МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ АВТОНОМНОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ «МОСКОВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»



Отчет по лабораторной работе

по дисциплине «Языки программирования»

«7. ОЦЕНКА ЭМПИРИЧЕСКОЙ И АСИМПТОТИЧЕСКОЙ СЛОЖНОСТИ АЛГОРИТМОВ»

Группа                                                    221-329

Студент                                            Самойлов Даниил Русланович

Дата                                                        02.11.2022

Преподаватель                                       Рысин Михаил Леонидович  
  
  
2022 г

Цель:Актуализация знаний и приобретение практических умений по определению вычислительной сложности алгоритмов..

Ход работы:

|  |  |  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | | | | | | | |
|  | | | |  |  | | | |
| **Алгоритм 1** | | | | **Алгоритм 2** | | | |
|  | | | |  | | | |
| **Оператор** | | **Кол-во** | | **Оператор** | | | **Кол-во** |
| delFirstMetod(x,n,key){ | |  | | delOtherMetod(x,n,key){ | | |  |
| i←1 | | 1 | | j←1 | | | 1 |
| while (i<=n) do | | n + 1 | | for i←1 to n do | | | n + 1 |
| if x[i]=key then | | n | | x[j]=x[i]; | | | n |
| for j←i to n-1 do | | Σ n | | if x[i]!=key then | | | n |
| x[j] ←x[j+1] | | Σ (n – 1) | | j++ | | | n |
| od | |  | | endif | | |  |
| n←n-1 | | n | | od | | |  |
| else | |  | | } | | |  |
| i←i+1 | | n | |  | | |  |
| endif | |  | |  | | |  |
| od | |  | |  | | |  |
| } | |  | |  | | |  |
|  | | | |  | | | |
| **Математическая модель** | | | | **Математическая модель** | | | |
| (n + 1) + n + n = 3n + 1 | | Лучший случай | | (n + 1) + n + n = 3n + 1 | | | Лучший случай |
| 1+n+1+n+(n2+n–2)/2+(n2–n)/2=n2+2n+1 | | Худший случай | | 1 + n + 1 + n + n + n + 1 = 4n + 3 | | | Худший случай |
| **Соотнесение ситуаций** | | | | **Соотнесение ситуаций** | | | |
| Ничто удаляется | | Лучший | | Все удаляются | | | Лучший |
| Половина удаляется | | Средний | |  | Половина удаляется | | | Средний |
| Все удаляются | | Худший | |  | Ничто удаляется | | | Худший |
|  | | | |  |  | | | |
| **Функция роста** | | | |  | **Функция роста** | | | |
| T(n) = O(n) | | | |  | T(n) = O(n) | | | |
|  | | | |  |  | | | |
| **Кол-во крит. операций** | | **n** | |  | **Кол-во крит. операций** | | | **n** |
| 102 + 2 \* 10 + 1 = 121 | | 10 | |  | 4 \* 10 + 3 = 43 | | | 10 |
| 1002 + 2 \* 100 + 1 = 10201 | | 100 | |  | 4 \* 100 + 3 = 403 | | | 100 |
| 10002 + 2 \* 1000 + 1 = 1002001 | | 1000 | |  | 4 \* 1000 + 3 | | | 1000 |
|  | | | |  |  | | | |
| **Вычислительная сложность** | | | |  | **Вычислительная сложность** | | | |
| Худший и средний | | O(n2) | |  | Любой | | | O(n) |
| Лучший | | Ω(n) | |  | Любой | | | M(n) |
| Любой | | M(n) | |  |  | | |  |
|  | | | |  |  | | | |
| **Эмпирическое исследование алгоритма 1** | | | | | | | | |
| **n** | **Случай** | | **T(n)** | | | **TT** | **TП** | |
| 10 | Худший | | <1 | | | 142 | 142 | |
| Средний | | <1 | | | - | 55 | |
| Лучший | | <1 | | | 32 | 32 | |
| 100 | Худший | | <1 | | | 10 402 | 10 402 | |
| Средний | | <1 | | | - | 1 493 | |
| Лучший | | <1 | | | 302 | 302 | |
| 1000 | Худший | | 2 | | | 1 004 002 | 1 004 002 | |
| Средний | | <1 | | | - | 111 035 | |
| Лучший | | <1 | | | 3 002 | 3 002 | |
| 10000 | Худший | | 110 | | | 100 040 002 | 100 040 002 | |
| Средний | | 11 | | | - | 9 610 171 | |
| Лучший | | <1 | | | 3 002 | 3 002 | |
|  | | | |  |  | | | |
| **Эмпирическое исследование алгоритма 2** | | | | | | | | |
| **n** | **Случай** | | **T(n)** | | | **TT** | **TП** | |
| 10 | Худший | | <1 | | | 43 | 43 | |
| Средний | | <1 | | | - | 41 | |
| Лучший | | <1 | | | 33 | 33 | |
| 100 | Худший | | <1 | | | 403 | 403 | |
| Средний | | <1 | | | - | 392 | |
| Лучший | | <1 | | | 303 | 303 | |
| 1000 | Худший | | <1 | | | 4 003 | 4 003 | |
| Средний | | <1 | | | - | 3 904 | |
| Лучший | | <1 | | | 3 003 | 3 003 | |
| 10000 | Худший | | ~1 | | | 40 003 | 40 003 | |
| Средний | | ~1 | | | - | 39 064 | |
| Лучший | | ~1 | | | 30 003 | 30 003 | |

