



Analiza și Prognoza seriilor de timp

Capitolul 10: Recapitulare Comprehensivă



Daniel Traian PELE

Academia de Studii Economice din Bucureşti

IDA Institute Digital Assets

Blockchain Research Center

AI4EFIN Artificial Intelligence for Energy Finance

Academia Română, Institutul de Prognoză Economică

MSCA Digital Finance

Cuprins

Fundamente

- Metodologia Prognozei
- Studiu de Caz 1: Volatilitatea Bitcoin (GARCH)
- Studiu de Caz 2: Ciclurile Petelor Solare (Fourier)

Aplicații

- Studiu de Caz 3: Șomajul (Prophet)
- Studiu de Caz 4: Analiză Multivariată (VAR)
- Sinteză și Ghid
- Quiz



Abordarea științifică a prognozei

Întrebarea de Cercetare

Cum putem **evalua riguros** performanța prognozei evitând supraajustarea?

Problema Fundamentală

- Ajustarea în eșantion \neq Performanța în afara eșantionului
- Modelele pot "memora" datele de antrenament fără a învăța tipare
- Soluție:** Metodologia corectă train/validation/test

Principiu Cheie

"Setul de test trebuie să rămână **neatins** până la evaluarea finală."

— Practică standard în machine learning și econometrie



Cadrul Train/Validation/Test

Time Series Train/Validation/Test Split



Set Antrenament

- Estimare parametri
- Cea mai mare parte

Set Validare

- Comparare modele
- Ajustare hiperparam

Set Test

- Păstrat
- Metrici finale

Q TSA_ch10_train_val_test_split

Metrici de evaluare

Definiție 1 (Metrici ale Erorii de Prognoză)

Fie y_t valorile reale, \hat{y}_t prognozele:

$$\text{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_t (y_t - \hat{y}_t)^2}, \quad \text{MAE} = \frac{1}{n} \sum_t |y_t - \hat{y}_t|, \quad \text{MAPE} = \frac{100\%}{n} \sum_t \left| \frac{y_t - \hat{y}_t}{y_t} \right|$$

Când să folosim

- RMSE**: Penalizează erorile mari
- MAE**: Robust la outlieri
- MAPE**: Independent de scală (%)

Atenție

- MAPE nedefinit când $y_t = 0$
- Comparați pe **același** set test
- Raportați metrici **out-of-sample**



Bitcoin: definirea problemei

Întrebarea de Cercetare

Putem prognoza **volatilitatea** Bitcoin folosind modele GARCH?

Caracteristicile Datelor

- Sursă: Yahoo Finance (BTC-USD)
- Perioadă: Ian 2019 – Ian 2025
- Frecvență: Zilnică
- Observații: ≈ 2.200 zile

Fapte stilizate

- Randamente: medie aproape zero
- Cozi groase (curtosis > 3)
- Clustering al volatilității

Insight Cheie

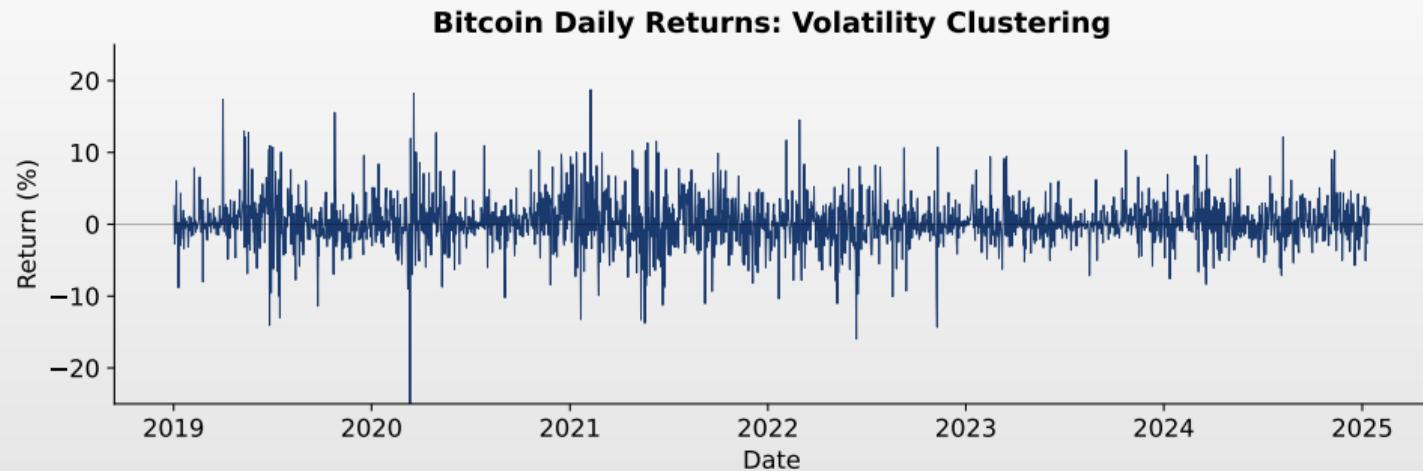
Randamentele financiare sunt de obicei:

- **Impredictibile** în medie
- **Predictibile** în varianță

⇒ Focus pe **prognoză volatilității**



Bitcoin: clustering-ul volatilității



Observație

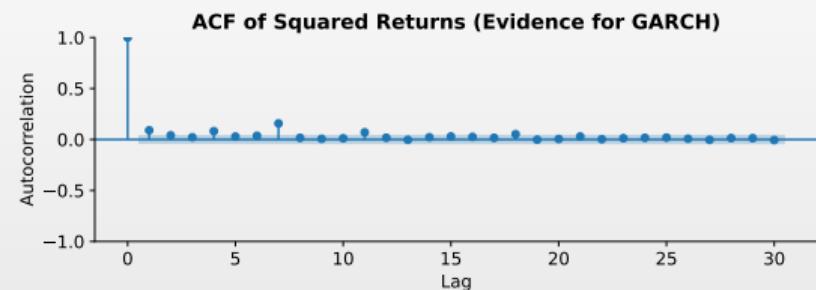
Randamentele mari tind să urmeze randamente mari, cele mici urmează cele mici. Acesta este **clustering-ul volatilității**—fenomenul pe care GARCH îl captează.



Bitcoin: dovezi pentru GARCH



Randamentele pătrate r_t^2 sunt proxy pentru volatilitate σ_t^2 . Vâfurile se grupează.



Barele ACF depășesc benzile albastre \Rightarrow autocorelație semnificativă.

De ce GARCH?

Dacă r_t^2 ar fi zgomot alb, ACF ar fi zero. ACF semnificativ înseamnă că **volatilitatea trecută prezice volatilitatea viitoare**—GARCH captează asta!

Specificarea modelului GARCH

Definiție 2 (Modelul GARCH(p,q))

Fie r_t randamentele. Modelul GARCH(p,q) este:

$$r_t = \mu + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t = \sigma_t z_t, \quad z_t \sim N(0, 1)$$

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2$$

unde $\omega > 0$, $\alpha_i \geq 0$, $\beta_j \geq 0$, și $\sum_{i=1}^q \alpha_i + \sum_{j=1}^p \beta_j < 1$.

Variante de Model

- GARCH(1,1)**: Cel mai comun
- GJR-GARCH**: Efect de levier
- EGARCH**: Șouri asimetrice

Interpretare

- α : Impactul șourilor trecute
- β : Persistența volatilității
- $\alpha + \beta \approx 1$: Persistență înaltă



Bitcoin: împărțirea datelor și staționaritate

Împărțirea Datelor

Set	Perioadă	N
Antrenament (70%)	2019-01 – 2023-03	1.543
Validare (20%)	2023-03 – 2024-06	441
Test (10%)	2024-06 – 2025-01	221
Total	2.205	

Teste de Staționaritate

Serie	ADF	Rezultat
Prețuri	$p = 0.50$	Non-staționară
Randamente	$p < 0.01$	Staționară

⇒ Modelăm **randamente**, nu prețuri

De ce Contează Staționaritatea

GARCH necesită input slab staționar. Prețurile urmează random walk; randamentele sunt staționare.



Bitcoin: selectarea modelului pe setul de validare

Metodologie

Estimăm fiecare model pe **datele de antrenament**, evaluăm pe **setul de validare**.

