Un Enfoque Actuarial

Riesgo de Liquidez

November 7, 2018

Contenido

1 | Descripción de la Organización

- Razón Social: Superintendencia del Sector Bancario
- Domicilio Fiscal: Avenida Francisco de Miranda, Urbanización La Carlota, Edificio Centro Empresarial Parque del Este, Municipio Sucre, Parroquia Leoncio Martínez, Apartado Postal 6761, Código Postal 1071, Caracas, República Bolivariana de Venezuela.
- Teléfonos:
- Master: (0212) 280-69-33.
- 0800-SUDEBAN (7833226).
- Fax: (0212) 238-25-16.
- Email: webmaster@sudeban.gob.ve
- Página: www.sudeban.gob.ve

1.1 | Reseña Histórica

La Superintendencia del Sector Bancario (SUDEBAN), es un organismo autónomo, fundado en 1940, de carácter técnico especializado, con personalidad jurídica y patrimonio propio e independiente del Fisco Nacional que tiene como función principal supervisar, controlar y vigilar a las instituciones financieras regidas por el Decreto con Rango, Valor y Fuerza de Ley de Reforma Parcial de la Ley General de Bancos.

SUDEBAN, es un ente adscrito del Ministerio del Poder Popular de Economía y Finanzas, a los efectos de tutela administrativa, gozando de las prerrogativas, privilegios y exenciones de orden fiscal, tributario y procesal, que la Ley otorga a la República.

La SUDEBAN, gozará de autonomía funcional, administrativa y financiera en el ejercicio de sus funciones en los términos establecidos en la Ley.

Para cumplir con sus funciones, la institución posee ingresos propios obtenidos mediante los aportes de los sujetos obligados del Sistema Bancario Nacional.

1.2 | Filosofía de Gestión

- **Misión:** Ser una Institución conformada por un talento humano comprometido con la supervisión y regulación del Sector Bancario a través de la aplicación de las mejores prácticas nacionales e internacionales, que contribuyan con la estabilidad del sistema y el desarrollo nacional.
- **Visión:** Ser modelo de institución pública inspiradora de confianza y credibilidad de reconocido prestigio nacional e internacional.
- **Principios:** La Superintendencia del Sector Bancario como ente de la Administración Pública está al servicio de los ciudadanos y ciudadanas, por lo tanto, el desarrollode las actividades de este Organismo están fundamentadas en los principios contenidos en el artículo 141 de la Constitución Nacional. Por tanto, la labor de SUDEBAN estará basada en sólidos principios que fortalezcan sus procesos y orienten las competencias del personal con:
  - Eficacia: En cuanto al cumplimiento de los objetivos, metas, actividades y tareas.
  - Eficiencia: En la utilización racional de los recursos disponibles.
  - Transparencia y Buena Fe: En el suministro, recepción y manejo de información oportuna, veráz y accesible por igual a todos los sectores sociales, sobre la gestión, actuaciones administrativas y manejo de los recursos asignados.
  - Rendición de Cuentas y Responsabilidad en el ejercicio: En cuanto a la presentación oportuna de los resultados de la gestión y el cumplimiento de las funciones ante los poderes y órganos públicos competentes, en la materia y el colectivo social.

1.3 | Valores

- **Responsabilidad:** Se traduce en la mayor disposición y diligencia en el cumplimiento de las competencias, funciones y tareas encomendadas. Así como, la permanente disposición a rendir cuentas y a asumir las consecuencias de la conducta pública sin excusas de ninguna naturaleza, cuando se requiera o juzgue necesario.
- **Ética:** Conlleva a realizar las labores con eficiencia y a mantener una actitud de rechazo frente a todo lo que minimice la dignidad y la moral en el cumplimiento y ejercicio de las funciones.
- **Transparencia:** Exige la ejecución diáfana de los actos del servicio, e implica que estos son accesibles al conocimiento de toda persona natural y jurídica que tenga interés legítimo en el asunto.
- **Compromiso:** Es poner al máximo las capacidades individuales para sacar adelante todo aquello que se ha confiado. Cuando se establece un compromiso es porque se conocen las condiciones que se están aceptando y las obligaciones que éstas conllevan.
- **Equidad:** Esta refereida a la adecuación respecto a las personas que dirijan peticiones, sin ningún tipo de preferencias y solo en razón del mérito, legalidad, motivaciones objetivas y sin consideranción de género, religión, etnia, posición social y económica u otras características ajenas del fondo del asunto y la justicia.
- **Excelencia:** Conjunto de prácticas sobresalientes en la gestión de la Institucion y el logro de resultados basados en conceptos fundamentales que incluyen la orientación al servicio y hacia los resultados, liderazgo, implicación de las personas, calidad, mejora continua, innovación y responsabilidad social.
- **Respeto:** Sentimiento de alta consideración hacia los ciudadanos y entidades. Capacidades de aceptar los diferentes criterios y actitudes dentro de la filosofía de la institución.

2 | Terminología Básica.

Antes de adentrarnos en el tema principal, vamos a realizar un repaso de algunas definiciones que usaremos para definir toda la maquinaria que esta detrás del riesgo de liquidez.

- **Banco** : Los Bancos son empresas que se dedican a realizar operaciones financieras con el dinero procedente de sus accionistas y de los depósitos de sus clientes, de esta forma lo define la Real Academia Española. A partir de ahora consideraremos las instituciones que se rigen conforme a lo establecido en las leyes generales de los bancos, llamados Bancos Universales y microfinancieros, los mismos están bajo la supervisión de la SUDEBAN (Superintendencia de las Instituciones del Sector Bancario).
- **Fondos Bancarios** : Los bancos obtienen
- **SUDEBAN** : Sus siglas significan Superintendencia del las Instituciones del Sector Bancario, esta institución tiene como objetivo principal regular y supervisar a las Instituciones del Sector Bancario, mediante la aplicación de las mejores prácticas nacionales e internacionales, que contribuyan con la estabilidad del sector y el desarrollo nacional. La página web de esta institución es http://sudeban.gob.ve.
- **Riesgo** : El riesgo lo definiremos como una probabilidad de que ocurra un hecho, o acontecimiento, que lleve a pérdidas materiales, como el resultado de operaciones que desarrolle el banco.
- **Gestión Integral de Riesgo** : Estructura para aplicar políticas mediante alertas o mecanismos de reporte de acciones ejecutivas, con el objetivo principal de minimizar el riesgo utilizando recursos gerenciales. Las etapas principales son:
  - **Mitigación** : Medidas que deben tomarse para disminuir el impacto de fenómenos peligrosos.
  - **Preparación** : Acciones para asegurar la disponibilidad de recursos y a su vez la efectividad para enfrentar situaciones peligrosas.
  - **Atención** : Respuestas para proteger bienes ante la ocurrencia de un evento adverso.
  - **Rehabilitación** : Colocación en funcionamiento de los servicios afectados por un evento adverso.
  - **Recuperación** : Paso donde se deben aplicar condiciones que reactiven los bienes afectados.
  - **Evaluación** : Estimar los riesgos.
  - **Información** : Generar y transmitir información oportuna según el plan de negocio establecido por el banco, donde se incluyan deficiencias o desviaciones, y sus respectivas correcciones.encontradas y su corrección.
- **Liquidez** : Cuando nos referimos a liquidez hablamos de la disposición que tiene un banco para satisfacer retiros efectuados por los depositantes y también la disposición de poder proporcionar préstamos a los clientes sin incurrir en faltas o pérdidas significativas.
- **Riesgo de liquidez** : Probabilidad que tiene un banco de no poseer los fondos necesarios para hacer frente a sus obligaciones. Éste se manifiesta como la incapacidad que tienen los bancos de comprar u obtener los fondos necesarios para cumplir con las obligaciones que se les presenten, sin incurrir a pérdidas inaceptables. Cuando un banco no está en capacidad de enfrentar sus obligaciones se dice que cae en **iliquidez**, usualmente cuando esto sucede se puede implementar vender las inversiones del banco o parte de su cartera de créditos para obtener efectivo de manera rápida, y así solventar el problema.
- **Tesorería** : La tesorería de un Banco es el área encargada de gestionar, organizar y controlar las operaciones que tienen que ver con los flujos de caja, o monetario. Tiene como función principal colocar en el mercado financiero os excedentes de dinero, o acudir al mercado a adquirir todo el dinero que necesite. Así podemos ver la tesorería como el conjunto de actividades relacionadas con la contabilidad del banco, revelando los pagos y los cobros. Toma medidas para que no se produzcan incumplimiento de pagos y los cobros para que siempre haya dinero. La tesorería consta de las siguientes áreas:
  - **Front office** : Es donde se realizan las negociaciones de operaciones, como mantener las operaciones con los clientes y aspectos comerciales que se deriven de éstas. Ofrecen servios de consultoría, de forma de guiar a los corporativos para la emisión, colocación y utilización de instrumentos y sus derivados.

- **Middle office** : Se encarga de la medición, análisis y gestión de los riesgos de mercado, liquidez y operación en función de las presupuestadas a ser realizadas por el área de ejecución y gestión de operaciones de tesorería. Para el cálculo de los riesgo utilizan metodologías como el Valor de Riesgo, llevan trabajos de auditoria y control interno.
- **Back office** : Encargada de realizar aspectos operativos de la tesorería, como la liquidación, documentación, registro contable y conciliación de las operaciones, entre otros. También tienen a su cargo el adecuado manejo de bases de datos y registros informaticos, manteniendo y supervisando los sistemas.

- **Activos líquidos** : Cuando nos referimos a activos líquidos los definimos como aquellos que pueden convertirse en dinero en efectivo sin perder valor a corto plazo. Se les suele denominar **partidas equivalentes de efectivo** a aquellas inversiones que son de gran liquidez y tienen con ellos riesgos pocos significativos. Otros activos líquidos son los llamados **pasivos de vencimiento inmediato**, estos son activos vencidos contraídos por el banco, por lo tanto, se pueden reclamar en cualquier momento.
- **Razón de liquidez** : Este tasa nos dice la capacidad que tiene el banco de realizar pagos a corto plazo, se define como la división, o cociente, de los activos líquidos y los pasivos de vencimiento inmediato.
- **Operaciones contingentes** : Las operaciones contingentes es una operación donde se involucran dos partes, el fiador y el deudor, estas suceden a raíz de eventos inesperados. Es un documentos irrevocable, que lleva la obligación del deudor a cumplir con el fiador de forma incondicional. Estas operaciones se dividen en dos:
  - Operaciones contingentes activas:
  - Operaciones contingentes pasivas:

Pasivo contingente : Toda obligación posible, surgida a raíz de sucesos pasados, cuya existencia quedará confirmada sólo si llegan a ocurrir, o en caso contrario si no llegan a ocurrir, uno o más sucesos futuros inciertos que no están enteramente bajo el control de la entidad; o toda obligación presente, surgida a raíz de sucesos pasados, pero no reconocida en los estados financieros, ya que: (i) no es probable que por la existencia de la misma, y para satisfacerla, se requiera que la entidad tenga que desprenderse de recursos que incorporen beneficios económicos; o (ii) el importe de la obligación no puede ser medido con la suficiente fiabilidad. La entidad no debe proceder a reconocer contablemente una obligación de carácter contingente. Por el contrario, deberá informar acerca de la obligación en cuestión los estados financieros, salvo en el caso de que la salida de recursos que incorporen beneficios económicos tenga una probabilidad remota.

Activo contingente : La Norma define un activo contingente como un activo posible, surgido a raíz de sucesos pasados, y cuya existencia ha de ser confirmada por la ocurrencia, o en su caso por la no ocurrencia, de uno o más eventos inciertos en el futuro, que no están enteramente bajo el control de la entidad. Un ejemplo de activo contingente es una reclamación a través de procesos legales, que la entidad haya podido emprender, cuyo desenlace final sea incierto. La entidad debe abstenerse de reconocer cualquier activo de carácter contingente. No obstante, debe informar en los estados financieros sobre la existencia del mismo, siempre y cuando sea probable la entrada de beneficios económicos por esta causa. Cuando la realización del ingreso sea prácticamente cierta, el activo relacionado no es de carácter contingente, y su reconocimiento en los estados financieros resulta apropiado.

