



Analiza și Prognoza seriilor de timp

Seminar 9: Prophet și TBATS



Daniel Traian PELE

Academia de Studii Economice din București

IDA Institute Digital Assets

Blockchain Research Center

AI4EFin Artificial Intelligence for Energy Finance

Academia Română, Institutul de Prognoză Economică

MSCA Digital Finance

Cuprins Seminar

Test de Recapitulare

Întrebări Adevărat/Fals

Probleme Practice

Exemple Rezolvate

Subiecte de Discuție

Exerciții pentru Studiu Individual

Test 1: Problema Sezonaliității Multiple

Întrebare

De ce modelele SARIMA standard nu pot gestiona datele orare de consum electric?

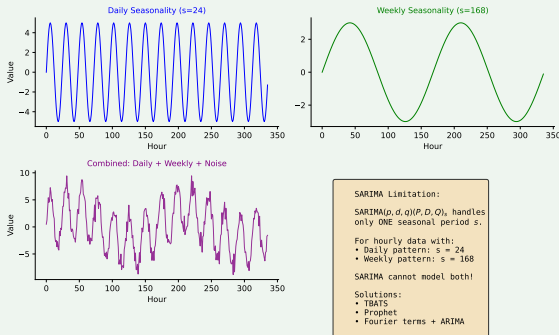
Variante de răspuns

- (A) SARIMA poate gestiona doar date lunare
- (B) SARIMA permite o singură perioadă sezonieră (parametrul m)
- (C) SARIMA nu suportă componente de trend
- (D) SARIMA necesită date normal distribuite

Răspunsul pe slide-ul următor...

Test 1: Răspuns

Răspuns: B – SARIMA permite o singură perioadă sezonieră



Esențial: Datele orare au pattern-uri zilnice (24h), săptămânale (168h) și anuale (8760h). Parametrul unic m din SARIMA nu poate captura simultan toate acestea.

Test 2: Acronimul TBATS

Întrebare

Ce reprezintă TBATS?

Variante de răspuns

- (A) Trend, Baseline, ARMA, Transform, Seasonal
- (B) Trigonometric, Box-Cox, ARMA, Trend, Seasonal
- (C) Time-Based Automatic Time Series
- (D) Temporal Bayesian Adaptive Trend System

Răspunsul pe slide-ul următor...

Test 2: Răspuns

TBATS: What Does It Stand For?

T	Trigonometric	Fourier terms for seasonality $\sum [a_s \cos(\frac{2\pi s t}{m_s}) + b_s \sin(\frac{2\pi s t}{m_s})]$
B	Box-Cox	Variance stabilization $y^{(\lambda)} = (y^{(0)} - 1)/\lambda$
A	ARMA	Error autocorrelation $\phi(L)\epsilon_t = \theta(L)\epsilon_t$
T	Trend	Level + slope (possibly damped) $I_t = I_{t-1} + \phi \psi_{t-1}$
S	Seasonal	Multiple seasonal periods m_1, m_2, \dots, m_r

Observații

- Trigonometric: Termeni Fourier pentru sezonabilitate
- Box-Cox: Stabilizarea varianței
- ARMA: Autocorelația erorilor
- Trend: Trend local amortizat
- Seasonal: Perioade sezoniere multiple

Test 3: Termenii Fourier

Întrebare

În TBATS, creșterea numărului de armonice Fourier (K) pentru un pattern sezonier:

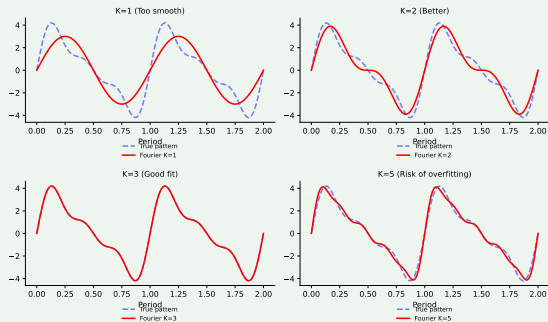
Variante de răspuns

- (A) Îmbunătățește întotdeauna acuratețea prognozei
- (B) Permite forme sezoniere mai flexibile (complexe)
- (C) Reduce complexitatea modelului
- (D) Elimină necesitatea transformării Box-Cox

Răspunsul pe slide-ul următor...

