Time Series*. 3rd ed., Wiley.



Hyndman, R.J., & Athanasopoulos, G. (2021). *Forecasting: Principles and Practice*. 3rd ed., OTexts.



Taylor, S.J., & Letham, B. (2018). Forecasting at Scale. *The American Statistician*, 72(1), 37-45.



Bollerslev, T. (1986). Generalized Autoregressive Conditional Heteroskedasticity. *Journal of Econometrics*, 31(3), 307-327.



Sims, C.A. (1980). Macroeconomics and Reality. *Econometrica*, 48(1), 1-48.

Surse de date (sumar)

Date reale folosite în acest capitol

- ▣ **Bitcoin:** Yahoo Finance (BTC-USD), 2019–2025
- ▣ **Pete Solare:** Dataset Wolfer din Statsmodels, 1900–2008
- ▣ **Şomaj SUA:** Federal Reserve FRED (UNRATE), 2010–2025
- ▣ **Variabile Economice:** FRED (GDPC1, UNRATE, CPIAUCSL, FEDFUNDS), 2000–2025

Reproductibilitate

Toate analizele pot fi reproduse folosind notebook-ul Jupyter însoţitor:
`chapter10_lecture_notebook.ipynb`

Resurse online și cod

- ▣ **Quantlet:** <https://quantlet.com> → Depozit de cod pentru statistică
- ▣ **Quantinar:** <https://quantinar.com> → Platformă de învățare metode cantitative
- ▣ **GitHub TSA_ch10:** https://github.com/QuantLet/TSA/tree/main/TSA_ch10

Vă Mulțumim!

Întrebări?

Materialele cursului sunt disponibile la: <https://danpele.github.io/Time-Series-Analysis/>



Quantlet



Quantinar