- **Banda Temporal** : Días continuos pertenecientes a un mismo intervalo de tiempo. Generalmente los intervalos que se usan son los siguientes:

Intervalos
Del día 1 al 7
Del día 8 al 15
Del día 16 al último día del mes
Del mes 2, de 31 a 60 días
Del mes 3, de 61 a 90 días
Del trimestre siguiente, de 91 a 180 días
Del semestre siguiente, de 181 a 360 días
De 12 meses, de 361 a 720

Intervalos
Más de 12 meses, 721 o más días

- **Brecha de liquidez simple** : Esta brecha se define como la diferencia entre los flujos de entrada y de salida con lo que podemos contar en una banda temporal. Entre los flujos de entrada se puede tener recuperación de activos, inversiones liquidas y disponibilidades; en los flujos de salida podemos tener pagos de pasivos y aumento de activos.

Otra terminología que podemos conseguir es la siguiente: nos encontraremos con **calce de plazo** cuando los flujos de entrada son iguales a los flujos de salida, y **descalce de plazo**, cuando los flujos no son iguales, en éste podemos tener un descalce de plazo positivo, en el cual los flujos de entrada son mayores que los flujos de salida y negativos en caso contrario.

- **Brecha de liquidez acumulada** : Es la suma acumulada de las brechas simples anteriores a la banda donde se este calculando y la de la misma banda.

3 | Introducción

En este trabajo coadyuvamos la necesidad que representa para el Sistema Bancario Nacional determinar, caracterizar y cuantificar el impacto que genera las fluctuaciones de captaciones del público, la cuantificación de la relación entre los Activos y Pasivos de las Instituciones Financieras con el objeto de dar cumplimiento a lo establecido en las resoluciones 136.03 "Normas para una Adecuada Administración Integral de Riesgos" y 136.15 "Normas Relativas a la Adecuada Administración Integral del Riesgo de Liquidez de los Bancos" emitidas por el Organismo Regulador.

Por otra parte, tradicionalmente la evaluación de este riesgo se basa en el supuesto en el cual horizonte de tiempo de las cuentas, portafolios o instrumentos sometidos a la evaluación están "Congelados", en este trabajo tomaremos un enfoque actuarial AAFIR (Actuarial Approach Financial Risk), la cual implica que este supuesto es dinámico. Aplicaremos un conjunto de técnicas estadísticas desde estadística descriptiva, pasando por Pruebas de Bondad de Ajustes, Optimización de Parámetros y simulación de variables aleatorias compuestas. Ademas todo este trabajo fue desarrollado en lenguaje R, siendo el resultado un paquete de R de nombre **liquidaR**.

4 | Pruebas de Bondad de Ajuste

4.1 | Representación de los Datos y el Modelo.

Una de las fases fundamentales para garantizar el inicio de la supervisión en materia estadística es el control de la calidad de los datos. Los mismos deben ser congruentes, no contar con repeticiones abruptas ni signos de manipulación o intervención; su hallazgo puede ser síntoma de sesgo de los datos, lo que inutilizaría los modelos de estimación y control.

Particularmente, se debe observar la Distribución de Frecuencia de los datos y su respectivo gráfico pues de esta manera el especialista podría detectar cualquier anomalía a priori en el justo momento de entrega de los datos.

4.2 | Contrastes de Hipótesis.

En esta sección aborda lo concerniente a los contrastes de hipótesis, entendiéndose como un sistema de toma de decisiones entre una variedad de métodos estadísticos. Para la siguientes pruebas se definen las hipótesis a contrastar:

H_0 :La Data proviene de una Población con Distribución Probabilística Definida.
H_1 :La Data no proviene de dicha Población.

4.2.1 | Prueba de Kolmogorov-Smirnov

La prueba de Kolmogorov-Smirnov se utiliza para decidir si una muestra proviene de una población con una distribución específica. Puede aplicarse tanto para datos discretos (recuento) y continuos agrupados, así como para las variables continuas. Se basa en una comparación entre la función de distribución empírica (FDE) y la teórica definida como:

$$F(x) = \int_{\alpha}^{x} f(y;\theta)dy$$

donde $f(y;\theta)$ es la función de densidad teórica y La FDE viene definida como: dados los datos ordenados $x_1, x_2, ..., x_n$ luego $F_n(x_i) = \frac{N_i}{n}$ donde N_i es el número de puntos inferior a x_i (x_i están ordenados de menor a mayor valor). Esta es una función de escalera que aumenta en $1/n$ en el valor de cada punto de datos ordenados. El Estadístico de Contraste utilizado es:

$$D_n = max|F(x_i) - F_n(x_i)|$$

Es decir, el extremo superior entre las diferencias de valor absoluto entre FDE y la función de distribución teórica. La hipótesis con respecto a la forma de distribución se rechaza H_0 si el estadístico de prueba, D_n, es mayor que el valor crítico obtenido a partir de una tabla, o lo que es lo mismo, si el p valor es menor que el nivel de significación.

4.2.2 | Prueba de Anderson-Darling

Esta Prueba es similar a la prueba de Kolmogorov-Smirnov, pero tiene un estadístico de contraste diferente para evaluar la cercanía o nivel de representatividad de un modelo. La función de contraste es la siguiente:

$$A^2 = n\int_{t}^{u} \frac{[F_n(x) - F_n^*]^2}{F^*(x)[1 - F^*(x)]} f^*(x)dx$$

simplificando y resolviendo la integral se obtiene:

$$A^2 = -nF^*(u) + n\sum_{j=1}^{k}[1 - F_n(y_j)]^2\{ln[1 - F^*(y_j)] - ln[1 - F^*(y_j + 1)]\} + n\sum_{j=1}^{k} F_n(y_j)^2[lnF^*(y_j + 1) - lnF^*(y_j)]$$

si u es un número finito entonces el valor crítico es más pequeño.

4.2.3 | Prueba de la Chi-Cuadrado

La prueba Chi-cuadrado χ^2 es la prueba de bondad de ajuste más antigua que existe, formulada por **Karl Pearson (1900)**. Puede ser pensada como una comparación formal de un histograma con la densidad ajustada. Una característica atractiva de la prueba de bondad de ajuste chi-cuadrado χ^2 es que se puede aplicar a cualquier distribución univariante para la cual se pueda calcular la función de distribución acumulativa, y aunque usualmente se aplica a los datos agrupados, es decir, datos puestos en clases, no es realmente una restricción, ya que para los datos no agrupados se puede simplemente calcular una tabla de histograma o la frecuencia antes de generar la prueba de chi-cuadrado; el valor de la prueba estadística de chi-cuadrado depende de cómo se agrupen los datos.

Por otra parte, esta prueba se puede aplicar a distribuciones discretas como continuas.

Por la forma de calcular la prueba de bondad de ajuste chi-cuadrado χ^2, los datos se dividen en "k" contenedores y el estadístico de prueba se define de esta manera:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^{n} \frac{(O_i - E_i)^2}{E_i}$$

Donde O_i es la frecuencia observada para el intervalo i, y E_i es la frecuencia esperada para el intervalo i. La frecuencia esperada se calcula por la función de distribución acumulativa. Este estadístico se distribuye como una variable aleatoria χ^2 con $k - p - 1$ grados de libertad (p es el número de parámetros estimados por los datos de la muestra). La hipótesis de que los datos provienen de una población con la distribución especificada es aceptado si χ^2 es más baja que la función de percentiles chi-cuadrado con $k - p - 1$ grados de libertad y un nivel de significación de α. La prueba de chi-cuadrado es muy sensible a la elección de los contenedores o intervalos.

4.2.4 | Prueba de la Función de Máxima Verosimilitud

El método de máxima verosimilitud se utiliza en el contexto de la inferencia estadística para estimar los parámetros de una distribución. Se tiene una variable aleatoria con una Función de Densidad conocida $f(x,\theta)$ que describe un carácter cuantitativo de la población. Se debe estimar el vector de parámetros desconocidos y constante θ según los datos de muestreo: $x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n$.

La estimación de máxima verosimilitud comienza con la expresión matemática conocida como una función de probabilidad de los datos de la muestra. En términos generales, la probabilidad de un conjunto de datos es igual a la probabilidad de obtener ese conjunto particular de datos dado el modelo elegido. Esta expresión contiene los parámetros desconocidos. Esos valores del parámetro que maximicen la probabilidad de la muestra se conocen como las estimación máximo verosímil (MLE). La función de verosimilitud se define como:

$$L(x_1, x_2, x_3, ..., x_n, \theta) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i, \theta)$$

El MLE consiste en encontrar aquel θ que maximiza $L(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n, \theta)$ o su función logarítmica. Se pueden emplear métodos de análisis matemático (derivadas parciales e igualarlas a cero) cuando la función de verosimilitud es bastante simple, pero muy a menudo se optimiza $L(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_n, \theta)$ usando métodos iterativos. El MLE tiene varias propiedades estadísticas y ventajas. Por ejemplo, en el caso de una distribución gamma, la función de probabilidad es:

$$L(x_1, x_2, x_3, ..., x_n, \alpha, \lambda) = \prod_{i=1}^{n} f(x_i, \alpha, \lambda) \prod_{i=1}^{n} \frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)} x_i^{\alpha-1} e^{-\alpha . x_i} = (\frac{\lambda^\alpha}{\Gamma(\alpha)})^n (\prod_{i=1}^{n} x_i)^{\alpha-1} e^{-\lambda \sum_{i=1}^{n} x_i}$$

y su logaritmo es:

$$log(L) = n\alpha log(\lambda) - nlog(\Gamma(\alpha)) + (\alpha - 1) \sum_{i=1}^{n} log(x_i) - \lambda \sum_{i=1}^{n} x_i$$

4.2.5 | De la Selección del Modelo.

Todas las herramientas mostradas en los apartados anteriores tienen como finalidad dar una idea del comportamiento de la variable en cuestión con el objeto de hacer la **Selección del Modelo**. Para ello, se desarrolló un procesos automatizado en el cual se hace una aproximación de un Score o puntaje, dependiendo del grado de ajuste que tenga cada modelo teórico definido a través de indicadores especiales, como los resultados de las **Pruebas de Bondad de Ajuste** definidos en este documento; en particular el mejor modelo será aquel que cumpla con las siguientes características:

- El que tenga el menor valor en la prueba de **Kolmogorov-Smirnov**.
- El que tenga el menor valor en la prueba de **Anderson-Darling**.
- El que tenga el menor valor en la prueba de χ^2.
- El mayor p-valor en la prueba de χ^2.
- El Mayor valor de la **Función de Máxima Verosimilitud**.

A través de los siguientes ejemplos recorreremos la batería de Pruebas Estadísticas con las Distribuciones de Probabilidades de Pérdidas asociadas a los procesos de caracterización matemática soportado por la **Teoría Matemática del Riesgo**.

4.2.6 | Criterios de Información de Akaike (AIC) y Bayesiano (BIC).

Ambos criterios están basados en la penalización del Logaritmo de la Verosimilitud. Considerando np el número de parámetros del modelo ajustado, tenemos la forma:

$$-log\mathscr{L} + k.np$$

luego con $k = 2$ es el AIC y con $k = log(n)$ es el BIC.

5 | Inferencia Paramétrica

La Inferencia Paramétrica es el tratamiento con técnicas de estimación de parámetros desconocidos dada una distribución seleccionada. Asumimos que $(x_1, ..., x_n)$ son realizaciones de una Variable aleatoria $(X_1, ..., X_2)$ tal que X_i son independientes e idénticamente distribuidas y concuerdan con la variable aleatoria genérica X. Esta variable aleatoria X tiene una Función de Distribución $F(.;\theta)$ para $\theta \in \Theta \subset \mathbb{R}^d$ donde d es el número de parámetros a estimar. A continuación describiremos un conjunto de métodos o técnicas que nos permiten obtener los parámetros óptimos de la distribución que representa los datos con criterio estadístico.

El primero de los métodos es la estimación a través de la función máximo verosímil, este método esta descrito en capítulo anterior.

5.1 | Estimación por Coincidencia de Cuantiles

Bajo este método la distribución paramétrica se ajusta haciendo coincidir los Cuantiles de la distribución teórica seleccionada con los Cuantiles de la distribución empírica. esto es:

$$F^{-1}(p_k;\theta) = Q_{n,p_k}$$

para $k = 1, ..., d$ y Q_{n,p_k} son los cuantiles empíricos para probabilidades específicas. En algunas ocasiones es posible conseguir una fórmula cerrada para esta condición, por ejemplo si consideramos la distribución exponencial $E(\lambda)$ la función generadora de cuantiles es:

$$F^{-1}(p_k;\theta) = -\frac{\log(1-p)}{\lambda}$$

las solución de las d ecuaciones son objeto de una optimización numérica la cual esta implementada en el paquete de R producto de este trabajo.