Test 3: Răspuns

Răspuns: B – Permite forme sezoniere mai flexibile



Compromis: Mai multe armonice = mai multă flexibilitate dar și mai mulți parametri.

$$s_t^{(i)} = \sum_{j=1}^{K_j} \left[a_j^{(i)} \cos\left(\frac{2\pi j t}{m_i}\right) + b_j^{(i)} \sin\left(\frac{2\pi j t}{m_i}\right) \right]$$

Test 4: Descompunerea Prophet

Întrebare

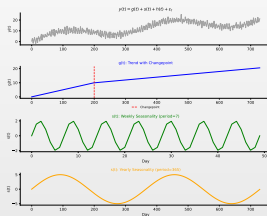
Prophet descompune o serie de timp în care componente?

Variante de răspuns

- (A) Componente AR, MA și sezoniere
- (B) Trend, sezonalitate, sărbători și eroare
- (C) Medie, varianță și autocorelație
- (D) Nivel, pantă și curbă

Răspunsul pe slide-ul următor...

Test 4: Răspuns



Observații

- $g(t)$: Trend (liniar pe porțiuni sau creștere logistică)
- $s(t)$: Sezonabilitate (serii Fourier)
- $h(t)$: Efecte de sărbători
- ε_t : Termen de eroare

Test 5: Prophet vs TBATS

Întrebare

Când ați alege Prophet în locul TBATS?

Variante de răspuns

- (A) Când aveți nevoie de selecție automată a modelului
- (B) Când aveți sărbători și puncte de schimbare cunoscute de încorporat
- (C) Când aveți nevoie de cel mai simplu model
- (D) Când datele nu au trend

Răspunsul pe slide-ul următor...

Test 5: Răspuns

Răspuns: B – Sărbători și puncte de schimbare cunoscute

TBATS vs Prophet: Head-to-Head Comparison

Feature	TBATS	Prophet
Multiple seasonalities	Yes (automatic)	Yes (manual/auto)
Holiday effects	No	Yes (built-in)
External regressors	No	Yes
Trend changepoints	No (smooth)	Yes (automatic)
Missing data	Needs interpolation	Handles natively
Interpretability	Moderate	High
Computation speed	Slow	Fast
High-frequency data	Good	Moderate
Non-integer periods	Yes (e.g., 365.25)	Yes
Best for	Technical/high-freq	Business/daily

Avantaje Prophet: Integrare ușoară a sărbătorilor, analyst-in-the-loop, gestionează date lipsă, componente interpretabile.

Avantaje TBATS: Selecție automată a modelului, gestionează sezonaliitate complexă fără expertiză de domeniu.

Test 6: Modul de Sezonalitate

Întrebare

Pentru date de vânzări retail unde vânzările din decembrie sunt de 3 ori media lunară, ce mod de sezonalitate este mai potrivit în Prophet?

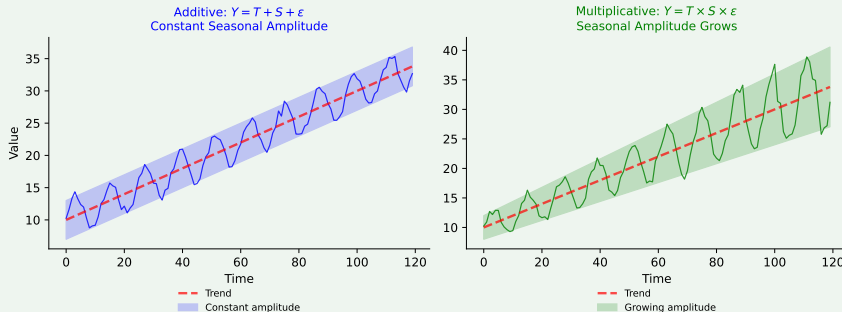
Variante de răspuns

- (A) Sezonalitate aditivă
- (B) Sezonalitate multiplicativă
- (C) Ambele funcționează la fel de bine
- (D) Niciunul—folosiți ARIMA în schimb

Răspunsul pe slide-ul următor...

