Domácí úkol I

Vypracoval: Daniel *"Randál"* Ransdorf   Podpis: ____________________

2. **Řešení**:

   Princip: Osová souměrnost je zobrazení, které bodu A přiřazuje obraz A' takový, že zadaná přímka o prochází středem úsečky AA' a úsečka $AA' \perp o$. Z toho plyne, že zvolíme-li vektor $\mathbf{v}$ kolmý na o takový, že $A + \mathbf{v} \in o$, pak $A' = A + 2\mathbf{v}$. Vektor $\mathbf{v}$ je kolmý na o, takže se musí dát vyjádřit jako k-násobek normálového vektoru $\mathbf{n}_o$ přímky o. Z toho plyne:

$$A' = A + 2k\mathbf{n}_o \quad , A + k\mathbf{n}_o \in o$$

   Pro jednoduchost nejprve najděme obecnou rovnici přímky p a z obecných rovnic najděme normálové vektory přímek.

$$\begin{aligned} p &= \{(1,0) + t(0,1) : t \in \mathbb{R}\} \\ (x,y) &= (1,0) + t(0,1) \\ x &= 1, \quad y = t \\ \Rightarrow \ x - 1 &= 0 \quad \text{(obecná rovnice přímky } p\text{)} \end{aligned}$$

$$\mathbf{n}_p = (1,0), \quad \mathbf{n}_q = (1,1) \quad \text{(normálové vektory přímek)}$$

   (a)

$$\begin{aligned} O_p &: (x,y) \mapsto (x,y) + 2k\mathbf{n}_p \quad , (x,y) + k\mathbf{n}_p \in p \\ O_p &: (x,y) \mapsto (x,y) + 2k\mathbf{n}_p \quad , (x,y) + (k,0) \in p \\ O_p &: (x,y) \mapsto (x,y) + 2k(1,0) \quad , (x+k, y) \in p \\ O_p &: (x,y) \mapsto (x,y) + 2k(1,0) \quad , (x+k) - 1 = 0 \quad \Leftrightarrow k = 1 - x \\ O_p &: (x,y) \mapsto (x,y) + 2(1-x)(1,0) \\ O_p &: (x,y) \mapsto (x + 2 - 2x, y) \\ O_p &: (x,y) \mapsto \underline{\underline{(-x+2, y)}} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} O_q &: (x,y) \mapsto (x,y) + 2k\mathbf{n}_q \quad , (x,y) + k\mathbf{n}_q \in q \\ O_q &: (x,y) \mapsto (x,y) + 2k\mathbf{n}_q \quad , (x,y) + (k,k) \in q \\ O_q &: (x,y) \mapsto (x,y) + 2k(1,1) \quad , (x+k, y+k) \in q \\ O_q &: (x,y) \mapsto (x,y) + 2k(1,1) \quad , (x+k) + (y+k) = 4 \quad \Leftrightarrow 2k = 4 - x - y \\ O_q &: (x,y) \mapsto (x,y) + (4-x-y)(1,1) \\ O_q &: (x,y) \mapsto (x + 4 - x - y, y + 4 - x - y) \\ O_q &: (x,y) \mapsto \underline{\underline{(4-y, 4-x)}} \end{aligned}$$

   (b)

$$\begin{aligned} O_p \circ O_q &: (x,y) \mapsto O_p(O_q(x,y)) \\ O_p \circ O_q &: (x,y) \mapsto O_p(a,b) \quad , (a,b) = O_q(x,y) \\ O_p \circ O_q &: (x,y) \mapsto (-a+2, b) \quad , (a,b) = (4-y, 4-x) \\ O_p \circ O_q &: (x,y) \mapsto (-(4-y)+2, 4-x) \\ O_p \circ O_q &: (x,y) \mapsto \underline{\underline{(y-2, 4-x)}} \end{aligned}$$

$$
\begin{aligned}
&O_q \circ O_p : (x,y) \mapsto O_q(O_p(x,y)) \\
&O_q \circ O_p : (x,y) \mapsto O_q(a,b) \quad , (a,b) = O_p(x,y) \\
&O_q \circ O_p : (x,y) \mapsto (4-b, 4-a) \quad , (a,b) = (-x+2, y) \\
&O_q \circ O_p : (x,y) \mapsto (4-y, 4-(-x+2)) \\
&O_q \circ O_p : (x,y) \mapsto \underline{\underline{(4-y, x+2)}}
\end{aligned}
$$