5.2 | Estimación por Coincidencia de Momentos

La Estimación por Coincidencia de Momentos es comúnmente utilizada para ajustar distribuciones paramétricas. Esta metodología consiste en encontrar el valor del parámetro θ que coincida con el primer momento crudo de la distribución teórica (distribución paramétrica) con el correspondiente momento de la distribución empírica. Esto es:

$$\mathbb{E}(X^k|\theta) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} x_i^k$$

para $k = 1, ..., d$, con d el número de parámetros a estimar y x_i la n-ésima observación de la la variable X. Para momentos de orden mayores o iguales que 2 es más relevante con la coincidencia con los momentos centrados que se definen como:

$$\mathbb{E}(X|\theta) = \bar{x}_n$$
$$\mathbb{E}((X - \mathbb{E}(X))^k|\theta) = m_k \ \ \forall k = 2, ..., d$$

donde $m_k = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}(x_i - \bar{x}_n)^k$ es el denominado momento central empírico.

En general, no existe las formulas cerradas para este estimador, por eso hay que utilizar métodos numéricos para conseguirlo.

5.3 | Máxima Bondad de Ajuste

El último método que utilizamos se denomina método de la Máxima Bondad de Ajuste o método de la mínima distancia, en este trabajo se hizo foco en la distancia de Cramér-von Mises, la misma observa la diferencia entre la función distribución candidata $F(x,\theta)$ y la empírica F_n, esta última dada como el porcentaje de observaciones siguientes de x: $F_n(x) = \sum_{i=1}^{n} 1_{x_i \leq x}$ la Distancia de Cramér-von Mises está definida como:

$$D(\theta) = \int_{-\infty}^{\infty} (F_n(x) - F(x;\theta))^2 dx$$

y en términos prácticos es estimado con la siguiente formula

$$\hat{D}(\theta) = \frac{1}{12n} + \sum_{i=1}^{n}\left(F(x_i;\theta) - \frac{2i-1}{2n}\right)^2$$

finalmente el método consiste en encontrar el valor de θ que minimice $\hat{D}(\theta)$, como en el caso anterior no existen formulas cerradas para el argumento $min\{\hat{D}(\theta)\}$ por lo que se utilizan métodos numéricos.

6 | Valor en Riesgo (VaR)

La probabilidad basada en modelos provee una descripción de la exposición al riesgo, el nivel de exposición de riesgo es frecuentemente descrito por un número o un pequeño conjunto de ellos; estos números son funciones (medidas) sobre el modelo elegido que muy frecuentemente son llamados **Indicadores Claves de Riesgo**. Estos indican el grado de materialización de un aspecto del riesgo en términos de las definición de un evento a caracterizar. En particular, se define el **VaR** o Valor a Riesgo como el percentil de la Distribución Agregada de Riesgo (Función de Distribución Acumulada), cuya interpretación es observada como **la posibilidad de obtener un resultado adverso**; este puede ser expresado a través del **VaR** con un particular nivel de probabilidad. El **VaR** en el área financiera suele ser utilizado para la determinación de un Monto o Nivel de Capital requerido para soportar dichos resultados adversos.

Adicionalmente, definimos el Tail-Value-at-Risk **TVaR** o **VaR de Cola**, utilizada en varias áreas y nombrada de distintas maneras, entre las más frecuentes: Conditional-Value-at-Risk **CVaR** o **VaR Condicional**, Conditional Tail Expectation **CTE** y Expected Shortfall **ES** o Expectativa a Corto Plazo.

El **VaR** o Valor en Riesgo ha resultado ser el estándar de medición para evaluar la exposición de Riesgo. En términos generales, el **VaR** es el monto de capital requerido para asegurar con cierto grado de certeza que la institución en cuestión no resulte técnicamente insolvente. Este grado de certeza es arbitrario y por lo general se pasea entre el 95% y el 99%.

En esta oportunidad se considera la Variable Aleatoria X_j que representa las posibles pérdidas asociadas al Riesgo de Liquidez para una cuenta o partida en particular; luego, el total de los agregados diarios es la suma de todas las pérdidas, esto es:

$$X = X_1 + X_2 + \dots + X_n$$

Además, se enuncia un conjunto de propiedades que garantizan la coherencia de las medidas de riesgo.

Definición:

Una **Medida Coherente de Riesgo** $\rho(X)$ es cualquier función que cumpla con las siguientes propiedades:

Sea X y Y 2 Variables Aleatorias de Pérdida. Entonces:

1) **Subaditividad**: $\rho(X+Y) \leq \rho(X) + \rho(Y)$.

2) **Monotonía**: sí $X \leq Y$ para todos los posibles resultados entonces $\rho(X) \leq \rho(Y)$.

3) **Homogeneidad Positiva**: para cualquier constante positiva c, $\rho(cX) = c\rho(X)$.

4) **Invarianza en Traslación**: para cualquier constante positiva c, $\rho(X+c) = \rho(X) + c$.

6.1 | Principio de la Desviación Estándar.

El Principio de la Desviación Estándar es una medida de incertidumbre de una Distribución de Probabilidad. Si se tiene una Distribución de Probabilidad de Pérdida con media μ y desviación estándar σ, la cantidad $\mu + k\sigma$ donde $k \in \mathbb{R}$ es una medida de riesgo, el coeficiente k es seleccionado dependiendo de la **Asimetría y Curtósis** de la Distribución en cuestión; en esta definición se encuentra la clave detrás del **VaR**.

ahora definiremos matemáticamente el **VaR** y veremos su formulación asociado con algunas Distribuciones de Probabilidad notables.

Supongamos que el valor de un portafolio hoy es denotado V_0 y en el tiempo t, es V_t. Se define que la distribución de pérdida será igual a la distribución de las diferencias

$$X_t = V_0 - V_t$$

Nótese que la variable está definida del punto de vista de la pérdida, lo que implica que un valor negativo en esta variable significa una ganancia o lucro probable.

Siendo X una Variable Aleatoria de Pérdida, el Valor en Riesgo de X al nivel de certeza del p% se denota $VaR_p(X)$ y es el p Percentil de la Distribución de Pérdida Asociado a X o lo que es lo mismo del punto de vista analítico

$$\mathbb{P}(X > x_p) = p$$

Alternativamente, se puede usar la función de probabilidad acumulada de X, se denota F_X, donde el VaR de nivel de confianza p es

$$F_X^{-1}(1-p)$$

En la práctica de la formulación de riesgo del sector bancario es común encontrar el VaR definido en términos de $1-p$, por ejemplo 95% de confianza, 99% de confianza, etc..

El cálculo del VaR requiere la cuantificación de la distribución de los retornos. Uno de los enfoques es asumir que los retornos de un Activo (o Pasivo) en particular sigue una distribución de probabilidad específica, por ejemplo la distribución normal este acercamiento es el denominado como " **Paramétrico** ", asimismo, requiere asumir parámetros necesarios que caracterizan los datos dentro de la distribución.

Otro de los acercamientos asume el cálculo a través de la proyección de la desviación estándar de los retornos empíricos para ajustar la volatilidad del indicador a través de la historia del mismo, por eso dicho acercamiento se denomina " **Histórico** “, una de las desventajas de este método es que se necesita información”suficiente", para poder ajustar o sintonizar razonablemente dicha estimación. es de notar que detrás de este concepto se asume la misma ponderación o importancia al peso de todos los datos evaluados es decir la ponderación de se da de manera uniforme.

*La gráfica corresponde a el cálculo de la volatilidad asociada al VaR de los retornos de las acciones de Conoco Phillips desde el 01-07-2007 hasta el 31-12 2010, por el método Histórico, en la misma se observa que dónde mayor número de períodos de la volatilidad fueron tomados en cuenta (**RollSD52**), la volatilidad estimada resultó más sintonizada o convergente.*

Sin embargo, el método antes mencionado podría no sustentar las estimaciones en economías inflacionarias porque perdería vigencia rápidamente ya que obviamente los datos más antiguos sufrirían un devaluación que no estaría considerada en el modelo. Esta pertinente observación da paso a otro enfoque del cálculo y pronóstico del VaR a través de la suavización exponencial utilizando un modelos de serie de tiempo **EWMA** Exponentially Weighted Moving Average o Promedios Móviles Exponencialmente Pesados, cuya formulación de la volatilidad viene dado por:

$$\hat{\sigma}_n^2 = \lambda\hat{\sigma}_{n-1}^2 + (1-\lambda)u_{n-1}^2$$

dónde:

$\hat{\sigma}_{n-1}^2$ es la varianza estimada en el período $n-1$

u_{n-1}^2 es el cuadrado de los retornos del período $n-1$

λ es una constante entre 0 y 1.

la idea de la selección del modelo exponencial es seleccionar la constante λ que minimice el error cuadrático medio entre la volatilidad estimada y la volatilidad observada.

Siguiendo este orden de ideas también podemos estimar la volatilidad asociada al VaR estableciendo un modelo de series de tiempo general donde la varianza del modelo sea dinámica (no necesariamente exponencial) pero que cuya variabilidad se pueda expresar en función del tiempo. dicho modelo es denominado **GARCH** por sus siglas en inglés, son los Autoregresivos de Heterocedasticidad Condicional Generalizados, presentados por Bollerslev en 1986. Este modelo de serie de tiempo posee 2 parámetros, GARCH(p,q), el mismo calcula σ_n^2 desde la más reciente p observación de u^2 y la más reciente q estimación de σ_n^2. Luego, el GARCH(1,1) en concordancia con lo mencionado anteriormente se refiere a la más reciente observación de u^2 y la más reciente estimación de σ_n^2, este modelo es muy usado para la estimación del VaR. La ecuación del modelo GARCH(1,1) es:

$$\sigma_n^2 = \gamma V_L + \alpha u_{n-1}^2 + \beta\sigma_{n-1}^2$$

dónde:

γ es el peso asignado a V_L

V_L es el promedio de la varianza en el largo plazo

α es el peso asignado a u_{n-1}^2

u_{n-1} es el cuadrado de los retornos en el período $n-1$

β es el peso asignado a σ_{n-1}^2

σ_{n-1}^2 es la varianza estimada en el período $n-1$

Nótese que:

$$\gamma + \alpha + \beta = 1$$

observese que el modelo discutido en el apartado anterior es un caso particular de este modelo generalizado el mismo se puede escribir como GARCH(1,1) donde $\gamma = 0$, $\alpha = 1 - \lambda$ y $\beta = \lambda$

Un aspecto muy importante de cálculo paramétrico del VaR es su formulación asociada a la distribución de probabilidad que describa a los retornos ya que dado los parámetros se pueden conseguir su inversa para realizar un proceso de simulación histórica. Aquí presentamos algunas de las más comunes.