Test 6: Răspuns

Răspuns: B – Sezonalitate multiplicativă



Esențial: Când amplitudinea sezonieră se scalează cu nivelul, folosiți multiplicativ.

Aditiv: $y = g(t) + s(t)$ (efect sezonier constant)

Multiplicativ: $y = g(t) \cdot (1 + s(t))$ (efect sezonier proporțional)

Test 7: Punctele de Schimbare în Prophet

Întrebare

În Prophet, punctele de schimbare (changepoints) permit modelului să:

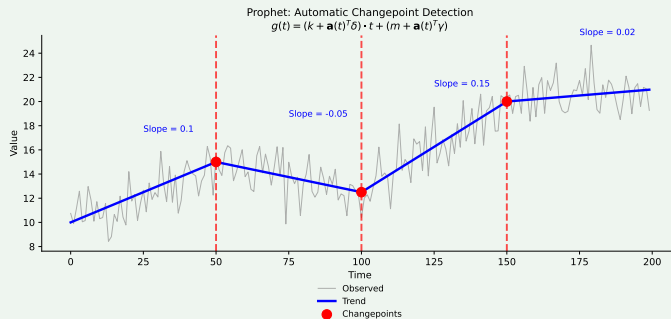
Variante de răspuns

- (A) Schimbe automat perioada sezonieră
- (B) Ajusteze panta trendului în puncte specifice în timp
- (C) Comute între modurile aditiv și multiplicativ
- (D) Detecteze și elimine valorile aberante

Răspunsul pe slide-ul următor...

Test 7: Răspuns

Răspuns: B – Ajustează panta trendului în puncte specifice



Puncte de schimbare: Permit trend liniar pe porțiuni cu pante diferite.

$$g(t) = (k + \mathbf{a}(t)^T \boldsymbol{\delta}) \cdot t + (m + \mathbf{a}(t)^T \boldsymbol{\gamma})$$

Prophet detectează automat punctele de schimbare sau le puteți specifica manual.

Test 8: Selecția modelului

Întrebare

Aveți date zilnice de call center cu doar sezonality săptămânală. Ce model este cel mai potrivit?

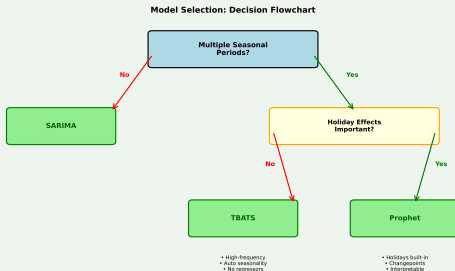
Variante de răspuns

- (A) TBATS (proiectat pentru sezonality multiplă)
- (B) Prophet (gestionează bine orice sezonality)
- (C) SARIMA standard (mai simplu și suficient)
- (D) Rețea neuronală LSTM (cea mai flexibilă)

Răspunsul pe slide-ul următor...

Test 8: Răspuns

Răspuns: C – SARIMA standard este suficient



Principiul parsimoniei: Folosiți cel mai simplu model care se potrivește datelor.

Cu doar sezonabilitate săptămânală ($m = 7$), SARIMA funcționează bine.

Folosiți TBATS/Prophet când *aveți nevoie* de sezonality multiple sau funcționalități speciale.

Test 9: Incertitudinea în Prophet

Întrebare

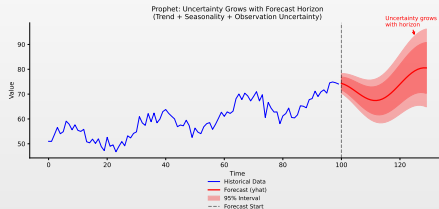
Prophet generează intervale de predicție prin:

Variante de răspuns

- (A) Presupunând reziduri normal distribuite
- (B) Eșantionând din distribuția posterioară a parametrilor
- (C) Folosind reeșantionare bootstrap a erorilor istorice
- (D) Aplicând un multiplicator fix la prognozele punctuale

Răspunsul pe slide-ul următor...