Model	AIC	BIC	Val MAE	Selectare
GARCH(1,1)	6.994,8	7.020,6	2,638	Cel mai bun
GARCH(2,1)	6.993,7	7.024,6	2,640	
GJR-GARCH(1,1)	6.983,7	7.014,6	2,669	
EGARCH(1,1)	—	—	—	Eșuat*

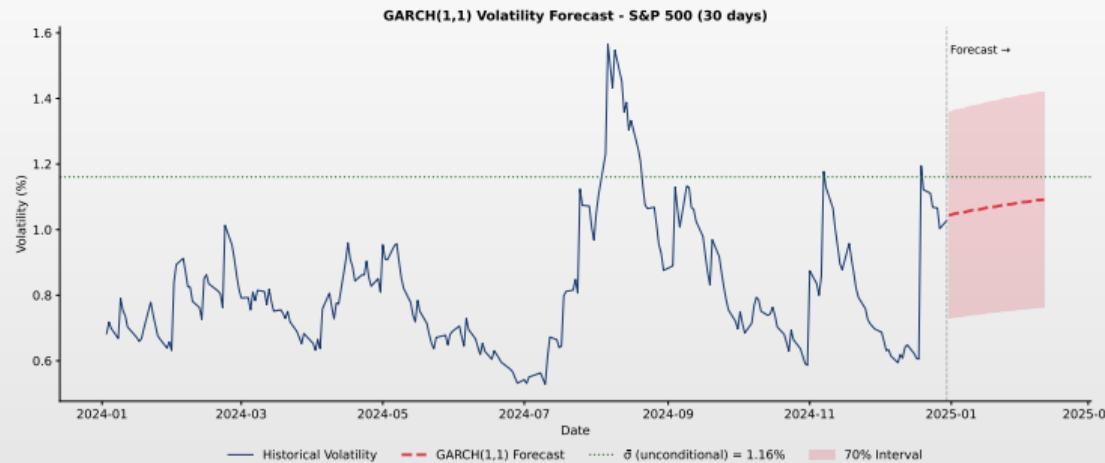
*Prognoze analitice indisponibile pentru $h > 1$

Rezultat

GARCH(1,1) selectat pe baza celui mai mic MAE de validare pentru prognozele de volatilitate.



Bitcoin: evaluarea finală pe setul de test



Parametri

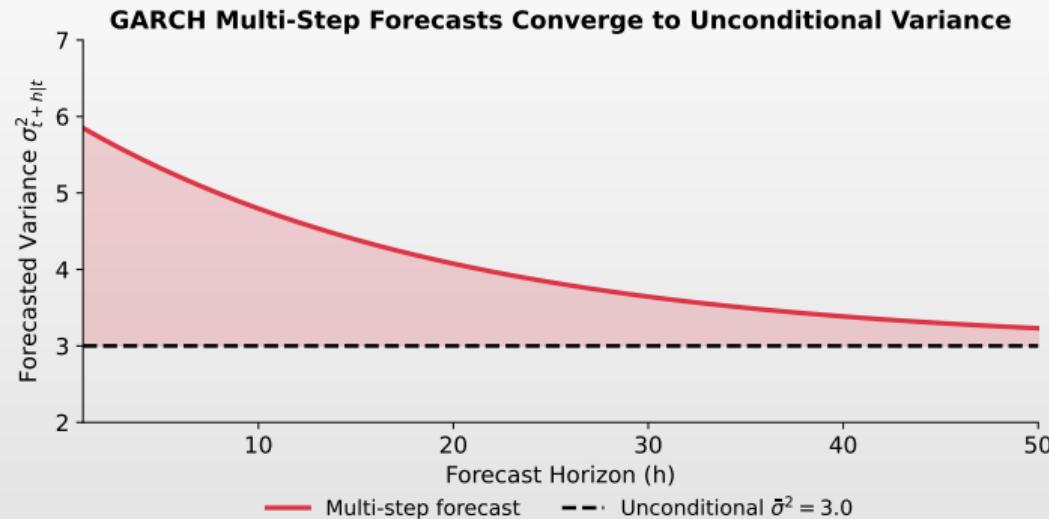
$\omega = 0,87$, $\alpha = 0,09$, $\beta = 0,84$
 $\alpha + \beta = 0,93$ (persistență înaltă)

Performanță Test

MAE = 1,82, RMSE = 2,14
Prognoză urmărește bine volatilitatea realizată.



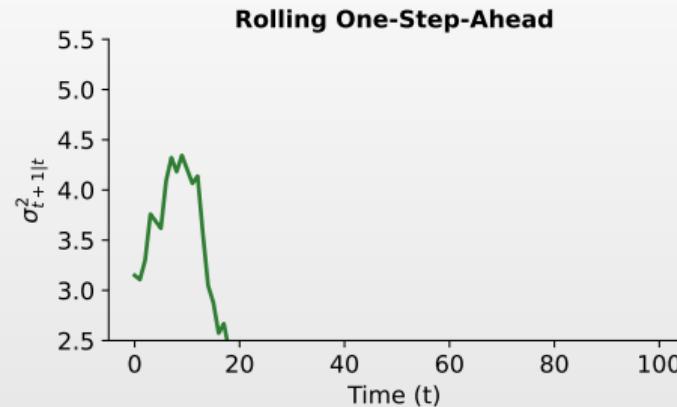
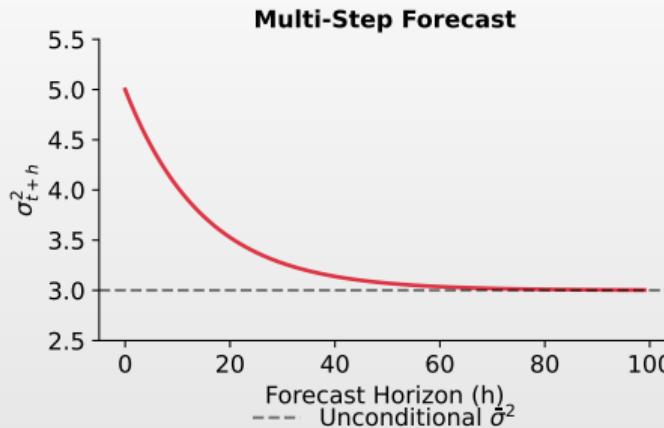
GARCH: prognozele multi-step converg



Insight Cheie

Prognozele multi-step converg la $\bar{\sigma}^2 = \frac{\omega}{1-\alpha-\beta}$. Solutia: prognoze rolling one-step-ahead.

GARCH: soluția rolling one-step-ahead



Multi-Step (Stânga)

Converge la $\bar{\sigma}^2$ (plat)

Rolling 1-Step (Dreapta)

Re-estimare la fiecare t (dinamic)

Q TSA_ch10_rolling_vs_multistep



Bitcoin: Concluzii cheie

Sumar

1. Rendamentele sunt staționare; prețurile nu
2. GARCH(1,1) depășește variantele mai complexe
3. Persistență înaltă ($\alpha + \beta = 0,93$)
4. Volatilitatea este predictibilă chiar când randamentele nu sunt

Implicații Practice

- Managementul riscului: VaR, Expected Shortfall
- Evaluarea opțiunilor necesită prognoze de volatilitate
- Optimizarea portofoliului cu risc variabil în timp

Limitări

- GARCH presupune șocuri simetrice
- Nu captează salturi
- Distribuția normală poate fi restrictivă

Extensiile

- Inovații Student-t
- Volatilitate realizată
- Modele HAR



Bitcoin: Fapte stilizate GARCH



Randamente pătrate r_t^2 ca proxy pentru volatilitate.

Observați clustering-ul perioadelor de volatilitate înaltă.