6.1.1 | VaR Normal:

Para el cálculo y la determinación del VaR cuya **Bondad de Ajuste** de como resultado la distribución normal tenemos que :

$X \approx N(0,1)$

Cuya función de densidad es

$$f(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{(2\sigma^2)}}$$

donde;

μ es igual a la media de la distribución y
σ es la desviación típica

luego tenemos la función de distribución acumulada

$$F_X(x) = \phi(x) = \mathbb{P}(X \leq x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma}} = \int_{-\infty}^{x} e^{\frac{-x^2}{2}}$$

entonces utilizamos el principio de la desviación estándar

$$Y = \mu + \sigma X$$

tenemos entonces que $VaR_p(X)$ es el número tal que:

$$
\begin{aligned}
&\mathbb{P}(Y \leq VaR_p(X)) = p\\
&\Rightarrow \mathbb{P}(\mu + \sigma X \leq VaR_p(X)) = p\\
&\Rightarrow \mathbb{P}(\mu - \mu + \sigma X \leq VaR_p(X) - \mu) = p\\
&\Rightarrow \mathbb{P}(\cancel{\mu} - \cancel{\mu} + \sigma X \leq VaR_p(X) - \mu) = p\\
&\Rightarrow \mathbb{P}(\sigma X \sigma^{-1} \leq (VaR_p(X) - \mu) * \sigma^{-1}) = p\\
&\Rightarrow \mathbb{P}(\cancel{\sigma} X \cancel{\sigma^{-1}} \leq (VaR_p(X) - \mu) * \sigma^{-1}) = p\\
&\Rightarrow \mathbb{P}(X \leq (VaR_p(X) - \mu) * \sigma^{-1}) = p\\
&\Rightarrow \phi((VaR_p(X) - \mu) * \sigma^{-1}) = p\\
&\Rightarrow (VaR_p(X) - \mu) * \sigma^{-1} = \phi^{-1}(p)\\
&\Rightarrow \sigma * (VaR_p(X) - \mu) * \sigma^{-1} = \sigma * \phi^{-1}(p)\\
&\Rightarrow \cancel{\sigma} * (VaR_p(X) - \mu) * \cancel{\sigma}^{-1} = \sigma * \phi^{-1}(p)\\
&\Rightarrow VaR_p(X) - \mu = \sigma * \phi^{-1}(p)\\
&\Rightarrow VaR_p(X) - \mu + \mu = \mu + \sigma * \phi^{-1}(p)\\
&\Rightarrow VaR_p(X) - \cancel{\mu} + \cancel{\mu} = \mu + \sigma * \phi^{-1}(p)\\
&\Rightarrow VaR_p(X) = \mu + \sigma * \phi^{-1}(p)
\end{aligned}
$$

lo que resulta:

$$VaR_p(x) = \mu + \sigma * \phi^{-1}(p)$$

6.1.2 | VaR Cauchy:

Dado que la **Bondad de Ajuste** de como resultado la distribución Cauchy tenemos entonces su función de densidad viene dada por:

$$f(x) = \frac{1}{\pi(1 + x^2)}$$

y su función de distribución

$$
\begin{aligned}
F_X(x) \quad &= \int_{-\infty}^{x} \frac{1}{\pi(1+t^2)} dt\\
&= \frac{1}{\pi} [\arctan(t)] \Big|_{t=-\infty}^{t=x}\\
&= \frac{1}{\cancel{\pi}} \left[\frac{\cancel{\pi}}{2} + \arctan(x) \right]\\
&= \left[\frac{1}{2} + \frac{1}{\pi} \arctan(x) \right]\\
F_X(x) \quad &= \left[\tfrac{1}{2} + \tfrac{1}{\pi} \arctan(x) \right]
\end{aligned}
$$

luego asumimos los siguientes parámetros:

μ: como parámetro de locación. σ como parámetro de escala.

para determinar el VaR aplicamos el principio de la desviación estándar

$$
\begin{aligned}
&\mathbb{P}[\mu+\sigma X \leq VaR_p(x)] = p\\
&\Rightarrow \mathbb{P}[X \leq \frac{VaR_p(x)-\mu}{\sigma}] = p\\
&\Rightarrow F_X(\frac{VaR_p(x)-\mu}{\sigma}) = p\\
&\Rightarrow \frac{1}{2}+\frac{1}{\pi}\arctan\left[\frac{VaR_p(x)-\mu}{\sigma}\right] = p\\
&\Rightarrow \arctan\left[\frac{VaR_p(x)-\mu}{\sigma}\right] = \pi(p-\frac{1}{2})\\
&\Rightarrow \left[\frac{VaR_p(x)-\mu}{\sigma}\right] = \tan\left[\pi(p-\frac{1}{2})\right]\\
&\Rightarrow VaR_p(x) = \mu+\sigma*\tan\left[\pi\left(p-\frac{1}{2}\right)\right]
\end{aligned}
$$

cuyo resultado es:

$$
VaR_p(x) = \mu+\sigma*\tan\left[\pi\left(p-\frac{1}{2}\right)\right]
$$

6.1.3 | VaR Lognormal:

Dado que la **Bondad de Ajuste** de como resultado la distribución Lognormal tenemos entonces su función de densidad viene dada por:

$$
f(X) = \frac{1}{\sigma X}\psi(\frac{\log(X)-\mu}{\sigma})
$$

y su función de distribución:

$$
F(X) = \phi(\frac{\log(X)-\mu}{\sigma})
$$

luego aplicando el principio de la desviación estándar y la definición de Valor en Riesgo tenemos que:

$$
Y = \mu+\sigma\log(X)
$$

$$
\begin{aligned}
&\mathbb{P}[Y \leq VaR(\log(X))_p] = p\\
&\Rightarrow \mathbb{P}[\mu+\sigma\log(X) \leq VaR_p(\log(X))] = p\\
&\Rightarrow \mathbb{P}[\log(X) \leq \frac{VaR_p(\log(X))-\mu}{\sigma}] = p\\
&\Rightarrow F_X(\frac{VaR_p(\log(X))-\mu}{\sigma}) = p\\
&\Rightarrow \frac{VaR_p(\log(X))-\mu}{\sigma} = F_X^{-1}(p) = \phi^{-1}(p)\\
&\Rightarrow VaR_p(\log(X)) = \phi^{-1}(p)\sigma+\mu\\
&\Rightarrow VaR_p(X) = e^{\phi^{-1}(p)\sigma+\mu}
\end{aligned}
$$

lo que resulta

$$
VaR_p(X) = e^{\phi^{-1}(p)\sigma+\mu}
$$

6.1.4 | VaR Exponencial:

Sea el VaR perteneciente a una población que se distribuye exponencial tenemos función de densidad dada por:

$$f(X) = \lambda e^{-\lambda X}$$

y su función de Distribución:

$$F_X(X) = 1 - e^{-\lambda X}$$

luego aplicando el principio de la Desviación Estándar tenemos que

$$Y = \mu + \sigma X$$

μ: como parámetro de locación. σ como parámetro de escala.

por características matemáticas de la distribución exponencial el parámetro de escala coincide con la unidad cuando el parámetro de locación es igual a 0. por tanto:

$$\begin{aligned}
&\mathbb{P}[Y \leq VaR(X)_p] = p \\
&\Rightarrow \mathbb{P}[\mu + \sigma X \leq VaR_p(X)] = p \\
&\Rightarrow \mathbb{P}[0 + 1 * X \leq VaR_p(X)] = p \\
&\Rightarrow F_X(VaR_p(X)) = p \\
&\Rightarrow 1 - e^{-\lambda VaR_p(X)} = p \\
&\Rightarrow e^{-\lambda VaR_p(X)} = 1 - p \\
&\Rightarrow -\lambda VaR_p(X) = \log(1-p) \\
&\Rightarrow VaR_p(X) = -\frac{1}{\lambda}\log(1-p)
\end{aligned}$$

lo que resulta:

$$VaR_p(X) = -\frac{1}{\lambda}\log(1-p)$$

6.1.5 | VaR Uniforme:

función de densidad

$$f(X) = \frac{1}{b-a}$$

Función de Distribución

$$F(X) = \frac{X-a}{b-a}$$

aplicando la definición del VaR

$$
\begin{aligned}
&\mathbb{P}[Y \leq VaR(X)_p] = p \\
&\Rightarrow \mathbb{P}[\mu + \sigma X \leq VaR_p(X)] = p \\
&\Rightarrow \mathbb{P}[0 + 1 * X \leq VaR_p(X)] = p \\
&\Rightarrow F_X(VaR_p(X)) = p \\
&\Rightarrow \frac{VaR_p(X) - a}{b - a} = p \\
&\Rightarrow VaR_p(X) - a = p(b - a) \\
&\Rightarrow VaR_p(X) = a + p(b - a)
\end{aligned}
$$

por tanto el VaR Uniforme es :

$$VaR_p(X) = a + p(b - a)$$

6.1.6 | VaR Weibull:

función de densidad

$$f(X) = \frac{\alpha x^{\alpha-1}}{\sigma^{\alpha}} e^{-(x/\sigma)^{\alpha}}$$

Función de Distribución

$$F(X) = 1 - e^{-(x/\sigma)^{\alpha}}$$

aplicando la definición del VaR

$$
\begin{aligned}
&\mathbb{P}[Y \leq VaR_p(X)] = p \\
&\Rightarrow \mathbb{P}[\mu + \sigma X \leq VaR_p(X)] = p \\
&\Rightarrow \mathbb{P}[0 + 1 * X \leq VaR_p(X)] = p \\
&\Rightarrow F_X(VaR_p(X)) = p \\
&\Rightarrow 1 - e^{-(VaR_p(X)/\sigma)^{\alpha}} = p \\
&\Rightarrow e^{-(VaR_p(X)/\sigma)^{\alpha}} = 1 - p \\
&\Rightarrow -(VaR_p(X)/\sigma)^{\alpha} = \log(1 - p) \\
&\Rightarrow (VaR_p(X)/\sigma)^{\alpha} = -\log(1 - p) \\
&\Rightarrow (VaR_p(X)/\sigma) = [-\log(1 - p)]^{1/\alpha} \\
&\Rightarrow VaR_p(X) = \sigma[-\log(1 - p)]^{1/\alpha}
\end{aligned}
$$

por tanto el VaR Weibull es:

$$VaR_p(X) = \sigma[-\log(1 - p)]^{1/\alpha}$$

adicionalmente mostramos la formulación del **TVaR**

6.2 | VaR de Cola (TVaR)

Sea X una Variable Aleatoria de Pérdida, el Tail-Value-at-Risk **TVaR** de X al nivel de certeza del p% se denota $TVaR_p(X)$ y es la pérdida esperada dado que la misma excede el p Percentil de la Distribución de Pérdida Asociado a X. El mismo se puede escribir:

$$TVaR_p(X) = \mathbb{E}(X|X > x_p) = \frac{\int_{x_p}^{\infty} x dF(x)}{1 - F(x_p)}$$

$$TVaR_p(X) = \frac{\int_{x_p}^{\infty} x f(x) dx}{1 - F(x_p)} = \frac{\int_1^p VaR_u(X) du}{1 - p}$$

De esta manera se obtiene la forma genérica del **TVaR**. A continuación se presenta la formulación por cada tipo de Distribución de Probabilidad.

La forma de obtener el TVaR depende de la familia de distribución al que pertenezca la población evaluada que es la misma distribución a través de la cual es asociado el cálculo del VaR.

Una de las formas viene dada si dicha distribución pertenece a la Familia de **Distribuciones Elípticas**, las mismas están definidas como el conjunto de distribuciones cuyo contorno de sus versiones multivariantes tiene forma de elipse. La versión univariante corresponde a la marginal de estas. Por ejemplo, la Normal y la T Student son elípticas, en cambio la distribución exponencial no lo es.

Una de las características deseables de esta familia de distribuciones probabilísticas es que tiene soporte real, es decir tienen soporte tanto positivo como negativo, a pesar que las distribuciones que poseen esta característica no son usadas frecuentemente en modelaje de pérdidas, podrían ser usadas en el modelaje y caracterización de variables aleatorias tales como la tasa de retorno, tasas de rendimiento ya que toman valores positivos y negativos además las mismas también son utilizadas en el campo de las finanzas y de la administración de riesgo.

Por definición la función de densidad puede ser escrita de la siguiente manera:

$$f(x) = \frac{c}{\sigma} g\left[\frac{1}{2}\left(\frac{x - \mu}{\sigma}\right)^2\right]$$

donde:

$g(x)$ es una función tal que $\int_0^{\infty} g(x) dx < \infty$
$G(x) = c \int_0^x g(y) dy$ y $\bar{G}(x) = G(\infty) - G(x)$
$F(x) = \int_{-\infty}^x f(y) dy$ y $\bar{F}(x) = 1 - F(x)$

6.2.1 | Teorema

Considere cualquier distribución elíptica univariante, con media y varianza finita. Entonces el $TVaR$ a nivel de confianza p del $VaR_p(X)$, donde $p > 1/2$ se puede escribir como:

$$TVaR_p(X) = \mu + \lambda \sigma^2$$

donde:

$$\lambda = \frac{\frac{1}{\sigma} \bar{G}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{VaR_p(x) - \mu}{\sigma}\right)^2\right]}{\bar{F}(VaR_p(x))}$$

6.2.1.1 | Demostración

Por la definición de $TVaR$

$$\begin{aligned} TVaR_p(X) &= \frac{1}{\bar{F}(VaR_p(x))}\int_{VaR_p(x)}^{\infty} x.f(x)dx \\ &= \frac{1}{\bar{F}(VaR_p(x))}\int_{VaR_p(x)}^{\infty} x.\frac{c}{\sigma}g\left[\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]dx \end{aligned}$$

hacemos $z = (VaR_p(x)-\mu)/\sigma$

$$\begin{aligned} TVaR_p(X) &= \frac{1}{\bar{F}(VaR_p(x))}\int_{\frac{VaR_p(x)-\mu}{\sigma}}^{\infty} (\mu+\sigma z).c.g\left(\frac{1}{2}z^2\right)dzdx \\ &= \mu + \frac{cq}{\bar{F}(VaR_p(x))}\int_{\frac{VaR_p(x)-\mu}{\sigma}}^{\infty} z.g\left((\frac{1}{2}z^2\right)dz \\ &= \mu+\lambda\sigma^2 \end{aligned}$$

devolviendo el cambio y agrupando convenientemente

$$\begin{aligned} \lambda &= \frac{c}{\sigma\bar{F}(VaR_p(x))}\int_{\frac{1}{2}(\frac{VaR_p(x)-\mu}{\sigma})^2}^{\infty} g(u)du \\ &= \frac{1}{\sigma\bar{F}(VaR_p(x))}\bar{G}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{VaR_p(x)-\mu}{\sigma}\right)^2\right] \end{aligned}$$