Test 9: Răspuns



Observații

- Estimare MAP pentru prognoze punctuale
- MCMC sau simulare pentru intervale de incertitudine
- Incertitudine atât din trend (changepoints) cât și din zgomotul observațiilor

Test 10: Aplicație Practică

Întrebare

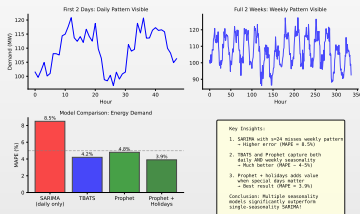
Pentru prognoza consumului orar de energie cu pattern-uri zilnice, săptămânale și anuale plus efecte de sărbători, care abordare este cea mai bună?

Variante de răspuns

- (A) SARIMA cu $m = 24$
- (B) TBATS cu trei perioade sezoniere
- (C) Prophet cu sărbători personalizate
- (D) Fie TBATS fie Prophet, în funcție de importanța sărbătorilor

Răspunsul pe slide-ul următor...

Test 10: Răspuns



Observații

- Dacă efectele sărbătorilor sunt cruciale ⇒ **Prophet** (modelare explicită)
- Dacă preferați selecție automată ⇒ **TBATS**
- Adesea: Încercați ambele și comparați prin validare încrucișată

Întrebări Adevărat/Fals

Determinați dacă fiecare afirmație este Adevărată sau Falsă:

1. Prophet a fost dezvoltat de Facebook (Meta) pentru prognoza de business.
2. TBATS poate gestiona cel mult două perioade sezoniere.
3. În Prophet, trendul implicit este creștere logistică.
4. Termenii Fourier aproximează sezonabilitatea folosind funcții sinus și cosinus.
5. Prophet necesită date de serii de timp echidistante.
6. Transformarea Box-Cox din TBATS stabilizează varianța.

Răspunsurile pe slide-ul următor...

Adevărat/Fals: Soluții

1. Prophet a fost dezvoltat de Facebook (Meta) pentru prognoza de business.

ADEVĂRAT

Lansat în 2017, proiectat pentru prognoză „analyst in the loop” la scară largă.

2. TBATS poate gestiona cel mult două perioade sezoniere.

FALS

TBATS poate gestiona orice număr de perioade sezoniere (ex. zilnic, săptămânal, anual).

3. În Prophet, trendul implicit este creștere logistică.

FALS

Implicit este liniar pe porțiuni. Creșterea logistică trebuie specificată explicit.

4. Termenii Fourier aproximează sezonalitatea folosind funcții sinus și cosinus.

ADEVĂRAT

$$s(t) = \sum_{k=1}^K [a_k \cos(2\pi kt/m) + b_k \sin(2\pi kt/m)]$$

5. Prophet necesită date de serii de timp echidistante.

FALS

Prophet gestionează elegant datele lipsă și timestamp-urile neregulate.

6. Transformarea Box-Cox din TBATS stabilizează varianța.

ADEVĂRAT

$$y^{(\lambda)} = (y^\lambda - 1)/\lambda \text{ pentru } \lambda \neq 0; \log(y) \text{ pentru } \lambda = 0.$$

Problemă 1: Calculul Termenilor Fourier

Enunț

Pentru date zilnice cu sezonabilitate săptămânală ($m = 7$), doriți să folosiți termeni Fourier cu $K = 3$ armonice.

Câți parametri adaugă aceasta la model?

Răspunsul pe slide-ul următor...

Problemă 1: Soluție

Soluție: 6 parametri

Fiecare armonică necesită 2 parametri (coeficienți sinus și cosinus):

$$s(t) = \sum_{k=1}^K \left[a_k \cos \left(\frac{2\pi kt}{m} \right) + b_k \sin \left(\frac{2\pi kt}{m} \right) \right]$$

Cu $K = 3$ armonice:

- $k = 1$: a_1, b_1 (frecvența fundamentală)
- $k = 2$: a_2, b_2 (prima armonică)
- $k = 3$: a_3, b_3 (a doua armonică)

Total: $2 \times K = 2 \times 3 = 6$ parametri

Notă: Maximum util $K = \lfloor m/2 \rfloor = 3$ pentru $m = 7$.