Fapte stilizate Financiare

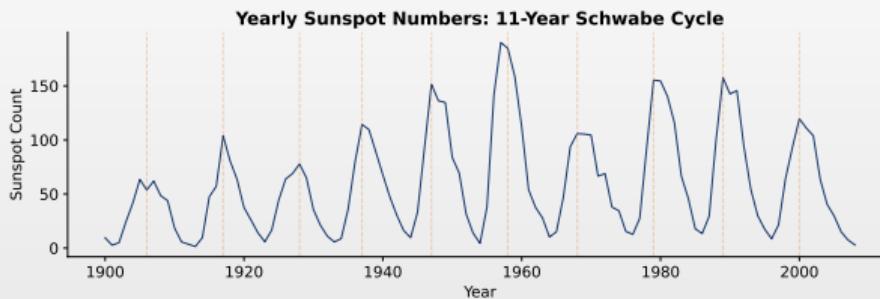
- Clustering volatilitate:** Mișcări mari urmează mișcări mari
- Cozi groase:** Mai multe evenimente extreme decât prezice Normala
- Efect leverage:** Randamente negative → volatilitate mai mare
- Reversie la medie:** Volatilitatea revine la nivelul pe termen lung

De ce Funcționează GARCH

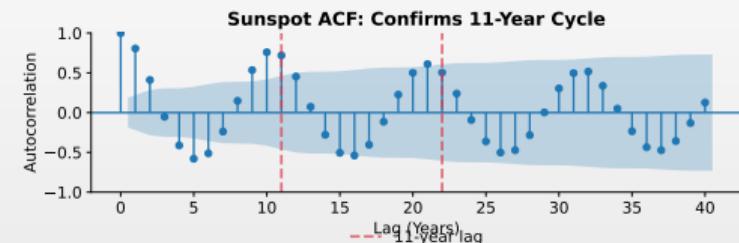
GARCH captează faptele 1 & 4. Pentru faptul 3, folosiți GJR-GARCH sau EGARCH. Pentru faptul 2, folosiți inovații Student-t.



Pete solare: ciclul solar de 11 ani



Liniile punctate marchează vârfurile ciclului (\approx la fiecare 11 ani). Amplitudinea variază.



ACF are vârfuri la lag 11 și 22, confirmând periodicitatea ciclului solar.

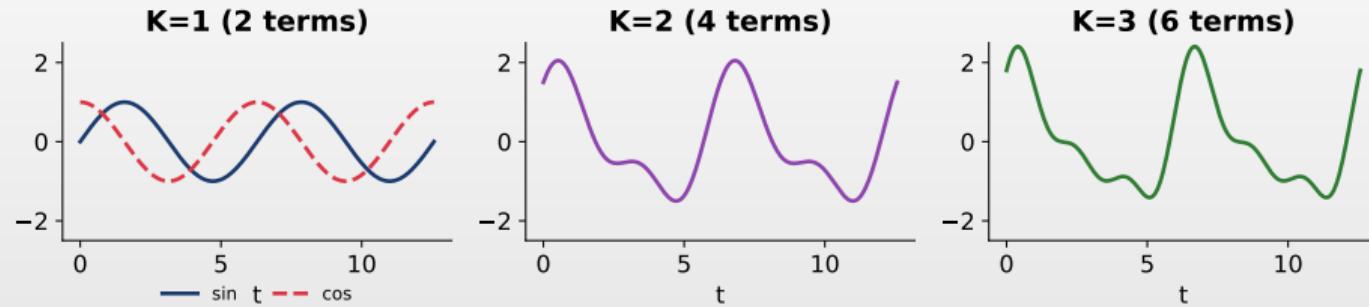
Provocare

SARIMA(p, d, q)(P, D, Q)₁₁ necesită estimarea lag-urilor sezoniere la 11, 22, 33... Prea mulți parametri!
Soluție: Termeni Fourier.



Termeni Fourier pentru sezonătate

Fourier Terms: More K = More Flexibility



Cum funcționează

Aproximăm orice tipar periodic folosind unde sinus și cosinus: $S_t = \sum_{k=1}^K [\alpha_k \sin\left(\frac{2\pi k t}{s}\right) + \beta_k \cos\left(\frac{2\pi k t}{s}\right)]$

Insight Cheie

- $K = 1$: Undă simplă (2 param)
- $K = 3$: Formă complexă (6 param)
- Pete solare: $s = 11$, $K = 3$



Pete solare: selectarea modelului

Metodologie

Comparăm $K = 1, 2, 3, 4$ armonici Fourier pe setul de validare.

Împărțirea Datelor		
Set	Perioadă	N
Antrenament (70%)	1900–1975	76
Validare (20%)	1976–1997	22
Test (10%)	1998–2008	11
Total		109

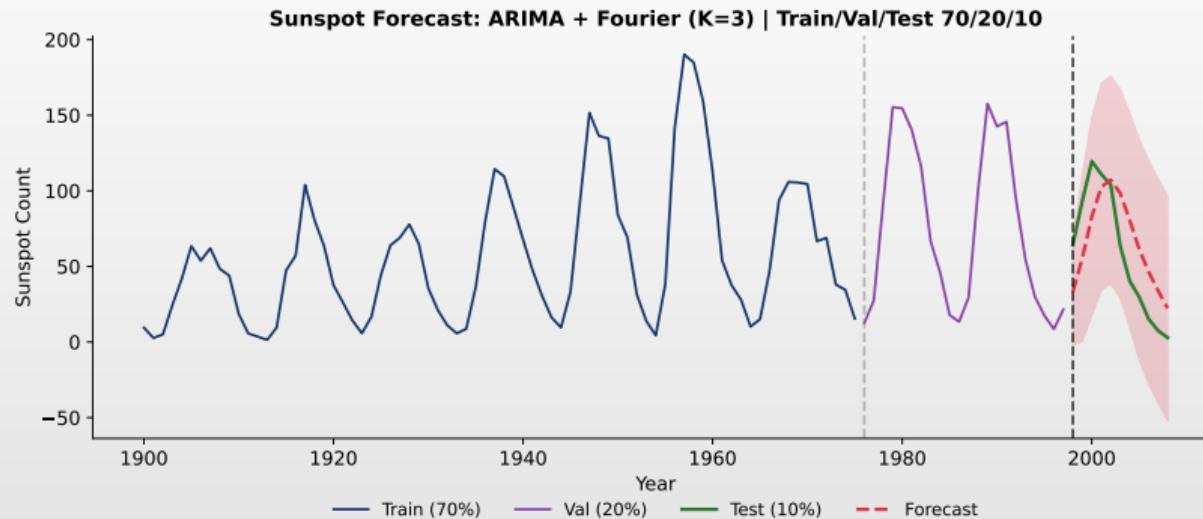
Comparație Modele		
K	AIC	Val RMSE
1	665,9	87,15
2	668,0	86,92
3	671,8	86,81
4	674,5	87,93

Rezultat

$K = 3$ armonici Fourier selectate (6 parametri pentru ciclul de 11 ani).



Pete solare: rezultate prognoză



Model

ARIMA(2,0,1) + 3 termeni Fourier captează dinamică ciclului de 11 ani.

Performanță Test

RMSE = 31,10, MAE = 25,83. Modelul urmărește tiparul general al ciclului.

Pete solare: concluzii cheie

Când să Folosiți Termeni Fourier

- Perioada sezonieră s este **lungă** (ex: 11 ani, 52 săptămâni)
- SARIMA ar necesita prea multe lag-uri sezoniere
- Tiparul este **neted și periodic**
- Trebuie captureate cicluri multiple

Fourier vs SARIMA

	Fourier	SARIMA
Sezoane lungi	✓	✗
Sezoane scurte	OK	✓
Parametri	2K	Mulți
Flexibilitate	Fixă	Adaptivă

