Domácí úkol č. 2 k přednášce NMAG111/113: Lineární algebra 1
zimní semestr 2025/2026

Datum odevzdání **středa 22. 10. 2025, 23:55 hod.**

(2.1) Najděte všechna řešení soustavy rovnic v závislosti na parametrech $a, b \in \mathbb{C}$.

$$\left(\begin{array}{ccc|c} -i & a & 1+i & 0 \\ 1 & 3i & b & 0 \\ i & -3 & 1 & 1 \end{array}\right)$$

Poznámka: Slovo „parametr" zde využíváme v jiném významu než „volná proměnná". Zadáním myslíme to, že pro každou volbu komplexních čísel a, b máte najít všechna řešení dané soustavy tří rovnic o třech neznámých. Je možné, že existence, počet řešení, atd. závisí na a, b – proveďte diskusi. Dejte pozor, abyste soustavu skutečně vyřešili pro *všechny* možné volby a, b!

(2.2) Uvažujme přímku p v $\mathbb{R}^3$ zadanou parametricky jako

$$p = \left\{ \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \\ 4 \end{pmatrix} + t \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix} : t \in \mathbb{R} \right\}.$$

(a) Pro která $a, b, c, d \in \mathbb{R}$ obsahuje rovina s obecnou rovnicí $ax + by + cz = d$ přímku p?

(b) Najděte nějakou soustavu dvou lineárních rovnic o třech neznámých, jejíž množina všech řešení je rovna p.

Poznámka: V části (a) je třeba popsat všechny čtveřice splňující danou podmínku; také „skrytě" vyžadujeme, aby rovnice $ax + by + cz = d$ vůbec popisovala rovinu, tj. je třeba vyloučit degenerované případy. Naopak v části (b) stačí najít jednu soustavu rovnic (samozřejmě ale musí být zdůvodněno, proč je p skutečně její množinou řešení).

Návodné otázky: Jakého tvaru jsou (podle zadání) souřadnice (x, y, z) bodu na přímce p? Co je třeba k tomu, aby všechny takové body (x, y, z) ležely v dané rovině?