Problemă 2: Alegerea Modului de Sezonalitate

Enunț

Prognozați rezervările lunare la hotel. Datele arată:

- ▣ Iulie 2020: 1000 rezervări (sezon de vârf)
- ▣ Ianuarie 2020: 400 rezervări (extrasezon)
- ▣ Iulie 2023: 2000 rezervări (sezon de vârf)
- ▣ Ianuarie 2023: 800 rezervări (extrasezon)

Ar trebui să folosiți sezonality aditivă sau multiplicativă? De ce?

Răspunsul pe slide-ul următor...

Problemă 2: Soluție

Soluție: Sezonaliitate multiplicativă

Analiză: Verificați dacă amplitudinea sezonieră este proporțională cu nivelul.

An	Iulie	Ianuarie	Raport (Iul/Ian)
2020	1000	400	2.5
2023	2000	800	2.5

Observație cheie: *Raportul* rămâne constant (2.5), nu diferența!

- ▣ Aditiv ar însemna: Iulie întotdeauna +600 față de Ianuarie
- ▣ Dar 2020: $1000 - 400 = 600$; 2023: $2000 - 800 = 1200$

Concluzie: Folosiți multiplicativ: `seasonality_mode='multiplicative'`

Problemă 3: interpretarea Modelului TBATS

Enunț

Un model TBATS ajustat pe date orare de electricitate raportează:

- ▣ Box-Cox $\lambda = 0.5$
- ▣ Perioade sezoniere: $m_1 = 24$, $m_2 = 168$
- ▣ Termeni Fourier: $K_1 = 5$, $K_2 = 3$

Ce ne spune fiecare componentă despre date?

Răspunsul pe slide-ul următor...

Problemă 3: Soluție

Soluție

Box-Cox $\lambda = 0.5$:

- Transformare rădăcină pătrată aplicată
- Datele aveau varianță crescătoare cu nivelul
- Transformare: $y^{(0.5)} = \sqrt{y}$

Perioade sezoniere:

- $m_1 = 24$: Pattern zilnic (24 ore)
- $m_2 = 168$: Pattern săptămânal ($7 \times 24 = 168$ ore)

Termeni Fourier:

- $K_1 = 5$ pentru zilnic: Pattern intrazilnic complex (5 armonice captează vârfuri, văi)
- $K_2 = 3$ pentru săptămânal: Pattern săptămânal mai simplu (zi lucrătoare vs weekend)

Total parametri sezonieri: $2(K_1 + K_2) = 2(5 + 3) = 16$

Problemă 4: Efectele Sărbătorilor în Prophet

Enunț

Prognozați veniturile zilnice ale unui restaurant. Doriți să adăugați aceste efecte de sărbători în Prophet:

- ▣ Ziua Îndrăgostiților (14 Feb) – creștere majoră
- ▣ Paște (dată variabilă) – restaurant închis
- ▣ Crăciun (25 Dec) – restaurant închis

Scrieți codul Python pentru a crea dataframe-ul de sărbători pentru 2024-2025.

Răspunsul pe slide-ul următor...

Problemă 4: Soluție

Soluție

```
import pandas as pd
from prophet import Prophet
holidays = pd.DataFrame({
    'holiday':  ['valentines', 'paste', 'craciun'],
    'ds':       pd.to_datetime([...]),
    'lower_window': [0, 0, 0],
    'upper_window': [0, 0, 0]
})
model = Prophet(holidays=holidays)
model.fit(df)
```

Notă: Folosiți `lower_window=-1`, `upper_window=1` pentru a captura efecte pe zile adiacente.

Exemplu: Prognoza Vânzărilor Retail cu Prophet

Scenariu

Date lunare de vânzări retail (2018-2023) cu:

- Vânfuri puternice în decembrie (cumpărături de Crăciun)
- Impact COVID-19 în 2020 (ruptură structurală)
- Trend crescător în timp

Configurare Prophet

```
model = Prophet(  
    seasonality_mode='multiplicative',  
    changepoint_prior_scale=0.5,  
    yearly_seasonality=True)  
model.add_country_holidays(country_name='RO')
```

Decizie Cheie

Sezonalitate multiplicativă: efectul decembrie este proporțional cu nivelul de bază.