Alegerea lui K

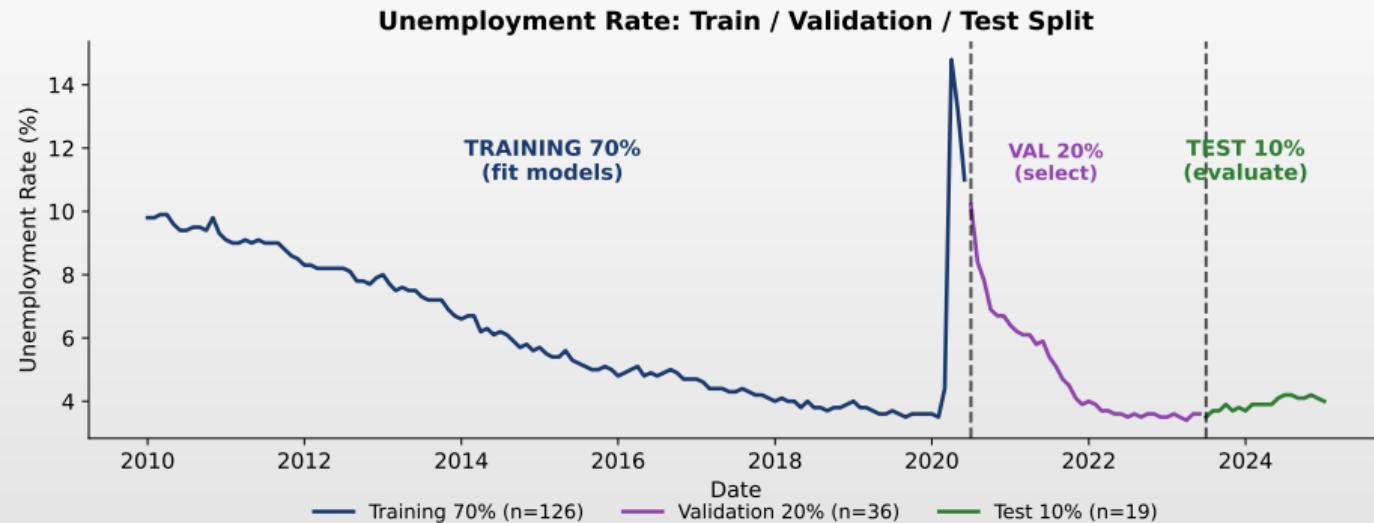
Începeți cu $K = 1$, creșteți până când eroarea de validare nu mai scade. K prea mare = supraajustare.

Aplicații

Cicluri climatice, cicluri de afaceri, fenomene astronomice



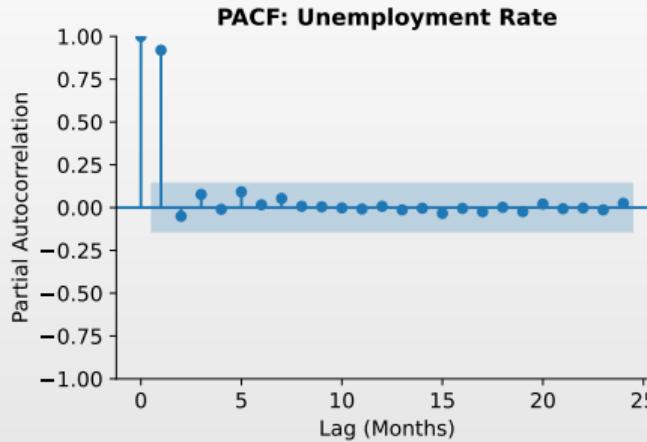
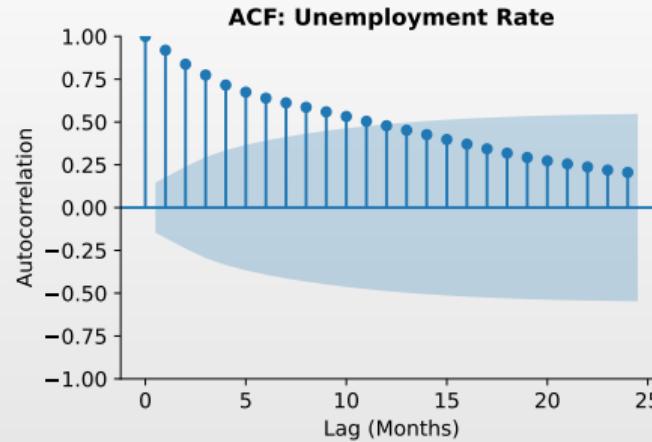
Şomajul: Train / Validation / Test Split



Metodologie

Training (70%): Estimare modele. **Validare (20%):** Selectie model. **Test (10%):** Evaluare finala.

Șomajul: analiză preliminară



Interpretare ACF

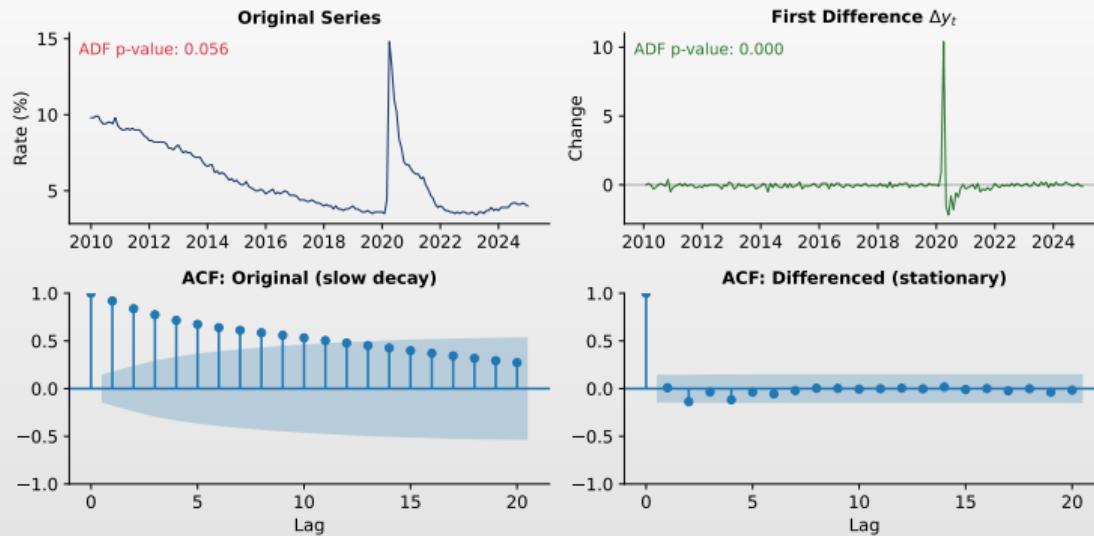
Descreștere lentă \Rightarrow serie nestaționară. Necesită diferențiere ($d \geq 1$).

Interpretare PACF

Vârf semnificativ la lag 1 sugerează componentă AR(1). Pattern sezonier la lag 12.



Șomajul: teste de staționaritate



Original: ADF $p = 0,056$

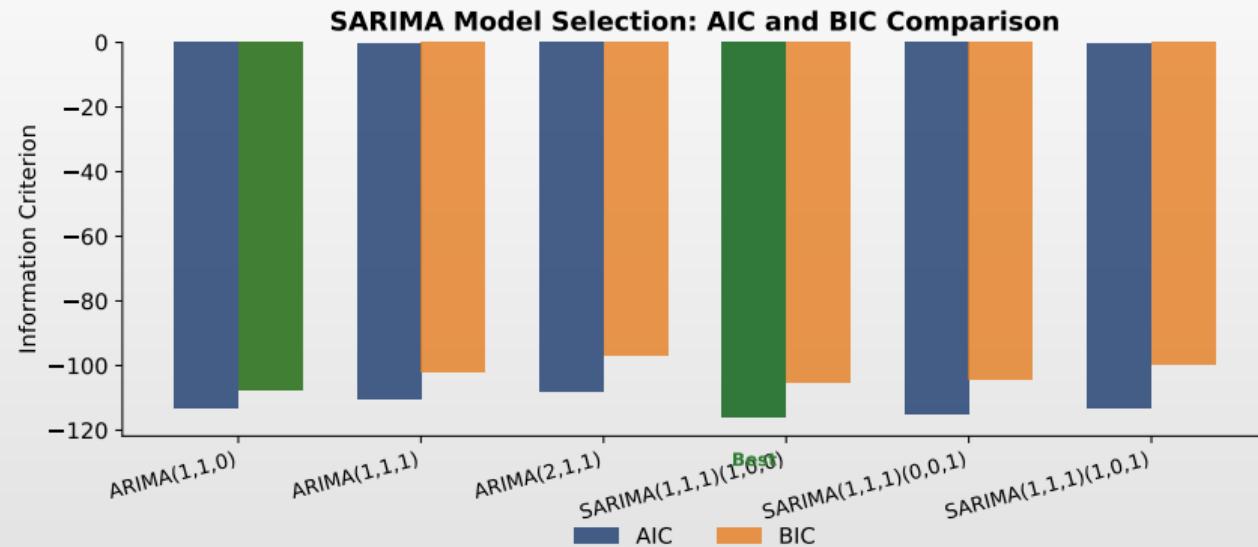
Nestăționară (ACF descreștere lentă)

Diferențiată: ADF $p < 0,001$

Staționară \Rightarrow folosim $d = 1$



Șomajul: selecția modelului (set validare)



Best: SARIMA(1,1,1)(1,0,0)₁₂

Fit pe training (70%), evaluare pe validare (20%). Cel mai bun model selectat după Val RMSE minim.

