



Analiza și Prognoza Seriilor de Timp

# Capitolul 8: Extensii Moderne

Seminar



# Cuprins Seminar

- 1 Test: Modele ARFIMA și Memorie Lungă
- 2 Test: Machine Learning pentru Serii de Timp
- 3 Test: Rețele LSTM
- 4 Probleme Practice
- 5 Recapitulare

## Test 1: Exponentul Hurst

### Întrebare

O serie de timp are exponentul Hurst  $H = 0.8$ . Ce ne indică acest lucru?

- ☐ A) Seria este un mers aleator pur
- ☐ B) Seria are memorie lungă și este persistentă (trend-following)
- ☐ C) Seria este anti-persistentă (mean-reverting)
- ☐ D) Seria este staționară  $I(0)$

*Răspunsul pe slide-ul următor...*

## Test 1: Răspuns

Răspuns: B – Memorie lungă și persistență

### Interpretare Exponent Hurst:

- $H = 0.5$ : Mers aleator (fără memorie)
- $0.5 < H < 1$ : **Persistență** – tendința continuă
- $0 < H < 0.5$ : Anti-persistență – revenire la medie

Cu  $H = 0.8 > 0.5$ :

- Seria are **memorie lungă**
- Valorile mari tind să fie urmate de valori mari
- Autocorrelațiile descresc lent (hiperbolic, nu exponențial)

## Test 2: Parametrul de Diferențiere Fraționară

### Întrebare

În modelul ARFIMA( $p, d, q$ ), parametrul  $d$  poate lua valori:

- A) Doar valori întregi (0, 1, 2, ...)
- B) Doar  $d = 0$  sau  $d = 1$
- C) Orice valoare reală, inclusiv fracționară
- D) Doar valori negative

*Răspunsul pe slide-ul următor...*

## Test 2: Răspuns

Răspuns: C – Orice valoare reală

Diferențiere fracționară:  $(1 - L)^d$  cu  $d \in \mathbb{R}$

Interpretare valori  $d$ :

- $d = 0$ : Seria staționară (ARMA)
- $0 < d < 0.5$ : Memorie lungă, staționară
- $d = 0.5$ : Granița staționar/nestaționară
- $0.5 < d < 1$ : Memorie lungă, nestaționară
- $d = 1$ : Diferențiere completă (ARIMA clasic)

Relația cu Hurst:  $d = H - 0.5$

## Test 3: Memoria Lungă în Serii Financiare

### Întrebare

În ce serie financiară este memoria lungă cel mai frecvent documentată?

- A) Prețurile acțiunilor
- B) Randamentele zilnice
- C) Volatilitatea (pătratul randamentelor)
- D) Volumul de tranzacționare

*Răspunsul pe slide-ul următor...*

### Răspuns: C – Volatilitatea

#### Fapte stilizate din finanțe:

- **Randamentele:** Aproximativ fără memorie ( $H \approx 0.5$ )
- **Volatilitatea:** Memorie lungă pronunțată ( $H \approx 0.7 - 0.9$ )

#### De ce?

- Volatility clustering: perioade agitate urmate de perioade agitate
- Persistența șocurilor în varianță
- FIGARCH: modelează explicit memoria lungă în volatilitate

Acest fapt stilizat este baza modelelor FIGARCH și HAR-RV.



## Test 4: Feature Engineering

### Întrebare

Pentru a aplica Random Forest pe serii de timp, trebuie să creăm:

- ☐ A) Variabile dummy pentru fiecare observație
- ☐ B) Caracteristici lag și statistici rolling
- ☐ C) Transformări Fourier ale seriei
- ☐ D) Numai prima diferență a seriei

*Răspunsul pe slide-ul următor...*

### Răspuns: B – Caracteristici lag și statistici rolling

#### Feature Engineering pentru Serii de Timp:

- **Lag features:**  $y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-k}$
- **Rolling statistics:**
  - Media mobilă:  $\bar{y}_{t,w}$
  - Deviația standard mobilă:  $\sigma_{t,w}$
  - Min/Max pe fereastră
- **Caracteristici calendaristice:** ziua săptămânii, luna, etc.

**Important:** Transformă problema de prognoză în problemă de regresie supervizată!

## Test 5: Validarea Încrucișată pentru Serii de Timp

### Întrebare

De ce NU putem folosi k-fold cross-validation standard pentru serii de timp?