Exemplu: Cererea de Energie cu TBATS

Scenariu

Cerere orară de electricitate cu:

- Pattern intrazilnic (24 ore)
- Pattern săptămânal (168 ore)
- Pattern anual (8760 ore)

TBATS în R

```
library(forecast)
energy_msts <- msts(energy_data,
  seasonal.periods = c(24, 168, 8760))
fit <- tbats(energy_msts)
fc <- forecast(fit, h = 168)
```

Notă

TBATS selectează automat K pentru fiecare perioadă sezonieră prin AIC.

Exemplu: comparație prin Validare Încrucișată

Obiectiv

Comparați Prophet, TBATS și SARIMA pe 2 ani de date zilnice de vânzări.

Validare Încrucișată Prophet

```
from prophet.diagnostics import cross_validation
df_cv = cross_validation(model, initial='365 days',
    period='90 days', horizon='30 days')
metrics = performance_metrics(df_cv)
```

Rezultate Tipice

Model	MAPE	Timp de Calcul
SARIMA (doar săptămânal)	8.5%	Rapid
TBATS (săptămânal + anual)	6.2%	Moderat
Prophet (săptămânal + anual + sărbători)	5.8%	Rapid

Discuție: Când să folosim Care Model?

Întrebare Cheie

Aveți o nouă sarcină de prognoză. Cum alegeți între SARIMA, TBATS și Prophet?

Cadru de Decizie

1. Câte perioade sezoniere?

- ▶ Una \Rightarrow SARIMA poate fi suficient
- ▶ Multiple \Rightarrow TBATS sau Prophet

2. Aveți cunoștințe de domeniu de încorporat?

- ▶ Sărbători, evenimente, puncte de schimbare \Rightarrow Prophet
- ▶ Lăsați datele să vorbească \Rightarrow TBATS

3. Cerințe de interpretabilitate?

- ▶ Trebuie să explicați componentele \Rightarrow Prophet
- ▶ Doar prognoze \Rightarrow Oricare

Discuție: Supraajustare cu Termeni Fourier

Întrebare Cheie

Puteți avea prea mulți termeni Fourier? Care sunt simptomele?

Răspuns: Da!

Simptome de supraajustare:

- Ajustare in-sample excelentă, dar out-of-sample slabă
- Sezonalitatea arată „zimțată” sau nerealistă
- Prognozele oscilează puternic

Ghiduri

- Maximum $K \leq m/2$ (limita Nyquist)
- Începeți cu $K = 3-5$ pentru majoritatea aplicațiilor
- Folosiți validare încrucișată pentru a selecta K
- Implicit Prophet: $K = 10$ pentru anual, $K = 3$ pentru săptămânal

Discuție: Gestionarea Rupturilor Structurale

Scenariu

Datele istorice includ perioada COVID-19 (2020-2021). Cum gestionați acest lucru când prognozați 2024?

Opțiuni

1. **Exclueți perioada COVID:** Antrenați doar pe date pre-COVID și post-COVID
2. **Folosiți puncte de schimbare:** Lăsați Prophet să detecteze/specificați rupturi
3. **Adăugați regresori:** Includeți variabilă indicator COVID
4. **Ajustare:** Ajustați manual valorile 2020-2021 la „normal”

Abordare Prophet

```
model = Prophet(changepoints=[...])  
df['covid'] = (df['ds'] >= '2020-03-15') & ...  
model.add_regressor('covid')
```

Exerciții de Lucru Acasă

1. **Teoretic:** Demonstrați că $K = m/2$ termeni Fourier pot reprezenta orice funcție periodică cu perioada m (pentru m par).
2. **Calcul:** Pentru pattern-ul sezonier de mai jos (date zilnice, ciclu săptămânal), determinați numărul minim de armonice Fourier necesare:

Lun: 100, Mar: 110, Mie: 115, Joi: 110, Vin: 120, Sâm: 80, Dum: 65
3. **Aplicat:** Descărcați date orare de cerere de electricitate dintr-o sursă publică:
 - ▶ Ajustați atât TBATS (în R) cât și Prophet (în Python)
 - ▶ Comparați acuratețea prognozei folosind RMSE și MAPE
 - ▶ Vizualizați descompunerile componentelor
4. **Gândire Critică:** De ce ar putea Prophet să performeze slab pe date financiare de înaltă frecvență (ex. prețuri de acțiuni minut cu minut)?