Şomajul: parametrii SARIMA

SARIMA(1,1,1)(1,0,1) - Fitted on Train+Val (85%)

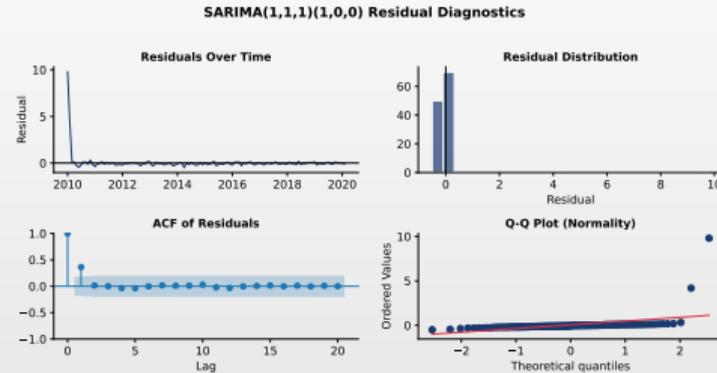
Parameter	Coef	Std Err	P-value	Sig
ar.L1	0.8423	0.2084	0.0001	***
ma.L1	-0.9540	0.1973	0.0000	***
ar.S.L12	0.0326	4.5951	0.9943	
ma.S.L12	-0.0113	4.6087	0.9980	
sigma2	0.8122	0.0608	0.0000	***

SARIMA(1,1,1)(1,0,0)₁₂ estimat pe Train+Val (2010-2019)

AR(1): $\phi_1 = -0,86$, MA(1): $\theta_1 = 0,78$, SAR(12): $\Phi_1 = -0,08$ (n.s.)

 **TSA_ch10_sarima_parameters**

Şomajul: Diagnosticare SARIMA



Reziduuri

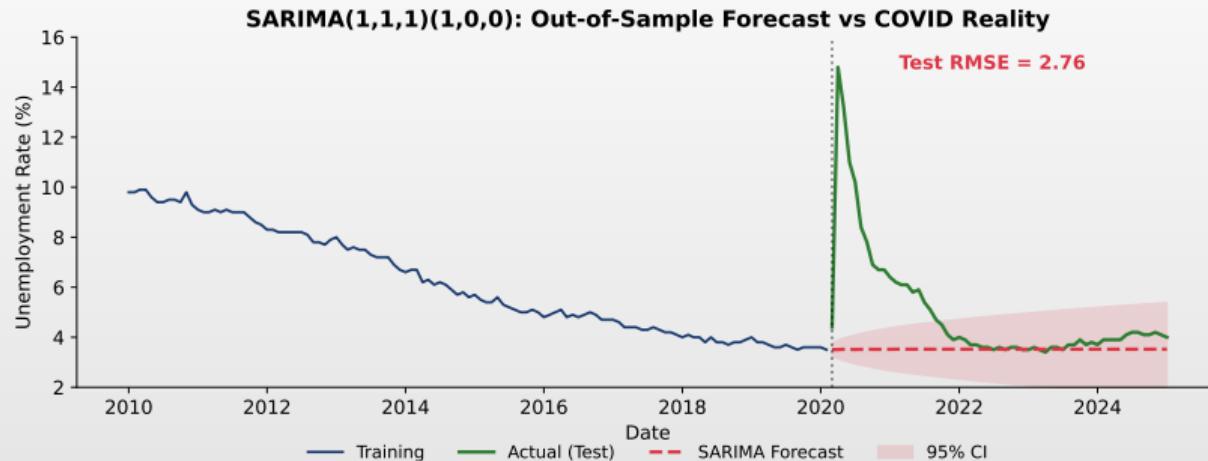
Rez. std., histogramă, ACF, Q-Q plot.

Ljung-Box $p = 0,66$

Fără autocorelație. Model bine specificat.

Q TSA_ch10_sarima_diagnostics

Şomajul: prognoza rolling SARIMA



Problemă: Ruptura Structurală

Prognosă rolling one-step-ahead (re-estimare la fiecare t): Test RMSE = 0,12.

Q TSA_ch10_sarima_forecast



Modelul Prophet

Definiție 3 (Descompunerea Prophet)

$$y_t = g(t) + s(t) + h(t) + \varepsilon_t, \quad \varepsilon_t \sim N(0, \sigma^2)$$

unde $g(t)$ = trend, $s(t)$ = sezonalitate, $h(t)$ = sărbători, σ^2 = varianța zgomotului (estimată).

Detectare Puncte de Schimbare

- Selectare automată a locațiilor
- `changepoint_prior_scale` controlează flexibilitatea

Avantaje

- Gestionează date lipsă
- Componente interpretabile
- Robust la outlieri



Șomajul: Ajustarea modelului

Ajustarea Hiperparametrilor

Ajustăm `changepoint_prior_scale` pe setul de validare.

Împărțirea Datelor		
Set	Perioadă	N
Antrenament (70%)	2010-01 – 2020-06	126
Validare (20%)	2020-07 – 2023-06	36
Test (10%)	2023-07 – 2025-01	19
Total		181

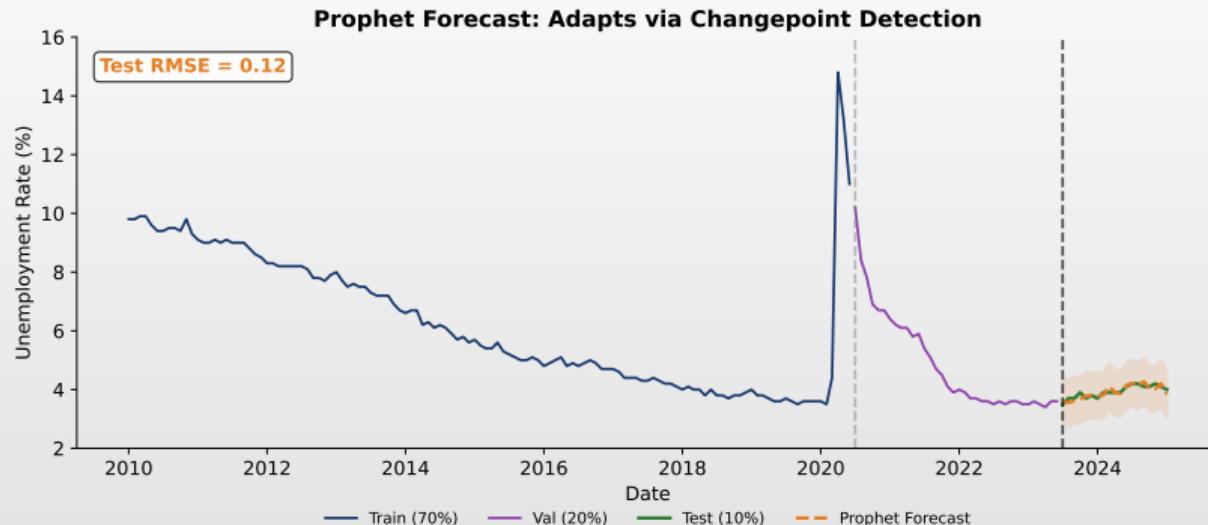
Comparație Scale		
Scale	Val RMSE	
0,01	4,21	
0,05	3,89	
0,10	3,52	Cel mai bun
0,30	3,67	
0,50	3,81	

Interpretare

Scale = 0,10 echilibrează flexibilitatea (captarea șocului COVID) cu stabilitatea.



