

Domácí úkol č. 1 k přednášce NMAG111/113: Lineární algebra 1

zimní semestr 2024/2025

Datum odevzdání **středa 15. 10. 2025, 23:55 hod.**

Upozornění: Ve všech domácích úkolech (stejně jako v naprosté většině prací na Matfyzu) je potřeba odpovědi dokázat. Například v první úloze nestačí odpovědět na položenou otázku třeba „ f_a je na, právě když $a \in \{3, 4, 5\}$ “ (toto tedy zrovna není správná odpověď), ale je potřeba dokázat, že pro $a \in \{3, 4, 5\}$ je na (typicky tak, že pro obecný prvek najdete jeho vzor), pro $a \notin \{3, 4, 5\}$ není na (typicky tak, že najdete konkrétní prvek, na který se nic nezobrazí). Správnost argumentace je důležitější než správnost odpovědi.

(1.1) Pro která $a \in \mathbb{R}$ je zobrazení $f_a: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ „na“?

$$f_a(x, y) = ((a + 2)x + ay, ax + y)$$

(1.2) Označme $O_p: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ osovou symetrií podle přímky p a $O_q: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$ osovou symetrií podle přímky q , kde

$$p = \{(1, 0) + t(0, 1) : t \in \mathbb{R}\}, \quad q = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 : x + y = 4\}.$$

(a) Najděte obraz bodu (x, y) při zobrazení O_p a při zobrazení O_q .

(b) Najděte obraz bodu (x, y) při složených zobrazení $O_q \circ O_p$ a $O_p \circ O_q$.

Poznámka: Zkuste také (mimo soutěž) uhádnout, o jaká zobrazení se v bodě (b) jedná, a odhad dokázat.