|  |  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | | | | | |
| **Оператор** | | | **Кол-во** | | | |
| void selSort(int arr[], int n){ | | |  | | | |
| int m; | | | 1 | | | |
| for (int i = 0; i < n - 1; i++){ | | | n | | | |
| m = i; | | | n-1 | | | |
| for (int j = i + 1; j < n; j++){ | | | (n - 1) \* (n / 2) + n - 1 | | | |
| } | | |  | | | |
| if (arr[j] < arr[m]){ | | | (n - 1) \* (n / 2) | | | |
| m = j; | | | (n - 1) \* (n / 2) | | | |
| } | | |  | | | |
| if (m != i){ | | | (n - 1) | | | |
| swap(arr[i], arr[m]); | | | (n - 1) | | | |
| } | | |  | | | |
| } | | |  | | | |
| } | | |  | | | |
|  | | | | | | |
| Лучший случай | | 100% по неубыванию  0% по убыванию | | | T(n)=1+n+(n-1)+((n-1)\*(n/2)+n-1)+(n-1)\*(n/2) +(n-1)\*(n/2)+n-1=(3n2+5n–4)/2 | |
| Средний случай | | 50% по неубыванию  50% по убыванию | | |  | |
| Худший случай | | 0% по неубыванию  100% по убыванию | | | T(n)=1+n+(n-1)+((n-1)\*(n/2)+n-1)+(n-1)\*(n/2) +(n-1)\*(n/2)+n-1+n-1=(3n2 + 7n – 6)/2 | |
| **Результаты прогонов** | | | | | | |
| n | T(n), мс | | | ТТ = СТ + МТ | | TП = МП + СП |
| 100 | 1 | | | 15 248 | | 10 315 |
| 1000 | 2 | | | 1 502 498 | | 1 00379 |
| 10000 | 109 | | | 150 024 998 | | 100 029 998 |
| 100000 | 11001 | | | 15 000 249 998 | | 10 000 299 998 |
|  | | | | | | |
| Ёмкостная сложность | | | M(n) | | | |
| Эмпирическая сложность | | | Квадратичная | | | |
|  | | | | | | |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | | | |
| **n** | **Сортировка** | **T(n), мс** | **TT = CТ + MТ** | **TП = МП + СП** |
| 100 | Убывание | 1 | 15 347 | 12 848 |
| Средняя | 1 | - | 10 565 |
| Возрастание | 1 | 15 248 | 10 298 |
| 1 000 | Убывание | 3 | 1 503 497 | 1 253 498 |
| Средняя | 3 | - | 1 005 772 |
| Возрастание | 2 | 1 502 498 | 1 002 998 |
| 10 000 | Убывание | 135 | 150 034 997 | 125 034 998 |
| Средняя | 111 | - | 100 058 058 |
| Возрастание | 109 | 150 024 998 | 100 029 998 |
| 100 000 | Убывание | 13 414 | 15 000 349 997 | 12 500 349 998 |
| Средняя | 10 924 | - | 10 000 583 007 |
| Возрастание | 10 909 | 15 000 249 998 | 10 000 299 998 |