Indicii pentru Soluții

Indicii

1. Prin teorema Fourier, orice funcție periodică poate fi reprezentată ca sumă de sinusuri și cosinusuri. Cu perioada m , frecvențele sunt k/m pentru $k = 1, \dots, m/2$.
2. Pattern-ul are:
 - ▶ Un vârf (Vineri) și o vale (Duminică)
 - ▶ Tranziții destul de netede
 - ▶ $K = 2$ sau $K = 3$ probabil suficient (încercați și comparați)
3. Pentru date de electricitate:
 - ▶ Includeți pattern-uri zilnice (24h) și săptămânale (168h)
 - ▶ Adăugați sărbătorile pentru regiunea dumneavoastră în Prophet
 - ▶ Așteptați-vă la MAPE în jur de 3-5% pentru prognoze orare
4. Probleme cu datele financiare:
 - ▶ Fără sezonality clară (eficiența pieței)
 - ▶ Raport zgomet-semnal ridicat
 - ▶ Prophet proiectat pentru date „de business” cu trenduri și sezoane

Concluzii cheie din Acest Seminar

Modele pentru Sezonalitate Multiplă

1. **TBATS**: Automat, bazat pe Fourier, gestionează orice număr de perioade sezoniere
2. **Prophet**: Prietenos cu analistul, gestionare explicită a sărbătorilor/eventimentelor, interpretabil
3. **Folosiți SARIMA** când există doar o perioadă sezonieră

Decizii Cheie

- **Modul de sezonalitate**: Aditiv (amplitudine constantă) vs Multiplicativ (proporțional)
- **Termeni Fourier**: Mai mulți = flexibil dar risc de supraajustare; folosiți CV pentru selecție
- **Puncte de schimbare**: Permit trendului să se adapteze la rupturi structurale

Rețineți

Prophet: Excelent când aveți cunoștințe de domeniu de încorporat
TBATS: Excelent pentru modelare automată a sezonality complexe

Vă Mulțumesc!

Întrebări?

`danpele@ase.ro`

Bibliografie I

Manuale fundamentale

- ▣ Hyndman, R.J., & Athanasopoulos, G. (2021). *Forecasting: Principles and Practice*, 3rd ed., OTexts.
- ▣ Shumway, R.H., & Stoffer, D.S. (2017). *Time Series Analysis and Its Applications*, 4th ed., Springer.
- ▣ Brockwell, P.J., & Davis, R.A. (2016). *Introduction to Time Series and Forecasting*, 3rd ed., Springer.

Serii de timp financiare

- ▣ Tsay, R.S. (2010). *Analysis of Financial Time Series*, 3rd ed., Wiley.
- ▣ Franke, J., Härdle, W.K., & Hafner, C.M. (2019). *Statistics of Financial Markets*, 4th ed., Springer.

Bibliografie II

Abordari moderne si Machine Learning

- ▣ Nielsen, A. (2019). *Practical Time Series Analysis*, O'Reilly Media.
- ▣ Petropoulos, F., et al. (2022). *Forecasting: Theory and Practice*, International Journal of Forecasting.
- ▣ Makridakis, S., Spiliotis, E., & Assimakopoulos, V. (2020). The M4 Competition, International Journal of Forecasting.

Resurse online si cod

- ▣ **Quantlet**: <https://quantlet.com> — Repository de cod pentru statistica
- ▣ **Quantinar**: <https://quantinar.com> — Platforma de invatare metode cantitative
- ▣ **GitHub TSA**: <https://github.com/QuantLet/TSA> — Cod Python pentru acest seminar