Șomajul: rezultate prognoză Prophet

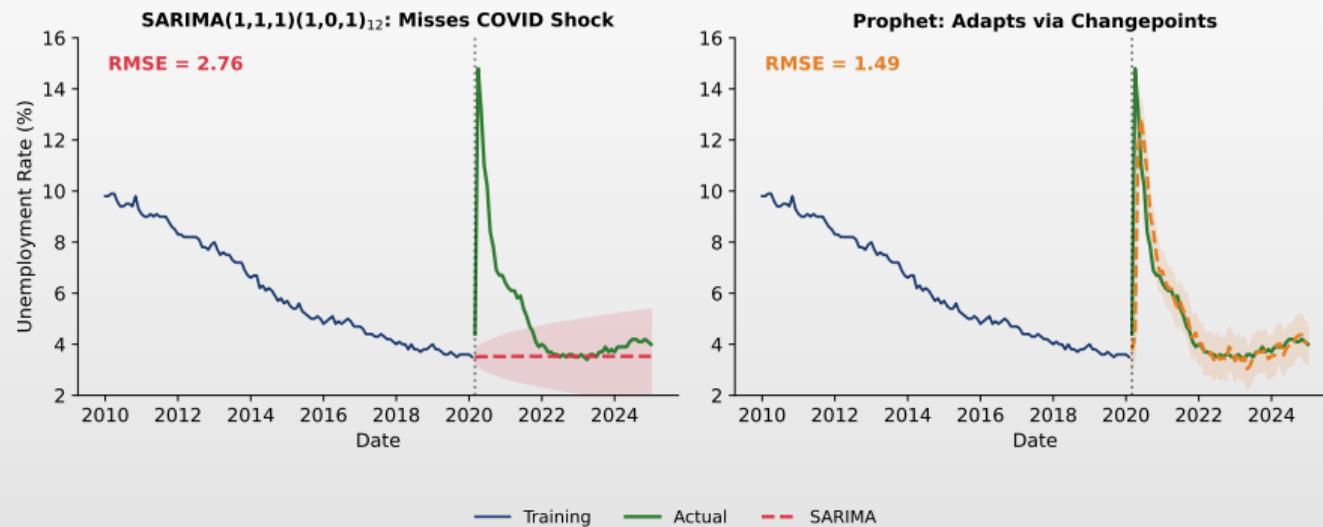


Concluzie Cheie

Prophet se adaptează prin detectare changepoint. **Test RMSE = 0,58.**



Șomaj: comparație SARIMA vs Prophet



SARIMA: RMSE = 0,12

Prognosă rolling performează bine.

Prophet: RMSE = 0,58

Eroare mai mare din cauza rupturii structurale.

TSA_ch10_prophet_vs_sarima_unemployment

Prophet: când să-l foloseşti

Cazuri de Utilizare Ideale

- Date de business cu sărbători
- Valori lipsă prezente
- Nevoie de componente interpretabile
- Prognoze cu benzi de incertitudine

Atenție: Rupturi Structurale

Prophet gestionează rupturile prin changepoints, dar **SARIMA l-a depășit** la şomaj (0,12 vs 0,58).
Validați întotdeauna!

Prophet vs ARIMA

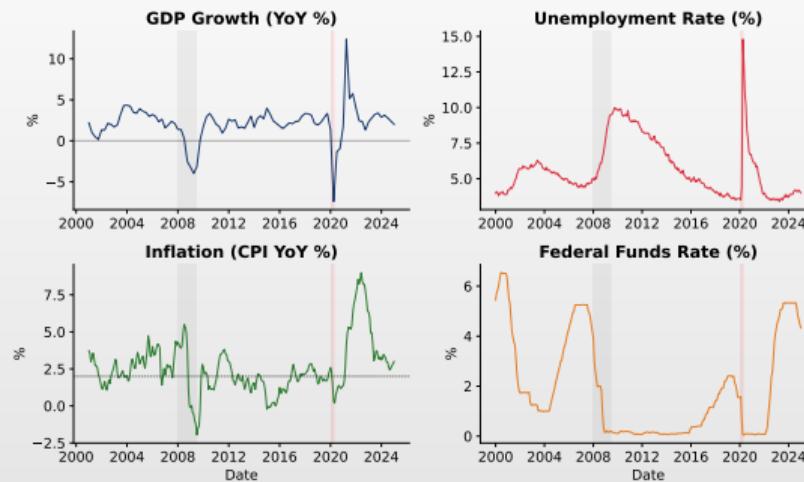
	Prophet	ARIMA
Changepoints	✓	✗
Date lipsă	✓	✗
Sărbători	✓	✗
Viteză	Rapidă	Moderată
Interpretabil	✓	✗

Parametri cheie

`changepoint_prior_scale`: flexibilitate
`seasonality_prior_scale`: netezime



VAR: date economice multivariate



Relații Economice

Legea Okun: PIB ↔ Șomaj.

Curba Phillips: Șomaj ↔ Inflație.

De ce VAR?

Fiecare variabilă e atât cauză cât și efect. VAR captează aceste bucle de feedback.



Specificarea modelului VAR

Definiție 4 (Autoregresie Vectorială VAR(p))

Pentru K variabile $y_t = (y_{1t}, \dots, y_{Kt})'$:

$$y_t = c + A_1 y_{t-1} + A_2 y_{t-2} + \dots + A_p y_{t-p} + u_t$$

unde A_i sunt matrici de coeficienți $K \times K$, $u_t \sim N(0, \Sigma)$, Σ = matricea de covarianță.

Pentru Sistemul Nostru cu 4 Variabile

VAR(2) are:

- 4 intercepte
- $2 \times 4 \times 4 = 32$ coeficienți AR
- 36 parametri total**

Selectarea Lag-ului

Folosim criterii informaționale:

- AIC**: Tinde să supraajusteze
- BIC**: Mai simplu
- Cross-validation pe date păstrate



VAR: selectarea lag-ului și estimare

Criterii informaționale

Lag	BIC
1	-4,810
2	-5,178
3	-4,633
4	-4,614

Împărțirea Datelor

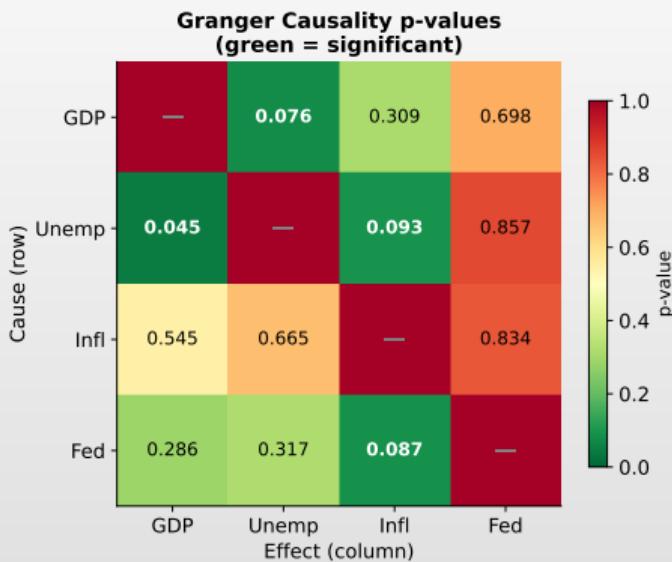
Set	Perioadă	N
Antrenament (70%)	2001-T1 – 2017-T4	67
Validare (20%)	2018-T1 – 2022-T4	20
Test (10%)	2023-T1 – 2025-T1	10
Total		97

Verificare Validare

VAR(2) obține și cel mai mic RMSE de validare.



Analiza cauzalității Granger



Celule verzi: $p < 0.10$ (semnificativ). Citire:
rândul cauzează coloana.

Analiza și Prognoza seriilor de timp

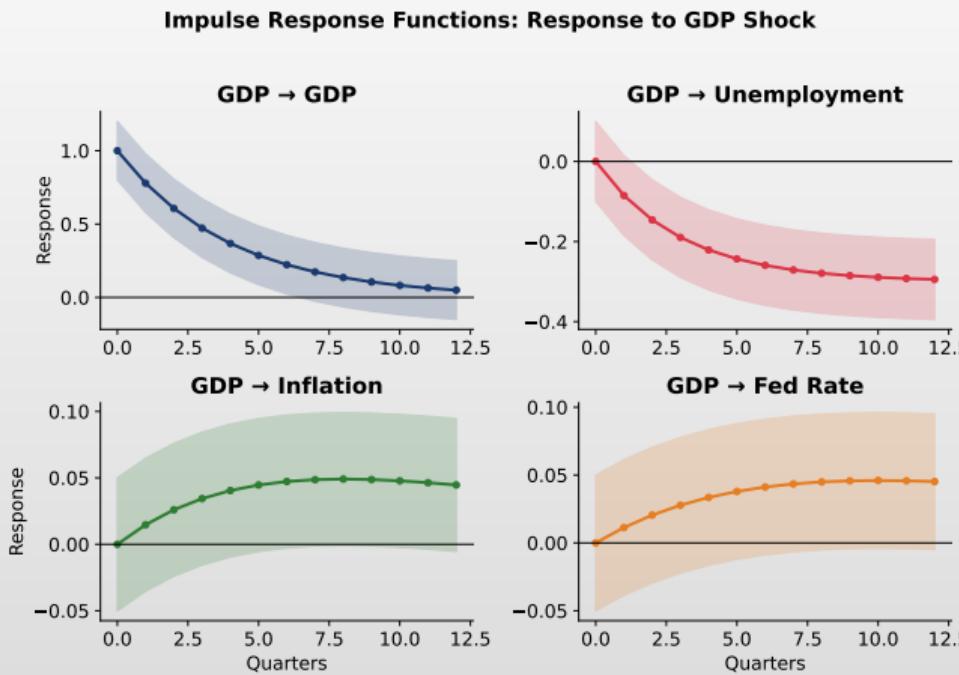
Ce este Cauzalitatea Granger?