6.2.2 | TVaR Logistica:

La distribución logística tiene una densidad de la forma:

$$f(x) = \frac{c}{\sigma}g\left[\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2\right]$$

donde

$$g(u) = \frac{\exp(-\mu)}{(1+\exp(-\mu))^2}$$

y $c = 1/2$. Entonces

$$\begin{aligned} G(x) &= \frac{1}{2}\int_0^x g(u)du \\ &= \frac{1}{2}\int_0^x \frac{\exp(-\mu)}{(1+\exp(-\mu))^2}du \\ &= \frac{1}{2}\left[\frac{1}{1+\exp(-x)-\frac{1}{2}}\right] \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\frac{1}{\sigma}\bar{G}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{VaR_p(x)-\mu}{\sigma}\right)^2\right] &= \frac{1}{2\sigma}\left[1-\frac{1}{1+\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{VaR_p(x)-\mu}{\sigma}\right)^2\right]}\right] \\
&= \frac{1}{2\sigma}\frac{\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{VaR_p(x)-\mu}{\sigma}\right)^2\right]}{1+\exp\left[-\frac{1}{2}\left(\frac{VaR_p(x)-\mu}{\sigma}\right)^2\right]} \\
&= \frac{1}{2}\frac{\frac{1}{\sigma}\phi\left(\frac{VaR_p(x)-\mu}{\sigma}\right)}{\frac{1}{\sqrt{2\pi}+\phi\left(\frac{VaR_p(x)-\mu}{\sigma}\right)}}
\end{aligned}$$

luego aplicando la solución de las distribuciones elípticas para el cálculo del TVaR tenemos que:

$$TVaR_p(x) = \mu + \lambda\sigma^2$$

donde

$$h = \frac{1}{\sigma\bar{F}(VaR_p(x))}\bar{G}\left[\frac{1}{2}\left(\frac{VaR_p(x)-\mu}{\sigma}\right)^2\right]$$

lo que resulta:

$$TVaR_p(x) = \mu + \frac{1}{2}\left[\frac{\frac{1}{\sigma}\phi\left(\frac{VaR_p(x)-\mu}{\sigma}\right)}{\frac{1}{\sqrt{2\pi}+\phi\left(\frac{VaR_p(x)-\mu}{\sigma}\right)}}\frac{\frac{1}{\sigma}\phi\left(\frac{VaR_p(x)-\mu}{\sigma}\right)}{\bar{F}(\frac{VaR_p(x)-\mu}{\sigma})}\right]$$

Otra forma de calcular el TVaR consiste en utilizar una generalización de la distribución normal, pero solo extendiéndolo a las variables aleatorias que tenga soporte positivo únicamente. Dicha generalización considera la familia exponencial cuyos modelos de dispersión son **Familia Exponencial de Dispersión Aditiva** y **Familia Exponencial de Dispersión Reproductiva**, (**AEDF**) y (**REDF**) por sus siglas en inglés. la definición de ambas familias de distribuciones de probabilidad es la misma con excepción del rol que juega el inverso del parámetro de dispersión λ.

6.2.3 | Definición

Una Variable Aleatoria X tiene una distribución que viene de una **Familia Exponencial de Dispersión Aditiva** y **Familia Exponencial de Dispersión Reproductiva** respectivamente, si su función de densidad se puede escribir en términos de los parámetros θ y λ con la siguiente forma:

AEDF

$$f(x;\theta,\lambda) = e^{\theta x-\lambda k(\theta)}q(x;\lambda)$$

REDF

$$f(x;\theta,\lambda) = e^{\lambda[\theta x-k(\theta)]}q(x;\lambda)$$

La media y la varianza de estas distribuciones son:

Media:

AEDF $\mu = \lambda k'(\theta)$ REDF $\mu = k'(\theta)$

Varianza:

AEDF $Var(X) = \lambda k''(\theta) = k''(\theta)/\sigma^2$ REDF $Var(X) = k''(\theta)/\lambda = k''(\theta)\sigma^2$

donde

$1/\lambda = \sigma^2$ es llamado el parámetro de dispersión.

6.2.4 | Teorema

sea X una variable aleatoria cuya distribución proviene de una **AEDF**. entonces $TVaR_p(X)$ se puede escribir como:

$$TVaR_p(X) = \mu + h$$

donde

$h = \frac{\partial}{\partial\theta}\ln[\bar{F}(VaR_p;\theta,\lambda)]$

6.2.4.1 | Demostración

$$\begin{aligned}
\frac{\partial}{\partial\theta}\ln[\bar{F}(VaR_p;\theta,\lambda)] &= \frac{1}{\bar{F}(VaR_p(x);\theta,\lambda)}\int_{VaR_p(x)}^{\infty}\frac{\partial}{\partial\theta}e^{[\theta x-\lambda k(\theta)]}q(x;\lambda)dx \\
&= \frac{1}{\bar{F}(VaR_p(x);\theta,\lambda)}\int_{VaR_p(x)}^{\infty}\left[[x-\lambda k'(\theta)]e^{\lambda[\theta x-k(\theta)]}q(x;\lambda)\right]dx \\
&= \frac{1}{\bar{F}(VaR_p(x);\theta,\lambda)}\int_{VaR_p(x)}^{\infty}xf(x;\theta,\lambda)dx-\lambda k'(\theta) \\
\frac{\partial}{\partial\theta}\ln[\bar{F}(VaR_p;\theta,\lambda)] &= TVaR_p(x)-\mu
\end{aligned}$$

6.2.5 | TVaR Gamma:

Se puede demostrar que la distribución Gamma pertenece a la **Familia Exponencial de Dispersión Aditiva** si observamos la densidad tenemos

$$f(x) = \frac{1}{x\Gamma(\alpha)}\left(\frac{x}{\beta}\right)^{\alpha}\exp\left(-\frac{x}{\beta}\right)$$

donde

$\theta = -\frac{1}{\beta}$ $\lambda = \alpha$

$k(\theta) = -\ln(-\theta)$ $q(x;\lambda) = \frac{x^{\alpha-1}}{\Gamma(\alpha)}$

lo que satisface las condiciones del teorema de AEDF.

luego el $TVaR_p(x)$ se calcula como:

$$TVaR_p(X) = \mu + h$$

donde

$$
\begin{aligned}
h &= \frac{\partial}{\partial\theta}\ln[\bar{F}(VaR_p;\theta,\lambda)] \\
&= \frac{1}{\bar{F}(VaR_p;\theta,\lambda)}\frac{\partial}{\partial\theta}\int_{VaR_p(x)}^{\infty}\frac{x^{\lambda-1}}{\Gamma(\lambda)}e^{[\theta x-\lambda\ln(-\theta)]}dx \\
&= \frac{1}{\bar{F}(VaR_p;\theta,\lambda)}\int_{VaR_p(x)}^{\infty}\frac{x^{\lambda-1}}{\Gamma(\lambda)}\frac{\partial}{\partial\theta}e^{[\theta x-\lambda\ln(-\theta)]}dx \\
&= \frac{1}{\bar{F}(VaR_p;\theta,\lambda)}\int_{VaR_p(x)}^{\infty}\frac{x^{\lambda-1}}{\Gamma(\lambda)}\left(x+\frac{\lambda}{\theta}\right)e^{[}\theta x-\lambda\ln(-\theta)]dx \\
&= \frac{1}{\bar{F}(VaR_p;\theta,\lambda)}\left[-\frac{1}{\theta}\frac{\Gamma(\lambda+1)}{\Gamma(\lambda)}\int_{VaR_p(x)}^{\infty}f(x;\theta,\lambda+1)dx\right]+\frac{\lambda}{\theta} \\
&= -\frac{\lambda}{\theta}\left[\frac{\bar{F}(VaR_p;\theta,\lambda+1)}{\bar{F}(VaR_p;\theta,\lambda)}-1\right] \\
&= \mu\left[\frac{\bar{F}(VaR_p;\theta,\lambda+1)}{\bar{F}(VaR_p;\theta,\lambda)}-1\right]
\end{aligned}
$$

luego el resultado es:

$$
\begin{aligned}
TVaR_p(X) &= \mu+\mu\left[\frac{\bar{F}(VaR_p;\theta,\lambda+1)}{\bar{F}(VaR_p;\theta,\lambda)}-1\right] \\
&= \mu+\mu\left[\frac{\bar{F}(VaR_p;\theta,\lambda+1)}{\bar{F}(VaR_p;\theta,\lambda)}\right]-\mu \\
&= \cancel{\mu}+\mu\left[\frac{\bar{F}(VaR_p;\theta,\lambda+1)}{\bar{F}(VaR_p;\theta,\lambda)}\right]-\cancel{\mu} \\
&= \mu\left[\frac{\bar{F}(VaR_p;\theta,\lambda+1)}{\bar{F}(VaR_p;\theta,\lambda)}\right]
\end{aligned}
$$

6.2.6 | Teorema

sea X una variable aleatoria cuya distribución proviene de una **REDF**. entonces $TVaR_p(X)$ se puede escribir como:

$$TVaR_p(X) = \mu + h\sigma^2$$

donde

$\sigma^2 = \frac{1}{\lambda}$ y

$$h = \frac{\partial}{\partial\theta}ln[\bar{F}(VaR_p;\theta,\lambda)]$$

6.2.6.1 | Demostración

$$\begin{aligned}\frac{\partial}{\partial\theta} ln[\bar{F}(VaR_p;\theta,\lambda)] &= \frac{1}{\bar{F}(VaR_p;\theta,\lambda)}\int_{VaR_p(x)}^{\infty}\frac{\partial}{\partial\theta}\left[e^{\lambda[\theta x-k(\theta)]}q(x;\lambda)\right]dx\\ &= \frac{1}{\bar{F}(VaR_p;\theta,\lambda)}\int_{VaR_p(x)}^{\infty}\left[\lambda[x-k'(\theta)]e^{\lambda[\theta x-k(\theta)]}q(x;\lambda)\right]dx\\ &= \frac{1}{\bar{F}(VaR_p;\theta,\lambda)}\int_{VaR_p(x)}^{\infty}xf(x;\theta,\lambda)dx-\lambda k'(\theta)\\ &= \lambda[TVaR_p(X)-\mu]\\ &= [TVaR_p(X)-\mu]/\sigma^2\end{aligned}$$

6.2.7 | TVaR Normal:

se puede demostrar que la distribución normal es miembro de la **Familia Exponencial de Dispersión Reproductiva** ya que si observamos su densidad

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)^2}$$

la misma puede ser reexpresada como:

$$f(x)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{\sigma}\right)^2}e^{-\frac{1}{\sigma^2}\left(\mu x-\frac{1}{2}\mu^2\right)}$$

donde

$\lambda=\frac{1}{\sigma^2}$
$k(\theta)=\frac{\theta^2}{2}$ y

$$q(x;\lambda)=\frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma}e^{-\frac{1}{2}\left(\frac{x}{\sigma}\right)^2}$$

luego el $TVaR_p(X)$ es

$$TVaR_p(X)=\mu+h\sigma^2$$

donde

$\sigma^2=\frac{1}{\lambda}$ y

$$\begin{aligned}h &= \frac{\partial}{\partial\theta} ln[\bar{F}(VaR_p;\theta,\lambda)]\\ &= \frac{\partial}{\partial\theta} ln(1-\Theta[\sqrt{\lambda}(VaR_p(x)-\theta)])\\ &= \frac{\sqrt{\lambda\phi[\sqrt{\lambda}(VaR_p(x)-\theta)]}}{1-\Theta[\sqrt{\lambda}(VaR_p(x)-\theta)]}\end{aligned}$$

lo que resulta:

$$TVaR_p(X) = \mu + \frac{1}{\sigma}\frac{\phi[\sqrt{\lambda}(VaR_p(x)-\theta)]}{1-\Theta[\sqrt(\lambda)(VaR_p(x)-\theta)]}\sigma^2$$

a continuación presentamos algunos resultados de los $TVaR$ para algunas distribuciones notables