- A) Este prea lent pentru serii lungi
- B) Încalcă ordinea temporală și cauzează data leakage
- C) Funcționează doar pentru clasificare
- D) Necesită prea multe date

*Răspunsul pe slide-ul următor...*

## Test 5: Răspuns

Răspuns: B – Încalcă ordinea temporală

**Problema cu k-fold standard:**

- Amestecă observațiile temporal
- Antrenează pe date din viitor, testează pe trecut
- **Data leakage**  $\Rightarrow$  performanță supraestimată

**Soluția: Time Series Split (Walk-Forward)**



## Test 6: Importanța Variabilelor în Random Forest

### Întrebare

Importanța variabilelor în Random Forest pentru serii de timp ne ajută să:

- A) Să eliminăm toate variabilele cu importanță mică
- B) Să identificăm care lag-uri și caracteristici sunt cele mai predictive
- C) Să determinăm cauzalitatea Granger
- D) Să calculăm intervalele de încredere

*Răspunsul pe slide-ul următor...*

### Răspuns: B – Identifică caracteristicile predictive

#### Utilizări ale importanței variabilelor:

- Înțelegerea structurii temporale
- Selectarea numărului optim de lag-uri
- Identificarea factorilor relevanți

#### Atenție:

- Importanța NU implică cauzalitate
- Variabilele corelate pot împărtăși importanța
- Folosiți pentru interpretare, nu pentru inferență cauzală

## Test 7: Avantajul LSTM

### Întrebare

Care este principalul avantaj al LSTM față de RNN simple?

- ☐ A) Este mai rapidă la antrenare
- ☐ B) Rezolvă problema gradientilor care dispar/explodează
- ☐ C) Necesită mai puține date
- ☐ D) Este mai ușor de interpretat

*Răspunsul pe slide-ul următor...*

Răspuns: B – Rezolvă problema gradientilor

### Problema RNN Simple:

- Gradientii scad exponențial cu lungimea secvenței
- Nu pot învăța dependențe pe termen lung

### Soluția LSTM:

- **Cell state:** Autostradă pentru flux de informație
- **Forget gate:** Decide ce să uite
- **Input gate:** Decide ce să rețină
- **Output gate:** Decide ce să producă

Gradientii pot „curge” prin cell state fără degradare!



## Test 8: Pregătirea Datelor pentru LSTM

### Întrebare

Înainte de antrenarea LSTM, datele trebuie:

- ☐ A) Transformate logaritmice
- ☐ B) Normalizate/standardizate la intervalul  $[0,1]$  sau  $[-1,1]$
- ☐ C) Diferențiate de ordinul 2
- ☐ D) Convertite la numere întregi

*Răspunsul pe slide-ul următor...*

### Răspuns: B – Normalize/standardizate

#### De ce normalizare?

- Funcțiile de activare (sigmoid, tanh) funcționează în intervale limitate
- Convergență mai rapidă
- Stabilitate numerică

#### Metode comune:

- **Min-Max:**  $x' = \frac{x - x_{min}}{x_{max} - x_{min}} \rightarrow [0, 1]$
- **Standard:**  $x' = \frac{x - \mu}{\sigma} \rightarrow$  media 0, std 1

**Important:** Fit pe train, transform pe train+test!

## Test 9: Hiperparametri LSTM

### Întrebare

Care NU este un hiperparametru tipic pentru LSTM?

- ☐ A) Numărul de unități (neuroni) pe strat
- ☐ B) Lungimea secvenței de intrare
- ☐ C) Learning rate
- ☐ D) Parametrul de diferențiere  $d$

*Răspunsul pe slide-ul următor...*

## Test 9: Răspuns

### Răspuns: D – Parametrul $d$

$d$  este specific modelelor ARFIMA, nu LSTM!

#### Hiperparametri LSTM:

- **Arhitectură:** nr. straturi, unități/strat
- **Secvență:** lungime lookback
- **Training:** learning rate, batch size, epochs
- **Regularizare:** dropout, early stopping

**Tuning:** Grid search sau Bayesian optimization cu time series CV

## Problemă 1: Estimarea Exponentului Hurst

### Enunț

Fie seria zilnică de randamente Bitcoin. Estimați exponentul Hurst folosind metoda R/S și interpretați rezultatul.

### Pași de rezolvare:

- 1 Calculați media pe subintervale de diferite lungimi  $n$
- 2 Pentru fiecare  $n$ : calculați  $\text{Range}(R)$  și  $\text{Std}(S)$
- 3 Raportul  $R/S$  crește ca  $n^H$
- 4 Fit regresie:  $\log(R/S) = H \cdot \log(n) + c$

**Cod Python:** `nolds.hurst_rs(returns)`

## Problemă 1: Soluție și Interpretare

### Rezultat Tipic pentru Bitcoin

- Randamente:  $H \approx 0.45 - 0.55$  (aproape mers aleator)
- Volatilitate ( $|returns|$ ):  $H \approx 0.75 - 0.85$  (memorie lungă!)