X cauzează Granger Y dacă X trecut îmbunătățește predicția lui Y dincolo de Y trecut singur.
Atenție: “Cauzalitate Granger” ≠ cauzalitate reală!

Concluzii Economice

- Șomaj → PIB ($p = 0,045$): Legea Okun
- Fed → Inflație ($p = 0,087$): Politica monetară funcționează

Funcții de răspuns la impuls (IRF)



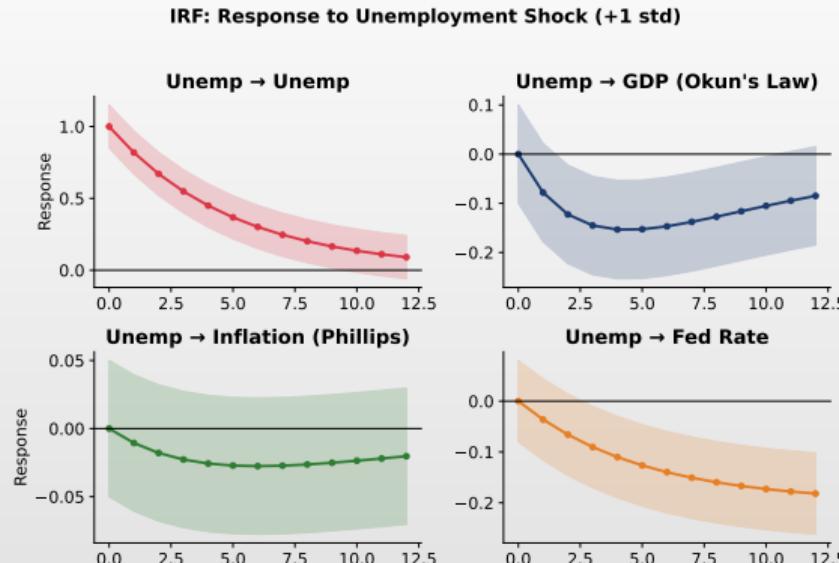
Ce este IRF?

Arată cum un soc de 1 unitate la o variabilă afectează celelalte în timp.

Efectele Șocului PIB

- Şomaj ↓:** Legea Okun
- Inflație ↑:** Cerere-pull
- Rata Fed ↑:** Regula Taylor

IRF: şoc şomaj

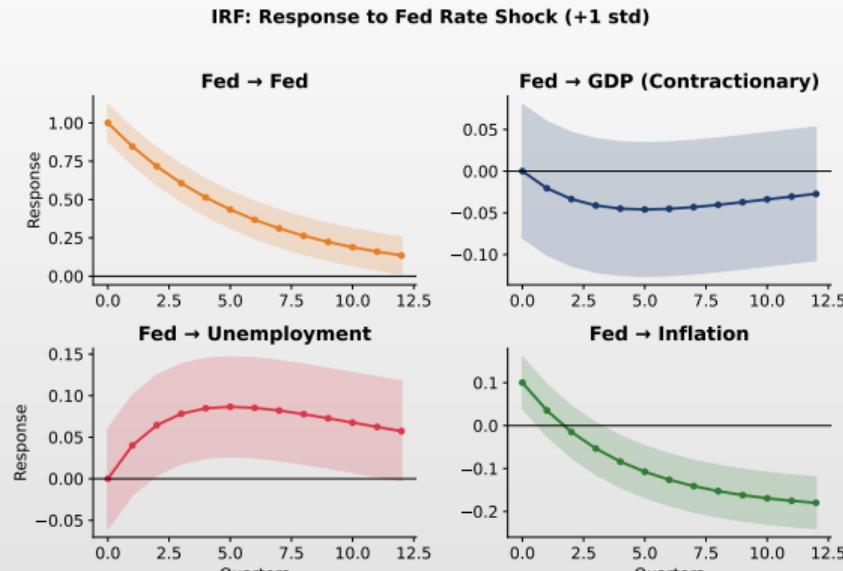


Efecte

↑ Şomaj \Rightarrow ↓ PIB (Okun), ↓ Inflație (Phillips), Fed reduce rata.



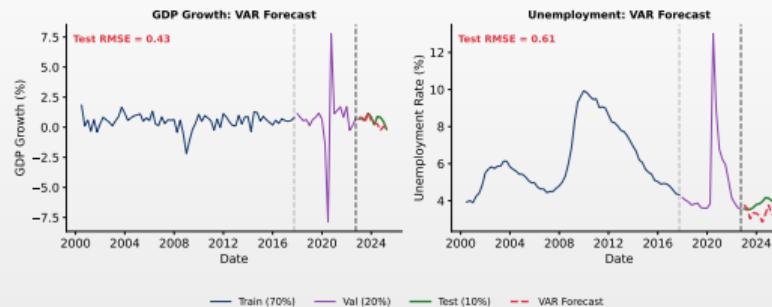
IRF: şoc rată Fed



Politică Monetară

Creștere rată \Rightarrow PIB \downarrow , Șomaj \uparrow , Inflatie \downarrow .

VAR: Prognoza (Train/Val/Test)



Prognoză Rolling One-Step-Ahead

VAR captează dinamică PIB-Şomaj. řocul COVID vizibil în perioadă validare (2020).

Q TSA_ch10_var_forecast



VAR: rezultate set test

Performanță Set Test pe Variabile

Variabilă	RMSE	MAE	Acur. Directie
Creștere PIB	1,33	0,99	50%
Șomaj	0,64	0,52	50%
Inflație	1,56	1,12	60%
Rata Fed	2,59	2,45	80%
Medie	1,53	1,27	60%

Puncte Forte

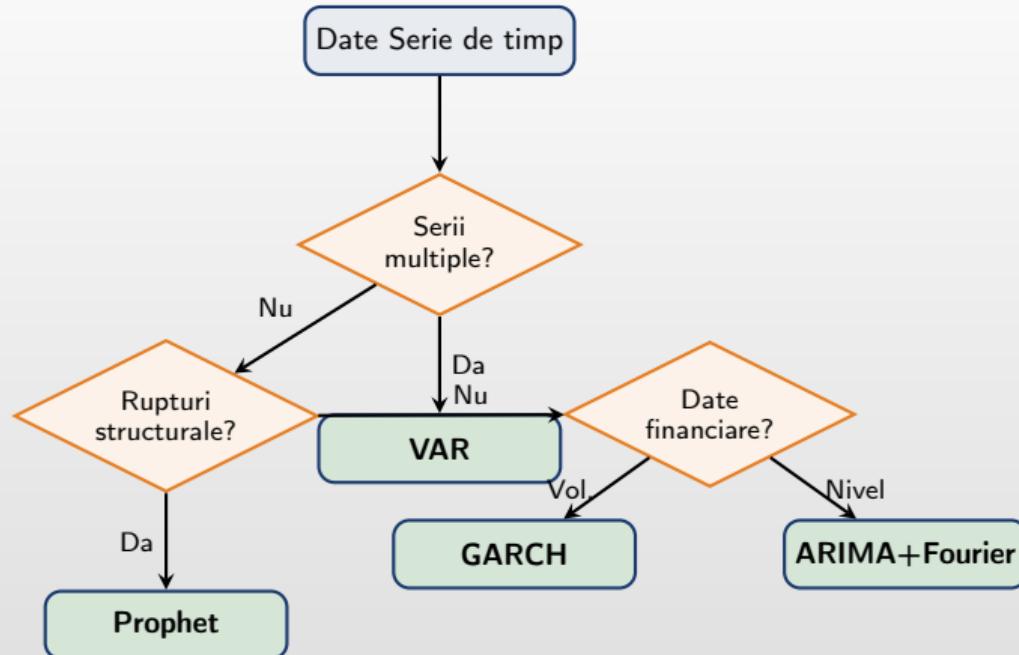
- Captează dinamică între variabile
- Acuratețe direcțională bună
- Relații interpretabile