6.2.8 | TVaR Cauchy:

$$TVaR_p(X) = \mu + \frac{\sigma}{p}\int_0^p tan\left(\pi\left(v-\frac{1}{2}\right)\right)dv$$

6.2.9 | TVar Lognormal:

$$TVaR_p(X) = \frac{e^{\mu}}{p}\int_0^p e^{\sigma\Phi^{-1}(v)}dv$$

6.2.10 | TVaR Exponencial:

$$TVaR_p(X) = -\frac{1}{p\lambda}\left[log(1-p)p-p-log(1-p)\right]$$

6.2.11 | TVaR Uniforme:

$$TVaR_p(X) = a+\frac{p}{2}(b-a)$$

6.2.12 | TVaR Weibull:

$$TVaR_p(X) = \frac{\sigma}{p}\gamma[1+\frac{1}{\alpha}, -log(1-p)]$$

6.2.13 | TVaR F:

$$TVaR_p(X) = \mu + \int_0^p F^{-1}(v)\sigma dv$$

6.2.14 | TVaR T student:

$$TVaR_p(X) = \mu + \int_0^p T^{-1}(v)\sigma dv$$

7 | Riesgo de Liquidez

El Riesgo de Liquidez es un riesgo que enfrentan todas las instituciones financieras, en particular los Bancos, en economías inflacionarias el efecto de la iliquidez se puede manifestar a través de la incertidumbre presentada por el flujo de caja, dado que la dirección del mismo es incierto, solo en circunstancias excepcionales el exceso de flujos de caja salientes (egresos) sobre los entrantes (ingresos) darían paso a una situación muy particular ya que los egresos representarían una gran proporción de los activos, quedando la Institución Bancaria fuera de solvencia lo que implicaría recurrir a otros activos menos líquidos (liquidación inmediata de inversiones a mediano plazo), para afrontar la iliquidez de sus acreedores naturales (Cuenta Ahorrista, Cuenta Correntistas), está sería una de las principales consecuencias de las denominadas **Corridas Bancarias**.

La estrategia del Riesgo de Liquidez se fundamenta en determinar en que grado la adquisición y mantenimiento de activos ilíquidos es aceptable, considerando los términos de evaluación, haciendo énfasis en el corto plazo ya que un déficit de liquidez acarrearía una insuficiencia en las reservas estatutarias e índices de solvencia obligatorias bajo las normas de operación de las Instituciones Bancarias.

7.1 | Clases de Riesgo de Liquidez.

La Liquidez puede verse afectada principalmente por dos clases de eventos diferentes cuyos efectos coinciden en la iliquidez de las entidades, estas son:

- **Riesgo de Liquidez de Fondos:** Es el riesgo que corre la entidad al no ser capaz de hacer frente eficientemente a flujos de caja previstos e imprevistos, presentes y futuros, así como a aportaciones de garantías resultantes de sus obligaciones de pago, sin que se vea afectada su operativa diaria o su situación financiera.
- **Riesgo de Liquidez de Mercado:** Es el riesgo de que una entidad no pueda compensar o deshacer fácilmente una posición a precios de mercado a causa de una insuficiente profundidad o de distorsiones en el mercado.

En particular en este artículo nos referiremos al Riesgo de Liquidez de Fondos.

7.2 | Principales Indicadores de Liquidez.

los Indicadores Contables Principales son:

- **RALE** o Razón de Liquidez Estructural
- **RALEA** o Razón de Liquidez Estructural Ajustada

- **RACOCAP** o Razón de Concentración de Captaciones del Público
- **GAP** o Brechas de Liquidez

Estos constituyen relaciones entre los *Activos Líquidos* y los *Pasivos de Vencimiento Inmediato*, en la República Bolivariana de Venezuela los mismos están determinados a través de las cuentas mencionadas en el artículo 15 y 16 de la Resolución 136.15 de la Superintendencia del Sector Bancario la cual se mencionan a continuación:

7.2.0.1 | Activos Líquidos.

- Disponibilidades.

- Banco Central de Venezuela.

- Bancos y Otras Instituciones Financieras del País.
- Bancos y Corresponsales el Exterior.
- Inversiones en Títulos Valores para Negociar.

7.2.0.2 | Pasivos de Vencimiento Inmediato.

- Depósitos a la Vista.
- Depósitos de Ahorro.
- Depósitos a plazo hasta 30 días.
- Depósitos a plazo.

7.2.1 | Razón de Liquidez Estructural RALE.

Este indicador se genera a través de un conjunto de razones de liquidez proyectadas, que relacionan partidas de activos y pasivos mencionadas supra, y cuya proyección se hace para 7, 15, 30, 60 y 90 días de los saldos contables, con base en la siguiente fórmula:

$$\text{RALE}_n = \frac{\text{Activos Líquidos hasta n días}}{\text{Pasivos de Vencimiento Inmediato hasta n días}} * 100$$

dónde;

n = número de días para la proyección (7, 15, 30, 60 y 90).

7.2.2 | Razón de Liquidez Estructural Ajustada RALEA.

Este indicador mide la capacidad que tiene el banco para cumplir con los retiros imprevisto que se pueden presentar en las cuentas corrientes, de ahorros, depósitos a plazos, y otras obligaciones a vencimiento dentro de los plazos establecidos, excluyendo los fondos comprometidos para cumplir con los requerimientos del encaje legal vigente.

$$\text{RALEA}_n = \frac{\text{Activos Líquidos Ajustados hasta n días}}{\text{Pasivos de Vencimiento Inmediato Ajustados hasta n días}} * 100$$

Nótese:

Para los fines del cálculo de este indicador los activos líquidos deberán ser ajustados deduciendo el monto del encaje legal tomando en cuenta la proporción de reservas de encaje legal que se liberaría por los retiros estimados de depósitos, sobre la base de la experiencia histórica de situaciones de retiros masivos de captaciones del público, producto de eventos sistemáticos y no sistemáticos.

También, los pasivos de vencimiento inmediato deberán ser ajustados considerando su porción volátil o susceptible de retiro, la cual será determinada mediante fluctuación esperada de las mismas a través de modelos estadísticos y/o estocásticos que simule la estimación de la volatilidad de dichos rubros.

7.2.3 | Razón de Concentración de Captaciones del Público RACOCAP.

la manera de calcular este indicador es a través del cociente de liquidez diario resultante de la sumatoria de los veinte (20) mayores saldos promedios de los últimos siete (7) días de depósitos que posean personas naturales o jurídicas en todos los productos masivos del banco en forma consolidada, dividido entre el total del saldo promedio de los últimos siete (7) días de la cartera de depositantes del banco.

$$\text{RACOCAP} = \frac{\text{(20) Mayores Saldos Promedios Últimos siete (7) días de Depósitos}}{\text{Saldos Promedios Últimos siete (7) días de la Cartera de Depositantes}} * 100$$

7.2.4 | Monitoreo del Riesgo de Liquidez.

Se entiende por monitoreo del riesgo de liquidez, al proceso de evaluación continua de las posiciones de riesgo de liquidez asumidas por la Institución Financiera, así como al funcionamiento de todo el sistema de gestión del riesgo de liquidez. Este proceso ayuda a detectar y corregir anticipadamente las deficiencias que pudieran existir en la asunción de políticas, el desarrollo de procesos y procedimientos, y cualquier otro aspecto relacionado con la gestión del riesgo de liquidez.

El alcance del monitoreo abarca todos los aspectos de la gestión del riesgo de liquidez, en un ciclo dinámico acorde con la naturaleza del negocio y el volumen, tamaño y complejidad de las operaciones de la Institución Financiera.

En el marco de la fase de monitoreo del riesgo de liquidez, el Comité de Riesgos podrá solicitar las actas de las reuniones de los otros comités, creados en la Institución Financiera (ALCO, de Crédito, de Tesorería e Inversiones, y otros), con el objeto de verificar que las recomendaciones e instrucciones emanadas del Comité de Riesgos, con relación al riesgo de liquidez, hayan sido incorporadas por las áreas comerciales o de negocios. Los exámenes practicados por la Unidad de Auditoria Interna podrán verificar el grado de implementación y cumplimiento de tales recomendaciones.

7.2.5 | Divulgación de la Información y Comunicación Oficial del Riesgo de Liquidez

La fase de divulgación constituye el último eslabón del proceso de gestión del riesgo de liquidez, y consiste en la distribución de información apropiada sobre el riesgo de liquidez al Directorio, Gerencia, personal, así como interesados externos tales como: clientes, proveedores, reguladores y accionistas. Esta información puede ser interna o externa, y debe incluir información financiera y operativa.

Con relación a la divulgación externa, la Institución Financiera debe ajustarse al marco regulatorio existente, respetando las limitaciones y restricciones si las hubiera.

En cuanto se refiere a la divulgación interna, ésta dependerá de las políticas adoptadas internamente por la Institución Financiera para este propósito específico, debiendo observar, al menos, los siguientes aspectos:

- El principio fundamental es que todos los funcionarios de la Institución Financiera deben conocer la matriz de riesgos institucional. Asimismo, deben conocer el grado de exposición de la entidad a los distintos riesgos, entre ellos el de liquidez.
- El grado de profundidad del proceso de divulgación de la matriz de riesgos, debe variar según las funciones y grado jerárquico de los receptores.
- La definición expresa del contenido y la periodicidad del flujo de la información. El establecimiento de mecanismos de verificación del cumplimiento de las políticas de divulgación.

La gestión de riesgos encuentra en la información, un elemento clave para estructurar un buen sistema de administración de riesgos y alcanzar los objetivos de minimización de pérdidas para la entidad.

En el caso específico del riesgo de liquidez, el sistema de información debe ser lo suficientemente flexible para brindar toda la información que se requiera para cumplir con todas las etapas de la gestión de riesgos: identificar, medir, monitorear, controlar, mitigar y divulgar el riesgo de liquidez. Así por ejemplo, como se pudo apreciar en la sección sobre metodologías, el análisis de brechas de liquidez requiere la clasificación de activos y pasivos por bandas de renovación o vencimiento; por lo tanto, el sistema de información de la EIF debe tener la capacidad de procesar automáticamente la información, de manera de clasificarla por bandas, con base en una fecha de corte o de análisis determinado.

Dicho sistema debe permitir, además, incorporar los porcentajes de renovación, precancelación, morosidad, etc. que la Institución Financiera considere relevantes para generar el escenario de liquidez esperado, así como los escenarios de estrés. Asimismo, el sistema debe estar en capacidad de incorporar metodologías estadísticas u otras necesarias para realizar estimaciones, proyecciones, cálculo de la porción estable y volátil de los productos de plazo indeterminado, ejercicios de simulaciones de escenarios, y otras relacionadas con la medición del riesgo de liquidez. El sistema de información debe generar reportes de exposición al riesgo de liquidez para ser analizados por el Comité de Riesgos.

El sistema de información debe permitir el almacenamiento sistematizado de las bases de datos y de los reportes generados, y debe contar con mecanismos de seguridad y niveles de acceso apropiados para un óptimo funcionamiento del mismo.

Debido a la complejidad de los cálculos que podrían realizarse y al volumen de transacciones que podría existir en el procesamiento de la información para la gestión del riesgo de liquidez, el sistema de información de la Institución Financiera debe contener mecanismos de validación de la información y de los procesos a ejecutarse, a fin de minimizar cualquier tipo de error que pudiera presentarse en el manejo operativo del mismo.

En Venezuela la divulgación y comunicación oficial de los riesgos en particular del riesgo de liquidez está regulada por la disposición 136.15 la cual indica que la información debe ser divulgada a través de un mecanismo electrónico denominado **Archivo de Transmisión 28** o el **AT28**, el cual contiene información detallada de todos los aspectos del riesgo de liquidez como los ratios de liquidez, las brechas Contractuales, Esperadas y Estresadas así como la razón de riesgo de liquidez y su distribución proporcional con respecto a la cartera.

El ente que centraliza la información es la **Superintendencia de las Instituciones del Sector Bancario** (SUDEBAN) a través del **Sistema de Información Financiera** (SIF).

8 | Brechas de Liquidez (GAP)

Las bandas de liquidez o GAP de liquidez es una estimación de la estructura del riesgo de liquidez proyectada a lo largo de un período con el objeto de realizar una estimación fija del mismo.

para calcularla debemos pasar por un proceso estadístico que implica un conjunto de contrastes de hipótesis con el fin de establecer o determinar la distribución probabilística asociada a la población tipo, VaR y $TVaR$.