### Interpretare:

- Randamentele sunt greu de prognozat (EMH aproximativ validă)
- Volatilitatea este predictibilă pe termen lung
- Implicații pentru managementul riscului și VaR

**Aplicație:** Modelele FIGARCH pot fi superioare GARCH standard

## Problemă 2: Random Forest pentru Prognoză

### Enunț

Construiți un model Random Forest pentru prognoza prețului Bitcoin la orizontul de 1 zi. Evaluați folosind TimeSeriesSplit.

### Pipeline:

#### ❶ Feature engineering:

- Lag-uri:  $y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-7}$
- Rolling mean/std: 7, 14, 30 zile

#### ❷ Train/Test split: TimeSeriesSplit(n\_splits=5)

#### ❸ Model: RandomForestRegressor(n\_estimators=100)

#### ❹ Evaluați: RMSE, MAE, Direction Accuracy

## Problemă 2: Cod și Rezultate

### Cod Python

```
from sklearn.ensemble import RandomForestRegressor
from sklearn.model_selection import TimeSeriesSplit

tscv = TimeSeriesSplit(n_splits=5)
rf = RandomForestRegressor(n_estimators=100)

for train_idx, test_idx in tscv.split(X):
    rf.fit(X[train_idx], y[train_idx])
    pred = rf.predict(X[test_idx])
```

### Rezultate tipice:

- Direction accuracy: 52-55% (puțin peste random)
- Feature importance: lag-1 și rolling\_std domină



## Problemă 3: LSTM pentru Serii de Timp

### Enunț

Implementați un model LSTM simplu pentru prognoza Bitcoin. Comparați cu Random Forest.

### Arhitectură LSTM simplă:

- 1 Input: secvențe de 30 de zile
- 2 LSTM layer: 50 unități
- 3 Dense output: 1 neuron (prognoza)
- 4 Loss: MSE, Optimizer: Adam

### Pași importanți:

- Normalizare MinMaxScaler
- Reshape la [samples, timesteps, features]
- Early stopping pentru a evita overfitting

## Problemă 3: Cod LSTM

### Cod Keras/TensorFlow

```
from tensorflow.keras.models import Sequential
from tensorflow.keras.layers import LSTM, Dense

model = Sequential([
    LSTM(50, input_shape=(30, 1)),
    Dense(1)
])

model.compile(optimizer='adam', loss='mse')
model.fit(X_train, y_train, epochs=50,
        validation_split=0.1, verbose=0)
```

### Comparație tipică RF vs LSTM:

- RMSE similar (LSTM ușor mai bun pe date netede)
- RF: mai rapid, mai interpretabil
- LSTM: captează mai bine pattern-uri complexe

### ARFIMA

- Serii cu memorie lungă (volatilitate, hidrologie)
- Când  $0 < d < 0.5$  este teoretic justificat
- Interpretabilitate statistică importantă

### Random Forest

- Relații neliniare între caracteristici
- Feature importance pentru înțelegere
- Date structurate, nu foarte lungi

### LSTM

- Secvențe lungi cu dependențe complexe
- Date suficiente pentru deep learning
- Pattern-uri dificil de capturat cu metode clasice

## ARFIMA și Memorie Lungă

- Diferențiere fracționară:  $(1 - L)^d y_t = \varepsilon_t$
- Exponent Hurst:  $d = H - 0.5$
- ACF pentru memorie lungă:  $\rho(k) \sim k^{2d-1}$  (descreștere lentă)

## Machine Learning

- Feature lag:  $X_t = [y_{t-1}, y_{t-2}, \dots, y_{t-k}]$
- RMSE:  $\sqrt{\frac{1}{n} \sum (y_i - \hat{y}_i)^2}$
- Direction Accuracy:  $\frac{1}{n} \sum 1[\text{sign}(\Delta y) = \text{sign}(\Delta \hat{y})]$

## LSTM

- Forget gate:  $f_t = \sigma(W_f \cdot [h_{t-1}, x_t] + b_f)$
- Cell update:  $C_t = f_t * C_{t-1} + i_t * \tilde{C}_t$

# Vă mulțumesc!

Întrebări?

`danpele@ase.ro`