Limitări

- Mulți parametri (blestemul dimensionalității)
- Sensibil la selectarea lag-ului
- Perioada COVID dificilă

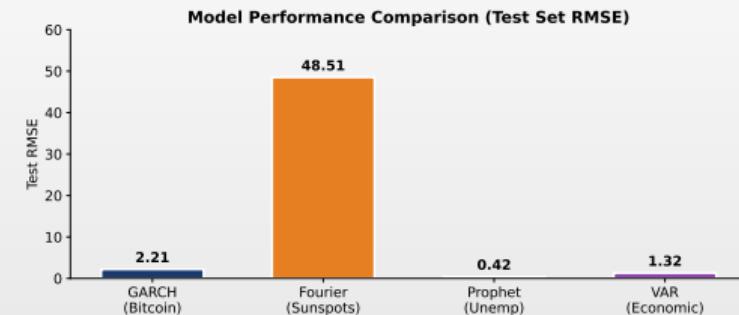


Cadrul de selectare a modelului



Sumar: comparație modele

Caz	Provocare	Model	RMSE
Bitcoin	Volatilitate	GARCH	2,15
Pete solare	Sezonalitate	Fourier	31,10
Șomaj	Ruptură	SARIMA	0,12
Economic	Multi-var	VAR	1,53



Principiu Cheie

Potriviti modelul cu caracteristicile datelor. Alegeti în funcție de natura problemei și proprietățile datelor.

Q TSA_ch10_model_comparison

Comparație cuprinzătoare a modelelor

Caracteristică	GARCH	Fourier	Prophet	VAR
Tintă	Volatilitate	Nivel	Nivel	Multiple
Sezonalitate	Nu	Da (lungă)	Da (multiplă)	Nu
Rupturi structurale	Nu	Nu	Da	Nu
Serii multiple	Nu	Nu	Nu	Da
Interpretabil	Mediu	Ridicat	Ridicat	Ridicat
Parametri	Puțini	2K	Auto	Mulți
Date lipsă	Nu	Nu	Da	Nu
Ideal pentru	Finanțe	Cicluri	Business	Macro

Rezultatele Noastre

- GARCH: MAE=1,82 (volatilitate)
- Fourier: RMSE=31,10 (cycluri)
- SARIMA: RMSE=0,12 (rupturi)
- VAR: RMSE mediu=1,53 (multi)

Insight Cheie

Fiecare model excelează în domeniul său. Arta constă în alegerea modelului potrivit caracteristicilor datelor.



Bune practici pentru prognoza aplicată

Metodologie

1. **Explorați** datele temeinic
2. **Testați** staționaritatea
3. **Împărțiți** train/validation/test
4. **Comparați** modele pe validare
5. **Raportați** metrii pe test

Greșeli Frecvente

- Privirea în datele de test
- Supraajustare pe setul de antrenament
- Ignorarea ipotezelor modelului
- Neraportarea incertitudinii

Sfaturi Practice

- Începeți simplu (random walk, naiv)
- Adăugați complexitate doar dacă e necesar
- Vizualizați prognoze vs. valori reale
- Verificați reziduurile pentru tipare
- Raportați intervale de încredere

Amintiți-vă

“Toate modelele sunt greșite, dar unele sunt utile.”

— George E. P. Box



Concluzii cheie

1. Metodologie Riguroasă

- ▶ Împărțirea train/validation/test previne supraajustarea
- ▶ Setul de test trebuie să rămână neatins până la evaluarea finală

2. Potriviți Modelul cu Datele

- ▶ Volatilitate finanțiară → GARCH
- ▶ Sezonalitate lungă → Termeni Fourier
- ▶ Rupturi structurale → Prophet
- ▶ Serii multiple → VAR

3. Interpretați Rezultatele cu Grijă

- ▶ Cauzalitate Granger \neq cauzalitate adevarată
- ▶ Performanța out-of-sample contează cel mai mult
- ▶ Modelele mai simple funcționează adesea mai bine



Quiz rapid

1. Ce model alegeți pentru a prognoza volatilitatea randamentelor financiare?
2. Care este diferența dintre *overfitting* pe setul de antrenament și performanța pe setul de test?
3. De ce este importantă separarea date în train/validation/test?
4. Cauzalitatea Granger este echivalentă cu cauzalitatea reală?
5. Ce model folosiți pentru o serie cu sezonalitate lungă (ex: 365 zile)?



Răspunsuri quiz

1. **GARCH** (sau variante EGARCH/GJR-GARCH). Aceste modele captează volatility clustering și cozile groase ale distribuției randamentelor.
2. **Overfitting:** Modelul memorează zgomotul din datele de antrenament, obținând erori mici pe train dar erori mari pe date noi (test). Performanța pe test reflectă capacitatea reală de generalizare.
3. **Train/Validation/Test:** Train-ul estimează parametrii, validarea selectează modelul (ordin, hiperparametri), iar testul evaluatează performanța finală fără a fi privit în prealabil.
4. **Nu.** Cauzalitatea Granger testează doar dacă X trecut îmbunătățește predicția lui Y — este un test de conținut predictiv, nu de cauzalitate structurală sau economică.
5. **Termeni Fourier** (adăugați la ARIMA) sau **TBATS/Prophet**. SARIMA nu poate gestiona eficient perioade sezoniere foarte mari ($s = 365$).



Surse de Date

Date Reale Folosite în Acest Capitol

- Bitcoin:** Yahoo Finance (BTC-USD), 2019–2025
- Pete Solare:** Dataset Wolfer din Statsmodels, 1900–2008
- Şomaj SUA:** Federal Reserve FRED (UNRATE), 2010–2025
- Variabile Economice:** FRED (GDPC1, UNRATE, CPIAUCSL, FEDFUNDS), 2000–2025

Reproductibilitate

Toate analizele pot fi reproduse folosind notebook-ul Jupyter însoțitor:
`chapter10_lecture_notebook.ipynb`



Mulțumesc

Întrebări?

Prof. Daniel Traian Pele, PhD

danpele@ase.ro

Academia de Studii Economice din București

Bibliografie I

Manuale fundamentale (referințe comune tuturor capitolelor)

- Hamilton, J.D. (1994). *Time Series Analysis*, Princeton University Press.
- Hyndman, R.J., & Athanasopoulos, G. (2021). *Forecasting: Principles and Practice*, 3rd ed., OTexts.
- Shumway, R.H., & Stoffer, D.S. (2017). *Time Series Analysis and Its Applications*, 4th ed., Springer.

Lucrări de referință pe domenii

- Tsay, R.S. (2010). *Analysis of Financial Time Series*, 3rd ed., Wiley. (GARCH, VAR)
- Lütkepohl, H. (2005). *New Introduction to Multiple Time Series Analysis*, Springer. (VAR, VECM)
- Francq, C., & Zakoïan, J.-M. (2019). *GARCH Models*, 2nd ed., Wiley. (Volatilitate)



Bibliografie II

Abordări moderne și competiții de prognoză

- Petropoulos, F., et al. (2022). Forecasting: Theory and Practice, *International Journal of Forecasting*, 38(3), 845–1054.
- Makridakis, S., Spiliotis, E., & Assimakopoulos, V. (2020). The M4 Competition, *International Journal of Forecasting*, 36(1), 54–74.
- Taylor, S.J., & Letham, B. (2018). Forecasting at Scale, *The American Statistician*, 72(1), 37–45.

Resurse online și cod

- Quantlet: <https://quantlet.com> — Depozit de cod pentru statistică
- Quantinar: <https://quantinar.com> — Platformă de învățare metode cantitative
- GitHub TSA: <https://github.com/QuantLet/TSA> — Cod Python pentru acest curs