El análisis de las brechas de liquidez tiene como propósito establecer a partir de los vencimientos de los activos y pasivos tanto contractuales como esperados, el nivel de suficiencia de recursos líquidos, una formulación sencilla viene dada de la siguiente manera:

$$\text{GAP}_n = \sum \text{Flujos de Caja Entrantes} - \sum \text{Flujos de Caja Salientes}$$

Nótese:

La parte que se refiere a los egresos (flujos de caja salientes) se puede dividir en una porción que depende de los compromisos fijos o contractuales que vienen dado de forma cierta denominada *porción estable* y otra que depende de los escenarios esperados asociados eventos susceptibles de medida por modelos probabilísticos, estocásticos o estadísticos que se denomina *porción volátil*

8.0.1 | De La Porción Volátil.

La volatilidad de los depósitos está definida como un **VaR** (Value at Risk por sus siglas en inglés o Valor en Riesgo en idioma español), cuya medida depende de un nivel de confianza del 95% y 99% en un período de liquidación de las posiciones de 7 días. Las Distribuciones Probabilísticas que dan paso al cálculo del VaR son ajustadas a través de pruebas estadísticas especiales denominadas *Pruebas de Bondad de Ajuste* con una muestra de 252 observaciones de frecuencia diaria.

En todo caso cuando se trate de bancos con información de sus depósitos inferior al período establecido, la porción volátil de los depósitos no podrá ser menor al 10% del saldo contable al día anterior a la estimación.

la variabilidad de los depósitos se hace a través del cálculo de sus rendimientos que en su versión más sencilla tenemos lo que se denomina **Retorno Simple**:

$$\begin{aligned} R_t(n) &= (1+R_t)(1+R_{t-1})(1+R_{t-2})\dots(1+R_{t-n+1})-1 \\ &= \frac{P_t}{P_{t-1}}\frac{P_{t-1}}{P_{t-2}}\dots\frac{P_{t-n+1}}{P_{t-n}}-1 \\ &= \frac{P_t-P_{t-n}}{P_{t-n}} \end{aligned}$$

considerando que los intereses y la tasa de cambio es considerada continuamente compuesta podemos expresar los retornos en términos de su serie de tiempo diferenciada logarítmica:

$$Y_t(n) = \ln(1+R_t) = \ln\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$$

Donde;

X_t: Es el saldo de Pasivo sin vencimiento contractual en el período o día t.
X_{t-1}: Es el saldo del Pasivo sin Vencimiento Contractual en el período o día $t-1$.

La razón fundamental por el cual el VaR se calcula a través de los rendimientos es porque estos tienen propiedades estadísticas que resultan más manejables a la hora de una estimación o pronóstico ya que son Estacionarios y ergódicos.

luego, utilizando los resultados de las Pruebas de Bondad de Ajuste se calcula el VaR con un α% de confianza y se aplica la siguiente forma para calcular la porción volátil:

$$P_{VaR_\alpha} = S_n * VaR_\alpha * \sqrt{t}$$

Donde;

t = Período de liquidación
S_n = Saldo al día n, es decir, el último saldo real de los depósitos
VaR_α = Valor a Riesgo asociado a nivel de confianza calculado bajo la distribución que resulte de las pruebas de bondad de ajuste

8.0.2 | Escenarios de la Bandas de Liquidez.

8.0.2.1 | Escenario Contractual.

El escenario contractual se construye tomando en cuenta las fechas de recuperación de activos o vencimiento de pasivos contractualmente definidas, con la finalidad de ubicar los saldos de cada rubro del activo y del pasivo en bandas temporales, según su plazo residual de exigibilidad o de vencimiento, respectivamente.

En el caso de productos con plazo indeterminado, es decir, sin fecha de vencimiento contractual, como son los depósitos a la vista y en caja de ahorro, es recomendable que su distribución en las bandas de tiempo, se realice utilizando metodologías basadas en el análisis de su volatilidad, estimando la caída máxima esperada considerando un determinado nivel de confianza.

Luego de haber distribuido los saldos en las distintas bandas de tiempo, se procede a generar, para cada banda, la diferencia entre las partidas de activo y pasivo calculando de esta manera la brecha de liquidez.

Con base en los montos de las brechas de liquidez calculados para cada banda de tiempo, se procede a realizar el cálculo de la brecha acumulada, a través de la acumulación de las brechas liquidez individuales. De esta manera, la brecha acumulada para una determinada banda de tiempo se calcula sumando a la brecha liquidez correspondiente a dicha banda, las brechas simples de las bandas de tiempo precedentes, representando el total acumulado de diferencias entre partidas de activo y pasivo hasta la banda en cuestión.

Si la brecha de liquidez acumulada a un determinado plazo es negativa, es decir, si el saldo acumulado de diferencias entre activo y pasivo es deficitario, este monto es considerado como liquidez en riesgo.

Por tanto, el análisis de brechas de liquidez requiere que la Institución Financiera adopte políticas en relación a la fijación de límites de exposición para la brecha de liquidez acumulada negativa, a nivel de moneda y en forma consolidada, pudiendo establecerse como un monto máximo expresado en unidades monetarias y/o como un porcentaje máximo en relación a los activos; los importes en exceso sobre dichos límites serán considerados como “Liquidez en Riesgo”. No obstante esta recomendación, es importante reconocer que el establecimiento de límites a la brecha de liquidez acumulada negativa, no necesariamente debe implicar la ausencia de posiciones de liquidez en riesgo, pues bien podría admitirse un cierto nivel de tolerancia.

De manera complementaria, también podrían establecerse límites para la relación entre activos y pasivos, lo que implicaría de antemano la aceptación o no de la existencia de liquidez en riesgo.

Los límites adoptados internamente por la Institución Financiera deben ser el resultado de un análisis riguroso y de estudios especializados llevados a cabo por la unidad para estos fines.

8.0.2.2 | Escenario Esperado.

Como se ha manifestado, en el escenario contractual no se toman en cuenta comportamientos que no sean aquellos puramente contractuales. Un ajuste al escenario contractual es el que corresponde al escenario esperado.

En el escenario esperado se incorporan renovaciones, pre-cancelaciones, morosidad, y cualquier otro tipo de comportamientos que normalmente se registran en los diferentes rubros del balance general de una Institución Financiera. Para ello se deben estimar los porcentajes o proporciones de ocurrencia de estos casos, con base en estudios especialmente desarrollados por la Institución Financiera para realizar estos cálculos, en función a la propia historia de la entidad contenida en sus bases de datos. Los estudios podrían considerar por ejemplo, el cálculo de la recurrencia de renovaciones de depósitos a plazo fijo, si éstos revelaran por ejemplo, que normalmente, para un determinado nivel de confianza, las renovaciones representan un 80% de los casos, los flujos de salida de fondos en las bandas de tiempo correspondientes a este producto, deberían ajustarse conforme a esta estadística histórica; de este modo, la salida de recursos estimada correspondería únicamente al 20% de los casos restantes. Las estimaciones pueden realizarse en forma global, aplicable a todas las bandas de tiempo o, alternativamente, en forma separada para cada banda de tiempo.

Se debe señalar en este caso, el escenario de liquidez no es tan desfavorable como en el escenario contractual, en razón a que únicamente en dos bandas temporales (hasta 60 y 90 días) existe posición de liquidez en riesgo. Esto se debe a la incorporación del porcentaje de renovación de los depósitos a plazo.

8.0.2.3 | Escenario Estresado.

Es recomendable que en el análisis de liquidez se generen, además, escenarios de estrés o simulaciones de posibles situaciones extremas con corridas de fondos, asumiendo, por ejemplo, que todos los depósitos a la vista y en cuentas de ahorro pudieran salir de la Institución Financiera en una o dos semanas, o en el primer mes, suponiendo además que no ocurran renovaciones de depósitos a plazo. Estos escenarios pondrían a prueba la situación de liquidez de la Institución Financiera bajo condiciones extremas, no siendo aplicable el análisis de volatilidad recomendado para situaciones normales.

Las cantidades calculados para las posiciones de liquidez en riesgo ante situaciones extremas, posibilitan a la Institución Financiera estimar la cuantía de recursos que necesitaría para atender emergencias derivadas de esas eventualidades. Con base en dichas estimaciones se debería planificar fuentes alternativas de financiamiento y estructurar un Plan de Contingencias.

9 | Enfoque Actuarial

Una de las perspectivas más retadoras de este trabajo es resolver la caracterización de eventos para la cuantificación del riesgo de liquidez asumiendo que el horizonte temporal de las misma es dinámico. Desde el enfoque tradicional el horizonte temporal se considera estático o esta “congelado”. Por las características de los datos tomaremos en consideración no solamente la severidad del evento sino también el número de eventos, esto es, significa que para considerar el saldo o el monto en retiros asumiremos una variable aleatoria compuesta en donde tanto la severidad como el numero de eventos, dando paso al modelo de pérdida agregada. Además con la aplicación de este modelo y la perspectiva integral en materia de riesgo queda sentada la base para la construcción de un modelo de Ruina Bancario cuya propuesta abordaremos al final de este capítulo.

9.1 | Modelo de Pérdida Agregado

En el sucinto modelo se calcula el monto total de la partida a través de la suma compuesta de variables aleatorias independientes, y para esta suma compuesta hay que determinar la distribución. Esto es:

$$S = \sum_{i=1}^{N} X_i \quad con\ S = 0\ si\ N = 0$$

donde N es el número de retiros de las cuentas y X_i es el monto (severidad) de cada retiro la cual se asume estrictamente positivo por como está definida la variable aleatoria.

Estudiaremos la función de distribución de S y luego analizaremos una versión de la misma a tiempo continuo a través del marco de la teoría de ruina.

El supuesto clásico del monto S requiere que N sea independiente del monto de los retiros. también asumimos que los X_i son variables aleatorias independientes e idénticamente distribuidas, luego la función de distribución queda de la siguiente manera:

$$F_S(s) = \mathbb{P}(N = n)\mathbb{P}(X_1 + \ldots + X_n \leq s) = \sum_{i=0}^{+\infty} \mathbb{P}(N = n) F_X^{*n}(s)$$

donde F_X^{*n} es producto convolución de orden n-ésimo de $F(X)$

En general, la distribución de la suma $X_1, \ldots, X_n$ no necesariamente tiene la misma distribución que X. Una solución a este problema fue propuesto por Panjer (1981), la cual provee una formula recursiva en el caso que X tenga una distribución discreta y N pertenezca a una (a, b, n) familia de distribución. luego la formula de recursiva para la función de masa de p_S es:

$$p_S(s) = \frac{[p_X(1) - (a+b)p_X(0)]\,p_X(s) + \sum_{y=1}^{s \wedge m}(a + by/x)p_X(y)p_S(s-y)}{1 - ap_X(0)}$$

donde $s \in \mathbb{N}$, X tiene una distribución $\{0, 1, \ldots m\}$ con una función de masa p_X, N pertenece a una $(a, b, 0)$ familia de distribución, empezando con $p_S(0) = G_N(p_X(0))$ con G_N como la función generadora de probabilidades.

El criterio de parada de esta recursión es cuando la suma de las probabilidades esté arbitrariamente cercano a 1 se detiene la misma.

En la práctica la variable del monto de los retiros no es discreta, sin embargo, pueden ser discretizadas.

Para realizar la discretización de la variable existen tres métodos, se puede discretizar por exceso, por defecto o de manera insesgada.

La discretización por excesos se calcula a través de la diferencia hacia adelante esto es:

$$\bar{f}(x) = F_X(x+h) - F_X$$

La discretización por defecto se calcula con la diferencia hacia atrás, de la siguiente manera:

$$\bar{f}(x) = F_X(x) - F_X(x-h)$$

Asimismo, la discretización insesgada se calcula:

$$\bar{f}(x) = (2\mathbb{E}(X \wedge x) - \mathbb{E}(X \wedge x - h) - \mathbb{E}(X \wedge x + h))/h$$

donde $h$es el paso o amplitud de discretización.

Otra alternativa son las aproximaciones basadas en la distribución normal.