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
|  | | | | | |
| **Эмперический подход** | | | | | |
| **Оператор** | | | **Кол-во** | | |
| void e(int arr[], int n){ | | |  | | |
| for (int j = i + 1; i < n - 1; i++){ | | | n | | |
| for (int j = i + 1; k < n; k++){ | | | (n-1)\*(n/2) + n - 1 | | |
| if (arr[j] < arr[i]){ | | | (n-1)\*(n/2) | | |
| swap(arr[j], arr[i]); | | | (n-1)\*(n/2) | | |
| } | | |  | | |
| } | | |  | | |
| } | | |  | | |
| } | | |  | | |
|  | | | | | |
| Лучший вариант | | | T(n) = n + (n-1)\*(n/2) + n – 1 + (n-1)\*(n/2) = n2 + n - 1 | | |
| Худший вариант | | | T(n) = n + (n-1)\*(n/2) + n – 1 + (n-1)\*(n/2) + (n-1)\*(n/2) = (3n2 + n - 2) / 2 | | |
|  | | | | | |
| **n** | **Случай** | **T(n), мс** | | **TT = CТ + MТ** | **TП = МП + СП** |
| 100 | Худший | 1 | | 15 049 | 15 049 |
| Средний | 1 | | - | 10 475 |
| Лучший | 1 | | 10 101 | 10 099 |
| 1 000 | Худший | 12 | | 1 500 499 | 1 500 499 |
| Средний | 2 | | - | 1 005 447 |
| Лучший | 3 | | 1 001 001 | 1 000 999 |
| 10 000 | Худший | 1 000 | | 150 004 999 | 150 004 999 |
| Средний | 111 | | - | 100 054 592 |
| Лучший | 109 | | 100 010 001 | 100 009 999 |
| 100 000 | Худший | 100 026 | | 15 000 049 999 | 15 000 049 999 |
| Средний | 10 882 | | - | 10 000 550 657 |
| Лучший | 10 897 | | 10 000 100 001 | 10 000 099 999 |
|  | | | | | |
| Ёмкостная сложность агоритма | | | M(n) | | |
|  | | | | | |
| **Контрольный прогон** | | | | | |
| n | | | T(n), мс | | |
| 100 | | | <1 | | |
| 1 000 | | | 1 | | |
| 10 000 | | | 72 | | |
| 100 000 | | | 7 084 | | |
|  | | | | | |
| **Сравнение алгоритмов сортировки выбором и обменом** | | | | | |
|  | | | | | |
|  | | | | | |
| Вывод: алгоритмы схожи, т.к. кол-во операций приблизительно одинаково | | | | | |



Лучший случай:

T(n) = (3n2 + 5n – 4) / 2

О-нотация:

(3n2 + 5n – 4) / 2 <= c\*n2

3/2 + 5/2\*n -2/n\*2 <= c

для всех n >= 1 при c >= 2, c известен -> T(n) = O(n2)

Худший случай:

T(n) = (3n2 + 7n – 6) / 2

Ω-нотация:

(3n2 + 7n – 6) / 2 >= c\*n2

3/2 + 7/2\*n – 3/n2 >= c

для всех n>=1 при c <= 2, c известен -> T(n) = Ω(n2)

Сложность алгоритма в обоих случаях квадратична, следовательно, асимптотическая сложность равна θ(n2).

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Асиптотическая сложность алгоритмов** | | | | |
| **Алгоритм** | **O-нотация** | **Ω-нотация** | **θ-нотация** | **Ёмкостная сложность** |
| Сортировка обменом | O(n2) | Ω(n2) | Θ(n2) | M(n) |
| Шейкерная сортировка с условием Айверсона | O(n2) | Ω(n) | Θ(n\*logn) | M(n) |
| Сортировка Хоара | О(n2) | Ω(n) | Θ(n\*logn) | M(n) |

Самая эффективная сортировка по времени — сортировка Хоара, т.к. в вероятность выполнения nlogn кол-ва операций наибольшая.

Самая эффективная сортировка по памяти — ни одна, так как у всех трёъ алгоритмов зависимость по памяти линейная.

В результате — сортировка Хоара имеет преимущество перед остальными.