9.1.1 | Aproximación Normal y Normal Power

Esta aproximación viene dada por:

$$F_S(x) \approx \Phi\left(\frac{x - \mathbb{E}(S)}{\sigma(S)}\right)$$

Asimismo, la aproximación Normal Power viene dada por:

$$F_S(x) \approx \Phi\left(-\frac{3}{sk(S)} + \sqrt{\frac{9}{sk(S)} + 1 + \frac{6}{sk(S)}\frac{x - \mathbb{E}(S)}{\sigma(S)}}\right)$$

donde

$$sk(S) = \frac{sk(N)var(N)^{3/2}\mathbb{E}(X)^3 + 3var(N)\mathbb{E}(X)var(X) + \mathbb{E}(N)sk(X)var(X)^{3/2}}{var(S)^{3/2}}$$

9.1.2 | Teoría de Ruina

La Teoría de Ruina se trata de un procesos estocástico relacionado o vinculado con la salud de ciertas entidades financieras, asegurados y de inversión. En el proceso se caracterizan las reservas de riesgo, en el caso bancario, serían reservas de dinero asociados con los créditos, el encaje legal, provisiones tanto genéricas como específicas. Como modelo inicial consideramos dicha reserva de riesgo esta representada por:

$$U_t = u + ct - \sum_{i=1}^{N_t} X_i$$

donde u es la reserva inicial de las cuentas. c es la variación máxima volátil o VaR de liquidez. $X_i \ \forall i \geq 1$ son los montos de los retiros sucesivos. $N_t \ \forall t \geq 0$ es el proceso que describe como llegan los retiros, los mismo se asumen como un proceso de Poisson con intensidad lambda.

En el futuro, o como propuesta de trabajo subsiguiente podemos desde este enunciado desarrollar una **Teoría de Riesgo Bancaria**

10 | Paquete liquidaR.

Como resultado de la investigación realizada durante este trabajo pudimos consolidar información y conocimiento suficiente como para enriquecer el área de evaluación del riesgo de liquidez en el ambiente bancario. Asimismo, el enfoque provisto desde la perspectiva actuarial dió paso a técnicas mas avanzadas que requerían más poder de cálculo, es por ello decidí implementar un paquete en R para este fin.

El paquete **liquidaR**, contiene funciones que conforman el Marco de Riesgo de Liquidez desde la perspectiva Actuarial, la misma conforma un flujo fluido de trabajo en el cual se implementan desde los indicadores contables hasta la determinación del **VaR** basados en te´cnicas funcionales y simulación de variables aleatorias compouestas.

El paquete se puede instalar desde mi repositorio público de github, solo debe tipear en la cónsola de R:

```
library(devtools)
install_github("danrisk/pasantia", subdir = "liquidaR" )
```

11 | Anexos

11.1 | Códigos paquete de R, liquidaR

11.1.1 | Carpeta R/

11.1.1.1 | ActivosLiquidos.R

```
#' Activos Liquidos.
#'
#' \code{ActLiquidos} Devuelve un data frame que continen los
#'   Activos Liquidos de Balance.
#'
#' This is a generic function: methods can be defined for it directly
#' or via the \code{\link{Summary}} group generic. For this to work properly,
#' the arguments \code{...} should be unnamed, and dispatch is on the
#' first argument.
#'
#' @param Disp Vector que contiene la cuenta Disponibilidades.
#' @param BCV Vector que contiene lo dispuesto en Encaje Legal.
#' @param BOIFP Vector que contiene activos dispuestos en otros
```

```
#'   bancos o instituciones financieras dentro del pais.
#' @param BCE Vector que contiene activos dispuestos en bancos
#'   corresponsales en el exterior.
#' @param ITVPN Vector que contiene las inversiones en titulos
#'   valores para negociar.
#' @return Si todas los parametros estan definidos entonces la funcion
#'   devuelve un data frame que contiene los activos liquidos
#'   necesarios para la evaluacion de los indicadores contable
#'   de liquidez.
#'

ActLiquidos <- function(Disp, BCV, BOIFP, BCE, ITVPN){

  x <- cbind(Disp, BCV, BOIFP, BCE, ITVPN)

  return(x)
}
```

11.1.1.2 | descriptivasPosicion.R

```
descriptivas_posicion <- function(x){
  y <- summary(x)
  return(y)
}
```

11.1.1.3 | frecuencia.R

```
frecuencia <- function(x){
  y <- table(x)
  return(y)
}
```

11.1.1.4 | GAP.R

```
GapLiq <- function(data, VaR){

  VaR7   <- data[length(data)]*VaR*sqrt(7)
  VaR15  <- data[length(data)]*VaR*sqrt(15)  - VaR7
  VaR30  <- data[length(data)]*VaR*sqrt(30)  - VaR15
  VaR60  <- data[length(data)]*VaR*sqrt(60)  - VaR30
  VaR90  <- data[length(data)]*VaR*sqrt(90)  - VaR60
  VaR180 <- data[length(data)]*VaR*sqrt(180) - VaR90
  VaR360 <- data[length(data)]*VaR*sqrt(360) - VaR180
  VaR720 <- data[length(data)]*VaR*sqrt(720) - VaR360

  cbind(VaR7, VaR15, VaR30, VaR60, VaR90, VaR180, VaR360, VaR720)
}
```

11.1.1.5 | PasivoVenInm.R

```
PasVenInm <- function(DepVista, DepAhorro, DPF30, ODPF){

  x <- cbind(DepVista, DepAhorro, DPF30, ODPF)

  return(x)
}
```

11.1.1.6 | RACOCAP.R

```
RACOCAP <- function(MaySaldo, CartSaldo){

  L <- (sum(MaySaldo)/sum(CartSaldo))*100

  return(L)
}
```

11.1.1.7 | RALE.R

```
RALE <- function(ActLiq, PasVenInm){
  RALE7 <- sum(ActLiq[1:7])/sum(PasVenInm[1:7])*100
  RALE15 <- sum(ActLiq[8:15])/sum(PasVenInm[8:15])*100
  RALE30 <- sum(ActLiq[16:30])/sum(PasVenInm[16:30])*100
  RALE60 <- sum(ActLiq[31:60])/sum(PasVenInm[31:60])*100
  RALE90 <- sum(ActLiq[61:90])/sum(PasVenInm[61:90])*100

  L <- cbind(RALE7, RALE15, RALE30, RALE60, RALE90)

  return(L)
}
```

11.1.1.8 | RALEA.R

```
RALEA <- function(ActLiqAj, PasVenInm){
  RALEA7 <- sum(ActLiqAj[1:7])/sum(PasVenInm[1:7])*100
  RALEA15 <- sum(ActLiqAj[8:15])/sum(PasVenInm[8:15])*100
  RALEA30 <- sum(ActLiqAj[16:30])/sum(PasVenInm[16:30])*100
  RALEA60 <- sum(ActLiqAj[31:60])/sum(PasVenInm[31:60])*100
  RALEA90 <- sum(ActLiqAj[61:90])/sum(PasVenInm[61:90])*100

  L <- cbind(RALEA7, RALEA15, RALEA30, RALEA60, RALEA90)

  return(L)
}
```

11.1.1.9 | rendiajusdist.R

```
rendiAjusDist <- function(x){
  y <- useFitdist(diff(log(x)), show.output = FALSE)
  return(y)
}
```

11.1.1.10 | rendimientos.R

```
rendimientos <- function(x){
  y <- diff(log(x))
  return(y)
}
```

11.1.1.11 | resultadoajustado.R

```
resultadoAjuste <- function(x){
  y <- useFitdist(diff(log(x)))
  z <- y$res.matrix
  return(z)
}
```

11.1.1.12 | TVaRL.R

```
TVaRL <- function(p, data, dist){
  z <- rendiAjusDist(data)
  y <- switch(dist,
         "Normal" = esnormal(p, as.numeric(z$fit.list$Normal$estimate[1]),as.numeric(z$fit.list$Normal$estimate
         "Exponential" = esexponential(p, as.numeric(z$fit.list$Exponential$estimate[1])),
         "Cauchy"    = esCauchy(p, as.numeric(z$fit.list$Cauchy$estimate[1]),as.numeric(z$fit.list$Cauchy$estim
         "Logistic"  = eslogistic(p, as.numeric(z$fit.list$Logistic$estimate[1]),as.numeric(z$fit.list$Logistic
         # "Beta"      =c(VARINBET_TEXT,
         #                NULL,
         #                VARTINBET_TEXT,
         #                NULL ),
         # "Chi-square"=c(VARINCHC_TEXT,
         #                NULL,
         #                VARTINCHC_TEXT,
         #                NULL),
         "Uniform"   =esuniform(p, as.numeric(z$fit.list$Uniform$estimate[1]), as.numeric(z$fit.list$Uniform$es
         "Gamma"     =esGamma(p, as.numeric(z$fit.list$Gamma$estimate[1]), as.numeric(z$fit.list$Gamma$estimate
         "Lognormal" =eslognorm(p, as.numeric(z$fit.list$Lognormal$estimate[1]), as.numeric(z$fit.list$Lognorma
         "Weibull"   =esWeibull(p, as.numeric(z$fit.list$Weibull$estimate[1]),as.numeric(z$fit.list$Weibull$est
         "F"         =esF(p, as.numeric(z$fit.list$F$estimate[1]), as.numeric(z$fit.list$F$estimate[2])),
         "Student"   =esT(p, as.numeric(z$fit.list$Student$estimate[1]))
         # "Gompertz"  =c(VARINGOM_TEXT,
         #                NULL,
         #                VARTINGOM_TEXT,
```

```
        #                 NULL)
  )
  return(y)
}
```

11.1.1.13 | VaRCompuesto.R

```
AgregadoVaR <- function(dataDisc, dataRet, distRet){

  pardiscreto <- as.numeric(mean(dataDisc))
  z <- rendiAjusDist(dataRet)
  parRetiros <- c(as.numeric(z$fit.list$distRet$estimate[1]), as.numeric(z$fit.list$distRet$estimate[2]))
  mediaRetiros <- mnorm(1, parRetiros[1], parRetiros[2])
  varRetiros <- mnorm(2, parRetiros[1], parRetiros[2])-mediaRetiros^2
  AsimRetiros <- (mnorm(3, parRetiros[1], parRetiros[2])-3*mediaRetiros*varRetiros-mediaRetiros^3)/varRetiros^(
  medDiscreto <- varDiscreto <- pardiscreto
  AsiDiscreto <- 1/sqrt(pardiscreto)
  MedAgregado <- medDiscreto*mediaRetiros
  VarAgregado <- varDiscreto*(varRetiros + mediaRetiros^2)
  AsiAgregado <- (AsiDiscreto*varDiscreto^(3/2)*mediaRetiros^3+ 3*varDiscreto*mediaRetiros*varRetiros+medDiscre
  Fs.s <- aggregateDist("simulation", model.freq = expression(y=rpois(mean(dataDisc))), model.sev = expression(
  VaR(Fs.s)
}
```

11.1.1.14 | VaRL.R

```
VaRL <- function(p, data, dist){
  z <- rendiAjusDist(data)
  y <- switch(dist,
        "Normal" = varnormal(p, mu= as.numeric(z$fit.list$Normal$estimate[1]), sigma = as.numeric(z$fit.list$N
        "Exponential" = varexponential(p, as.numeric(z$fit.list$Exponential$estimate[1])),
        "Cauchy"    = varCauchy(p, as.numeric(z$fit.list$Cauchy$estimate[1]),as.numeric(z$fit.list$Cauchy$esti
        "Logistic"  = varlogistic(p, as.numeric(z$fit.list$Logistic$estimate[1]),as.numeric(z$fit.list$Logisti
        # "Beta"      =c(VARINBET_TEXT,
        #                 NULL,
        #                 VARTINBET_TEXT,
        #                 NULL ),
        # "Chi-square"=c(VARINCHC_TEXT,
        #                 NULL,
        #                 VARTINCHC_TEXT,
        #                 NULL),
        "Uniform"   =varuniform(p, as.numeric(z$fit.list$Uniform$estimate[1]), as.numeric(z$fit.list$Uniform$e
       "Gamma"     =varGamma(p, as.numeric(z$fit.list$Gamma$estimate[1]), as.numeric(z$fit.list$Gamma$estimate
        "Lognormal" =varlognorm(p, as.numeric(z$fit.list$Lognormal$estimate[1]), as.numeric(z$fit.list$Lognorm
        "Weibull"   =varWeibull(p, as.numeric(z$fit.list$Weibull$estimate[1]),as.numeric(z$fit.list$Weibull$es
        "F"         =varF(p, as.numeric(z$fit.list$F$estimate[1]), as.numeric(z$fit.list$F$estimate[2])),
        "Student"   =varT(p, as.numeric(z$fit.list$Student$estimate[1]))
        # "Gompertz"  =c(VARINGOM_TEXT,
        #                 NULL,
```

```
        #                VARTINGOM_TEXT,
        #                NULL)
  )
    return(y)
}
```